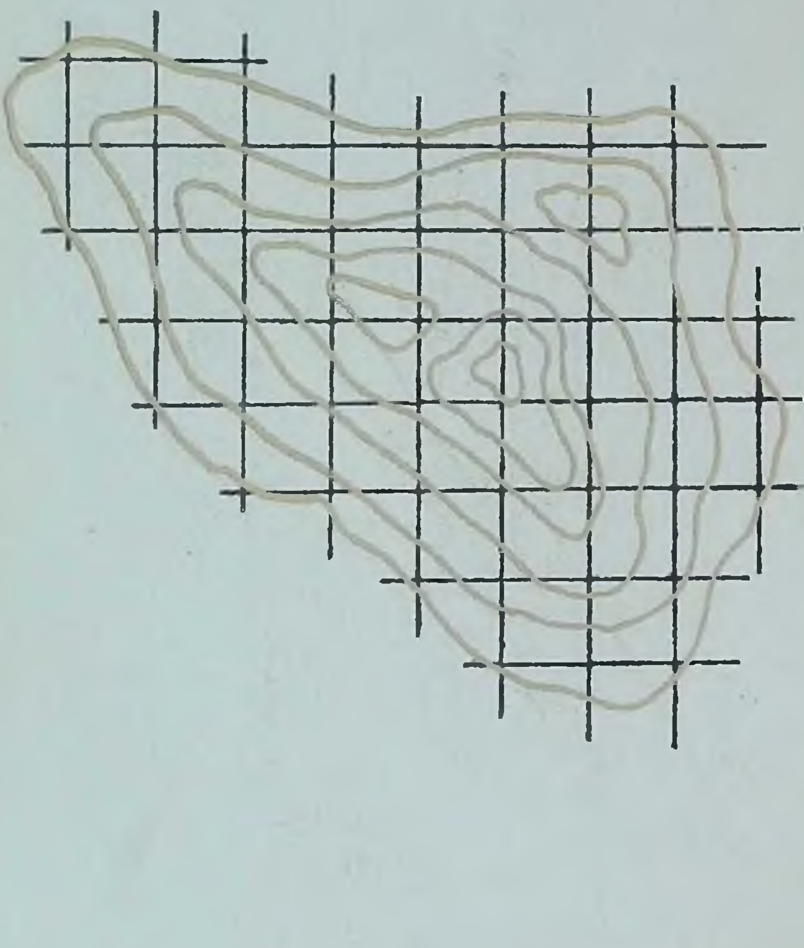
ВЫСОКОТОЧНАЯ ГРАВИРАЗВЕДКА

Л. Д. Немцов



ВЫСОКОТОЧНАЯ ГРАВИРАЗВЕДКА

Л. Д. Немцов

ИЗДАТЕЛЬСТВО • НЕДРА •
МОСКВА 1967

УДК 550.8.3 (021)

АННОТАЦИЯ

В книге описана методика полевых работ, обработки и интерпретации материалов высокоточной гравиметровой съемки при поисках и разведке месторождений нефти и газа. Приведены примеры применения этих методик в условиях Волго-Уральской нефтегазоносной провинции.

Описывается геологическая эффективность высокоточной гравиразведки при решении указанных задач.

Книга рассчитана на инженеров и техников, занимающихся вопросами гравиразведки.

Лев Давидович Немцов

ВЫСОКОТОЧНАЯ ГРАВИРАЗВЕДКА

Редактор издательства *Т. И. Борушко*
Технический редактор *З. А. Болдырева*
Корректор *Л. М. Емельянова*
Переплет художника *Ф. И. Бузанова*

Подписано к набору 31/VIII 1966 г. Подписано к печати 17/I 1967 г.
Формат 60 × 90[1]/[16]. Печ. л. 15,5 с 1 вкл. Уч.-изд. л. 15,43.
Т-00630. Тираж 4200 экз. Зак. № 1138/753—3,7 Цена 1 р. 02 к. Бум. № 1.
Индекс 1—3—1.

Издательство «Недра». Москва, К-12, Третьяковский проезд, 1/19.
Ленинградская типография № 14 «Красный Печатник» Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР. Московский пр., д. 91.

2—9—5
144—66

ВВЕДЕНИЕ

До последнего времени геологические возможности гравитационного метода ограничивались тектоническим районированием территории и лишь в отдельных, благоприятных, случаях могли быть использованы для поисков структурных форм, сопровождающих месторождения полезных ископаемых (главным образом нефти и газа). Однако с усовершенствованием методики и техники гравиметрических исследований стало очевидным, что при достижении достаточно высокой ($\pm 0{,}02 \div 0{,}05$ *мгл*) точности гравиразведка может претендовать на решение принципиально новых геологических задач. При этом центр тяжести практического приложения метода должен переместиться на изучение малоинтенсивных аномалий, прямо или косвенно связанных с залежами полезных ископаемых.

Применительно к особенностям нефтяной геологии эти аномалии могут быть обусловлены влиянием плотностных контактов на литолого-стратиграфических границах локальных (в том числе и пологих) поднятий, либо — прямым гравитационным эффектом самих продуктивных коллекторов.

В нашей стране внедрение методов высокоточной гравиметровой съемки некоторое время задерживалось из-за отсутствия соответствующей измерительной аппаратуры отечественного производства. В настоящее время эта трудность в значительной степени уже преодолена в результате успешного завершения разработки отечественного высокоточного гравиметра ГАК-6М, выполненной силами ряда организаций во главе с гравиметрической лабораторией ВНИИГеофизики.

Существенное повышение точности полевых работ требует пересмотра существующей методики обработки и интерпретации результатов наблюдений. Терпимые ранее погрешности стандартных методов становятся теперь совершенно недопустимыми в связи с опасностью подавления ими слабых полезных аномалий, представляющих прямой поисковый интерес.

Следует однако отметить, что разработка теоретических проблем высокоточной гравиметрии отстает от нужд практики даже в тех странах (в том числе и в США), где сам метод имеет уже значительный «возраст». Отличительной особенностью многих приемов интерпретации, получивших распространение за рубежом [47, 51, 56, 58], является их чисто математический формализм. В связи с этим иногда недостаточно учитываются характерные геологические особенности конкретного района работ. С другой стороны, эффективность того или иного способа интерпретации устанавливается часто сугубо эмпирическим путем [49, 53, 54]. Все это отрицательно сказывается на однозначности и полноте геологических выводов. Характерно также и то, что в зарубежных работах, посвященных гравитационной разведке, почти полностью отсутствует изложение вопросов геологического редуцирования определяемых величин.

При освоении у нас метода высокоточной гравиразведки необходимо было обеспечить преодоление отмеченных выше недостатков. Основные проблемы, возникающие при этом, могут быть сформулированы следующим образом.

1. Оценка геологических перспектив метода в зависимости от типа полезного ископаемого и условий его залегания.

Одним из возможных путей решения как этой задачи, так и ряда методических вопросов высокоточной гравиметровой съемки является вычисление и последующий анализ «модельного» (расчетного) поля, в котором наиболее полно были бы воспроизведены реальные геологические условия.

2. Разработка рациональной методики полевых работ с высокоточными гравиметрами, обеспечивающей минимальную погрешность результатов съемки, при высокой производительности наблюдений.

3. Разработка специализированных приемов обработки и способов редукций наблюденного гравитационного поля, свободных от недостатков и неточностей, свойственных стандартному комплексу методов.

4. Разработка специализированных приемов интерпретации аномального гравитационного поля, характерной особенностью которого является весьма незначительная интенсивность полезного сигнала, повсеместно проявляющегося на фоне мощных искажающих влияний региональной геологической ситуации.

С 1958 г. именно эти вопросы определяли основное направление исследований, выполнявшихся коллективом сотрудников Лаборатории грави- и магниторазведки Волго-Уральского филиала ВНИИГеофизики под руководством и при участии автора настоящей работы.

Настоящая работа посвящена описанию методических основ и результатов высокоточной гравиметровой съемки при поисках и разведке месторождений нефти и газа в восточных районах Русской платформы. Однако рассматриваемые в ней приемы полевых работ, обработки и интерпретации могут быть использованы при постановке высокоточной гравиметрической съемки и с иными геологическими целями.

За советы и помощь в работе автор считает своим долгом выразить искреннюю благодарность К. Е. Веселову, Г. М. Донову, Л. Н. Еланскому, М. Б. Кадисову, Б. В. Котляревскому, В. В. Федынскому. Автор благодарит также коллективы сотрудников Волго-Уральского филиала ВНИИГеофизики и Куйбышевского НИИ нефтяной промышленности, выполнившие большой объем исследовательской и технической работы, — А. И. Пришивалко, С. А. Серкерова, Р. А. Кинзекееву, О. И. Ильясова, И. Н. Ерусалимского, О. В. Колесниченко и др.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКИ

Глава I

В практике гравитационной разведки в настоящее время применяется достаточно широкий круг методов приближенного решения прямой задачи. Однако большинство из них предполагают определенные ограничения в выборе аномального тела, либо отличаются низкой производительностью и другими недостатками. Так, известные из литературы палетки Гамбурцева, Юнга, Бартона и т. п. [40, 42] применимы только для двухмерных тел. Существующие же способы расчета аномального влияния трехмерных тел обычно лишены универсальности, сложны в употреблении и часто ненадежны при использовании [52]. Исключение составляет способ подсчета гравитационного эффекта объемных масс, изложенный в монографии О. А. Шванка и Е. Н. Люстиха [42]. Этот способ прост по замыслу и с первого взгляда кажется почти идеальным. Однако и он не лишен некоторых недостатков, на которых мы остановимся позднее.

В то же время ряд задач высокоточной гравиразведки требует для своего решения достаточно производительного и точного способа вычисления аномального эффекта геологических тел. В связи с этим нами были разработаны три новых способа решения прямой задачи гравразведки для объемных геологических масс произвольной формы и размеров. Эти способы обеспечивают высокую точность и производительность расчетов и могут быть использованы для вычислений на электронных цифровых машинах.

§ 1. ТАБЛИЦЫ ПРЯМЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ОТ ОБЪЕМНЫХ ТЕЛ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ И РАЗМЕРОВ ПРИ ПОМОЩИ КВАДРАТНОЙ ПАЛЕТКИ

В большинстве методов приближенного решения прямой задачи гравиметрии используется известное выражение осевого эффекта элемента цилиндрического кольца, положенное, в частности, в основу одного из способов учета влияния поверхностного рельефа [20].

Однако мы с самого начала были вынуждены отказаться от использования этого выражения, поскольку с ним связана необходимость повторного определения альтитуд аномального тела для каждой расчетной точки. Подобное определение связано с визуальным интерполированием, что сильно замедляет и затрудняет процесс вычисления.

Способ О. А. Швапка и Е. Н. Люстиха [42] в значительной степени свободен от указанного недостатка. Он основан на применении формулы осевого эффекта вертикального цилиндра и расчленении гравитирующего тела на горизонтальные пласты, что позволяет вычислить аномалии силы тяжести непосредственно по форме горизонталей. Однако при табулировании этого способа приходится выражать все линейные величины в долях глубины до пласта. Нетрудно показать, что в этом случае расчетная функция не может быть универсально протабулирована сразу по обоим аргументам (относительная мощность пласта и относительный радиус). Последнее же приводит к необходимости двойного интерполирования при расчетах, что усложняет их и часто приводит к вычислительным ошибкам.

Кроме того, указанный метод лишен однородности расчетных элементов, что затрудняет его применение при решении отдельных вопросов обратной задачи гравиметрии.

В связи с этим мы остановили свой выбор на прямоугольном вертикальном параллелепипеде с квадратным основанием. В этом случае расчетная плоскость разбивается на элементарные участки, образуя квадратную сетку, в узлах которой задаются осредненные отметки тела (верхние и нижние). Полная однородность и строго фиксированное положение отдельных квадратов этой сетки позволяют отказаться от интерполирования табулированных значений функции в плане расчетной плоскости. Тем самым значительно сокращается время, необходимое для вычислений, а также исключается необходимость повторных определений альтитуд аномалиеобразующего тела, что также способствует значительному ускорению расчетов.

Наконец, предлагаемый метод позволяет производить расчет аномалий силы тяжести непосредственно по форме горизонталей аномального тела, что в ряде случаев значительно упрощает решение задачи.

Следует также указать на то, что метод позволяет разрешать и отдельные вопросы обратной гравиметрической задачи. В частности, по заданному гравитационному полю при известной форме аномального тела однозначно определяется распределение плотности в пределах последнего, что имеет практический интерес при изучении закономерностей изменения физических свойств горных пород.

Теория метода

Для того чтобы разбить заданное аномальное тело на элементарные объемы, на плоскости расчета под прямым углом друг к другу проводят координатные оси. Параллельно этим осям, через равные интервалы l проводят систему взаимно ортогональных линий, образующую сетку равновеликих квадратов (рис. 1). Каждому квадрату этой сетки соответствует прямоугольный параллелепипед, верхнее и нижнее основания которого залегают на глубинах кровли и подошвы расчетного аномального тела, в центре соответствующего квадрата.

Таким образом, аномальное расчетное тело расчленяется на ряд прямоугольных параллелепипедов. Сумма гравитационных влияний последних на центр координат будет являться приближенным значением аномального эффекта всего трехмерного тела в точке O (рис. 2).

Формула аномального влияния элементарного прямоугольного параллелепипеда (рис. 3) выражается следующей известной зависимостью [40, 42]:

$$\Delta g = f\sigma \Big|_{x_2}^{x_1}\Big|_{y_2}^{y_1}\Big|_{z_2}^{z_1} x\ln\left(y+\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)+y\ln\left(x+\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)+$$

$$+z\operatorname{arctg}\frac{z\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{xy}\Big|\Big|\Big|, \qquad (\text{I. } 1)$$

где f — гравитационная постоянная; σ — плотность тела; $x_{1,2}$; $y_{1,2}$; $z_{1,2}$ — координаты углов элементарного параллелепипеда.

Обозначая $\Delta g = f\sigma P$ и полагая $z_2 \to \infty$, получим

$$P = x_1\ln\frac{y_1+\sqrt{x_1^2+y_1^2+z^2}}{y_2+\sqrt{x_1^2+y_2^2+z^2}}+y_1\ln\frac{x_1+\sqrt{x_1^2+y_1^2+z^2}}{x_2+\sqrt{x_2^2+y_1^2+z^2}}+$$

$$+x_2\ln\frac{y_2+\sqrt{x_2^2+y_2^2+z^2}}{y_1+\sqrt{x_2^2+y_1^2+z^2}}+y_2\ln\frac{x_2+\sqrt{x_2^2+y_2^2+z^2}}{x_1+\sqrt{x_1^2+y_2^2+z^2}}+$$

$$+z\left(\operatorname{arctg}\frac{z\sqrt{x_1^2+y_1^2+z^2}}{x_1y_1}-\operatorname{arctg}\frac{z\sqrt{x_2^2+y_1^2+z^2}}{x_2y_1}-\right.$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\frac{z\sqrt{x_1^2+y_2^2+z^2}}{x_1y_2}+\operatorname{arctg}\frac{z\sqrt{x_2^2+y_2^2+z^2}}{x_2y_2}\right). \qquad (\text{I. } 2)$$

Из формул (I. 1) и (I. 2) непосредственно вытекает, что

$$\Delta g = f\sigma\,[P(x, y, z_1) - P(x, y, z_2)] \qquad (\text{I. } 3)$$

Все линейные величины в соотношении с (I. 2) могут быть выражены в долях интервала расчетной сетки l. При этом функция P легко преобразуется к произведению вида $P = lp$, где p и P являются совершенно аналогичными по форме выражениям, с той лишь разницей, что первое из них характеризуется безразмерными аргументами, выраженными в долях l.

Таким образом (I. 3), принимает вид

$$\Delta g = f\sigma l\,[p(x, y, z_1) - p(x, y, z_2). \qquad (\text{I. } 4)$$

Суммируя влияния отдельных параллелепипедов (I. 4) по всем квадратам расчетной сетки, мы получим приближенный аномальный эффект от заданного тела неправильной формы. Суммарное выражение аномалии силы тяжести будет в этом случае иметь вид

$$g = \sum_{i=1}^{N} \Delta g = f\sigma l \sum_{i=1}^{N} [p(x, y, z_1) - p(x, y, z_2)]. \qquad (I.\ 5)$$

При этом изменяя масштабный коэффициент $K = f\sigma l$, мы можем использовать значения функции p для вычисления прямых аномальных эффектов от гравитирующих тел произвольных размеров.

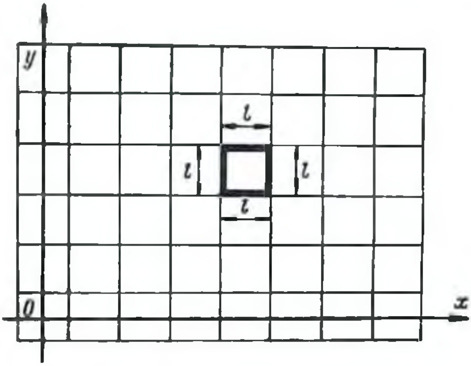


Рис. 1. Схема расположения элементарных параллелепипедов в проекции на координатную плоскость xoy.

Процесс вычисления по таблицам может быть значительно ускорен, если выбрать неравномерную сетку элементарных квадратов. Простейший вариант построения такой неравномерной квадратной сетки показан на рис. 4.

В этом случае при переходе от центральных зон к периферийным величина l меняется по закону возрастающей геометрической прогрессии со знаменателем $q = 3$. Такая форма расчетной сетки позволяет достаточно быстро рассчитать аномальный эффект от всего модельного тела (во всяком случае — достаточно быстро ту часть объема этого тела, которая сколько-нибудь заметно влияет на величину гравитационного эффекта). Тем самым скорость расчетов, естественно, увеличивается.

Существенно, что важное достоинство метода в целом — однократное определение исходной картографической информации — сохраняется и в рассматриваемом варианте. При этом вместо одной равномерной расчетной сетки составляется несколько таких сеток, но разных размеров. Каждая последующая сетка получается из предыдущей путем осреднения отметок девяти сопредельных квадратов. Процесс вычисления в этом случае разбивается на ряд однократных этапов, результаты которых впоследствии суммируются.

Достоинством этого способа является также и то, что для его применения достаточно только три таблицы.

С увеличением размеров расчетной сетки в той же самой пропорции уменьшается густота размещения определяемых пунктов по площади. В связи с этим промежуточные значения составляющих расчетного поля в узлах исходной (самой густой) сетки должны определяться путем интерполяции (для этой цели целесообразно строить карты частных составляющих модельного поля).

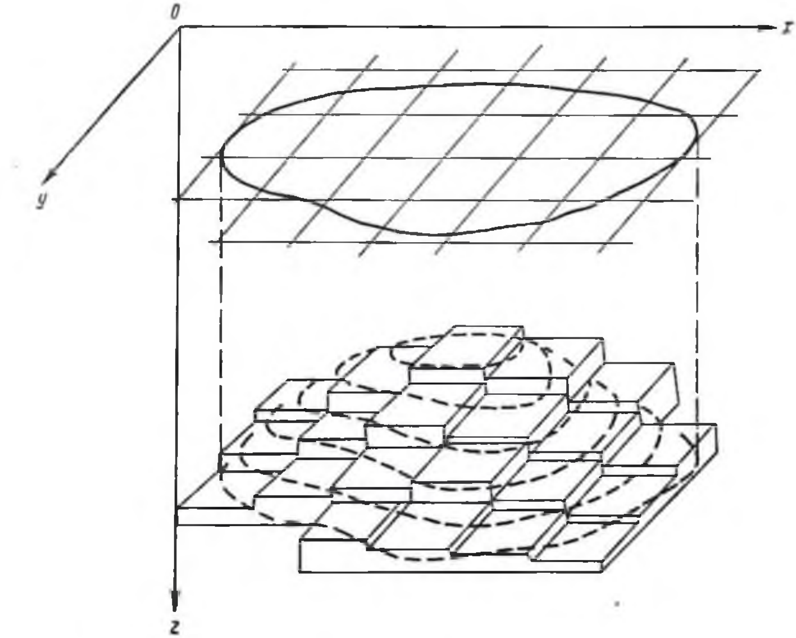


Рис. 2. Апроксимация гравитирующего тела группой вертикальных квадратных параллелепипедов.

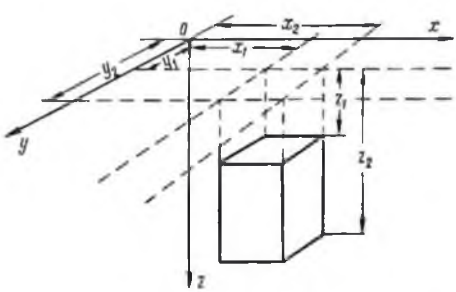


Рис. 3. Параметры залегания вертикального квадратного параллелепипеда.

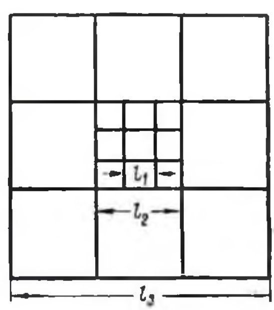


Рис. 4. Неравномерная квадратная сетка для ускорения вычислений при помощи таблиц прямых гравитационных эффектов.

Кроме того, необходимость осреднения отметок на больших площадях несколько снижает точность вычислений. Впрочем, последний фактор не может иметь существенного значения в связи с уменьшением величины эффекта (а значит и ошибки этой величины) с удалением от определяемой точки. Кроме того, влияние указанного фактора может быть существенно уменьшено, если применять не арифметическое, а весовое осреднение альтитуд.

Опыт показывает, что при вычислениях рассматриваемым способом вполне может быть достигнута точность расчетов, равная $\pm 0{,}02 \div$ $\div\ 0{,}03$ *мгл*.

Объем расчетов

Очевидно, что глубина z как величина изменяющаяся непрерывно должна быть принята за аргумент функции p, тогда как плановые координаты углов элементарных квадратов, изменяющиеся дискретно, являются естественными параметрами расчета. В дальнейшем в качестве параметров расчета рассматриваются координаты центров элементарных квадратов, связанные с координатами углов простыми соотношениями

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \qquad y = \frac{y_1 + y_2}{2}. \qquad (\text{I. }6)$$

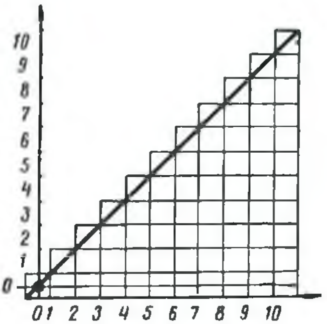


Рис. 5. Объем расчетов при вычислении таблиц прямых гравитационных эффектов.

В силу симметричности выражения (I. 2), величина p не зависит от знаков параметров и не изменяет своего значения при перемене x на y. В связи с этим объем расчетов может быть значительно сокращен. Для полного решения задачи достаточно произвести вычисления значений p в пределах половины любого квадранта координатной сетки (рис. 5). При этом каждая конкретная таблица функции p для заданного элементарного квадрата обозначается индексом x, y.

В данной работе рассматривается упрощенный вариант метода с применением только трех центральных таблиц (см. прилож. 1). В полном объеме указанный метод излагается нами в работе [33]. Значительно более обширный табличный материал (231 элементарный параллелепипед) был рассчитан для решения ряда специальных задач и в первую очередь обратной задачи гравразведки (см. стр. 17).

Учитывая, что глубина кровли фундамента $H_{\max}$ востока Русской платформы в среднем не превышает 3 *км*, а минимальная величина элементарного интервала $l_{\min}$, исходя из реальных размеров структур III порядка, равна для тех же условий приблизительно 1,0 *км*, величина $z_{\max} = \dfrac{H_{\max}}{l_{\min}}$ была принята равной 3,0.

Нетрудно показать, что выбранный интервал глубин с избытком удовлетворяет и более мелким расчетным масштабам. В частности, принимая $l = 10 - 20$ *км*, мы увеличиваем максимальную глубину до $30 \div 60$ *км*, чего вполне достаточно при глубинах залегания аномальных масс 10—50 *км* (гранитный слой, I граница Мохоровичича).

В тех случаях, когда относительные глубины гравитирующих масс превышают 3 единицы (тела со значительным простиранием на глубину), может быть предложен простой метод вычисления значений функции p.

Точность расчетов функции p

Исходя из вышеизложенного, суммарная ошибка расчетного значения силы тяжести может быть выражена соотношением

$$\delta g = \pm\sqrt{2}\, f\sigma l_0 \sqrt{1+8\left(1+3+9+\ldots+3^{n-1}\right)}\; \delta p, \qquad (\text{I. }7)$$

где δg — заданная точность расчета аномалии силы тяжести модели; l_0 — размер стороны центрального квадрата; n — номер крайней зоны квадратной палетки (начиная с нуля в центре); δp — искомая точность табличного значения функции p.

Отсюда

$$\delta p = \pm\frac{\delta g}{f\sigma l_0 \sqrt{2\left[1+8\left(1+3+9+\ldots+3^{n-1}\right]\right.}}. \qquad (\text{I. }8)$$

При расчетах мы задавались условием, что суммарная погрешность аномалии силы тяжести не должна превышать $\pm 0{,}01$ *мгл*. Очевидно, указанная точность расчетов обеспечивает решение большинства задач прикладной гравиметрии.

Полагая $n = 5$; $l_0 = 1$ *км* (в этом случае расчетная площадь палетки составляет 243×243 *км*^{2}) при $\sigma = 0{,}5$ *г/см*^{3}, получаем $\delta p \approx \pm 0{,}00007$.

При расчетах таблиц мы приняли $\delta p = \pm 0{,}00003$. Так как практически почти всегда $\sigma < 0{,}5$, выбранная величина погрешности табличного значения функции p будет заведомо удовлетворять необходимой точности расчетов.

Фактическая точность расчетов гравитационного влияния модели геологического тела может быть всегда определена из формулы (I. 7), если в ней положить $\delta p = 0{,}00003$. Следует, конечно, помнить, что приведенные рассуждения характеризуют погрешности вычисления аномалии не самого геологического тела, а его модели, представляющей собой совокупность прямоугольных блоков (рис. 2). При этом оценка фактической точности расчетов может быть произведена путем сравнения аналитических (рассчитанных по точным формулам) и приближенных (рассчитанных с помощью таблиц) аномальных влияний тел строгой геометрической формы.

Методика расчета таблиц

При составлении любых математических таблиц детальность их определяется требованиями, предъявляемыми к точности значений искомых величин, вычисляемых путем линейной интерпретации.

Практически, в целях экономии времени, рассчитываются только отдельные значения табулируемой функции, по которым тем или иным методом криволинейной интерполяции определяются осталь-

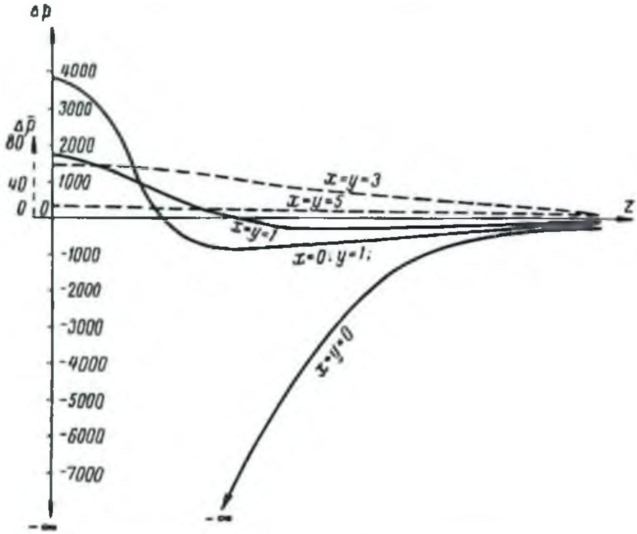


Рис. 6. К методу интерполяции таблиц прямых гравитационных эффектов (значения Δp даны в единицах пятого десятичного знака).

ные. При выборе метода криволинейной интерполяции расчетных значений функции p, мы остановились на формуле аномального эффекта вертикальной вещественной линии бесконечного простирания на глубине [40];

$$\Delta g = \frac{f\lambda}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} .$$

Очевидно, что с удалением от начала координат гравитационный эффект вещественной линии при прочих равных условиях будет приближаться к гравитационному эффекту вертикального параллелепипеда. При этом мы должны предположить, что вся масса вертикального параллелепипеда конденсируется на его центральную ось. В этом случае мы можем записать $\lambda = \sigma l^2$ и вышеприведенная формула примет вид

$$\overline{\Delta g} = \frac{f\sigma l^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} .$$

Выражая, как и ранее, все линейные величины в долях l, получим интерполяционную формулу

$$\frac{\overline{\Delta g}}{f\sigma l^2} = \bar{p} = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}. \tag{I. 9}$$

В процессе интерполяции использовалась не сама величина p, а разность между истинным и приближенным значением искомой функции $\Delta p = p - \bar{p}$. При этом, было обнаружено, что величина Δp меняется вполне закономерно, имея максимум в начале координат при положительных значениях аргумента, затем — пересечение оси z и минимум при отрицательных значениях с последующим асимптотическим приближением к оси абсцисс. В случае, когда основание параллелепипеда расположено в начале координат ($x = y = 0$), максимум и минимум этой кривой совпадают в точке $z = 0$, где значение функции $\Delta \bar{p}$ стремится к $-\infty$. На рис. 6 показано несколько типичных кривых Δp в функции от z, для параллелепипедов, разноудаленных от начала координат.

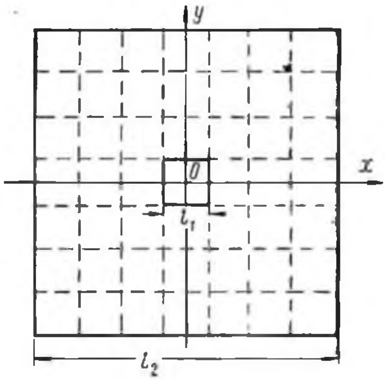


Рис. 7. Определение прямых гравитационных эффектов p при значениях относительных глубин $z > 3$.

Практически для определения табличных значений p вычислялись разности $\Delta p = p - \bar{p}$ (в тех точках, где были произведены прямые расчеты по формуле (I. 3), по которым визуально с помощью лекала строились кривые $\Delta p = \Delta p\ (z)$. С этих кривых для табличных значений аргумента z снимались затем разности Δp, по которым из соотношения $p = \bar{p} + \Delta p\ (z)$ и определялись искомые величины. Криволинейная графическая интерполяция разностей Δp позволяла выделять ошибки прямых расчетных значений функции величиной $2 \div 3 \cdot 10^{-5}$.

Фактическая детальность расчетов исходных значений функции p была непостоянной, уменьшаясь с ростом радиуса-вектора $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. При этом было обеспечено определение интерполированных табличных значений функции p с точностью 2—3 единицы пятого десятичного знака (по материалам контрольных вычислений).

Детальность расположения окончательного цифрового материала для всех трех таблиц была выбрана постоянной и равной 0,01.

Отдельно следует рассмотреть случай, когда горизонтальные размеры тела равны или меньше, чем глубина до его центра масс ($z \leqslant 3$). Для решения поставленной задачи было использовано соотношение между значениями функции p для малых и больших глубин (рис. 7).

Рассмотрим параллелепипед бесконечного простирания на глубину со стороной основания, равной L. Его влияние на некоторую точку (x, y, z) может быть вычислено либо непосредственно, либо как сумма влияний элементарных параллелепипедов со сторонами, равными $l < L$ (притом $N = L/l$ — целое число).

Соответствующие выражения гравитационного эффекта имеют вид:

$$\Delta g = f\sigma L p(x; y; z);$$

$$\Delta g = f\sigma l \sum p(Nx; Ny; Nz).$$

Отсюда

$$p(x, y, z) = 1/N \sum p(Nx; Ny; Nz).$$

Заменим функцию p в правой стороне последнего равенства на ее приближенное значение $\bar{p}$. Очевидно, что в нашем случае

$$\bar{p} = \frac{1}{N\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Поэтому мы можем записать

$$p(x, y, z) = \frac{1}{N^2} \sum \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \tag{I. 10}$$

где N^2 — число вертикальных вещественных линий, которые мы равномерно размещаем по объему нашего параллелепипеда.

Таким образом, для определения приближенного значения функции p при значениях аргумента $z > 3$ достаточно разделить подлежащий определению квадрат на N^2 квадратов меньшего размера; вычислить для центральных точек этих квадратов $\bar{p} = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ и осреднить полученные величины. Опыт показывает, что при $N = 4$ $(x = y = 0;\ z > 3)$ приближенное значение функции p в начало координат $(z > 3)$ отличается от истинного не более чем на 2—3 единицы пятого десятичного знака.

Применение таблиц

Таблицы прямых гравитационных эффектов могут быть использованы для решения как прямой (см. прилож. 1), так и обратной задачи [33].

В ы б о р м а с ш т а б н о й е д и н и ц ы. Размеры и число элементарных параллелепипедов, аппроксимирующих расчетное тело, выбираются с учетом максимальной экономии времени вычислений. Хотя с уменьшением l_0 возрастает точность расчета, практически достаточно положить $L/l_0 \leqslant 10$, где L — горизонтальные размеры расчетного геологического объекта. При этом ошибка вычисления (по сравнению с идеальным случаем, когда $l_0 \to 0$) будет систематической (хотя и непостоянной), в связи с чем ею обычно можно пренебречь. Опыт показывает, что величина этой ошибки в данном случае не превышает 2—4% от полного значения аномалии.

Вычисление аномалий силы тяжести для сложных структурных форм. Из вышеизложенного ясно, что таблицы позволяют рассчитывать гравитационное влияние ограниченных трехмерных масс. Практически же, имея дело с глубинной геологией, мы всегда сталкиваемся с непрерывным распределением этих масс. В связи с этим при решении той или иной конкретной задачи, мы всегда должны перед расчетом локализовать интересующую нас структуру, отделив ее от общего фона. Послед-

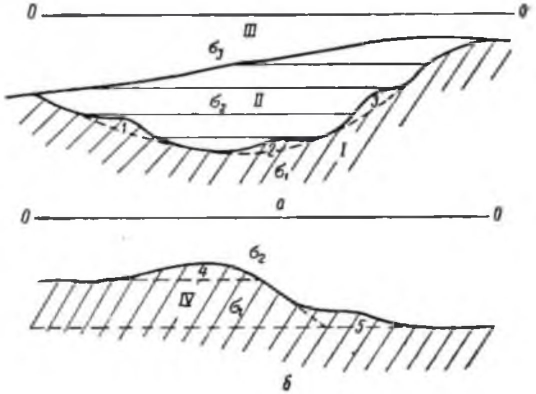


Рис. 8. Схема расчленения (локализации) объектов геологического разреза для поэтапного вычисления гравитационного влияния.

а — *I*, *II*, *III* — региональные объекты геологической ситуации; *1*, *2*, *3* — локальные структурные формы
б — *IV* — региональная наклонная ступень; *4*, *5* — локальные остаточные массы.

ний в случае необходимости, может быть рассчитан отдельно в последующий этап вычислений. Наиболее простым (хотя и не самым производительным) способом такого обособления является вычисление аномального влияния отдельных геологических пластов, при достаточно больших внешних размерах квадратной палетки. Последние при этом должны быть выбраны таким образом, чтобы остаточный эффект не превышал 2—3% от величины притяжения плоского слоя, мощность которого равна средней мощности расчетного геологического пласта.

Другим, более производительным, способом вычисления является раздельное определение гравитационного влияния геологических объектов различных размеров (рис. 8). Для геологического разреза, изображенного на рис. 8, *а*, сначала должны быть рассчитаны гравитационные влияния поднятий *1*, *2* и *3*, которые локализованы от мульды II пунктирной линией. Затем рассчитывается эффект (региональная составляющая) крупной мульды II. Аналогично для рис. 8, *б*, сначала рассчитывается влияние локальных объектов *1* и *2*, которое затем дополняется аналитическим эффектом наклонной ступени.

Расчет прямого гравитационного эффекта с использованием разностей Δp. В случае необходимости вычисление гравитационного влияния какого-либо геологического объекта может быть произведено непосредственно по форме оконтуривающих его стратоизогипс. Для этого необходимо просуммировать табличные разности Δp, соответствующие относи-

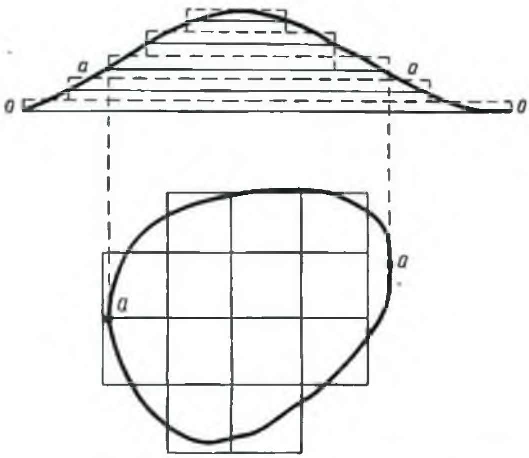


Рис. 9. Вычисление гравитационного влияния тел, заданных картой изоглубин по значениям Δp (см. прилож. 1).

а — а — контурные линии; *о — о* — начальная (наибольшая по площади) контурная линия.

тельной глубине каждой изолинии, по всем внутренним квадратам отдельных контуров (рис. 9). При этом для начального контура *о—о* берется только половина суммы. Полученные по каждому из контуров суммы складываются и результат умножается на относительное сечение горизонталей.

Произведение (после умножения на масштабный коэффициент $f\sigma l$) соответствует искомому аномальному эффекту. Знаки сумм градиентов для каждого отдельного контура определяются в зависимости от положения рассматриваемого контура (выше — плюс, ниже — минус) относительно начального (*о—о*).

Своеобразной модификацией изложенного способа является способ расчета гравитационного влияния тел с малыми вертикальными размерами, когда распределение объемных масс может быть уподоблено поверхностному распределению. В этом случае по контуру, очерчивающему структуру, суммируются не значения p для верхней или нижней границы тела, а соответствующие разности Δp, умноженные на относительные высоты элементарных параллелепипедов.

Определение вертикальных градиентов силы тяжести над модельными телами. Нетрудно видеть, что табличные разности приблизительно пропорциональны величинам вертикальных градиентов гравитационных влияний соответствующих параллелепипедов, причем коэффициентом пропорциональности в этом случае является шаг табулирования.

Для вычисления вертикального градиента силы тяжести (dg/dz) над каким-либо расчетным телом необходимо просуммировать значения табличных разностей, соответствующие верхней границе тела и вычесть из результата аналогичную сумму, полученную для нижней границы.

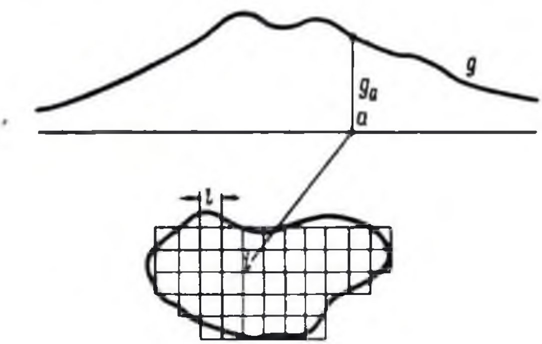


Рис. 10. Решение обратной задачи гравиразведки при помощи таблиц прямых гравитационных эффектов.

Разность, поделенная на шаг табулирования (все значения p в этом случае пересчитываются на один и тот же шаг) и умноженная на масштабный коэффициент $k = f\sigma l$, дает нам искомую величину вертикального градиента, выраженную в этвешах.

Решение обратной задачи гравиразведки. С помощью полного комплекта таблиц прямых гравитационных эффектов [33] может быть решена и обратная задача гравиметрии, в том виде, как это было предложено в 1955 г. К. Е. Веселовым.

Если на дневной поверхности задано поле силы тяжести, а также известны размеры и форма возмущающих масс, то может быть однозначно определено распределение плотности внутри гравитирующего тела. Для решения поставленной задачи известный объем, заключающий возмущающие массы, разбивается на ряд кубических элементарных тел (рис. 10).

Гравитационное влияние i-го элементарного кубика на точку a может быть определено из таблиц по формуле

$$\delta g_i = fl\sigma_i (p_{i1} - p_{i2}) = fl\sigma_i \Delta p_i$$

Суммарный гравитационный эффект в той же точке составляет

$$g_a = fl \sum \sigma_i \Delta p_i = fl\,(\Delta p_1 \sigma_1 + \Delta p_2 \sigma_2 + \ldots + \Delta p_n \sigma_n). \qquad (\text{I. } 11)$$

Очевидно, что мы всегда можем составить достаточное число выражений вида (I. 11) для различных значений g_a, являющихся линейными уравнениями относительно неизвестных σ_i. Если число уравнений больше, чем число неизвестных (а это всегда достижимо), то, решая эту избыточную систему способом наименьших квадратов, мы можем получить наиболее вероятные значения искомых плотностей, относя последние к центральным точкам соответствующих кубов.

Пример применения таблиц

В качестве иллюстрации к применению таблиц рассмотрим пример расчета гравитационного влияния тела, аномальный эффект которого выражается аналитически. В качестве модельной массы был выбран эллипсоид вращения, наклоненный к горизонту под углом 15°. Полуоси эллипсоида равнялись $a = 5$ *км* и $c = 1$ *км* при глубине залегания центра $z = 3$ *км* и плотности $\sigma = 1$ *г/см*^{3}.

Теоретические значения силы тяжести были вычислены вдоль прямой, проходящей над центром эллипсоида в плоскости макси-

Таблица 1

Абсцисса точки, *км*	Δg_a (теоретические) *мгл*	$\Delta g_т$ (табличные), *мгл*	$\delta = \Delta_т - \Delta g_a$, *мгл*	$S = \frac{\delta}{\Delta g_a} \cdot 100\%$	S^2
20	0,25	0,25	0,00	0,00	0,00
18	0,35	0,35	0,00	0,00	0,00
16	0,48	0,47	—0,01	—2,08	4,33
14	0,73	0,74	0,01	1,35	1,82
12	1,09	1,18	0,09	8,26	68,23
10	2,01	2,07	0,06	2,98	8,88
8	4,00	4,18	0,18	4,50	20,25
6	9,75	10,34	0,59	6,05	36,60
4	24,26	23,83	0,43	—1,77	3,13
2	34,20	35,16	0,96	2,81	7,90
0	33,08	34,21	1,17	3,54	12,53
—2	25,52	25,56	0,04	0,17	0,03
—4	15,74	15,71	—0,03	—0,19	0,04
—6	8,22	8,40	0,18	2,19	4,80
—8	4,10	4,33	0,23	5,61	31,47
—10	2,24	2,32	0,08	3,57	12,74
—12	1,30	1,32	0,02	1,54	2,37
—14	0,82	0,85	0,03	3,66	13,40
—16	0,55	0,56	0,01	1,82	3,36
—18	0,40	0,39	—0,01	—2,50	6,25
—20	0,27	0,29	0,02	7,41	54,91
					$\sum S^2 = 293{,}04$

мального наклона. Вычисления производились через интервалы, равные 2 *км*, по известной формуле [42, 43].

При модельных расчетах был использован полный комплект таблиц прямых гравитационных эффектов [33], причем значение l было принято постоянным и равным 2 *км*. Глубины до верхней и нижней поверхностей соответствующих элементарных параллелепипедов

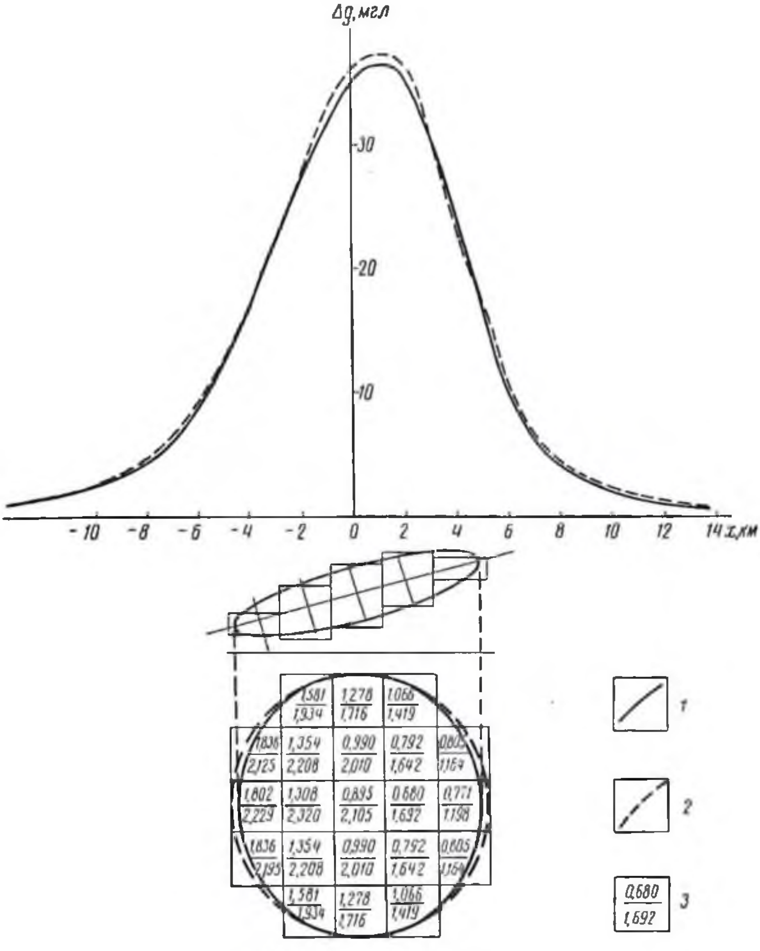


Рис. 11. Пример расчета гравитационного поля наклонного эллипсоида вращения с помощью таблиц прямых эффектов.

1 — кривая аномалии силы тяжести, вычисленная по аналитической формуле; 2 — кривая аномалии силы тяжести, вычисленная с помощью таблиц; 3 — относительные глубины до основания элементарных параллелепипедов.

определялись из уравнения поверхности эллипсоида путем осреднения по пяти точкам каждого квадрата.

В результате этого эллипсоид был довольно грубо аппроксимирован ступенчатым телом, гравитационное влияние которого было подсчитано с помощью таблиц (рис. 11).

В табл. 1 дано сравнение значений аномалий силы тяжести над эллипсоидом, вычисленных различными методами.

Заметим, что точность вычислений с таблицами нельзя оценивать по величинам непосредственных расхождений приближенных и теоретических величин. Последнее связано с тем, что ошибка расчета не является случайной, увеличиваясь по направлению к началу отсчета. Этот факт объясняется тем, что именно в начальной точке модель эллипсоида находится ближе всего к точке расчета и, следовательно, именно здесь сильнее всего сказывается несоответствие модели оригиналу. С другой стороны аномалия увеличивается в том же направлении. Это позволяет нам (правда, с некоторой натяжкой) выбрать в качестве меры погрешности расчетного (модельного) поля отношение абсолютной величины расхождения к значению аномалии в той же точке. При этом средняя квадратическая ошибка (в процентах к результату расчета) составит

$$E = \pm \sqrt{\frac{\sum S^2}{n}} = \pm \sqrt{\frac{293 \cdot 04}{21}} = \pm 3{,}63\%.$$

Понятно, что с увеличением числа элементарных параллелепипедов, которыми аппроксимируется подлежащее расчету тело, ошибка вычисления будет уменьшаться. Однако, по нашему мнению, приведенная величина погрешности заведомо удовлетворяет всем требованиям, которые могут быть поставлены перед прямыми расчетами гравитационных полей.

Интересно отметить, что указанное выше несоответствие аналитических и приближенных значений аномалий (табл. 1), по-видимому, в значительной степени объясняется несоответствием масс модельного тела и оригинала, которые в нашем случае составляют соответственно $106{,}06 \cdot 10^{15}$ *г* и $104{,}72 \cdot 10^{15}$ *г*.

Поскольку работа с таблицами довольно однообразна и сводится исключительно к операциям сложения и вычитания, целесообразно использовать для этого суммирующие записывающие машины.

§ 2. НОМОГРАММЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ВЛИЯНИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПЛАСТОВ ПО СЕРИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РАЗРЕЗОВ

В рассмотренном выше способе решения прямой задачи гравиразведки исходная геологическая информация о глубинах служит для последующего определения слагаемых гравитационного эффекта из специальных таблиц, что, естественно, уменьшает скорость вычислений. В то же время, широко используемые в гравиразведочной практике способы решения прямой задачи для двухмерных масс

[40, 42] в значительной степени свободны от указанного ограничения и позволяют вычислять искомый гравитационный эффект непосредственно по геологическому разрезу.

Метод решения прямой задачи гравиразведки по серии параллельных геологических разрезов, разработанный автором, позволяет определять отдельные слагаемые гравитационного эффекта путем совмещения разреза с системой шкал, минуя табличный этап вычислений. При этом влияния различных геологических горизонтов вычисляются одновременно.

Теоретические основы метода

Известно, что гравитационное влияние любого объемного тела на начало координат (в системе Декарта) определяется следующей интегральной зависимостью [40, 42]:

$$g(z_1, z_2) = f\sigma \iint_S \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z_2^2}}\, dx\, dy, \qquad (\text{I. } 12)$$

где z_1 и z_2 — верхняя и нижняя отметка тела в точке (x, y); S — контур интегрирования (контур тела) в плоскости XY.

Полагая $z_1 = 0$; $z_2 = z(x, y)$, запишем

$$g(z) = f\sigma \iint_S \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2(x, y)}} \right) dx\, dy. \qquad (\text{I. } 13)$$

Очевидно, $g(z)$ выражает влияние пластообразного тела, с горизонтальной верхней границей на поверхности и с произвольной нижней границей $z = z(x, y)$. При этом аномальное влияние произвольного объемного тела выразится соотношением

$$g(z_1 - z_2) = g(z_1) - g(z_2). \qquad (\text{I. } 14)$$

Рассмотрим возможность приближенного интегрирования выражения (I. 13). Последнее может быть записано в виде

$$g(z) = f\sigma \int_{y_1}^{y_n} F(y, z)\, dy, \qquad (\text{I. } 15)$$

где

$$F(y_i, z) = \int_{x_1}^{x_n} \varphi(x, y_i, z)\, dx;$$

$$\varphi(x, y_i, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y_i^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+y_i^2+z^2(x, y_i)}}.$$

Задаваясь серией фиксированных значений y_i и используя ту или иную формулу приближенной квадратуры, можно получить ряд аналитических выражений $F(y_i, z)$, в виде

$$F(y_i, z) = a_{1i}\varphi(x_1, y_i, z) + a_{2i}\varphi(x_2, y_i, z) + \ldots + a_{ni}\varphi(x_n, y_i, z). \quad (\text{I. } 16)$$

Аналогичным образом, подставляя последнее выражение в формулу (I. 16) и производя приближенное интегрирование, получим

$$g(z) \approx A_1 F(y_1, z) + A_2 F(y_2, z) + \ldots + A_n F(y_n, z). \qquad (I.17)$$

Каждое слагаемое суммы (I. 17) может быть реализовано в виде отдельной номограммы, уравнение которой имеет вид

$$\delta g_i = A_i F(y_i, z) = B_{1i}\varphi(x_1, y_i, z) + B_{2i}\varphi(x_2, y_i, z) + \ldots + B_{ni}\varphi(x_n, y_i, z), \qquad (I.18)$$

где $B_{ji} = a_j A_i$.

Отдельная номограмма δg_i представляет собой горизонтальную ось ($\pm x$) с узлами, расположенными в точках $\pm x_j$. В каждом узле x_j перпендикулярно оси x строится шкала $dg_{ji} = B_{ji}\varphi(x_j;\ y_i;\ z)$, на которой в функции глубины z выписываются элементарные значения гравитационного влияния dg_{ji}.

Имея серию разрезов геологических границ для каждой номограммы, можно подсчитать ряд значений $\delta g_j = \sum\limits_{j=0}^{+n} dg_{ji}$. Сумма последних $g = \sum\limits_{i=0}^{+n} \delta g_i$ даст нам приближенную величину искомого гравитационного влияния пластообразного тела, верхняя граница которого совпадает с плоскостью x, y, а нижняя описывается функцией $z = z(x, y)$.

При увеличении всех линейных параметров суммы (I. 17) в n раз, значение $g(z)$ также увеличится в n раз. Действительно, n-кратное увеличение интервала интегрирования по оси x увеличит коэффициенты a в n раз. Аналогичный результат получим с коэффициентом A при увеличении интервала интегрирования по оси y. В результате этого, коэффициенты B увеличатся в n^2 раз. В то же время значения функции $\varphi(x, y, z)$ уменьшатся всего в n раз (в результате возрастания ее аргументов). Отсюда становится ясным, что предлагаемые номограммы допускают произвольное изменение масштабной единицы, при условии введения в результативное значение $g(z)$ соответствующего масштабного множителя. Иными словами, уменьшение масштаба номограмм (увеличение размеров гравитирующих тел) в n раз требует такого же увеличения результативного значения $g(z)$.

Рассмотренная схема решения прямой задачи гравиразведки была бы идеальной, если бы не одно существенное математическое затруднение. Дело в том, что первый член выражения $\varphi(x, y_i, z)$, равный $1/\sqrt{x^2 + y^2}$, в начале координат ($x = y = 0$) имеет особенность, стремясь к бесконечности по гиперболическому закону $1/\varepsilon$ ($\varepsilon \to \infty$). Поэтому выражение $1/\sqrt{x^2 + y^2}$ не может участвовать в каких-либо конечных (приближенных) математических операциях в непосредственной близости от начала координат.

Однако существует простой и изящный метод, позволяющий оставить без существенных изменений, построенную нами схему приближенного решения прямой задачи. Сущность этого метода может быть показана на примере решения задачи вычисления поправки за гравитационное влияние рельефа. В этом случае, мы

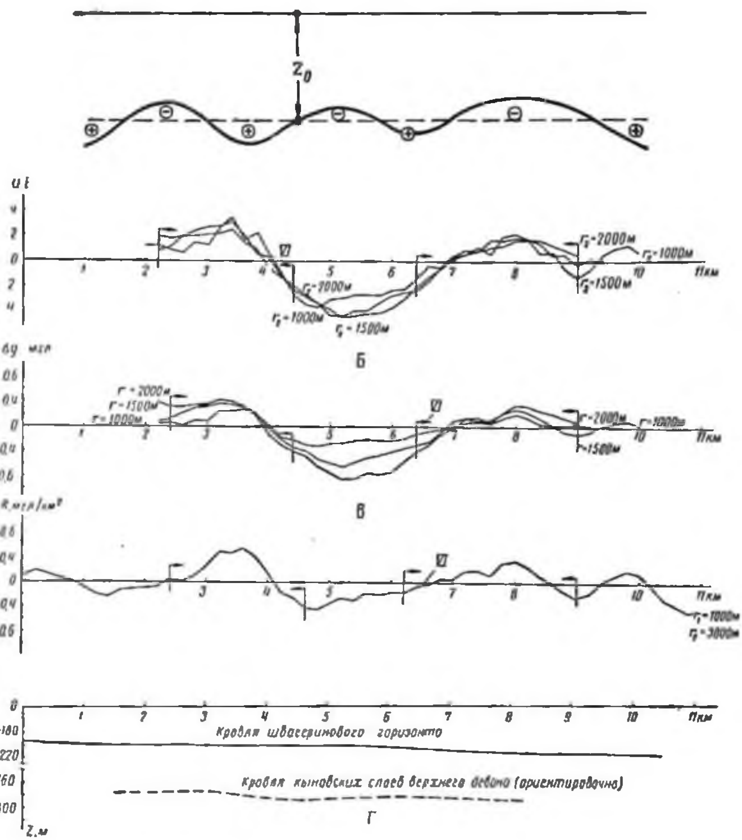


Рис. 12. Определение гравитационного влияния неограниченного геологического пласта при помощи номограмм.

также имеем дело с приближенным раскрытием интеграла притяжения.

Однако математическая особенность в начале координат здесь автоматически исключается в связи с тем, что ядро интеграла в этой точке тождественно равно нулю. Последнее объясняется, как это нетрудно видеть, отсутствием превышения ($H = 0$) в центральном пункте палетки. Эта органическая особенность интеграла поправки может быть использована и в общем случае решения прямой задачи, если вычислять влияние не самих аномальных масс, а их избытка (или недостатка) по отношению к некоторому телу.

При этом отметки (глубины) расчетного и вспомогательного тела в начале координат должны совпадать. В связи с тем, что рассматриваемый метод решения прямой задачи предполагается реализовать для расчета гравитационного влияния геологических пластов, верхняя граница которых совпадает с плоскостью $xy0$, наиболее простым и удобным вариантом вспомогательного тела будет бесконечный плоский слой (рис. 12).

На рисунке видно, что кровля вспомогательного плоского слоя совпадает с расчетной плоскостью $xy0$, а его мощность z_0 равна глубине до расчетного контакта в начале координат (точка О).

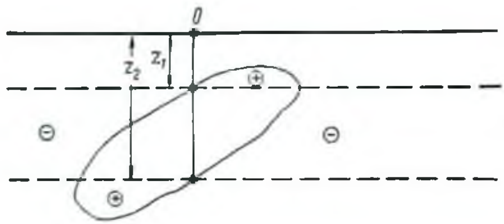


Рис. 13. Определение гравитационного влияния ограниченного геологического тела при помощи номограмм.

В соответствии с предложенным способом исключения особенности ядра интеграла при $x = y = 0$, вычисляется гравитационное влияние недостатка плоского слоя (со знаком минус) и избытка расчетного тела (со знаком плюс). Нетрудно видеть, что в этом случае ядро интеграла $\Delta\varphi = \varphi\,(0,\,0,\,z_0) - \varphi\,(0,\,0,\,z_0)$ тождественно равно нулю.

После вычисления суммарного аномального эффекта избыточных и недостаточных масс по всей серии номограмм и введения необходимых поправок за бесконечно удаленные массы, результат прибавляется (со своим знаком) к значению гравитационного влияния плоского слоя. Полученная, таким образом, сумма и является окончательным результатом расчета (гравитационный эффект заданного геологического слоя).

Аналогичным образом может быть рассчитано аномальное влияние геометрически ограниченной массы (рис. 13).

В этом случае в точке расчета опускается перпендикуляр и через места его пересечения с контуром тела проводится плоский слой. Как и прежде, рассчитывают влияние остатка плоского слоя (со знаком минус) и избытка тела (со знаком плюс). При этом гравитационный эффект части тела, находящейся внутри плоского слоя, не считается вообще. Сумма избыточного и недостаточного влияния, с одной стороны, и влияния плоского слоя с другой, дает в результате искомый гравитационный эффект расчетного тела.

Построение квадратурных формул

При построении приближенных формул для интегрирования эмпирических данных необходимо выбрать такой метод аппроксимации последних, который в минимальной степени искажал бы исходный материал.

В геофизической практике преобладающее развитие получили степенные способы аппроксимации, хотя известно, что применение этих способов не гарантирует от ошибок (иногда весьма значительных), не говоря уже о том, что далеко не все классы функций удовлетворяют условиям сходимости степенного ряда. Существенно также и то, что степенные аппроксимации совершенно не обладают сглаживающими свойствами, вследствие чего даже незначительные ошибки в исходных данных могут привести к значительным погрешностям. Последнее особенно сказывается при интегральных преобразованиях. Одним из наиболее точных методов аппроксимации эмпирических данных является аппроксимация тригонометрическим интерполяционным многочленом (усеченный ряд Фурье), который дает наименьшую среднюю квадратическую ошибку. При этом случайные погрешности исходного материала существенным образом сглаживаются. При интегрировании погрешности исходного материала вместе с так называемыми биениями Гиббса, уменьшаются еще в более значительной степени, за счет наложения уклонений противоположных знаков [19].

Рассмотрим интерполяционный ряд синусов [19]. Одновременно наложим на исходную функцию краевые условия о равенстве ее нулю в начале и на конце интервала аппроксимации. В этом случае коэффициенты ряда (амплитуды гармоник) убывают со скоростью пропорциональной третьей степени от порядка гармоники. При этом

$$f(x) = b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \ldots + b_{n-1} \sin (n-1) x;$$

$$b_к = \frac{2}{n} \sum_{\alpha=1}^{n-1} f_\alpha (x) \sin k\alpha \frac{\pi}{n}, \qquad (1.19)$$

где m — число заданных аппроксимирующих функций (синусов); n — число имеющихся исходных данных (без f_0).
В формуле (I. 19) $m < n$ (в нашем случае $m = n - 1$).

При построении тригонометрического аппроксимирующего многочлена линейный интервал $0 - \pi$ нормируется к фактическому интервалу $0 - L$. Для обеспечения краевых условий взамен заданной строится новая функция

$$h(\varrho) = f(\varrho) - (\alpha + \beta\varrho),$$

где

$$\alpha = f(0); \quad \beta = \frac{1}{L} [f(L) - f(0)]$$

и

$$x = \frac{\pi}{L} \varrho;$$

ϱ — независимая переменная реального интервала.

Таким образом, достигается равенство нулю аппроксимируемой функции в начале и конце интервала. После аппроксимации к полученному тригонометрическому многочлену прибавляется линейный двучлен ($\alpha + \beta\varrho$), чем и завершается процесс аппроксимации.

Рассмотрим в качестве примера в общем виде аппроксимацию функции на интервале в четыре шага.

Пусть нам задано пять абсцисс ϱ

$$a;\ a+\Delta;\ a+2\Delta;\ a+3\Delta;\ a+4\Delta,$$

где Δ — шаг аппроксимации; $L = 4\Delta$ — интервал аппроксимации.

Для выполнения краевых условий строим функцию

$$h(\varrho) = f(\varrho) - (\alpha + \beta\varrho'),$$

где

$$\alpha = f(a);\ \beta = \frac{f(a+4\Delta) - f(a)}{4\Delta};$$

$$\varrho' = \varrho - a.$$

Отсюда

$$h(\varrho) = f(\varrho) - \frac{1}{4\Delta}(a+4\Delta-\varrho)\ f(a) - \frac{1}{4\Delta}(\varrho - a) f(a+4\Delta).$$

Заданные значения функции $h(\varrho)$ в связи с этим принимают вид

$$h_0(a) = 0; \quad h_1(a+\Delta) = f\left(a+\Delta - \frac{3}{4} f(a) - \frac{1}{4}(a+4\Delta);\right.$$

$$h_2(a+2\Delta) = f(a+2\Delta) - \frac{1}{2} f(a) - \frac{1}{2} f(a+4\Delta); \qquad (I.20)$$

$$h_3(a+3\Delta) = f(a) + 3\Delta - \frac{1}{4} f(a) - \frac{3}{4} f(a+4\Delta);\ h_4(a+4\Delta) = 0.$$

Определяем коэффициенты ряда

$$b_\alpha = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{3} h_\alpha \sin \alpha \frac{\pi}{4};$$

$$b_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} h_1 + h_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} h_3\right); \quad b_2 = \frac{1}{2}(h_1 - h_3);$$

$$b_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} h_1 - h_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} h_3\right). \qquad (I.21)$$

Запишем аппроксимальный многочлен

$$h(\varrho) = b_1 \sin\frac{\pi}{4\Delta}(\varrho - a) + b_2 \sin\frac{\pi}{2\Delta}(\varrho - a) + b_3 \sin\frac{3\pi}{4\Delta}(\varrho - a).$$

Отсюда

$$f(\varrho) = h(\varrho) + \frac{1}{4\Delta}(a+4\Delta-\varrho) f(a) + \frac{1}{4\Delta}(\varrho - a) f(a+4\Delta).$$

Находим интеграл

$$J = \int_a^{a+4\Delta} f(\varrho)\,d\varrho = \Big| _a^{a+4\Delta} -b_1 \frac{4\Delta}{\pi} \cos \frac{\pi}{4\Delta} (\varrho - a) - b_2 \frac{2\Delta}{\pi} (\varrho - a) -$$

$$- b_3 \frac{4\Delta}{3\pi} \cos \frac{3\pi}{4\Delta} (\varrho - a) \Big| + \frac{\varrho}{4\Delta} [(a+4\Delta) f(a) - af(a+4\Delta)] -$$

$$- \frac{\varrho^2}{8\Delta} [f(a) - f(a+4\Delta)].$$

Раскрывая подстановку и заменяя b_i и h_i их значениями из выражения (I. 20) и (I. 21) после простых, но громоздких операций, окончательно получаем

$$J = 2\Delta \left\{ \left[1 - \frac{4}{3\pi} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right) \right] f(a) + \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2}}{\pi} f(a+\Delta) + \frac{4}{3\pi} f(a+2\Delta) + \right.$$

$$\left. + \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2}}{\pi} f(a+3\Delta) + \left[1 - \frac{4}{3\pi} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right) \right] f(a+4\Delta) \right\} \quad \text{(I. 22)}$$

или, вводя численные значения,

$$J = 2\Delta [0{,}187583\, f(a) + 0{,}600211\, f(a+\Delta) + 0{,}424413\, f(a+2\Delta) +$$

$$+ 0{,}600211\, f(a+3\Delta) + 0{,}187583\, f(a+4\Delta)]. \quad \text{(I. 23)}$$

Проверка полученной формулы на параболических многочленах высоких порядков показала ее хорошую точность, которая варьирует в пределах от 0,3 до 0,4%.

Основные уравнения и методика построения номограмм

Прежде чем перейти к построению основных уравнений рассматриваемого метода, остановимся коротко на вопросе о детальности конструируемых номограмм. В каждом конкретном случае масштаб должен выбираться таким образом, чтобы густота расположения отсчетных шкал, с одной стороны, и размеры гравитирующих объектов, с другой стороны, находились в соответствии с теоремой Котельникова [12]. Согласно этой теореме для полного представления функции с ограниченным спектром, отсчеты должны браться не реже чем через половину наименьшего (граничного) периода, равного в нашем случае размерам тех или иных морфологических деталей геологического разреза.

По той же причине, размеры интервала интегрирования применительно к рассматриваемой задаче не имеют принципиального значения. Если принять за основную (исходную) масштабную единицу отрезок $\Delta l = 1$ *км*, то при горизонтальных размерах гравитирующего объекта, равных 2—4 *км*, гравитационное влияние последнего, на расстоянии 10—12 *км* от начала координат будет составлять не более 1—3% от максимального (при средней глубине залегания —

1—2 *км*). Исходя из этих соображений, горизонтальный размер номограмм был выбран равным 24 основным единицам (от —12 до +12 *км*), при вертикальной мощности в 2 единицы (0 — 2 *км*).

При построении квадратурных формул по обеим полуосям координатной сетки было установлено следующее размещение узлов (в основных единицах):

$$0 \div \pm 1 \div \pm 2 \div \pm 3 \div \pm 4 \div \pm 6 \div \pm 8 \div \pm 10 \div \pm 12.$$

В результате были построены следующие формулы квадратур по полуоси x:

1. Узлы $y_i = 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4.$

Используем формулу (I. 23) при $\Delta_1 = 1$ *км* (на интервале от $x = 0$ до $x = 4$) и $\Delta_2 = 2$ *км* (на интервале от $x = 4$ до $x = 12$). Окончательное выражение имеет следующий вид:

$$J_1(0-12) = 0{,}37517\, f(x=0) + 1{,}20042\, f(x=1) + 0{,}84883\, f(x=2) + \\ + 1{,}20042\, f(x=3) + 1{,}12550\, f(x=4) + 2{,}40084\, f(x=6) + \\ + 1{,}69765\, f(x=8) + 2{,}40084\, f(x=10) + 0{,}75033\, f(x=12). \qquad (I.\,24)$$

Для исключения особенности ядра $f\,(x;\ y;\ z;)$ в начале координат квадратурная формула для узла $y_i = 0$ не содержит члена с $f\,(x = 0)$, а начинается непосредственно с $x = 1$.

2. Узлы $y_i = 6;\ 8;\ 10;\ 12.$

Использована вновь построенная 6-интервальная строка, при $\Delta = 2$ *км*. Окончательное выражение имеет следующий вид:

$$J_2(0-12) = 0{,}75556\, f(x=0) + 2{,}37672\, f(x=2) + 1{,}76426\, f(x=4) + \\ + 2{,}20694\, f(x=6) + 1{,}76426\, f(x=8) + 2{,}37672\, f(x=10) + \\ + 0{,}75556\, f(x=12). \qquad (I.\,25)$$

Для интегрирования по оси y используется формула (I.24):

$$\dot{J} = 0{,}37517\, J_1(y=0) + 1{,}20042\, J_1(y=1) + 0{,}84883\, J_1(y=2) + \\ + 1{,}20042\, J_1(y=3) + 1{,}12550\, J_1(y=4) + 2{,}40084\, J_1(y=6) + \\ + 1{,}69765\, J_1(y=8) + 2{,}40084\, J_1(y=10) + 0{,}75033\, J_1(y=12). \qquad (I.\,26)$$

Узловая сеть отсчетных пунктов имеет вид, изображенный на рис. 14. Очевидно, что квадратурная формула (I. 26) охватывает только один квадрант расчетной площади. В связи с этим, выражение для искомого гравитационного эффекта будет иметь следующий вид:

$$g = f\sigma\, [\dot{J}_+(0,\ +12) + \dot{J}_-(0,\ +12) + \dot{J}_+(0,\ -12) + \dot{J}_-(0,\ -12), \qquad (I.\,27)$$

где $J^{\cdot}_{+}(0, +12)$ — интеграл по правому верхнему квадранту

$J^{\cdot}_{-}(0, +12)$ — » по левому » »
$J^{\cdot}_{+}(0, -12)$ — » по правому нижнему »
$J^{\cdot}_{-}(0, -12)$ — » по левому » »

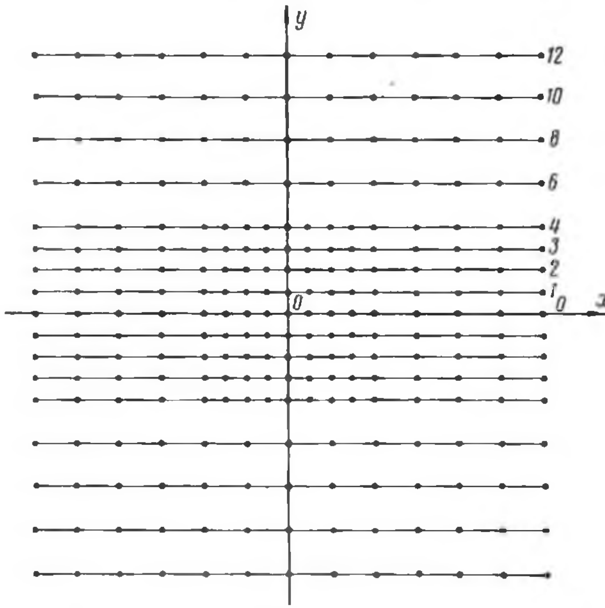


Рис. 14. Узловая сеть отсчетных пунктов при решении прямой задачи гравиразведки с помощью номограммы.

Принимая, что масштабная единица узловой сети отсчетных пунктов (рис. 15) равна 1 *км* и все линейные величины ядра $\varphi(x;\ y;\ z)$ выражены также в километрах (при $\sigma = 1\ г/см^3$):

$$g(z) = 6{,}67 \sum J_{\pm}(0,\ \pm 12). \qquad (I.\ 28)$$

Раскрывая далее выражение (I.27) и учитывая необходимость удвоения коэффициентов при переходе через нуль по обеим координатным осям, запишем систему основных уравнений рассматриваемого способа:

$$\delta g_0 (y=0) = 6{,}00782\, \varphi (1, 0, z) + 4{,}24815\, \varphi (2, 0; z) + 6{,}00782\, \varphi (3, 0, z) + \\ + 5{,}63292\, \varphi (4, 0, z) + 12{,}01565\, \varphi (6, 0, z) + 8{,}49630\, \varphi (8, 0, z) + \\ + 12{,}01565\, \varphi (10, 0, z) + 3{,}75528\, \varphi (12, 0, z);$$

$$\delta g_1 (y=1) = 6{,}00782\, \varphi (0, 1, z) + 9.61152\, \varphi (1, 1, z) +$$

$$+6{,}79633\,\varphi(2,1,z)+9{,}61152\,\varphi(3,1,z)+9{,}01173\,\varphi(4,1,z)+$$
$$+19{,}22305\cdot\varphi(6,1,z)+13{,}59265\,\varphi(8,1,z)+19{,}22305\,\varphi(10,1,z)+$$
$$+6{,}00782\,(12,1,z);$$
$$\delta g_2(y=2)=4{,}24815\,\varphi(0,2,z)+6{,}79633\,\varphi(1,2,z)+$$
$$+4{,}80570\cdot\varphi(2,2,z)+6{,}79633\,\varphi(3,2,z)+6{,}37222\,\varphi(4,2,z)+$$
$$+13{,}59266\cdot\varphi(6,2,z)+9{,}61141\,\varphi(8,2,z)+$$
$$+13{,}59266\,\varphi(10,2,z)+4{,}24815\,\varphi(12,2,z);$$
$$\delta g_3(y=3)=6{,}00782\,\varphi(0,3,z)+9{,}61152\,\varphi(1,3,z)+$$
$$+6{,}79633\,\varphi(2,3,z)+9{,}61152\,\varphi(3,3,z)+$$
$$+9{,}01173\cdot\varphi(4,3,z)+19{,}22305\,\varphi(6,3,z)+13{,}59266\,\varphi(8,3,z)+$$
$$+19{,}22305\,\varphi(10,3,z)+6{,}00782\,\varphi(12,3,z);$$
$$\delta g_4(y=4)=5{,}63292\,\varphi(0,4,z)+9{,}01173\,\varphi(1,4,z)+$$
$$+6{,}37222\,\varphi(2,4,z)+9{,}01173\,\varphi(3,4,z)+8{,}44938\,\varphi(4,4,z)+$$
$$+18{,}02347\,\varphi(6,4,z)+12{,}74444\,\varphi(8,4,z)+$$
$$+18{,}02347\,\varphi(10,4,z)+5{,}63292\,\varphi(12,4,z);$$
$$\delta g_6(y=6)=24{,}19847\,\varphi(0,6,z)+38{,}05984\,\varphi(2,6,z)+$$
$$+28{,}25215\,\varphi(4,6,z)+35{,}34105\,\varphi(6,6,z)+28{,}25215\,\varphi(8,6,z)+$$
$$+38{,}05984\,\varphi(10,6,z)+12{,}09924\,\varphi(12,6,z);$$
$$\delta g_8(y=8)=17{,}11080\,\varphi(0,8,z)+26{,}91222\,\varphi(2,8,z)+$$
$$+19{,}97718\,\varphi(4,8,z)+24{,}97986\,\varphi(6,8,z)+19{,}97718\,\varphi(8,8,z)+$$
$$+26{,}91222\,\varphi(10,8,z)+8{,}55540\,\varphi(12,8,z);$$
$$\delta g_{10}(y=10)=24{,}19847\,\varphi(0,10,z)+38{,}05984\,\varphi(2,10,z)+$$
$$+28{,}25215\,\varphi(4,10,z)+35{,}34105\,\varphi(6,10,z)+28{,}25215\,\varphi(8,10,z)+$$
$$+38{,}05984\,\varphi(10,10,z)+12{,}09924\,\varphi(12,10,z);$$
$$\delta g_{12}(y=12)=7{,}56281\,\varphi(0,12,z)+11{,}89494\,\varphi(2,12,z)+$$
$$+8{,}82972\,\varphi(4,12,z)+11{,}04523\,\varphi(6,12,z)+8{,}82972\,\varphi(8,12,z)+$$
$$+11{,}89494\,\varphi(10,12,z)+3{,}78140\,\varphi(12,12,z). \qquad (\mathrm{I}.\ 29)$$

Приведенная система уравнений симметрична относительно точки $x = 0$ и является основной для построения номографических шкал на обеих полуосях $\pm x$. Рассмотрим уравнения шкал.

Отдельное слагаемое произвольного уравнения системы (I. 29) имеет вид

$$dg_{ji}=B_{ji}\varphi(x_j,y_i,z)=B_{ji}\left(\frac{1}{\sqrt{x_j^2+y_i^2}}-\frac{1}{\sqrt{x_j^2+y_i^2+z^2}}\right).$$

Произведя несложные алгебраические операции, запишем уравнение номографической шкалы (номограмма $y = y_i$; узел $x = x_j$):

$$z = \left\{\left[\left(\frac{dg}{B_{ji}}\right)^2 - \frac{2}{\sqrt{x_j^2+y_i^2}}\frac{dg}{B_{ji}} + \frac{1}{x_j^2+y_i^2}\right]^{-1} - (x_j^2+y_i^2)\right\}^{1/2}. \quad (I.\ 30)$$

Полученное уравнение позволяет, задаваясь величиной элементарного влияния dg, определить отметку z, соответствующую этому влиянию на номографической шкале глубин. Очевидно, что для каждой шкалы $z = z(x, y, B, dg)$ имеется некоторое предельное значение аргумента dg, при котором $z \to \infty$. Понятно, что для величин $dg > dg_{\max}\dfrac{B_{ji}}{\sqrt{x_j^2+y_i^2}}$ выражение (I. 30) теряет физический смысл.

Мы уже не раз отмечали, что принципиальной особенностью рассматриваемого способа решения прямой задачи гравиразведки является вычисление не самого искомого гравитационного эффекта, а его избытка или недостатка по отношению к вспомогательному телу, которым является плоский горизонтальный слой, бесконечно простирающийся по обеим осям. В связи с этим возникает необходимость введения специальных поправок за влияние удаленных масс, расположенных на интервале от внешнего предела интегрирования и до бесконечности $(\pm 12 \div \pm\infty)$.

Рассмотрим выражение для расчета этого влияния при интегрировании по оси x. В этом случае

$$\delta g_{x\to\infty}(y=y_i) = f\sigma A_i\int\limits_a^\infty\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y_i^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+y_i^2+z^2}}\right)dx.$$

Раскрывая интеграл, при $z = \mathrm{const}$, находим

$$\delta g_{x\infty}(y=y_i) = f\sigma A_i \ln\frac{a+\sqrt{a^2+y_i^2+z^2}}{a+\sqrt{a^2+y_i^2}}. \quad (I.\ 31)$$

Подставляя в формулу $a = 12$, окончательно получаем

$$\delta g_{x\infty}(y=y_i) = f\sigma A_i \ln\frac{12+\sqrt{12^2+y_i^2+z^2}}{12+\sqrt{12^2+y_i^2}}. \quad (I.\ 32)$$

В табл. 2 приводятся значения множителя $f\sigma A_i$, при $\sigma = 1$ *г/см*^{3}. При этом величины A_i взяты из формулы (I. 26).

Очевидно, что значения поправки $\delta g_{x\infty}$ должны быть вынесены на оба края каждой номограммы в виде отдельных шкал.

В заключение рассмотрим выражение поправки за бесконечно удаленные массы при интегрировании по оси y. Очевидно, что искомое выражение эквивалентно формуле гравитационного влияния вертикального уступа, верхняя грань которого совпадает с

Таблица 2

y_i	$f \cdot A_i$
0	$2 \cdot 6{,}67 \cdot 0{,}37517 = 5{,}00477$
1	$6{,}67 \cdot 1{,}20042 = 8{,}00680$
2	$6{,}67 \cdot 0{,}84882 = 5{,}66163$
3	$6{,}67 \cdot 1{,}20042 = 8{,}00680$
4	$6{,}67 \cdot 1{,}12551 = 7{,}50715$
6	$6{,}67 \cdot 2{,}40084 = 16{,}01360$
8	$6{,}67 \cdot 1{,}69764 = 11{,}32326$
10	$6{,}67 \cdot 2{,}40084 = 16{,}01360$
12	$6{,}67 \cdot 0{,}75034 = 5{,}00477$

Примечание. Коэффициенты fA_i рассчитаны в предположении, что все линейные величины выражены в километрах.

плоскостью $(xy0)$. При $\sigma = 1$ *г/см*^{3} и удалении конечной стороны уступа от начала координат на 12 *км* значение поправки определяется зависимостью [40, 42]

$$\delta g_{y\infty} = 6{,}67 \left\{ 2z\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{12}{z}\right) - z\ln\left[1 + \left(\frac{z}{12}\right)^2\right]\right\}. \qquad (\text{I. } 33)$$

В табл. 3 приведены численные значения $\delta g_{y\,\infty}$ в зависимости от глубины z.

Таблица 3

z, *км*	$\delta g_{y\,\infty}$, *мгл*	z, *км*	$\delta g_{y\,\infty}$, *мгл*
0,0	0,0000	1,0	0,5403
0,1	0,0033	1,1	0,6517
0,2	0,0220	1,2	0,7724
0,3	0,0467	1,3	0 9218
0,4	0,0814	1,4	1,0652
0,5	0,1341	1,5	1,2206
0,6	0,1934	1,6	1,3860
0,7	0,2615	1,7	1,6075
0,8	0,3388	1,8	1,7976
0,9	0,4389	1,9	1,9716
		2,0	2,1818

Описание номограмм и методики их применения

Комплект номограмм для решения прямой задачи гравиразведки включает в себя девять листов. Каждый лист (номограмма) соответствует фиксированному значению y_i (0; 1; 2; 3; 4; 6; 8; 10; 12 *км*). Отдельная номограмма представляет собой горизонтальную линию, в узлах которой по обе стороны от начальной точки $(x = 0)$ построены шкалы с нанесенными значениями dg_{ji} в *мгл*. Крайние шкалы номограмм имеют двойную оцифровку. Внешняя оцифровка, маркированная индексом ∞, соответствует поправке за влияние бесконечно удаленных масс $dg_{x\infty}$.

Узлы номограмм расположены следующим образом:

1. $y_i = 0$ *км*; $x_j = \pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3;\ \pm 4;\ \pm 6;\ \pm 8;\ \pm 10;\ \pm 12$ *км*.

В центральном узле номограммы ($x_j = 0$) шкала dg_{00} отсутствует. Вместо нее для удобства использования номограмм, построена шкала глубин z_0.

2. $y_i = 1;\ 2;\ 3;\ 4$ *км*; $x_j = 0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3;\ \pm 4;\ \pm 6;\ \pm 8;$
$\pm 10;\ \pm 12$ *км*.

3. $y_i = 6;\ 8;\ 10;\ 12$ *км*; $x_j = 0;\ \pm 2;\ \pm 4;\ \pm 6;\ \pm 8;\ \pm 10;\ \pm 12$ *км*.

На рис. 15 приведен общий вид рассматриваемых номограмм. В прилож. 2 приведены необходимые цифровые данные для их построения. На каждом расчетном пункте номограмма δg_0 ($y_i = 0$) употребляется один раз. Все остальные номограммы δg_i ($y_i \neq 0$) употребляются дважды, при $y_i > 0$ и $y_i < 0$. Программа использования номограмм характеризуется следующими основными этапами.

1. Выбирается величина масштабной единицы Δ (*км*).
2. В заданном масштабе через интервал Δ строится серия параллельных геологических разрезов. При этом целесообразно, чтобы вертикальный масштаб разрезов (масштаб глубин) был в 5 раз крупнее горизонтального. На каждом разрезе выделяется серия расчетных точек, причем одноименные точки располагаются па линиях ортогональных системе разрезов.
3. Расчетный пункт центрального разреза совмещается с узлом $x_j = 0$ номограммы δg_0, по шкале глубин которой определяется мощность вспомогательного слоя z_0 (глубина до расчетного гравитирующего контакта).
4. На всех разрезах на глубине z_0 проводятся горизонтальные линии, соответствующие вспомогательному плоскому слою.
5. Расчетные (одноименные) точки разрезов совмещаются с центрами соответствующих номограмм. При этом все номограммы, кроме δg_0, употребляются дважды, для симметричных, относительно центрального, разрезов.
6. По линиям разрезов, соответствующих расчетному геологическому контакту, определяются и суммируются шкальные значения dg_{ji}, включая поправки за бесконечно удаленные массы ($\delta g_{x\,\infty}$).
7. Аналогичным образом определяется сумма шкальных значений, соответствующих горизонтальной линии вспомогательного плоского слоя, мощности z_0.
8. Определяется разность между результатами пунктов 6 и 7.
9. По средней мощности расчетного слоя на крайних профилях ($y_j = \pm 12\,\Delta$ *км*) определяются поправки $\delta g_{y\,\infty}$ (см. табл. 9), прибавляемые затем к результату пункта 8.
10. Определяется гравитационное влияние вспомогательного плоского слоя, равное $2\pi f z_0 = 41{,}887\ z_0$ *мгл* (z_0 — выражено в *км*).
11. Результаты пунктов 9 и 10 складываются.
12. Полученная величина умножается на коэффициент $c = \Delta \times \sigma$ (Δ выражено в *км*; σ — в *г/см*^{3}).

В результате выполнения перечисленных операций определяется приближенное значение аномального влияния геологического слоя, верхняя граница которого совпадает с плоскостью ($xy0$), а нижняя с расчетным геологическим контактом.

Определяя разность гравитационного влияния двух таких слоев, соответствующих подошве и кровле какого-либо горизонта, мы получим в результате аномальный эффект последнего.

Для ускорения процесса вычислений допустимо менее детальное употребление «периферийных» (с большими индексами y_i) номограмм, по сравнению с «центральными» (с малыми индексами y_i), по разреженной сети расчетных пунктов. При этом соответствующие значения δg_i на промежуточных точках определяются путем интерполяции.

Для ускорения процесса вычисления рекомендуется употреблять периферийные номограммы по разреженной сети расчетных пунктов с последующей интерполяцией результатов расчета на промежуточные точки.

В прилож. 2 даны сводные значения шкальных отметок dg_{ji} и поправок $\delta g_{x\,\infty}$ в функции глубины z для всего комплекта номограмм. Указанные величины могут быть использованы для построения номограмм.

Оценка точности и результаты испытания способа на теоретических примерах

В качестве модели геологической структуры рассмотрим круговой конус, высота которого 2 *км*, а радиус основания 12 *км*. Используем далее описанный выше комплект номограмм для определения гравитационного влияния конуса в вершине последнего (рис. 16).

Для этой цели была построена серия вертикальных параллельных разрезов конической поверхности, расположенных на определенных расстояниях от вершины. В результате совмещения указанных разрезов с соответствующими номограммами были получены следующие значения элементарных влияний dg_{ji} (табл. 4).

Таблица 4

Индекс номограммы	$\sum dg_{ji}$, *мгл*	$\delta g_{\infty\, x}$, *мгл*	δg, *мгл*
$y=0$	0,506	0,069	0,575
$y=+1$	2·0,677	2·0,110	1,574
$y=+2$	2·0,391	2·0,076	0,934
$y=+3$	2·0,453	2·0,106	1,118
$y=\pm 4$	2·0,371	2·0,106	0,954
$y=\pm 6$	2·0,618	2·0,186	1,608
$y=\pm 8$	2·0,353	2·0,118	0,942
$y=\pm 10$	2·0,407	2·0,148	1,110
$y=\pm 12$	2·0,096	2·0,040	0,272
			$\sum \delta g = 9{,}087$ *мгл*

Полученная величина характеризует влияние масс, заштрихованных на рис. 16, которые простираются по оси x в обе стороны до бесконечности, но ограничены по оси y. По данным табл. 3 определяем поправку за влияние масс бесконечно удаленных по обоим направлениям оси y. Полагая $z = 2$ *км*, находим $dg_{y\,\infty} = 2{,}182$ *мгл*. Удваивая эту величину и складывая произведение с результатом табл. 4, находим, что гравитационное влияние масс, дополняющих конус до плоского слоя, равно 13,451 *мгл*. Чтобы определить теперь искомое влияние конуса, достаточно полученную величину вычесть из аномального эффекта плоского слоя 2-километровой мощности, при плотности $\sigma = 1$ *г/см*^{3}.

Имеем

$$\Delta g = 2\pi f\sigma z_0 = 6{,}28 \cdot 66{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^5 = 83{,}775 \text{ мгл.}$$

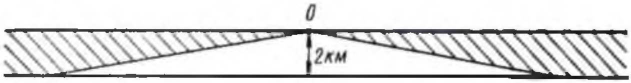


Рис. 16. Определение гравитационного влияния кругового конуса при помощи номограмм.

Отсюда аномальное влияние конуса будет равно

$$\Delta\bar{g}_{\text{к}} = 83{,}775 - 13{,}451 = 70{,}324 \text{ мгл.}$$

Истинное (аналитическое) влияние конуса может быть определено по формуле

$$\Delta g_{\text{к}} = 2\pi f\sigma z_0\left(1 - \frac{z_0}{\sqrt{r^2 + z_0^2}}\right). \tag{I. 34}$$

Подставляя в это выражение $z_0 = 2$ *км*, $r = 12$ *км*, $\sigma = 1$ *г/см*^{3}, находим $\Delta g_{\text{к}} = 69{,}994$ *мгл*.

Таким образом, разница аналитического (точного) значения гравитационного влияния конуса и его приближенной величины, полученной при помощи предложенных номограмм, составляет всего 0,33 *мгл*, или менее 0,5%.

Заметим, что рассмотренный нами теоретический пример, вообще говоря, неблагоприятен для применения номограмм, так как вершина конуса в этом случае совпадает с точкой, где ядро интеграла притяжения стремится к бесконечности. Если предложенный метод и в этом случае дает достаточно высокую точность расчета, то во всех остальных случаях она будет нехуже.

В заключение рассмотрим еще более неблагоприятный пример ограниченного тела, в качестве которого выберем вертикальный цилиндр радиусом 6 *км*. Верхнее основание цилиндра поместим на глубине 1 *км*; нижнее — на глубине 2 *км*. В связи с ограниченностью тела гравитационное влияние масс, дополняющих цилиндр до плоского слоя, будет считаться с некоторым избытком и, следовательно, искомый гравитационный эффект определится с аналогичным недостатком. Заметим, что рассматриваемый способ решения прямой задачи разработан для непрерывных пластообразных сред, где отмеченный недостаток не будет иметь места. Результаты расчетов, выполненных так же, как и в предыдущем случае, приводятся в табл. 5.

Таблица 5

Индекс номограммы	$\sum dg_{j_i}$, мгл	$\delta g_{x\infty}$, мгл	δg, мгл
$y=0$	0,322	0,050	0,372
$y=\pm 1$	$2\cdot 0{,}372$	$2\cdot 0{,}082$	0,908
$y=\pm 2$	$2\cdot 0{,}238$	$2\cdot 0{,}056$	0,588
$y=\pm 3$	$2\cdot 0{,}294$	$2\cdot 0{,}080$	0,748
$y=\pm 4$	$2\cdot 0{,}230$	$2\cdot 0{,}074$	0,608
$y=\pm 6$	$2\cdot 1{,}100$	$2\cdot 0{,}140$	2,480
$y-\pm 8$	$2\cdot 0{,}417$	$2\cdot 0{,}088$	1,010
$y=\pm 10$	$2\cdot 0{,}352$	$2\cdot 0{,}110$	0,924
$y=\pm 12$	$2\cdot 0{,}068$	$2\cdot 0{,}030$	0,196
			$\sum = 7{,}834$ мгл

Суммарная поправка за гравитационное влияние масс, бесконечно удаленных от оси y, составляет в этом случае 3,284 *мгл*. Следовательно, искомое влияние цилиндра выразится соотношением

$$\Delta\bar{g}_{ц} = 2\pi f\sigma (H-h) - (7{,}834+3{,}284) = 41{,}888 - 11{,}118 = 30{,}770 \text{ мгл}.$$

Расчетное (аналитическое) влияние цилиндра на точку, лежащую на его оси, описывается формулой [40]

$$\Delta g_{ц} = 2\pi f\sigma \left(H-h-\sqrt{r^2+H^2}+\sqrt{r^2+h^2}\right). \qquad \text{(I. 35)}$$

Подставляя в это выражение $H = 2$ *км*, $h = 1$ *км*, $\sigma = 1$ *г/см*^{3}, получаем $\Delta g_{ц} = 31{,}760$ *мгл*.

Величина разницы составляет в этом случае 0,99 *мгл*, или $\approx$3,1% от расчетного значения. Такая погрешность вычисления хотя и больше полученной нами ранее, но также заведомо удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к решению прямой задачи гравиразведки. Напомним, что точность вычислений с таблицами гравитационных эффектов составляет $\approx$3,6%.

§ 3. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ГРАВИТАЦИОННОГО ВЛИЯНИЯ ПОЛОГОЗАЛЕГАЮЩИХ МАСС СПОСОБОМ КОНДЕНСАЦИИ

Описанные выше таблицы прямых гравитационных эффектов позволяют определять влияние, вызываемое телами произвольной формы. Техника расчета при всей своей простоте оказывается достаточно трудоемкой. Вычисление влияния каждого самостоятельного отделения расчетной сетки (каждого элементарного параллелепипеда) дважды требует независимой табличной информации, не говоря уже о большой подготовительной работе. Почти то же самое можно сказать и относительно только что рассмотренных номограмм, применение которых предполагает предварительное построение серии геологических разрезов. В то же время на практике мы часто сталкиваемся с особым классом пологозалегающих, горизонтально расположенных геологических тел, гравитационное влияние которых может быть определено с достаточной точностью, но с меньшей затратой времени и сил. К подобным телам могут быть отнесены пологие локальные структуры платформенных областей и аккумулируемые ими залежи нефти или газа [34].

Основы метода

Гравитационное влияние тонких, пологих тел должно быть весьма близким к аномальному эффекту равновеликих поверхностных масс, распределенных на последней с плотностью σ, пропорциональной мощности тела (рис. 17).

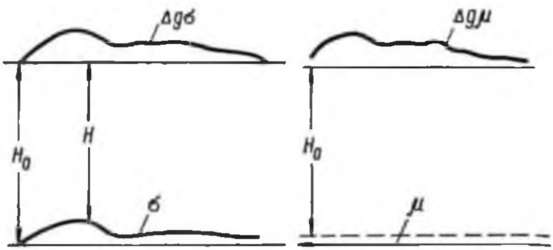


Рис. 17. Пологое структурное поднятие и аппроксимирующая его материальная поверхность.

Поэтому при практических расчетах гравитационного влияния пологих структурных форм можно сконденсировать их массы на некоторый уровень H_0 и считать в дальнейшем уже влияние п о в е р х н о с т н ы х масс конденсации, плотность которых

$$\mu = \sigma (H_0 - H) = \sigma \Delta h.$$

Из теории потенциала [15] известно, что на уровне простого материального слоя значение силы тяжести пропорционально величине поверхностной плотности. Поэтому можно положить, что в плоскости H_0 значение $\overline{\Delta g} = 2\pi f \sigma \Delta h$. При этом величина гравитационного влияния на уровне дневной поверхности может быть получена аналитическим продолжением величин $\overline{\Delta g}$ в верхнее полупространство на высоту H.

Оценка точности метода

Прежде чем перейти к формулировке математических основ метода и построению рабочей палетки, целесообразно оценить порядок погрешности, возникающей в результате замены объемных масс поверхностными. Воспользуемся для этой цели выражениями гравитационного влияния на оси вертикального кругового цилиндра с объемной плотностью σ и равновеликого ему по горизонтальным размерам и массе материального диска с поверхностной плотностью μ (рис. 18).

Для осевого влияния кругового цилиндра имеем выражение

$$\Delta g_1 = 2\pi f\sigma\left[\Delta h + \sqrt{r^2 + \left(H - \frac{\Delta h}{2}\right)^2} - \sqrt{r^2 + \left(H + \frac{\Delta h}{2}\right)^2}\right]. \quad (I.\ 36)$$

При $\Delta h \to 0$ (причем $\Delta h\sigma \to \mu$) получаем влияние материального диска

$$\Delta g_2 = 2\pi f\mu\left(1 - \frac{H}{\sqrt{r^2+H^2}}\right). \quad (I.\ 37)$$

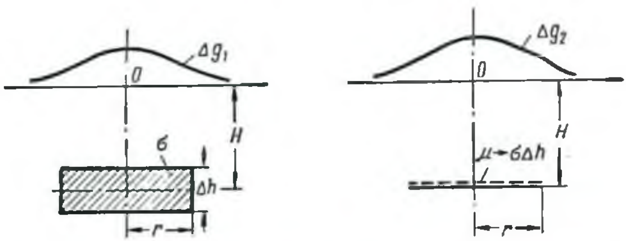


Рис. 18. Гравитационное влияние вертикального цилиндра и равновеликого ему (по массе) материального диска.

Для большей объективности нашей оценки выберем размеры, плотность и условия залегания цилиндра и диска, близкими к аналогичным для Волго-Уральской провинции. Пусть $r = 2{,}0$ *км*, $H = 0{,}3 \div 2{,}0$ *км*, $\Delta h = 0{,}01 \div 0{,}50$ *км* и $\sigma = 0{,}3$ *г/см³*. Результаты расчетов для этих значений приводятся в табл. 6.

Таблица 6

H, км	Δh, км	Δg_1, мгл	Δg_2, мгл	$\Delta = \Delta g_2 - \Delta g_1$, мгл	$\Delta, \% = \frac{\Delta}{\Delta g_1} \cdot 100\%$
0,3	0,01	0,107	0,107	0,000	<1
	0,05	0,534	0,534	0,000	<1
	0,10	1,067	1,068	0,001	<1
1,0	0,05	0,346	0,346	0,000	<1
	0,10	0,694	0,693	−0,001	<1
	0,20	1,385	1,386	0,001	<1
2,0	0,05	0,183	0,183	0,000	<1
	0,10	0,368	0,367	−0,001	<1
	0,20	0,736	0,734	−0,002	<1
	0,30	1,104	1,100	−0,004	<1
	0,50	1,845	1,834	−0,011	<1

Данные таблицы показывают надежность аппроксимирования гравитационного влияния полого залегающих объемных масс влиянием равновеликих им поверхностных масс конденсации. В большинстве реальных случаев разница между истинным и приближенным значениями не превышает 0,01 *мгл*, что вполне удовлетворяет требуемой точности расчета.

Следует, однако, заметить, что с удалением от эпицентра аномальных масс к их периферии величина невязки может несколько возрастать с последующим убыванием в сильно удаленных зонах.

Поэтому рассматриваемый метод следует применять при условии, что $\frac{\Delta h}{H} \leqslant \frac{1}{3}$.

Теория метода и способ расчета параметров палетки при помощи квадратуры Гаусса

Поле силы тяжести, заданное на бесконечной горизонтальной плоскости, может быть аналитически продолжено в сторону от возмущающих масс (в так называемое «верхнее полупространство») при помощи интеграла Пуассона, дающего решение проблемы Дирихле [15].

$$\Delta g = fH_0 \int\limits_{\infty} \frac{\mu\, ds}{r^3} = f\sigma H_0 \int\limits_{\infty} \Delta h \frac{ds}{r^3}, \qquad (I.38)$$

где μ играет роль поверхностной плотности слоя Грина.

В цилиндрических координатах (рис. 19) последний интеграл принимает следующий вид:

$$\Delta g = f\sigma H_0 \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_0^{\infty} \Delta h \frac{\varrho\, d\varrho\, d\varphi}{(H_0^2+\varrho^2)^{3/2}} = 2\pi f\sigma H_0 \int\limits_0^{\infty} \overline{\Delta h} \frac{\varrho\, d\varrho}{(\varrho^2+H_0^2)^{3/2}}, \qquad (I.39)$$

где $\overline{\Delta h}$ — среднее значение Δh по окружности радиуса ρ.

Интеграл выражения (I. 39) вычисляется методами приближенного интегрирования

$$\Delta g = 2\pi f\sigma \int\limits_0^{\infty} \overline{\Delta h}(\varrho) \frac{H_0 \varrho\, d\varrho}{(\varrho^2+H_0^2)^{3/2}}.$$

Разделим числитель и знаменатель ядра интеграла на H_0^3. Тогда все линейные величины (кроме Δh) будут выражены в долях глубины залегания материального слоя. Полагая $\frac{\varrho}{H_0} = x$, можем записать

$$\Delta g = 2\pi f\sigma \int\limits_0^{\infty} \overline{\Delta h} \frac{x\, dx}{(x^2+1)^{3/2}}. \qquad (I.40)$$

Очевидно, узлы квадратурной формулы должны совпадать с характерными (в частности — с экстремальными) точками ядра интеграла. В противном случае неизбежно снизится точность интегрирования в связи с неправильной аппроксимацией ядра квадратурной формулой.

Заметим, что на практике при построении тех или иных квадратурных формул этому вопросу уделяется совершенно недостаточно внимания [5, 25, 45, 50]. В результате этого большинство пересчетных величин имеют значительные систематические ошибки. Для исключения этих ошибок исследуем ядро интеграла (I. 40)

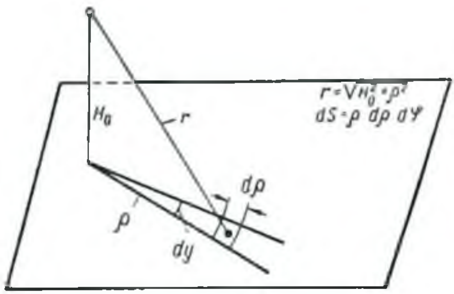


Рис. 19. К выводу формулы гравитационного влияния пологозалегающих тел в методе конденсации.

$$R=\frac{x}{(x^2+1)^{3/2}};$$

$$\frac{\partial R}{\partial x}=\frac{1-2x^2}{(x^2+1)^{5/2}}=0.$$

Отсюда

$$x_1=\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{и} \quad x_2 \longrightarrow \infty.$$

Таким образом, ядро имеет максимум при $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ и асимптотический нуль при $x_2 \to \infty$. Общий вид кривой $R(x)$ представлен на рис. 20.

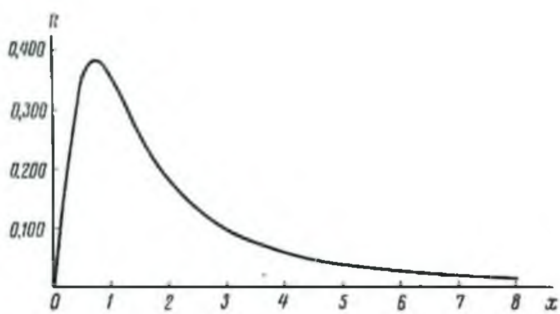


Рис. 20. Кривая нормированного ядра интеграла Пуассона.

Из прикладного анализа [19] известно, что наилучшие по точности результаты приближенного интегрирования могут быть получены при помощи квадратуры Гаусса. К сожалению, этот метод не нашел еще заслуженного применения при решении геофизических задач.

Сущность метода Гаусса заключается в аппроксимировании заданной функции интерполяционным многочленом Лагранжа, фундаментальный полином которого отождествляется с полиномом Лежандра. При этом значения аппроксимируемой функции задаются не произвольно, а в нулях полинома Лежандра.

Доказано, что в этом случае результат приближенного интегрирования будет таков, как будто мы оперировали с $2n$ ординатами, тогда как фактически было использовано всего n ординат.

Само интегрирование осуществляется по формуле

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{2}\int_{-1}^{1} f(\xi)\,d\xi \approx \tag{I. 41}$$

$$\approx \frac{b-a}{2}\left[\omega_1 f(x_1) + \omega_2 f(x_2) + \ldots + \omega_n f(x_n)\right],$$

где ω_i — Гауссовы веса; $x_i = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2}\xi_i$; ξ_i — нули полинома Лежандра; n — порядок полинома Лежандра.

Значения ω_i и ξ_i находят из специальных таблиц (см. например [18, 19]) в зависимости от n.

Принципы построения палетки

Прежде всего установим размер палетки или общий интервал интегрирования. Исходя из утилитарных соображений, полезно положить $x = 0 \div 18$*. Количество радиусов палетки не должно превышать 10 (в противном случае, вычисления становятся слишком громоздкими).

Учитывая это, а также ряд других соображений (и, в частности, имевшиеся в нашем распоряжении таблицы нулей и весов Гауссовой квадратуры), после ряда экспериментов были сформулированы следующие основные принципы построения палетки.

1. Количество радиусов устанавливается равным 10.
2. Общий интервал интегрирования подразделяется на два самостоятельных участка.
3. Количество нулей (узлов) квадратуры Гаусса составляет пять для первого и четыре для второго участка интегрирования.
4. Максимум ядра интеграла $\left(x = \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ совмещается со вторым нулем первого участка.
5. Учет бесконечно удаленных областей (в тех случаях, когда это необходимо) производится по значению $\Delta\bar{h}$ на 10-ом радиусе $x_{10} = 18$. При этом, допускается простое предположение о равномерном убывании величины от $\Delta\bar{h}\,(x_{10})$ до $\Delta\bar{h} = 0$.

---

* В этом случае, даже при минимальной глубине залегания гравитирующего слоя $H_0 = 0{,}3$ *км*, диаметр палетки будет больше чем 10 *км*. Эта величина с избытком удовлетворяет требованиям, предъявляемым к размерам локальных структур.

Результаты вычисления квадратурных коэффициентов и соответствующих им радиусов приводятся в табл. 7 и 8.

Первый участок $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707107$; $a_1 = 0$; $b_1 = 3{,}064181$ $\left(\text{значение } b \text{ определено из соотношения } b = \frac{2x_2}{1+\xi_2}\right)$.

Таблица 7

$x_i = \frac{b_i}{2}(1+\xi_i)$	$W_i = \frac{b_i}{2}\omega_i$	$R_i = \frac{x_i}{\left(x_i^2+1\right)^{3/2}}$	$C_i' = R_i W_i$
0,14374	0,36299	0,13939	0,05060
0,70711	0,73330	0,38490	0,28225
1,53209	0,87159	0,25017	0,21805
2,35707	0,73330	0,14042	0,10297
2,92044	0,36299	0,09928	0,03604
			$\sum C_i' = 0{,}68991$

Теоретическое значение суммы $\sum C_i'$ равно: $A_1 = \int\limits_0^{b_1} R(x)dx = 0{,}68975$; $\Delta_1 = \sum C_i' - A_1 = 0{,}00016$.

Второй участок

$a_2 = 3{,}064181$; $b_2 = 18{,}000000$.

Таблица 8

$x_i = \frac{b_2+a_2}{2} + \frac{b_2-a_2}{2}\xi_i$	$W_i = \frac{b_2-a_2}{2}\omega_i$	$R_i = \frac{x_i}{\left(x_i^2+1\right)^{3/2}}$	$C_i'' = R_i W_i$
4,09345	2,60088	0,05471	0,14229
7,99008	4,87603	0,01530	0,07462
13,07410	4,87603	0,00580	0,02828
16,97073	2,60088	0,00345	0,00898
			$\sum C_i'' = 0{,}25417$

Теоретическое значение суммы $\sum C_i''$ равно: $A_2 = \int\limits_{a_2}^{b_2} R(x)\,dx = 0{,}25478$; $\Delta_2 = \sum C_i'' - A_2 = -0{,}00061$.

В табл. 7 и 8 значения ξ_i и ω_i взяты из таблиц нулей и весов Гауссовой квадратуры [18, 19].

Рабочая формула и константы палетки

Приведенные таблицы позволяют установить константы палетки, рабочая формула которой имеет вид

$$\Delta g = 2\pi f\sigma \sum_{i=1}^{n} C_i'^{(*)} \overline{\Delta h}. \qquad (I.42)$$

Два варианта рабочих констант приводятся в таблицах 9 и 10.

Некоторое неудобство I варианта палетки заключается в том, что отдельные окружности (например, 4 и 5) излишне близки друг к другу. При этом соответствующие значения Δh оказываются почти одинаковыми. Для того чтобы избежать лишних затрат времени и труда на их раздельное определение, можно определить радиусы x_4 и x_5, положив

$$x_4' = \frac{x_4 + x_5}{2} = 2{,}6388,$$

$$C_4' = C_4 + C_5 = 0{,}1390.$$

Таблица 9

i	x_i	C_i
1	0,1437	0,0506
2	0,7071	0,2822
3	1,5321	0,2180
4	2,3571	0,1030
5	2,9204	0,0360
6	4,0934	0,1423
7	7,9901	0,0746
8	13,0741	0,0283
9	16,9703	0,0090
10	18,0000	0,0560

Примечание. Коэффициент 10-го радиуса взят как дополнение до единицы, с целью приближенной оценки бесконечно удаленных масс.

В этом случае, рабочие константы палетки даны в табл. 10. Возможны и последующие сокращения объемов вычислений подобным же образом (например, путем объединения 8 и 9 радиусов во II варианте палетки).

Таблица 10

i	x_i	C_i'
1	0,1437	0,0506
2	0,7071	0,2822
3	1,5321	0,2180
4	2,6388	0,1390
5	4,0934	0,1423
6	7,9901	0,0746
7	13,0741	0,0283
8	16,9703	0,0090
9	18,0000	0,0560

Применение палетки

Применение палетки не представляет каких-либо трудностей и заключается в следующих операциях.

1. Построение палетки в виде серии концентрических окружностей, радиусы которых $\rho_i = H_0 x_i$.

2. Вычисление средних значений $\Delta h_i = H - H_0$ (H — глубина залегания плотностного контакта; H_0 — средний уровень залегания аномальных масс). При этом оптимальное количество точек на

каждой окружности устанавливается опытным путем в результате увеличения их числа до тех пор, пока колебания среднего значения не сравняются с погрешностью определения альтитуд.

3. Умножение Δh_i на C_i, с последующим суммированием произведений и умножением суммы на масштабный коэффициент $2\pi f\sigma$.

Оценка точности метода на теоретических примерах

Рассмотрим три примера вычисления с помощью предложенной палетки гравитационного влияния поверхностных масс, аномальный эффект которых может быть выражен аналитически.

1. Материальный горизонтальный диск с постоянной поверхностной плотностью $\mu = \mu_0$. В этом случае

$$g = 2\pi f\mu_0\left(1 - \frac{h}{\sqrt{R^2+h^2}}\right);$$

Полагаем $h = 1$ *км*; $R = 10$ *км* и $2\,\pi f\mu_0 = 0{,}5$ *мгл*.

Отсюда $g = 0{,}4502$ *мгл*.

Значение, определенное при помощи палетки, составляет $\bar{g} = 0{,}4534$ *мгл*.

Разница $(\bar{g} - g) = 0{,}0032$ *мгл*, или 0,6%.

2. Материальный горизонтальный диск с линейным изменением поверхностной плотности $\mu = \mu_0\left(1 - \frac{r}{R}\right)$. В этом случае

$$g = 2\pi f\mu_0\left(1 - \frac{h}{R}\ln\frac{R+\sqrt{R^2+h^2}}{h}\right).$$

Пусть $h = 1$ *км*; $R = 10$ *км* и $2\pi f\mu_0 = 0{,}5$ *мгл*. Отсюда $g = 0{,}3501$ *мгл*.

Приближенное значение, определенное рассмотренным методом, $\bar{g} = 0{,}3500$ *мгл*.

Разница $(\bar{g} - g) = 0{,}0001$ *мгл*, или 0,03%.

3. Материальный горизонтальный диск с параболическим изменением поверхностной плотности. В этом случае $\mu = \mu_0\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$.

$$g = 2\pi f\mu_0\left(1 - 2h\,\frac{\sqrt{R^2+h^2}-h}{R^2}\right).$$

Полагаем $h = 1$ *км*, $R = 10$ *км* и $2\pi f\mu_0 = 0{,}5$ *мгл*. Отсюда $g = 0{,}4095$ *мгл*. Приближенное значение аномального влияния $\bar{g} = 0{,}4100$ *мгл*. Разница $(\bar{g} - g) = 0{,}0005$ *мгл*, или 0,12%.

Полученные значения погрешностей с избытком удовлетворяют требованиям, предъявляемым к решению прямой задачи гравиразведки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для каждого из рассмотренных методов решения прямой задачи гравиразведки может быть определена область, где его применение будет наиболее продуктивным.

Так, таблицы прямых гравитационных эффектов целесообразно использовать для определения аномального влияния изолированных тел и контактных поверхностей со значительными вариациями глубин, а также для вычисления вертикального градиента силы тяжести над заданным распределением масс. Другой сферой исключительного применения таблиц является решение обратной задачи гравиразведки, путем оценки распределения плотностей в заданном объеме.

Следует также подчеркнуть, что в противоположность номографическому методу таблицы могут быть использованы для расчета гравитационного влияния масс с переменной плотностью.

В случае сложного многопластового характера геологического разреза несомненные преимущества имеет номографический метод решения прямой задачи гравиразведки (см. § 2, гл. I), позволяющий несколько увеличить производительность расчетов. Кроме того, наличие непрерывной информации о глубинах вдоль серии параллельных разрезов представляет дополнительные удобства для записи, хранения и воспроизведения с магнитного носителя внешней памяти ЭВМ.

Область применения метода конденсации ограничивается расчетом гравитационного влияния пологозалегающих масс, где он обеспечивает более высокую производительность, чем оба предыдущих метода.

Надо отметить, что принцип определения гравитационных эффектов с помощью таблиц легко реализуется для расчетов на электронных цифровых машинах.

Определенные удобства для механизированного счета на аналоговых машинах представляет также принцип, положенный в основу номографического метода решения прямой задачи.

Более сложным является механизированное применение метода «конденсации», в основу которого положена полярная система координат исходных данных. Однако задача может быть решена путем физического моделирования поля поверхностных плотностей, с автоматической считкой, осреднением и умножением на коэффициенты заданных на плоскости физических величин.

Заметим также, что рассматриваемый метод легко может быть реализован и в прямоугольной системе координат, представляющей существенные удобства для ввода исходной информации во внешнее запоминающее устройство ЭВМ.

Вопросы о возможности механизации рассмотренных методов решения прямой задачи гравиразведки, так же как и составление конкретных рабочих программ, должны явиться предметом специального исследования.

МЕТОДИКА И ТЕХНИКА ВЫСОКОТОЧНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ РАБОТ

Глава II

При выборе методики полевых гравиметрических наблюдений необходимо получить аномальные величины силы тяжести с заданной точностью при оптимальной производительности полевых работ.

Проектная величина погрешности полевых измерений была выбрана из расчета получения средней квадратической ошибки аномалии силы тяжести не превышающей $\pm 0{,}03$ — $0{,}05$ *мгл*.

Ошибка аномалии силы тяжести складывается из ошибок собственно гравиметрических и вспомогательных топографо-геодезических работ. В соответствии с возможностями современных высокоточных гравиметров средняя квадратическая ошибка определения приращения силы тяжести в дискретном пункте была установлена равной $\pm 0{,}02$—$0{,}04$ *мгл*. Гравиметрические эквиваленты плановой и высотной ошибок не должны были превышать $\pm 0{,}01$ *мгл*.

Обеспечение такой точности потребовало проведения специальных методических исследований, в результате которых были разработаны основные приемы выполнения полевых работ.

§ 1. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ПОЛЕВЫХ РАБОТ

Измерения приращений силы тяжести в полевых условиях осуществлялись двумя типами гравиметров — отечественным гравиметром типа ГАК-6М (фабричная марка КВГ-1М) и высокоточным гравиметром GS-11 фирмы «Аскания Верке» (ФРГ).

Высокоточный кварцевый астазированный гравиметр ГАК-6М (КВГ-1М)

Высокоточный кварцевый астазированный бестермостатный гравиметр разработан в гравиметрической лаборатории ВНИИГеофизики (К. Е. Веселов) и выпускается заводом «Нефтекип» под маркой КВГ-1М (Кварцевый высокоточный гравиметр, первая модель). Он является усовершенствованной моделью гравиметров ГАК-3М; ГАК-4М; ГАК-5М и построен по принципу вертикального сейсмографа Б. Б. Голицына [7].

Находившиеся в нашем распоряжении гравиметры ГАК-6М характеризовались чувствительностью, равной приблизительно 7 делениям на миллигал (имеется в виду одно малое деление визирной шкалы окуляра). Точность наводки индекса маятника чувствительной системы Δ составляла около 0,1 малого деления визирной шкалы.

Отсюда вытекает, что точность отсчета гравиметра $m = \frac{\Delta}{c} = 0{,}014$ *мгл*. Приведенная величина является минимальным значением случайной погрешности единичного наблюдения и может быть уменьшена только за счет увеличения кратности измерений.

Цена деления измерительного узла гравиметра ГАК-6М (4 — 8 *мгл* на один оборот микрометрического винта) не вполне постоянна и может меняться в зависимости от величины измеряемого приращения силы тяжести до 0,3% от своей абсолютной величины. В наших условиях, однако, этот эффект не мог обусловить систематических ошибок больших чем 0,05 *мгл*, так как измеряемые в отдельном рейсе приращения силы тяжести обычно не превышали 15—20 *мгл*. Случайная же погрешность единичного определения силы тяжести составляет для гравиметров ГАК-6М $\approx \pm 0{,}015 - 0{,}050$ *мгл*.

Таким образом, отечественный гравиметр ГАК-6М является наиболее точным прибором этого типа из выпускаемых нашей промышленностью и по точности измерений стоит в одном ряду с лучшими зарубежными приборами («Уорден», «Аскания-Верке»). Тем не менее рассматриваемый прибор не лишен ряда недостатков, пренебрежение которыми может свести на нет высокую точность измерений, обеспечиваемую его устройством [35].

Режим работы и качество измерений гравиметра, как показал опыт полевых работ, существенно зависят от условий транспортировки прибора. В частности, ход нуля чувствительной системы гравиметра резко меняется при изменении этих условий. Например, при изменении условий транспортировки гравиметра в одном рейсе, содержащем «пешеходные» и «автомобильные» звенья, результаты измерений повсеместно оказывались браком. Более того, «пешеходные» рейсы, начинавшиеся сразу после приезда на автомашине к исходной точке обычно характеризовались низким качеством внешней сходимости (0,5 *мгл* и более), при весьма хороших показателях внутреннего контроля (0,01—0,03 *мгл*).

Было установлено, что это связано с постепенной перестройкой режима чувствительной системы, в период наблюдения на нескольких начальных пунктах, находящихся в непосредственной близости к исходному. В связи с этим оказалось необходимым после каждого изменения режима транспортировки затрачивать некоторое дополнительное время на стабилизацию хода нуля гравиметра, что осуществлялось серией наблюдений на исходном пункте (1—2 наблюдения), между которыми гравиметр в течение 2—3 *мин* подвергался «обносу» («обкатке») с той же скоростью и в тех же условиях, что и в самом рейсе (обычно производились еще и промежуточные наблюдения на одном или двух ближайших к исходному рядовых пунктах).

Наилучшие результаты измерений получены лишь при относительном постоянстве периодов наблюдения на пункте и периодов транспортировки прибора. Причем время транспортировки должно быть минимальным.

Продолжительность наблюдения на пункте (время стабилизации отсчета) существенно зависела от условий транспортировки гравиметра. Стабильный отсчет устанавливался не сразу, а спустя некоторое время после начала наблюдений. Поведение чувствительной системы на пункте наблюдения можно схематически изобразить в виде графика (рис. 21), показывающего вид зависимости показаний прибора S от времени t. При пешем передвижении продолжительность измерения силы тяжести на пункте составляет $t_н = 2 \div 3$ *мин* (при шаге наблюдений 100—300 *м*). При транспортировке гравиметра на автомашине время, необходимое для стабилизации отсчета после тряски $S_{ст}$, несколько увеличивается, достигая 6—15 *мин*. Это время тем больше, чем длиннее переезд.

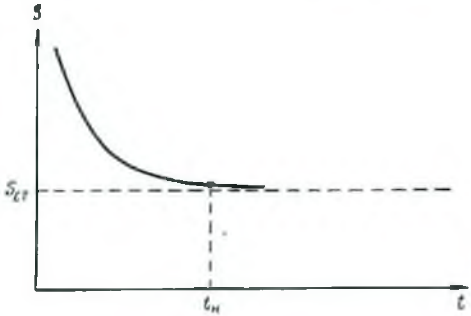


Рис. 21. График стабилизации отсчета гравиметра ГАК-6М (КВГ-1М).

Наиболее частой неисправностью кварцевой системы было прилипание маятника к ограничителям. Частично устранить прилипание в полевых условиях удавалось перестройкой диапазона измерений.

Следует предостеречь операторов от попыток устранять залипание маятника на пункте наблюдения путем встряски гравиметра или постукиванием по корпусу прибора. Как показал опыт полевых работ, это часто приводит к резкому нарушению режима кварцевой системы и к неверным показаниям прибора на двух-трех последующих пунктах. Лучше всего в подобных случаях прекратить наблюдения на пункте и совершить переход с гравиметром на расстояние 50—100 *м* с возвратом на прежнее место. Как правило, при этом индекс маятника (блик) снова появляется в поле зрения окуляра, причем транспортный режим прибора не нарушается.

В целях обеспечения высокой точности единичных определений приращений силы тяжести ($\pm 0{,}02—0{,}03$ *мгл*) полевые наблюдения проводились рейсами продолжительностью не более 2,5—3,5 *ч* в условиях стабильного динамического и температурного режима. За этот период времени температура внутри прибора изменялась не более чем на 1° С.

Для исключения возможных «скачков» места нуля гравиметра полевые рейсы строились с полным или 50%-ным повторением наблюдений в обратном ходе.

Наконец, было установлено, что качество измерений существенно понижалось даже при незначительных нарушениях установки нивелировочных уровней, ежедневная регулировка которых является необходимым условием производства высокоточных работ.

При соблюдении перечисленных условий гравиметр ГАК-6М обеспечивает единичную регистрацию приращений силы тяжести с точностью $\pm 0{,}02-0{,}03$ *мгл*.

Приведем кратко рассмотренные выше особенности методики проведения съемки с гравиметрами ГАК-6М (КВГ-1М).

1. В начале рейса необходимо производить два-три повторных наблюдения на исходном и ближайших определяемых пунктах с промежуточными переходами (или переездами), чтобы дать возможность стабилизироваться рабочему режиму упругой системы. После стабилизации отсчетов, которая фиксируется по установлению постоянного хода смещения нуля гравиметра, оператор может приступать к наблюдениям в рейсе.

2. При наблюдениях на текущих гравиметрических пунктах рейса регистрации показаний микрометра должна продолжаться вплоть до полной стабилизации отсчета.

3. В ходе рейса не могут допускаться какие-либо перерывы, вплоть до выхода на конечный опорный пункт.

4. Ежедневно утром, перед выездом в рейс, необходимо проверять правильность установки уровней гравиметра, путем испытания последнего на минимум чувствительности к наклону [35].

Отдельно следует указать на зависимость качества работы гравиметра ГАК-6М от микросейсмических колебаний почвы, обусловленных ветром. При этом на чувствительную систему гравиметра действуют возмущающие ускорения, которые обусловливают систематические искажения измеряемых величин. Поэтому высокоточная регистрация приращений силы тяжести недопустима при незатухающих колебаниях маятника чувствительной системы, хотя опытный оператор и может в этом случае достаточно уверенно оценить положение центра колебаний.

Отметим, что влияние силы ветра на работу гравиметра ГАК-6М все же значительно меньше, чем у гравиметра GS-11.

Высокоточный гравиметр GS-11

Высокоточный гравиметр GS-11 (выпускается фирмой «Аскания-Верке», ФРГ) является статическим пружинным гравиметром, с металлической неастазированной чувствительной системой, конструкция которого основана на принципе крутильных весов с горизонтальной нитью.

Температурные влияния на показания гравиметра устраняются путем принудительного двухступенчатого электрического термостатирования, поддерживающего заданную температуру с точностью $\pm 0{,}01°$ C.

Значительный вес самого прибора (около 17 *кг*), установочного штатива и питающих аккумуляторов обусловливают необходимость механизированной или вьючной транспортировки, что ограничивает либо проходимость полевых маршрутов, либо производительность наблюдений.

Устройство и принцип действия чувствительной системы гравиметра подробно рассмотрены его конструктором А. Графом в работе [11]. Согласно паспортным данным фирмы, гравиметр GS-11 обеспечивает высокую точность измерения приращений силы тяжести ($\pm 0{,}01-0{,}03$ *мгл*) при малом и линейном смещении нуля (в среднем 0,05—0,10 *мгл/ч*).

Однако находившийся в нашем распоряжении экземпляр (№ 152) работал нестабильно, допуская частые «скачки» места нуля, величина которых составляла в среднем 0,2—0,5 *мгл* [35]. «Скачки», как показывает опыт работ, связаны обычно с резкими горизонтальными ускорениями гравиметра, вызываемыми тряской и толчками, которым прибор подвергается при транспортировке на автомашине.

Главная причина скачкообразного изменения отсчетов связана, по-видимому, с дефектами фиксирующей фотоэлектрической системы, слабым узлом которой является лампочка осветителя фотоэлемента. В результате резких ускорений прибора может незначительно измениться сопротивление цепи лампочки (в частности, — сопротивление волоска накаливания), что должно привести к небольшому изменению силы питающего тока, а следовательно, к освещенности фотоэлемента. Следствием этого, по-видимому, и являются возникающие при толчках перемещения зайчика гальванометра и связанные с ним «скачки» места нуля.

В отдельных случаях возможно и изменение упругих свойств металлических пружин чувствительной системы, о чем свидетельствуют наблюдавшиеся в ряде рейсов плавные возвращения места нуля гравиметра после «скачка» к исходному положению.

Неравномерная и ненадежная работа гравиметра потребовала для получения материала высокого качества многократных повторных наблюдений по отдельным звеньям. Все это отрицательно сказалось как на производительности, так и на точности полевых работ. Точность полевых работ с гравиметром GS-11 повсеместно несколько ниже, чем при наблюдениях с гравиметром ГАК-6М.

Существенное влияние на качество наблюдений с гравиметром GS-11 оказывает также разность температур термостатирования и наружного воздуха. Было установлено, что с уменьшением этой разности ход нуля прибора теряет линейность, а качество измерений ухудшается. Так, при разности температур 5—10° С процент рейсового брака превышал 50%, при увеличении же разности температур до 20—25° С эта величина снижалась до 10—20%. В связи с этим наблюдения приурочивались главным образом к ночному и утреннему времени или проводились днем, но в холодную и пасмурную погоду, когда температура наружного воздуха не превышала

10—15° С. При этом температура термостатирования чувствительной системы устанавливалась на наиболее высокие ступени (летом +40° С и осенью +35° С) так, чтобы разность температур при наблюдениях составила 25—30° С.

Качество наблюдений с гравиметром GS-11 в значительной степени зависело от нарушений режима термостатирования и особенно режима подсвета фотоэлемента. Стабилизация чувствительной системы, как показывает опыт работ, наступает не раньше, чем через сутки после включения термостатов и через двое-трое суток после включения лампочки подсвета фотоэлемента.

В связи с этим выезд в рабочий рейс допускался только через 24 *ч* после подключения питания печей термостата. Лампочка, служившая для подсвета фотоэлемента, находилась под напряжением в течение всего времени работ.

Таким образом, становится понятной зависимость качества наблюдений от состояния питающих аккумуляторов и присоединения подводящих энергию проводов к клеммам. В случае применения нестабильного источника питания или нежесткого крепления контактов транспортная тряска приводит к незначительным изменениям напряжения на входных клеммах прибора и, как следствие, — к криволинейности дрифта нуля или даже к «скачкам» отсчетов (последнее — в случае нарушения электрического режима цепи подсвета фотоэлемента).

Наконец, было установлено, что на качество наблюдений с гравиметром GS-11 весьма существенно влияют сила ветра и связанные с ветром микросейсмические колебания почвы. Даже при умеренной скорости ветра определение положения зайчика гальванометра становится неуверенным, а точность отсчета заметно понижается. При сильном же ветре наблюдения становятся вообще невозможными в связи с возникновением незатухающих колебаний маятника чувствительной системы. В этом, в частности. заключается вторая причина проведения рабочих рейсов преимущественно в ночное время, когда интенсивность ветра резко уменьшается.

Подводя итог сказанному, приходится констатировать, что гравиметр GS-11 мало приспособлен для работ в сложных полевых условиях, где аналогичные (если не лучшие) результаты могут быть получены с меньшей затратой сил и времени при работе с кварцевыми высокоточными гравиметрами типа ГАК-6М. Область применения гравиметров типа GS11 должна быть, по-видимому, ограничена выполнением точных опорных связей на авиационном и автомобильном транспорте (последнее — по хорошим асфальтированным или бетонированным дорогам), а также — стационарными наблюдениями вариаций гравитационного поля.

Напомним, что конструкция рассматриваемого прибора позволяет измерять весьма значительные приращения силы тяжести (около 700 *мгл*) без перестройки диапазонного устройства. Следует подчеркнуть, что рассмотренные выше дефекты гравиметра GS-11 установлены для одного экземпляра, находившегося в нашем распоряжении

(№ 152), причем транспортировка прибора осуществлялась автомашиной по целине. В настоящее время мы не располагаем достаточными основаниями для того, чтобы настаивать на безусловной справедливости этой критики по отношению к рассматриваемой марке гравиметра в целом.

В методическом отношении проводившиеся работы с гравиметром GS-11 характеризовались следующими особенностями.

1. Рабочие рейсы начинались только после стабилизации хода нуля гравиметра, что фиксировалось путем серии повторных наблюдений на исходном пункте. Перед началом рейса прибор каждый раз «обкатывался» на автомашине в течение 10—20 *мин*, после чего, если отсчет по гальванометру не изменялся, оператору давалось разрешение на выезд к рабочему участку профиля.

2. Большинство рейсов наблюдалось по методке с повторением. При этом наличие в рейсе повторных наблюдений служило целям дополнительного внутреннего контроля качества работ и в ряде случаев позволяло учитывать и исключать при камеральной работе «скачки» нульпункта чувствительной системы. В некоторых случаях наличие «скачка» может быть установлено и в процессе наблюдений в рейсе по большим расхождениям отсчетов на соседних пунктах. В этом случае оператор должен был возвратиться на предыдущий пункт для производства повторного замера, что позволяло в дальнейшем учесть величину «скачка» и исключить ее из наблюдений.

3. Длительность рейсов при работах гравиметром GS-11 не превышала 1,5—2,0 *ч*, что при стабильной работе прибора гарантировало линейный ход нуля системы. Качество наблюдений в полевых условиях контролировалось величиной смещения нульпункта за рейс по наблюдениям на опорном пункте. Если эта величина не превышала 0,05—0,10 *мгл*, рейс считался качественным и принимался к обработке. В противном случае считалось, что рейс содержит «скачок» и необходимо произвести повторное наблюдение [35].

Топографо-геодезические работы

В соответствии с весьма высокой проектной точностью определения аномалий силы тяжести геодезические данные должны иметь небольшие значения погрешностей. В частности, как уже говорилось выше, гравиметрические эквиваленты плановой и высотной ошибок не должны порознь превышать $\pm 0{,}01$ *мгл*. Для этого погрешность высотной геодезической привязки m_h не должна быть больше $\pm 0{,}05$ *м*, а точность определения горизонтальных координат точек наблюдений при высокоточной гравиметровой съемке должна составлять $\pm 10 \div 15$ *м*.

Расчеты показывают, что эта величина плановой погрешности является верхним пределом допустимой ошибки при вычислениях поправок за влияние рельефа и в условиях резких топографических форм, характеризующихся большими превышениями. Так, при углах наклона дневной поверхности 30—45° ошибка планового положения гравиметрового пункта, равная 20—30 *м*, обусловит появление дополнительной погрешности, значение которой может достигать нескольких сотых долей миллигала (до 0,1 *мгл*). Возникновение этой дополнительной погрешности связано с ошибками высотных отметок, снимаемых с топографических карт, при неверно определенном положении точки стояния гравиметра.

Выполнение геофизических работ высокой точности потребовало применения технического (геометрического) нивелирования по прямолинейным профилям. Для вынесения профилей в натуру использовались четкие опознаки топографических карт. Направления профилей задавались теодолитами, а их проложение осуществлялось инструментальным вешением с одновременным измерением линий.

Концы и изломы профилей привязывались затем в плановом отношении теодолитными ходами на пункты триангуляции либо графически по картам масштаба 1 : 10 000 (непосредственным опознаванием или промером от трех жестких ориентиров), либо методом обратных засечек по нескольким точкам.

§ 2. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОЛЕВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Помимо общеизвестных операций по обработке наблюдений с гравиметрами мы вынуждены были проводить и некоторые специфические, связанные с требованиями к высокоточной гравиметрической съемке.

Полученные значения Δg исправлялись за приливные (лунно-солнечные) вариации силы тяжести. Для этого использовались кривые суточного хода приливных вариаций, построенные на основе табличных данных ежегодного бюллетеня Европейской Ассоциации Геофизиков-Разведчиков.

В связи с практически линейной зависимостью показаний гравиметра ГАК-6М от изменения температуры при очень небольшой величине температурного коэффициента (около 0,07 *мгл* на 1° С) поправки за влияние температуры в показания прибора не вводились, а учитывались одновременно с поправками за ход места нуля.

При обработке рейсов, выполненных с гравиметром GS-11, особое значение имели приемы учета «скачков» места нуля. Величины «скачков» определялись по материалам повторных измерений приращений силы тяжести между пунктами, граничащими с участком «скачка». Если после исключения «скачка» величина рейсового смещения удовлетворяла указанным ранее требованиям, рейс допускался к дальнейшей обработке. В противном случае материалы окончательно браковались.

При вычислении аномалии силы тяжести в редукции Буге плотность пород промежуточного слоя принималась переменной и определялась при помощи специально разработанного для этой цели метода.

Полученные значения аномалий подвергались аналитическому выравниванию, которое проводилось по параболической формуле А. К. Маловичко [28], с интервалом, равным шагу съемки.

Оценка точности выполненных наблюдений осуществлялась по результатам сходимости повторных независимых определений (внешний контроль), а также по результатам повторных определений, связанных общим ходом нуля внутри одного рейса (внутренний контроль), общеизвестными приемами.

Средняя квадратическая погрешность единичного наблюдения с гравиметром ГАК-6М по результатам внутреннего контроля изменяется от $\pm 0,015$ до $\pm 0,036$ *мгл*, составляя в среднем $\pm 0,023$—0,025 *мгл*.

Средняя квадратическая погрешность по результатам внешнего независимого контроля колеблется в интервале $\pm 0,021$—0,028 *мгл* и в среднем равна $\pm 0,024$—0,025 *мгл*.

При работах с высокоточным гравиметром GS-11 средняя квадратичная погрешность единичного наблюдения по материалам внутреннего контроля варьирует от $\pm 0,039$ до $\pm 0,053$ *мгл*. Ее среднее значение равно $\pm 0,046$ *мгл*. Средняя квадратическая ошибка по результатам внешнего независимого контроля колеблется в интервале $\pm 0,031$ — 0,058 *мгл*. Ее средняя величина составляет $\pm 0,045$ *мгл*. Наконец, величины средних квадратических погрешностей определения аномалий силы тяжести для гравиметров ГАК-6М и GS-11 составляют соответственно $\pm 0,024$ и $\pm 0,055$ *мгл*.

Таким образом, можно констатировать, что точность наблюдений, выполненных с гравиметром ГАК-6М почти в 2 раза превышает точность определений Δg, произведенных с гравиметром GS-11.

В заключение рассмотрим результаты двух вспомогательных приемов оценки величины погрешности аномалии силы тяжести.

Известно [28], что разности между исходными и выравненными (по формуле А. К. Маловичко) значениями аномалий позволяют дополнительно оценить их точность (гладкость кривой Δg) по формуле

$$m_0 = \pm 1,4 \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n}},$$

где δ — разность исходного и выравненного значений аномалии, а n — число пунктов.

Кроме того, для оценки точности значений аномалий силы тяжести может быть использован метод Е. В. Мак-Коллума [48], основанный на вычислении разностей высших порядков по значениям Δg.

При вычислении применялась формула вероятной ошибки, предварительно исправленная для подсчета принятых в СССР средних квадратических погрешностей

$$m_{mc} \leqslant \frac{1,2616}{\left(\sum K^2\right)^{1/2}} \frac{\sum \Delta^m u}{n},$$

где u — исследуемая величина; m — порядок разностей; n — число разностей; K — биномиальный коэффициент порядка m.

Величины погрешностей, определенные методами А. К. Маловичко и Е. В. Мак-Коллума, приводятся в табл. 11.

Таблица 11

Тип гравиметра	m_0, *мгл*	m_{mc}, *мгл*
ГАК-6М	± 0,033	± 0,031
GS-1 1	± 0,049	± 0,052

Полученные результаты хорошо согласуются между собой и с данными независимого контроля, что свидетельствует о достоверности этих величин.

Окончательная обработка наблюдений, кроме аналитического выравнивания, включала ряд нестандартных операций, с помощью которых освобождались от влияния различных побочных геологических факторов, искажающих вычисленные значения аномалии силы тяжести.

§ 3. ОБРАБОТКА (РЕДУКЦИИ) ПРИРАЩЕНИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ПРИ ВЫСОКОТОЧНЫХ ГРАВИРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТАХ

При изучении слабых аномалий полей наряду с необходимостью увеличения точности полевых измерений возникают дополнительные требования и к методике обработки (редуцирования) результатов гравиметрической съемки. Эти требования обусловлены наличием погрешностей в значениях редукций, вычисленных по стандартной методике. Указанные погрешности могут сильно исказить либо даже полностью уничтожить слабые полезные аномалии, представляющие прямой поисковый интерес.

Имеется два типа погрешностей стандартной методики. Первый из них связан с недостаточной формальной точностью вычисления тех или иных поправок и прежде всего — поправки за влияние неровностей дневного рельефа.

Ко второму типу относятся погрешности, которые при стандартной методике обработки не учитываются вообще. К их числу относятся влияния поверхностных плотностных неоднородностей, разновысотности пунктов наблюдений по отношению к аномальным массам и др.

В результате выполненных исследований наметился следующий комплекс операций по окончательной обработке материалов высокоточных гравиметрических работ.

1. Учет гравитационного влияния неровностей дневного рельефа с точностью до нескольких сотых долей миллигала.

2. Редуцирование полученных величин Δg за разновысотность пунктов наблюдений по отношению к аномальным массам.

3. Учет искажений, вносимых гравитационным влиянием поверхностных (чаще всего эрозионных) неоднородностей.

4. Выделение полезного гравитационного эффекта на фоне региональных осложнений наблюденного поля.

Последние две операции относятся, по существу, уже к процессу интерпретации и выделены здесь условно.

Для выполнения перечисленных операций общеизвестные методы оказались малопригодными или непригодными вообще. Учет же влияния аномального градиента представлял собой совершенно новую проблему (см. II, III и IV главы).

Высокоточное определение поправок за гравитационное влияние неровностей дневного рельефа

При точности полевых измерений $\pm 0{,}02$ *мгл* погрешность определения поправок за рельеф не должна превышать $\pm 0{,}01 - 0{,}02$ *мгл*. Другим важным условием при вычислении этой поправки является малая трудоемкость и высокая производительность работ.

Широко известные в гравиразведочной практике способы П. И. Лукавченко [20] и Л. Л. Неттлетона [52] характеризуются недостаточно высокой точностью ($\approx \pm 0{,}1$ *мгл*) и эффективностью.

В последнее время в отечественной и зарубежной литературе было опубликовано немало работ по усовершенствованию приемов определения поправок за гравитационное влияние рельефа местности [4, 13, 57, 60]. Однако в большинстве случаев в этих работах рассматриваются лишь некоторые частные вопросы. Определенный интерес представляет оригинальный метод В. М. Березкина [4]. Сущность этого метода заключается в аппроксимации сечений рельефа на коротких интервалах параболическим полиномом с последующим приближенным интегрированием функции гравитационного влияния. Для этого строится серия палеток вдоль ряда параллельных сечений топографической поверхности. Значения поправок снимают визуально в точках пересечения кривых рельефа со шкалами, расположенными в узлах прямоугольной расчетной сетки. Основным достоинством метода является возможность использования однажды полученной высотной информации для вычисления всех поправок вдоль прямолинейного профиля. Эта особенность существенно снижает трудоемкость и сокращает время вычислений.

Однако несмотря на несомненные достоинства, метод В. М. Березкина характеризуется все же недостаточной точностью определения искомых величин. Даже при параболическом характере рельефа поправка определяется с погрешностью в несколько сотых миллигала.

Необходимо отметить, что большинству существующих методов определения поправки за влияние поверхностного рельефа присущи, по крайней мере, два недостатка.

1. Применение круговой формы расчетной палетки исключает возможность повторного использования однажды полученной высотной информации и требует независимой интерполяции альтитуд с карты для каждой вновь определяемой точки. Результатом этого является уменьшение производительности вычислений.

2. При вычислении поправок возникает необходимость определения элементарных эффектов в каждом заданном узле на плоскости расчета. Иными словами, в противоположность большинству методов трансформации гравитационных полей исходные данные здесь не могут быть осреднены по контуру, окружающему центральную точку. Сказанное раскрывает одну из причин относительно невысокой производительности вычисления поправок.

Заметим также, что способ вычисления интеграла притяжения, употребляемый в этих методах, является несовершенным уже потому, что он сводится к простому суммированию аномальных влияний серии элементарных тел строгой геометрической формы. Понятно, что в этом случае реальная морфология гравитирующих масс аппроксимируется довольно грубо, следствием чего может явиться уменьшение фактической точности расчетов.

В ходе разработки методических основ высокоточной гравиразведки во ВУФВНИИГеофизике было предложено два новых метода определения поправки за влияние поверхностного рельефа, частично или полностью свободных от указанных недостатков. Каждый из этих методов имеет свою область применения.

В первом методе используется квадратная форма палетки и принцип весового осреднения превышений. В результате этого появляется возможность многократного использования однажды полученной высотной информации и существенно сокращается время вычислений за счет уменьшения количества табличных операций.

Во втором методе сохранена традиционная круговая форма расчетной палетки, однако в противоположность другим способам здесь реализована возможность осреднения заданных величин по контуру, окружающему исходную точку, и предложена более совершенная схема вычисления интеграла притяжения, учитывающая морфологию топографической картины.

Квадратная палетка с весовым осреднением превышений [1]

Предлагаемая палетка расчленяет участок местности вокруг точки наблюдения на ряд зон (рис. 22). Каждая зона разбита на восемь равновеликих элементарных отделений (квадратов), представляющих собой проекции на дневную поверхность вертикальных параллелепипедов с высотой H (средняя относительная высота отделения) и стороной основания l.

---

[1] Основная работа по этому методу выполнена А. Н. Пришивалко (ВУФВНИИГеофизика). Автором предложена форма палетки и разработаны некоторые вспомогательные вопросы.

Отношение сторон элементарных отделений для двух смежных зон принято постоянным и равным трем

$$\frac{l_{i+1}}{l_i} = 3.$$

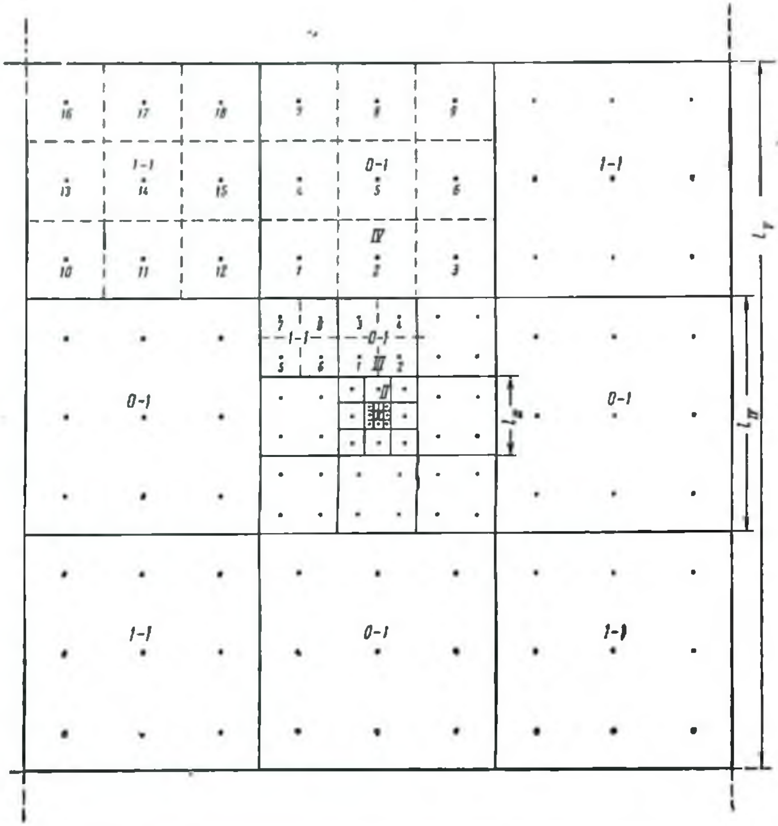


Рис. 22. Квадратная палетка для учета влияния рельефа.

Следует подчеркнуть, что рассматриваемая методика разрабатывалась применительно к задачам высокоточной гравиметровой съемки на незначительных площадях. В этом случае отпадает необходимость учитывать медленно изменяющееся гравитационное влияние удаленных масс, в связи с чем при построении таблиц кривизна земной поверхности не учитывалась.

Нетрудно уяснить, что в каждой зоне палетки мы имеем два типа отделений (квадратов), обозначенных индексами 0—1 и 1—1, влияние которых на центр установки будет различным. В связи с этим, для каждой зоны пришлось рассчитывать по две таблицы

(0—1 и 1—1). Общее количество зон в палетке (исключая центральную нулевую зону) должно быть равно 6, при внешнем размере последней зоны 21 870 *м*. Это позволяет в большинстве случаев почти полностью (98—99%) исчерпать величину искомой поправки.

Указанные границы вычислений определялись и тем, что величина остатка (влияние масс, расположенных за границами палетки) меняется в этом случае практически линейно, накладываясь на аномальное поле в виде слабого фона (сказанное относится к районам с относительно спокойным рельефом). Значения поправок были рассчитаны с высокой точностью и детальностью, что обеспечивает определение соответствующих значений для любого отделения палетки с точностью 0,0001 *мгл* (табл. 12, 13).

Табл. 12 и 13 составлены для квадратов 0—1 и 1—1 соответственно, в объеме шести зон. Значения превышений H даны в метрах, а поправки Δg и табличные разности δ — в миллигалах.

В пределах каждого отделения палетки (кроме первой и второй зоны) превышения H вычисляются путем весового осреднения. Идея весового осреднения превышений (предложена А. Я. Ярошем) заключается в том, что ближние и дальние участки в пределах элементарного квадрата неодинаково влияют на центр палетки при прочих равных условиях. А именно, ближние участки окажут большее воздействие, нежели дальние. В качестве весовой функции было выбрано нормированное значение гравитационного влияния различных участков элементарного квадрата, осредненное в некотором интервале высот. Значения весовых коэффициентов были вычислены для осреднения по четырем и девяти точкам. Для этого, каждое из двух различных отделений палетки расчленялось на четыре или девять квадратов, являющихся основаниями соответствующих вертикальных параллелепипедов. В табл. 14 приводятся вычисленные средние значения весовых коэффициентов.

Нумерация точек осреднения объясняется специальным «ключом», приведенным на рис. 23. Для ускорения вычислений средневзвешенных значений превышений А. И. Пришивалко были построены номограммы $\overline{H} = a_n H$, представляющие собой серию прямых линий и позволяющие определять составляющие средневзвешенного значения $\overline{H}$ непосредственно по значениям превышений H.

По оси абсцисс номограммы отложены значения превышений H, которые снимаются с топографической карты, на оси ординат — величины $\overline{H}$. Цифровые обозначения против каждой прямой соответствуют номеру точки осреднения в соответствии с прилагаемым «ключом».

Средневзвешенная высота по каждому отделению палетки вычисляется как сумма составляющих $\overline{H}$, найденных по номограмме для каждой точки осреднения в данном отделении ($H_{ср} = \sum \overline{H}$). В отдельных случаях, когда дневной рельеф в пределах соответствующего отделения отличается значительной сложностью, выбранные точки осреднения могут оказаться нехарактерными, что приведет

Таблица 12

I зона			II зона			III зона			IV зона			V зона			VI зона		
H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ
0,5	0,0000	2	1	0,0001	1	2	0,0000	2	5	0,0000	5	5	0,0001	1	5	0,0000	1
1,0	2	3	2	2	2	4	2	4	10	5	8	10	2	2	10	1	1
1,5	5	3	3	4	3	6	6	5	15	13	10	15	4	3	15	2	1
2,0	8	4	4	7	5	8	11	6	20	23	13	20	7	4	20	3	1
2,5	12	5	5	12	6	10	17	7	25	36	16	25	11	5	25	4	2
3,0	17	5	6	18	7	12	24	9	30	52	19	30	16	6	30	6	2
3,5	22	6	7	25	8	14	33	10	35	71	21	35	22	8	35	8	3
4,0	28	6	8	33	9	16	43	12	40	92	25	40	30	9	40	11	3
4,5	34	7	9	42	10	18	55	13	45	117	28	45	39	10	45	14	3
5,0	0,0041	8	10	0,0052	11	20	0,0068	14	50	0,0145	31	50	0,0049	11	50	0,0017	3
5,5	49	8	11	63	12	22	82	16	55	176	34	55	60	11	55	20	4
6,0	57	9	12	75	13	24	98	18	60	210	36	60	71	12	60	24	4
6,5	66	10	13	88	14	26	116	19	65	246	39	65	83	13	65	28	4
7,0	76	10	14	102	15	28	135	19	70	285	42	70	96	14	70	32	4
7,5	86	10	15	117	15	30	154	21	75	327	44	75	110	15	75	36	4

8,0	96	11	16	132	17	32	175
8,5	107	11	17	149	17	34	198
9,0	118	11	18	166	18	36	222
9,5	129	12	19	184	19	38	247
10,0	0,0141	12	20	0,0203	19	40	0,0273
10,5	153	13	21	222	20	42	301
11,0	166	13	22	242	20	44	330
11,5	179	13	23	262	21	46	360
12,0	192	14	24	283	22	48	391
12,5	206	14	25	305	22	50	423
13,0	220	14	26	327	23	52	456
13,5	234	14	27	350	23	54	490
14,0	248	14	28	373	24	56	525
14,5	262	14	29	397	24	58	561
15,0	0,0276	14	30	0,0421	24	60	0,0597
15,5	290	14	31	445	25	62	635
16,0	304	14	32	470	25	64	674
16,5	318	14	33	495	26	66	714

23	80	371	48	80	125	16	80	40	4
24	85	419	51	85	141	17	85	44	6
25	90	470	54	90	158	18	90	50	7
26	95	524	56	95	176	19	95	57	7
28	100	0,0580	58	100	0,0195	20	100	0,0064	7
29	105	638	61	105	215	21	105	71	8
30	110	699	63	110	236	22	110	79	8
31	115	762	66	115	258	23	115	87	8
32	120	828	68	120	281	24	120	95	8
33	125	896	72	125	305	25	125	103	8
34	130	968	74	130	330	26	130	111	9
35	135	1042	75	135	356	27	135	120	10
36	140	1117	78	140	383	28	140	130	10
36	145	1195	80	145	411	29	145	140	10
38	150	0,1275	82	150	0,0440	30	150	0,0150	10
39	155	1357	85	155	470	31	155	160	10
40	160	1442	87	160	501	32	160	170	10
41	165	1529	89	165	533	33	165	180	11

I зона			II зона			III зона		
H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ
17,0	0,0332	14	34	0,0521	26	68	0,0755	41
17,5	346	14	35	547	26	70	796	42
18,0	360	14	36	573	27	72	838	43
18,5	374	14	37	600	27	74	881	44
19,0	388	14	38	627	27	76	925	44
19,5	402	14	39	654	27	78	969	45
20,0	0,0416	14	40	0,0681	27	80	0,1014	46
20,5	430	14	41	708	27	82	1060	47
21,0	444	14	42	735	28	84	1107	48
21,5	458	14	43	763	28	86	1155	48
22,0	472	14	44	791	28	88	1203	48
22,5	486	14	45	819	28	90	1251	50
23,0	500	14	46	847	28	92	1301	50
23,5	514	14	47	875	28	94	1351	50
24,0	528	14	48	903	28	96	1401	51

Продолжение табл. 12

IV зона			V зона			VI зона		
H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ
170	0,1618	91	170	0,0566	34	170	0,0191	11
175	1709	93	175	600	35	175	202	11
180	1802	94	180	635	36	180	213	11
185	1896	97	185	671	36	185	224	11
190	1993	99	190	707	37	190	235	13
195	2092	100	195	744	38	195	248	13
200	0,2192	102	200	0,0782	39	200	0,0261	13
205	2294	103	205	821	40	205	274	13
210	2397	105	210	861	41	210	287	13
215	2502	107	215	902	42	215	300	14
220	2609	108	220	944	43	220	314	14
225	2717	110	225	987	44	225	328	15
230	2817	112	230	1031	45	230	343	15
235	2939	113	235	1076	46	235	358	16
240	3052	115	240	1122	47	240	374	16

24,5	542	14	49	931	28	98	1452
25,0	0,0556		50	0,0959	29	100	0,1504
			51	988	29	102	1556
			52	1017	29	104	1609
			53	1046	29	106	1662
			54	1075	29	108	1715
			55	1104	29	110	1768
			56	1133	29	112	1822
			57	1162	29	114	1876
			58	1191	29	116	1930
			59	1220	29	118	1984
			60	0,1249		120	0,2038
						122	2093
						124	2148
						126	2203
						128	2259
						130	2315
						132	2371

	245	3167		245	1169		245	390	
52			117			48			16
	250	0,3284		250	0,1217		250	0,0406	
52			118			49			16
	255	3402		255	1266		255	422	
53			119			50			18
	260	3521		260	1316		260	440	
53			121			51			18
	265	3642		265	1367		265	458	
53			122			52			18
	270	3764		270	1419		270	476	
53			124			53			18
	275	3888		275	1472		275	494	
54			125			53			18
	280	4013		280	1525		280	512	
54			126			54			19
	285	4139		285	1579		285	531	
54			127			55			19
	290	4266		290	1634		290	550	
54			127			56			19
	295	4393		295	1690		295	569	
54			128			57			20
	300	0,4521		300	0,1747		300	0,0589	
55						57			20
				305	1804		305	609	
55						58			20
				310	1862		310	629	
55						59			20
				315	1921		315	649	
56						60			20
				320	1981		320	669	
56						61			21
				325	2042		325	690	
56						62			22
				330	2104		330	712	
56						62			22

Продолжение табл. 12

I зона			II зона			III зона			IV зона			V зона			VI зона		
H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ
						134	0,2427	56				335	0,2166	63	335	0,0734	22
						136	2483	57				340	2229	64	340	756	22
						138	2540	57				345	2293	65	345	778	22
						140	0,2597	57				350	0,2358	65	350	0,0800	23
						142	2654	57				355	2423	66	355	823	23
						144	2711	57				360	2489	67	360	846	24
						146	2768	58				365	2556	68	365	870	24
						148	2826	58				370	2624	69	370	894	24
						150	0,2884					375	2693	70	375	918	24
												380	2763	71	380	942	24
												385	2833	72	385	966	25
												390	2905	73	390	991	26
												395	2978	74	395	1017	27
												400	0,3052		400	0,1044	27
															405	1071	28

						410	1099	28
						415	1127	28
						420	1155	28
						425	1183	29
						430	1212	29
						435	1241	30
						440	1271	30
						445	1301	30
						450	0,1331	30
						455	1361	30
						460	1391	30
						465	1421	30
						470	1451	30
						475	1481	31
						480	1512	31
						485	1543	31
						490	1574	31
						495	1605	31
						500	0,1636	

Таблица 13

I зона			II зона			III зона			IV зона			V зона			VI зона		
H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ
0,5	0,0000	1	1	0,0001	0	2	0,0000	1	5	0,0000	1	5	0,0000	0	5	0,0000	0
1,0	1	0	2	1	0	4	1	1	10	1	2	10	0	1	10	0	0
1,5	1	1	3	1	1	6	2	2	15	3	3	15	1	1	15	0	0
2,0	2	1	4	2	2	8	4	2	20	6	4	20	2	2	20	0	1
2,5	3	1	5	4	2	10	6	2	25	10	5	25	4	2	25	1	1
3,0	4	2	6	6	2	12	8	3	30	15	6	30	6	2	30	2	1
3,5	6	2	7	8	2	14	11	3	35	21	7	35	8	2	35	3	1
4,0	8	2	8	10	3	16	14	4	40	28	8	40	10	2	40	4	1
4,5	10	2	9	13	3	18	18	4	45	36	9	45	12	3	45	5	1
5,0	0,0012	2	10	0,0016	4	20	0,0022	4	50	0,0045	10	50	0,0015	3	50	0,0006	1
5,5	14	3	11	20	4	22	26	5	55	55	11	55	18	4	55	7	1
6,0	17	3	12	24	4	24	31	6	60	66	12	60	22	4	60	8	1
6,5	20	3	13	28	4	26	37	6	65	78	12	65	26	4	65	9	1
7,0	23	3	14	32	5	28	43	6	70	90	13	70	30	4	70	10	1
7,5	26	4	15	37	5	30	49	7	75	103	14	75	34	5	75	11	2

8,0	30	4	16	42	5	32	56
8,5	34	4	17	47	5	34	63
9,0	38	4	18	52	6	36	70
9,5	42	4	19	58	6	38	78
10,0	0,0046	5	20	0,0064	7	40	0,0087
10,5	51	5	21	71	7	42	96
11,0	56	5	22	78	7	44	105
11,5	61	5	23	85	7	46	114
12,0	66	5	24	92	7	48	124
12,5	71	5	25	99	8	50	135
13,0	76	5	26	107	8	52	146
13,5	81	5	27	115	8	54	157
14,0	86	6	28	123	8	56	168
14,5	92	6	29	131	9	58	180
15,0	0,0098	6	30	0,0140	9	60	0,0193
15,5	104	6	31	149	9	62	206
16,0	110	6	32	158	9	64	219
16,5	116	6	33	167	10	66	232

	80	117		80	39		80	13	
7			15			5			2
	85	132		85	44		85	15	
7			16			5			2
	90	148		90	49		90	17	
8			16			6			2
	95	164		95	55		95	19	
9			17			6			2
	100	0,0181		100	0,0061		100	0,0021	
9			18			6			2
	105	199		105	67		105	23	
9			19			7			2
	110	218		110	74		110	25	
9			20			7			2
	115	238		115	81		115	27	
10			21			7			2
	120	259		120	88		120	29	
11			22			7			2
	125	281		125	95		125	31	
11			23			8			2
	130	304		130	103		130	33	
11			24			8			2
	135	328		135	111		135	35	
11			24			8			2
	140	352		140	119		140	37	
12			25			9			3
	145	377		145	128		145	40	
13			26			9			3
	150	0,0403		150	0,0137		150	0,0043	
13			27			9			3
	155	430		155	146		155	46	
13			28			10			4
	160	458		160	156		160	50	
13			29			10			4
	165	487		165	166		165	54	
14			29			10			4

Продолжение табл. 13

I зона			II зона			III зона			IV зона			V зона			VI зона		
H	Δg	δ	*H*	Δg	δ	*H*	Δg	δ	*H*	Δg	δ	*H*	Δg	δ	*H*	Δg	δ
17,0	0,0122	6	34	0,0177	10	68	0,0246	14	170	0,0516	30	170	0,0176	11	170	0,0058	4
17,5	128	6	35	187	10	70	260	15	175	546	31	175	187	11	175	62	4
18,0	134	6	36	197	10	72	275	15	180	577	32	180	198	11	180	66	4
18,5	140	6	37	207	10	74	290	15	185	609	32	185	209	11	185	70	4
19,0	146	6	38	217	10	76	305	15	190	641	33	190	220	12	190	74	4
19,5	152	6	39	227	11	78	320	16	195	674	34	195	232	12	195	78	4
20,0	0,0158	6	40	0,0238	11	80	0,0336	16	200	0,0708	35	200	0,0244	12	200	0,0082	4
20,5	164	6	41	249	11	82	352	17	205	743	36	205	256	13	205	86	4
21,0	170	6	42	260	11	84	369	17	210	779	36	210	269	13	210	90	4
21,5	176	7	43	271	11	86	386	17	215	815	37	215	282	13	215	94	4
22,0	183	7	44	282	12	88	403	17	220	852	38	220	295	13	220	98	4
22,5	190	7	45	294	12	90	420	18	225	890	38	225	308	14	225	102	5
23,0	197	7	46	306	12	92	438	18	230	928	39	230	322	14	230	107	5
23,5	204	7	47	318	12	94	456	18	235	967	40	235	336	14	235	112	5
24,0	211	7	48	330	12	96	474	19	240	1007	40	240	350	15	240	117	5

24,5	218	7	49	342	12	98	493
25,0	0,0225		50	0,0354	12	100	0,0512
			51	366	12	102	531
			52	378	12	104	550
			53	390	12	106	570
			54	402	12	108	590
			55	414	13	110	610
			56	427	13	112	630
			57	440	13	114	650
			58	453	13	116	671
			59	466	13	118	692
			60	0,0479		120	0,0713
						122	734
						124	756
						126	778
						128	800
						130	823
						132	846

	245	1047		245	365		245	122	
19			41			15			5
	250	0,1088		250	0,0380		250	0,0127	
19			42			15			5
	255	1130		255	395		255	132	
19			42			15			5
	260	1172		260	410		260	137	
20			43			16			6
	265	1215		265	426		265	143	
20			44			16			6
	270	1259		270	442		270	149	
20			44			17			6
	275	1303		275	459		275	155	
20			45			17			6
	280	1348		280	476		280	161	
20			46			17			6
	285	1394		285	493		285	167	
21			46			17			6
	290	1440		290	510		290	173	
21			47			18			6
	295	1487		295	528		295	179	
21			48			18			6
	300	0,1535		300	0,0546		300	0,0185	
21						18			6
				305	564		305	191	
22						18			6
				310	582		310	197	
22						18			6
				315	600		315	203	
22						19			6
				320	619		320	209	
23						20			6
				325	639		325	215	
23						20			6
				330	659		330	221	
23						20			7

I зона			II зона			III зона		
H	Δg	δ	H	Δg	δ	H	Δg	δ
						134	0,0869	
								23
						136	892	
								23
						138	915	
								24
						140	0,0939	
								24
						142	963	
								24
						144	987	
								24
						146	1011	
								24
						148	1035	
								24
						150	0,1059	

IV зона			V зона			VI зона		
H	Δg	δ	*H*	Δg	δ	*H*	Δg	δ
			335	0,0679		335	0,0228	
					20			7
			340	699		340	235	
					20			7
			345	719		345	242	
					21			7
			350	0,0740		350	0,0249	
					21			7
			355	761		355	256	
					21			7
			360	782		360	263	
					21			7
			365	803		365	270	
					22			7
			370	825		370	277	
					22			8
			375	847		375	285	
					23			8
			380	870		380	293	
					23			8
			385	893		385	301	
					23			8
			390	916		390	309	
					23			8
			395	939		395	317	
					23			8
			400	0,0962		400	0,0325	
								8
						405	333	
								8

410	0,0341	
		8
415	349	
		8
420	357	
		8
425	365	
		9
430	374	
		9
435	383	
		9
440	392	
		9
445	401	
		9
450	0,0410	
		9
455	419	
		9
460	428	
		10
465	438	
		10
470	448	
		10
475	458	
		10
480	468	
		10
485	478	
		10
490	488	
		10
495	498	
		10
500	0,0508	

Таблица 14

Число точек осреднения	0—1		1—1	
	№ точек осреднения	Весовые коэффициенты	№ точек осреднения	Весовые коэффициенты
4	1—2	0,407	5—8	0,189
	3—4	0,093	6	0,513
	—	—	7	0,109
9	1—3	0,198	10—18	0,077
	2	0,281	11—15	0,143
	4—6	0,070	12	0,310
	5	0,082	13—17	0,059
	7—9	0,034	14	0,091
	8	0,035	16	0,039

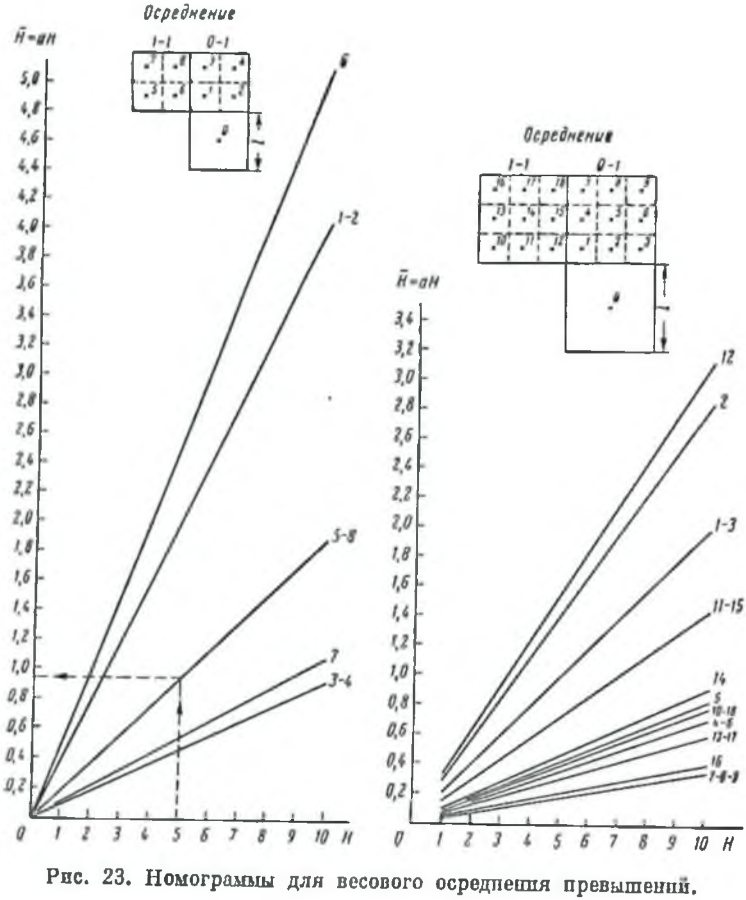


Рис. 23. Номограммы для весового осреднения превышений.

к появлению ошибок в результатах вычислений. Автором предложено в таких случаях предварительно производить арифметическое осреднение высот в окрестностях каждой точки (т. е. в пределах соответствующих квадратов, на которые разбивается элементарное отделение) и только после этого вычислять средневзвешенное значение.

Центральной зоной палетки является квадрат со стороной $l_0 = 30$ *м*. Для учета влияния этой зоны рельеф внутри нее в большинстве случаев можно аппроксимировать в виде наклонной плоскости с максимальным углом наклона β.

Если допустить, что направление максимального наклона параллельно одной из сторон центрального квадрата (палетка всегда может

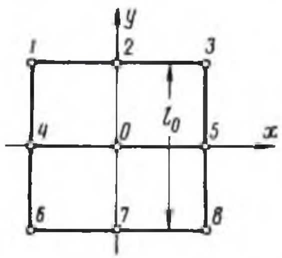


Рис. 24. Центральная зона квадратной палетки.

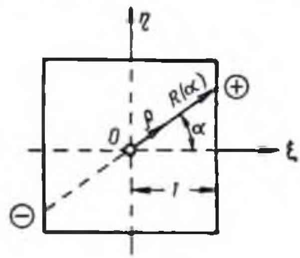


Рис. 25. Центральная зона квадратной палетки в цилиндрической системе координат.

быть расположена таким образом), то $H = \alpha x$, где $\alpha = \operatorname{tg}\beta$. В этом случае поправка за влияние центральной зоны может быть вычислена по формуле

$$\delta g_0 = f\sigma \int\limits_{-l_0/2}^{l_0/2} \int\limits_{-l_0/2}^{l_0/2} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{1}{\sqrt{(1+\alpha^2)\,x^2+y^2}}\right] dx\,dy. \qquad \text{(II. 1)}$$

Производя интегрирование, получаем

$$\delta g_0 = f\sigma l_0 \left[2\ln\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}\ln\frac{\sqrt{2+\alpha^2}+\sqrt{1+\alpha^2}}{\sqrt{2+\alpha^2}-\sqrt{1+\alpha^2}} - \ln\frac{\sqrt{2+\alpha^2}+1}{\sqrt{2+\alpha^2}-1}\right]. \qquad \text{(II. 2)}$$

На основании последнего выражения были вычислены значения поправок за рельеф в центральной зоне палетки в интервале от 1 до 20° (через 1°), при $l_0 = 30$ *м*. Значения этих поправок приводятся в табл. 15 ($\sigma = 1$ *г/см*^{3}).

Данные таблицы показывают, что при уклонах топографической поверхности, не превышающих 6—7°, поправку за влияние рельефа в центральной зоне можно не учитывать в связи с пренебрежимо малым значением ее величины. Практически угол β может быть определен непосредственно на местности при помощи эклиметра. При более сложном характере рельефа в пределах центральной зоны

Таблица 15

$\beta°$	δg_0	$\beta°$	δg_0
1	0,0000	11	0,0065
2	0,0002	12	0,0078
3	0,0005	13	0,0091
4	0,0008	14	0,0106
5	0,0013	15	0,0122
6	0,0019	16	0,0138
7	0,0026	17	0,0156
8	0,0034	18	0,0175
9	0,0044	19	0,0196
10	0,0053	20	0,0218

палетки значение поправки может быть определено при помощи приближенного интегрирования.

Пусть нам задана функция $H = H(x, y)$, описывающая рельеф местности на площади центрального квадрата, со стороной l_0 (рис. 24). Если величина H приведена к уровню центральной точки (H — превышение), то, используя выражение гравитационного влияния вертикальной вещественной линии [40], можно записать:

$$\delta g_0 = \int_{-l_0/2}^{l_0/2} \int_{-l_0/2}^{l_0/2} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+H^2(x, y)}} \right] dx\, dy. \qquad (\text{II. 3})$$

Для любого двойного интеграла, согласно правилу замены переменных, имеем

$$x = \varphi_1(\xi); \quad \xi = \psi_1(x); \quad y = \varphi_2(\eta); \quad \eta = \psi_2(y).$$

Отсюда

$$J = \int_a^b \int_c^e f(x, y)\, dx\, dy \int_{\psi_1(a)}^{\psi_1(b)} \int_{\psi_2(a)}^{\psi_2(b)} f[\varphi_1(\xi), \varphi_2(\eta)]\, \varphi_1'(\xi)\, \varphi_2'(\eta)\, d\xi\, d\eta.$$

В нашем случае

$$x = \varphi_1(\xi) = 0{,}5\, l_0 \xi; \quad \xi = \psi_1(x) = 2x/l_0;$$

$$y = \varphi_2(\xi) = 0{,}5\, l_0 \eta; \quad \eta = \psi_2(y) = 2y/l_0.$$

Тогда после простых преобразований

$$\delta g_0 = f\sigma \frac{l_0}{2} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2+\eta^2}} - \frac{1}{\sqrt{\xi^2+\eta^2+h^2}} \right] d\xi\, d\eta, \qquad (\text{II. 4})$$

где $h = \frac{2H}{l_0}$ — превышение, выраженное в долях половины стороны центрального квадрата.

Полагая $\sigma = 1$ *г/см*³ и $l_0 = 30$ *м*, находим

$$\delta g_0 = 0{,}1 \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2+\eta^2}} - \frac{1}{\sqrt{\xi^2+\eta^2+h^2}}\right] d\xi\, d\eta. \qquad (\text{II. } 5)$$

Нашей задачей является приближенное интегрирование приведенного выше выражения.

Выше мы уже отмечали, что методы квадратур имеют значительные трудности при решении прямой задачи гравиразведки в окрестностях начала координат. Они заключаются в существовании бесконечного разрыва обоих слагаемых подынтегральной функции при $\xi = \eta \to 0$. Для преодоления этой трудности нами был предложен комбинированный метод вычисления выражения (II. 5) в цилиндрической системе координат. Рассмотрим этот метод.

Вводя цилиндрическую систему координат, мы можем записать

$$\delta g_0 = 0{,}1 \int_0^{2\pi}\int_0^{R(\alpha)}\left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\sqrt{\varrho^2+h^2}}\right)\varrho\, d\varrho\, dx, \qquad (\text{II. } 6)$$

где $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ — радиус-вектор из начала координат на текущую точку; α — угол между радиусом-вектором и осью абсцисс; $R(\alpha)$ — предельное значение радиуса-вектора ϱ для угла α.

Предположим теперь, что вдоль линии от «+» до «—» (рис. 25) относительные превышения h заданы в виде квадратно-параболической функции от ϱ. Иными словами

$$h = a\varrho^2 + b\varrho.$$

Очевидно,

$$a = \frac{h_+ + h_-}{2R^2} \quad \text{и} \quad b = \frac{h_+ - h_-}{2R}.$$

При произвольно выбранном угле α рельеф внутри центрального квадрата будет описываться параболоидом 4-ой степени. Нет нужды доказывать, что реальная гипсометрическая картина аппроксимируется в этом случае с высокой достоверностью.

Подставляя теперь $h = a\varrho^2 + b\varrho$ в выражение (II. 6), получаем

$$\delta g_0 = 0{,}1 \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{R(\alpha)}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{a^2\varrho^2 + 2ab\varrho + b^2 + 1}}\right] d\varrho. \qquad (\text{II. } 7)$$

Внутренний интеграл выражения (II. 7) берется элементарно. Имеем

$$J = \int_0^{R(\alpha)}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{a^2\varrho^2 + 2ab\varrho + b^2 + 1}}\right) d\varrho =$$

$$= R\alpha - \frac{1}{a}\left|_0^{R(\alpha)} \ln\left(\frac{\sqrt{\varrho^2+h^2}}{\varrho} + \frac{h}{\varrho}\right) + \ln 2a\right|.$$

Учитывая, что

$$\frac{h}{\varrho}=\frac{a\varrho^2+b\varrho}{\varrho}=a\varrho+b\underset{\text{при }\varrho\to 0}{\longrightarrow}b,$$

получаем

$$J=R(\alpha)-\frac{1}{a}\ln\frac{\dfrac{\sqrt{R^2+h^2}}{R}+\dfrac{h}{R}}{\sqrt{1+b^2}+b}. \tag{II.8}$$

Выражение (II. 8) должно быть затем проинтегрировано по α. Прежде чем приступить к выполнению этой задачи, остановимся на одном из вопросов, упрощающих процесс интегрирования. Очевидно, интегрирование по α можно произвести в пределах от 0 до π

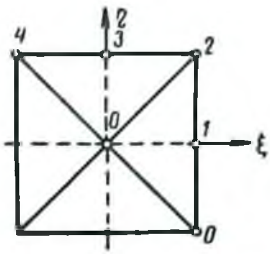


Рис. 26. Интервалы приближенного интегрирования по полярному углу α в центральной зоне квадратной палетки.

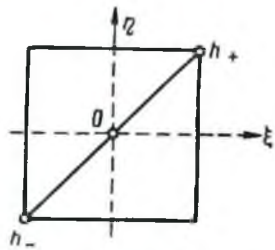


Рис. 27. Диагональное расположение отсчетных точек в центральной зоне квадратной палетки.

(а не от 0 до 2π), если сложить значения подынтегральных функций выражения (II. 8) для двух точек, расположенных симметрично относительно начала координат (рис. 26). Имеем:

$$J_1(\alpha)=2R-\frac{1}{a}\left[\ln\frac{\dfrac{\sqrt{R^2+h_+^2}}{R}+\dfrac{h_+}{R}}{\sqrt{1+b^2}+b}+\ln\frac{\dfrac{\sqrt{R^2+h_-^2}}{R}+\dfrac{h_-}{R}}{\sqrt{1+b^2}-b}\right]=$$

$$=2R-\frac{2R^2}{h_++h_-}\left\{\ln\left[\sqrt{R^2+h_+^2}+h_+\right]+\ln\left[\sqrt{R^2+h_-^2}+h_-\right]-2\ln R\right\}. \tag{II.9}$$

Нетрудно убедиться, что при $a=\dfrac{h_++h_-}{2R^2}=0$ второе слагаемое выражения (II. 9) приобретает неопределенное значение. Раскрывая эту неопределенность, получаем

$$J_2(\alpha)=2R-\frac{2R^2}{\sqrt{R^2+h^2}}, \tag{II.10}$$

где $h_+=-h_-=h$.

Приступая к интегрированию по α, запишем очевидное равенство

$$\delta g_0=0{,}1\int_0^{\pi}J_{1\text{ или }2}(\alpha)\,d\alpha.$$

Попытка раскрыть эту квадратуру приводит к сложным и громоздким выражениям, не интегрируемым элементарно. Однако вполне удовлетворительные результаты могут быть получены путем приближенного интегрирования, по формуле Симпсона.

Для этого достаточно ограничиться значениями превышений в восьми точках, расположенных соответственно по углам и на серединах сторон центрального квадрата. В квадратурную формулу войдут значения подынтегральной функции для точек 0; 1; 2; 3; 4 (рис. 26). В соответствии с формулой Симпсона мы можем записать [1]:

$$\delta g_0 = 0{,}1 \int\limits_0^{\pi} J(\alpha)\, d\alpha \approx 0{,}1 \frac{\pi}{12} [J_0 + 4J_1 + 2J_2 + 4J_3 + J_4].$$

Отсюда, поскольку $J_0 = J_4$, получаем

$$\delta g_0 = \frac{\pi}{30} \left[\frac{J_0 + J_2}{2} + J_1 + J_4 \right].$$

Обозначим значения подынтегральной функции на угловых точках через $J_у$ и на точках, расположенных по серединам сторон, через J_+. После этого запишем

$$\delta g_0 = \frac{\pi}{30} \left[\frac{\sum J_у}{2} + \sum J_+ \right]. \tag{II. 11}$$

Это выражение является основой для построения номограмм для вычисления значения поправки в центральной зоне палетки. Очевидно, что выражение (II. 11) может быть представлено в виде суммы четырех попарно аналогичных величин.

При этом первая пара будет давать составляющую поправки в функции превышений, расположенных по диагоналям центрального квадрата. Вторая пара будет зависеть от превышений, значения которых фиксируются на координатных осях. Опуская промежуточные выкладки, запишем окончательные выражения для вычисления поправок.

1. Диагональное расположение точек $(R = \sqrt{2}$, рис. 27). При условии $h_+ + h_- \neq 0$

$$\delta g'_{01} = \frac{\pi}{15} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\ln\left[\sqrt{2 + h_+^2} + h_+\right] + \ln\left[\sqrt{2 + h_-^2} + h_-\right] - \ln 2}{h_+ + h_-} \right\}. \tag{II. 12}$$

При условии $h_+ + h_- = 0$

$$\delta g''_{01} = \frac{\pi}{15} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2 + h^2}} \right). \tag{II. 13}$$

---

[1] Заметим, что мы сознательно начали построение квадратурной формулы с одной из угловых точек. В этом случае приближенное интегрирование ведется вдоль прямой линии, что обеспечивает более высокую точность по сравнению с интегрированием по ломаному контуру, когда начало квадратуры Симпсона совпадает с серединой стороны центрального квадрата.

2. Осевое расположение точек ($R = 1$, рис. 28). При условии $h_+ + h_- \neq 0$

$$\delta g'_{02} = \frac{\pi}{15}\left\{1 - \frac{\ln\left[\sqrt{1+h_+^2}+h_+\right] + \ln\left[\sqrt{1+h_-^2}+h_-\right]}{h_+ + h_-}\right\}. \quad \text{(II. 14)}$$

При условии $h_+ + h_- = 0$

$$\delta g''_{02} = \frac{\pi}{15}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+h^2}}\right). \quad \text{(II. 15)}$$

Очевидно (см. рис. 25), что

$$\delta g_0 = \delta g_{01}(1-8) + \delta g_{01}(3-6) + \delta g_{02}(2-7) + \delta g_{02}(4-5). \quad \text{(II. 16)}$$

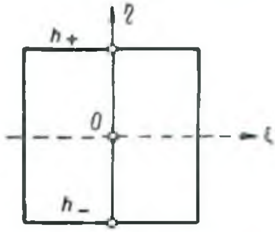


Рис. 28. Осевое расположение отсчетных точек в центральной зоне квадратной палетки.

На рис. 29, 30 приводятся две номограммы, построенные на основе выражений (II. 12)—(II. 15). Номограммы служат для определения составляющих поправки в центральной зоне, в функции превышений.

Рассмотрим два примера, позволяющих оценить точность предложенного метода учета влияния рельефа в центральной зоне квадратной палетки. Для этого зададимся сначала наклонной плоскостью, угол которой с горизонтом составляет 45°. Имеем

$$\delta g_{01}(1-8) = \delta g_{01}(3-6) = \frac{\pi}{15}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0{,}0272 \text{ мгл};$$

$$\delta g_{02}(4-5) = 0; \quad \delta g_{02}(2-7) = \frac{\pi}{15}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0{,}0613 \text{ мгл};$$

$$\delta g_0 = 2 \cdot 0{,}0272 + 0{,}0613 \cong 0{,}116 \text{ мгл}.$$

Истинное значение поправки для этого случая составляет, согласно формуле (II. 2), $\delta g_{0\,\text{ист}} = 0{,}118$ *мгл*. Разница между истинным и приближенным значением поправки $\Delta = 0{,}002$ *мгл* ($\approx 1{,}7\%$) достаточно мала и свидетельствует об удовлетворительной точности метода.

В качестве второго примера нами была выбрана параболическая впадина. Значение поправки было предварительно определено при помощи таблиц прямых гравитационных эффектов (см. § 1 главы I). Количество элементарных параллелепипедов на площади центрального квадрата составило 81.

Вычисление δg_0 по формуле (II. 11) дает следующие результаты:

$$\delta g_{01}(1-8) = \delta g_{01}(3-6) \cong 0{,}0050 \text{ мгл};$$

$$\delta g_{02}(4-5) = \delta g_{02}(2-7) \cong 0{,}0037 \text{ мгл};$$

$$\delta g_0 = 2(0{,}0050 + 0{,}0037) \cong 0{,}0174 \text{ мгл}.$$

Значение же поправки, вычисленное при помощи таблиц прямых гравитационных эффектов, равно $\delta g_{0\,\text{ист}} = 0{,}0163$ *мгл.*

Величина разности $\Delta = 0{,}0011$ *мгл* ($\approx 6\%$) также указывает на хорошую точность метода.

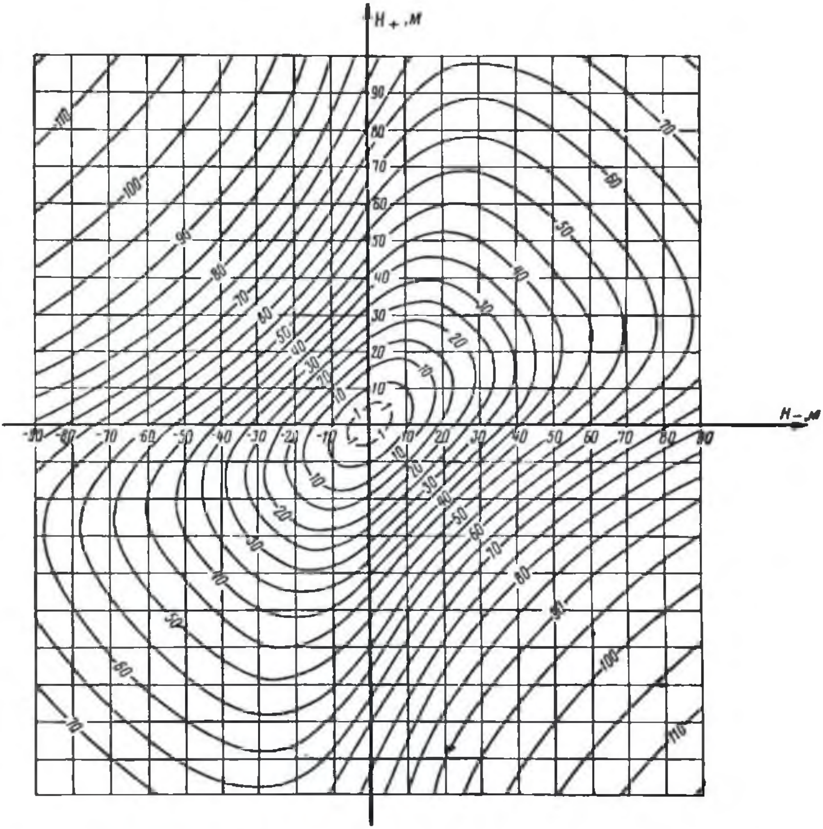


Рис. 29. Номограмма δg_{01} для определения поправки за влияние рельефа в центральной зоне квадратной палетки (диагональное расположение точек).

Квадратная палетка и рассчитанные для нее таблицы позволяют вычислить поправку за влияние рельефа в пределах площади, ограниченной максимальным квадратом, со стороной $l_{\max} = 21\,870$ *м*. Теоретически не представляет каких-либо затруднений раздвинуть границы палетки сколь-угодно далеко. Однако это связано с чисто практическими трудностями, возникающими при работе с большим объемом картографического материала.

Поэтому в условиях относительно спокойного рельефа достаточно ограничиться вычислениями поправки в пределах принятых размеров палетки (а иногда — в пределах первых пяти зон), заменив влияние удаленных участков специальной поправкой. При вычислении этой поправки делается допущение, что за пределами палетки рельеф представлен плоским материальным слоем, уходящим в бесконечность, мощность которого равна среднему арифметическому значению

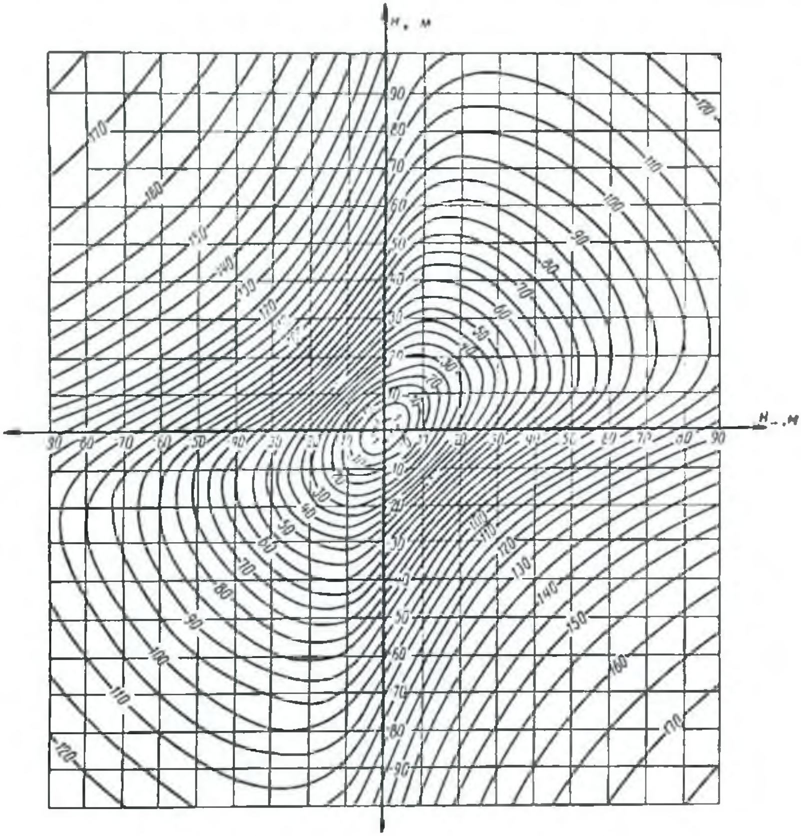


Рис. 30. Номограмма δg_{02} для определения поправки в центральной зоне квадратной палетки (осевое расположение точек).

из абсолютных величин превышений, снятых по внешнему контуру шаблона.

Вычисленные значения поправок (А. И. Пришивалко) в функции среднего превышения послужили для построения графика (рис. 31), которым удобно пользоваться на практике. Следует отметить, что в условиях достаточно спокойного рельефа поправка за «бесконечность» практически не меняется на весьма значительных участках.

В подобных случаях вводить ее результаты вычислений не рекомендуется.

Рассмотренный метод был опробован на значительном количестве теоретических примеров (круговой конус, комбинация конуса и усеченного конуса, наклонная ступень). Было установлено, что разности не превышают по абсолютной величине 0,001—0,010 *мгл*. Отмечается также, что с ростом численных значений поправок за рельеф эти разности сохраняют указанный порядок. Иными словами с увеличением определяемого значения поправки относительное (выраженное в процентах) расхождение теоретической (вычисленной по формуле) и расчетной (вычисленной по квадратной палетке) величины уменьшается. Например, для конуса с теоретическим значением поправки 1,622 *мгл*, уклонение расчетной величины составило всего 0,006 *мгл*, или 0,3%. В то же время вычисления, произведенные без весового осреднения превышений (по той же квадратной палетке) дали расхождения, достигающие 0,2—0,3 *мгл*.

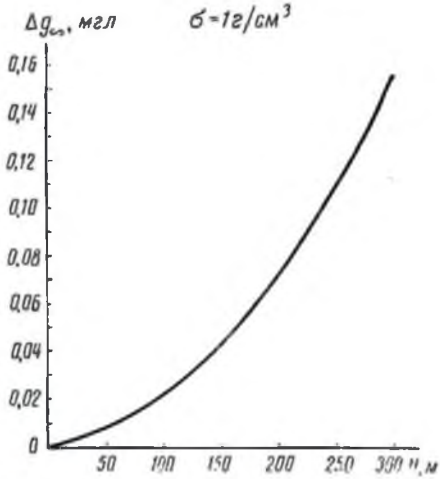


Рис. 31. График для вычисления поправки за рельеф в бесконечно удаленной зоне.

Интересно отметить, что по объему вычислений работа с квадратной палеткой является существенно более экономичной, чем в случае применения стандартного метода (П. И. Лукавченко).

Так, общий объем точек в первом случае (считая точки весового осреднения) составляет 225. Стандартная же круговая палетка, даже если исключить из рассмотрения три малые внутренние зоны, потребует для вычисления поправок определения высот в 233 элементарных отделения. При осреднении высоты в пределах каждого отделения всего по пяти точкам это составляет 425 независимых определений.

Необходимая точность определения средневзвешенных значений превышений легко может быть оценена по самим таблицам поправок за влияние рельефа. Будем считать допустимой ошибку определения элементарной составляющей поправки за рельеф ϱ в одном отделении палетки, равную $\pm 0{,}002$ *мгл*. В этом случае, суммарное значение погрешности по всем 50 составляющим (48 отделений в шести зонах, плюс внутренняя и внешняя зоны) определяется соотношением

$$m = \pm\sqrt{n\varrho^2} = 0{,}002\sqrt{50} = \pm 0{,}014 \text{ мгл}.$$

Полученная величина суммарной погрешности вполне удовлетворяет требованиям высокоточной гравиметровой съемки.

Допустимые значения погрешностей превышений приведены в табл. 16.

Данные табл. 16 позволяют оценить масштабы гипсометрических карт, необходимых для вычисления поправок.

Так, для определения превышений в I, II и III зонах палетки (см. рис. 22) наиболее удобными будут карты масштаба 1 : 10 000 или (в крайнем случае 1 : 25 000). Аналогичная операция в IV; V и VI зонах допускает применение карт меньшего масштаба (1 : 50 000; 1 : 100 000).

Необходимо подчеркнуть, что для определения альтитуды центральной точки необходимо использовать тот же картографический материал, что и для определения отметок остальных точек палетки. В противном случае могут возникнуть систематические ошибки в значениях отдельных составляющих суммарной поправки из-за случайных погрешностей в уровне исходных данных.

Таблица 16

№ зон	Допустимая погрешность определения $H_{ср}$, м
I	0,5
II	1,0
III	2,0
IV	3,0
V	5,0
VI	5,0

Скорость вычисления поправок может быть существенно увеличена за счет уменьшения детальности определения влияния удаленных зон. Причем влияние этих удаленных зон должно носить устойчивый характер, плавно изменяясь вдоль линии наблюдений. Проведенные исследования это полностью подтвердили.

Определение поправок за влияние рельефа складывалось из следующих операций.

1. Вычисление поправки за рельеф δg_1 в пределах первых трех зон квадратной палетки, для всех точек наблюдений (при этом определялась также поправка и за влияние центральной зоны).

2. Определение влияния удаленных (и бесконечно удаленных) зон δg_2 для небольшого количества точек, приуроченных к характерным участкам рельефа.

3. Построение графика изменения величины δg_2 вдоль профиля наблюдений.

4. Определение значений $\overline{\delta g_2}$ по указанному графику (путем интерполяции) для всего объема гравиметрических пунктов.

5. Определение полных значений поправок за влияние рельефа для всей совокупности гравиметрических пунктов, по формуле

$$\overline{\delta g_р} = \delta g_1 + \overline{\delta g_2}. \qquad (II.\ 17)$$

На рис. 32 приведен график изменения величины влияния дальних зон для одного из высокоточных гравиметрических профилей. Нетрудно убедиться, что характер этого графика действительно отличается монотонностью, причем положение более или менее резких вариаций величины δg_2 соответствует участкам со сложным и интенсивным рельефом. С целью проверки эффективности и оценки точности предлагаемого метода на 13 пунктах рассматриваемого профиля были произведены контрольные вычисления точных значений поправок за влияние рельефа по полной программе.

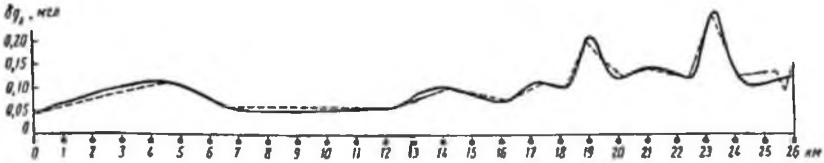


Рис. 32. К ускоренному (поэтапному) определению поправок за влияние рельефа (типичная кривая поправок δg_2).

Результаты этих вычислений приведены в табл. 17, где они сопоставлены со значениями поправок за влияние рельефа, определенным упрощенным способом, по формуле (II. 17).

Таблица 17

№ ПК	$\overline{\delta g}_p$	δg_p	$\delta = \delta g_p$	$\delta^2 \cdot 10^6$
20	0,089	0,086	0,003	9
94	0,062	0,055	0,007	49
126	0,098	0,093	0,005	25
123	0,107	0,084	0,023	529
140	0,143	0,149	−0,006	36
144	0,146	0,173	−0,027	729
148	0,105	0,110	−0,005	25
185	0,545	0,526	0,019	361
191	0,843	0,845	0,002	4
221	0,217	0,240	−0,023	529
235	0,235	0,282	−0,047	2209
246	0,205	0,174	0,031	961
250	0,217	0,249	0,032	1024

$$10^6 \sum \delta^2 = 6491$$

Данные этой таблицы позволили вычислить величину средней квадратической погрешности определения поправок рассматриваемым методом, которая оказалась равной $m = \pm \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{n-1}} = \pm 0{,}023$ *мгл.*

Как показывает опыт, один вычислитель, пользуясь этим методом, может за смену выполнить 15—20 определений, что в 5—6 раз превышает стандартную норму вычислений по полной программе.

Для применения рассматриваемого метода необходимо обратить внимание на следующие положения.

1. Определение «опорных» значений поправок по полной программе производится в характерных точках рельефа (хребты,

долины, участки максимального уклона). Опыт проделанной работы показывает, что на детальных профилях высокоточной гравиметровой съемки расстояние между соседними «опорными» точками не должно превышать 3—5 *км*.

2. Целесообразно полученные значения влияния удаленных зон δg_2 интерполировать с учетом криволинейного хода огибающей их линии. Это может быть достигнуто, например, визуальным построением искомой зависимости, по имеющимся дискретным значениям. Для уточнения такого построения может быть использована кривая градиентов изменения высотных отметок по выбранному направлению.

Метод средних квадратических превышений, с учетом спектральной характеристики рельефа

При определении поправок данным методом реализуется возможность осреднения квадратов превышений вдоль серии замкнутых контуров. При разработке метода используются приемы гармонической аппроксимации исходного материала. Ожидаемая точность расчетов не меньше $\pm 0{,}01-0{,}02$ *мгл*.

Основные положения. В цилиндрической системе координат исходное выражение[1] для вычисления поправки имеет следующий вид:

$$\delta g_p = f\sigma \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + H^2}}\right) d\varrho. \qquad \text{(II. 18)}$$

Нетрудно показать, что второй член разности, стоящий в круглых скобках, представляет собой не что иное, как косинус угла видимости β текущей точки рельефа P из полюса 0 (начало координат). Иными словами (рис. 33),

$$\delta g_p = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\infty} (1 - \cos\beta)\, d\varrho. \qquad \text{(II. 19)}$$

Отсюда вытекает возможность определения значений поправок непосредственно по углам видимости рельефа, определенных в полевых условиях. Однако в большинстве случаев условия прямой видимости затрудняют решение данной задачи. Поэтому мы по-прежнему будем предполагать, что исходной информацией являются значения превышений, определенные по топографическим картам. Формула же (II. 19) может быть использована как самостоятельная при оценке влияния так называемой «центральной зоны».

Итак, ядро исходного интеграла

$$K = 1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + H^2}}. \qquad \text{(II. 20)}$$

---

[1] Приведенное выражение получено прямым интегрированием по вертикали элементарных влияний в интервале от уровня расчетной точки, до поверхности рельефа, в предположении постоянства плотности поверхностных масс.

Полагая $H \ll \varrho$ и разлагая выражение ядра в ряд, получаем

$$K \approx \frac{H^2}{2\varrho^2}. \qquad \text{(II. 21)}$$

Отсюда вытекает возможность интегрировать вместо самого ядра (II. 20) квадраты превышений текущей точки рельефа над исходной. При значительных уклонениях от условия приближения ($H \ll \varrho$) в значения H могут быть введены поправки, гарантирующие точность метода. После осреднения квадратов превышений интегрирование выполняется по лучу ϱ от 0 до ∞. Заметим, что при такой постановке задачи вопрос о центральной зоне решается одновременно с разработкой метода в целом.

Оценка пределов интегрирования. Выше мы уже говорили, что интегрирование по лучу ϱ должно выполняться от 0 до ∞. Однако

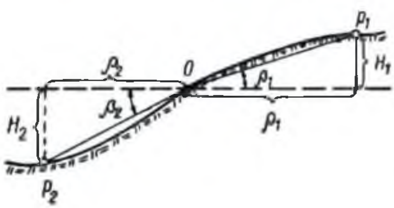


Рис. 33. К выводу формулы поправки за гравитационное влияние дневного рельефа.

Рис. 34. Модель дневного рельефа в виде вертикального уступа.

в связи с резким убыванием значений ядра интеграла с расстоянием влиянием удаленных зон можно либо пренебречь, либо учесть его специальной «концевой» поправкой.

Рассмотрим два варианта идеализированной модели рельефа.

1. Вертикальный уступ постоянной мощности (рис. 34). Очевидно, что поправка за влияние рельефа в точке O эквивалентна гравитационному эффекту бесконечного плоского слоя мощностью H. Иначе

$$\delta g_p = f\sigma \int_0^{\pi} d\alpha \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + H^2}}\right) d\varrho.$$

При $H = \text{const}$ можно записать

$$\delta g_p = 2\pi f\sigma \Big|_0^{\infty} \varrho - \sqrt{\varrho^2 + H^2}\Big| = 2\pi f\sigma \left[\Big|_0^{a} \varrho - \sqrt{\varrho^2 + H^2}\Big| + \Big|_a^{\infty} \varrho - \sqrt{\varrho^2 + H^2}\Big|\right] = \delta g_1 + \delta g_2.$$

Рассмотрим теперь влияние неучтенных (удаленных) масс. Очевидно,

$$\delta g_2 = 2\pi f\sigma \left(\sqrt{a^2 + H^2} - a\right).$$

Решая это уравнение относительно a, находим

$$a=\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi f\sigma}{\delta g_2}H^2-\frac{\delta g_2}{2\pi f\sigma}\right). \tag{II. 22}$$

Рассмотрим теперь характер изменения a в зависимости от величины δg_2 при $H = 0{,}1$ *км* и $\sigma = 2$ *г/см*^{3} (табл. 18).

Данные табл. 18 показывают, что для равнинных местностей ($H \leqslant 100$ *м*) и при изменении величины неучтенного влияния δg_2 от 0,01 до 0,05 *мгл* радиус палетки может быть выбран в пределах от 8 до 40 *км*.

Таблица 18

δg_2, *мгл*	H, *км*	a, *км*
0,01	0,1	42,0
0,02	0,1	21,0
0,03	0,1	14,0
0,04	0,1	10,5
0,05	0,1	8,5

Понятно, что морфология этой модели рельефа отличается предельно резким (нереальным) характером. При этом значения превышений остаются постоянными на всей бесконечной плоскости. Поэтому определенные значения предельных радиусов палетки, равных a, оказываются достаточно большими. Рассмотрим поэтому модель рельефа, более отвечающую действительности.

2. Бесконечная цилиндрическая гармоническая поверхность, с центром в точке расчета О, образованная вращением синусоиды

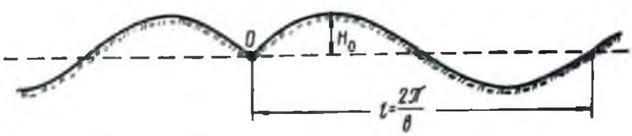


Рис. 35. Модель дневного рельефа в виде гармонической поверхности.

(при положительных значениях аргумента) вокруг начала координат (рис. 35). Иными словами,

$$H = H_0 \sin b\varrho,$$

где H_0 — амплитуда волны рельефа; $b=\frac{2\pi}{l}$ — круговая частота; l — длина волны.

Отсюда запишем

$$\delta g_0 = f\sigma \int\limits_0^{2\pi} d\alpha \int\limits_0^{\infty}\left(1-\frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2+H_0^2\sin^2 b\varrho}}\right)d\varrho = 2\pi f\sigma \int\limits_0^{\infty}\left(1-\right.$$

$$\left.-\frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2+H_0\sin^2 b\varrho}}\right)d\varrho.$$

Исследуем, как и ранее, остаточную часть интеграла

$$\delta g_2 = 2\pi f\sigma \int_a^\infty \left(1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + H_0^2 \sin^2 b\varrho}}\right) d\varrho. \tag{II. 23}$$

При $\varrho \gg H_0$ (или просто при $a \gg H_0$) подынтегральное выражение может быть упрощено разложением в степенной ряд

$$1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + H_0^2 \sin^2 b\varrho}} \approx 1 - \varrho\left(\frac{1}{\varrho} - \frac{H_0^2 \sin^2 b\varrho}{2\varrho^3}\right) = \frac{H_0^2 \sin^2 b\varrho}{2\varrho^2}.$$

Отсюда

$$\delta g_2 \approx \pi f\sigma H_0^2 \int_a^\infty \frac{\sin^2 b\varrho}{\varrho^2}\, d\varrho. \tag{II. 24}$$

Полагая

$$\delta g_2 = \pi f\sigma H_0^2 J,$$

запишем

$$J = \int_a^\infty \frac{\sin^2 b\varrho}{\varrho^2}\, d\varrho = b \int_a^\infty \frac{\sin^2 b\varrho}{b^2\varrho^2}\, db\varrho = b \int_{ab}^\infty \frac{\sin^2 x}{x^2}\, dx.$$

Интегрируя по частям, находим

$$J = b \left| -\frac{\sin^2 x}{x} \right|_{ab}^{\infty} + b \int_{ab}^\infty \frac{2\sin x \cos x}{x}\, dx = \frac{\sin^2 ab}{a} + b \int_{ab}^\infty \frac{\sin 2x}{x}\, dx =$$

$$= \frac{\sin^2 ab}{a} + b \int_{2ab}^\infty \frac{\sin y}{y}\, dy = \frac{\sin^2 ab}{a} - b\left[\mathrm{Si}\,(2ab) - \frac{\pi}{2}\right]^{1}.$$

Отсюда в свою очередь и, учитывая, что $H_0^2 b = 2\pi \frac{H_0^2}{l}$, запишем:

$$\delta g_2 \cong 2\pi^2 f\sigma \frac{H_0^2}{l} \left[\frac{\sin^2 ab}{ab} - \mathrm{Si}\,(2ab) + \frac{\pi}{2}\right]. \tag{II. 25}$$

Обозначив выражение в квадратных скобках через U и полагая $ab = x$, получим

$$U = \frac{\sin^2 x}{x} - \mathrm{Si}\, 2x + \frac{\pi}{2}. \tag{II. 26}$$

Исследуем характер зависимости $U = U(x)$.

---

[1] Индексом Si обозначается интегральный синус. По определению [44] $\int_x^\infty \frac{\sin t}{t}\, dt = \frac{\pi}{2} - \mathrm{Si}\, x.$

1. Максимум — минимум

$$\frac{dU}{dx}=\frac{x\sin 2x-\sin^2 x}{x^2}-\frac{\sin 2x}{x}=-\frac{\sin^2 x}{x^2}=0.$$

Корни этого уравнения $x_0 \to \infty$ (асимптота) и

$$x_n = n\pi \qquad n \neq 0.$$

В этих точках $U=\frac{\pi}{2}-\mathrm{Si}\,2n\pi$.

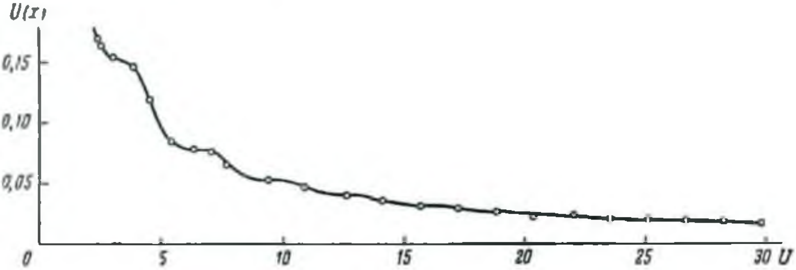


Рис. 36. График кривой $U(x)$.

2. Точки перегиба.

$$\frac{d^2U}{dx^2}=-2\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}=0.$$

Первый множитель дает нам прежнюю систему корней

$$x_n = n\pi \qquad n \neq 0.$$

Второй множитель может быть преобразован к виду $x=\mathrm{tg}\,x$. Отсюда вторая система корней имеет значения: $x=0$; 4,49; 7,72; 10,90; 14,07; 17,22; 20,37; 23,52; 26,67; 29,81 и т. д. Кроме того, мы по-прежнему имеем корень $x_0 \to \infty$. Таким образом, можно констатировать, что по одной системе корней точки перегиба совпадают с «минимаксами». Это возможно только в том случае, если кривая $U=U(x)$ имеет ступенеобразную форму.

3. Отдельные значения

$$U(0)=\frac{\pi}{2}; \quad U(x\to\infty)\to 0.$$

На рис. 36 приводится кривая $U(x)$, построенная на интервале от 0 до 30. При ее построении были использованы табличные значения интегральных синусов [44].

Для определения значений δg_2 используем уже известное нам соотношение.

$$\delta g_2 = 2\pi^2 f\sigma\frac{H_0}{l}H_0 U(ab).$$

Задаваясь $\sigma = 2$ *г/см*^{3} и полагая, что a, H_0 и l выражены в метрах, запишем

$$\delta g_2 = 0{,}26 \frac{H_0}{l} H_0(a,\, b). \tag{II. 27}$$

В табл. 19 приведены величины остаточных влияний δg_2, полученные при различных соотношениях предельного радиуса a, амплитуды волны рельефа H_0 и длины волны l. При этом значения U определялись прямым вычислением. В связи с тем, что величины аргументов ab оказались значительными и кратными π, мы упростили вычисления, используя приближенное выражение для $\mathrm{Si}\, x$. Известно [44], что

$$\mathrm{Si}\, x \approx \frac{\pi}{2} - \left(\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^4}\right)\sin x - \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^3}\right)\cos x.$$

Таблица 19

a, *м*	H_0, *м*	l, *м*	$b = \frac{2\pi}{l}$	$ab = n\pi$	$U\,(ab)$	$\frac{H_0^2}{l}$	δg_2, *мгл*
10^4	10^2	10^3	$2\pi \cdot 10^{-3}$	20π	$7{,}96 \cdot 10^{-3}$	10	0,021
10^4	10^2	$5 \cdot 10^2$	$4\pi \cdot 10^{-3}$	40π	$3{,}98 \cdot 10^{-3}$	20	0,021
10^4	10^2	$2 \cdot 10^2$	$\pi \cdot 10^{-2}$	100π	$1{,}59 \cdot 10^{-3}$	50	0,021
10^4	$2 \cdot 10^2$	10^3	$2\pi \cdot 10^{-3}$	20π	$7{,}96 \cdot 10^{-3}$	40	0,084
$5 \cdot 10^3$	10^2	10^3	$2\pi \cdot 10^{-3}$	10π	$15{,}91 \cdot 10^{-3}$	10	0,042
$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^2$	10^3	$2\pi \cdot 10^{-3}$	10π	$15{,}91 \cdot 10^{-3}$	40	0,166
$5 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^2$	10^3	$2\pi \cdot 10^{-3}$	10π	$15{,}91 \cdot 10^{-3}$	90	0,376

Поскольку $x = 2ab = 2n\pi$, получаем

$$\mathrm{Si}\,(2n\pi) \approx \frac{\pi}{2} - \left(\frac{1}{2n\pi} - \frac{1}{3n^3\pi^3}\right) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2n\pi}.$$

Отсюда

$$U \approx \frac{1}{2n\pi}. \tag{II. 28}$$

Анализируя цифровой материал табл. 19, можно отметить что при больших значениях конечного радиуса a ($a \gg H_0$) горизонтальные размеры рельефных форм (частота) практически не влияют на величину δg_2. Последняя определяется амплитудой рельефа H_0 и расстоянием a. Нетрудно видеть, что в случае рельефа, максимальные превышения которого не превосходят 200 *м* (удвоенная амплитуда синусоиды), величина предельного радиуса палетки может быть ограничена 10 *км*. При этом влияние неучтенных масс не должно превосходить по величине 0,02 *мгл*.

Изменения же остаточных влияний сферичности земли дают величины еще на два порядка более низкие (0,0001—0,0003 *мгл*). Ими можно полностью пренебречь при проведении гравиметрической съемки в равнинной местности.

Обоснование линейных параметров (радиусов) палетки. Рельеф земной поверхности представляет собой чередование поднятий (холмы возвышенности, горы) и прогибов (овраги, балки, долины) различных горизонтальных размеров и амплитуд. Иными словами, рельефу каждого конкретного участка может соответствовать определенный спектр или зависимость вида амплитуда — горизонтальный размер. В первом приближении каждая серия поднятий или прогибов с устойчивыми размерами может рассматриваться как определенная гармоника рельефа. Очевидно, что влияние различных гармоник рельефа целесообразно определять только на некотором оптимальном интервале, за пределами которого остаточный член не превосходит некоторой достаточно малой величины. При этом шаг отбора информации (высот) должен на каждом интервале находиться в соответствии с частотой соответствующей гармоники рельефа.

Для рационального выбора радиусов палетки воспользуемся известной теоремой теории информации, именуемой обычно теоремой Котельникова. Последняя утверждает, что для полного представления функции с ограниченным спектром отсчеты нужно брать не реже чем через половину наименьшего (граничного) периода [12]. Иными словами, интервал отсчета Δt равен $\Delta t \leqslant \frac{\pi}{\bar{\omega}}$, где $\bar{\omega}$ — граничная круговая частота. Ее значение определяется соотношением $\bar{\omega} = \frac{2\pi}{\bar{l}}$ ($\bar{l}$ — граничный период или в нашем случае — горизонтальные размеры волны рельефа). Отсюда

$$\Delta t \leqslant \frac{\bar{l}}{2}. \qquad (\text{II. } 29)$$

Рассмотрим спектр рельефа равнинных районов, характерных для Волго-Уральской области (табл. 20).

Таблица 20

Размеры морфологической единицы в плане, м	30—40	100—200	500—800	2000—3000	8000—10 000
Вертикальная амплитуда H_0, м	3—5 (10)	10—15	25—50	50—100	100—200

Приведенный в таблице цифровой материал получен по топографическим картам масштаба 1 : 10 000.

Нашей задачей является определение предельных расстояний, за границами которых гравитационное влияние соответствующих гармоник не превосходит некоторой постоянной величины δg_2. Для этой цели воспользуемся выражением остаточного члена теоретической поправки за влияние рельефа, которое мы получим для случая цилиндрической гармонической поверхности (II. 27).

$$\delta g_2 = 0{,}26 \frac{\bar{H}_0^2}{l} U(ab).$$

При этом, задаваясь величинами δg_2, $\bar{H}_0$ и $\bar{l}$, находим значение $U\,(ab)$, а затем по графику $U\,(x)$ (рис. 37) определяем ab. После этого, зная $b=\frac{2\pi}{\bar{l}}$, вычисляем величину предельного радиуса палетки a.

Результаты этих расчетов приводятся в табл. 21. При этом значение остаточного влияния δg_2 было принято равным $\delta g_2 = 0{,}01$ *мгл* для ближних участков с сильно переменным влиянием и $\delta g_2 = 0{,}02$ *мгл* для удаленных зон, влияние которых по площади изменяется монотонно.

Таблица 21

δg_2, *мгл*	$\bar{H}_0$, *м*	$\bar{l}$, *м*	$b=2\pi/\bar{l}$	$K=0{,}26\,\bar{H}_0^2/\bar{l}$	$U\,(ab)=\delta g_2/K$	ab	a, *м*
0,01	5	70	0,0897	0,093	0,107	4,8	54
0,01	15	300	0,0209	0,187	0,053	9,1	436
0,01	50	1 300	0,0048	0,500	0,020	24,0	5 000
0,02	100	5 000	0,0013	0,520	0,038	13,5	10 400
0,02	200	18 000	0,0004	0,552	0,036	14,0	35 000

Анализ данных таблицы показывает, что при таком построении палетки неучтенное влияние не должно превышать 0,07 *мгл*. Однако указанная величина заведомо больше, чем действительно ожидаемая погрешность. В частности, произведенные нами контрольные расчеты показывают, что оптимальная величина ожидаемой погрешности составляет около 0,02 *мгл*. В то же время приведенные в табл. 20 величины радиусов a гарантируют возможность равноточного учета влияния рельефа при значительном уклонении последнего от средней нормы. Используя материалы табл. 20, устанавливаем основные интервалы интегрирования: 0—60—500—5000—13 000 *м*.

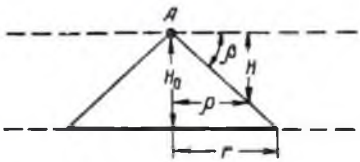


Рис. 37. Модель дневного рельефа в виде кругового конуса.

Шаг отсчетов для каждого интервала устанавливается в соответствии с теоремой Котельникова на основании данных табл. 19.

$$\Delta t \leqslant \frac{l}{2} = 15,\ 110;\ 500;\ 2000\ \text{м}.$$

Отсюда в свою очередь определяются рабочие радиусы палетки, ряд которых мы приводим в табл. 22.

Построение уравнений палетки для определения поправок за гравитационное влияние дневного рельефа. Здесь и далее под уравнением палетки мы понимаем зависимость, связывающую неизвестную величину (искомую поправку) с заданной серией величин (превышений).

Таблица 22

1-й интервал	2-й интервал	3-й интервал	4-й интервал
0—15—30—45—60	60—170—280—390—500	500—1000—1500—2000—2500—3000—3500—4000—4500—5000	5000—7000—9000—11000—13000

Для построения уравнения палетки воспользуемся формулой (II. 18). Нами было установлено, что

$$\delta g_p = f\sigma \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\infty} K(\varrho, H)\, d\varrho,$$

где $K(\varrho, H)$ — ядро интеграла, которое приближенно равно

$$K(\varrho, H) \approx \frac{H^2}{2\varrho^2}.$$

Положим, что

$$K(\varrho, H) = \frac{h^2}{2\varrho^2},$$

где $h = H + \Delta$. Последнее выражение ядра интеграла мы будем считать точным и в дальнейшем оперировать именно с ним. Итак, мы можем записать

$$\delta g_p = \frac{1}{2} f\sigma \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\infty} \frac{h^2}{\varrho^2} d\varrho = \pi f\sigma \int_0^{\infty} \frac{\overline{h^2}}{\varrho^2} d\varrho, \tag{II. 30}$$

где $\overline{h^2}$ — среднее значение h^2 по окружности радиуса ϱ.

Для раскрытия интеграла (II. 30) воспользуемся квадратурными формулами гармонического метода аппроксимации эмпирических данных. Ранее нами была выведена формула (I. 23) для интеграла аппроксимирующей функции, построенной на интервале в четыре шага. Аналогичным образом [19] может быть построено выражение интеграла для интервала в девять шагов. Математические выкладки, связанные с этим построением, хотя и просты, но в достаточной степени громоздки, а кроме того, не представляют ничего нового по сравнению с (I. 23). Поэтому приведем только окончательную формулу

$$J = 3\Delta\,[0{,}127405\, f(a) + 0{,}390206\, f(a+\Delta) + 0{,}306554\, f(a+2\Delta) +$$
$$+ 0{,}346576\, f(a+3\Delta) + 0{,}329260\, f(a+4\Delta) + 0{,}329260\, f(a+5\Delta) +$$
$$+ 0{,}346576\, f(a+6\Delta) + 0{,}306554\, f(a+7\Delta) + 0{,}390206\, f(a+8\Delta) +$$
$$+ 0{,}127405\, f(a+9\Delta)]. \tag{II. 31}$$

Точность этой формулы, проверенная на теоретических примерах, составляет 0,08—0,15%. Для интегрирования выражения $\frac{\bar{h}^2}{\varrho^2}$ по лучу ϱ воспользуемся формулой (I. 23) на 1, 2 и 4-ом интервалах палетки и формулой (II. 31) на 3-ем интервале (см. табл. 21).

Таким образом, необходимо вычислить интеграл

$$\delta g_p \leqslant \pi/\sigma \left[\int\limits_0^{60} \bar{h}^2/\varrho^2\, d\varrho + \int\limits_{60}^{500} \bar{h}^2/\varrho^2\, d\varrho + \int\limits_{500}^{5000} \bar{h}^2/\varrho^2\, d\varrho + \int\limits_{5000}^{13\,000} \bar{h}^2/\varrho^2\, d\varrho \right] \cong$$

$$\cong \pi/\sigma \left\{ 30 \left[\frac{0{,}600211}{15^2} \bar{h}^2 (15) + \frac{0{,}424413}{30^2} \bar{h}^2 (30) + \frac{0{,}600211}{45^2} \bar{h}^2 (45) + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{0{,}187583}{60^2} \bar{h}^2 (60) \right] + 220 \left[\frac{0{,}187583}{60^2} \bar{h}^2 (60) + \frac{0{,}600211}{170^2} \bar{h}^2 (170) + \right.$$

$$\left. + \frac{0{,}424413}{280^2} \bar{h}^2 (280) + \frac{0{,}600211}{390^2} \bar{h}^2 (390) + \frac{0{,}187583}{500^2} \bar{h}^2 (500) \right] +$$

$$+ 1500 \left[\frac{0{,}127405}{500^2} \bar{h}^2 (500) + \frac{0{,}390206}{1000^2} \bar{h}^2 (1000) + \frac{0{,}306554}{1500^2} \bar{h}^2 (1500) + \right.$$

$$+ \frac{0{,}346576}{2000^2} \bar{h}^2 (2000) + \frac{0{,}329260}{2500^2} \bar{h}^2 (2500) + \frac{0{,}329260}{3000^2} \bar{h}^2 (3000) +$$

$$+ \frac{0{,}346576}{3500^2} \bar{h}^2 (3500) + \frac{0{,}306554}{4000^2} \bar{h}^2 (4000) + \frac{0{,}390206}{4500^2} \bar{h}^2 (4500) +$$

$$\left. + \frac{0{,}127405}{5000^2} \bar{h}^2 (5000) \right] + 4000 \left[\frac{0{,}187583}{5000^2} \bar{h}^2 (5000) + \frac{0{,}600211}{7000^2} \bar{h}^2 (7000) + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{0{,}424413}{9000^2} \bar{h}^2 (9000) + \frac{0{,}600211}{11000^2} \bar{h}^2 (11\,000) + \frac{0{,}187583}{13\,000^2} \bar{h}^2 (13\,000) \right] \right\}.$$

После выполнения арифметических операций окончательно получаем (при значении плотности $\sigma = 1$ *г/см*^{3})

$$\delta g_p \leqslant [16{,}7610\, \bar{h}^2 (15) + 2{,}9631\, \bar{h}^2 (30) + 1{,}8623\, \bar{h}^2 (45) + 0{,}3276\, \bar{h}^2 (60) +$$
$$+ 2{,}4010\, \bar{h}^2 (60) + 0{,}9567\, \bar{h}^2 (170) + 0{,}2496\, \bar{h}^2 (280) + 0{,}1818\, \bar{h}^2 (390) +$$
$$+ 0{,}343\, \bar{h}^2 (500) + 0{,}1600\, \bar{h}^2 (500) + 0{,}1227\, \bar{h}^2 (1000) + 0{,}0427\, \bar{h}^2 (1500) +$$
$$+ 0{,}0272\, \bar{h}^2 (2000) + 0{,}0168\, \bar{h}^2 (2500) + 0{,}0113\, \bar{h}^2 (3000) +$$
$$+ 0{,}0088\, \bar{h}^2 (3500) + 0{,}0059\, \bar{h}^2 (4000) + 0{,}0059\, \bar{h}^2 (4500) +$$
$$+ 0{,}0017\, \bar{h}^2 (5000) + 0{,}0063\, \bar{h}^2 (5000) + 0{,}0103\, \bar{h}^2 (7000) +$$
$$+ 0{,}0042\, \bar{h}^2 (9000) + 0{,}0042\, \bar{h}^2 (11\,000) + 0{,}0008\, \bar{h}^2 (13\,000)]\, 10^{-4}\ \text{мгл}. \qquad \text{(II. 32)}$$

Приведенное соотношение является основным при расчетах поправок. Прежде чем перейти к дальнейшему изложению, необходимо отметить два момента, относящихся к структуре окончательной формулы.

1. Члены формулы, относящиеся к границам интервалов, даются дважды (для конца одного и начала другого интервала). Это создает

дополнительные удобства при так называемом «поэтапном» вычислении поправок.

2. В формуле опущен концевой член (поправка за бесконечно удаленные массы). Последний, как было показано выше в принципе не нужен. Однако в отдельных случаях, например при оценке абсолютной точности метода на теоретических примерах, возникает необходимость в такой поправке. Ее значение может быть подсчитано по формуле

$$dg_{\infty} = 2\pi f\sigma \int\limits_{13\cdot 10^{5}}^{\infty} \left(1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + \bar{H}^2}}\right) d\varrho$$

в предположении постоянной мощности $\bar{H}$ за пределами крайнего радиуса ($\bar{H}$ может быть подсчитана осреднением).

Концевая поправка с весьма высокой точностью может быть выражена соотношением

$$dg_{\infty} = 16{,}11 \cdot 10^{-7}\bar{H}^2. \qquad \text{(II. 33)}$$

Учет поправок за гравитационное влияние рельефа на внутренних интервалах (в центральной зоне) палетки при условии прямой видимости топографической поверхности из определяемого пункта. Мы уже говорили, что составляющая поправки за влияние рельефа на первом интервале (0—60 *м*) может быть определена непосредственно в полевых условиях путем измерения углов видимости отметок топографической поверхности (вдоль серии окружностей) из определяемой точки.

Для этой цели может служить специально сконструированный угломер, на отсчетном круге которого должны быть нанесены значения $K = 1 - \cos\beta$. Совместно с дальномером такой «косинусомер» должен обеспечить измерения на определенном расстоянии от гравиметрического пункта.

Заметим, что в центральную зону можно включить и второй интервал палетки (60—500 *м*), если это допускают условия прямой видимости. Используя формулу (II. 19), запишем выражение поправки за влияние рельефа в ограниченных пределах (0—a):

$$\delta g_{0-a} = f\sigma \int\limits_{0}^{2\pi} a\alpha \int\limits_{0}^{a} (1 - \cos\beta)\, d\varrho.$$

Обозначая $K = 1 - \cos\beta$, получаем

$$\delta g_{0-a} = 2\pi f\sigma \int\limits_{0}^{a} \overline{K}\, d\varrho.$$

Или при $a = 500$ *м*

$$\delta g_{0-500} = 2\pi f\sigma \left[\int\limits_{0}^{60} \overline{K}\, d\varrho + \int\limits_{60}^{500} \overline{K}\, d\varrho\right].$$

После этого нам остается только воспользоваться ранее выведенной квадратурной формулой (I. 23)

$$\delta g_{0-500} = 2\pi/\sigma\,\{30\,[0{,}600211\,\overline{K}\,(15) + 0{,}424413\,\overline{K}\,(30) + 0{,}600211\,\overline{K}\,(45) + 0{,}187583\,\overline{K}\,(60)] + 220\,[0{,}187583\,\overline{K}\,(60) + 0{,}600211\,\overline{K}\,(170) + 0{,}424413\,\overline{K}\,(280) + 0{,}600211\,\overline{K}\,(390) + 0{,}187583\,\overline{K}\,(500)]\}.$$

Эта формула, однако, является незавершенной, так как в ней отсутствует первый член третьего интервала, который равен

$$\delta = 2\pi/\sigma\,3\cdot 500\cdot 0{,}127405\,\overline{K}\,(500).$$

После выполнения всех вычислений окончательная формула поправки в центральной зоне записывается следующим образом:

$$\delta g_{0-500} = 0{,}75425\cdot\overline{K}\,(15) + 0{,}53333\cdot\overline{K}\,(30) + 0{,}75425\cdot\overline{K}\,(45) + 0{,}23572\cdot\overline{K}\,(60) + 1{,}72864\cdot\overline{K}\,(60) + 5{,}53116\cdot\overline{K}\,(170) + 3{,}91112\cdot\overline{K}\,(280) + 5{,}531116\cdot\overline{K}\,(390) + 1{,}72864\cdot\overline{K}\,(500) + 8{,}00510\cdot\overline{K}\,(500). \qquad \text{(II. 34)}$$

Приведенное выражение является аналогом соответствующей части основной формулы (II. 32). В реальных условиях вычисление поправки в центральной зоне по формуле (II. 34) может быть прервано на любом радиусе в зависимости от наличия прямой видимости. При этом дальнейшие вычисления продолжаются, начиная со следующего радиуса, по основной формуле (II. 32) с использованием результатов нивелировки или топографических карт.

Оценка допустимых погрешностей исходного материала. Исходным материалом при расчете поправок за гравитационное влияние рельефа являются топографические высоты, определяемые по картам либо нивелировкой, и углы видимости дневной поверхности из некоторого центрального пункта.

1. Рассмотрим допустимые погрешности определения высотных отметок по основной формуле (II. 32). Запишем выражение элементарной составляющей поправки для отдельной точки произвольной окружности палетки

$$\delta^2 g = \frac{C\,(H+\Delta)^2}{n},$$

где C — коэффициент данной окружности палетки; n — число точек на окружности; Δ — ошибка определения превышения H.

Для окружности в целом можно записать:

$$\delta' g = \frac{C}{n}\sum_{1}^{n}(H+\Delta)^2 = C\left[\sum_{1}^{n}\frac{H^2}{n} + 2\sum_{1}^{n}\frac{H\,\Delta}{n} + \sum_{1}^{n}\frac{\Delta^2}{n}\right] = C\left[\overline{H^2} + 2\sum_{1}^{n}\frac{H\,\Delta}{n} + \sum_{1}^{n}\frac{\Delta^2}{n}\right].$$

При $n \to \infty$ (практически при достаточно большом n) в силу знакопеременного характера Δ получаем

$$\sum_{1}^{n} \frac{H\Delta}{n} \to 0, \quad \sum_{1}^{n} \frac{\Delta^2}{n} \to m_H^2,$$

где m_H — средняя квадратическая ошибка определения высоты. Отсюда

$$\delta' g \approx C\overline{H}^2 + Cm_H^2.$$

Наконец, для всей палетки имеем

$$\delta g = \sum \delta' g = \sum C\overline{H}^2 + \sum Cm_H^2 \qquad \text{(II. 35)}$$

Таким образом, абсолютная ошибка поправки в зависимости от погрешностей исходного материала запишется следующим образом

$$dg = \sum Cm_H^2. \qquad \text{(II. 36)}$$

Зададимся условием $dg \leqslant 0{,}01$ *мгл* и рассмотрим, какова должна быть погрешность определения высоты, в предположении ее постоянства.

Таблица 23

Интервал, *м*	$\pm m_H$, *м*
0—60	1
60—500	2
500—5000	10
5000—13 000	20

В этом случае

$$m_H^2 \sum C = 0{,}01, \quad \text{или} \quad m_H = \pm \frac{0{,}1}{\sqrt{\sum C}}.$$

Из формулы (II. 32) находим $\sum C = 26{,}17 \cdot 10^{-4}$, откуда

$$m_H \pm \frac{10}{\sqrt{26{,}17}} \approx \pm 2 \text{ м}.$$

Очевидно, что за счет некоторого уменьшения погрешностей в центре палетки они могут быть увеличены на ее периферии.

Рассмотрим ошибку dg, возникающую при следующем распределении погрешностей определения высот, приведенном в табл. 23.

Очевидно (II. 36), что

$$dg = 1\sum_{0}^{60} C + 4\sum_{60}^{500} C + 100\sum_{500}^{5000} C + 400\sum_{5000}^{13\,000} C \cong$$
$$\cong (26{,}91 + 4 \times 3{,}82 + 100 \times 0{,}40 + 400 \times 0{,}03) \cdot 10^{-4} =$$
$$= 94{,}2 \cdot 10^{-4} \cong 0{,}01 \text{ мгл}.$$

При практических вычислениях целесообразно изменять значения погрешностей не скачкообразно, при переходе от одного интервала к другому, а постепенно, начиная с $\pm 0{,}5$ *м* на первой окружности палетки и кончая величиной $m_H \pm 25 - 30$ *м* на ее периферии.

2. Рассмотрим теперь допустимые погрешности измерения углов в способе определения поправки в центральных областях палетки. Для каждой точки на произвольной окружности палетки можно записать

$$\delta^2 g = \frac{C'}{n}\,[1 - \cos(\beta + \Delta)],$$

где Δ — погрешность определения угла.

Отсюда

$$\delta' g = \frac{C'}{n}\sum_{1}^{n}[1 - \cos(\beta + \Delta)]; \quad \delta g = \sum \delta' g =$$

$$= \sum \frac{C'}{n}\sum_{1}^{n}[1 - \cos(\beta + \Delta)] = \sum \frac{C'}{n}\sum_{1}^{n}[1 - (\cos\beta\cos\Delta - \sin\beta\sin\Delta)].$$

Известно, что для малых углов $\cos\Delta \simeq 1 - \frac{\Delta^2}{2}$; $\sin \approx \Delta$. Поэтому

$$\delta g \approx \sum \frac{C'}{n}\sum_{1}^{n}\left(1 - \cos\beta + \Delta\sin\beta + \frac{\Delta^2}{2}\cos\beta\right) =$$

$$= \sum C'\,\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(1 - \cos\beta) + \sum C'\,\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\Delta\sin\beta + \frac{1}{2}\sum C'\,\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\Delta^2\cos\beta.$$

При достаточно большом n (в пределе $n \to \infty$) выражение $\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\Delta\sin\beta$ стремится к нулю. Отсюда выражение ошибки определения поправки запишется следующим образом:

$$dg = \frac{1}{2}\sum C'\,\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\Delta^2\cos\beta. \qquad \text{(II. 37)}$$

При углах, не превышающих 45°, $\cos\beta \geqslant 0{,}7$. Полагая (в среднем) $\cos\beta = \text{const} = \frac{1.0 + 0.7}{2} = 0{,}85$, запишем

$$dg = 0{,}42\sum C' m_\beta^2, \qquad \text{(II. 38)}$$

где m_β — ошибка определения угла в радианах.

Делая допущение о постоянстве m_β на интервале от 0 до 500 *м*, находим

$$m_\beta \approx \pm 1{,}54\sqrt{\frac{dg}{\sum C'}}. \qquad \text{(II. 39)}$$

Величина $\sum_{0}^{500} C'$ — не что иное, как сумма коэффициентов в выражении (II. 34). Она равна 28,71. Отсюда после перевода в градусную меру получаем

$$m_\beta^\circ \approx \pm 16{,}4\sqrt{dg}. \qquad \text{(II. 40)}$$

Поправки Δ к значе

ρ=15 м		30		45		60		170		280		390	
H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ
0—5	0,0	0—8	0,0	0—9	0,0	0—12	0,0	0—30	0	0—45	0	0—60	0
6	0,5	10	0,5	12	0,5	16	0,5	40	1	60	1	80	1
7	0,5	12	0,5	15	0,5	20	1,0	50	2	75	2	100	2
8	0,5	14	1,0	18	1,0	24	1,5	60	3	90	3	120	4
9	1,0	16	1,5	21	1,5	28	2,0	70	4	105	5	140	6
10	1,5	18	2,0	24	2,0	32	3,0	80	6	120	7	160	9
11	1,5	20	2,5	27	3,0	36	4,0	90	8	135	10	180	13
12	2,0	22	3,5	30	4,0	40	5,0	100	11	150	14	200	17
13	2,5	24	4,0	33	5,0	44	6,5	110	14	165	18	220	22
14	3,0	26	5,0	36	6,0	48	8,5	120	18	180	22	240	28
15	3,5	28	6,0	39	7,5	52	10,0	130	21	195	27	260	34
		30	7,0	42	9,0	56	12,0	140	25	210	33	280	41
				45	10,5	60	14,0	150	30	225	39	300	50
								160	35	240	46	320	58
								170	40	255	53	340	66
										270	60	360	76
										285	68	380	86
												400	97

Примечание. 1. Значения радиусов ρ, превышений H и поправок Δ
2. Значения поправок округлены с точностью до половины допустимой ошиб
До 0,5 *м* на интервале 0—60 *м*
» 1 *м* » » 0—60—500 *м*
» 5 *м* » » 5000—4000 *м*.
3. При ρ>4000 *м* (4500—13000) значения поправок Δ на превышения H

Задаваясь погрешностью определения поправки в центральной зоне палетки, равной $dg = 0{,}001 - 0{,}005$ *мгл*, получаем

$$m_\beta^\circ = \pm(0{,}5^\circ - 1{,}2^\circ).$$

Таким образом, в полевых условиях достаточно выполнять определение углов с погрешностью $\pm 1^\circ$.

Определение поправок к превышениям H. Рассмотрим способ введения в значения превышений специальных поправок, делающих равенство (II. 21) точным. Для этого составим уравнение

$$\frac{1}{2\varrho^2}(H+\Delta)^2 = 1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2+H^2}},$$

где Δ — искомая поправка к величине H.

Решая это уравнение, находим

$$\Delta = -H + \varrho\sqrt{2\left(1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2+H^2}}\right)}. \qquad \text{(II. 41)}$$

ниям превышений H

Таблица 24

500		1000		1500		2000		2500		3000		3500		4000	
H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ	H	Δ
0—60	0	0—150	0	0—200	0	0—300	0	0—300	0	0—350	0	0—400	0	0—450	0
90	1	200	5	250	5	350	5	350	5	400	5	450	5	500	5
120	2	250	5	300	5	400	5	400	5	450	5	500	5		
150	5	300	10	350	5	450	10	450	5	500	5				
180	8	350	15	400	10	500	10	500	10						
210	12	400	20	450	15										
240	18	450	30	500	20										
270	25	500	40												
300	33														
330	42														
360	53														
390	65														
420	78														
450	92														
480	107														
510	123														

даны в метрах.
ки определения превышения.

до 500 *м* — меньше 5 *м*.

Или иначе

$$h = H + \Delta = \varrho\sqrt{2}\sqrt{1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + H^2}}}.$$

Для быстрого определения величины Δ нами составлена специальная табл. 24, в которой с округлением до значения допустимой погрешности приводятся искомые поправки в функции превышения H для каждого радиуса палетки.

При составлении этих таблиц был использован следующий прием. Вместо самих значений Δ были вычислены их отношения к радиусу ϱ:

$$\Delta' = \frac{\Delta}{\varrho} = -\frac{H}{\varrho} + \sqrt{2\left(1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + H^2}}\right)},$$ [1]

где

$$\frac{H}{\varrho} = \operatorname{tg}\beta; \quad \sqrt{2\left(1 - \frac{\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + H^2}}\right)} = \sqrt{2(1 - \cos\beta)} = 2\sin\beta/2.$$

[1] Знак «+» перед корнем выбран исходя из необходимости обеспечить противоположные знаки у слагаемых суммы.

Отсюда

$$\Delta' = -\operatorname{tg}\beta + 2\sin\beta/2.$$

Вначале была составлена вспомогательная таблица Δ' в функции угла β от 0 до 50°. После этого для каждого радиуса палетки была задана серия превышений H в интервале от 0 до ϱ при максимальной величине 500 *м*. После этого по отношению $H/\varrho = \operatorname{tg}\beta$ находился аргумент β, который использовался для определения величины Δ' из вспомогательной таблицы. Наконец, полная (абсолютная) величина поправки определялась из соотношения

$$\Delta = \Delta'\varrho.$$

Применение таблиц целесообразно после того, как величина поправки сравнялась со значением допустимой погрешности. Поправки должны вычитаться из превышений.

Проверка метода на теоретических моделях. 1. В качестве модели рельефа при формальной оценке точности метода нами был выбран круговой конус, в вершине которого помещена расчетная точка A (см. рис. 37).

Теоретическая поправка за влияние рельефа в пределах внешнего радиуса r такого тела выражается соотношением [40]

$$\delta g_r = 2\pi f\sigma \int_0^r (1-\cos\beta)\,dr = 2\pi f\sigma (1-\cos\beta)\, r = 2\pi f\sigma \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2+H_0^2}}\right) r.$$

Полагая $H_0 = 500$ *м*; $r = 13\,000$ *м* и $\sigma = 1$ *г/см*³, находим

$$\delta g_r = 0{,}4024 \text{ мгл}.$$

Таблица 25

ϱ_i, *м*	C_i	$C_i\varrho^2 \frac{10^{-4}}{26^2}$, *мгл*	ϱ_i, *м*	C_i	$C_i\varrho^2 \frac{10^{-4}}{26^2}$, *мгл*
15	16,7610	0,0006	2 500	0,0168	0,0155
30	2,9631	0,0004	3 000	0,0113	0,0150
45	1,8623	0,0006	3 500	0,0088	0,0159
60	2,7286	0,0014	4 000	0,0059	0,0140
170	0,9567	0,0041	4 500	0,0059	0,0177
280	0,2496	0,0029	5 000	0,0080	0,0296
390	0,1818	0,0041	7 000	0,0100	0,0725
500	0,1943	0,0072	9 000	0,0042	0,0503
1000	0,1227	0,0181	11 000	0,0042	0,0752
1500	0,0427	0,0142	13 000	0,0008	0,0200
2000	0,0272	0,0161			

$$\bar{\delta} g_2 = \sum C_i\varrho^2 \frac{10^{-4}}{26^2} = 0{,}3954 \text{ мгл}.$$

Далее, используя равенство (рис. 38)

$$H^2 = \overline{H}^2 = \frac{\varrho^2}{2 б^2},$$

получаем табл. 25 для приближенного определения поправки.

Разница между теоретическим δg_r и приближенным $\overline{\delta g}_r$ значениями поправки составляет 0,0070 *мгл* или 1,75%.

Аналогичным образом производится формальная оценка точности способа вычисления поправки за рельеф в центральных областях палетки. Для этой цели также был выбран конус радиусом 500 *м* и с углом при вершине $\beta = 45°$. Теоретическое (6,12 *мгл*) и приближенное (6,07 *мгл*) значения поправки совпадают с точностью около 1%

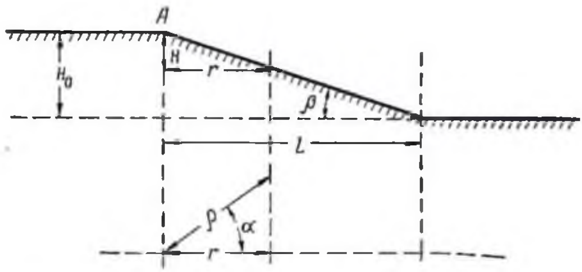


Рис. 38. Модель дновного рельефа в виде наклонной ступени.

2. На втором этапе в качестве модели рельефа был выбран наклонный уступ ($H_0 = 200$ *м*, $L = 600$ *м*) с расчетной точкой A на верхней грани (рис. 38).

Точное значение поправки за гравитационное влияние рельефа составляет

$$\delta g_A = 2\beta f \sigma H_0 \cong 0{,}8579 \text{ мгл}.$$

Для оценки точности метода на каждой окружности палетки радиуса ϱ было определено по 12 значений превышений $H = \frac{1}{3} r = \frac{1}{3} \varrho \cos \alpha$ (рис. 38). Затем для каждого интервала интегрирования (0—60—500—5000—13 000 *м*) были заданы средние квадратические ошибки определения превышений, равные соответственно $m_H = \pm 1, \pm 2, \pm 10, \pm 20$ *м*. Далее по ошибкам m_H опоеделялись распределенные по формальному закону случайные погрешности. Величины случайных погрешностей вводились в значения рассчитанных превышений H, после чего результат округлялся до числа кратного m_H.

Результат эксперимента представлен в табл. 26 (неискаженные исходные данные) и табл. 27 (искаженные исходные данные).

Разница с теоретическим значением

$$\Delta = 0{,}0043 \text{ мгл}, \quad \text{или} \quad 0{,}5\%.$$

Таким образом, можно констатировать, что разница между теоретическими и рассчетными значениями поправок действительно не

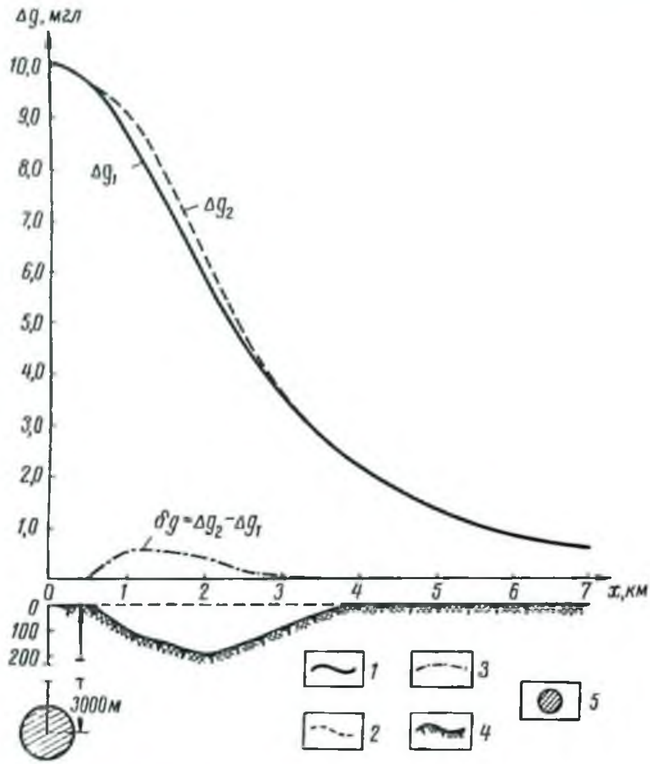


Рис. 39. Образование фиктивной локальной аномалии при неучтенном влиянии разновысотности точек наблюдения по отношению к аномальным массам.

1 — гравитационный эффект сферы при горизонтальной поверхности наблюдений; 2 — то же при осложненном рельефе; 3 — разностная кривая (фиктивная аномалия); 4 — поверхность дневного рельефа; 5 — гравитирующая масса.

превышает 0,01 *мгл* несмотря на то, что, начиная с $\varrho = 1000$ *м*, погрешности высотных отметок составляют ± 10—20 *м*.

Мы сознательно не даем каких-либо рекомендаций о числе точек на каждой из окружностей, так как эта величина в конкретных условиях должна быть установлена опытным порядком. При этом следует увеличивать детальность каждой окружности до тех пор, пока не будет установлено постоянство величины $\overline{H^2}$ (с точностью до квадрата допустимой погрешности определения повышения).

Таблица 26

ϱ, м	Значения превышений H (м) при α (град)												$\overline{H}^2$, м²	$C_i\overline{H}^2$, мгл
	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330		
15	5	4,3	2,5	0	0	0	0	0	0	0	2,5	4,3	6,2	0,0104
30	10	8,7	5	0	0	0	0	0	0	0	5	8,7	25,1	0,0074
45	15	13	7,5	0	0	0	0	0	0	0	7,6	13	56,3	0,0105
60	20	17,3	10	0	0	0	0	0	0	0	10	17,3	99,9	0,0273
170	56,7	49,1	28,3	0	0	0	0	0	0	0	28,3	49,1	803	0,0768
280	93,3	80,8	46,7	0	0	0	0	0	0	0	46,7	80,8	2 177	0,0543
390	130	112,6	65	0	0	0	0	0	0	0	65	112,6	4 226	0,0768
500	167	144,4	83,4	0	0	0	0	0	0	0	83,4	144,4	6 959	0,1352
1 000	200	200	166,7	0	0	0	0	0	0	0	166,7	200	14 632	0,1795
1 500	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0712
2 000	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0453
2 500	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0280
3 000	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0188
3 500	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0147
4 000	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0098
4 500	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0098
5 000	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0133
7 000	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0172
9 000	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0070
11 000	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0070
13 000	200	200	200	0	0	0	0	0	0	0	200	200	16 667	0,0013

$$\sum = C_i\overline{H}_i^2 = 0{,}8216 \text{ мгл}$$

Примечание. Вводим поправку за бесконечно удаленные массы, согласно формуле [33]:

$$\delta g_{\infty} = 16{,}11 \cdot 10^{-7}\overline{H}^2 = 16{,}11 \cdot 10^{-7} \cdot 16\,667 \approx 0{,}0268 \text{ мгл}.$$

Полная поправка

$$\delta g_1 = 0{,}8484 \text{ мгл}.$$

Разница с теоретическим значением составляет $\Delta = 0{,}0095$ мгл, или $\approx 1\%$.

Таблица 27

ϱ_i, м	$\pm\sigma_i$, м	Значение превышений $H \pm \Delta$ (м) при α (град)												$\overline{H}^2$, м	$C_i\overline{H}^2$, мгл
		0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330		
15	1	5	5	4	0	−1	−1	0	4	1	0	2	2	7,8	0,0131
30	1	10	8	7	0	0	3	1	0	0	−2	8	8	29,6	0,0088
45	1	16	15	6	0	0	0	0	1	−2	1	8	13	63,0	0,0117
60	1	19	17	10	0	−1	−1	2	−1	0	1	11	19	103,3	0,0282
170	2	52	50	28	−4	0	2	2	0	−2	−2	28	48	759	0,0726
280	2	90	82	46	2	−2	−2	0	0	2	4	46	82	2 151	0,0537
390	2	132	108	66	−2	−4	2	0	2	−2	0	64	112	4 176	0,0759
500	2	164	146	84	0	4	2	0	2	6	0	86	142	6 907	0,1342
1 000	10	210	220	170	0	10	−10	10	0	20	−10	170	200	15 917	0,1953
1 500	10	190	180	210	0	−10	10	0	−10	10	10	200	190	15 767	0,0673
2 000	10	210	200	200	0	10	−10	10	10	10	−10	180	200	16 425	0,0448
2 500	10	200	210	180	0	0	10	10	−10	−10	0	210	200	16 750	0,0281
3 000	10	190	210	190	−10	20	−10	0	0	−10	10	200	190	16 100	0,0182
3 500	10	200	220	210	−10	20	0	−20	0	0	10	190	220	18 167	0,0160
4 000	10	200	190	200	0	−10	10	−10	0	0	0	180	200	15 733	0,0093
4 500	10	190	200	190	−10	10	20	30	10	−20	0	210	200	16 525	0,0098
5 000	10	190	200	190	−10	−10	10	0	10	10	0	200	210	16 400	0,0131
7 000	20	220	200	220	−40	0	20	0	−20	0	0	180	180	17 000	0,0170
9 000	20	180	180	220	−20	0	20	0	−20	0	40	180	200	15 700	0,0066
11 000	20	200	200	200	20	20	−20	0	0	0	20	180	200	16 833	0,0071
13 000	20	200	220	180	−20	0	0	0	0	0	40	260	180	18 567	0,0015

$\sum C_i\overline{H}^2 = 0{,}8323$ *мгл*

Примечание. Поправка за бесконечно удаленные массы:

$$\delta g_{\infty} = 16{,}11 \cdot 10^{-7} \cdot 18\,567 \approx 0{,}0299 \text{ мгл}.$$

Полная поправка:

$$\delta g_{\text{г}} = 0{,}8622 \text{ мгл}.$$

Дополнительные замечания. 1. Вычисление поправок целесообразно производить в несколько этапов с различной детальностью. Например, влияние рельефа на интервале 0—500 *м* следует считать для каждой точки; расчеты же на следующих интервалах (500—5000; 5000—13 000 *м*) могут производиться со значительно меньшей (в 3—5—10 раз) детальностью. Степень последней устанавливается эмпирически, таким образом, чтобы уклонения расчетных и интерполированных величин не превышали некоторого предела (0,005—0,010 *мгл*).

2. Точность вычисления составляющей суммарной поправки для каждой окружности палетки $(C_i\overline{H}^2)$ не должна превышать 0,001 *мгл*.

3. Сравнительная оценка эффективности методов вычисления поправок за рельеф. Возможности механизации расчетов. При практически одинаковой точности вычислений каждый из предложенных методов характеризуется своей областью применения.

Первый метод обладает известными преимуществами при использовании электронных цифровых вычислительных машин (ЭВМ). При этом квадратная форма палетки обеспечивает простую программу поиска исходной высотной информации.

Второй метод предпочтительнее употреблять при обычных вычислениях, когда большое значение имеет экономия времени, за счет сокращения операций с таблицами. Однако и здесь имеется возможность механизации вычислений.

Как и в случае решения прямой задачи гравиразведки, рассмотренные методы вычисления поправок за гравитационное влияние рельефа могут быть использованы для программирования механизированного счета на ЭВМ. При этом программа вычислений при помощи квадратной палетки в главных чертах должна соответствовать программе применения таблиц прямых гравитационных эффектов (см. гл. I, § 4).

Применение ЭВМ для вычисления поправок при помощи второго метода предполагает разработку специализированной приставки для ввода исходной информации в оперативную память быстродействующей машины. При этом модель рельефа должна быть задана в виде непрерывного физического поля (электростатического, токового, магнитного и т. п.), а палетка замечена датчиком значений последнего (считывающим устройством), обеспечивающим линейное и квадратичное преобразование регистрируемых величин.

Редукция гравитационного поля за разновысотность пунктов наблюдения по отношению к аномальным массам

При обработке гравиметрических данных стандартными методами для приведения наблюдений к одному уровню используется редукция Фая. При этом учитывается только планетарный вертикальный градиент силы тяжести, равный 0,3086 *мгл/м*. Однако на величину аномалий влияет также разновысотность пунктов наблюдений по отношению к аномальным массам. Рассмотрим теоретический пример гравитационного поля, интенсивность и размеры которого близки к соответствующим параметрам аномалий, типичных для условий Русской платформы. Пусть мы имеем сферическую массу, центр которой залегает на глубине 3 *км*, а интенсивность аномалии в эпицентре составляет +10,0 *мгл*. Приблизительно аналогичные возмущения гравитационного поля являются характерными для Волго-Уральской области, будучи обусловлены петрографическими неоднородностями в теле кристаллического фундамента платформы.

Предположим теперь, что поверхность наблюдений осложнена впадиной, расположенной на интервале 0,5—4,0 *км* от эпицентра гравитирующих масс. Пусть глубина тальвега этой впадины относительно плоскости xy составляет 200 *м*. Подобные превышения отметок дневной поверхности также характерны для некоторых районов Русской платформы.

Задавшись такими условиями, нетрудно определить характер гравитационного поля как на горизонтальной плоскости, так и на плоскости, осложненной прогибом.

Результаты подобного расчета приводятся в табл. 28 и на рис. 39.

Таблица 28

x	z		Δg		$\delta g = \Delta g_2 - \Delta g_1$
	горизонтальная плоскость (1)	плоскость с прогибом (2)	горизонтальная плоскость (1)	плоскость с прогибом (2)	
0,0	3,00	3,00	10,00	10,00	0,00
0,5	3,00	3,00	9,60	9,60	0,00
1,0	3,00	2,90	8,54	9,04	0,50
1,5	3,00	2,85	7,16	7,68	0,52
2,0	3,00	2,80	5,76	6,18	0,42
2,5	3,00	2,85	4,54	4,70	0,16
3,0	3,00	2,90	3,54	3,60	0,06
4,0	3,00	3,00	2,16	2,16	0,00
5,0	3,00	3,00	1,36	1,36	0,00
6,0	3,00	3,00	0,90	0,90	0,00
7,0	3,00	3,00	0,62	0,62	0,00

Примечание. x — расстояние от эпицентра сферы до определяемой точки в *км*; $z_{1,2}$ — расстояние от горизонтальной плоскости, проходящей через центр сферы, до уровня определяемой точки (глубина залегания возмущающих масс) в *км*; $\Delta g_{1,2}$ — гравитационный эффект для двух вариантов расчета (для горизонтального рельефа и для рельефа, осложненного прогибом) в *мгл*; $\delta g = \Delta g_2 - \Delta g_1$ — фиктивная положительная аномалия, возникающая в связи с переменным уровнем «наблюдений» в *мгл*.

Нетрудно видеть, что кривая силы тяжести, рассчитанная для случая негоризонтального рельефа, осложняется фиктивной положительной аномалией интенсивностью около 0,5 *мгл*.

Приведенный пример дает нам представление о возможных искажениях гравитационного поля, возникающих при формальном исправлении наблюденных величин в редукции Буге.

Само собою разумеется, что поправки за нормальную величину силы тяжести и ее вертикальный градиент (0,3086 *мгл/м*), а также поправки за прямое влияние масс рельефа предполагаются при этом учтенными (иными словами, величины этих влияний просто не вводятся в условия задачи). Рассматриваемая фиктивная аномалия достаточно четко выражена на общем гравитационном фоне и легко выделяется даже визуально (рис. 39).

В связи с этим возникает необходимость разработки практических приемов пересчета результатов разновысотных гравиметрических наблюдений на один уровень, с учетом влияния аномальных возмущающих масс.

Наиболее радикальное решение этой задачи, предложенное В. А. Магницким [23], заключается, по-видимому, в определении подынтегральной функции известного из теории потенциала соотношения Пуассона [15]. Однако этот путь связан с существенными математическими трудностями, характерными для численного решения интегральных уравнений. Ниже нами рассматривается менее строгий вариант решения рассматриваемой проблемы, основанный на вычислении приближенного значения аномального вертикального градиента гравитационного поля. Последний может быть определен по картам аномалий силы тяжести в редукции Буге известными из литературы [5, 6, 25, 45, 50] приемами. Понятно, что полученная таким образом величина dg/dz будет искажена ошибками, связанными с допущением о горизонтальном характере поверхности наблюдений.

Тем не менее ее можно рассматривать как первое приближение к искомому значению аномального градиента. Умножая вычисленные величины производной на превышение точек наблюдения относительно уровня приведения (последний уместно совместить со средней отметкой рельефа участка съемки) и прибавляя результат к значениям аномалии силы тяжести в редукции Буге, мы получим исправленное гравитационное поле. Повторяя эту операцию несколько раз, можно достигнуть, по-видимому, высокой точности определения искомой величины аномалии. Опыт показывает, однако, что для практических целей вполне достаточно уже первого приближения. Для того чтобы доказать это, рассмотрим теоретический пример такой редукции модельного гравитационного поля.

В качестве аномалиеобразующего тела была выбрана сферическая масса, залегающая на глубине 2000 *м* от исходной горизонтальной плоскости и создающая на ней в своем эпицентре эффект, равный 3 *мгл*. Затем над указанной плоскостью был построен рельеф, превышения которого над исходным уровнем изменялись от 0 до 280 *м*. По своему характеру этот рельеф является обобщением гипсометрической картины ряда районов Татарской АССР. Наконец, в точках на этой топографической поверхности были вычислены значения силы тяжести, послужившие основой для составления карты изоаномал (рис. 40).

В дальнейшем по линии AB были вычислены значения вертикального градиента силы тяжести. При вычислении использовалась

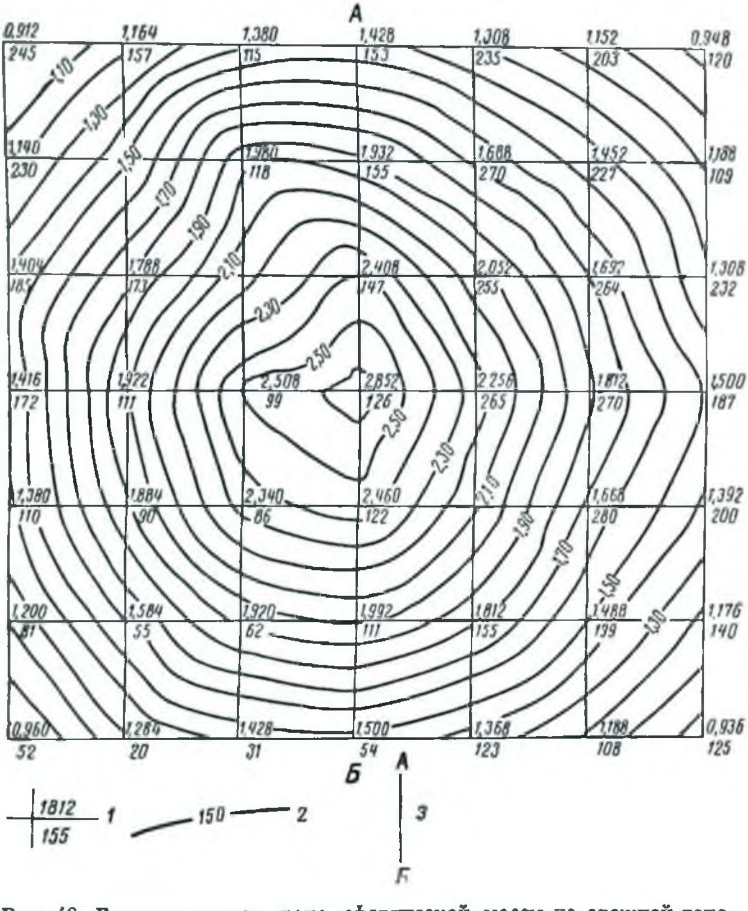


Рис. 40. Гравитационное поле сферической массы на сложной топографической поверхности.

1 — узлы расчетной сетки (в числителе — аномалия Δg в *мгл*, в знаменателе — высота рельефа h над уровнем отсчета в *м*); 2 — изоаномалы гравитационного поля; 3 — расчетный профиль.

палетка В. Баранова [45], имеющая ряд преимуществ по сравнению с аналогичными палетками других авторов. Поправка за аномальный градиент определялась из соотношения

$$\delta g = h\, dg/dz, \qquad (II.42)$$

где h — превышение расчетной точки рельефа над уровнем исходной горизонтальной плоскости (она же являлась поверхностью приведения).

Величина поправки прибавлялась (алгебраически) к значению аномалии силы тяжести па поверхности рельефа, и сумма сравнивалась с гравитационным эффектом, рассчитанным для уровня приведения. Результаты вычислений приводятся в табл. 29 и на рис. 41.

Уровень систематических искажений аномальной картины существенно снижается. Действительно, если уклонения между величи-

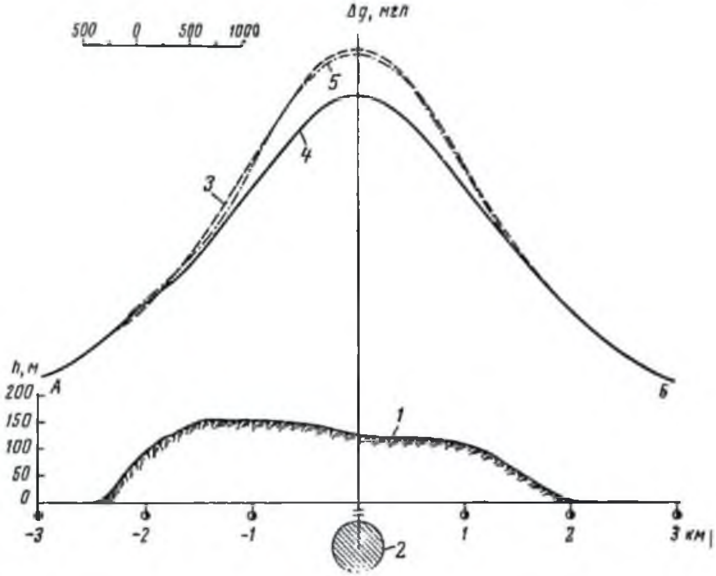


Рис. 41. Теоретический пример редукции гравитационного поля за разновысотность точек наблюдения по отношению к аномальным массам.

1 — разрез дневного рельефа; 2 — гравитирующая масса; 3 — Δg_0 — поле сферы на уровне отсчета высот; 4 — Δg — поле сферы на топографической поверхности; 5 — $\Delta g_1 = \Delta g + \delta g$ — исправленная кривая Δg, редуцированная к уровню отсчета.

нами искаженной (Δg_h) и теоретической (Δg_0) аномалии до редукции достигали 0,20—0,50 *мгл*, то после нее их максимальная величина составляет 0,07 *мгл* при среднем значении 0,02—0,03 *мгл*.

Теперь остановимся на некоторых практических моментах рассматриваемой задачи. Прежде всего возникает вопрос о кондициях карты аномалий силы тяжести, используемой при вычислении значений вертикального градиента. Высокоточные гравиметрические исследования проводятся в настоящее время по системе прямолинейных профилей, пересекающих те или иные перспективные участки. Выполнение площадной съемки такого же класса точности сопряжено с большими затратами времени и средств.

Таблица 29

№ точек	h, км	Δg_0, мгл	Δg_h, мгл	dg/dz, мгл/км	$\delta g = h\,dg/dz$	$\Delta g_п = \Delta g_h + \delta g$	$\Delta g_h - \Delta g_0$	$\Delta g_п - \Delta g_0$
1	0,000	0,516	0,516	−3,000	0,000	0,516	0,000	0,000
2	0,000	0,732	0,732	−0,207	0,000	0,732	0,000	0,000
3	0,100	1,056	1,033	+0,280	0,280	1,061	−0,023	+0,006
4	0,153	1,536	1,428	+0,387	0,059	1,487	−0,108	−0,049
5	0,155	2,148	1,932	+0,927	0,144	2,076	−0,216	−0,072
6	0,147	2,736	2,400	+2,274	0,334	2,734	−0,336	−0,002
7	0,126	3,000	2,652	+2,475	0,312	2,964	−0,348	−0,036
8	0,122	2,736	2,460	+2,308	0,282	2,742	−0,276	+0,006
9	0,111	2,148	1,992	+1,214	0,153	2,127	−0,156	−0,019
10	0,054	1,536	1,500	+0,307	0,017	1,517	−0,036	−0,019
11	0,006	1,056	1,056	+0,260	0,002	1,058	−0,000	+0,002
12	0,000	0,732	0,732	−0,060	0,000	0,732	0,000	0,000
13	0,000	0,516	0,516	−0,307	0,000	0,516	0,000	0,000

Примечание. Δg_0 — расчетная аномалия силы тяжести на уровне исходной плоскости; Δg_h — то же — для точек топографической поверхности; $\Delta g_п$ — аномалия силы тяжести, приведенная к уровню исходной плоскости (исправленная за аномальную составляющую вертикального градиента в первом приближении).

Однако использование подобных материалов для решения поставленной задачи отнюдь не является необходимым. Мы уже убедились в том, что довольно значительные (0,2—0,3 *мгл*) и притом систематические ошибки карты аномалий силы тяжести не влияют существенно на результаты редуцирования.

Очевидно, при вычислениях dg/dz можно использовать материалы обычных гравиметрических съемок, аномальные ошибки которых составляют $\pm 0{,}3$—$0{,}5$ *мгл*. При этом крупные детали поля, которым отвечают максимальные значения вертикального градиента, будут определены с достаточной точностью. Только на отдельных участках, где интенсивность ожидаемых локальных аномалий не превышает 0,1—0,3 *мгл*, следует рекомендовать проведение специальных площадных работ повышенной точности ($\pm 0{,}1$—$0{,}2$ *мгл*) с целью гравиметрического обеспечения высокоточных исследований.

Следующим практическим моментом применения рассматриваемой методики является вопрос о выборе размеров интегрирующей палетки. В способе В. Баранова [45] эта величина определяется радиусом первого круга, который является масштабной единицей палетки. Величина последней, по-видимому, должна приблизительно равняться шагу съемки. При больших размерах этой единицы может быть утрачена полезная информация о структуре поля в окрестностях определяемой точки. При малых же размерах палетки аналогичная опасность возникает для периферийных зон, не говоря уже о том, что в этом случае возрастает влияние ошибки определения значения аномалии силы тяжести в центральной точке.

В заключение заметим, что рассмотренная методика может дать удовлетворительные результаты только в условиях относительно спокойного рельефа и при не слишком больших величинах вертикального градиента. Такие условия наблюдаются в Волго-Уральской нефтегазоносной области.

Исправление наблюденных значений аномалии силы тяжести за гравитационное влияние неоднородного строения верхних слоев геологического разреза

Уже первые результаты высокоточных гравиметрических исследований зафиксировали на ряде площадей Куйбышевского Заволжья и Татарии характерные осложнения аномального поля, которые не могли быть объяснены возмущающим влиянием глубинных факторов. В большинстве случаев (но не повсеместно) эти осложнения имели вид узколокальных, обычно линейных, минимумов силы тяжести, амплитуды которых составляли от 0,3—0,5 до 1,0—1,5 *мгл*. Горизонтальные размеры этих осложнений гравитационного поля вдоль линии профиля обычно не превышали 0,5—1,0 *км*.

Анализ результатов количественной интерпретации так же, как и имевшиеся в нашем распоряжении геологические материалы, позволили объяснить природу таких локальных аномалий неоднородным строением самых верхних горизонтов осадочного чехла.

Типичным примером подобных неоднородностей являются различного рода погребенные денудационные формы, к числу которых в первую очередь должны быть отнесены погребенные русла четвертичных и третичных рек. Такие рукавообразные линзы, выполненные рыхлыми образованиями пониженной плотности, могут вызывать на поверхности узколокальные возмущения гравитационного поля интенсивностью до 1—2 *мгл*. Известен также и другой тип более древних денудационных форм, связанных обычно с донеогеновыми отложениями. Формы такого рода занимают подчас значительно бо́льшие площади, чем погребенные речные русла, образуя сложно построенные впадины неправильных очертаний. Типичный пример подобного случая приводится на рис. 42. Ширина денудационной впадины достигает здесь 7—8 *км* при максимальной глубине 180—200 *м*.

Гравитационные аномалии, обусловленные такими впадинами, могут занимать значительные площади, соизмеримые с площадями развития искомых локальных аномалий.

В отдельных случаях узколокальные возмущения аномального гравитационного поля имеют вид максимумов силы тяжести, аналогичных описанным выше русловым минимумам. Не исключено, что мы имеем здесь дело со своеобразными останцами, осложняющими рельеф региональных размывов донеогенового возраста.

Прежде чем перейти к анализу возможных способов учета гравитационных помех, связанных с неоднородным строением верхних этажей геологического разреза, целесообразно остановиться на основных источниках сведений о структуре последних.

Наиболее общим документом, который может дать первое представление о характере поверхностных отложений, является геологическая карта.

Для ряда районов Волго-Уральской провинции имеются детальные карты, содержащие подобные сведения о литологии и условиях залегания молодых (Pg; Ng) и современных осадков. При наличии таких карт на площади гравиметрических исследований появляется возможность заранее наметить участки тех или иных поверхностных осложнений с тем, чтобы впоследствии подвергнуть их более детальному изучению в процессе полевых работ.

Однако сведения, содержащиеся даже на самых детальных геологических картах, в большинстве случаев недостаточны для структурной характеристики разреза поверхностных отложений.

Более полную информацию о строении верхних этажей осадочного чехла содержат материалы структурно-картировочного бурения. В отдельных случаях эти материалы позволяют строить довольно подробные структурные карты подошвы погребенных денудационных поверхностей, которые могут быть использованы при обработке гравиметрических данных.

Однако обычно подобные карты оказываются слишком схематичными вследствие относительно редкой сети скважин крелиусного бурения. Кроме того, составление именно таких геологических документов не входит в круг обязанностей разведочных организаций,

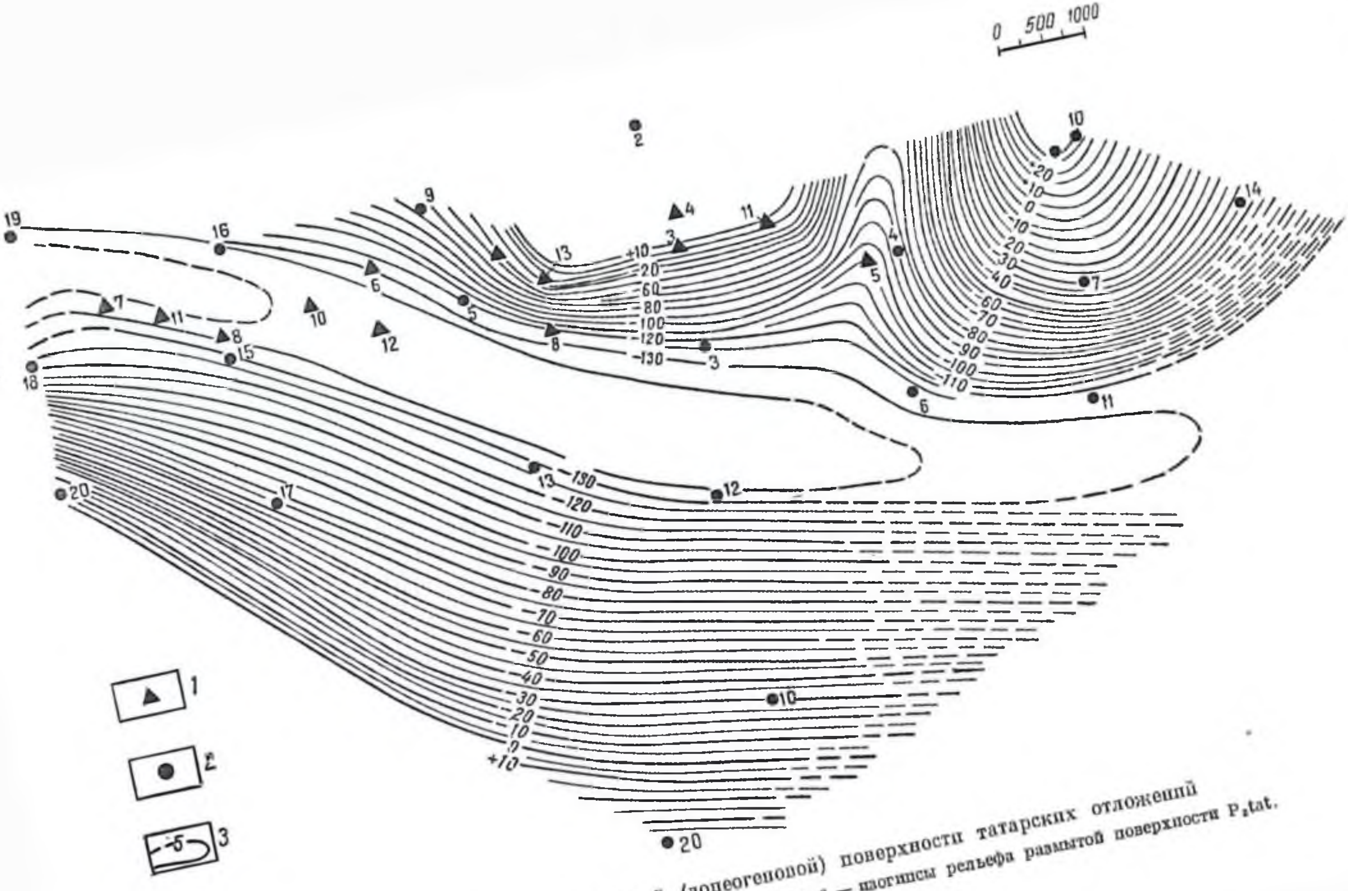


Рис. 42. Карта размытой (донеогеновой) поверхности татарских отложений

1 — роторные скважины; 2 — крелиусные скважины; 3 — изогипсы рельефа размытой поверхности P_2tat.

которые в большинстве случаев ограничиваются построением структурно-тектонических схем.

Несколько большие возможности с точки зрения изучения характера поверхностных отложений применительно к задачам гравиметрических исследований имеют такие геофизические методы, как сейсмо- и электроразведка.

Структура зоны малых и промежуточных скоростей в сейсморазведке определяется в первую очередь геологическим строением поверхностных отложений.

То же самое можно сказать и в отношении самого верхнего опорного электрического горизонта. Поэтому несомненный интерес представляет анализ накопленного сейсмического и электроразведочного материала с точки зрения изучения структуры отложений верхних этажей геологического разреза.

Следует, однако, подчеркнуть, что при исследовании новых перспективных площадей сейсморазведочные данные обычно отсутствуют. Что касается электроразведки, то ее детальность (имеются в виду работы прошлых лет) явно недостаточна для обоснованных построений относительно небольших по размерам (2—3 *км*) деталей структуры поверхностных отложений. В связи с этим при проведении высокоточных гравиметрических исследований необходимо предусматривать определенный комплекс вспомогательных геофизических работ, ориентированных на детальное изучение геологического строения мелко залегающих осложнений осадочного разреза. По-видимому, наиболее экономичным решением этой проблемы будет проведение вдоль линии гравиметрического профиля серии мелких (100—200 *м*) вертикальных электрических зондирований, приуроченных к участкам неоднородного строения верхних горизонтов. При этом шаг наблюдений методом ВЭЗ по профилю не должен превышать 0,5—1,0 *км*.

Перейдем теперь к описанию способов учета и исключения гравитационного влияния поверхностных неоднородностей. Наиболее просто эта задача решается для узколокализованных осложнений аномального поля, обусловленных линейными руслами погребенных рек и достаточно четко выраженных в геометрии общей гравитационной картины.

В этом случае ход кривой аномалии силы тяжести может быть восстановлен путем аналитической интерполяции с неискаженных участков методом Лагранжа (см. гл. III).

Решение задачи значительно усложняется на участках широких денудационных впадин в толще осадочных пород, когда размеры аномалий — помех становятся соизмеримыми с размерами искомой локальной аномалии (3—5 *км*). В подобных условиях удовлетворительные результаты могут быть получены лишь путем прямого расчета и последующего исключения из наблюденного поля гравитационного влияния денудационной впадины. Структура последней при этом должна быть предварительно установлена по другим геологическим или геофизическим источникам.

При наличии на участке работ карты изоглубин до подошвы размытой поверхности (или карты мощностей зоны размыва), влияние неоднородного строения поверхностных отложений может быть учтено при помощи квадратной палетки для вычисления поправок за гравитационный эффект дневного рельефа. Аргументами расчета в этом случае являются значения глубин от дневной поверхности до поверхности денудационной впадины.

Если сведения о геометрии размыва имеются только вдоль линии гравитационного профиля, то вычисление поправок может производиться менее точным способом, при помощи двухмерных палеток, либо даже по формуле гравитационного влияния плоского слоя. Необходимо подчеркнуть, что в большинстве случаев такое упрощение расчетов не внесет заметных искажений в определяемую величину в связи со спокойным характером рельефа эрозионной поверхности, типичным для широких размывов.

Следует, наконец, напомнить то, что используемое при расчетах значение эффективной плотности должно равняться разности плотностей вмещающих пород и пород зоны размыва. Величина эта в большинстве случаев варьирует в пределах от 0,1 до 0,3 *г/см*^{3} и часто неизвестна. В связи с этим рекомендуется вычислять значения поправок при различных контактных плотностях, принимая окончательно то значение, при котором достигается минимальная корреляция исправленной аномальной кривой с рельефом зоны размыва. Нетрудно видеть, что изложенный прием является аналогом известного способа профилирования Л. Л. Неттлетона [52], предназначенного для определения плотностей пород, слагающих дневной рельеф.

В отдельных случаях для определения эффективной плотности отложений, заполняющих денудационные впадины, могут быть использованы рассматриваемые ниже способы оценки плотности поверхностных пород.

Определение плотности поверхностных пород по гравиметрическим наблюдениям

За последнее время все большее значение приобретают различные методы определения плотности поверхностных пород по материалам самих гравиметрических наблюдений. Впервые идея метода была сформулирована еще в 1939 г. известным американским геофизиком Л. Л. Неттлетоном [52], предложившим метод профилирования. Сущность этого метода заключается в графической оценке минимальной корреляции аномальной кривой с формами рельефа дневной поверхности в зависимости от различных значений заданных плотностей.

Однако этот метод и его аналоги имеют два недостатка. Первый из них заключается в том, что при расчетах не принимается во внимание искажающее влияние неровностей дневного рельефа. В результате этого вполне могут возникнуть ошибки, достигающие 10—20% от полного значения определяемой величины [8, 36].

Второй недостаток заключается в том, что при определении плотности этими методами обычно используют более или менее значительные интервалы аномальной кривой, содержащие зачастую нелинейные систематические осложнения геологического происхождения. В этом случае, всегда существует опасность, что корреляционная связь между аномалиями силы тяжести и рельефом дневной поверхности хотя бы частично обусловлена геологическими (а не топографическими) причинами. Нет нужды доказывать, что в этом случае определяемые значения плотности поверхностных геологических образований будут содержать скрытые систематические погрешности. Не исключено, что именно этой причиной объясняются значительные и подчас нереальные вариации получаемых величин.

В 1960 г. сотрудником Лаборатории гравиразведки Волго-Уральского филиала ВНИИГеофизики, инженером А. И. Пришивалко был предложен метод определения плотности поверхностных пород, учитывающий влияние неровностей дневного рельефа. Метод основан на взаимосвязи между значениями топографических поправок и аномалиями силы тяжести в редукции Фая. Была введена формула [36], построенная в предположении постоянства аномального поля («геологического» фона) на исследуемом интервале

$$\sigma = \frac{g_{\Phi}(A) - g_{\Phi}(B)}{T(A) - T(B)}, \qquad \text{(II. 43)}$$

где $g_{\Phi}(A)$, $g_{\Phi}(B)$ — значения аномалии Фая в двух смежных точках; $T(A)$, $T(B)$ — значения топографических поправок для тех же точек, вычисленные при $\sigma = 1$ *г/см³*.

Понятно, что фактическое изменение аномального поля между точками A и B полностью входит в приведенную формулу, вследствие чего искомое значение плотности определяется с погрешностью, тем большей, чем больше это изменение, и, чем меньше разность топографических поправок. Более точные результаты могут быть получены в предположении линейного или параболического закона изменения значений фона.

Воспользуемся для этой цели следующим приближенным соотношением:

$$g_{\Phi} \approx g_A + \sigma T, \qquad \text{(II. 44)}$$

где g_{Φ} — аномалия силы тяжести в свободном воздухе (аномалия Фая); g_A — локальная аномалия силы тяжести на уровне приведения (полезная аномалия); T — полное значение топографической поправки, вычисленное при плотности $\sigma = 1$ *г/см³*; σ — плотность поверхностных пород.

Полагая, что g_A может быть с достаточной надежностью аппроксимирована степенным многочленом порядка m, а g_{Φ} и T — степенными многочленами более высоких порядков, можно записать [1]:

$$\sigma = \frac{\dfrac{d^{m+1}g_\Phi}{dx^{m+1}}}{\dfrac{d^{m+1}T}{dx^{m+1}}} = \frac{g_\Phi^{m+1}}{T^{m+1}}. \qquad (II.\ 45)$$

Переходя к конечным результатам, получаем для линейного закона изменения g_A:

$$\sigma = \frac{g_\Phi(A) - 2g_\Phi(B) + g_\Phi(C)}{T(A) - 2T(B) + T(C)}, \qquad (II.\ 46)$$

где A, B и C — три последовательно расположенных гравиметрических пункта (причем $AB = BC$).

Если предположить квадратно-параболический характер изменения g_A, то формула примет вид

$$\sigma = \frac{3\Delta g_\Phi(BC) - \Delta g_\Phi(AD)}{3\,\Delta T(BC) - \Delta T(AD)}, \qquad (II.\ 47)$$

где Δg_Φ и ΔT — приращения величин g_Φ и T между соответствующими пунктами; A, B, C и D — четыре последовательно расположенные гравиметрические пункты ($AB = BC = CD$).

Полученные формулы позволяют определить искомую плотность поверхностных отложений по наблюдениям в небольшом количестве точек.

Необходимо отметить, что применение формул (II. 46) и (II. 47) возможно, если алгебраический порядок функций g_Φ и T выше, чем порядок неизвестной функции g_A. Практически для этого необходимо, чтобы числитель и знаменатель в полученных формулах (II. 46) и (II. 47) были выражены достаточно большими числами (относительная их погрешность не должна превышать нескольких процентов), что гарантирует нелинейный характер изменения аномалии Фая и топографической поправки.

Наилучшие результаты получаются при следующих условиях.

1. В случае сильного аномального и резкого переменного поля аномалии Буге в условиях интенсивного и расчлененного рельефа наиболее высокая точность определения σ достигается при помощи формулы (II. 47).

2. В условиях относительно спокойного гравитационного поля и монотонного рельефа оптимальные результаты могут быть получены

---

[1] Очевидно, что если порядок g_A равен или выше, чем порядки g_Φ и T, то выражение (II. 45) теряет смысл, становясь неопределенным.

способом, основанным на аппроксимации аномального поля линейным биномом, по формуле (II. 46).

3. В случае линейного или близкого к постоянному характеру поля аномалии Буге целесообразно применять наиболее простой метод [формула (43)].

Практически целесообразно применять все три формулы, используя на отдельных участках ту из них, которая дает наибольшее плавное изменение значений σ при переходе от точки к точке.

Рассмотренная выше методика определения плотности масс, слагающих дневной рельеф, была опробована на массовом материале высокоточных гравиметрических съемок и дала в целом удовлетворительные результаты.

МЕТОДЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫСОКОТОЧНОЙ ГРАВИМЕТРОВОЙ СЪЕМКИ

Глава III

Интерпретация гравиметрических материалов, задачей которой является построение гипотезы о глубинном геологическом строении исследуемой территории, состоит из следующих этапов.

1. Качественная оценка геологической природы тех или иных деталей аномального гравитационного поля (качественная интерпретация).

2. Локализация (проявление) «полезных» [1] составляющих суммарного аномального поля с одновременным подавлением фона помех.

3. Количественная интерпретация локальных аномалий, с целью определения элементов залегания и размеров искомого геологического объекта.

§ 1. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ПОЛЕЗНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ СУММАРНОГО АНОМАЛЬНОГО ПОЛЯ

Окончательным результатом обработки (редукций) наблюденных значений силы тяжести являются аномалии гравитационного поля, обусловленные главным образом суммарным влиянием неоднородностей плотностного строения земной коры. Как правило, эти неоднородности могут быть сопоставлены с определенным геологическим объектом.

Взаимное наложение гравитационного влияния источников различной геологической природы затрудняет выделение и последующую интерпретацию полезных составляющих аномального поля. В связи с этим задачей локализации является такая математическая трансформация исходных аномальных величин, которая подчеркивала бы полезные составляющие и подавляла помехи. Иными словами, процесс локализации заключается в математической фильтрации входного сигнала, которым является поле аномалий силы тяжести.

[1] Здесь и далее под «полезной» составляющей (сигналом, аномалией) мы понимаем гравитационное влияние, связанное с геологическим объектом, являющимся предметом поиска. Аналогичным образом, под «помехой» понимается гравитационное влияние, связанное с геологической ситуацией, не представляющей поискового интереса.

Сигналом выхода в этом случае будет поле локальных аномалий, более тесно связанных с геологическими объектами, являющимися предметом поиска.

Существующие методы вычисления регионального фона и локальных аномалий обычно позволяют вычислить некоторую новую функцию гравитационного поля, а отнюдь не искомые составляющие суммарной величины аномалии силы тяжести. Тем не менее в настоящее время применение этих методов является единственным путем для сугубо качественного и притом не всегда однозначного обособления различных деталей аномального поля.

Методы подавления квадратно-параболического фона

В настоящее время в гравиразведочной практике применяется значительное количество методов локализации, важнейшими среди которых являются [2, 5, 9, 10, 16, 21, 24, 40, 49, 50, 51, 53, 54]:

1) метод осреднения наблюденного поля по окружности, или метод остаточных аномалий В. Р. Гриффина [51];

2) метод осреднения наблюденного поля по плоскости А. П. Тихонова и Ю. Д. Буланже [40];

3) метод локальных аномалий С. Саксова и К. Нигарда [56];

4) метод первой вертикальной производной наблюденного поля (Х. А. Эвьен [50]; К. Е. Веселов [5, 6]; В. Баранов [45] и др.);

5) метод второй вертикальной производной наблюденного аномального поля (Т. А. Элкинс [49]; О. Розенбах [53, 54]).

В 1961 г. сотрудниками лаборатории грави- и магниторазведки ВУФВНИИГеофизики, инженером С. А. Серкеровым и старшим инженером А. И. Пришивалко был произведен анализ сравнительной эффективности трех первых из перечисленных методов для случая так называемых «двухмерных» аномальных полей [1]. Позднее аналогичный анализ был выполнен автором для метода второй вертикальной производной [49]. Одновременно была исследована задача о сравнительной эффективности методов [40, 49, 51, 56, 53, 54] в случае гравитационного поля, заданного на плоскости.

В результате проведенных исследований было установлено, что трансформируют любую квадратно-параболическую функцию к постоянному значению. Известно, что на ограниченном интервале любая гладкая кривая (поверхность) может быть аппроксимирована алгебраическим полиномом (в том числе и квадратным), с той или иной степенью надежности. Поэтому, трансформируя такую кривую указанными методами, мы будем подавлять детали, соизмеримые или большие по протяженности, чем размеры палетки. В то же время более мелкие детали будут «восприниматься» палеткой как функции высокого порядка. Поэтому их влияние после трансформации должно

---

[1] В «двухмерном» варианте метод остаточных аномалий В. Р. Гриффина [51] совпадает с методом вариаций Б. А. Андреева [2].

повыситься. Этим и объясняется способность методов выделять локальные аномалии гравитационного поля.

В качестве примера приведем анализ разрешающей способности метода второй вертикальной производной силы тяжести.

Трансформация гравитационного поля в его вторую вертикальную производную получила в последнее время широкое распространение в гравиразведочной практике как метод локализации аномальных полей [49, 53, 54].

Для расчета величин $\partial^2 g/\partial z^2$ используют обычно уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = -\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right).$$

Применим это выражение к квадратно-параболической функции гравитационного поля

$$g(x; y) = Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F.$$

Отсюда

$$\frac{\partial g}{\partial x} = 2Ax + Cy + D;$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = 2A;$$

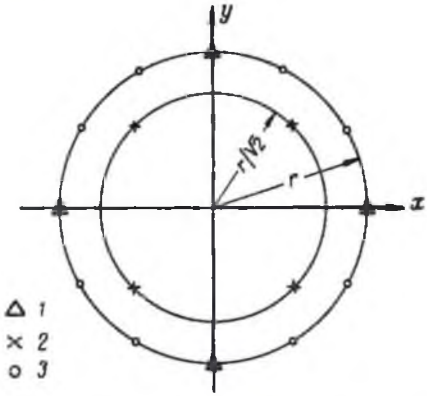


Рис. 43. Палетка О. Розенбаха для вычисления $\partial^2 g/\partial z^2$.

1 — расположение *A* для радиуса *r*; *2* — расположение *B* для радиуса $r/\sqrt{2}$; *3* — расположение *C* для радиуса *r*.

$$\frac{\partial g}{\partial y} = 2By + Cx + E; \quad \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 2B.$$

Затем находим

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = -2(A + B). \qquad \text{(III. 1)}$$

Аналогичное выражение может быть получено и для практического способа расчета вторых вертикальных производных в модификации О. Розенбаха [53, 54]. Формула О. Розенбаха имеет вид:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \approx 8\,\frac{\bar{g}_C(r) - g_0}{r^2} - 4\,\frac{\bar{g}_A(r) - g_0}{r^2} - 16\,\frac{\bar{g}_B(r/\sqrt{2}) - g_0}{r^2},$$

где $\bar{g}_A(r)$; $\bar{g}_B\left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)$; $g_C(r)$ — средние значения аномалии силы тяжести на окружностях с радиусами r и $\frac{r}{\sqrt{2}}$ (рис. 43).

Приведенное соотношение можно упростить, положив в нем $\bar{g}_A(r) = \bar{g}_C(r)$.

Тогда получим

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \approx 4\,\frac{\bar{g}(r)-g_0}{r^2} - 16\,\frac{\bar{g}\left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)-g_0}{r^2} = \frac{12}{r^2}\left[g_0 + \frac{1}{3}\bar{g}(r) - \frac{4}{3}\bar{g}\left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)\right].$$

Применим последнее выражение к случаю квадратно-параболического гравитационного поля.

Для того чтобы проинтегрировать функцию $g(x, y) = Ax^2 + By^2 + Cxy + Дx + Ey + F$ по окружности вокруг произвольной точки (x_0, y_0), введем следующую полярную систему координат:

$$x = x_0 + r\cos\alpha, \quad y = y_0 + r\sin\alpha.$$

Напишем уравнение в новой системе координат

$$g(r;\alpha) = Ax_0^2 + By_0^2 + Cx_0y_0 + Dx_0 + Ey_0 + F +$$
$$+ r\cos\alpha\,(2Ax_0 + Cy_0 + D) + r\sin\alpha\,(2By_0 + Cx_0 + E) +$$
$$+ Ar^2\cos^2\alpha + Br^2\sin^2\alpha + Cr^2\sin\alpha\cos\alpha = g_0 +$$
$$+ r\cos\alpha\,(2Ax_0 + Cy_0 + D) + r\sin\alpha\,(2By_0 + Cx_0 + E) +$$
$$+ Ar^2\cos^2\alpha + Br^2\sin^2\alpha + Cr^2\sin\alpha\cos\alpha.$$

Производя элементарное интегрирование, находим

$$\bar{g}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} g(r,\alpha)\,d\alpha = g_0 + \frac{r^2}{2}(A+B). \qquad \text{(III.2)}$$

Отсюда

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \approx \frac{12}{r^2}\left\{g_0 + \frac{1}{3}\left[g_0 + \frac{r^2}{2}(A+B)\right] - \right.$$
$$\left. - \frac{4}{3}\left[g_0 - \frac{r^2}{4}(A+B)\right]\right\} = -2(A+B). \qquad \text{(III.3)}$$

Таким образом, вторая вертикальная производная преобразует квадратно-параболическую функцию гравитационного поля в постоянную величину.

В результате проведенного анализа были сделаны следующие выводы о сравнительной эффективности методов.

1. Рассмотренные приемы локализации гравитационных полей дают практически одинаковые результаты. При соответствующем выборе масштабных коэффициентов кривые остаточных аномалий (или производных) приблизительно совпадают.

2. Характер остаточной аномалии (производной) в большей степени зависит от размеров палетки, чем от метода локализации.

3. Поэтому следует использовать наименее трудоемкий метод, которым является способ локальных аномалий В. Р. Гриффина (Б. А. Андреева).

Выделение локальных аномалий методами трансформации гравитационного поля повышенной разрешающей способности

Рассмотрим преобразование, способное трансформировать к константе алгебраический полином с порядком выше второго. Применяя такое преобразование к гравитационному полю, можно добиться более полного подавления нежелаемых деталей и более рельефного выделения полезной локальной аномалии.

Метод подавления параболического фона четвертого порядка

Как это следует из выражения (III. 2), результатом кругового осреднения отметок линейного фона является его значение в центре окружности. В случае квадратно-параболического характера трансформируемой функции (фона) к результату осреднения добавляется постоянное слагаемое, определяемое размерами палетки и коэффициентами при высших степенях независимых переменных этой функции,

$$\bar{g}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} g(r, \alpha)\,d\alpha=g_0+\frac{r^2}{2}(A+B).$$

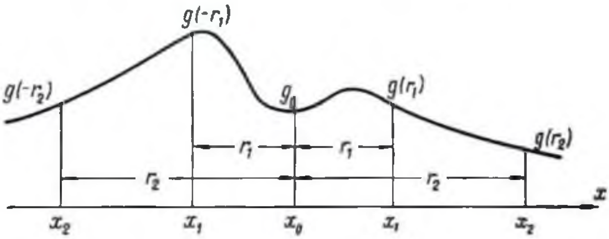


Рис. 44. Расположение отсчетных точек в методе локализации путем подавления регионально параболической составляющей 4-ой степени (двухмерный вариант).

В преобразовании В. Р. Гриффина [51]:

$$\Delta g_{\Gamma}=\bar{g}-g_0=\frac{r^2}{2}(A+B).$$

Таким образом, это преобразование реагирует на локальные уклонения от линейного поля. Зададимся целью построить функцию тождественного преобразования параболического фона. Воспользуемся для этого интерполяционной формулой Лагранжа.

Рассмотрим сначала случай функции с одной независимой переменной («двухмерный» вариант). Предположим, что значения поля заданы вдоль прямой линии (рис. 44) в четырех точках, расположенных попарно симметрично относительно некоторого центра (определяемого пункта). В этом случае интерполяционная формула Лагранжа для центральной точки имеет вид

$$G = L_1 g(-r_2) + L_2 g(-r_1) + L_3 g(r_1) + L_4 g(r_2),$$

$$L_1 = \frac{(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}; \qquad L_3 = \frac{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_4)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)};$$

$$L_2 = \frac{(x_0-x_1)(x_0-x_3)(x_0-x_4)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}; \qquad L_4 = \frac{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)}{(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}.$$

После подстановки

$$x_1 = x_0 - r_2; \qquad x_3 = x_0 + r_1;$$

$$x_2 = x_0 - r_1; \qquad x_4 = x_0 + r_2$$

получаем

$$L_1 = -\frac{r_1^2}{2(r_2^2 - r_1^2)}; \qquad L_3 = \frac{r_2^2}{2(r_2^2 - r_1^2)};$$

$$L_2 = \frac{r_2^2}{2(r_2^2 - r_1^2)}; \qquad L_4 = -\frac{r_1^2}{2(r_2^2 - r_1^2)}.$$

Следовательно,

$$G = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2}\left[r_2^2\,\frac{g(r_1) + g(-r_1)}{2} - r_1^2\,\frac{g(r_2) + g(-r_2)}{2}\right]. \qquad \text{(III. 4)}$$

Очевидно, что искомая формула трансформации будет иметь вид

$$\Delta g_{\text{п}} = g_0 - G = g_0 - \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\,\frac{g(r_1) + g(-r_1)}{2} + \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\,\frac{g(r_2) + g(-r_2)}{2}. \qquad \text{(III. 5)}$$

В общем случае, когда аномальное поле задано на плоскости и осредняется по двум окружностям, функция преобразования может быть записана следующим образом:

$$\Delta g_{\text{п}} = g_0 - \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\,\bar{g}(r_1) + \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\,\bar{g}(r_2). \qquad \text{(III. 6)}$$

Нетрудно убедиться, что полученное выражение является комбинацией из двух преобразований Гриффина, выполняемых с различными размерами палетки и в различных масштабах. Действительно, выражение (III. 6) может быть представлено в виде

$$\Delta g_{\text{п}} = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2}\left[r_2^2\,[g_0 - \bar{g}(r_1)] - r_1^2\,[g_0 - \bar{g}(r_2)]\right] =$$

$$= \frac{1}{r_2^2 - r_1^2}\left[r_2^2\,\Delta g_{\Gamma}(r_1) - r_1^2\,\Delta g_{\Gamma}(r_2)\right].$$

Перейдем к исследованию свойств полученного преобразования. Предположим, что гравитационное поле изменяется по закону, заданному в виде параболического многочлена 4-ой степени

$$g(x, y) = Ax^4 + By^4 + Cxy^3 + Dx^2y^2 + Ex^3y + Fx^3 + \\ + Gy^3 + Hxy^2 + Ix^2y + Kx^2 + Ly^2 + Mxy + Nx + Py + R.$$

Вводя, как и ранее, полярную систему координат и производя интегрирование, получаем

$$\bar{g}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} g(r, \alpha)\,d\alpha = g_0 + \frac{r^2}{2}\left[x_0^2(6A + D) + \right. \\ \left. + y_0^2(6B + D) + 3x_0y_0(C + E) + x_0(3F + H) + y_0(3G + I)\right] + \\ + \frac{r^4}{8}(3A + 3B + D) \qquad \text{(III. 7)}$$

или сокращенно

$$\bar{g}(r) = g_0 + \frac{r^2}{2}S + \frac{r^4}{8}T.$$

Подставим теперь полученное выражение в формулу (III. 6)

$$\Delta g_{\text{н}} = g_0 - \frac{1}{r_2^2 - r_1^2}\left[\left(g_0 + \frac{r_1^2}{2}S + \frac{r_1^4}{8}T\right)r_2^2 - \left(g_0 + \frac{r_2^2}{2}S + \frac{r_2^4}{8}T\right)r_1^2\right] = \\ = \frac{r_1^2 r_2^2}{8}T = \frac{r_1^2 r_2^2}{8}(3A + 3B + D). \qquad \text{(III. 8)}$$

Для преобразования функции одной независимой переменной $g = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ по формуле (III. 5) получим соответственно

$$\Delta g_{\text{н}} = Ar_1^2 r_2^2. \qquad \text{(III. 9)}$$

Таким образом, предложенное преобразование полностью подавляет линейный, квадратичный и кубический фон. В случае фона, описываемого параболой (параболоидом) 4-ой степени, результатом трансформации является постоянная величина, значение которой зависит от параметров палетки и коэффициентов при высших степенях независимых переменных трансформируемой функции. Для оценки эффективности рассматриваемого метода он был предварительно опробован на теоретических примерах.

Одновременно была выяснена степень и характер нелинейных искажений, вносимых трансформацией.

В качестве геологической модели была выбрана горизонтальная полоса вещественной плоскости шириной 3 *км*, залегающая на глубине 1 *км* и создающая на поверхности аномальный эффект интенсивностью 1 *мгл*. Полученная таким образом кривая Δg была затем трансформирована при помощи формулы (III. 5) с различными соотношениями внешнего и внутреннего размеров. Результаты этого опыта приведены на рис. 45.

На первом этапе исследований мы оперировали не самой остаточной аномалией $\Delta g_{\text{п}}$, а величиною ей пропорциональной и равной $R(g) =$

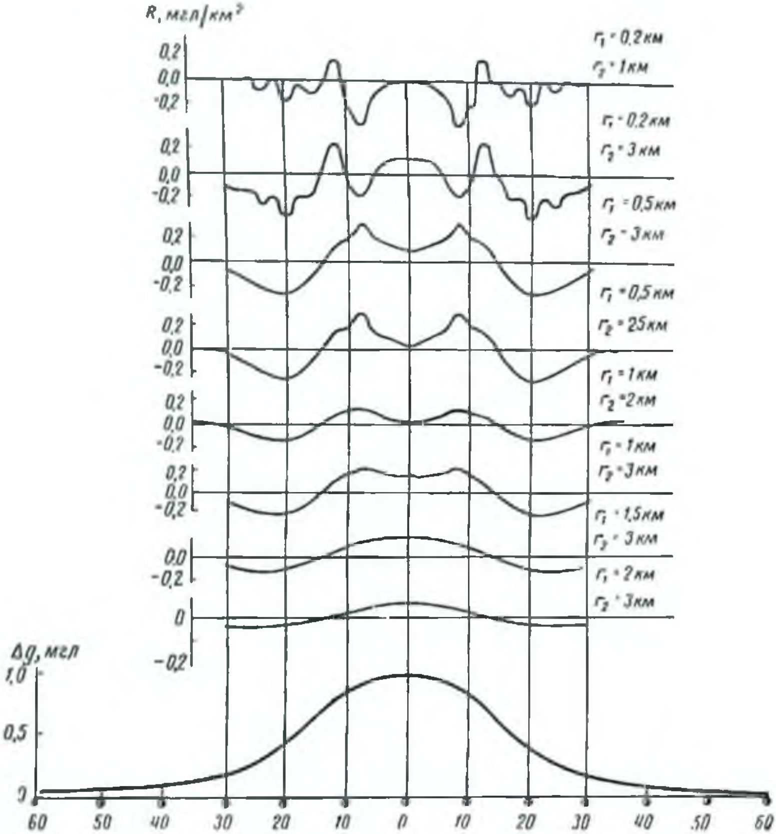


Рис. 45. Пример трансформации модельного гравитационного поля методом подавления региональной параболической составляющей 4-ой степени $R(g)$.

$= \frac{r_1^2 r_2^2}{2(r_2^2 - r_1^2)} \Delta g_{\text{п}}$ (III. 10). Эта величина была первоначально получена эмпирически. Очевидно, что все выводы о поведении функции $R(g)$ будут полностью справедливы и для остаточной аномалии $\Delta g_{\text{п}}$.

Нетрудно видеть, что при больших отношениях $\frac{r_2}{r_1}$ локализованная кривая характеризуется сложными нелинейными искажениями и сильно отличается по форме от исходной функции. В общей картине поля появляется ряд новых деталей, которые существенно затрудняют качественное истолкование полученных результатов. С уменьшением отношения $\frac{r_2}{r_1}$ характер искажений становится все менее и менее сложным пока при $\frac{r_2}{r_1} = 1{,}5-2{,}0$ кривая $R(g)$ не приобретает простую и устойчивую форму. Отличие трансформированной функции от исходной в этом случае невелико и заключается в появлении на периферии положительной аномалии небольших минимумов, минуя которые кривая асимптотически приближается к нулевому уровню, оставаясь все время меньше нуля. Подобная форма является типичной для вертикальных производных гравитационного поля, интерпретация которых не представляет особенного труда.

На рис. 46 демонстрируется результат применения формулы (III. 5) к модельному гравитационному полю, региональная составляющая которого осложнена локальной аномалией. Характер и интенсивность модельного поля были выбраны типичными для условий Русской платформы. Региональная аномалия была рассчитана для вещественной горизонтальной полуплоскости, символизирующей смену литологического состава кристаллического фундамента. Глубина залегания полуплоскости была выбрана равной 9 *км*. Интенсивность соответствующей ей региональной аномалии составляет 7,0 *мгл*.

Локальная аномалия была рассчитана для полосы горизонтальной плоскости, залегающей на глубине 1 *км* и имеющей ширину 1,5 *км*. Амплитуда аномалии силы тяжести над полосой, являющейся моделью валообразной локальной структуры, составляет 0,2 *мгл*.

В результате трансформации по формуле (III. 10) при $r_1 = 0{,}8$ *км* и $r_2 = 1{,}6$ *км* была получена функция $R(g)$ с резко подчеркнутым влиянием локальной аномалии.

Интенсивность этого влияния значительно выше уровня региональной помехи ($\approx$в 3 раза), трансформанта от которой приведена на том же чертеже для сравнения.

Для оценки эффективности предложенного метода по сравнению с методами подавления квадратично-параболического фона были вычислены значения вариаций по Б. А. Андрееву при $r = 1{,}6$ *км*. Нетрудно видеть, что относительное влияние локальной аномалии выражено на кривой вариаций Δg_A значительно слабее, чем на кривой $R(g)$; а ее интенсивность соизмерима с интенсивностью региональной помехи.

Таким образом, предложенная методика приводит к более резкому обособлению локальных аномалий. Однако вместе с этим растут и погрешности получаемых остаточных аномалий.

Как уже отмечалось, результаты локализации рассмотренными методами зависят от соотношения размеров палетки и подлежащей выделению аномалии. Оптимальный результат будет наблюдаться

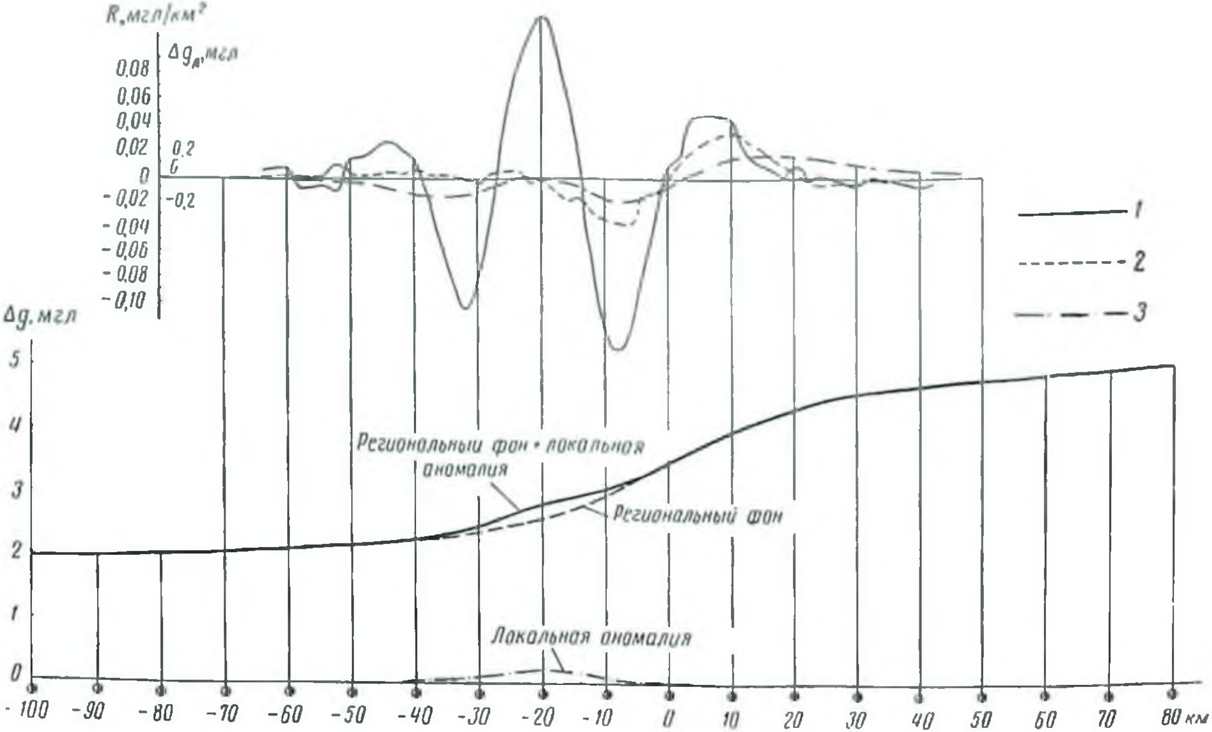


Рис. 46. Пример выделения локальной аномалии путем обработки суммарного гравитационного поля методом подавления региональной параболической составляющей 4-ой степени $R(g)$.

1 — трансформанта $R(g)$ суммарного гравитационного поля; *2* — трансформанта $R(g)$ регионального фона; *3* — вариации $\Delta g_Д$ суммарного гравитационного поля по методу Б. А. Андреева.

при равенстве этих величин. Сильное уменьшение размеров палетки приведет к подавлению не только региональной, но и локальной аномалии. С увеличением же этих размеров преобладающее влияние на результаты трансформации будут оказывать региональные закономерности, на фоне которых влияние локальных аномалий станет малозаметным.

Таким образом, при локализации гравитационного поля рассмотренными методами необходимо выбирать внешний размер палетки приблизительно равный горизонтальной протяженности локальной аномалии. В случае применения формул (III. 5) и (III. 6) это требование должно быть дополнено указанием о необходимости выдерживать величину соотношения внешнего и внутреннего радиусов в интервале $\frac{r_2}{r_1} = 1{,}5—2{,}0$.

Из сказанного следует, что размеры локальной аномалии должны быть установлены до преобразования путем анализа структуры наблюденного аномального поля. Ясно, что для этого локальная аномалия должна более или менее четко проявляться уже в исходном материале. Более того, появление при трансформации деталей, не имеющих отражения в основном материале, связано скорее всего с ошибками вычислений, и геологическое истолкование является совершенно недопустимым.

Границы применения тех или иных методов локализации определяются соотношением амплитудных значений определяемых величин, с одной стороны, и погрешностей результатов преобразования, — с другой. Величина этого соотношения должна быть, по-видимому, не меньше пяти — десяти. В противном случае возникает опасность появления фиктивных деталей, искажающих вид трансформированной кривой.

Для того чтобы застраховать себя от такой возможности необходимо оценить относительную величину этой погрешности, в зависимости от ошибок исходного гравиметрического материала. Соответствующие соотношения могут быть довольно элементарно получены из формул трансформации при помощи способа наименьших квадратов. При этом необходимо учитывать ошибки представительства наблюденного поля.

В заключение остановимся на одном из главных недостатков рассмотренных методов. Уверенное выделение локальных аномалий этими методами требует значительного различия в частотных и фазовых характеристиках полезного сигнала и помехи. При близких линейных размерах и одинаковом местоположении искомой локальной аномалии и более интенсивных деталей суммарного поля, связанных с гравитационным влиянием побочных геологических факторов, рассмотренные приемы часто не находят применения. В таком случае принято говорить, что разрешающая способность гравитационного метода недостаточна для решения поставленных разведочных задач.

Метод аналитического продолжения вертикального градиента силы тяжести на уровень залегания гравитирующих масс

Большинство методов локализации решает задачу разделения аномальных полей по форме, размерам и амплитуде последних. Иными словами, применение подобных методов основано на возможности разложения суммарного поля по частотам и интенсивностям составляющих его гармоник. При этом, конечно, далеко не всегда используются приемы гармонического анализа.

В ряде случаев подобный подход к решению проблемы является малоперспективным, так как параметры локальных аномалий могут существенно меняться в зависимости от глубины залегания и геометрии гравитирующих масс. Поэтому для разделения аномалий, источники которых залегают на разных глубинах, следует использовать методы, разрешающая способность которых зависит от глубины залегания источника гравитации. Очевидно, что порядок этих глубин должен быть известен из общей геолого-геофизической обстановки района исследований.

Способы, подчеркивающие аномальные влияния масс, расположенных на заданном уровне, наиболее приемлемы для районов развития пологих структур. Последние, как это явствует уже из их наименования, характеризуются почти поверхностным распределением масс, хорошо дифференцированным по глубине.

Из методов локализации аномальных влияний по глубине залегания возмущающих их масс широко известен метод С. Саксова и К. Нигарда [56]. Формула этого метода имеет вид

$$U=\frac{\bar{g}(r_1)-\bar{g}(r_2)}{r_2-r_1},$$

где $\bar{g}(r)$ — среднее значение функции гравитационного поля на окружности радиуса r, а $r_2>r_1$.

Доказано, что при среднем радиусе, равном половине глубины до центра сферической массы, значение U достигает максимума. Однако в такой модификации, способ Саксова и Нигарда позволяет локализовать влияния лишь более или менее изометричных объемных масс, которые в первом приближении могут быть уподоблены сфере. В случае же пологих поднятий мы имеем резко отличное от указанного распределение масс, напоминающее скорее материальный диск с переменной поверхностной плотностью. Попытка использовать в указанном методе вместо сферической массы материальный диск (предельный случай горизонтального эллипсоида вращения) не дала положительных результатов ввиду крайне низкой разрешающей способности. Было установлено, что поведение точки максимального градиента величины $\bar{g}(r)$ весьма мало зависит от глубины (рис. 47).

Из приведенного графика видно, что палетка с диаметром, равным горизонтальным размерам структуры, будет выделять влияние

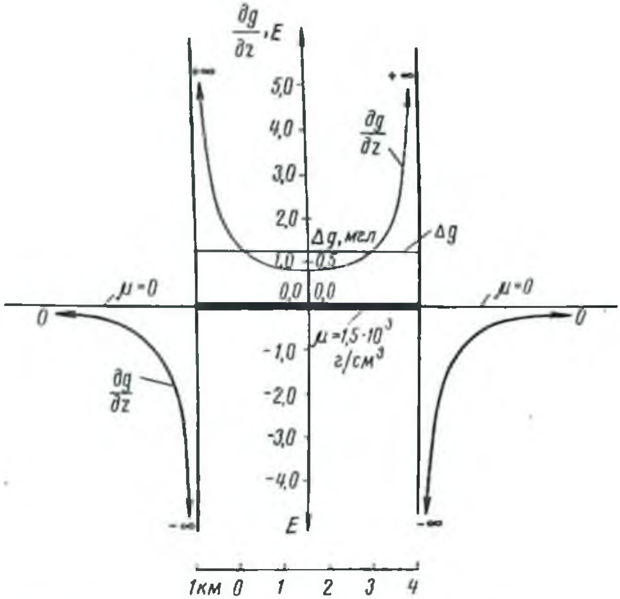


Рис. 48. График вертикального градиента силы тяжести в плоскости горизонтальной вещественной полосы.

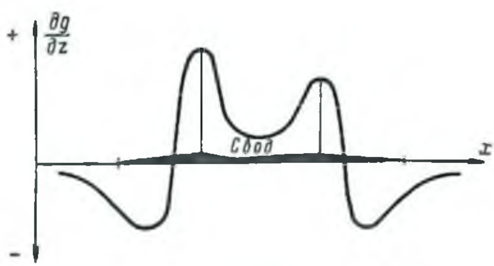


Рис. 49. График вертикального градиента силы тяжести в средней плоскости полого-залегающих масс.

в своей центральной части должен осложняться промежуточным минимумом, образуя своеобразную двугорбую кривую (рис. 49).

Резкий характер и типичная форма кривой $\partial g/\partial z\ (-h)$ в окрестностях границ пологозалегающих масс при относительно более устойчивом характере влияния нижерасположенных источников гравитации позволяют рекомендовать предложенный метод для локализации эффектов, связанных с пологими структурными поднятиями.

Для оценки эффективности предложенного метода был произведен пересчет модельного поля Δg одной из площадей Татарской АССР в значения вертикального градиента $\partial g/\partial z$. Последний был вычислен для уровня самой верхней плотностной границы, совпадающей с кровлей сульфатно-карбонатного стратиграфо-литологического комплекса ($h \approx 300$ *м*).

Для определения вертикальной производной $\partial g/\partial z$ на глубине h ниже уровня исходного поля был использован метод В. Баранова [45].

В результате были построены графики $\partial g/\partial z\ (-h)$ вдоль серии расчетных профилей, корреляционная схема которых демонстрируется на рис. 50. Корреляционная зависимость между кривыми градиентов уверенно прослеживается только на первых трех западных профилях, где четко выделяются по два максимума, разделенных промежуточным минимумом. Далее, на северо-восток, форма кривых вырождается и на них можно проследить только один максимум, обусловленный более глубокими массами (возможно, что этот максимум отражает влияние поднятия поверхности кристаллического фундамента).

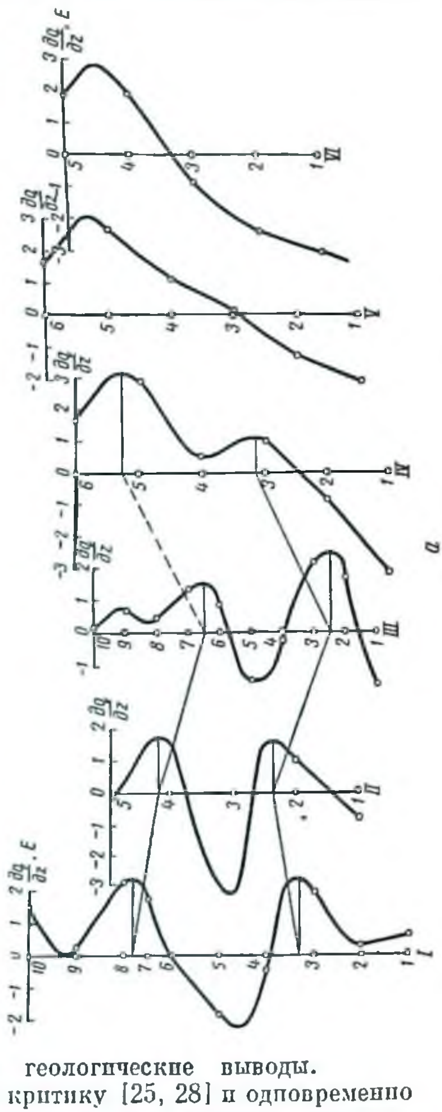
Линии корреляционной увязки кривых $\partial g/\partial z\ (-h)$ вырисовывают область «интерпретационного» свода структуры по кровле сульфатно-карбонатного комплекса. Площадь предполагаемого свода ограничивается зоной четкой коррелируемости, в предположении, что за пределами последней структурное поднятие замыкается.

Аналогичная картина рисуется и по схеме изолиний градиента, где четко выделяется центральный минимум, окаймленный зоной повышенных значений $\partial g/\partial z$. Пунктирная линия, проходящая через максимальные отметки этой зоны, и является интерпретационным контуром свода структуры на глубине ≈ 300 *м*. Сопоставление этого контура с картой изоглубин до поверхности артинских отложений показывает вполне удовлетворительное соответствие результатов интерпретации с исходными данными моделирования. Характерно, что даже западное расширение свода структуры получило отражение в форме этой линии.

В заключение остановимся на существенной особенности рассмотренного метода локализации.

Дело в том, что аналитическое продолжение потенциальных полей в сторону возмущающих масс допустимо, строго говоря, только до уровня так называемой «поверхности безопасности», ограничивающей аномальное тело от вышерасположенной области пространства [15].

В нашем случае, когда активные аномалиевозмущающие массы могут залегать на нескольких глубинах, аналитическое продолжение возможно только до уровня ближайшего к поверхности плотностного контакта.



Методы непосредственного выделения локальных аномалий Δg

Большинство методов локализации аномальных гравитационных полей, включая и рассмотренные выше, основано на трансформации всего комплекса исходных данных, являющихся своеобразным «входным» сигналом определенной системы математических преобразований. На «выходе» этой системы мы регистрируем обычно некоторую новую функцию с измененным соотношением полезного сигнала и помехи. Результаты трансформации, как правило, характеризуются нелинейными искажениями, затрудняющими их качественное истолкование, и лишь с известной осторожностью могут быть использованы для количественной интерпретации. Кроме того, в преобразованной функции попрежнему сохраняется влияние побочных аномалий — помех, хотя и существенно уменьшенное. В ряде случаев, когда трансформаты полезного сигнала и помехи становятся соизмеримыми по интенсивности, возникает серьезная опасность их отождествления, следствием чего могут явиться ошибочные геологические выводы.

Все это вызывает справедливую критику [25, 28] и одновременно ставит вопрос о разработке принципиально иных приемов локализации, лишенных, хотя бы частично, отмеченных недостатков. По-видимому, эта задача была бы решена, если бы был найден способ

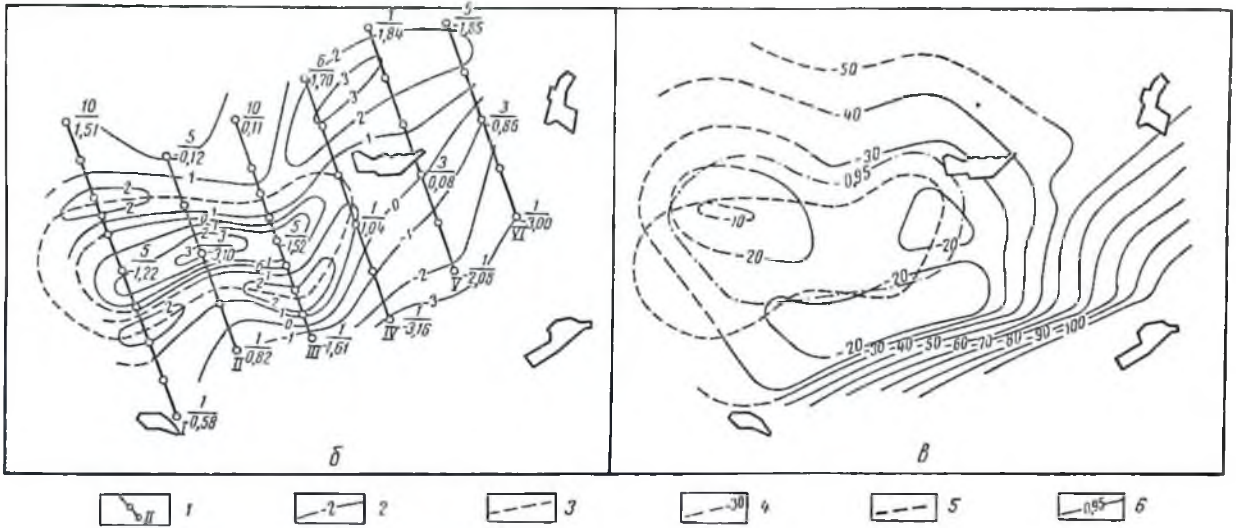


Рис. 50. Определение элементов пологой структуры по гравитационным данным (метод аналитического продолжения вертикального градиента на уровень аномальных масс).

а — схема корреляционной увязки кривых $\frac{\partial g}{\partial z}$ ($z = -300$ *м*); *б* — схема изолиний $\frac{\partial g}{\partial z}$ ($z = -300$ *м*); *в* — схема сопоставления структурной карты артинских отложений с результатами интерпретации.

1 — пункты расчета $\frac{\partial g}{\partial z}$ (в числителе — номер пункта, в знаменателе — значение $\frac{\partial g}{\partial z}$ в этвешах); *2* — изолинии равных значений $\frac{\partial g}{\partial z}$; *3* — линия максимальных градиентов $\frac{\partial g}{\partial z}$ (предполагаемый свод поднятия по кровле артинских отложений); *4* — изоглубины поднятия по кровле артинских отложений в *м*; *5* — сводовая часть поднятия по материалам интерпретации; *6* — изоаномала гравитационного поля артинской структуры.

определения гравитационного влияния масс-помех. Очевидно, разность между наблюденным аномальным полем Δg_a и этим влиянием представляет собой искомую полезную (локальную) аномалию в чистом виде.

Один из таких способов мог бы быть основан на вычислении регионального фона по геологическим данным, путем решения прямой задачи гравиразведки. Однако в большинстве случаев геологических сведений оказывается совершенно недостаточно для выполнения таких вычислений.

Другим приемом определения регионального фона помех является его аппроксимация по значениям, взятым за пределами заметного влияния локальной аномалии (на неаномальных участках). Простейшим примером такой методики является общеизвестный способ визуальной аппроксимации регионального фона по наклонной прямой. Последняя аппроксимирует на участке локальной аномалии линейный ход регионального фона, установленный за ее пределами.

Очевидно, в случае криволинейного регионального фона, последний может быть приближенно восстановлен с помощью более общих приемов интерполяции. Для этого нами был предложен способ аппроксимации регионального фона помех при помощи интерполяционного многочлена Лагранжа.

Аппроксимация регионального фона помех при помощи параболической интерполяции

Восстановление приблизительного характера криволинейного регионального фона на интервале локальной аномалии может быть осуществлено методами параболической интерполяции, если этот интервал достаточно четко выделяется на исходной суммарной кривой $\Delta g_{н}$. Источником информации о поведении регионального фона на интересующем нас отрезке профиля служат периферийные ветви аномального графика (рис. 51), где влиянием локальной аномалии можно пренебречь. На этих участках выбирается небольшое количество точек (обычно 3—5 по каждую сторону от локальной аномалии), расположенных на характерных участках кривой и именуемых узлами интерполяции. Значения наблюденных аномалий силы тяжести $\Delta g_{н}(x)$ в узлах интерполяции используются для вычисления интерполяционного многочлена Лагранжа по формуле

$$\Delta g_{н} = L_0(x)\,\Delta g_{н}(x_0) + L_1(x)\,\Delta g_{н}(x_1) + \ldots + L_n(x)\,\Delta g_{н}(x_n), \quad \text{(III. 11)}$$

где

$$L_i(x) = \frac{(x-x_0)\ldots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\ldots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\ldots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\ldots(x_i-x_n)},$$

x_i — абсциссы узлов интерполяции; x — абсциссы определяемых точек.

Для каждого расположения узлов интерполяции многочлен Лагранжа является единственным и принимает в этих узлах те же значения, что и $\Delta g_н(x)$. На интервале между узлами этот многочлен описывает вероятное поведение исследуемой функции в соответствии с заложенным в нее объемом информации. Так как информация о локальном возмущении в интерполяционный многочлен сознательно не закладывается, последний должен описывать вероятный ход аномальной кривой, свободной от таких искажений. Следует подчеркнуть, что разностная аномалия $\Delta g_р = \Delta g_н - \Delta g_и$, получаемая в результате применения рассмотренного метода локализации, вполне может быть использована для количественной интерпретации обычными методами.

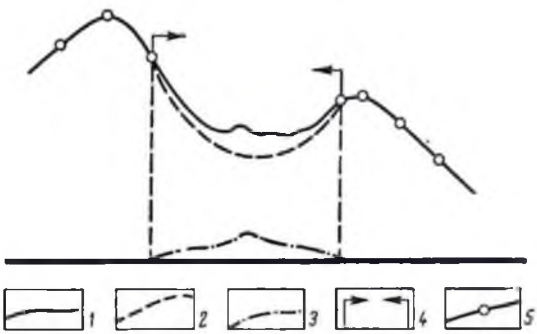


Рис. 51. К методу аппроксимации регионального хода гравитационной кривой при помощи интерполяционного многочлена Лагранжа.

1 — суммарная наблюденная кривая аномалии силы тяжести $\Delta g_н$; 2 — интерполированный (восстановленный) ход региональной помехи $\Delta g_и$; 3 — разностная аномалия ($\Delta g_р = \Delta g_н - \Delta g_и$), соответствующая локальному возмущению; 4 — интервал проявления локальной аномалии; 5 — узлы интерполяции.

Описанный способ без труда может быть обобщен на случай, когда аномальное поле задано в трехмерной системе координат.

Рассмотрим на теоретическом примере разрешающую способность предложенного метода. С этой целью было задано модельное гравитационное поле, региональная составляющая которого осложнена локальной аномалией. Характер и интенсивность модельного поля были выбраны типичными для условий Русской платформы. Региональный ход кривой был рассчитан по формуле гравитационного влияния вертикальной полосы вещественной плоскости, символизирующей дайкообразное интрузивное тело в толще кристаллических пород. Глубина залегания верхнего и нижнего полюса полосы были выбраны равными соответственно $z_1 = 4$ *км* и $z_2 = 8{,}47$ *км*, а значение поверхностной плотности

$$\mu \approx \sigma\,\Delta h = -0{,}5\ г/см^3 \cdot 2{,}0\ км = -10^5\ г/см^3.$$

При этих условиях значение аномалии в эпицентре составит 10 *мгл*. Линия наблюдения была расположена под углом 45° к направлению простирания полосы. Наконец, региональная составляющая модельного поля была дополнена линейно изменяющейся и постоянной компонентами. В итоге функция модельного регионального фона приобрела следующий вид:

$$\Delta g = 12{,}00 + 0{,}2\,x - 6{,}67 \ln \frac{0{,}5\,x^2 + 8{,}47^2}{0{,}5\,x^2 + 4{,}00^2}.$$

В качестве локальных аномалиевозмущающих масс были выбраны две горизонтальные полосы вещественной плоскости, представляющие собой модель валообразной структуры в толще осадочных пород. Обе полосы имеют общую эпицентральную линию. Глубина

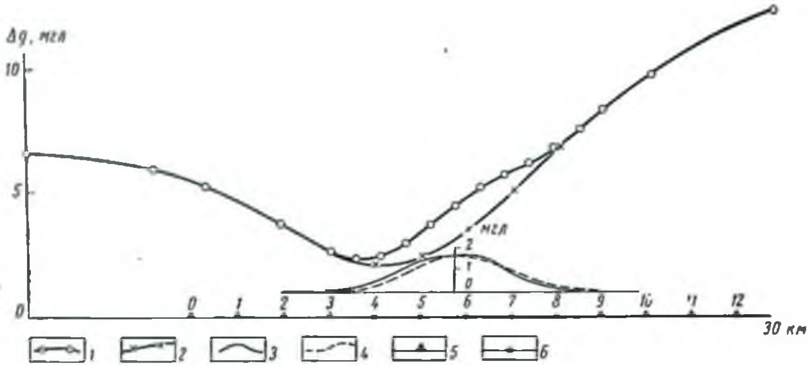


Рис. 52. Теоретический пример локализации гравитационного поля при помощи параболической интерполяции методом Лагранжа.

1 — суммарное гравитационное поле (расчетное) Δg; 2 — региональный ход аномального графика, восстановленный при помощи параболической интерполяции $\Delta g_{п}$; 3 — локальная гравитационная аномалия (расчетная) $\Delta g_{л}$; 4 — остаточная аномалия Δg_0; 5 — узлы интерполяции; 6 — интерполяционные точки.

залегания первой полосы составляет $\xi = 0{,}3$ *км*, при ширине $2l = 3{,}0$ *км*. Интенсивность аномалии силы тяжести $A = 0{,}5$ *мгл*. Соответствующие параметры второй, более глубокой, полосы составляют $\xi = 0{,}6$ *км*, $2l = 6{,}0$ *км* и $A = 1{,}0$ *мгл*. Амплитуда суммарной локальной аномалии равна 1,5 *мгл*. Ее эпицентр совмещен с абсциссой $X = 2$ *км* региональной аномалии.

Анализируя суммарное модельное поле Δg (рис. 52) и расчетную локальную аномалию, легко убедиться, что попытка визуального выделения последней на фоне регионального изменения силы тяжести неизбежно приведет к существенному занижению ее амплитуды. Применение же метода а н а л и т и ч е с к о й и н т е р п о л я ц и и дает вполне удовлетворительные результаты.

В качестве интерполяционных узлов были выбраны точки 0; 1; 2; 3; 9; 10; 11; 12 (рис. 52), расположенные за пределами видимого локального возмущения. Искомые значения регионального фона вычислялись для интерполируемых точек 4; 5; 6; 7; 8 по формулам:

$$\Delta g_в(4) = -0{,}141\, g_0 + 0{,}848\, g_1 - 2{,}000\, g_2 + 2{,}222\, g_3 + 0{,}444\, g_9 - -0{,}667\, g_{10} + 0{,}364\, g_{11} - 0{,}071\, g_{12};$$

$$\Delta g_в(5) = -0{,}283\, g_0 + 1{,}591\, g_1 - 3{,}333\, g_2 + 2{,}778\, g_3 + 1{,}389\, g_9 - -2{,}000\, g_{10} + 1{,}061\, g_{11} - 0{,}202\, g_{12};$$

$$\Delta g_в(6) = -0{,}303\, g_0 + 1{,}636\, g_1 - 3{,}214\, g_2 + 2{,}381\, g_3 + 2{,}381\, g_9 - -3{,}214\, g_{10} + 1{,}636\, g_{11} - 0{,}303\, g_{12};$$

$$\Delta g_в(7) = -0{,}202\, g_0 + 1{,}061\, g_1 - 2{,}000\, g_2 + 1{,}389\, g_3 + 2{,}778\, g_9 - -3{,}333\, g_{10} + 1{,}591\, g_{11} - 0{,}283\, g_{12};$$

$$\Delta g_в(8) = -0{,}071\, g_0 + 0{,}364\, g_1 - 0{,}667\, g_2 + 0{,}444\, g_3 + 0{,}222\, g_9 - -2{,}000\, g_{10} + 0{,}848\, g_{11} - 0{,}141\, g_{12}.$$

Остаточная аномалия была получена путем вычитания из суммарного модельного поля значений регионального фона, снятых с кривой, проходящей через вычисленные значения $\Delta g_в$,

$$\Delta g_0 = \Delta g - \Delta g_в.$$

Сравнивая остаточную и исходную (расчетную) локальную аномалию (см. рис. 52), нетрудно убедиться в их хорошем совпадении, что свидетельствует об эффективности рассмотренного метода разделения аномальных полей.

Аппроксимация регионального хода помех графоаналитическим выравниванием суммарной аномальной кривой по типичным функциям гравитационного влияния

В условиях Русской платформы и, в частности, на территории Волго-Уральской нефтеносной провинции основные детали аномального гравитационного поля определяются внутренним строением кристаллического фундамента, с одной стороны, и крупными изменениями мощности осадочного чехла, — с другой. Неоднородности плотностного строения толщи осадочных отложений вряд ли могут вызывать возмущения амплитудой большей чем 1—2 *мгл*. В подавляющем же большинстве случаев амплитуды этих возмущений изменяются еще в более узких пределах, от 0,1—0,2 до 0,8—1,0 *мгл* (см. гл. IV). Таким образом, без преувеличения можно утверждать, что все гравитационные аномалии, превышающие по интенсивности 2—3 *мгл*, должны быть обусловлены сменой литологического состава основания платформы вдоль тектонических или магматических контактов, или крупными превышениями рельефа поверхности фундамента. Геометрические формы аномалиеобразующих масс являются довольно устойчивыми и могут иметь следующий характер:

1) вертикальная и наклонная ступени (геометрический аналог сбросов, взбросов и надвигов);

2) различные комбинации ступеней (геометрические аналоги грабенообразных прогибов и горстообразных поднятий);

3) вертикальный (или наклонный) слой (геометрический аналог дайкообразных интрузивных тел);

4) вертикальный (или наклонный) цилиндр (геометрический аналог штоко- и неккообразных интрузивных тел).

Следовательно, мы всегда располагаем некоторым объемом сведений о возможном характере масс, определяющих региональные закономерности гравитационного поля. Более того, наши представления о геометрической форме возмущающих источников почти всегда могут быть конкретизированы в процессе анализа существенных черт наблюденной аномальной картины.

Эти геологические сведения могут быть в ряде случаев использованы для определения аппроксимирующей функции регионального гравитационного поля. Рассмотрим один из возможных вариантов локализации, основанный на оценке геологической природы и геометрии региональных масс (это по существу не что иное, как качественная интерпретация регионального поля), с последующей аппроксимацией реальной аномальной картины той или иной функцией гравитационного влияния.

Для определения параметров подобной функции может быть использован известный из теории эмпирических формул метод выравнивания.

В ы р а в н и в а н и е г р а в и т а ц и о н н о г о в л и я н и я м а т е р и а л ь н о й п о л у п л о с к о с т и, с и м в о л и з и р у ю щ е й с б р о с ы и в з б р о с ы. Известно, что во многих практических важных случаях гравитационное влияние объемной ступени достаточно хорошо выражается формулой силы тяжести над горизонтальной материальной полуплоскостью [40, 42]

$$\Delta g = 2f\mu\left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{x}{\xi}\right),$$

где μ — поверхностная плотность; ξ — глубина залегания полуплоскости; x — расстояние от начала координат по перпендикуляру к границе полуплоскости.

Если расположить линию наблюдения под углом к проекции границы на дневную поверхность, произвольно изменив положение начала координат и уровень аномального поля (а именно в таких условиях находится обычно одиночный гравиметрический профиль), то общее алгебраическое выражение влияния полуплоскости имеет вид

$$\Delta g = A + B\operatorname{arctg}(ax + b). \qquad \text{(III. 12)}$$

Для выравнивания дифференцируем это выражение (практически это будет, конечно, графическое дифференцирование)

$$K = \frac{\partial}{\partial x}(\Delta g) = \frac{aB}{1+(ax+b)^2}.$$

Находим далее

$$M = \frac{1}{K} = \frac{a}{B}x^2 + 2\frac{b}{B}x + \frac{b^2+1}{aB}.$$

Функция M легко выравнивается по x следующим образом:

$$N = \frac{M(x) - M(x_1)}{x - x_1} = \frac{a}{B}x + \frac{ax_1}{B} + 2\frac{b}{B},$$

где x_1 — произвольное значение аргумента x, выбираемое за пределами проявления локальной аномалии.

Отсюда легко находим величины $C_1 = \frac{a}{B}$ и $\frac{ax_1}{B} + 2\frac{b}{B}$ (первую — как угловой коэффициент, а вторую — как отрезок, отсекаемый прямой на оси N). Подставляя первое значение во второе, определяем $C_2 = \frac{b}{B}$.

Для раздельного определения параметров a и b находится вспомогательная величина $C_3 = \frac{b^2+1}{aB}$ из уравнения

$$\sum_1^n M = \frac{a}{B}\sum_1^n x^2 + 2\frac{b}{B}\sum_1^n x + n\frac{b^2+1}{aB}.$$

После этого получаем

$$a = C_1B; \quad b = C_2B; \quad B = \frac{1}{\sqrt{C_1C_3 - C_2^2}}. \qquad \text{(III. 13)}$$

Наконец, значение A может быть определено статистически из уравнения (III. 12), записанного в форме

$$\sum_1^n \Delta g = An + B\sum_1^n \operatorname{arctg}(ax - b). \qquad \text{(III. 14)}$$

Выравнивание гравитационного влияния горизонтальной полосы материальной плоскости, символизирующей горст или грабен. Исходя из известного соотношения [40, 42], запишем

$$\Delta g = 2f\mu\left(\operatorname{arctg}\frac{x+l}{\xi} - \operatorname{arctg}\frac{x-l}{\xi}\right),$$

где μ, ξ, x — определены ранее, а $2l$ — ширина полосы.

Общее алгебраическое выражение гравитационного влияния для рассматриваемого случая может быть записано аналогично предыдущему в следующем виде:

$$\Delta g = A\,[\operatorname{arctg}(a_1x + b_1) + \operatorname{arctg}(a_1x - b_1)].$$

Начало отсчета аргумента x совмещается здесь с серединой полосы (осью аномалии). Путем несложных преобразований приведенной формулы получаем

$$\Delta g = A \operatorname{arctg} \frac{2b_1}{a_1^2 x^2 - (b_1^2 - 1)} = A \operatorname{arctg} \frac{1}{ax^2 + b}. \qquad \text{(III. 15)}$$

Дифференцируя это выражение, находим

$$K = \frac{\partial}{\partial x} (\Delta g) = -A \frac{2ax}{(ax^2 + b)^2 + 1}.$$

Далее определяем

$$M = \frac{x}{K} = -\frac{1}{2aA} (a^2 x^4 + 2abx^2 + b^2 + 1).$$

Функция $M(x)$ может быть выражена по x^2 рассмотренным ранее способом

$$N = \frac{M(x^2) - M(x_1^2)}{x^2 - x_1^2} = -\frac{a}{2A} (x^2 + x_1^2) + \frac{b}{A}.$$

Построив затем прямую $N = N(x^2)$, определяем $C_1 = \frac{a}{2A}$ — угловой коэффициент этой прямой и $\frac{a}{2A} x_1^2 - \frac{b}{A}$ ординату $N(x^2)$ при $x^2 = 0$.

Комбинируя полученные величины, находим значение $C_2 = \frac{b}{A}$. Наконец, из выражения

$$\sum_1^n M = -\left(\frac{a}{2A} \sum_1^n x^4 + \frac{b}{A} \sum_1^n x^2 + n \frac{b^2 + 1}{2aA} \right)$$

определяем вспомогательную величину $C_3 = \frac{b^2 + 1}{aA}$, после чего находим[1]

$$a = 2AC_1; \quad b = AC_2; \quad A = \frac{1}{\sqrt{2C_1 C_3 - C_2^2}}. \qquad \text{(III. 16)}$$

Выравнивание гравитационного влияния вертикальной полосы материальной плоскости, символизирующей дайку. Для вертикальной полосы, совпадающей с осью y, справедливо следующее соотношение [40, 42]:

$$\Delta g = f\mu \ln \frac{x^2 + \xi_2^2}{x^2 + \xi_1^2},$$

где ξ_1, ξ_2 — глубины верхней и нижней границ полосы.

---

[1] Можно решить ту же задачу несколько иначе, выравняв предварительно еще раз функцию $N(x)$.

Располагая линию наблюдения под углом к оси возмущающей поверхности, а начало отсчета аргумента на последней, получаем общее алгебраическое выражение гравитационного влияния

$$\Delta g = A \ln \frac{Cx^2 + a_1}{Cx^2 + b_1} = A \ln \frac{x^2 + \frac{a_1}{C_1}}{x^2 + \frac{b_1}{C_1}} = A \ln \frac{x^2 + a}{x^2 + b}.$$

Или же

$$\Delta g = A\,[\ln (x^2 + a) - \ln (x^2 + b)]. \qquad \text{(III. 17)}$$

Продифференцируем полученное равенство

$$K = \frac{\partial}{\partial x}(\Delta g) = A\left[\frac{2x}{x^2 + a} - \frac{2x}{x^2 + b}\right] = -2Ax\,\frac{a - b}{x^4 + (a + b)\,x^2 + ab}.$$

Вводим новую переменную

$$M = \frac{2x}{K} = -\frac{1}{A\,(a - b)}\,[x^4 + (a + b)\,x^2 + ab].$$

Последнее выражение выравнивается по x^2 так же, как и ранее

$$N = \frac{M(x^2) - M(x_1^2)}{x^2 - x_1^2} = -\frac{1}{A\,(a - b)}\,x^2 - \frac{x_1^2 + a + b}{A\,(a - b)}.$$

Построив прямую[1] $N = N\,(x^2)$, легко находим

$$C_1 = A\,(a - b); \quad C_2 = a + b. \qquad \text{(III. 18)}$$

Затем составляем уравнение

$$-A(a - b)\sum_1^n M = \sum_1^n x^4 + (a + b)\sum_1^n x^2 + nab, \qquad \text{(III. 19)}$$

из которого определяем $C_3 = ab$.

Из системы уравнений $a + b = C_2$ и $ab = C_3$ находим

$$a = \frac{C_2}{2} \pm \sqrt{\frac{C_2^2}{4} - C_3} > 0. \qquad \text{(III. 20)}$$

После чего получаем значения остальных параметров

$$b = \frac{C_3}{a}\ (\text{или } b = C_2 - a) \text{ и } A = \frac{C_1}{a - b}. \qquad \text{(III. 21)}$$

В ы р а в н и в а н и е г р а в и т а ц и о н н о г о в л и я н и я в е р т и к а л ь н о й в е щ е с т в е н н о й л и н и и, с и м в о л и з и р у ю щ е й ш т о к. Для вертикальной вещественной линии бесконечного простирания на глубину справедливо следующее простое соотношение:

$$\Delta g = \frac{f\lambda}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

где λ — линейная плотность гравитирующих масс; z — глубина верхней точки линии [40, 42].

---

[1] Функцию $N\,(x)$ можно предварительно выравнять.

Нетрудно показать, что общее алгебраическое выражение гравитационного влияния для произвольно расположенной линии наблюдения будет выражаться равенством

$$\Delta g = \frac{1}{\sqrt{ax^2+b}}. \tag{III. 22}$$

Дифференцируя это равенство, находим

$$K = \frac{\partial}{\partial x}(\Delta g) = -\frac{ax}{(ax^2+b)^{3/2}},$$

Полагая $M = \left(-\frac{x}{K}\right)^{-2/3}$, получаем

$$M = a^{-2/3}(ax^2+b) = a^{1/3}x^2 + \frac{b}{a^{2/3}}.$$

Выравнивая последнее выражение, находим

$$N = \frac{M(x) - M(x_1)}{x - x_1} = a^{1/3}(x + x_1).$$

Построив прямую $N = N(x)$, определяем значение параметра a, а затем из уравнения

$$\sum_1^n M = a^{1/3}\sum_1^n x^2 + \frac{n}{a^{2/3}}b$$

находим величину b.

Число примеров выравнивания функций гравитационного влияния может быть увеличено за счет таких тел, как сфера и горизонтальный цилиндр. Однако при переходе к более сложным телам задача выравнивания существенно затрудняется. В то же время, как показывает опыт, далеко не всегда удается надежно аппроксимировать реальную гравитационную картину простыми соотношениями. В связи с этим рассмотренная задача еще далека от окончательного разрешения и требует значительного объема дополнительных исследований.

В заключение рассмотрим теоретический пример, воспользовавшись для этой цели модельным гравитационным полем, приведенным на рис. 52. Определив одним из способов [60 и др.] линейный фон $G' = 0{,}2$ *мгл/км*, производим численное дифференцирование аномальной функции по формуле Стирлинга. Полученные значения горизонтального градиента g' нормируем относительно нуля ($K = g' - G'$), после чего приступаем к выравниванию модельного поля по гравитационному влиянию вертикальной полосы плоскости[1].

---

[1] Выравниваем участки аномального графика, расположенные за пределами локального возмущения.

Процесс и результаты выравнивания приведены в табл. 30 и на рис. 53.

Таблица 30

x, км	$g'(x)$, мгл/км	$K(x)=g'-G'$, мгл/км	$M(x)=\frac{2x}{K}$, км²/мгл	$N(x)=\frac{M(x)-M(x_1)}{x^2-x_1^2}$, 1/мгл	$P(x)=\frac{N(x)-N(x_1)}{x-x_1}$, 1/мгл·км
−11	−0,200	−0,400	55,0	—	—
−10	−0,270	−0,470	42,6	0,543	−0,0300
−9	−0,322	−0,522	34 5	0,513	—
−8	−0,401	−0,601	26,6	0,498	−0,0150
+8	0,802	0,602	26,6	0,498	−0,0008
+9	0,722	0,522	34,5	0,513	0,0000
+10	0,671	0,471	42,6	0,543	0,0016
+11	0,600	0,400	55,0	—	—

Примечание. Абсциссы x — оцифрованы относительно найденного начала отсчета (a — a, рис. 53).

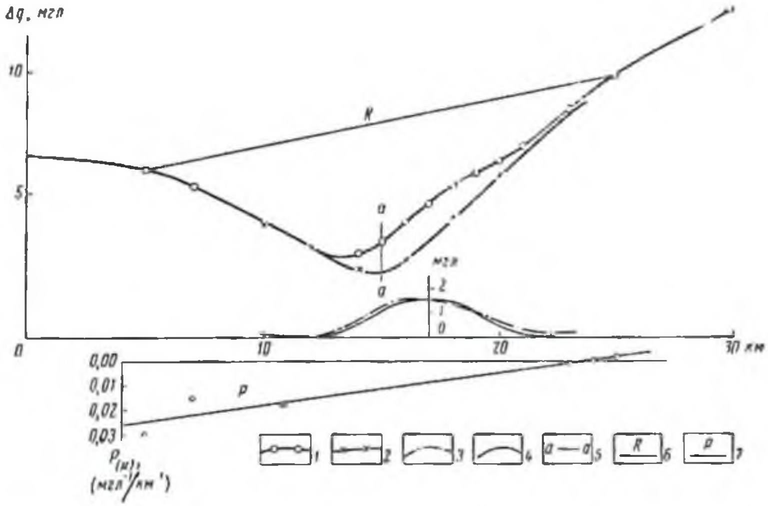


Рис. 53. Теоретический пример локализации гравитационного поля путем аппроксимации регионального фона функцией гравитационного влияния.

1 — суммарное гравитационное поле (расчетное) Δg; 2 — региональный ход аномального графика (аппроксимирующая кривая) Δg_p; 3 — локальная гравитационная аномалия (расчетная) $\Delta g_л$; 4 — остаточная аномалия Δg_0; 5 — начало отсчета координат; 6 — линейная составляющая фона; 7 — линия выравнивания.

Проведя на рис. 53 прямую $P(x)$, находим значение $\frac{1}{A(b-a)}$. По наклону прямой получаем $\frac{1}{A(b-a)}=0{,}00130$, а по ординате в точке $x=0$, $\frac{1}{A(b-a)}=0{,}00133$. Или в среднем: $\frac{1}{A(b-a)}=0{,}00132$ *мгл*$^{-1}$/*км*$^{-2}$.

Из соотношения

$$N(x)=0{,}00132\,(x^2+121+a+b),$$

находим $a+b=189$ *км*^{2} (среднее значение из нескольких уравнений). После этого используем соотношение

$$M(x)=0{,}00132\,(x^4+189x^2+ab).$$

Определяем $ab=6440$ *км*^{4} (среднее значение из нескольких уравнений). Отсюда по теореме Виетта

$$a=144{,}4\ \text{км}^2; \qquad b=44{,}6\ \text{км}^2.$$

Значение A находится из соотношения

$$A=+\frac{K(x)\,(x^4+189x^2+6440)}{2\,(144{,}4-44{,}6)\,x}.$$

Средняя величина из серии определений составляет $A=-8{,}25$ *мгл*. Наконец, для определения уровня постоянного фона C используем исходное уравнение

$$C=\Delta g+8{,}25\ln\frac{x^2+144{,}4}{x^2+44{,}6}-0{,}2\,x.$$

Среднее значение C равно 12,0 *мгл*. Таким образом, функция, аппроксимирующая региональное изменение силы тяжести, имеет вид

$$\Delta g_{\text{в}}=12{,}00+0{,}2\,x-8{,}25\ln\frac{x^2+144{,}4}{x^2+44{,}6}.$$

На рис. 53 построена функция $\Delta g_{\text{в}}$ и вычислена аномалия

$$\Delta g_0=\Delta g-\Delta g_{\text{в}}.$$

Сравнивая остаточную и исходную (расчетную) локальные аномалии, мы убеждаемся в их хорошем совпадении.

Задачи и направление дальнейших исследований разделения аномальных гравитационных полей

Одним из новых направлений в задаче по выделению регионального фона является метод, предложенный В. Барановым [46] и заключающийся в пересчете результатов аэромагнитных наблюдений в псевдогравиметрические аномалии, на основе известной связи между потенциалами гравитационных и магнитных масс (соотношение Пуассона). Полученное псевдогравиметрическое поле будет, как и магнитное, определяться в основном строением кристаллического фундамента. Не исключено, что при определенных условиях это фиктивное поле сможет удовлетворительно аппроксимировать те или иные детали реальной гравитационной картины, связанные с распределением масс в кристаллическом основании платформы.

Магнитное поле в этом случае является источником дополнительной и независимой геологической информации, необходимой для повышения разрешающей способности гравиметрического метода.

§ 2. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОСТАТОЧНЫХ АНОМАЛИЙ МЕТОДОМ ХОРД

Для определения глубины и других параметров аномальных масс определенный интерес представляет оригинальный номографический способ, предложенный А. И. Заборовским, под названием метода хорд [14]. Идея этого метода заключается в исследовании зависимости между параметрами залегания возмущающей массы и площадью, ограниченной аномальным графиком и переменной хордой, параллельной оси абсцисс. Будучи по своему существу интегральным, этот метод позволяет достаточно быстро определять искомые величины путем сравнения эмпирических графиков с комплектом теоретических номограмм.

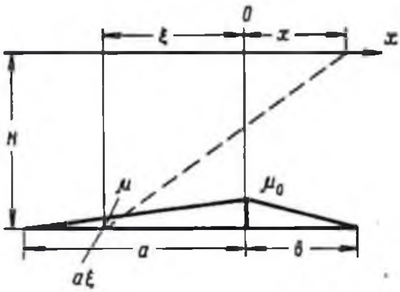


Рис. 54. Горизонтальная пластина с переменной поверхностной плотностью.

Важным достоинством метода хорд является то, что результаты интерпретации не зависят от величины постоянной составляющей регионального фона. Рассмотрим новую модификацию метода хорд для случая пологих тектонических поднятий.

Хорошей аппроксимацией валообразного пологого поднятия может служить горизонтальная пластина бесконечного простирания с переменной поверхностной плотностью (рис. 54). На границах пластины значения поверхностной плотности равны нулю и линейно увеличиваются до значения μ_0 в некоторой точке внутри ее.

Вывод формулы гравитационного влияния горизонтальной пластины с переменной поверхностной плотностью

На рис. 54 показано положение пластины с переменной поверхностной плотностью относительно линии $o - x$, на которой определяются значения Δg. Здесь ξ — текущая координата возмущающей массы; x — фиксированная координата определяемой точки; H — глубина залегания пластины; a и b — длины крыльев пластины; μ — текущее значение переменной поверхностной плотности; μ_0 — экстремальное значение поверхностной плотности.

Используя известное выражение гравитационного влияния горизонтальной линии бесконечного простирания [40, 42], напишем выражение для нормальной составляющей притяжения элемента $d\xi$ в произвольной точке x:

$$dg = 2fH \frac{\mu\xi\, d\xi}{(x-\xi)^2 + H^2},$$

где

$$\mu = \begin{cases} \mu_0 + \frac{\mu_0}{a}\xi & \text{при } 0 \geqslant \xi \geqslant a; \\ \mu_0 - \frac{\mu_0}{b}\xi & \text{при } b \geqslant \xi \geqslant 0. \end{cases}$$

Отсюда

$$\Delta g = 2fH \left[\int_{-a}^{0} \frac{\left(\mu_0 + \frac{\mu_0}{a}\xi\right)}{\xi^2 + 2x\xi + x^2 + H^2} d\xi + \int_{0}^{b} \frac{\left(\mu_0 - \frac{\mu_0}{b}\xi\right)}{\xi^2 - 2x\xi + x^2 + H^2} d\xi \right].$$

В окончательном виде

$$\Delta g = 2f\mu_0 \left[\left(1 + \frac{x}{a}\right)\left(\operatorname{arctg}\frac{x+a}{H} - \operatorname{arctg}\frac{x}{H}\right) + \frac{H}{2a}\ln\frac{x^2+H^2}{(x+a)^2+H^2} + \right.$$
$$\left. + \left(1 - \frac{x}{b}\right)\left(\operatorname{arctg}\frac{b-x}{H} + \operatorname{arctg}\frac{x}{H}\right) + \frac{H}{2b}\ln\frac{x^2+H^2}{(x-b)^2+H^2}\right]. \quad \text{(III. 23)}$$

Для проверки полагаем $a \to \infty$ и $b \to \infty$. Получаем

$$\Delta g \to 2\pi f\mu_0.$$

Для удобства дальнейших операций выразим все линейные величины формулы (III. 23) в долях H. Пусть $\frac{x}{H} = u$; $\frac{a}{H} = m$ и $\frac{b}{H} = n$. Если $a + b = c$ — полная ширина пластины, то

$$\frac{c}{H} = \frac{a+b}{H} = p.$$

Пусть далее $m = \alpha p$, тогда $n = (1-\alpha)\, p$; $(\alpha \leqslant 1)$.

Введя эти обозначения, можно записать

$$\Delta g = 2f\mu_0 K(u),$$

где

$$K(u) = \left[1 + \frac{u}{\alpha p}\right][\operatorname{arctg}(u + \alpha p) - \operatorname{arctg} u] + \frac{1}{2\alpha p}\ln\frac{u^2+1}{[u(1-\alpha)p]^2+1} +$$
$$+ \left[1 - \frac{u}{(1-\alpha)p}\right]\{\operatorname{arctg} u - \operatorname{arctg}[u - (1-\alpha)p]\} +$$
$$+ \frac{1}{2(1+\alpha)p}\ln\frac{u^2+1}{[u(1-\alpha)p]^2+1}. \quad \text{(III. 24)}$$

Теоретические основы метода хорд

Рассмотрим выражение, определяющее площадь сегмента J (рис. 55)

$$J = \int_{x_1}^{x_2} \Delta g\, dx - (x_2 - x_1)\, \Delta g_{1,2}.$$

Или, что то же самое

$$J = 2f\mu_0 H\left[\int_{u_1}^{u_2} K(u)\,du - (u_2 - u_1) K_{1,2}\right] = 2f\mu_0 HF(u_1, u_2, p, \alpha). \tag{III. 25}$$

Воспользуемся теперь двумя очевидными соотношениями: $u_2 - u_1 = \delta$ — относительная длина хорды; $K(u_1) = K(u_2)$ — значение функции $K(u)$ на концах хорды.

Решая совместно два последних уравнения, можно найти

$$u_1 = \varphi_1(\delta, p, \alpha), \qquad u_2 = \varphi_2(\delta, p, \alpha).$$

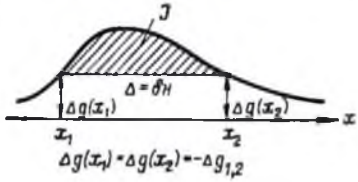


Рис. 55. К теоретическому обоснованию метода хорд.

Подставляя найденные соотношения в выражение (III. 25), запишем

$$J = 2f\mu_0 H\Psi(\delta, p, \alpha). \tag{III. 26}$$

Таким образом, величина J является функцией длины хорды $\delta = \frac{\Delta}{H}$ (аргумент) и параметров p и α.

Прологарифмируем выражение (III. 26)

$$\lg J = \lg 2f\mu_0 H + \lg\Psi(\delta, p, \alpha). \tag{III. 27}$$

Первое слагаемое этого равенства постоянно; второе же служит основой для построения номограмм. Для этого в двойном логарифмическом масштабе строятся графики зависимости $\Psi = \Psi(\delta)$ при определенных параметрах p и α. Семейство кривых, построенных на одном бланке, образует номограмму, которую можно использовать для количественной интерпретации остаточных гравитационных аномалий.

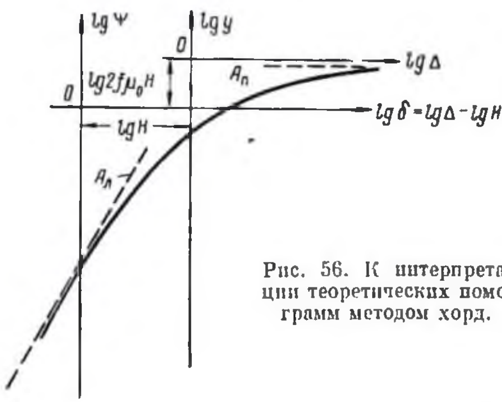


Рис. 56. К интерпретации теоретических номограмм методом хорд.

Действительно, если совместить эмпирическую кривую $J(\Delta)$ с теоретическим графиком $\Psi(\delta)$, то их оси сместятся друг относительно друга (рис. 56). Смещение по оси абсцисс составит $\lg H$, а смещение по оси ординат $\lg 2f\mu_0 H$. В результате возникает возможность определения основных параметров гравитирующего тела: глубины залегания H и экстремального значения поверхностной плотности μ_0. Берем затем величины p и α на теоретической кривой и легко находим ширину пластины и положение экстремума плотности. Для ускорения и облегчения процесса интерпретации на каждой теоретической кривой могут быть выделены особые точки $E/2$, $E/4$ и $E/8$. Положение каждой такой точки зависит от значения ординаты $\Delta g(x_1) = \Delta g(x_2)$ соответствующей хорды (рис. 56). В случае, когда эта величина равна половине полной амплитуды аномалии, мы имеем точку $E/2$. Аналогичным образом значениям ординат, равным четвертой и восьмой части амплитуды, соответствуют точки $E/4$ и $E/8$. Использование особых точек объективно уменьшает степень неопределенности результата интерпретации.

Методика и объем расчетов при построении теоретических номограмм

При построении теоретических номограмм мы были вынуждены отказаться от аналитического вычисления определенного интеграла (III. 25) в связи со сложностью окончательного математического выражения. Более экономичное решение задачи было достигнуто путем непосредственных вычислений функции $K(u)$ с последующим построением графиков и определением площадей. Полученные значения площадей сегментов логарифмировались и служили для построения их зависимости от логарифма длины хорды. Эта зависимость изображалась в виде графика

$$\lg \Psi(\delta) = \Phi(\lg \delta).$$

Было установлено, что левая ветвь палеточных кривых при отрицательных значениях $\lg \delta$ (при $\delta \to 0$) неограниченно приближается к наклонной прямолинейной асимптоте (рис. 56). Правая ветвь графиков при $\delta \to \infty$ также стремится к некоторой асимптоте $A_п$, представляющей собой горизонтальную прямую. Значения функции $\Psi(\delta)$ стремятся к некоторому постоянному значению, оставаясь все время меньше его. Для того чтобы установить асимптотическое значение правой ветви палеточной кривой, достаточно вычислить интеграл выражения (III. 25) в бесконечных пределах

$$\Psi(\delta \to \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} K(u)\, du.$$

Из теории потенциала известно, что для двухмерных тел может быть записано следующее соотношение:

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta g(x)\, dx = 2\pi f M,$$

где M — полная масса нормального сечения аномального тела (масса единицы длины в направлении простирания). В нашем случае

$$M = \frac{\mu_0 a}{2} + \frac{\mu_0 b}{2} = \frac{\mu_0 p H}{2}.$$

Отсюда, используя выражения (III. 23) и (III. 24), можем записать

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta g(x)\,dx = 2f\mu_0 \int_{-\infty}^{\infty} K(u)\,du = \pi f \mu_0 pH,$$

или

$$\Psi(\delta \to \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} K(u)\,du = \frac{\pi p}{2}. \qquad \text{(III. 28)}$$

Очевидно, что значение правой асимптоты палеточной кривой также может быть использовано при интерпретации для повторной оценки значения μ_0, либо для непосредственного определения полной ширины пластины $c = a + b = pH$, если известно μ_0.

Результаты вычислений оформлялись в виде отдельных листов, каждый из которых представляет номограмму или палетку. На каждом листе размещено семь кривых для значений p = 0,5; 1,0; 2,0; 5,0; 10,0; 20,0 и 50,0.

Величина α для каждой отдельной номограммы постоянна и является ее параметром. Величина p является параметром отдельной кривой номограммы. Для облегчения интерпретации на каждой номограмме проведены три вспомогательные кривые, представляющие собой геометрические места особых точек $E/2$, $E/4$, $E/8$. Общее количество номограмм равно 6 (α = 0,00; 0,05; 0,10; 0,20; 0,30 и 0,50). Все указанные номограммы приведены в прилож. 3.

Методика построения и принцип устройства вспомогательных теоретических номограмм

Кроме основного комплекта номограмм, были составлены две дополнительные номограммы, которые позволяют решить обратную задачу гравразведки для случая вертикальной и горизонтальной вещественной пластины с постоянной поверхностной плотностью. По своему назначению эти номограммы играют вспомогательную роль, облегчая выбор рабочей палетки в процессе интерпретации.

Метод хорд применительно к случаю вертикальной вещественной пластины

Известно [40, 42], что гравитационное влияние вертикальной вещественной пластины бесконечного простирания выражается соотношением

$$\Delta g = f\mu \ln \frac{x^2 + H^2}{\text{[illegible]}},$$

Если все линейные величины выразить в долях глубины h, то, сохраняя введенные ранее обозначения, можно записать

$$\Delta g = f\mu \ln \frac{u^2+z^2}{u^2+1} \quad (z > 1).$$

Очевидно, что в этом случае

$$J = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \Delta g\, dx - \Delta\, \Delta g\left(\frac{\Delta}{2}\right) =$$

$$= f\mu h \left(\int_{-\delta/2}^{\delta/2} \ln \frac{u^2+z^2}{u^2+1}\, du - \delta \ln \frac{\delta^2+4z^2}{\delta^2+4} \right).$$

Раскрывая интеграл в круглых скобках, находим

$$\int_{-\delta/2}^{\delta/2} \ln \frac{u^2+z^2}{u^2+1}\, du = \delta \ln \frac{\delta^2+4z^2}{\delta^2+1} + 4\left(z \operatorname{arctg} \frac{\delta}{2z} - \operatorname{arctg} \frac{\delta}{2}\right).$$

Отсюда

$$J = 4f\mu h \left(z \operatorname{arctg} \frac{\delta}{2z} - \operatorname{arctg} \frac{\delta}{2}\right). \qquad \text{(III. 29)}$$

Или после логарифмирования

$$\lg J = \lg f\mu h + \lg \Psi\left(\frac{\delta}{2}\right),$$

где

$$\Psi\left(\frac{\delta}{2}\right) = 4\left(z \operatorname{arctg} \frac{\delta}{2z} - \operatorname{arctg} \frac{\delta}{2}\right). \qquad \text{(III. 30)}$$

Значение Ψ при $\delta/2 \to \infty$ на правой асимптоте равно:

$$\Psi(\infty) = 2\pi(z-1). \qquad \text{(III. 31)}$$

Выражение (III. 30) служит основой для построения теоретических графиков в двойном логарифмическом масштабе. Построенная номограмма содержит 10 кривых, каждой из которых соответствует свой параметр z (z = 1,0; 1,5; 2,0; 3,0; 5,0; 7,0; 10,0; 15,0; 20,0; ∞).

Принцип построения и техника обращения с этой номограммой следующие: смещение осей теоретической и эмпирической кривых позволяет определить малую глубину h (горизонтальная ось) и поверхностную плотность μ (последнюю, — из произведения $f\mu h$). Используя далее шифр совмещенной кривой z, находим большую глубину $H = zh$.

Кроме того, значение поверхностной плотности может быть определено дополнительно по положению правой асимптоты теоретической кривой на эмпирическом графике.

Потенцированная ордината в этом случае равна $2\,\pi f h\,(z-1)\mu$.

Метод хорд применительно к случаю горизонтальной вещественной пластины с постоянной поверхностной плотностью

Формула определения Δg для случая горизонтальной вещественной пластины бесконечного простирания имеет следующий вид [40, 42]:

$$\Delta g = 2f\mu \left(\operatorname{arctg} \frac{x + l/2}{H} - \operatorname{arctg} \frac{x - l/2}{H} \right).$$

Если, как и ранее, нормировать все линейные величины к значению H, то получим

$$\Delta g = 2f\mu \left[\operatorname{arctg} \left(u + \frac{p}{2} \right) - \operatorname{arctg} \left(u - \frac{p}{2} \right) \right].$$

Отсюда

$$J = \int\limits_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \Delta g\, dx - \Delta\, \Delta g \left(\frac{\Delta}{2} \right) = 2f\mu H \left\{ \int\limits_{-\delta/2}^{\delta/2} \left[\operatorname{arctg} \left(u + \frac{p}{2} \right) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \operatorname{arctg} \left(u - \frac{p}{2} \right) \right] du - \delta \left[\operatorname{arctg} \frac{\delta + p}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\delta - p}{2} \right] \right\}.$$

Раскрывая интеграл, получаем

$$J = (\delta + p) \operatorname{arctg} \frac{\delta + p}{2} - (\delta - p) \operatorname{arctg} \frac{\delta - p}{2} - \ln \frac{(\delta + p)^2 + 4}{(\delta - p)^2 + 4}.$$

Отсюда

$$J = 2f\mu H \left[p \left(\operatorname{arctg} \frac{\delta + p}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\delta - p}{2} \right) - \ln \frac{(\delta + p)^2 + 4}{(\delta - p)^2 + 4} \right]. \quad \text{(III. 32)}$$

Логарифмируя, получаем

$$\lg J = \lg f\mu H + \lg \Psi (\delta/2),$$

где

$$\Psi (\delta/2) = 2 \left[p \left(\operatorname{arctg} \frac{\delta + p}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\delta - p}{2} \right) - \ln \frac{(\delta + p)^2 + 4}{(\delta - p)^2 + 4} \right]. \quad \text{(III. 33)}$$

Асимптотическое значение $\psi (\delta/2)$ при $\delta/2 \to \infty$ равно:

$$\Psi (\infty) = 2\pi p. \quad \text{(III. 34)}$$

Выражение (III. 33) служит основой для построения теоретических графиков в двойном логарифмическом масштабе, составляющих номограмму. Номограмма содержит 14 кривых, каждой из которых соответствует определенное значение параметра p (p = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 1,0; 1,5; 2,0; 3,0; 5,0; 7,0; 10,0; 15,0; 20,0; 50,0). Обращение с номограммой аналогично описанному выше и не нуждается в дополнительных пояснениях.

Обе номограммы скомплектованы, о чем мы уже говорили выше.

В табл. 31 приводятся сводные данные о величинах (параметрах геологического разреза), определяемых при помощи номограмм различного типа.

Таблица 31

Результат совмещения	Тип номограмм		
	Горизонтальная пластина с переменной поверхностной плотностью	Горизонтальная пластина с постоянной поверхностной плотностью	Вертикальная пластина с постоянной поверхностной плотностью
Смещение осей ординат теоретической и экспериментальной кривой	$\lg H$	$\lg H$	$\lg h$
Смещение осей абсцисс теоретической и экспериментальной кривой	$\lg 2/\mu_0 H$	$\lg f\mu H$	$\lg f\mu h$
Положение правой асимптоты теоретической кривой на экспериментальном графике	$\lg \pi/H_0\mu_0$	$\lg 2\pi f\, pH\, \mu$	$\lg 2\pi f\, (z-1)\, \mu$
Параметр номограмм . . .	α	—	—
Параметр кривой	p	p	z
Формулы для расчета элементов залегания	$\begin{cases} c = a + b = \mathrm{pH} \\ a = \alpha\ \mathrm{pH} \\ b = (1-\alpha)\ \mathrm{pH} \end{cases}$	$l = \mathrm{pH}$	$H = zh$

Приведенная таблица с необходимой полнотой описывает техническую (формальную) сторону процесса количественной интерпретации. В случае когда экспериментальная кривая не может быть совмещена ни с одной из теоретических, но располагается между двумя из них, соответствующие ей значения определяемых величин должны быть вычислены путем интерполяции.

Методика количественной интерполяции локальных (остаточных) аномалий, предположительно обусловленных гравитационным влиянием пологих структурных форм платформенного типа, состоит из следующих основных операций.

1. После того как аномалия локализована и представляет собой изолированный экстремум силы тяжести, строится график зависимости $\lg J(\Delta) = \varphi(\lg \Delta)$. Значения $J(\Delta)$ берутся в *мгл/км*, а значения Δ — в *км*.

Определение площадей сегментов производится на миллиметровой бумаге либо при помощи планиметра [1].

На полученной экспериментальной кривой выделяются особые точки E/2; E/4; E/8, соответствующие ординатам локальной аномалии, равным половине, одной четвертой и одной восьмой части ее полной амплитуды.

2. Полученная кривая совмещается с вспомогательной номограммой, рассчитанной для вертикальной пластины с постоянной плот-

[1] Напомним, что локальная аномалия должна быть «двухмерной» с преобладающим простиранием в каком-либо направлении. В противном случае она должна быть искусственно приведена к «двухмерному» виду, одним из существующих методов [27, 28].

ностью. Если достигается совмещение экспериментального графика с одной из теоретических кривых, то на этом интерпретация заканчивается. В этом случае, аномалиевозмущающее тело не может иметь пологозалегающей формы, и, следовательно, допущение о связи локальной аномалии с пологими структурно-плотностными контактами — отпадает.

Определяя глубину залегания верхней и нижней кромки тела, можно установить его геологическую природу. Если значения глубин не выходят за пределы 100—200 *м*, то мы имеем дело с русловыми размывами поверхностных отложений (локальный минимум силы тяжести). При значениях глубин, превышающих 1,5—2,0 *км*, аномальные массы могут быть связаны с неоднородным литолого-тектоническим строением кристаллического фундамента.

3. Если совмещение экспериментального графика с теоретической кривой номограммы, рассчитанной для вертикальной пластины, не может быть достигнуто (экспериментальный график пересекает теоретические кривые), то необходимо перейти к следующему этапу интерпретации. Для этого экспериментальный график накладывается на вторую вспомогательную номограмму (случай горизонтальной пластины с постоянной поверхностной плотностью).

Достигнув наилучшего совмещения экспериментального графика с одной из теоретических кривых, интерпретатор определяет оценочное значение параметра p, которое служит для выбора номограммы из основного комплекта (случай горизонтальной пластины с переменной поверхностной плотностью).

4. После этого из комплекта номограмм, рассчитанных для горизонтальной вещественной пластины с переменной плотностью, выбираются теоретические кривые, параметры которых близки к оценочному значению p, и достигается оптимальное совмещение экспериментальной и теоретической кривых. При этом особые точки экспериментального графика должны скользить по соответствующим вспомогательным кривым номограмм.

В результате оптимального совмещения экспериментальной и теоретической кривых определяются окончательные значения искомых элементов залегания пластины (H; a и b), а также — экстремальная величина поверхностной плотности — μ_0.

5. После этого, если известно значение объемной контактной плотности $\Delta\sigma$, определяется амплитуда поверхности раздела плотностей (тектонической структуры) из соотношения:

$$\Delta h = \frac{\mu_0}{\Delta\sigma}. \tag{III.35}$$

6. В заключение может быть построен схематический разрез контактной поверхности.

ПРИМЕНЕНИЕ ВЫСОКОТОЧНОЙ ГРАВИМЕТРОВОЙ СЪЕМКИ ПРИ ПОИСКАХ И РАЗВЕДКЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ НЕФТИ И ГАЗА В ПЛАТФОРМЕННОЙ ЧАСТИ ВОЛГО-УРАЛЬСКОЙ ОБЛАСТИ

Глава IV

В условиях Русской платформы задачей гравиметрической разведки до последнего времени было изучение внутреннего строения фундамента и лишь косвенно структур осадочной толщи. В частности, было установлено, что пологие тектонические поднятия Татарии и Башкирии располагаются преимущественно в зонах так называемых «гравитационных ступеней», обусловленных влиянием глубокозалегающих аномальных масс [39].

Понятно, что наличие этой косвенной связи указывает лишь на перспективные участки той или иной площади, но не может служить основой для сколько-нибудь уверенных заключений не только о характере конкретной геологической структуры, но даже о ее существовании.

Вполне естественной поэтому является попытка оценить влияние как структуры, так и залежи нефти или газа на характер гравитационного поля.

Уже простейшие расчеты показывают, что соответствующие аномальные возмущения должны характеризоваться весьма незначительными амплитудами. Известно, что средняя амплитуда типичного пологого поднятия составляет 30—50 *м* [3, 30]. При избытке плотности на контакте, равном $\approx 0,3$ *г/см*^{3}, максимальная амплитуда аномалии по формуле плоского слоя составит $\approx 0,5$ *мгл.*

Касаясь вопроса о возможном гравитационном влиянии самих продуктивных коллекторов, следует указать, что аномалиеобразующим фактором в этом случае является различие объемных интегральных плотностей нефте-газосодержащего коллектора (залежи) с одной стороны и законтурной водонасыщенной породы — с другой. Практически эффективная (недостаточная) плотность залежи составляет около $0,05 \div 0,10$ *г/см*^{3} для нефтяных и $0,20 \div 0,25$ *г/см*^{3} — для газовых залежей. Нетрудно показать, что месторождение нефти с суммарной мощностью продуктивных коллекторов около 100 *м* может вызвать при пористости коллектора 20% гравитационный эффект интенсивностью около 0,2 *мгл.* Аналогичный результат должен наблюдаться для газовой залежи мощностью около 30 *м.*

Приведенные расчеты показывают, что для поисков пологих платформенных поднятий, а тем более для обнаружения самих залежей нефти или газа требуется гравиметрическая съемка высокой точности. Наиболее надежным способом оценки характера аномального гравитационного поля, ожидаемого над месторождениями нефти и газа и одновременно материалом для выработки методики съемки является решение прямой задачи гравиразведки (мы называем его «математическим моделированием») для типичных реальных геологических объектов.

При этом должно быть учтено влияние всех горизонтов геологического разреза, включая и собственно нефтяные (или газовые) залежи. В результате такого исследования могут быть получены модельные гравитационные карты.

§ 1. ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ И ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ВЫСОКОТОЧНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ РАБОТ В ВОЛГО-УРАЛЬСКОЙ НЕФТЕНОСНОЙ ПРОВИНЦИИ

При поисках месторождений нефти и газа в геологических условиях Волго-Уральской области главным объектом исследования являются пологие тектонические поднятия в толще осадочного чехла платформы, с которыми связаны основные запасы нефти и газа.

Ряд специалистов в области геотектоники [3] связывает образование пологих структурных поднятий в чехле осадочных пород платформенной области со знакопеременными вертикальными движениями кристаллического фундамента. Последние по современным представлениям происходят вдоль плоскостей тектонических разломов, нарушающих сплошность консолидированных масс, и обусловлены перераспределением магматического материала в глубоких горизонтах земной коры. Характерно, что с подобными разломами часто связаны обильные магматические проявления, для которых зоны разрыва играют роль подводящих каналов. В ряде случаев само образование дизъюнктивных нарушений может быть обусловлено восходящими усилиями, участвующими в формировании интрузивного массива. При этом линии разломов концентрируются вокруг магматического тела, веерообразно затухая во все стороны от последнего. Имеющийся фактический материал подтверждает эту гипотезу. В частности, установлено, что абсолютное большинство известных локальных структур приурочено именно к зонам разломов кристаллического фундамента, образуя подчас линейно вытянутые цепочки или валы называемые тектоническими линиями.

В связи с тем, что согласно рассматриваемой генетической схеме, структурные осложнения в толще осадочных пород должны проявляться совместно с дизъюнктивными нарушениями жесткого основания, их гравитационные эффекты также будут наблюдаться одновременно. При этом аномальные источники глубокого заложения (рельеф фундамента, разломы и связанные с ними магматические проявления) определят общие или региональные закономерности гравитационного поля, тогда как влияние местных тектонических поднятий осадочного чехла войдет в его локальную составляющую. Важно подчеркнуть, что локальное влияние пологого структурного поднятия может более или менее четко проявиться в суммарном поле только при незначительной гравитационной активности дизъюнктивного нарушения в толще пород фундамента. Это, в частности, может иметь место в случае отсутствия магматических проявлений вдоль линии разлома и при условии одинакового петрографического состава его крыльев. Заметим, однако, что наличие в зоне дизъюнктивного нарушения интрузивного тела не может существенно затруднить интерпретацию результатов гравиметрических исследований уже потому, что аномальное влияние такого объекта само по себе косвенно указывает на вероятное местоположение локального поднятия. Интенсивности возмущений, обязанных своим возникновением неоднородному строению массива кристаллических пород, могут варьировать в широких пределах — от 1—2 до нескольких десятков миллигал.

Абсолютное большинство наиболее ярко выраженных деталей гравитационного поля платформы определяется именно этой причиной.

Вторым важным аномалиеобразующим фактором, влияние которого должно быть учтено при анализе перспектив высокоточных гравиметрических исследований, является неоднородное (в плотностном отношении) строение самых верхних горизонтов осадочного разреза. Выше (в главе II) мы подробно рассмотрели характер этих неоднородностей (размывов) и степень их проявления в суммарном аномальном поле. Здесь же достаточно будет напомнить, что интенсивность этих аномалий (обычно — минимумов) может составлять 1—2 *мгл*, при горизонтальных размерах аномалий 1—2 *км*.

Перейдем, наконец, к оценке гравитационного влияния основного объема толщи осадочных пород. Напомним, что сама возможность использования высокоточных гравиметрических исследований для поиска локальных структурных форм связана с изучением аномального влияния именно этих масс.

Известно, что структурные осложнения осадочного чехла создают гравитационные аномалии только при условии дифференциации плотностей слагающих его пород. При этом интенсивность локальной аномалии находится в прямой зависимости от амплитуды структуры и дефекта плотностей на границах раздела пород.

Плотностной разрез осадочной части геологического разреза как Русской платформы в целом [37, 41], так и конкретно Волго-Уральской нефтеносной провинции [30] характеризуется наличием крупных литолого-фациальных комплексов, в пределах каждого из которых плотность пород обладает относительным постоянством. Принято считать, что границы этих комплексов и являются главными аномалиеобразующими контактами толщи осадочных пород. Непосредственно на породах кристаллического фундамента, сложенных метаморфическими (гнейсовый архейский и сланцевый протерозойский комплексы) и магматическими (габбро-нориты, габбро-диабазы и т. п.) образованиями, залегают отложения нижнего терригенного комплекса (НТК). Породы НТК представлены песчано-глинистыми образованиями с прослоями известняков и доломитов и охватывают отложения среднего (иногда нижнего) и верхнего девона.

Выше по разрезу расположен так называемый сульфатно-карбонатный комплекс (СКК), включающий отложения верхнего девона, карбона и нижней перми. Породы этого комплекса представлены преимущественно карбонатными разностями (известняки, доломиты и их сочетания) с незначительными прослоями терригенных образований.

В верхней части осадочной толщи залегают отложения верхнего терригенного комплекса (ВТК), включающие породы верхней перми, мезозоя и кайнозоя (два последних горизонта развиты неповсеместно). Литологически породы ВТК представлены песчано-глинистыми образованиями с незначительными прослоями карбонатов. Отложения ВТК характеризуются резкой фациальной изменчивостью и непостоянством мощностей отдельных пачек в связи с размывами и выклиниваниями их на незначительных расстояниях.

В табл. 32 представлены обобщенные схематические сводные данные о мощности и гравитационной активности верхних горизонтов земной коры в условиях Волго-Уральской области.

Таблица 32

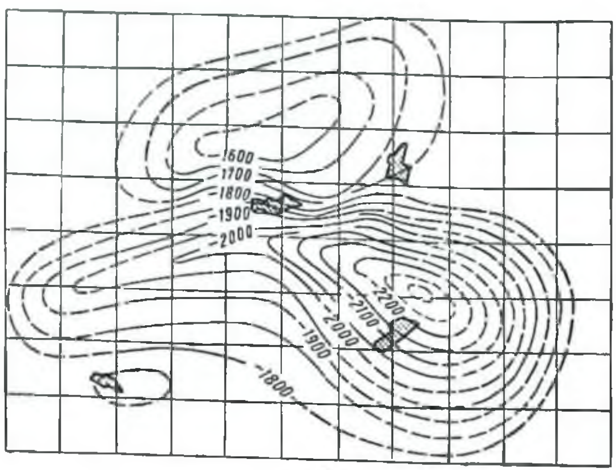
Литолого-фациальный комплекс	Средняя мощность, $м$	Средняя плотность комплекса, $г/см^3$	Избыток (недостаток) плотности на контакте, $г/см^3$
Верхний терригенный комплекс (ВТК)	100—300	2,0—2,3	(+0,3) — (+0,5)
Сульфатно-карбонатный комплекс (СКК)	1500—2000	2,6—2,7	(—0,1) — (—0,2)
Нижний терригенный комплекс (НТК)	100—1000	2,4—2,5	(+0,2) — (+0,6)
Кристаллический фундамент	—	2,7—3,0	

В течение последних лет отмечались факты изменения плотностной характеристики отдельных горизонтов осадочного разреза в горизонтальном направлении в пределах локальных поднятий [1].

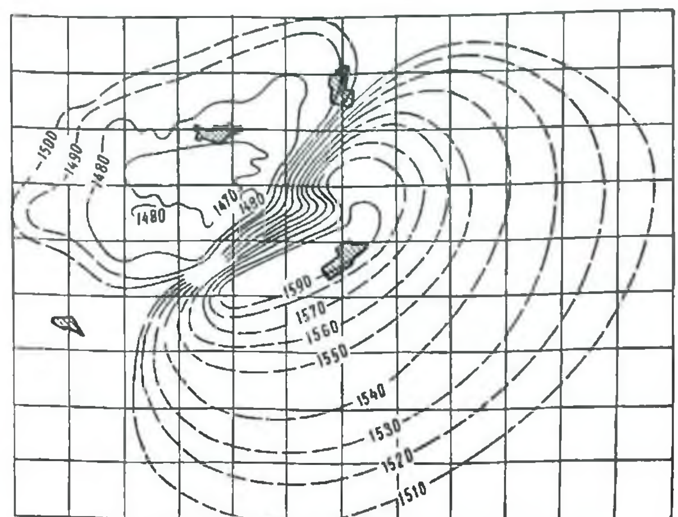
В частности, указывалось на закономерное уменьшение плотности осадочных пород от крыльев структур к их сводам, на величины порядка 0,2—0,3 $г/см^3$. Гипотеза «послойной зональности плотности осадочных пород» объясняет наблюдаемые изменения двумя причинами.

1. Тектоническим растрескиванием горных пород в процессе колебательных движений, формирующих структурные формы.

2. Неравномерным уплотнением осадков, отлагающихся над выступами консолидированных пород.


1600
1700
1800
1900
2000
2200
2100
2000
1900
1800

а


1500
1490
1480
1480
1470
1480
1590
1570
1560
1550
1540
1530
1520
1510

б

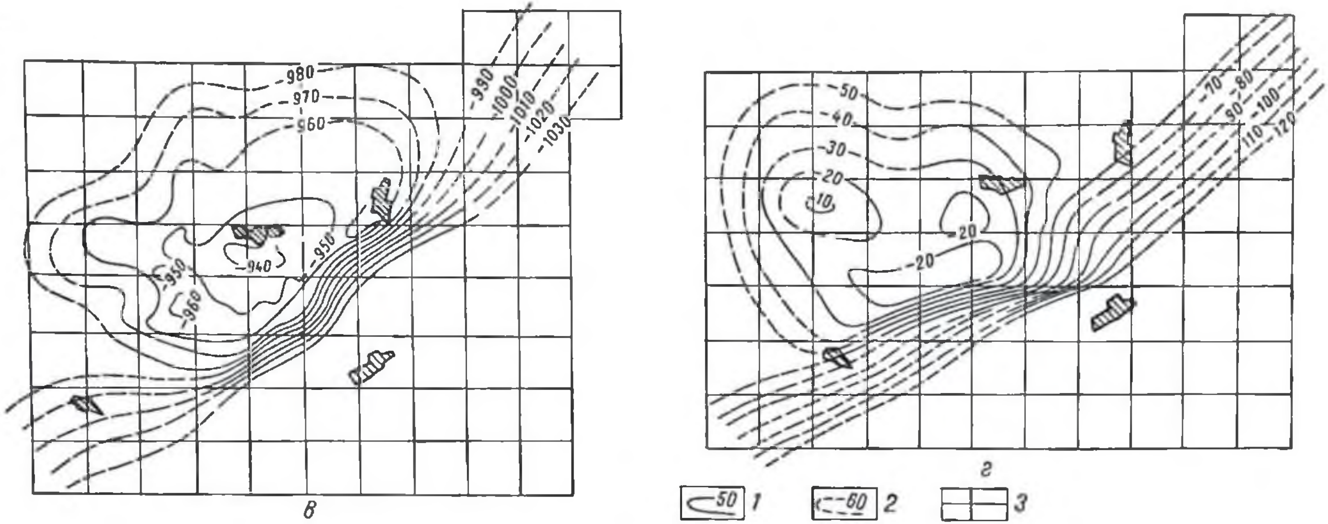


Рис. 57. Структурные карты нефтяного месторождения (Татарская АССР).

а — карта поверхности кристаллического фундамента; *б* — карта кровли песчаника Д (поверхность нижнего терригенного комплекса); *в* — карта кровли угленосного горизонта; *г* — карта кровли артинских отложений (поверхность карбонатного комплекса)
1 — изогипсы, проведенные по материалам бурения; *2* — изогипсы, проведенные методом экстраполяции; *3* — квадраты расчетной сетки.

По нашим представлениям, ни первая, ни вторая причины не в состоянии сколько-нибудь удовлетворительно объяснить наличие разуплотнения горных пород в сводах тектонических поднятий.

Известно [3], что при формировании складок прерывистого типа максимальная трещиноватость наблюдается не в сводах поднятий, а на их крыльях. Следовательно, на крыльях должно наблюдаться и гипотетическое разуплотнение, чему, по-видимому, противоречат факты.

Что же касается механизма диагенетического уплотнения осадков, то, по мнению В. В. Белоусова [3], такое уплотнение может наблюдаться лишь в глинистых толщах. Учитывая незначительное участие песчано-глинистых пород в разрезе осадочного чехла Волго-Уральской области, следует, по-видимому, рассматривать фактор послойной зональности как второстепенный в формировании аномального гравитационного поля.

В то же время нельзя не признать, что возможное разуплотнение пород может существенно затруднить выявление отрицательных аномалий «прямого» влияния продуктивных коллекторов, к анализу гравитационного влияния которых мы переходим.

Кроме перечисленных выше, существуют локальные дефекты масс, вызванные замещением пластовых вод нефтью или газом. Среднее значение эффективной плотности массива залежи будет по существу интегральным средним из распределения плотностей по жидкому флюиду и твердому скелету породы — коллектора.

Дефект этой плотности по отношению к плотности вмещающих пластовых вод может быть вычислен по формуле [29]:

$$\Delta\sigma_{эф}^{н} = (\sigma_в - \sigma_н k_у)\, k_п k_н,$$

где $\sigma_в$ — плотность законтурной пластовой воды ($\approx 1,1—1,2$ *г/см³*); $\sigma_н$ — плотность извлеченной нефти; $k_у$ — коэффициент усадки нефти; $k_н$ — коэффициент нефтенасыщенности коллектора; $k_п$ — коэффициент пористости коллектора.

В случае газовой залежи величина эффективной плотности может быть подсчитана по той же формуле, при условии замены произведения $\sigma_н k_у$ на значение $\sigma_г$ — плотности газа в пластовых условиях.

Для большинства случаев достаточно принять $\Delta\sigma_{эф}^{н} = -\sigma_в k_н \approx -k_п$, что, по-видимому, недалеко от истины ($\pm 0,05$ *г/см³*). Фактически эффективные плотности залежей нефти и газа составляют на востоке Русской платформы соответственно:

$$\Delta\sigma_{эф}^{н} = -0,07 \div 0,11 \text{ г/см}^3 \quad \text{и} \quad \Delta\sigma_{г.\,эф} = -0,15 \div -0,25 \text{ г/см}^3.$$

§ 2. РАСЧЕТЫ ГРАВИТАЦИОННОЙ АНОМАЛИИ НАД ТИПИЧНЫМ МЕСТОРОЖДЕНИЕМ НЕФТИ И ГАЗА ВОЛГО-УРАЛЬСКОЙ ОБЛАСТИ

Модельное гравитационное поле было вычислено для типичного нефтяного месторождения Волго-Уральской провинции еще до проведения опытных полевых работ.

Объектом расчетов было выбрано одно из нефтяных месторождений Татарской АССР, структура и нефтеносность которого весьма детально изучены глубоким бурением. В частности, рассматриваемая площадь является одной из немногих, где достаточно подробно изучен кристаллический фундамент. Кроме того, эта площадь весьма характерна с точки зрения несоответствия структурных планов по различным горизонтам. Так, складки в девонских, каменноугольных и пермских отложениях смещены относительно друг друга и расположены на крыле глубокого прогиба по поверхности кристаллического фундамента.

В качестве исходных данных были использованы структурные карты и карты нефтеносности, составленные в Татарском научно-исследовательском нефтяном институте (ТатНИИ) и Нефтепромысловом управлении. Для расчетов гравитационного влияния тектонического поднятия площади были выбраны четыре главные гравиактивные поверхности, охарактеризованные в табл. 32. Характер залегания горизонтов показан на структурных картах (см. рис. 57).

Поверхность кристаллического фундамента залегает здесь на абсолютных отметках 1600—2300 *м* и представляет собой глубокую мульду амплитудой более 500 *м*, простирающуюся в северо-западном направлении. На северном борту этой впадины намечается структурное поднятие с амплитудой около 150 *м*.

Тектоника вышезалегающих горизонтов осадочного чехла (см. рис. 57) отличается однообразием своего строения. Наблюдаемое здесь пологое поднятие простирается в северо-восточном направлении будучи ограничено с юго-востока наклонной ступенью, размах которой равен 60—80 *м*. Амплитуда поднятия по разрезу довольно устойчива и составляет 40—50 *м*. Характерной особенностью структуры является постепенное смещение ее свода с северо-востока на юго-запад при переходе от глубоких горизонтов к более мелким. Так, смещение артинского купола по отношению к поднятию поверхности кристаллических пород составляет около 10—12 *км*.

Для расчета аномального влияния нефтесодержащей части разреза были использованы фактические и прогнозные карты нефтеносности по различным горизонтам. Для расчета аномального влияния залежи пласта Д-I использовалась карта первоначальной мощности нефтесодержащей части коллектора. Гравитационный эффект залежи пласта Д-IV был рассчитан по карте запасов категории В, в предположении постоянной мощности залежи, равной 5 *м*.

Во всех остальных случаях мы располагали только ориентировочными данными о возможном расположении внешних контуров нефтеносности залежей в верхнедевонских и каменноугольных отложениях. Эти контуры были построены путем сечения соответствующих структурных карт горизонтальными плоскостями водонефтяных контактов.

Мощности этих залежей предполагались постоянными и равными (по материалам опробования в отдельных точках):

1) для предполагаемой нефтяной залежи верхнефранского подъяруса — 5 *м*;

2) то же — для фаменского яруса — 8 *м*;

3) то же — для угленосной свиты — 5 *м*.

По материалам многочисленных источников [30, 37, 38, 41] геологический разрез и плотностная характеристика рассматриваемой площади отличаются от обобщенной картины Волго-Уральской провинции только в деталях. В частности, в разрезе сульфатно-карбонатного комплекса здесь выделяются две толщи, средние плотности которых устойчиво различаются друг от друга. В табл. 33 приводятся цифровые данные о плотностной характеристике геологического разреза.

Таблица 33

Наименование литолого-стратиграфического комплекса	Стратиграфический объем	Плотность, $г/см^3$	Контактная разность плотностей, $г/см^3$
Верхний терригенный	Отложения верхней перми и покровные кайнозойские образования	≈2,20	+0,25
Верхняя толща сульфатно-карбонатного комплекса	С тульского горизонта каменноугольной системы по нижнюю пермь включительно	≈2,45	+0,10
Нижняя толща сульфатно-карбонатного комплекса	Отложения верхнего девона и карбона по угленосную свиту включительно	≈2,55	−0,10
Нижний терригенный	Бавлинская свита, средний девон и нижнефранский подъярус	≈2,45	+0,25
Кристаллический фундамент	—	≈2,70	

Приведенная плотностная характеристика и была принята при модельных расчетах.

При расчетах гравитационного влияния нефтяных залежей рассматриваемой площади были использованы сведения о плотностях (по данным нефтяной лаборатории ЦНИЛ Нефтепромыслового управления), приведенные в табл. 34.

Таблица 34

Возраст нефтесодержащих отложений	Плотность пластовой нефти $\sigma_{н.\,пл} = \sigma_н \cdot k_у$, $г/см^3$	Плотность минерализованной воды $\sigma_в$, $г/см^3$	Коэффициент пористости $k_п$	Коэффициент нефтенасыщенности $k_н$	Эффективная плотность нефтяной залежи $\Delta\sigma_{эф}$, $г/см^3$
Девонские отложения	0,78	1,19	0,20	0,9	−0,078
Каменноугольные отложения	0,83	1,14	0,20	0,9	−0,056

Все вычисления модельных полей были выполнены первоначально при помощи таблиц прямых гравитационных эффектов, при размерах расчетной сетки $1{,}5 \times 1{,}5$ и $2{,}0 \times 2{,}0$ *км²*. Впоследствии вычисления были продублированы методом конденсации. Расхождения между расчетами не превышали 0,001—0,005 *мгл*.

Результаты расчетов изображены на рис. 58, 59, 60. На рис. 58 приведены карты модельных гравитационных полей, рассчитанные по основным структурно-плотностным границам.

Гравитационное влияние поверхности кристаллического фундамента выражено здесь минимумом субширотного простирания, амплитуда которого составляет около 2,50 *мгл*, а максимальный горизонтальный градиент 0,40 *мгл/км*. Ось минимума в общих чертах совпадает с осевой частью прогиба. Сказанное лишний раз подтверждает известный принцип качественной интерпретации потенциальных полей, согласно которому при выделении тех или иных тектонических линий в первую очередь должны учитываться осевые простирания основных аномалий как наиболее устойчивые элементы информации.

Гравитационный эффект поверхности нижнего терригенного комплекса проявляется слабым минимумом северо-восточного простирания с амплитудой около 0,05 *мгл*. Размеры минимума составляют $\approx 12 \times 20$ *км²*. На юго-востоке минимум граничит с гравитационной ступенью, имеющей амплитуду около 0,15 *мгл*.

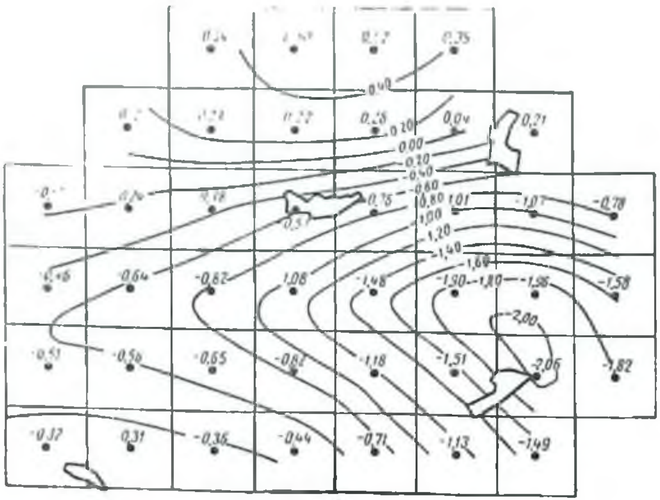
Горизонтальные градиенты этого модельного поля изменяются от $\approx 0{,}01$ *мгл/км* (на северо-западном крыле минимума) до 0,03 *мгл/км* (в районе гравитационной ступени).

Аномальное влияние кровли углепосного горизонта выражено в виде максимума северо-восточного простирания размерами $23 \times \times 13$ *км²*. Амплитуда максимума составляет около 0,10 *мгл*. На юго-восточном крыле аномалии прослеживается зона повышенных градиентов ($\approx 0{,}04$—0,05 *мгл/км*), простирание которой подчинено простиранию оси максимума.

Величина горизонтального градиента на северо-западном крыле невелика и составляет 0,01—0,02 *мгл/км*.

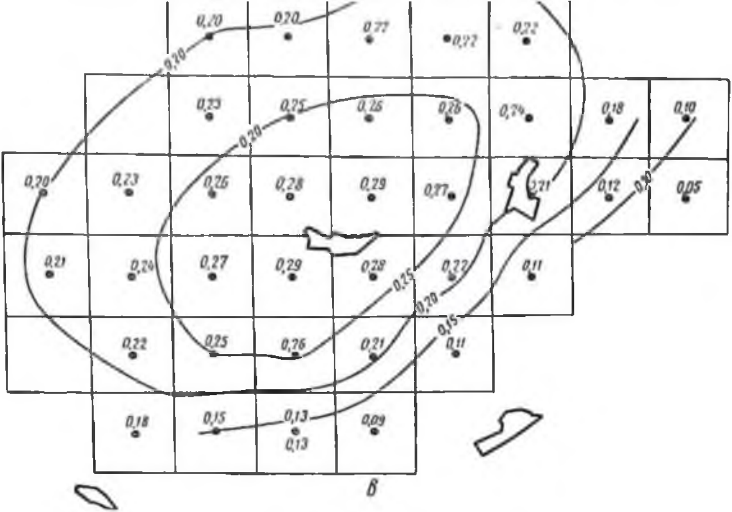
Из всех горизонтов осадочного разреза максимальный гравитационный эффект создает поверхность карбонатного комплекса. Аномальное поле этой структурной границы представляет из себя максимум силы тяжести с амплитудой порядка 0,30 *мгл*. Простирание оси максимума сложное и меняется от юго-восточного на западной периферии аномалии до широтного и северо-восточного в ее центральной и восточной зонах. Форма аномалии, как и во всех остальных случаях, хорошо соответствует рельефу погребенного поднятия. Размеры максимума составляют 11×21 *км²*. Величина же горизонтального градиента изменяется от 0,05 *мгл/км* на северном крыле аномалии до 0,30 *мгл/км* в районе гравитационной ступени, протягивающейся вдоль ее южного крыла.

Таким образом, основное влияние на характер суммарного поля оказывают структурные поверхности кристаллического фундамента и нижнепермских отложений.



а

б

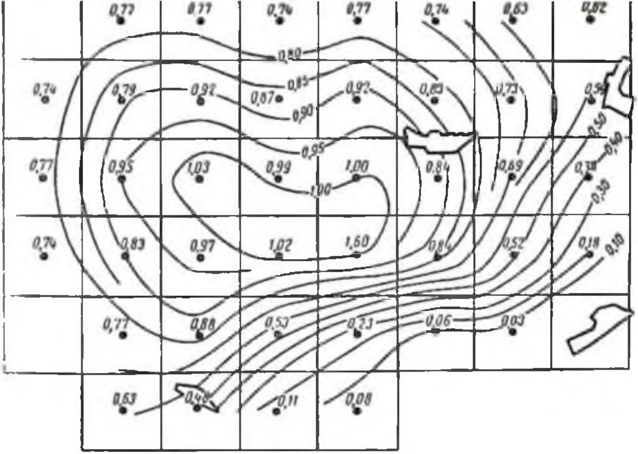


в

Рис. 58. Карты модельных гравитационных полей структурного поднятия.

а — гравитационный эффект поверхности кристаллического фундамента, $\Delta\sigma = 0,25$ *г/см*³; *б* — гравитационный эффект поверхности нижнего терригенного комплекса, $\Delta\sigma = -0,10$ *г/см*³, *в* — гравитационный эффект поверхности углепосного горизонта, $\Delta\sigma = 0,10$ *г/см*³; *г* — гравитационный эффект поверхности карбонатного комплекса, $\Delta\sigma = 0,25$ *г/см*³; *д* — суммарный гравитационный эффект.

1 — изолинии модельного поля в *мгл*; *2* — расчетные пункты и значения в *мгл*; *3* — квадраты расчетной сетки.


0,77 0,77 0,74 0,77 0,74 0,63 0,82
0,74 0,79 0,92 0,87 0,92 0,83 0,73 0,56
0,80 0,85 0,90 0,95 1,00 0,50 0,40 0,30 0,10
0,77 0,95 1,03 0,99 1,00 0,84 0,69 0,38
0,74 0,83 0,97 1,02 1,60 0,84 0,52 0,18
0,77 0,88 0,53 0,23 0,06 0,03
0,63 0,48 0,11 0,08

г


1,15 1,25 1,31 1,35 1,47 1,38 1,31 1,20 1,08
1,07 1,14 1,24 1,33 1,38 1,38 1,32 1,23 1,06 0,90 0,6
1,04 1,06 1,03 1,04 1,09 1,10 0,98 0,89 0,70 0,58 0,36 0,10 0,15
1,0 0,99 0,97 0,90 0,84 0,81 0,73 0,62 0,43 0,76 0,02 -0,24 -0,44
0,87 0,86 0,84 0,75 0,67 0,60 0,54 0,39 0,16 -0,13 -0,48 -0,80 -0,99
0,75 0,70 0,68 0,64 0,56 0,48 0,40 0,28 0,12 -0,17 -0,59 -0,94 -1,30
0,53 0,53 0,53 0,52 0,48 0,40 0,23 0,00 -0,29 -0,57 -0,98 -1,0
0,56 0,55 0,44 0,31 0,18 -0,02 -0,17 -0,43 -0,59 -0,5 -0,75
0,55 0,38 0,18 -0,04 -0,18 0,5 0,25 0,0 -0,25

д

Очевидно, что изучение этих горизонтов является первой задачей высокоточной гравиразведки. Значительно большую сложность представляет исследование промежуточных горизонтов. В то же время именно с этими отложениями (девон, нижний палеозой) связаны наиболее крупные залежи нефти Волго-Уральской области.

Положительное решение поисковой задачи применительно к тектонике глубоких горизонтов осадочной толщи потребует привлечения дополнительных геологических данных о структуре и физических свойствах вышезалегающих отложений. В этом случае искажающее влияние верхних горизонтов может быть вычислено и исключено из суммарного поля, в результате чего удастся выявить аномальное влияние глубоких структурно-плотностных границ.

В связи с этим особый интерес представляет комплексирование высокоточной гравиметрии и сейсморазведки. Совместное использование этих методов должно обеспечить высокую достоверность интерпретации геофизических данных при поисках месторождений нефти и газа.

Суммарное модельное поле структурно-плотностных границ рассматриваемой площади представляет сложнопостроенную зону, в пределах которой значения расчетных аномалий меняются от $+1{,}42$ *мгл* на северо-западе до $-1{,}30$ *мгл* на юго-востоке. В целом наблюдаемая картина напоминает гравитационную ступень, осложненную локальными искажениями, в виде слабых изгибов изоаномал.

При анализе суммарного модельного поля обращает на себя внимание тот факт, что характер суммарного поля в целом существенно отличается от картины аномальных влияний отдельных горизонтов. Даже наиболее интенсивный гравитационный эффект поверхности фундамента искажается в суммарном поле настолько, что вместо обширной зоны минимума мы наблюдаем здесь типичную гравитационную ступень. Все это позволяет сделать весьма важное заключение о сильном искажающем влиянии осадочного разреза на гравитационное поле фундамента.

Известно, что при истолковании гравитационного поля Русской платформы обычно предполагается, что характер аномалий на локальных участках связан главным образом со структурой фундамента, тогда как влияние осадочных пород сказывается лишь на больших площадях и связано с региональными изменениями мощности платформенного чехла [30, 41]. В результате этого допущения локальные аномалии гравитационного поля, получившие отображение на картах 2-миллигального сечения, интерпретируются как обусловленные исключительно влиянием фундамента. Проведенные нами расчеты показывают, что подобный подход к интерпретации гравитационных данных является необоснованным. Так, формальное истолкование суммарного модельного поля рассматриваемой площади как ступени, обусловленной сменой литологии фундамента или крупным дизъюнктивом его рельефа, привело бы к ошибочным геологическим выводам. Количественная интерпретация этой гравитационной ступени дает заведомо неверные результаты. Вычисления были произведены в предположении, что поле вызвано вертикальным уступом бесконечного простирания. При этом определенные различными методами интерпретации глубины залегания аномальных масс отличаются от истинного значения на 60—100%.

Следует задуматься, не объясняются ли многочисленные неудачи количественного истолкования гравитационных полей Русской платформы именно недоучетом влияния осадочного разреза.

Во всяком случае выполненные расчеты показывают, что локальная структура осадочной толщи может существенно искажать аномальную картину гравитационного поля кристаллического фундамента. Поэтому при интерпретации материалов площадных гравиметровых съемок следует весьма осторожно подходить к вопросу об аномалиеобразующих факторах. Что касается тектонического районирования фундамента по материалам гравиметровых съемок, то оно допустимо лишь для аномалий, связь которых со структурой фундамента убедительно доказана.

Карты модельных гравитационных влияний нефтяных залежей изображены на рис. 59. Минимумы силы тяжести во всех случаях, за двумя исключениями (влияние пластов Д-I и Д-IV), имеет общее северо-западное простирание. На площади каждого минимума выделяется два, а иногда и три местных понижения поля, оконтуренные замкнутыми изоаномалами. Характер гравитационного влияния двух наиболее глубоких залежей (пласты Д-I и Д-IV) менее сложен. Здесь мы наблюдаем отдельные, изометричные по форме минимумы.

При рассмотрении этих карт обращают на себя внимание исключительно малые величины аномалий. Для различных залежей они колеблются от 0,005 (пласт Д-IV) до 0,025 *мгл* (пласт Д-I), составляя в среднем 0,007—0,010 *мгл*. Величины горизонтальных градиентов также очень невелики и составляют 0,001—0,006 *мгл/км*.

На карте суммарного гравитационного влияния залежей мы наблюдаем минимум силы тяжести также северо-западного простирания, в пределах которого обособляются два локальных понижения аномального поля, интенсивностью — 0,05 и 0,02 *мгл*. Горизонтальные градиенты составляют здесь 0,005—0,015 *мгл/км*. Сказанное свидетельствует о том, что решение проблемы «прямых поисков» наталкивается на существенные трудности, в связи с малой интенсивностью соответствующих аномалий. Положительное решение этой проблемы возможно при исследовании месторождений природного газа и более крупных нефтяных месторождений. Расчеты показывают, что для этого суммарная мощность газоносных пластов или нефтесодержащих коллекторов должна быть не менее соответственно 50—100 и 200—300 *м*.

На рис. 60 демонстрируется карта суммарного расчетного поля с учетом влияния нефтеносности. Эта карта внешне почти не отличается от карты суммарного гравитационного влияния структурно-плотностных границ. При совмещении этих карт устанавливается, что даже мелкие детали совпадают друг с другом. Отмечается только небольшое изменение кривизны изоаномал одинаковых элементов поля.

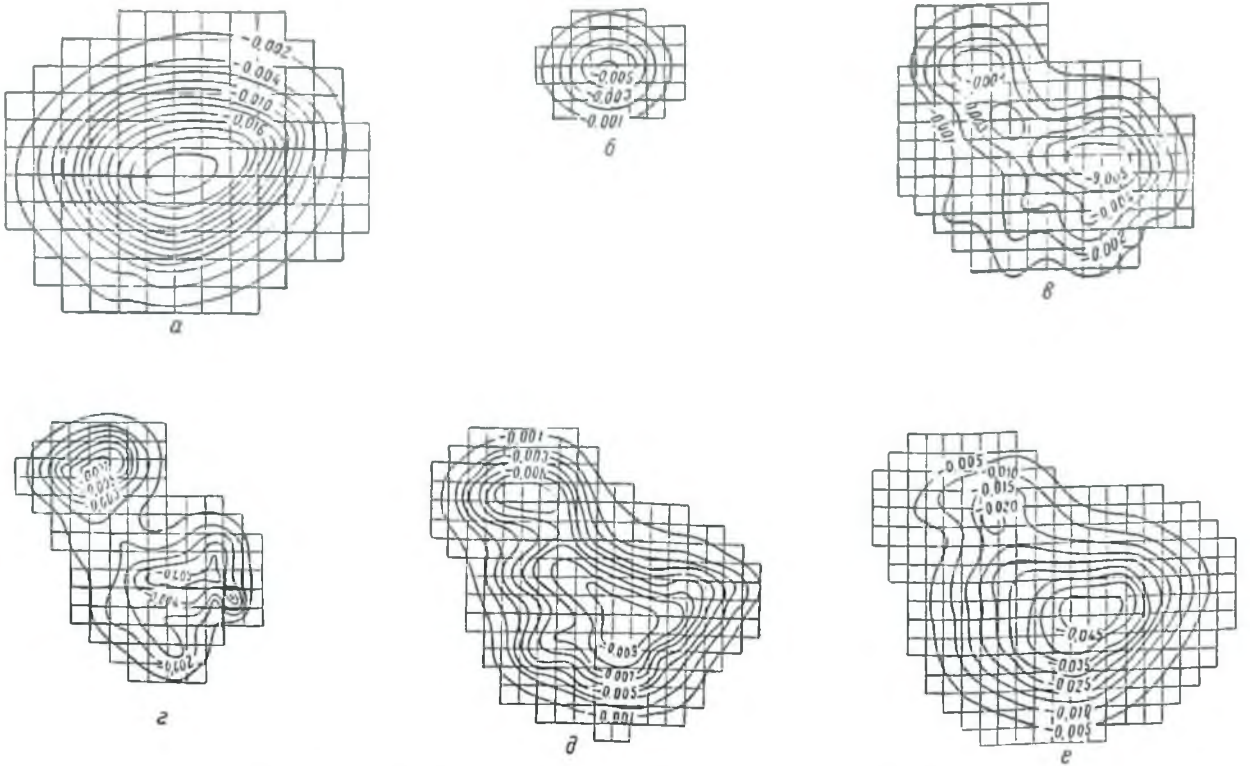


Рис. 59. Карты модельных гравитационных полей нефтяных залежей

а — гравитационное влияние нефтяной залежи пласта $Д_I$; *б* — гравитационное влияние нефтяной залежи пласта $Д_{IV}$; *в* — гравитационное влияние предполагаемой нефтяной залежи верхнефранского подъяруса; *г* — гравитационное влияние предполагаемой нефтяной залежи фаменского яруса; *д* — гравитационное влияние предполагаемой залежи нефти угленосной свиты (пласт $Б_{II}$); *е* — суммарное гравитационное влияние нефтесодержащей части разреза.

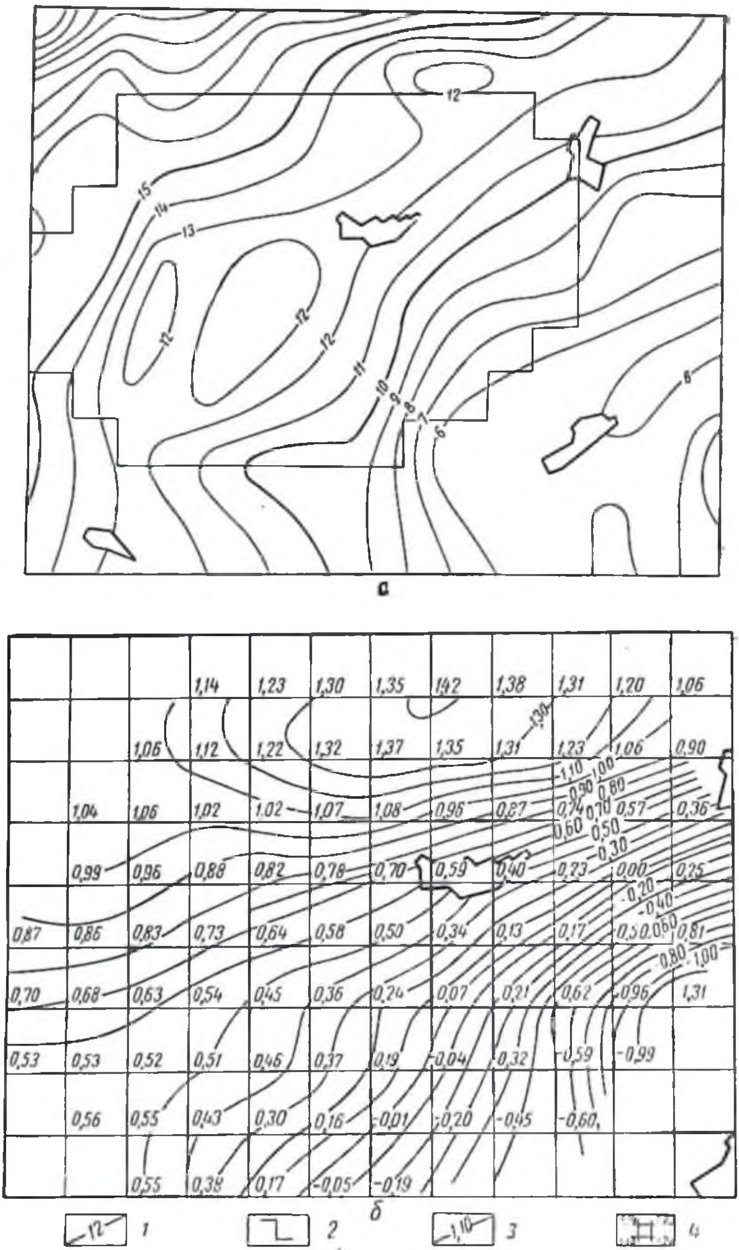


Рис. 60. Схема сопоставления модельного и наблюденного полей силы тяжести.

а — наблюденное поле; *б* — модельное поле.
1 — изоаномалы силы тяжести по данным 2-миллигальной съемки в *мгл*; *2* — контур площади модельного поля; *3* — изоаномалы суммарного модельного поля в *мгл*; *4* — расчетные значения в *мгл* и квадраты расчетной сетки.

Особый интерес представляет сравнение карты суммарного расчетного поля и гравитационной карты рассматриваемой площади, построенной по материалам съемки масштаба 1 : 200 000 (рис. 60). Отмечается сходство их структуры, которое проявляется даже в отдельных мелких деталях.

Однако это сходство ограничивается лишь подобием в форме изоаномал. При сравнении же интенсивности отдельных деталей устанавливается существенное различие. Если амплитуда расчетного поля на рассматриваемой территории равна 2,73 *мгл*, то на карте наблюденных аномалий она составляет $\approx$10 *мгл*. Возможно это различие объясняется петрографической и плотностной неоднородностью масс фундамента, а также тем, что плотности осадочных пород в условиях естественного залегания отличаются от величин, определенных путем денситометрии образцов.

Расчетные гравитационные поля послужили для анализа некоторых вопросов методики предстоящих полевых работ.

Известно, что важнейшим вопросом методики гравиразведочных работ является обоснованный выбор точности наблюдений и густоты их размещения по площади для того, чтобы гарантировать уверенную регистрацию полезных аномалий. Для решения этой важной задачи была использована методика, разработанная Б. В. Котляревским [17]. Результаты расчетов приводятся в табл. 35.

Таблица 35

Источник аномального влияния	g_0, *мгл*	l_0, *км*	P, *мгл*	E_m	D_m	a, *км*	σ, *мгл*
Поверхность НТК . .	0,05	8,5	0,02	0,2	0.2	1.53	$\pm 0{,}81 \cdot 10^{-2}$
Поверхность угленосного горизонта	0,10	8,5	0,04	0,2	0.2	1,55	$\pm 1{,}60 \cdot 10^{-2}$
Поверхность СКК . .	0,30	8,5	0,04	0,2	0,2	1,52	$\pm 4{,}68 \cdot 10^{-2}$
Продуктивные коллектора	0,05	8,5	0,02	0,2	0,2	1,53	$\pm 0{,}83 \cdot 10^{-2}$

Примечание. g_0 — амплитуда аномалии; l_0 — средний радиус аномалий; P — сечение изоаномал; E_m — средняя квадратическая погрешность интерполированного значения аномалии силы тяжести, выраженная в долях среднего значения этой аномалии; D_m — средняя квадратическая погрешность определения приращения силы тяжести в пределах единичного сечения изоаномал, выраженная в долях этого сечения; a — шаг съемки; σ — средняя квадратическая погрешность определения аномалии силы тяжести в дискретном пункте.

Приведенные результаты показывают, что допустимая величина погрешности при изучении гравитационного влияния структуры девонских отложений очень мала ($\sigma \approx \pm 0{,}01$ *мгл*) и находится практически за пределами точности гравиразведки. Это полностью относится и к возможности изучения аномального эффекта залежей нефти, суммарная мощность которых имеет тот же порядок, что и на рассматриваемом месторождении. То же можно сказать и о допустимой погрешности при изучении гравитационного влияния поверхности угленосного горизонта ($\sigma \approx \pm 0{,}02$ *мгл*). Что касается аномалии силы тяжести, обусловленной влиянием структуры сульфатно-карбонатного комплекса, то для ее исследования гравитационное поле должно быть определено с точностью, равной $\pm 0{,}05$ *мгл.*

Поэтому было рекомендовано проводить опытные полевые работы с проектной точностью аномалий порядка $\pm 0{,}02-0{,}03$ *мгл.*

Густота наблюдений по площади оказалась равной одному координатному пункту на $1{,}5 \times 1{,}5$ *км²* или 0,44 *кп/км²* [1]. Однако практически густота съемки должна быть увеличена до 1 кп на $0{,}2-0{,}3 \times \times 0{,}2-0{,}3$ *км²*, или до 11—25 *кп/км²*, в связи с необходимостью выделения узколокальных гравитационных возмущений поверхностного происхождения.

Приведенные величины характеризуют параметры площадных гравиметрических исследований. Изучение гравитационного поля вдоль линейных пересечений предъявляет несколько иные требования к детальности полевых работ. В нашем случае оказалось достаточным располагать линии наблюдений (гравиметрические профили) через 3—4 *км* друг от друга, при интервале между рядовыми пунктами 100—200 *м*.

Заключения о геологической эффективности метода высокоточной гравиметрии были использованы при проектировании опытных полевых работ. Ниже мы переходим к анализу фактического материала этих исследований.

§ 3. ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫСОКОТОЧНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ НА НЕКОТОРЫХ ПЛОЩАДЯХ ВОЛГО-УРАЛЬСКОЙ ПРОВИНЦИИ

Интерпретация материалов высокоточной гравиметрической съемки состоит из:

1) качественного анализа суммарного аномального поля; 2) учета влияния поверхностных неоднородностей; 3) выделения локальных аномалий; 4) модельных расчетов (там, где это возможно) и количественной интерпретации.

Целью интерпретации является выделение участков, где по гравитационным данным предполагается наличие локального структурного поднятия. В ряде случаев указанные участки объединяются в общую корреляционную схему, дающую представление о контурах исследуемого тектонического объекта.

Количественная интерпретация проводилась в ограниченных объемах и только для остаточных аномалий силы тяжести, полученных путем исключения из суммарного поля аппроксимированных значений регионального фона.

Высокоточные гравиметрические исследования с помощью гравиметра GS-11

Участок I. Первый пример относится к одной из площадей нефтегазоносного района. Месторождение нефти и газа приурочено к асимметричной брахиантиклинальной складке широтного простирания

[1] кп — координатный пункт.

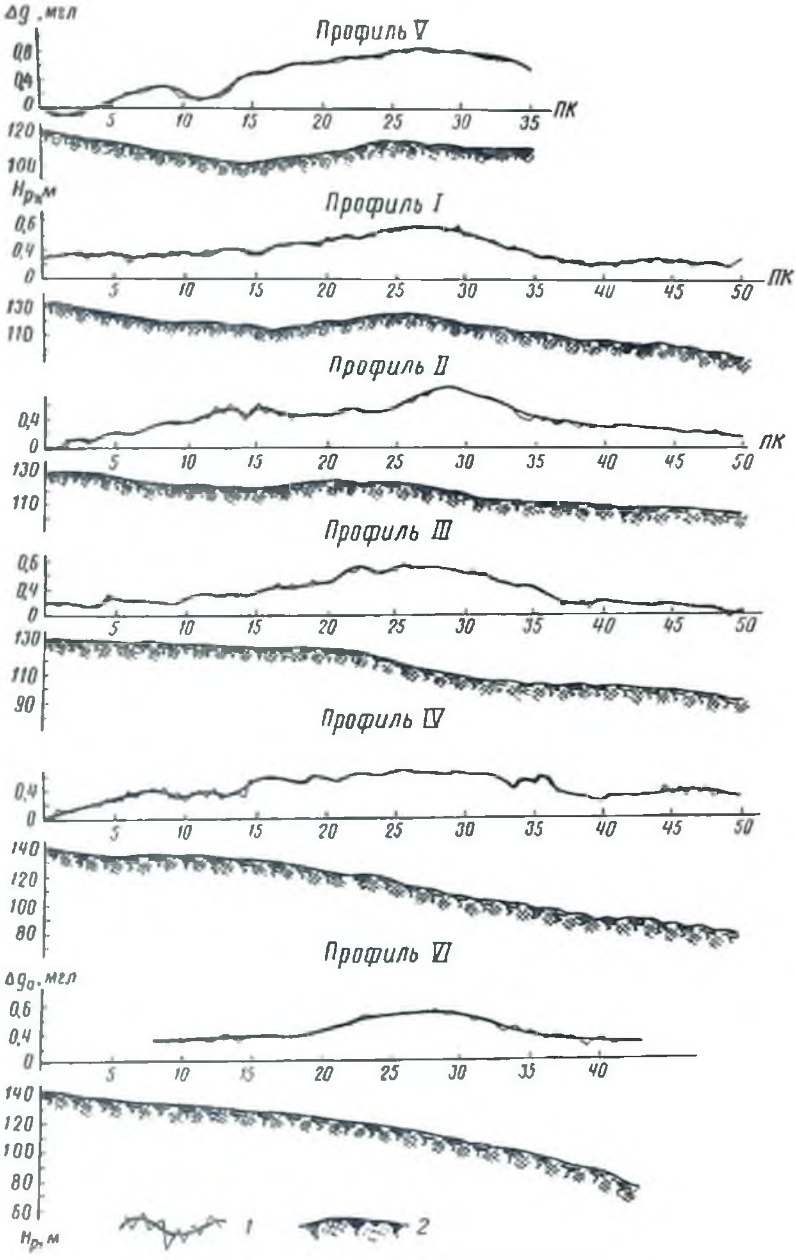


Рис. 61. Графики аномального гравитационного поля по профилям нефтяного месторождения (I участок).

1 — значения аномалий силы тяжести по профилям (наблюденная и сглаженная кривые); 2 — профиль дневного рельефа.

с крутым северным крылом, сложенной отложениями девона, карбона и перми, которые с несогласием перекрываются верхнетретичными образованиями. Амплитуда складки увеличивается с глубиной от 70 *м* по кровле калиновской свиты до 150 *м* по отложениям девона.

Глубоким бурением установлен многопластовый характер месторождения. Две нефтяные залежи приурочены к терригенной толще

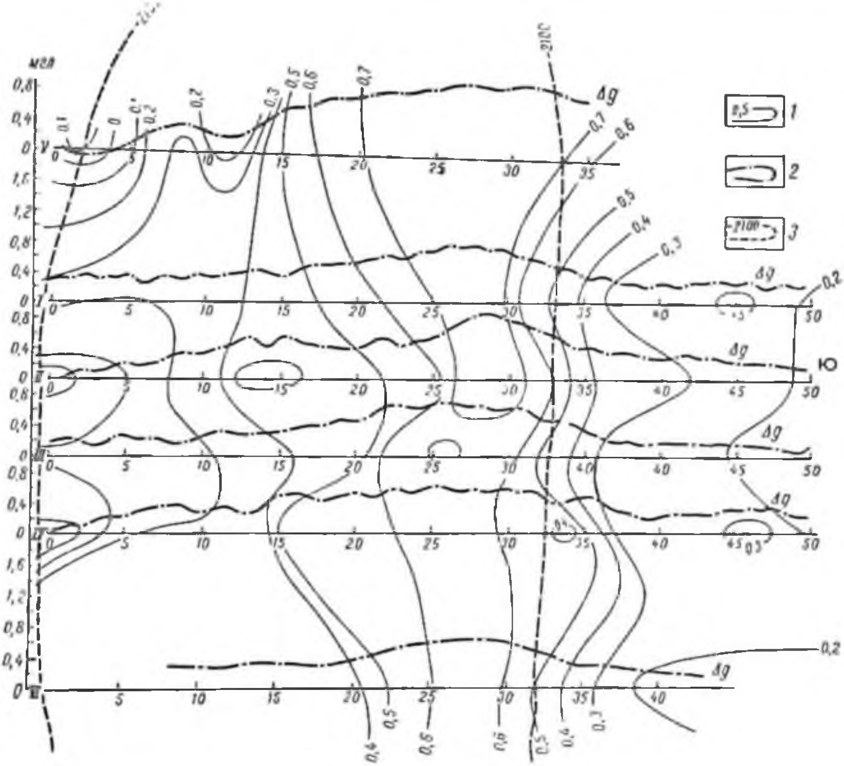


Рис. 62. Результаты высокоточной гравиметровой съемки нефтяного месторождения (I участок).

1 — изолинии аномалий силы тяжести; *2* — наблюденная кривая Δg (сглаженная); *3* — контур поднятия по кровле угленосного горизонта.

девона, несколько залежей — к отложениям карбона; газовая залежь имеется в калиновской свите. Суммарная мощность нефтесодержащих коллекторов здесь значительно больше, чем на ранее рассмотренной площади, и составляет 70 *м*. Мощность газовой шапки равна 15 *м*. В связи с этим возможность выделения прямого эффекта продуктивных коллекторов здесь более высока.

Аномальное гравитационное поле рассматриваемого участка (рис. 61, 62) было заснято с точностью $\pm 0{,}025$ *мгл*, оно выражено максимумом с амплитудой 0,4—0,6 *мгл.* Аномалия расположена в условиях весьма спокойного (практически постоянного) регионального фона и имеет асимметричную форму.

Северное крутое крыло максимума характеризуется величинами горизонтальных градиентов порядка 0,06—0,08 *мгл/км.* Южное крыло более пологое и горизонтальные градиенты достигают здесь 0,02—0,03 *мгл/км.* Выполаживание южного крыла аномалии в ряде случаев переходит в малоинтенсивный локальный минимум силы тяжести (рис. 62, профиль II). Иногда этот минимум распространяется и на центральную часть аномалии, делая ее форму менее четкой (рис. 62, профиль IV).

Сравнение аномального поля с характером геологического разреза выявляет существенное сходство их строения (рис. 63). График аномальной кривой буквально повторяет основные формы структуры осадочного чехла, а локальный минимум, осложняющий южное крыло аномалии, коррелируется с контуром распространения нефтеносных отложений.

Все сказанное позволяет при первичной качественной интерпретации объяснить наблюдаемый максимум силы тяжести влиянием локальной структуры осадочного чехла, а описанный выше минимум отнести (хотя бы частично) за счет гравитационного эффекта продуктивных коллекторов.

Однако будучи чисто качественной рассмотренная схема не может претендовать на большую убедительность и должна быть подкреплена результатами расчетов гравитационного влияния основных аномалиеобразующих факторов геологического разреза.

Моделирование гравитационного влияния рассматриваемого месторождения было выполнено при помощи метода конденсации пологозалегающих масс.

При этом были использованы следующие основные геологические границы (сверху — вниз):

1. Кровля сульфатно-карбонатного комплекса, проходящая по границе между переходной (сверху) и сосновской (снизу) свитами верхнеказанского подъяруса верхней перми. При расчетах была принята контактная плотность $\Delta\sigma = 0{,}21$ *г/см*^{3}. Глубина залегания 400 *м*.

2. Кровля нижнего терригенного комплекса, проходящая по границе шугуровских (сверху) и кыновских (снизу) слоев нижнефранского подъяруса верхнего девона. Контактная разность плотностей, принятая при расчетах, составляет $\Delta\sigma = -0{,}13$ *г/см*^{3}. Глубина залегания 3000 *м*.

3. Поверхность кристаллического фундамента. В последнем случае была использована схематичная карта поверхности кристаллических пород (рис. 64), построенная по материалам шести скважин глубокого бурения, однако детальность этой карты невелика.

Контактная плотность на границе фундамента с осадочными породами была принята равной $\Delta\sigma = 0{,}30$ *г/см*^{3}.

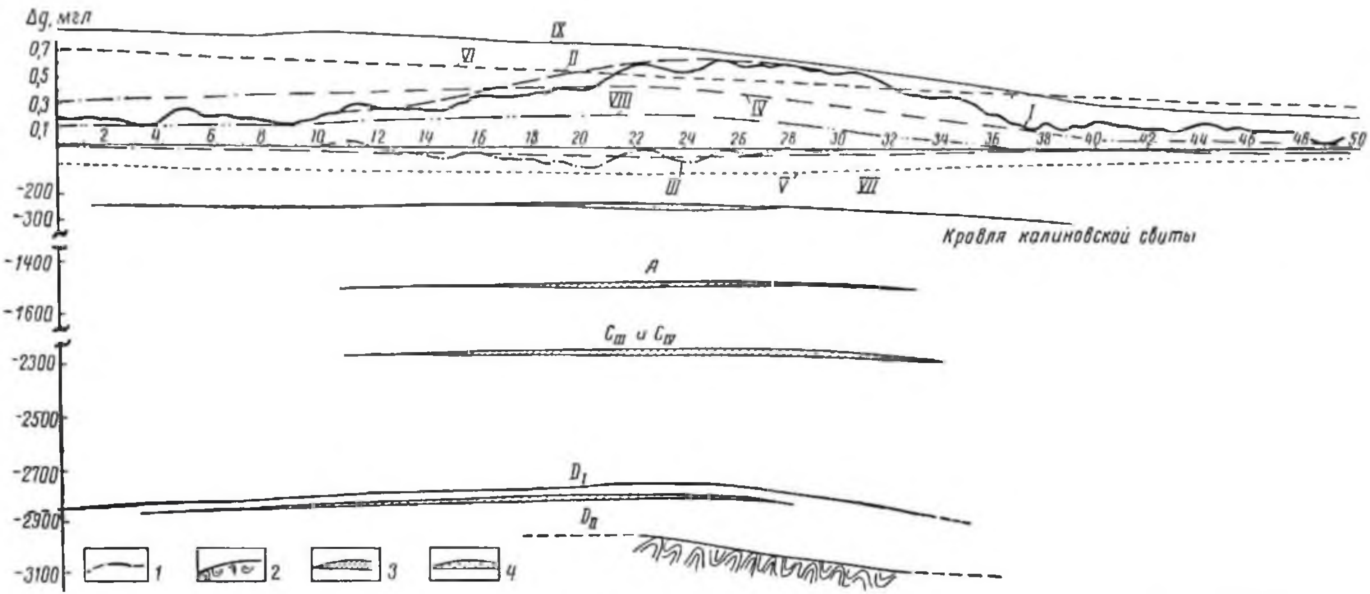


Рис. 63. Сопоставление результатов высокоточной гравиметровой съемки, модельного гравитационного поля и геологического разреза по профилю III (I участок).

I — наблюденная кривая $\Delta g_н$ (сглаженная); *II* — интерполированная кривая $\Delta g_н$; *III* — разностная кривая ($\Delta g_р = \Delta g_п - \Delta g_н$) *IV* — модельный гравитационный эффект кровли карбонатного комплекса g_1; *V* — то же, нижнего терригенного комплекса g_2; *VI* — то же, поверхности кристаллического фундамента g_3; *VII* — модельное гравитационное влияние залежей нефти и газа g_4; *VIII* — суммарное влияние осадочной части разреза $g_1 + g_2 + g_3$, *IX* — суммарный модельный эффект $g_с$;

1 — границы литолого-стратиграфических комплексов (плотностные контакты); *2* — кровля кристаллического фундамента; *3* — нефтяные залежи; *4* — газовая шапка.

Таким образом, не располагая структурными картами самих плотностных контактов, мы использовали при расчетах карты, ближайшие к ним по глубинным отметкам. Уровень этих карт изменялся на разницу отметок (но не больше чем 60 *м*). Такое отступление от строгих требований в условиях согласного залегания структурных этажей и монотонного усиления или ослабления рельефа структур от горизонта к горизонту не должно вносить сколько-нибудь заметных искажений в картину модельного поля.

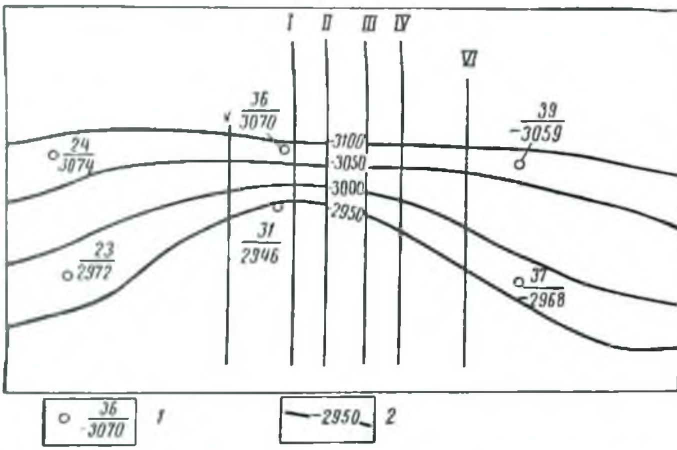


Рис. 64. Схема строения кристаллического фундамента (I участок).

1 — скважины глубокого бурения; *2* — изогипсы кровли фундамента.

Одновременно было рассчитано влияние основных залежей нефти и газа. Для этого были использованы карты эффективных мощностей залежей, в том числе:

1. Залежь газа в кровле калиновской свиты на глубине 290 *м*. Мощность 15 *м*.

2. Залежь нефти в каширском горизонте московского яруса среднего карбона (пласт A_0) на глубине 1460 *м*. Мощность 10 *м*.

3. Залежи нефти в терригенной толще нижнего карбона (пласты С-III, С-IV и С-V) на глубинах 2155—2215 *м*. Общая мощность 31 *м*.

4. Залежи нефти в пашийских слоях верхнего девона (пласты Д-I и Д-II), на глубине $\approx$ 2800 *м*. Общая мощность 28 *м*. Сведения об эффективных плотностях залежей приводятся в табл. 36.

Эффективная плотность газовой залежи была условно принята равной 0.20 *г/см*³ (значение коэффициента пористости).

Приведенные геологические данные были взяты из отчета института «Гипровостокнефть» по подсчету запасов. Отметим, что карты эффективных мощностей залежей составлялись для подсчета запасов

Таблица 36

Залежь	$\sigma_в$, г/см³	$\sigma_н$, г/см³	$k_у$	$k_п$	$k_н$	$\Delta\sigma_{эф}$, г/см³
Пласт Д-II	1,16	0,849	0,844	0,19	0,9	−0,080
» Д-I	1,10	0,839	0,710	0,09	0,8	−0,073
Пласт $А_0$	1,16	0,805	0,920	0,15	0,8	−0,050
Пласты С-III, С-IV	1,16	0,881	0,820	0,20	0,8	−0,070

извлекаемой нефти и, естественно, не учитывали объема пород, насыщенных неизвлекаемой нефтью. В связи с этим соответствующие гравитационные эффекты во всех случаях являются несколько заниженными.

Рассмотрим особенности гравитационных полей, рассчитанных для центрального III профиля участка съемки (рис. 63).

Влияние поверхности сульфатно-карбонатного литолого-фациального комплекса представляет из себя максимум силы тяжести с амплитудой 0,48 *мгл.*

Влияние кровли нижнего терригенного комплекса выражено минимумом интенсивностью около 0,19 *мгл.*

Накопец, расчетное гравитационное влияние поверхности кристаллических пород представляет типичную ступень, аномальные значения которой почти линейно убывают по профилю с севера на юг приблизительно на 0,4 *мгл.* Модельное гравитационное влияние нефтяных и газовых залежей представляет из себя минимум силы тяжести интенсивностью около 0,07 *мгл.*

Суммарный гравитационный эффект всех аномалиеобразующих факторов геологического разреза характеризуется почти линейным изменением при общем возрастании в южном направлении на 0,32 *мгл.* Нетрудно видеть, что характер расчетного поля мало напоминает наблюденную аномальную картину. Основной причиной несоответствия является недостаточная достоверность гравитационного влияния фундамента, в связи с отсутствием точных сведений о рельефе и плотности кристаллических пород.

Положение меняется, когда с наблюденным полем сравнивается кривая суммарного влияния всех возмущающих масс осадочной части разреза. В этом случае наблюдается сходство характеров этих кривых, хотя интенсивность расчетного поля ниже, чем у наблюденного (соответственно 0,3 *мгл* и 0,5 *мгл*). Вполне понятно, что это объясняется недоучетом гравитационного влияния поверхности фундамента.

Остановимся далее на сравнительной характеристике «нефтяной» составляющей расчетного гравитационного поля и локального минимума силы тяжести, о котором мы упоминали выше (разностная кривая $\Delta g_р = \Delta g_н - \Delta g_п$ на рис. 63). Максимальная интенсивность локального минимума силы тяжести в два с лишним раза превосходит амплитудное значение расчетного поля, которое, кроме того, характеризуется более плавным характером. Однако порядок величин и в том и в другом случае одинаков, так же как и местоположение соответствующих аномалий на профиле. Если вспомнить, что при расчетах учитывались только извлекаемые и только разведанные на сегодняшний день запасы нефти и газа, то не будет большим

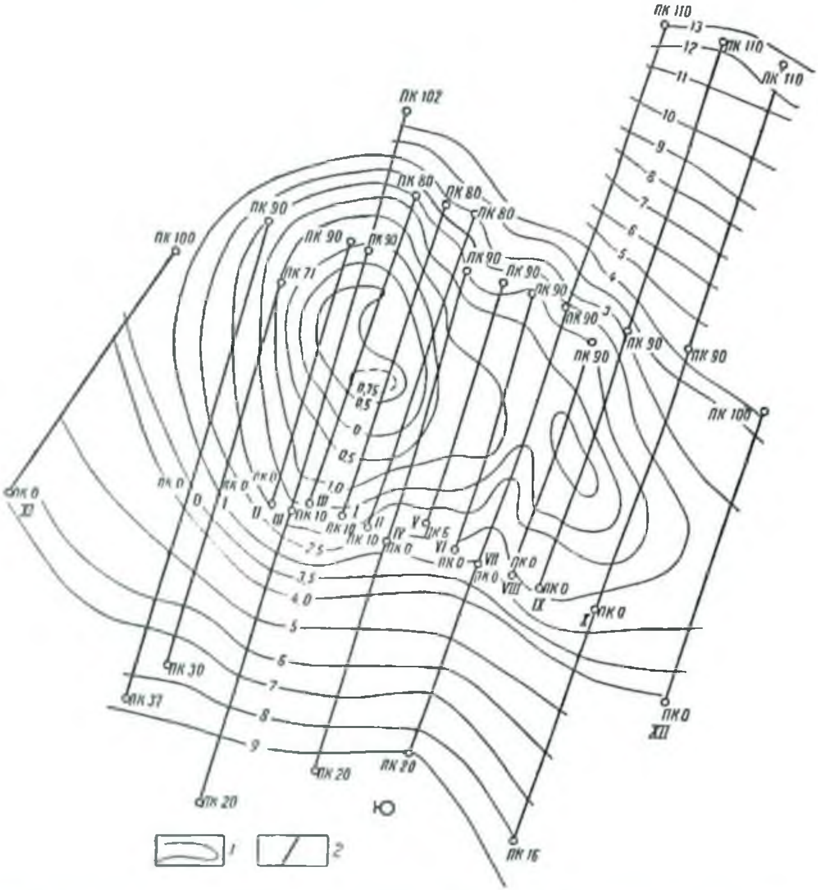


Рис. 65. Схема гравитационного поля II участка по результатам высокоточной съемки.

1 — изоаномалы силы тяжести (сечение изоаномал через 0,5 *мгл*); *2* — профили высокоточной гравиметровой съемки.

преувеличением объяснить (хотя бы частично) локальный минимум наблюденного поля влиянием нефте-газосодержащей части геологического разреза. Последняя оговорка подчеркивает, что на образование указанного минимума, кроме газа и нефтенасыщенности коллекторов, могут влиять и другие причины (в том числе и возможная послойная зональность плотности отдельных осадочных горизонтов).

Количественные расчеты, проведенные для всех профилей высокоточной гравиметровой съемки, дали в целом небольшой разброс результативных значений, которые устойчиво группируются около определенных средних величин. Последние характеризуются следующим образом: глубина залегания $H = 0{,}39$ *км*; горизонтальные размеры $c = a + b = 1{,}08$ *км*; поверхностная плотность $\mu_0 = 1{,}86 \cdot 10^3$ *г/см²*.

Таким образом, глубина залегания возмущающих масс (400 *м*) хорошо соответствует глубине первого от поверхности плотностного контакта (кровля сульфатно-карбонатного литолого-фациального комплекса), рельеф которого, по-видимому, и является главным фактором, определяющим характер наблюденного поля. Напомним, что к этому же выводу мы пришли ранее при анализе результатов модельных расчетов.

Если принять эффективную контактную плотность на этой границе равной $+0{,}21$ *г/см³*, то амплитуда объемной структуры составит 80 *м*. Эта величина достаточно точно совпадает с амплитудой рельефа пермских отложений.

Участок II. Второй пример высокоточной гравиметровой съемки также относится к нефтяному месторождению (рис. 65).

По кровле калиновской свиты рассматриваемое локальное поднятие представляет типичную брахиантиклиналь почти широтного простирания с более крутым северным и пологим южным крылом. Размеры складки по контуру изогипсы — 245 *м* составляют 19 *км* по длинной оси и 4 *км* по короткой. Амплитуда поднятия по кровле калиновской свиты около 80 *м*, с глубиной амплитуда поднятия возрастает, достигая в девонских отложениях приблизительно 110 *м* (рис. 66, 67, 68).

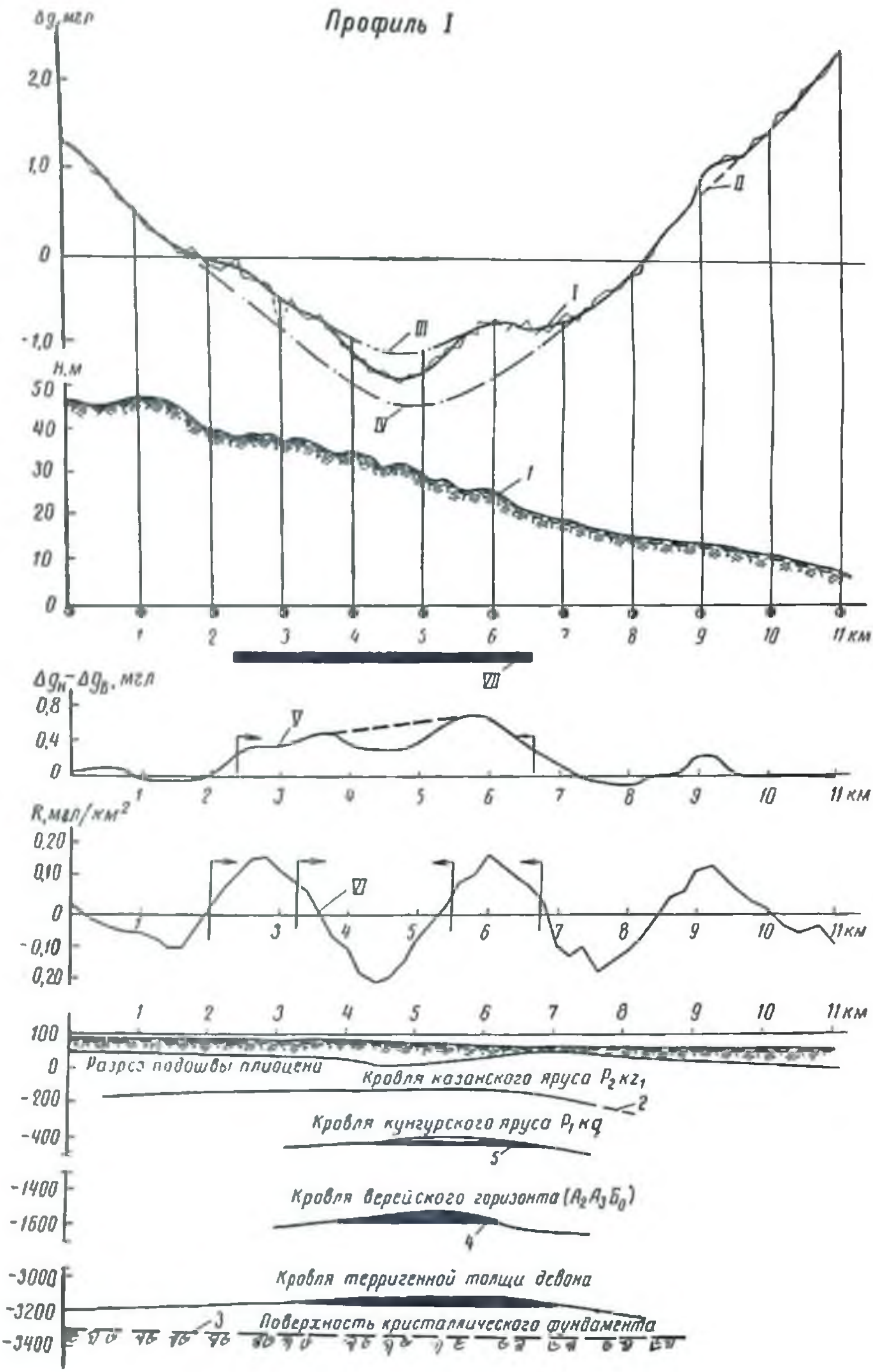
Для рассматриваемого поднятия характерно совпадение структурных планов по мелким и глубоким горизонтам. В самой верхней части осадочного разреза исследуемой площади картировочным бурением установлено наличие размыва дочетвертичных отложений. Денудационная поверхность проходит по кровле верхненеогеновых (плиоценовых) осадков и образует руслообразную мульду, залегающую на глубине около 30 *м*. Амплитуда этой мульды, расположенной как раз над сводом локального поднятия, составляет 40 *м* (рис. 67, 68).

Рассматриваемая площадь является промышленно нефтеносной. Суммарная мощность нефтесодержащих коллекторов равна здесь приблизительно 120 *м*. Месторождение включает:

1) залежь в пермских отложениях (в кунгуре), мощность которой составляет около 20 *м*. Залежь имеет газовую шапку мощностью 10 *м*;

2) несколько нефтяных залежей в каменноугольных отложениях (верейский горизонт) с суммарной мощностью около 50 *м*;

3) нефтяные залежи в терригенном девоне, суммарная мощность которых составляет 50 *м*.


Профиль I
Δg, мгл
Н, м
11 км
$\Delta g_н - \Delta g_в$, мгл
R, мгл/км²
Разрез подошвы плиоцена
Кровля казанского яруса P_2kz_1
Кровля кунгурского яруса P_1kq
Кровля верейского горизонта ($A_2 A_3 Б_0$)
Кровля терригенной толщи девона
Поверхность кристаллического фундамента

Плотностная характеристика геологического разреза приводится в табл. 37.

Таблица 37

Литолого-фациальный комплекс	Стратиграфический объем комплекса	Средняя плотность комплекса, $г/см^3$	Избыток или недостаток плотности на контакте, $г/см^3$	Мощность комплекса H, $м$	Эффективная плотность залежей нефти и газа, $г/см^3$
Верхний терригенный . .	$M_z - K_z - P$	2,32	+0,30	460	—0,07
Сульфатно-карбонатный	$P_1 - D_3$	2,62	—0,10	2860	—0,10
Нижний терригенный . .	$D_3 - D_2\ (D_1)$	2,52	+0,13	220	—0,08
Кристаллический фундамент	Ar	2,65	—	—	—

Первоначально на площади рассматриваемого месторождения было выполнено три профиля, которые позднее были дополнены еще 13 профилями (рис. 65, 68, 69)[1]. Рельеф дневной поверхности характеризуется пологим погружением в северном направлении со средним уклоном 4 *м/км*. Введение поправок за рельеф и разновысотность является в таких условиях излишним. Контрольные расчеты влияния топографических неровностей и аномальной составляющей вертикального градиента силы тяжести показывают, что их суммарная величина не превышает 0,01 *мгл*.

В связи с одинаковым характером аномального гравитационного поля на всех профилях мы ограничимся описанием только одного из них (рис. 66). Общий характер аномального поля участка исследований иллюстрируется схемой, построенной по материалам высокоточной гравиметровой съемки в произвольном уровне (рис. 65).

Структура аномального гравитационного поля определяется крупным минимумом силы тяжести, совпадающим по своему положению с областью структурного поднятия (рис. 65, 66). Относительная амплитуда этого минимума в пределах изученной площади составляет более 14 *мгл*; протяженность аномалии, по-видимому, больше 30 *км*.

[1] Все профили проложены вкрест простирания валообразной структуры.

Рис. 66. Типичный график аномалии силы тяжести и результаты геологической интерпретации по профилю I участка II в сопоставлении с геологическими данными.

I — наблюденная и сглаженная кривые аномалии силы тяжести в стандартной редукции Буге; *II* — восстановленный ход аномальной кривой на участках узколокальных гравитационных возмущений, построенный методом аналитической интерполяции, *III* — восстановленный ход аномальной кривой на участках узколокальных гравитационных возмущений, построенный путем исправления наблюденных величин за прямое влияние поверхностных неоднородностей (по геологическим данным); *IV* — восстановленный ход аномальной кривой на участках локально-тектонических гравитационных возмущений, построенный путем аналитической аппроксимации регионального фона; *V* — остаточная аномалия силы тяжести; *IV* — графики трансформированных (локализованных) аномалий; *VII* — предполагаемое местоположение локальной тектонической структуры по гравитационным данным; *1* — поверхность дневного рельефа; *2* — литолого-стратиграфические границы в толще осадочного покрова; *3* — поверхность кристаллического фундамента, *4* — залежи нефти; *5* — газовые шапки нефтяных залежей.

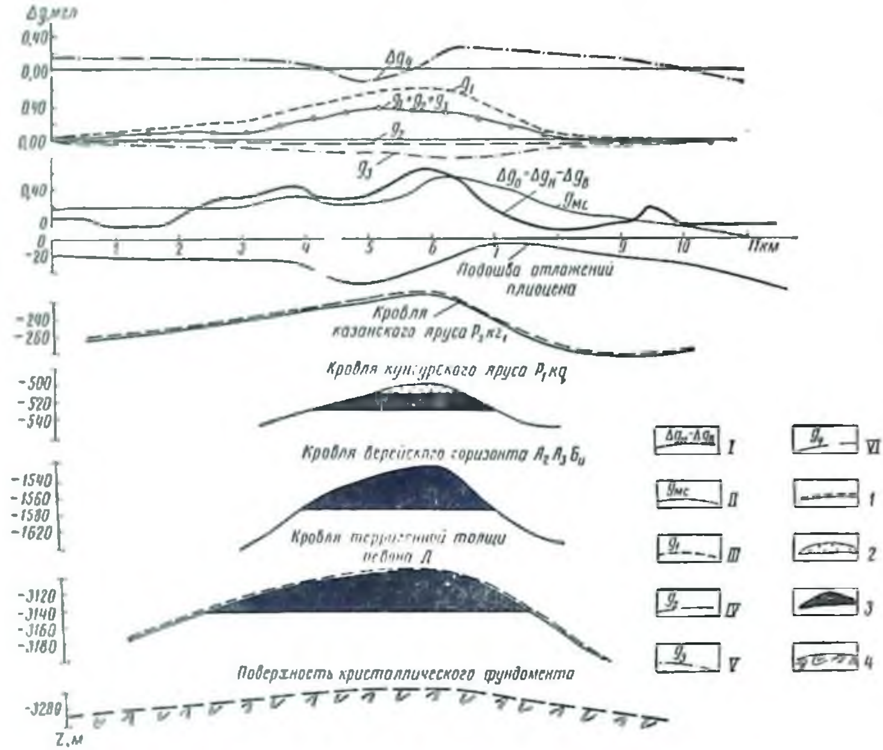


Рис. 67. Результаты сопоставления остаточной аномалии силы тяжести и кривых модельного гравитационного поля по профилю I участка II.

I — кривая остаточной аномалии силы тяжести ($\Delta g_0 = \Delta g_{\text{н}} - \Delta g_{\text{в}}$ — разность наблюденной аномалии силы тяжести и восстановленного графика регионального фона); *II* — суммарный модельный гравитационный эффект ($g_{\text{мс}} = g_1 + g_2 + g_3 + g_4$); *III* — модельный гравитационный эффект кровли карбонатного комплекса (g_1); *IV* — модельный гравитационный эффект кровли нижнего терригенного комплекса (g_2); *V* — модельное гравитационное влияние (суммарное) залежей нефти и газа (g_3); *VI* — модельный гравитационный эффект поверхности размыва (g_4); *1* — границы литолого-стратиграфических комплексов (гравиактивные контакты); *2* — газовая шапка; *3* — нефтяные залежи; *4* — поверхность кристаллических пород.

В центральной части этой отрицательной аномалии отмечается выполаживание аномального графика, связанное с наличием локального максимума силы тяжести. Его амплитуда составляет около 0,5—0,7 *мгл* при горизонтальных размерах 5—7 *км*. Почти на всех профилях отмечаются узколокальные гравитационные возмущения отрицательного знака (горизонтальные размеры 1—2 *км*) интенсивностью около 0,2—0,3 *мгл*. Центральная часть локального минимума приурочена к области наибольшего погружения поверхности размыва (рис. 68).

Согласно принятой нами схеме качественной интерпретации, крупная отрицательная аномалия, определяющая региональную

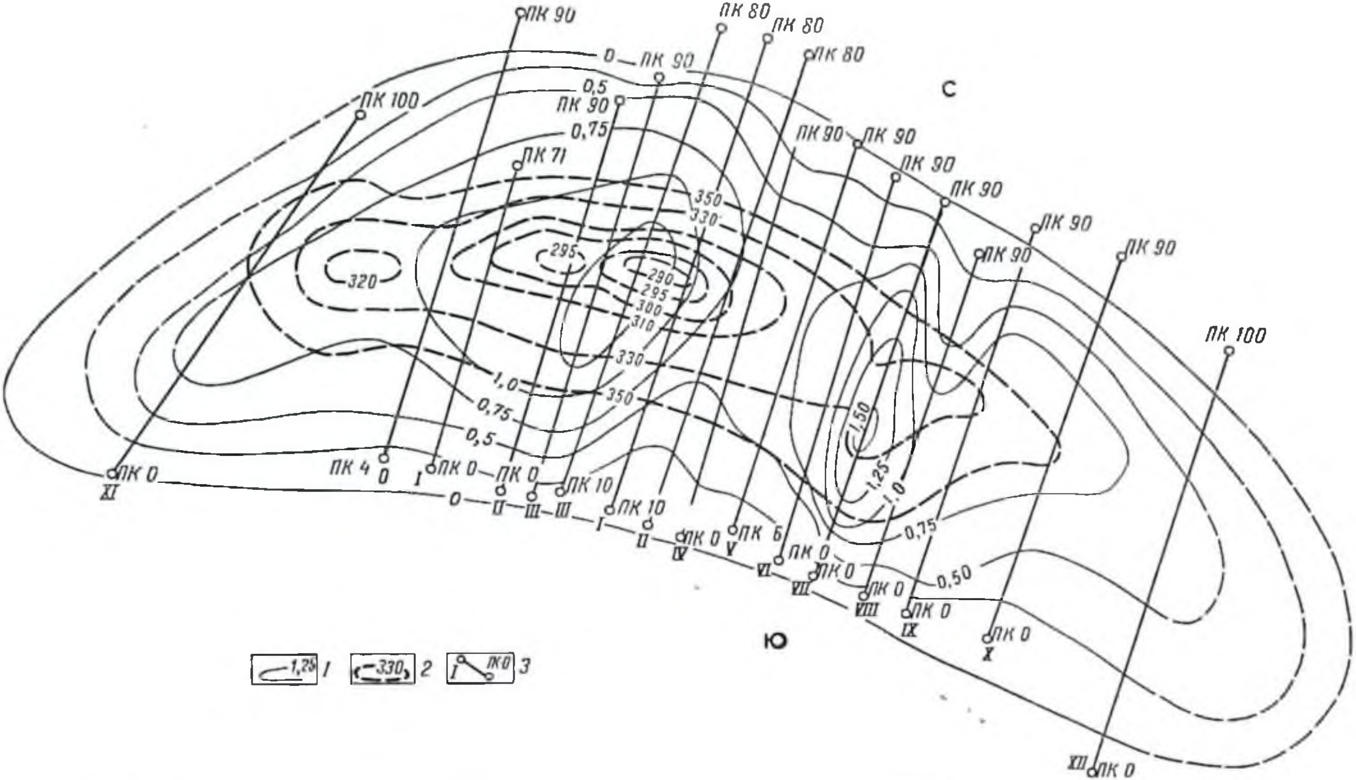


Рис. 68. Схема сопоставления локального гравитационного максимума и структурной карты по кровле калиновской свиты для II участка.

1 — изоаномалы силы тяжести; 2 — изогипсы кровли калиновской свиты (сечение через 20 м); 3 — профили высокоточной гравиметровой съемки.

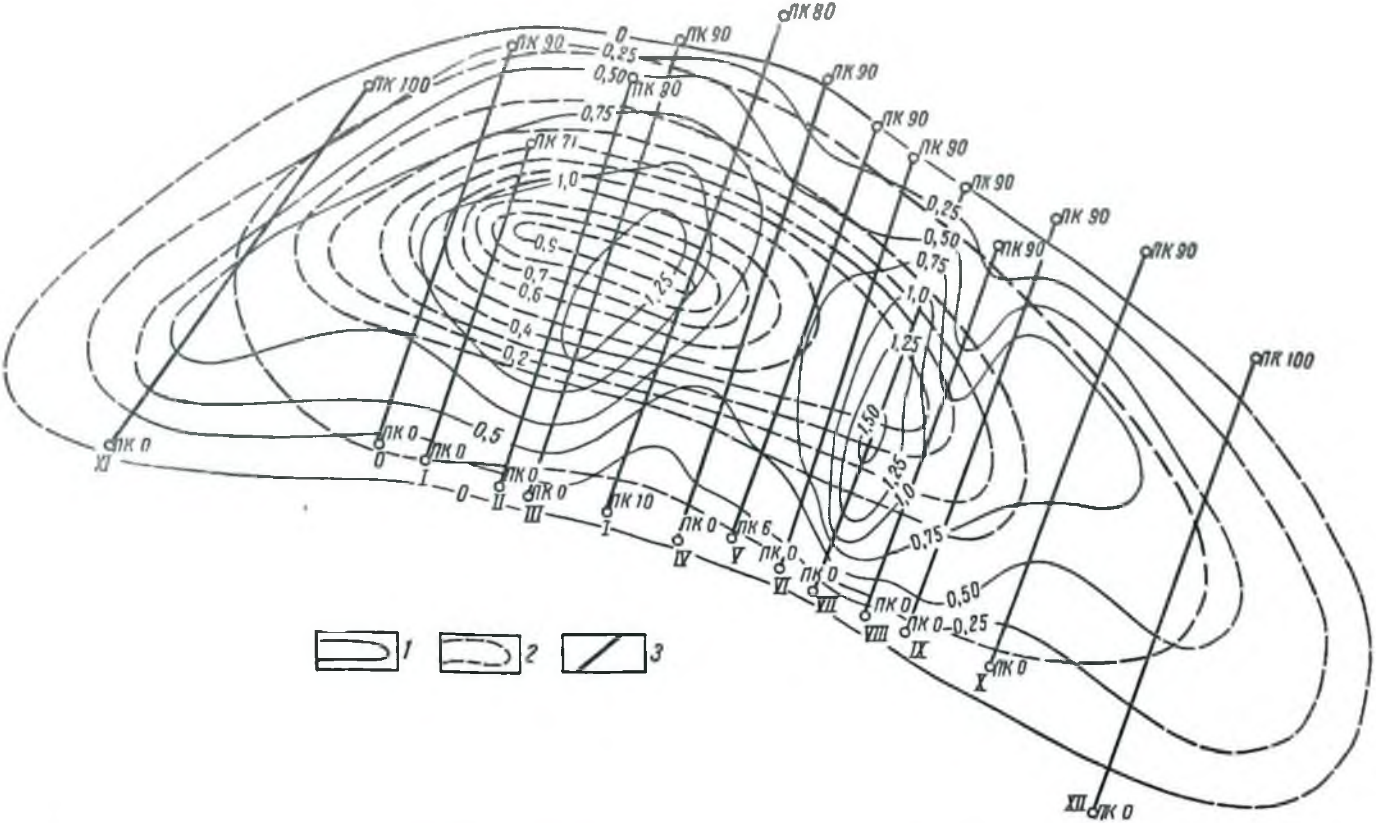


Рис. 69. Схема сопоставления локального гравитационного максимума и суммарного модельного гравитационного поля для II участка.

1 — изоаномалы силы тяжести (высокоточная съемка), сечение изоаномал через 0,25 *мгл*; *2* — изоаномалы силы тяжести суммарного модельного поля, сечение изоаномал через 0,10 *мгл*; *3* — профили высокоточной гравиметровой съемки.

гравитационную характеристику участка съемки, может быть объяснена влиянием интрузивного тела (дайки), плотность которого меньше, чем плотность вмещающих его метаморфических пород. Такую картину может обусловить интрузивное тело кислого (гранитоидного) состава, в толще плотных сланцевых (или гнейсовых) образований.

Локальный максимум силы тяжести, осложняющий центральную часть регионального минимума, вызывается, по-видимому, гравитационным влиянием структурного поднятия в толще осадочных пород.

Наконец, узколокальный минимум аномального поля может быть обусловлен гравитационным эффектом размыва дочетвертичных отложений, о котором мы говорили выше. Сказанное подтверждается введением поправок за влияние рельефа денудационной поверхности (рис. 66). Поправки были вычислены по формуле плоского слоя при величине контактного перепада плотностей, равной 0,2 *г/см*^{3}. На исправленном графике кривой отрицательное узколокальное возмущение гравитационного поля практически не наблюдается.

Для выделения локального максимума региональная аномалия была восстановлена при помощи интерполяционного многочлена Лагранжа. Остаточные аномалии силы тяжести, полученные в результате исключения региональной составляющей, представляют максимумы (Δg_{01}), интенсивность которых составляет 0,5—0,8 *мгл*. Характерной особенностью этих максимумов является выполаживание их сводовых частей (рис. 66), вызванное, по-видимому, наложением слабых гравитационных минимумов интенсивностью около 0,2 *мгл*. Особенно четко эта закономерность проявляется на кривых $R(g)$, где участкам выполаживания остаточных аномалий соответствуют резкие минимумы графика — трансформанты. Повторная локализация рассматриваемого отрицательного возмущения выделяет его в виде самостоятельной аномалии, амплитуда которой составляет около 0,2 *мгл* (Δg_{02}).

Сравнение локальных гравитационных полей с геологическим разрезом вдоль линии профиля показывает, что первая остаточная аномалия точно соответствует поднятию, причем отмечается определенное подобие их геометрических форм. Особенно четко эта закономерность прослеживается при сопоставлении карты остаточных аномалий со структурной поверхностью по одному из горизонтов осадочного разреза (рис. 68). Нетрудно видеть, что поле остаточной аномалии отражает даже мелкие детали строения тектонической структуры (отдельные купола), свидетельствуя тем самым о высокой эффективности метода высокоточной гравиметрии при изучении локальных тектонических форм. Локальный минимум силы тяжести, выполаживающий сводовую часть остаточной аномалии, соответствует области развития нефтяных и газовых залежей, а его границы более или менее совпадают с контуром нефтеносности (рис. 67). Все это позволяет предположить, что рассматриваемый минимум обусловлен отрицательным гравитационным влиянием нефтесодержащей части разреза осадочных отложений. О том же свидетельствуют результаты прямых расчетов гравитационного влияния основных аномалиеобразующих объектов исследуемой площади, выполненные при помощи способа расчета гравитационного эффекта пологозалегающих аномальных масс (способ конденсации). При этом удалось учесть влияние всех плотностных контактов (включая и подошву дочетвертичного размыва), кроме поверхности кристаллических пород, структура которой в настоящее время изучена в недостаточной степени. Нетрудно видеть, что график суммарного расчетного поля в общих чертах повторяет кривую остаточной гравитационной аномалии, что говорит об одинаковой природе, обусловливающих их аномальных геологических масс. О том же свидетельствует сравнительный анализ карт расчетного поля и остаточной аномалии (рис. 69). Более плавный характер расчетного поля по сравнению с остаточным обусловлен, по-видимому, ограничениями процесса локализации.

Характерно также и то, что амплитуда расчетного эффекта нефтяных и газовых залежей (0,2 *мгл*) практически совпадает с интенсивностью локального минимума силы тяжести II порядка, хотя местоположение этих кривых на профиле не вполне идентично. По-видимому, предположение о нефтяной природе этой отрицательной аномалии не лишено оснований.

Необходимо, однако, отметить, что четкость проявления рассматриваемой детали гравитационного поля на различных профилях далеко не одинакова. В целом ряде случаев этот локальный минимум сильно маскируется гравитационным влиянием поверхности денудации, изученность которой явно недостаточна для введения необходимых поправок. Все это еще раз подчеркивает необходимость проведения дополнительных геолого-геофизических исследований с целью изучения строения поверхностных отложений.

Для большинства остаточных аномалий рассматриваемой площади была выполнена количественная интерпретация методом хорд. Полученные результаты имеют незначительный разброс и устойчиво группируются вокруг следующих средних величин: глубина $H = 0{,}42$ *км*; ширина $c = a + b = 3{,}3$ *км*; амплитудное значение поверхностей плотности $\mu_0 = 2{,}05 \cdot 10^3$ *г/см*^{3}.

Приведенные величины в целом удовлетворительно отражают условия залегания границы между верхним терригенным и сульфатно-карбонатным комплексами. Вычисленная амплитуда структуры $h = \frac{\mu_0}{\Delta\sigma} = 68$ *м* ($\Delta\sigma = +0{,}30$ *г/см*^{3}) почти точно соответствует фактической, равной 70 *м*.

Участок III. Рассматриваемое структурное поднятие представляет асимметричную складку широтного простирания. В его пределах выделяется несколько небольших брахиантиклинальных куполов амплитудой 15 *м*, разобщенных неглубокими прогибами. Простирание поднятия близко к широтному, а его размеры составляют 20 *км* по длинной и порядка 6,5—10 *км* по короткой оси. Амплитуда

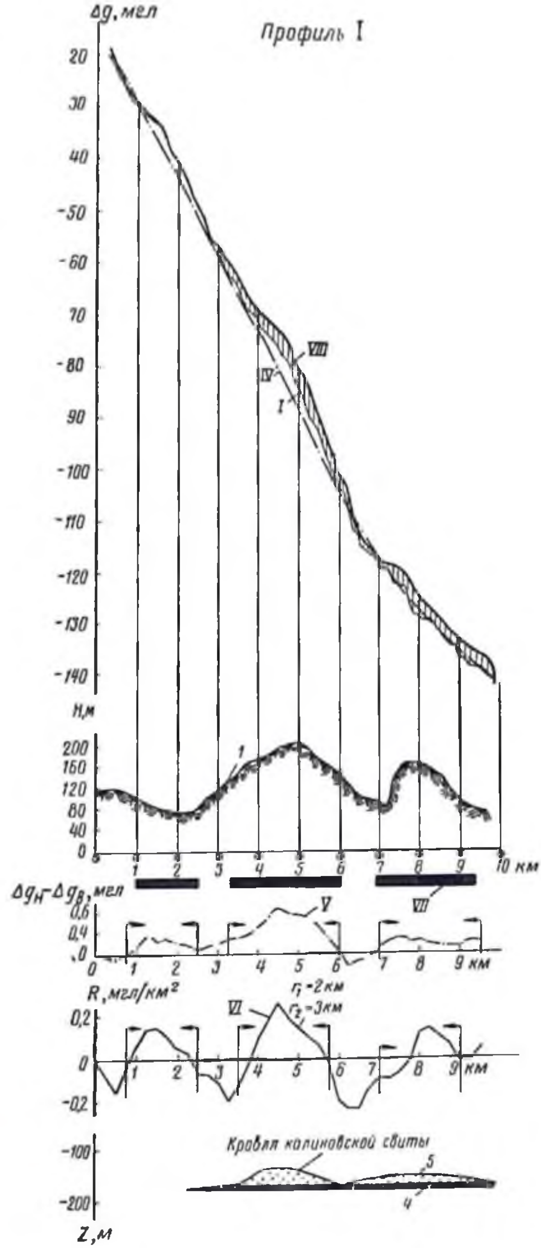
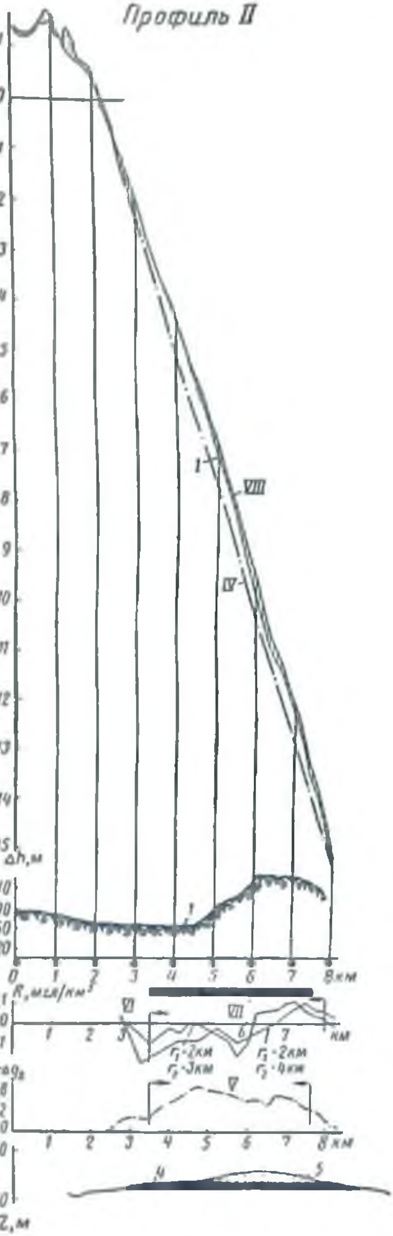


Рис. 70. Графики аномалий силы тяжести и результаты их интерпретации по профилям высокоточной гравиметровой съемки на III участке в сопоставлении с геологическими данными.

Профиль I. (*VIII* — наблюденная и сглаженная гравитационные кривые, редуцированные за разновысотность пунктов наблюдений по отношению к аномальным массам; остальные условные обозначения те же, что на рис. 66).

поднятия равна 75 *м* (по крутому южному крылу). Южное крыло структуры характеризуется углами падения от 1° до 6° 40′, на северном крыле углы падения не превышают 1° (рис. 72).



Поднятие является промышленно газоносным и нефтеносным в казанских отложениях верхней перми. Максимальная мощность газовой залежи этого месторождения, в отложениях калиновской свиты, составляет более 30 *м*. Нефтяная залежь, подстилающая газовую шапку, имеет меньшую мощность (8—10 *м*). Глубокие горизонты на рассматриваемой площади изучены слабо.

Сведения о плотностной характеристике осадочного разреза участка приводятся в табл. 38.

На территории месторождения было выполнено два профиля высокоточной гравиметровой съемки, пересекающих структуру вкрест (профиль II) и вдоль (профиль I) простирания (рис. 70—72).

Участок работ характеризуется интенсивным и сложным рельефом дневной поверхности, превышения которого на интервалах 2—3 *км* достигают 100—150 *м*. Средний уклон местности составляет около 40—50 *м/км*.

Рис. 71. Графики аномалий силы тяжести и результаты их интерпретации по профилям высокоточной гравиметровой съемки на III участке в сопоставлении с геологическими данными.

Профиль II. (Условные обозначения те же, что на рис. 69 и 70).

Таблица 38

Литолого-фациальный комплекс	Стратиграфический объем комплекса	Пределы изменения и средняя плотность комплекса, $г/см^3$	Избыток или недостаток плотности на контакте, $г/см^3$	Мощность комплекса H, $м$	Эффективная плотность залежей нефти и газа, $г/см^3$
Верхний терригенный . . .	$Q-P_2$	1,60—2,42	+0,16—+0,80?	300	—0,20 (газ)
Сульфатно-карбонатный . .	P_2-D_3	2,58	—0,10	200	—
Нижний терригенный . . .	D_3-D_2 (D)	2,48	+0,22	600	—
Кристаллический фундамент	Ar	2,70	—	—	—

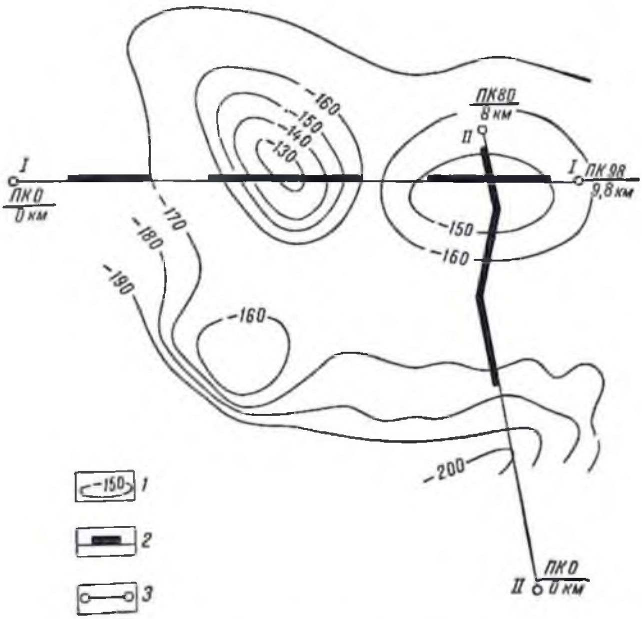


Рис. 72. Обзорная карта и результаты геологической интерпретации по профилям высокоточной гравиметровой съемки на III участке в сопоставлении с геологическими данными.

1 — изогипсы по кровле калиновской свиты; 2 — зоны предполагаемого расположения структур по гравиметрическим данным; 3 — профили высокоточной гравиметровой съемки.

На отдельных же интервалах его значение возрастает до 300—400 $м/км$. Аномальное гравитационное поле также отличается здесь резким характером изменения.

В связи с этим возникла необходимость исправления наблюденных значений силы тяжести с учетом искажений, вносимых негоризонтальным характером поверхности наблюдений. Вычисление редукционных поправок, в соответствии с изложенными выше приемами (см. главу II) проводилось двумя путями: 1) путем определения поправок за рельеф и 2) путем определения поправок за разновысотность пунктов наблюдений по отношению к аномальным массам.

При решении первой задачи была использована квадратная палетка. При определении аномальных значений вертикального градиента методом В. Баранова [45] исходные значения аномалий брались с гравиметрической карты участка работ масштаба 1 : 200 000. Уровень редуцирования был совмещен со средней отметкой рельефа, равной +130 *м*.

Расчеты показывают, что значения поправок достигают весьма внушительных (применительно к задачам высокоточной гравиметрической съемки) величин. Так, максимальное значение поправки за влияние рельефа составляет около 0,5 *мгл*; наибольшая же величина поправки за разновысотность пунктов наблюдения равняется 0,25 *мгл*. Максимальная суммарная редукция составляет 0,56 *мгл*. Ясно, что такие величины поправок могут существенно изменить отдельные детали аномального поля.

Особенностью региональной картины поля силы тяжести рассматриваемого участка является наличие здесь резкой гравитационной ступени, простирающейся по азимуту 330—150°. Значения аномалий вкрест простирания этой ступени уменьшаются в северо-восточном направлении с максимальным горизонтальным градиентом порядка 3,3 *мгл/км*. В проекциях на линии профилей высокоточной гравиметровой съемки рассматриваемая ступень выражается резким региональным фоном с почти линейной характеристикой.

На I профиле амплитуда Δg составляет 12,5 *мгл* при среднем градиенте 1,6 *мгл/км*. По II профилю фиксируется изменение гравитационного поля на 16,5 *мгл* при среднем горизонтальном градиенте 2,9 *мгл/км* (рис. 70, 71).

Общий ход аномальных кривых осложняется положительными локальными возмущениями, заметными уже при визуальном анализе (интервалы 0,8—2,5 *км*, 2,7—6,0 *км* и 7,0—9,6 *км* — по I профилю, а также 3,5—7,6 *км* по II профилю). Интенсивность этих возмущений колеблется от 0,4 до 0,9 *мгл* при средних горизонтальных размерах порядка 2,5—3,0 *км*. Следует подчеркнуть, что наиболее четкое выражение эти локальные аномалии приобретают на исправленном графике аномалий, в то время как в исходном материале они проявляются гораздо менее рельефно. В частности, на профиле I восточный максимум, соответствующий одному из куполов поднятия (интервал 7,0—9,6 *км*), до редуцирования не отмечается вообще.

При качественной интерпретации региональная ступень гравитационного поля была увязана с существованием в толще кристаллпческого фундамента дизъюнктивного нарушения (разлома), по которому контактируют породы с различной плотностью.

Локальные гравитационные максимумы объяснялись аномальным влиянием структур в осадочной толще. Для более четкого выделения этих полезных деталей суммарного поля последнее, как и на других участках, было осреднено. Для этого региональный фон аномальных графиков был аппроксимирован по формуле горизонтальной полуплоскости путем графо-аналитического выравнивания. Заметим, что на II профиле оказалось достаточным учесть региональный фон просто по наклонной прямой; это дало практически те же результаты, что и более сложный метод.

Остаточные аномалии, полученные путем вычитания региональной функции из суммарной кривой, представляют собой серию максимумов (3 — на I и 1 — на II профиле), интенсивностью от 0,4 до 0,9 *мгл* (рис. 70, 71). Кроме того, в качестве контрольного приема была использована трансформация аномального поля по функции $R(g)$. Полученные в результате этой трансформации локальные аномалии располагаются приблизительно на тех же интервалах, что и рассмотренные выше остаточные максимумы.

Сравнительный анализ результатов интерпретации гравитационных материалов и геологических данных указывает на их хорошее взаимное соответствие. В частности, восточному и среднему максимумам I профиля отвечают два аналогично расположенных купола структуры. Что касается западной локальной аномалии, то она, по-видимому, соответствует новому куполу, не отраженному на структурной карте. Аналогичным образом положительное возмущение, выделяемое на профиле II, отражает поперечный контур поднятия.

Следует заметить, что сделать какие-либо заключения о гравитационном влиянии газовой и нефтяной залежи на рассматриваемой площади затруднительно. Возможно, что это объясняется значительной шириной продуктивного контура, охватывающего практически почти всю площадь поднятия. Не исключено, однако, что слабый гравитационный минимум ($\approx 0,2$ *мгл*), отмечаемый в центральной части остаточной аномалии и на кривой $R(g)$ профиля II (рис. 70), вызывается отрицательным влиянием газовой залежи. Небольшая глубина залегания газовой шапки от поверхности (250 *м*) делает это вполне возможным.

Для оценки параметров геологических объектов, вызывающих локальные гравитационные аномалии, была произведена количественная интерпретация остаточного максимума силы тяжести на II профиле. При этом, как и ранее, использовался метод хорд для горизонтальной пластины с переменной поверхностной плотностью. В результате вычислений были получены следующие цифровые значения: глубина залегания $H = 0,32$ *км*; ширина полосы (структуры) $c = a + b = 3,9$ *км*; поверхностная плотность $\mu_0 = 2,48 \cdot 10^3$ *г/см*^{2}.

Нетрудно видеть, что и в этом случае средний уровень залегания соответствует первому от поверхности плотностному контакту, относящемуся к границе между сульфатно-карбонатным и верхним терригенным комплексами осадочного чехла.

Значение амплитуды структуры, вычисленное из соотношения $h = \frac{\mu_0}{\Delta\sigma}$, оказалось равным 50 *м*, что также недалеко от фактической величины. При этом контактная плотность $\Delta\sigma$ была принята равной 0,5 *г/см*^{3}, что отвечает среднему значению этой величины для рассматриваемого участка.

В заключение нам представляется целесообразным подчеркнуть, что рассмотренные материалы высокоточных гравиметрических исследований являются убедительным примером важности поправки за искажающее влияние разновысотности пунктов наблюдения по отношению к аномальным массам. Приведенные вычисления показывают, что введение этой поправки действительно может способствовать повышению разрешающей способности гравиметрической разведки.

Высокоточные гравиметрические исследования с помощью гравиметра ГАК-6М

Участок гравиметрических работ расположен в зоне валообразных поднятий фундамента, имеющих отражение как по девонским горизонтам, так и по вышезалегающим отложениям верхней перми. Результаты глубокого бурения на юго-востоке площади свидетельствуют о хорошем совпадении структурных планов по разным горизонтам (рис. 73). Простирание зоны подчинено северо-западному направлению; амплитуды структур составляют 30—40 *м* для юго-восточного района и 20—25 *м* — для северо-западного.

Площадь работ является промышленно нефтеносной. Суммарная мощность нефтенасыщенных коллекторов в каменноугольных отложениях достигает здесь 30 *м*, средняя эффективная плотность нефтяной залежи составляет 0,07 *г/см*^{3}.

Плотностная характеристика рассматриваемой площади приводится в табл. 39.

Таблица 39

Литолого-фациальный комплекс	Стратиграфический объем комплекса	Пределы изменения и средняя плотность комплекса, *г/см*^{3}	Избыток или недостаток плотности на контакте, *г/см*^{3}	Мощность комплекса *H*, *м*
Верхний терригенный	$K_2 - P_2$	$\frac{2{,}10-2{,}31}{2{,}25}$	0,35	300
Сульфатно-карбонатный	$P_2 - D_3$	$\frac{2{,}60-2{,}70}{2{,}60}$	—0,10	1500
Нижний терригенный	$D_2 - D_3$	$\frac{2{,}44-2{,}66}{2{,}51}$	—	70
Кристаллический фундамент	$A - Pt$	$\frac{2{,}44-2{,}69}{2{,}51}$	—	—

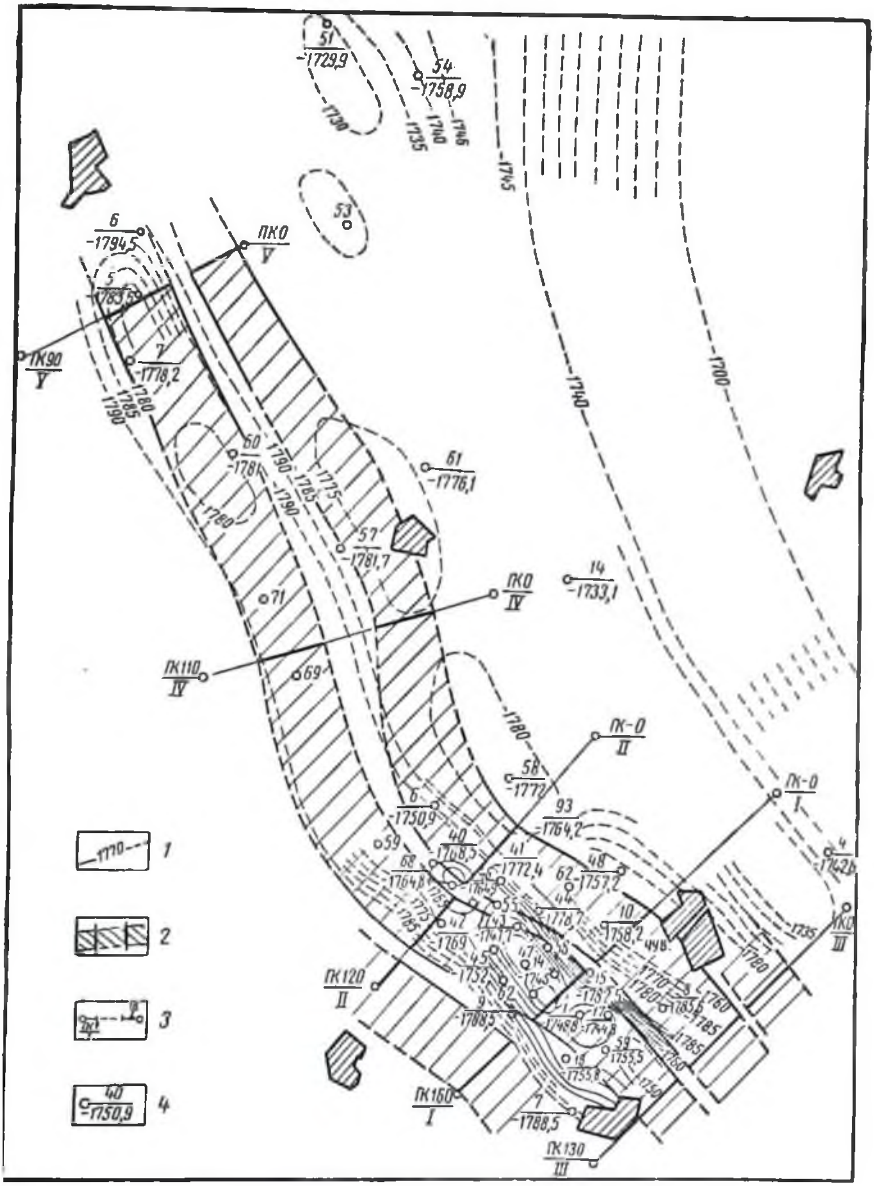


Рис. 73. Обзорная карта и результаты геологической интерпретации по профилям высокоточной гравиметровой съемки в сопоставлении с геологическими данными.

1 — стратоизогипсы по кровле кыновских слоев верхнего девона (данные глубокого бурения); 2 — зоны предполагаемого местоположения локальных структур по гравиметрии; 3 — профили высокоточной гравиметровой съемки; 4 — скважины глубокого бурения.

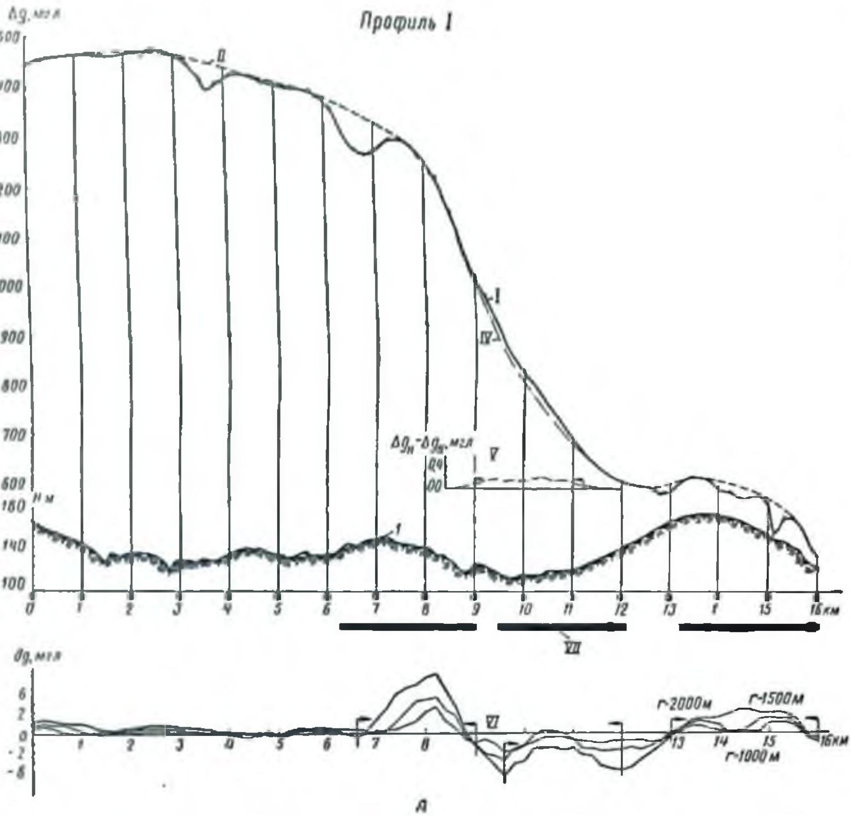
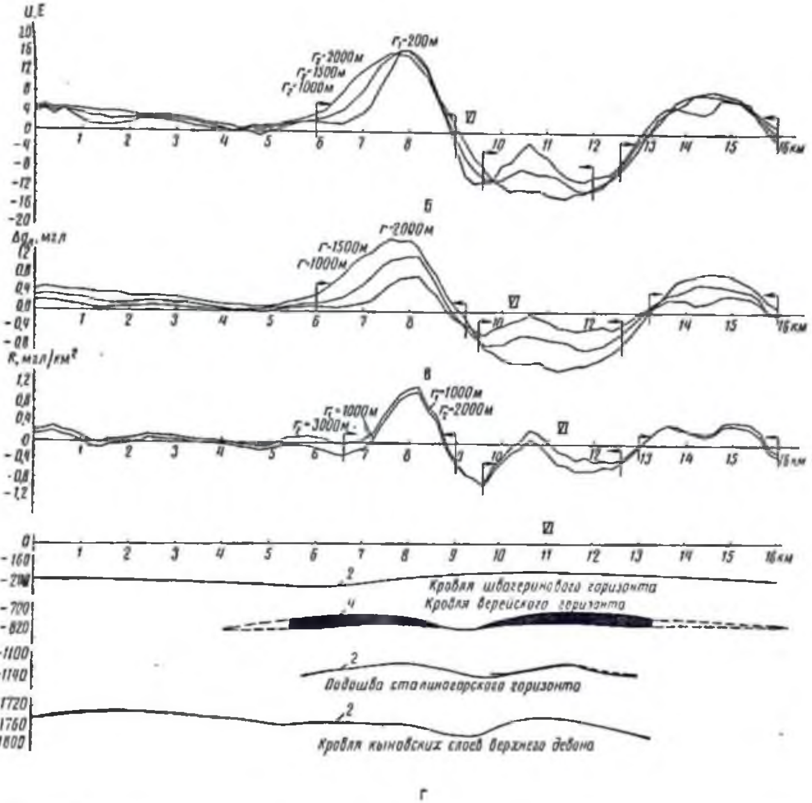


Рис. 74. График аномалии силы тяжести и результаты его интерпретации
схемы
Условные обозначения

Следовательно, на рассматриваемой территории в пределах толщи осадочных пород уверенно выделяется два гравитационно активных контакта: на границе нижнего терригенного и сульфатно-карбонатного комплексов с недостаточной плотностью $\Delta\sigma$ около — 0,1 $г/см^3$ и на границе сульфатно-карбонатного и верхнего терригенного комплексов с избыточной плотностью 0,3—0,4 $г/см^3$. При этом основная доля гравитационного влияния будет связана с верхним контактом. Что касается границы между породами кристаллического фундамента и отложениями нижнего терригенного комплекса, то она на участке работ не является гравитационно активной.

Особенно значительный гравитационный эффект может создаваться за счет плотностных границ внутри кристаллического фундамента. Значения контактных плотностей на этих границах могут достигать (при переходе от метаморфических к изверженным породам) величин



по I профилю высокоточной гравиметровой съемки в сопоставлении с геологиче-
данными.
приведены на рис. 66.

порядка 0,25 *г/см³*, а объемы этих пород намного превосходят объемы осадочных образований.

Прежде чем перейти к описанию результатов гравиметрических исследований, целесообразно остановиться на анализе возможного гравитационного эффекта локальной структуры в пределах осадочной части геологического разреза. Расчеты показывают, что суммарное влияние структурных осложнений гравитационноактивных контактов в рассматриваемом районе может составлять (по амплитуде) около 0,3 *мгл*. Такая величина должна с уверенностью фиксироваться высокоточными гравиметрическими измерениями.

Значительно сложнее дело обстоит с возможностью выявления прямого влияния нефтяной залежи на характер поля силы тяжести. Амплитудное значение аномалии в этом случае должно составлять около 0,06 *мгл*, что находится на пределе возможностей метода.

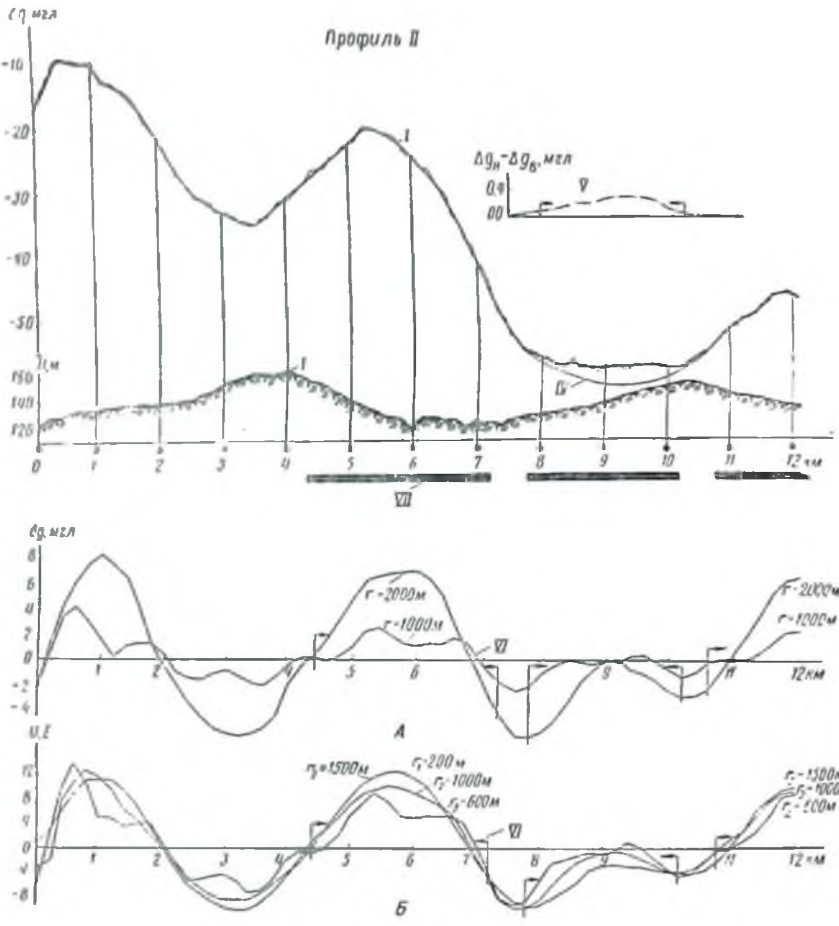
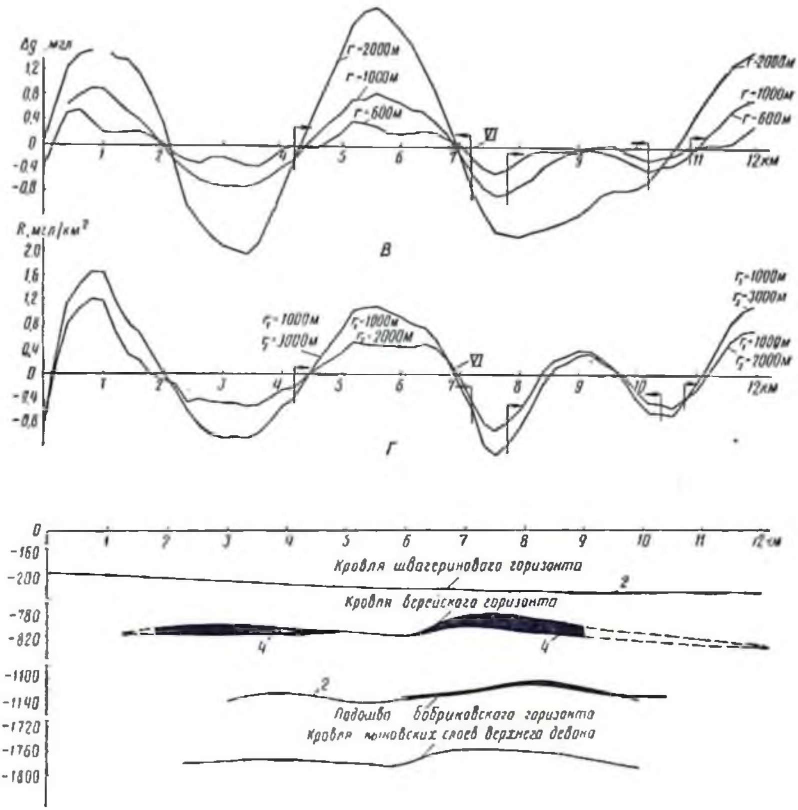


Рис. 75. График аномалии силы тяжести и результаты его интерпретации гическими

Условные обозначения

Возмущение столь малой интенсивности весьма трудно различить в суммарной картине поля. Решение проблемы «прямых» поисков применительно к рассматриваемой площади с самого начала представлялось сомнительным, что подтвердилось после проведения полевых работ. В процессе полевых работ было заснято пять профилей высокоточной гравиметровой съемки общей протяженностью 61 *км*. Точность определения аномальных значений силы тяжести на участке составляет $\pm 0{,}025$ *мгл* (рис. 74—78).

Наиболее крупной региональной деталью наблюденного гравитационного поля является максимум силы тяжести, амплитуда которого достигает, по-видимому, 15—20 *мгл*. Территориально этот



по II профилю высокоточной гравиметровой съемки в сопоставлении с геоло-
данными.
приведены на рис. 66.

максимум расположен на юго-восточной периферии участка работ и определяет общую аномальную картину на III и I профилях Графики аномалий силы тяжести на этих профилях имеют вид типичных гравитационных ступеней с размахом соответственно 15 и 10 *мгл* (рис. 76, 78). По направлению на северо-восток указанная аномалия затухает и уже на профиле II (рис. 76), расположенном на северной периферии аномалии, ее полная амплитуда составляет всего около 5 *мгл*. При этом на западном крыле аномалии четко выделяются три довольно интенсивных максимума силы тяжести с амплитудой 3,0—2,5 *мгл*. В ряде случаев на общем фоне наблюденных аномальных кривых четко фиксируются локальные минимумы силы тяжести,

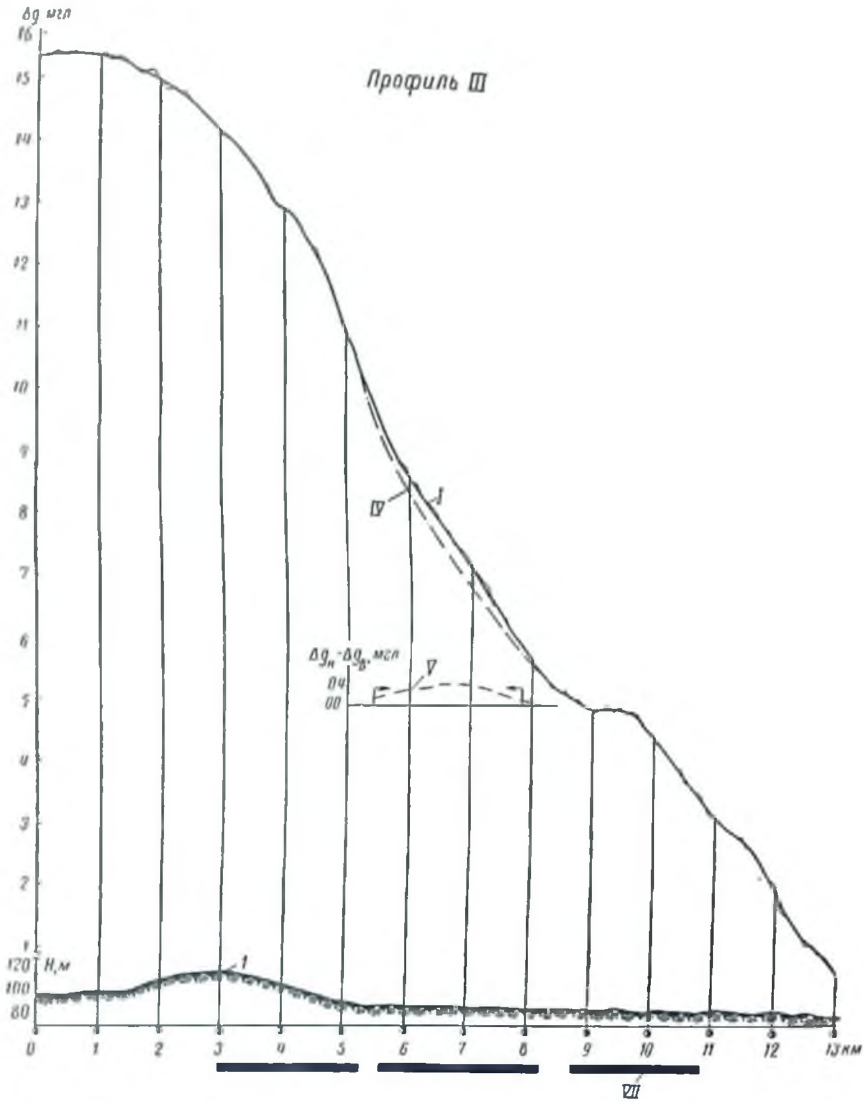
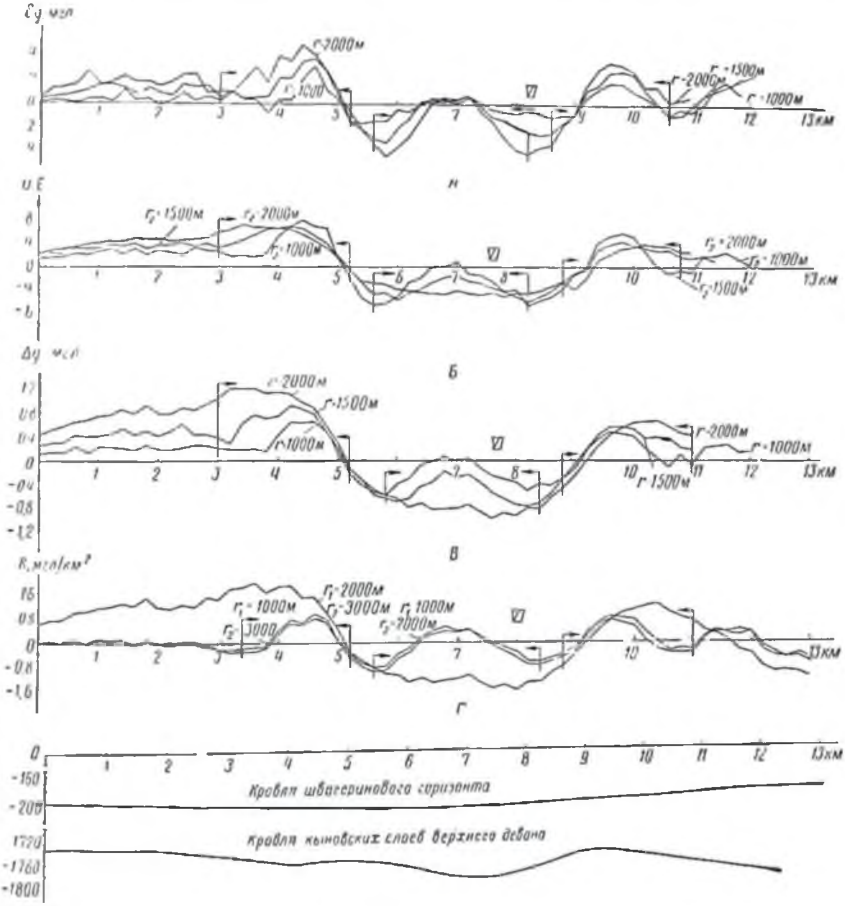


Рис. 76. График аномалии силы тяжести и результаты его интерпретации по скими

Условные обозначения

ширина которых варьирует от 0,7 до 1,8 *км* при интенсивностях порядка 0,6—0,8 *мгл* (см., например, интервалы 3,2—4,3; 5,8—7,6; 12,6—13,3; 13,8—14,8—15,5 *км* по профилю I и 4,2—5,3; 8,2—9,9 *км* по профилю IV). Наконец, на каждом из рассматриваемых профилей при более внимательном анализе можно выделить положительные локальные осложнения гравитационного поля, протяженность которых составляет 3—4 *км* при амплитудах 0,2—0,5 *мгл* (см., например, интервалы 2,5—5,0; 5,1—8,2; 8,8—11,7 *км* по профилю III; 5,3—8,2; 8,5—11,8 *км* по I профилю; 7,7—10,6 по II профилю; 1,5—5,0; 5,3—9,8 по IV профилю и 0,0—2,4; 2,6—5,7 по V профилю). Часто эти максимумы проявляются на сложном фоне



III профилю высокоточной гравиметровой съемки в сопоставлении с геологиче-
данными.
приведены на рис. 66.

Профиль IV

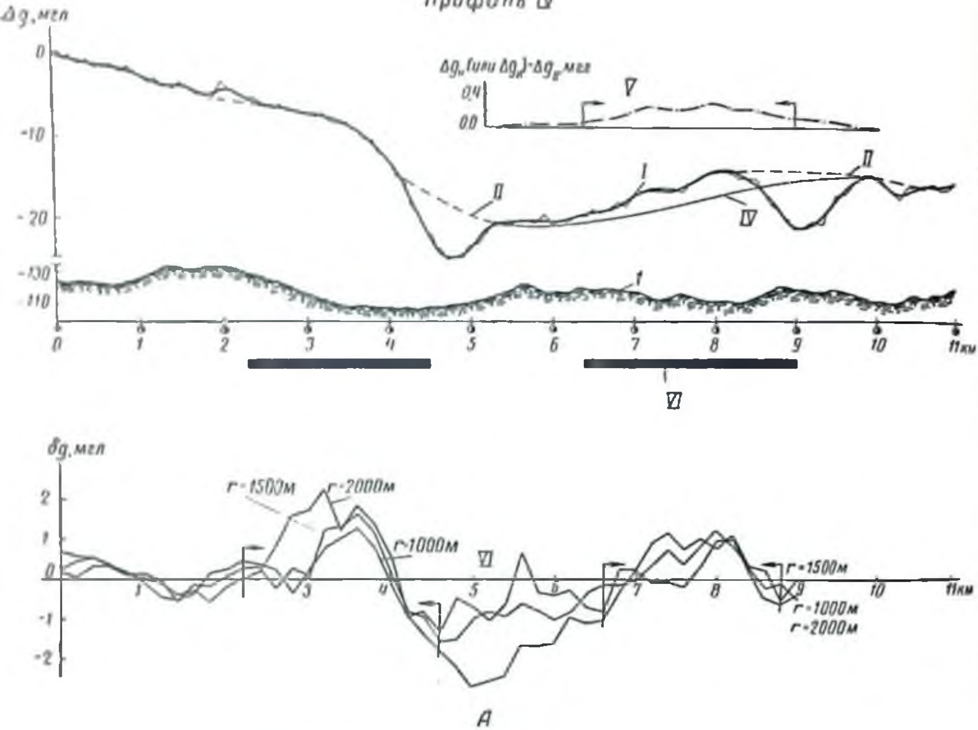


Рис. 77. График аномалии силы тяжести и результаты его интерпретации по IV
гическими
Условные обозначения приве

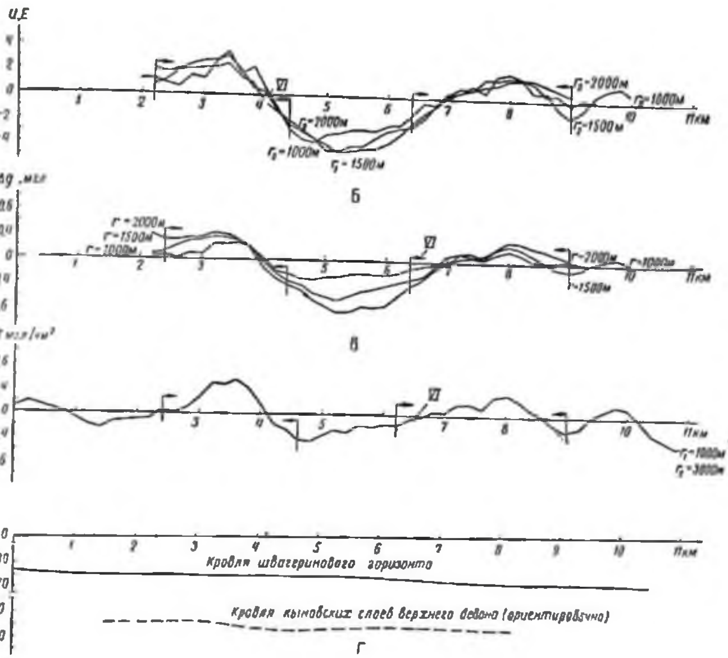
описанных ранее интенсивных аномалий, где их визуальное выделение является далеко нелегкой задачей. Можно сформулировать следующие основные положения качественной интерпретации гравитационного поля рассматриваемого участка работ.

1. Интенсивный максимум силы тяжести, расположенный на северо-восточной периферии площади, обусловлен крупным штокообразным магматическим внедрением в толще кристаллического фундамента.

2. Магматическая деятельность сопровождалась образованием серии глубинных разломов в толще кристаллических пород.

3. Вертикальные подвижки вдоль этих разломов, по-видимому, обусловили формирование валообразных поднятий в осадочном чехле.

4. На ряде участков (обычно в непосредственной близости к магматическому очагу) разломы фундамента служат подводящими путями для внедрения изверженных пород. В подобных случаях гравитационное влияние образованных таким образом дайкообразных интрузивных тел накладывается на слабый аномальный эффект структурных поднятий осадочной толщи. По-видимому, описанные



профилю высокоточной гравиметровой съемки в сопоставлении с геоло-
данными.
дены на рис. 66.

выше максимумы силы тяжести, наблюдаемые на II и (в меньшей степени) на I профилях, амплитуды которых достигают 3—4 *мгл* (рис. 74, 75), имеют подобную природу.

5. С удалением от магматического очага интрузивные проявления, приуроченные к разломам фундамента, затухают. В этих случаях непосредственно проявляется гравитационное влияние структур осадочной толщи, расположенных в районе этих разломов. Локальные малоинтенсивные максимумы силы тяжести, наблюдаемые на IV и V профилях, являются типичным примером таких аномалий (рис. 77, 78). Следует, впрочем, подчеркнуть, что аналогичная картина может наблюдаться и в непосредственной близости от основного магматического очага, если отсутствует прямая связь дизъюнктивного разлома с магматическим очагом. Подобную природу имеют, по-видимому, локальные гравитационные максимумы, наблюдаемые на профилях I и III.

6. Узколокальные минимумы гравитационного поля обусловлены аномальным влиянием масс, заполняющих погребенные русла древних рек, залегающие в самых верхах геологического разреза, в непосредственной близости от дневной поверхности.

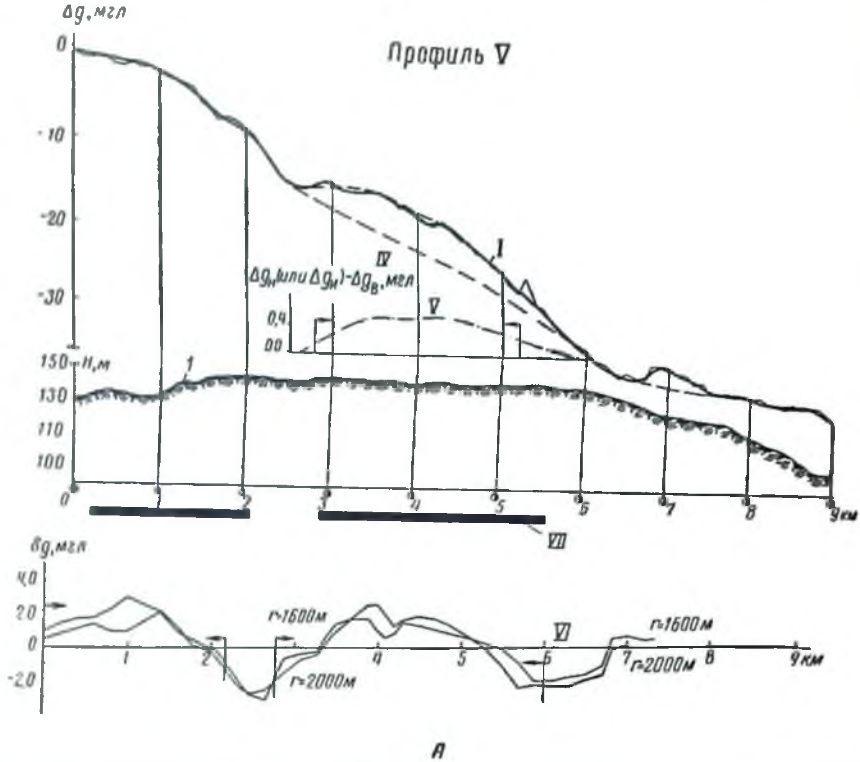
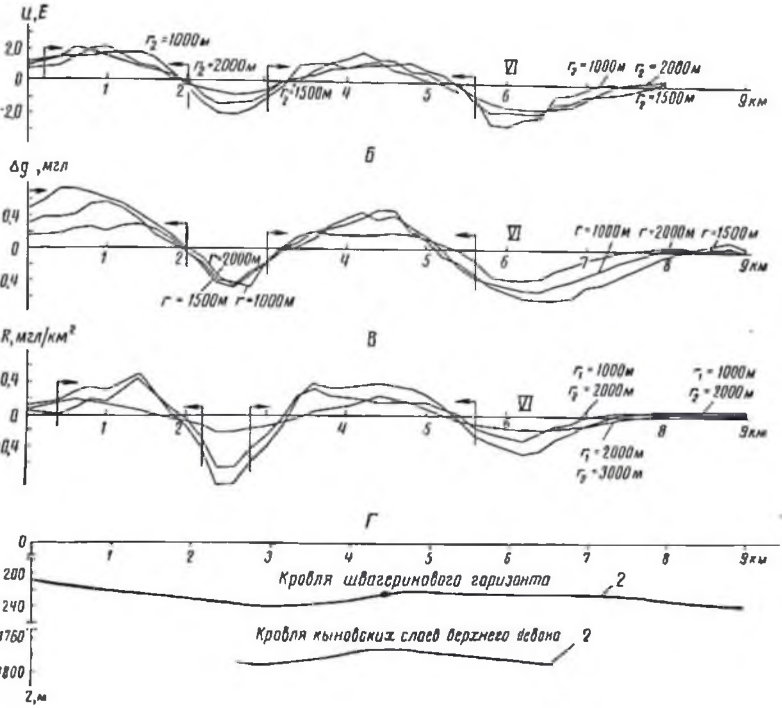


Рис. 78. График аномалии силы тяжести и результаты его интерпретаци гическими

Условные обозначения

Для того чтобы конкретизировать геологические выводы, вытекающие из качественной интерпретации, необходимо более четко обособить местоположение положительных локальных аномалий, связанных с гравитационным влиянием пологих структур осадочной толщи, используя для этого приемы локализации. Однако предварительно необходимо было избавиться от влияния помех, вызываемых неоднородным строением верхних горизонтов геологического разреза. Для этой цели был использован метод аналитической интерполяции.

Полученный таким образом окончательный гравиметрический материал был затем подвергнут обработке комплексом методов локализации. При этом в первую очередь использовались приемы аппроксимации регионального гравитационного фона. В частности, на I и III профилях, где гравитационное поле имеет форму ступени, аппроксимация регионального фона была осуществлена путем выравнивания аномальной кривой по функции влияния материальной



по V профилю высокоточной гравиметровой съемки в сопоставлении с геоло-
данными.
приведены на рис. 66.

полуплоскости (III профиль) и материальной полосы плоскости (I профиль). Во всех остальных случаях эта задача решалась методом аналитической интерполяции с неискаженных участков аномальной кривой. После этого весь объем гравитационных данных был подвергнут локализации комплексом методов трансформации исходных величин.

В число этих методов входили:

1) двухмерный вариант метода второй вертикальной производной $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$, в модификации О. Розенбаха (индекс «А» на графиках);

2) двухмерный вариант метода локальных аномалий С. Саксова и К. Нигарда (индекс «Б» на графиках);

3) метод вариации Б. А. Андреева (Гриффина) (индекс «В» на графиках);

4) метод подавления влияния параболической составляющей 4-ой степени (индекс «R» на графиках).

Все эти методы дали более или менее сходные результаты, чего, впрочем, и следовало ожидать. Последний из перечисленных методов обеспечивает несколько бо́льшую степень разрешимости результатов трансформации. После завершения локализации ее результаты использовались для выделения наиболее вероятных участков местоположения локальных структур. Границы последних устанавливались по зонам максимальных горизонтальных градиентов соответствующих кривых. Средний (из различных методов) результат фиксировался затем под исходной аномальной кривой в виде черного прямоугольника (рис. 74—78).

Сравнительный анализ результатов интерпретации и геологических данных, приведенных под каждым профилем в виде структурного разреза, свидетельствует об их хорошем соответствии. Это в свою очередь служит основанием для обратной корреляции от упомянутых результатов к тектоническим построениям на участках, расположенных за границами геологически изученных площадей. На основе полученных таким образом материалов была составлена корреляционная схема профилей высокоточной гравиметровой съемки (рис. 73), на которой оказалось возможным протрассировать зоны, являющиеся проекциями сводов предполагаемых локальных поднятий в толще осадочных пород. Приведенная на этой схеме структурная карта (по кровле кыновских отложений) свидетельствует о весьма хорошем соответствии геологических данных и результатов интерпретации гравитационных материалов.

При этом уверенно устанавливается продолжение юго-восточного поднятия в северо-западном направлении, а также выделяется второе валообразное поднятие, расположенное к юго-востоку от первого и протягивающееся параллельно ему на всей площади исследований. Кроме того, на южной периферии района работ (профили I—III) намечаются еще две перспективные зоны, расположенные северо-западнее и юго-восточнее выделенных поднятий.

Необходимо подчеркнуть одну существенную деталь корреляционной увязки и трассирования зон, перспективных на наличие локальных поднятий. Выше уже упоминалось, что на участках, где предполагаемые разломы фундамента концентрируют магматические образования (дайкообразные интрузивные тела), последние определяют характер гравитационного поля. Выделение в таких условиях гравитационного влияния поднятий осадочной толщи затруднительно или вообще невозможно. Однако в подобном выделении нет никакой необходимости, так как гравитационный эффект магматического тела сам по себе достаточно точно локализует местоположение искомой структуры. Поэтому при трассировании перспективных зон такие аномалии использовались наравне с локальными возмущениями, обусловленными структурно-плотностными неоднородностями в толще осадочных пород.

Следует подчеркнуть, что анализ результатов локализации гравитационных аномалий рассматриваемой площади не позволяет сколько-нибудь уверенно говорить о возможности выделения отрицательного гравитационного влияния собственно нефтяных залежей. По-видимому, возможность выделения аномалий столь малой интенсивности (0,1 *мгл*) находится за пределами разрешающей способности современных методов локализации.

Для оценки глубины залегания локальных аномальных масс была произведена количественная интерпретация остаточных аномалий методом хорд. Расчеты, произведенные для всех профилей высокоточной гравиметровой съемки, дали в целом небольшой разброс результативных значений, которые устойчиво группируются около следующих средних величин: глубина залегания $H = 0{,}28$ *км*; горизонтальные размеры $c = a + b = 3{,}0$ *км*; амплитудное значение поверхностной плотности $\mu_0 = 0{,}9 \cdot 10^3$ *г/см*^{3}. Нетрудно видеть, что глубина залегания возмущающих масс действительно соответствует положению первого от поверхности (не считая денудационной поверхности) плотностного контакта (кровля сульфатно-карбонатного комплекса). Если принять избыточную плотность на этой границе, равную 0,3 *г/см*^{3}, то амплитуда объемной структуры составит ≈ 30 *м*, что хорошо совпадает с амплитудой рельефа пермских отложений.

Заключение

Комплекс проведенных работ позволяет сделать заключение об эффективности высокоточной гравиметрической съемки при поисках и разведке локальных структурных поднятий, аккумулирующих залежи нефти и газа на Русской платформе. Этот вывод основывается на следующих результатах.

I. Локальные тектонические структуры осадочной толщи достаточно четко отражаются в аномальном гравитационном поле. При этом отмечается повсеместное соответствие знака (направления) локальной аномалии и соответствующей тектонической структуры.

II. Основным фактором, определяющим характер локальных аномалий, является первый от поверхности маркирующий плотностной контакт (граница между верхним терригенным и сульфатно-карбонатным литолого-фациальным комплексами) с избытком плотности.

III. Гравитационные помехи глубинного (региональный фон фундамента) и поверхностного (влияние молодых эрозионных форм) происхождения, маскирующие проявление «полезного сигнала» (аномальный эффект тектоники осадочного чехла), во многих случаях могут быть эффективно подавлены или исключены из наблюденной картины при помощи специализированных приемов.

Особо важное значение имеет выделение аномального гравитационного влияния глубинной тектоники осадочного чехла (девонские и нижнепалеозойские отложения) при помощи комплексирования высокоточной гравиметрии и сейсморазведки. При этом сейсморазведочные данные о структуре верхних горизонтов (мезо-кайнозойские, пермские и каменноугольные отложения) должны использоваться для вычисления и последующего исключения их гравитационного влияния из суммарного аномального поля.

Однако этот вопрос рассмотрен в недостаточном объеме и требует дополнительных исследований.

IV. В результате возникает реальная возможность поисков и трассирования локальных пологих поднятий в толще осадочных пород при помощи гравиразведки. Что касается возможности изучения аномального влияния продуктивных коллекторов (прямые поиски залежей нефти и газа), то уверенное решение этого вопроса становится возможным при значительной мощности последних. В частности для газовых залежей эта величина составляет не менее 50—100 *м*, а для нефтяных — 200—300 *м*. Объем выполненных исследований (как полевых, так и тематических) далеко не достаточен для того, чтобы радикально решить проблему методики высокоточных гравиметрических работ применительно к нуждам нефтяной геологии. Охарактеризуем коротко основные вопросы, не нашедшие окончательного решения в настоящей работе.

I. В наших исследованиях недостаточно внимания было уделено проблеме прямых поисков нефтяных и газовых месторождений. Правда, при этом все же показано, что перспективы положительного решения этой задачи в условиях Русской платформы не слишком высоки. Однако негативное заключение о возможности опознавания и выделения влияния нефте-газосодержащей части осадочного покрова также не сформулировано с необходимой убедительностью.

II. Рассмотренный комплекс приемов локализации гравитационных аномалий исследовался при допущении, что каждому структурному объему соответствует один источник аномального возмущения. Такой подход не вносит существенных ошибок лишь при условии согласного залегания различных горизонтов осадочного разреза. В то же время весьма часто встречаются на практике случаи, когда форма и местоположение аномалиевозмущающих контактов меняются с глубиной, но в настоящей работе практически не рассматриваются.

III. В работе в недостаточном объеме рассмотрен вопрос об использовании высокоточной гравиметрии для изучения тектоники глубоких горизонтов осадочной толщи Волго-Уральской области (отложения девона и нижнего палеозоя).

IV. Методы разделения (локализации) суммарного поля силы тяжести, описанные в главе III, еще весьма далеки от совершенства. Предложенные приемы аппроксимации регионального гравитационного поля по существу только намечены в своих основных чертах и нуждаются в дополнительных исследованиях.

V. В работе уделено недостаточно внимания вопросу о механизации вычислений предложенными методами.

Наконец, рассмотренная методика полевых работ хотя и позволяет достигнуть высокой точности результатов ($\pm$0,02—0,05 *мгл*), является в то же время недостаточно производительной как с точки зрения собственно гравиметрических измерений, так и в плане вспомогательных (топо-геодезических) операций.

Решение этих вопросов требует дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев Б. А. Послойная зональность физических свойств осадочных пород и ее связь со структурами платформенных областей. Советская геология, № 1. Госгеолтехиздат, 1958.

2. Андреев Б. А., Клушин И. Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. Гостоптехиздат, 1962.

3. Белоусов В. В. Основные вопросы геотектоники. Госгеолиздат, 1954.

4. Березкин В. М. Номограммы для учета влияния рельефа на показания гравиметров по значению относительных высот в характерных точках. Изв. высш. учебн. завед. Геология и разведка, № 11, 1960.

5. Веселов К. Е. Применение второй вертикальной производной потенциала силы тяжести при геологическом истолковании гравиметровой съемки. Прикладная геофизика, вып. 11. Гостоптехиздат, 1954.

6. Веселов К. Е. Об использовании $\partial g/\partial z$ в гравиметрической разведке. Разведочная и промысловая геофизика, вып. 25. Гостоптехиздат, 1959.

7. Веселов К. Е. Кварцевые астазированные гравиметры. Гостоптехиздат, 1961.

8. Гладкий К. В. Определение поправки за превышение при гравиметрической съемке. Труды геолого-исследовательского бюро Главуглеразведки. Углетехиздат, 1949.

9. Гладкий К. В. Разделение суммарных гравитационных полей как процесс частотной фильтрации. Прикладная геофизика, вып. 25. Гостоптехиздат, 1960.

10. Гладкий К. В. Оценка разрешающей способности методов разделения гравитационных полей. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 1961.

11. Граф А. Гравиметр. Геодезиздат, 1961.

12. Голдман Т. И. Теория информации. ИЛ, 1957.

13. Дергачев Н. П. К вопросу об учете поправки за влияние рельефа при детальной гравиметрической съемке. Вопросы обработки и интерпретации геофизических наблюдений. Изд. Пермск. гос. университета, сб. № 2, 1961.

14. Заборовский А. И. Методика интерпретации магнитных и гравитационных аномалий. Труды МГРИ им. С. Орджоникидзе, т. XXVIII. Госгеолтехиздат, 1955.

15. Идельсон Н. П. Теория потенциала и ее приложение к вопросам геофизики. Гостехтеориздат, 1932.

16. Клушин И. Г. Исследование палеток, применяемых в гравразведке для разделения региональных и локальных аномалий. Прикладная геофизика, вып. 31. Гостоптехиздат, 1961.

17. Котляревский Б. В. Оценка точности гравиметрической съемки. Выбор рациональной густоты сети наблюдений и сечения изоаномал силы тяжести. Прикладная геофизика, вып. 20. Гостоптехиздат, 1958.

18. Крылов А. Н. Лекции о приближенных вычислениях. Гостехиздат, 1950.

19. Ланцош К. Методы прикладного анализа. Физматгиз, 1961.

20. Лукавченко П. И. Таблицы и номограммы для вычисления поправки силы тяжести за рельеф местности при съемке с гравиметрами. Гостоптехиздат, 1951.

21. Л у к а в ч е н к о П. И. К вопросу о геологоразведочном значении третьей производной потенциала силы тяжести. Прикладная геофизика, вып. 30. Гостоптехиздат, 1961.
22. Л у к а в ч е н к о П. И. О редуцировании и интерпретации аномалий силы тяжести в условиях сильно расчлененного рельефа местности. Прикладная геофизика, вып. 31. Гостоптехиздат, 1961.
23. М а г н и ц к и й В. А. О редукциях силы тяжести. Труды ВНИИГАиК, вып. 51. (Исследования по гравиметрии). Геодезиздат, 1948.
24. М а г н и ц к и й В. А. К вопросу о выделении локальных гравитационных аномалий. Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз., т. XIII, № 6, 1949.
25. М а л о в и ч к о А. К. Методы аналитического продолжения аномалий силы тяжести и их приложение к задачам гравиразведки. Гостоптехиздат, 1956.
26. М а л о в и ч к о А. К., Т а р у н и н а О. Л. Палетка для вычисления гравитационного эффекта структур. Вопросы обработки и интерпретации геофизических наблюдений. Изд. Пермск. гос. университета, сб. № 2, 1961.
27. М а л о в и ч к о А. К. О преобразовании трехмерных аномальных полей в двухмерные при решении задач по гравитационным и магнитным наблюдениям. Сб. «Вопросы обработки и интерпретации геофизических наблюдений». Изд. Пермск. гос. университета, № 1, 1959.
28. М а л о в и ч к о А. К. Основной курс гравиразведки. Ч. I и II. Изд. Пермск. гос. университета, 1960, 1962.
29. М е д о в с к и й И. Г., К о м а р о в а Г. П. О возможной природе локальных гравитационных минимумов над залежами нефти и газа. Геология нефти и газа, № 11, 1959.
30. Н а л и в к и н В. Д., Р о з а н о в Л. Н., Ф о т и а д и Э. Э. и др. Волго-Уральская нефтоносная область. Тектоника. Гостоптехиздат, 1956.
31, 32. Н е м ц о в Л. Д. Высокоточная гравиметрия при поисках нефтяных месторождений. К вопросу о перспективах высокоточной гравиразведки при поисках нефтяных месторождений. Прикладная геофизика, вып. 31, 35. Гостоптехиздат, 1961, 1962.
33. Н е м ц о в Л. Д. Таблицы гравитационных эффектов для вычисления аномалий силы тяжести от объемных тел произвольной формы и размеров (под ред. К. Е. Веселова). Изд. ВНИИГеофизики, 1962.
34. Н е м ц о в Л. Д. Способ расчета модельного гравитационного влияния пологих структурных форм. Геология, геохимия, геофизика. Труды КуйбышевНИИНП, 1962.
35. Н е м ц о в Л. Д., П р и ш и в а л к о А. И. Опыт высокоточных измерений приращений силы тяжести. Разведочная и промысловая геофизика, вып. 46. Гостоптехиздат, 1962.
36. Н е м ц о в Л. Д. К методике высокоточных гравиметрических исследований при поисках нефтяных и газовых месторождений. Геофизическая разведка, вып. 10. Гостоптехиздат, 1962.
37. О з е р с к а я М. Л. Физические свойства пород кристаллического фундамента. Прикладная геофизика, вып. 13. Гостоптехиздат, 1955.
38. П о д о б а Н. В. Результаты изучения плотности пород докембрийского фундамента восточной части Русской платформы и опыт их совместного изучения с геофизическими данными. Прикладная геофизика, вып. 22. Гостоптехиздат, 1959.
39. С а л и х о в А. Г. Основные закономерности распределения элементов гравитационного поля Татарии и пути поисков глубинных структур. Сб. «Вопросы геологии восточных окраин Русской платформы и Южного Урала». вып. 7. Уфа, 1960.
40. С о р о к и н Л. В. Гравиметрия и гравиметрическая разведка. Гостоптехиздат, 1954.
41. Ф о т и а д и Э. Э. К оценке гравитационного влияния крупных фациально-литологических комплексов осадочного покрова в различных районах Русской платформы и юга Европейской части СССР. Прикладная геофизика, вып. 17. Гостоптехиздат, 1957.
42. Ш в а н к О. И., Л ю с т и х Е. Н. Интерпретация гравитационных наблюдений. Гостоптехиздат, 1947.

43. Юньков А. А. и др. Ускоренный способ вычисления аномалий силы тяжести. Госгеолиздат, 1953.
44. Янке Е. и Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. Физматгиз, 1959.
45. Baranov V. Calcul du gradient vertical du champ de gravite on du champ magnetique mesure a la surfase du sol. Geophysical Prospecting, vol. 1, No. 3, 1953.
46. Baranov V. A new Method for Interpretation of Aeromagnetic Maps: Pseudo-gravimetric Anomalies. Geoph., vol. 22, No. 2, 1957.
47. Bott M. H. P. and Smith R. A. The Estimation of the limiting Depth of gravitating Bodies. Geophysical Prospecting, vol. 6, No. 1, 1958.
48. McCollum E. V. Qvality of geophysical measurements. Geoph., vol. 17, No. 1, 1952.
49. Elkins T. A. The second derivative method of gravity interpretation. Geoph., vol. 16, No. 1, 1951.
50. Evjen H. M. The place of vertical gradient in gravitational interpretation. Geoph., vol. 1, No. 2, 1936.
51. Griffin V. R. Residual gravity in theory and practice. Geoph., vol. 14, No. 1, 1949.
52. Nettleton L. L. Geophysical prospecting for oil. McGraw-Hill Book Company, New York and London, 1940.
53. Rosenbach O. A contribution to the computation the second derivative from graving. Geoph., vol. 18, No. 3, 1953.
54. Rosenbach O. A comparison of the second derivative methods of gravity interpretation. Geophysical Prospecting, vol. 2, No. 1, 1954.
55. Rosenbach O. Quantative studies concerning the vertical gradient and second derivative methods of gravity interpretation. Geophysical Prospecting, vol. 2, No. 2, 1954.
56. Saxsov S. and Nygard K. Residual Anomalies and Depth Estimation. Geoph., No. 4, 1953.
57. Sandberg C. H. Terrain Corrections for an inclined plane in gravity computations. Geoph., vol. 23, No. 4, 1958.
58. Smith R. A. Some formulas for interpreting local gravity anomalies. Geophysical Prospecting, vol. 8, No. 4, 1960.
59. Vajk R. Bouguer corrections with varying density. Geop., vol. 23, No. 4, 1956.
60. Winkler H. A. Simplified gravity corrections. Geophysical Prospecting, vol. 10, No. 1, 1962.

ТАБЛИЦА ПРЯМЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА И РАЗ

$y = 0$

z \ x	0		z \ x	0		z \ x	0	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
0,00	3,52549		0,50	1,58674		1,00	0,92860	
1	46323	0,06226	51	56604	0,02070	1	92062	0,00798
2	40210	6113	52	54578	2026	2	91277	785
3	34210	6000	53	52595	1983	3	90504	773
4	28323	5887	54	50654	1941	4	89743	761
5	22549	5774	55	48752	1902	5	88994	749
6	16884	5665	56	46891	1861	6	88256	738
7	11333	5551	57	45071	1820	7	87529	727
8	05887	5446	58	43291	1780	8	86813	716
9	00552	5335	59	41548	1743	9	86108	705
0,10	2,95328	0,05224	0,60	1,39841	0,01707	1,10	0,85413	0,00695
11	90208	5120	61	38167	1674	11	84729	684
12	85204	5004	62	36529	1638	12	84056	673
13	80296	4908	63	34926	1603	13	83393	663
14	75492	4804	64	33357	1569	14	82739	654
15	70798	4694	65	31822	1535	15	82094	645
16	66204	4594	66	30319	1503	16	81458	636
17	61710	4494	67	28844	1475	17	80832	626
18	57314	4396	68	27396	1448	18	80225	617
19	53014	4300	69	25975	1421	19	79617	608
0,20	2,48814	0,04200	0,70	1,24580	0,01395	1,20	0,79018	0,00599
21	44714	4100	71	23213	1367	21	78428	590
22	40699	4015	72	21873	1340	22	77847	581
23	36770	3929	73	20560	1313	23	77275	572
24	32922	3848	74	19272	1288	24	76711	564
25	29159	3763	75	18008	1264	25	76154	557
26	25488	3671	76	16773	1235	26	75604	550
27	21900	3588	77	15558	1215	27	75061	543
28	18401	3499	78	14368	1190	28	74525	536
29	14975	3426	79	13199	1169	29	73995	530
0,30	2,11630	0,03345	0,80	1,12050	0,01149	1,30	0,73474	0,00521
31	08362	3268	81	10920	1130	31	72962	512
32	05171	3191	82	09809	1111	32	72457	505
33	02058	3113	83	08718	1091	33	71958	499
34	1,99016	3042	84	07648	1070	34	71465	493
35	96042	2974	85	06598	1050	35	70978	487
36	93135	2907	86	05566	1032	36	70497	481
37	90296	2839	87	04553	1013	37	70023	474
38	87516	2780	88	03557	996	38	69555	468
39	84801	2715	89	02581	976	39	69092	463
0,40	1,82146	0,02655	0,90	1,01623	0,00958	1,40	0,68635	0,00457

АНОМАЛИЙ Δg ОТ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЛ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ МЕРОВ

(0—0)

z \ x	0		z \ x	0		z \ x	0	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
1,50	0,64377		2,00	0,49000		2,50	0,39474	
51	63978	0,00399	1	48765	0,00235	51	39321	0,00153
52	63584	394	2	48532	233	52	39169	152
53	63195	389	3	48302	230	53	39019	150
54	62811	384	4	48074	228	54	38870	149
55	62432	380	5	47849	225	55	38722	148
56	62055	376	6	47626	223	56	38575	147
57	61683	372	7	47405	221	57	38429	146
58	61315	368	8	47186	219	58	38284	145
59	60951	364	9	46969	217	59	38140	144
1,60	0,60592	0,00359	2,10	0,46754	0,00215	2,60	0,37997	0,00143
61	60238	354	11	46540	214	61	37855	142
62	59888	350	12	46328	212	62	37715	140
63	59542	346	13	46118	210	63	37576	139
64	59200	342	14	45910	208	64	37438	138
65	58862	338	15	45704	206	65	37301	137
66	58528	334	16	45499	205	66	37165	136
67	58197	331	17	45295	204	67	37029	136
68	57869	328	18	45093	202	68	36894	135
69	57544	325	19	44893	200	69	36759	135
1,70	0,57222	0,00322	2,20	0,44695	0,00198	2,70	0,36625	0,00134
71	56903	319	21	44500	195	71	36491	134
72	56588	315	22	44307	193	72	36358	133
73	56277	311	23	44117	190	73	36227	131
74	55970	307	24	43928	189	74	36097	130
75	55666	304	25	43740	188	75	35968	129
76	55366	300	26	43553	187	76	35840	128
77	55069	297	27	43367	186	77	35713	127
78	54775	294	28	43182	185	78	35587	126
79	54484	291	29	42998	184	79	35462	125
1,80	0,54196	0,00288	2,30	0,42816	182	2,80	0,35398	0,00124
81	53911	285	31	42636	180	81	35215	123
82	53629	282	32	42458	178	82	35093	122
83	53350	279	33	42282	176	83	34972	121
84	53073	277	34	42107	175	84	34852	120
85	52799	274	35	41933	174	85	34733	119
86	52528	271	36	41760	173	86	34615	118
87	52260	268	37	41589	171	87	34498	117
88	51995	265	38	41419	170	88	34382	116
89	51732	263	39	41249	170	89	34266	116
1,90	0,51471	0,00261	2,40	0,41080	169	2,90	0,34151	0,00115

z \ x	0		z \ x	0		z \ x	0	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
41	79554	2592	91	00681	942	41	68184	451
42	77021	2533	92	99752	929	42	67740	444
43	74543	2478	93	98838	914	43	67302	438
44	72118	2425	94	97939	899	44	66869	433
45	69748	2370	95	97057	882	45	66442	427
46	67430	2318	96	96189	868	46	66020	422
47	65165	2265	97	95337	852	47	65602	418
48	62954	2211	98	94497	840	48	65189	413
49	60790	2164	99	93672	825	49	64781	408
0,50	1,58674	0,02116	1,00	0,92860	0,00812	1,50	0,64377	0,00404

$y = 0$

z \ x	1		z \ x	1		z \ x	1	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
0,00	1,03805		0,50	0,90166		1,00	0,69847	
1	03794	0,00011	51	89742	0,00424	1	69487	0,00360
2	03768	026	52	89317	425	2	69130	357
3	03729	039	53	88890	427	3	68776	354
4	03677	052	54	88462	428	4	68424	352
5	03611	066	55	88033	429	5	68075	349
6	03530	081	56	87603	430	6	67728	347
7	03436	094	57	87172	431	7	67384	344
8	03328	108	58	86741	431	8	67043	341
9	03207	121	59	86310	431	9	66704	339
0,10	1,03073	0,00134	0,60	0,85880	0,00430	1,10	0,66367	0,00337
11	02927	146	61	85450	430	11	66032	335
12	02769	158	62	85020	430	12	65699	333
13	02599	170	63	84590	430	13	65368	331
14	02417	182	64	84161	429	14	65039	329
15	02223	194	65	83733	428	15	64712	327
16	02017	206	66	83306	427	16	64388	324
17	01799	218	67	82880	426	17	64067	321
18	01569	230	68	82455	425	18	63748	319
19	01327	242	69	82032	423	19	63432	316
0,20	1,01073	0,00254	0,70	0,81611	0,00421	1,20	0,63118	0,00314

z \ x	0 p	0 Δp	z \ x	0 p	0 Δp	z \ x	0 p	0 Δp
91	51212	259	41	40913	167	91	34036	115
92	50956	256	42	40748	165	92	33922	114
93	50703	253	43	40584	164	93	33809	113
94	50453	250	44	40421	163	94	33697	112
95	50205	248	45	40260	161	95	33585	112
96	49960	245	46	40100	160	96	33474	111
97	49717	243	47	39941	159	97	33363	111
98	49476	241	48	39784	157	98	33252	111
99	49237	239	49	39628	156	99	33142	110
2,00	0,49000	0,00237	2,50	0,39474	154	3,00	0,33032	0,00110

(0—1)

z \ x	1 p	1 Δp	z \ x	1 p	1 Δp	z \ x	1 p	1 Δp
1,50	0,54694		2,00	0,44203		2,50	0,36802	
51	54444	0,00250	1	44029	0,00174	51	36677	0,00125
52	54196	248	2	43856	173	52	36553	124
53	53949	247	3	43684	172	53	36430	123
54	53704	245	4	43514	170	54	36307	123
55	53462	242	5	43345	169	55	36185	122
56	53222	240	6	43177	168	56	36064	121
57	52984	238	7	43010	167	57	35944	120
58	52748	236	8	42844	166	58	35825	119
59	52513	235	9	42679	165	59	35706	119
1,60	0,52280	0,00233	2,10	0,42515	0,00164	2,60	0,35588	0,00118
61	52048	232	11	42352	163	61	35471	117
62	51818	230	12	42190	162	62	35355	116
63	51589	229	13	42029	161	63	35240	115
64	51362	227	14	41870	159	64	35125	115
65	51137	225	15	41712	158	65	35011	114
66	50913	224	16	41555	157	66	34898	113
67	50691	222	17	41400	155	67	34785	113
68	50471	220	18	41246	154	68	34672	113
69	50252	219	19	41093	153	69	34560	112
1,70	0,50034	0,00218	2,20	0,40941	0,00152	2,70	0,34449	0,00111

x / z	1		x / z	1		x / z	1	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
21	00808	265	71	81192	419	21	62806	312
22	00534	274	72	80774	418	22	62497	309
23	00251	283	73	80358	416	23	62190	307
24	99959	292	74	79944	414	24	61885	305
25	99658	301	75	79531	413	25	61582	303
26	99348	310	76	79119	412	26	61282	300
27	99030	318	77	78709	410	27	60984	298
28	98704	326	78	78301	408	28	60688	296
29	98370	334	79	77895	406	29	60394	294
0,30	0,98028	0,00342	0,80	0,77491	0,00404	0,30	0,60102	0,00292
31	97678	350	81	77089	402	31	59813	289
32	97321	357	82	76689	400	32	59526	287
33	96957	364	83	76291	398	33	59241	285
34	96588	369	84	75895	396	34	58958	283
35	96214	374	85	75502	393	35	58677	281
36	95835	379	86	75111	391	36	58398	279
37	95451	384	87	74722	389	37	58121	277
38	95063	388	88	74335	387	38	57846	275
39	94671	392	89	73950	385	39	57573	273
0,40	0,94276	0,00395	0,90	0,73567	0,00383	1,40	0,57302	0,00271
41	93878	398	91	73186	381	41	57032	270
42	93476	402	92	72807	379	42	56764	268
43	93072	404	93	72430	377	43	56498	266
44	92665	407	94	72055	375	44	56234	264
45	92255	410	95	71682	373	45	55972	262
46	91842	413	96	71311	371	46	55712	260
47	91426	416	97	70942	369	47	55454	258
48	91008	418	98	70575	367	48	55198	256
49	90588	420	99	70210	365	49	54945	253
0,50	0,90166	0,00422	1,00	0,69847	0,00363	1,50	0,54694	0,00251

$y = 1$

x / z	1		x / z	1		x / z	1	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
0,00	0,72469		0,50	0,67581	0,00172	1,00	0,57719	0,00204
1	72467	0,00002	51	67407	174	1	57515	204
2	72461	06	52	67231	176	2	57311	204
3	72450	11	53	67053	178	3	57108	203
4	72435	15	54	66873	180	4	56905	203
5	72415	20	55	66692	181	5	56703	202
6	72391	24	56	66509	183	6	56501	202
7	72363	28	57	66325	184	7	56299	202
8	72330	33	58	66140	185	8	56098	201
9	72293	37	59	65954	186	9	55897	200

z \ x	1		z \ x	1		z \ x	1	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
71	49818	216	21	40790	151	71	34339	110
72	49604	214	22	40640	150	72	34230	109
73	49391	213	23	40491	149	73	34121	109
74	49180	211	24	40343	148	74	34013	108
75	48971	209	25	40195	148	75	33905	108
76	48763	208	26	40048	147	76	33798	107
77	48557	206	27	39902	146	77	33692	106
78	48352	205	28	39757	145	78	33586	106
79	48148	204	29	39613	144	79	33481	105
1,80	0,47946	0,00202	2,30	0,39470	0,00143	2,80	0,33376	0,00105
81	47745	201	31	39328	142	81	33272	104
82	47545	200	32	39187	141	82	33168	104
83	47347	198	33	39047	140	83	33065	103
84	47151	196	34	38908	139	84	32993	102
85	46957	194	35	38770	138	85	32861	102
86	46765	192	36	38633	137	86	32760	101
87	46574	191	37	38497	136	87	32660	100
88	46384	190	38	38362	135	88	32560	100
89	46195	189	39	38228	134	89	32461	099
1,90	0,46007	0,00188	2,40	0,38095	0,00133	2,90	0,32362	0,00099
91	45820	187	41	37962	133	91	32263	99
92	45634	186	42	37830	132	92	32165	98
93	45450	184	43	37699	131	93	32068	97
94	45268	182	44	37569	130	94	31971	97
95	45088	180	45	37439	130	95	31875	96
96	44909	179	46	37310	129	96	31780	96
97	44731	178	47	37182	128	97	31684	96
98	44554	177	48	37055	127	98	31589	95
99	44378	176	49	36928	127	99	31495	94
2,00	0,44203	0,00175	2,50	0,36802	0,00126	3,00	0,31401	0,00094

(1—1)

z \ x	1		z \ x	1		z \ x	1	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
1,50	0,48217	0,00173	2,00	0,40540	0,00135	2,50	0,34591	0,00104
51	48045	172	1	40405	135	51	34488	103
52	47874	171	2	40271	134	52	34386	102
53	47703	171	3	40138	133	53	34284	102
54	47533	170	4	40005	133	54	34183	101
55	47364	169	5	39873	132	55	34082	101
56	47196	168	6	39742	131	56	33981	101
57	47028	168	7	39612	130	57	33881	100
58	46861	167	8	39482	130	58	33781	100
59	46694	167	9	39353	129	59	33682	99

z \ x	1		z \ x	1		z \ x	1	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
0,10	0,72252	0,00041	0,60	0,65767	0,00187	1,10	0,55697	0,00200
11	72206	46	61	65579	188	11	55497	200
12	72156	50	62	65390	189	12	55298	199
13	72102	54	63	65200	190	13	55100	198
14	72043	59	64	65008	192	14	54902	198
15	71980	63	65	64815	193	15	54705	197
16	71912	68	66	64621	194	16	54508	197
17	71840	72	67	64426	195	17	54312	196
18	71764	76	68	64230	196	18	54117	195
19	71684	80	69	64033	197	19	53922	195
0,20	0,71600	0,00084	0,70	0,63835	0,00198	1,20	0,53728	0,00194
21	71512	088	71	63636	199	21	53534	194
22	71420	092	72	63436	200	22	53341	193
23	71324	096	73	63236	200	23	53149	192
24	71225	099	74	63035	201	24	52958	191
25	71123	102	75	62833	202	25	52767	191
26	71017	106	76	62631	202	26	52577	190
27	70908	109	77	62428	203	27	52387	190
28	70795	113	78	62225	203	28	52198	189
29	70679	116	79	62021	204	29	52009	189
0,30	0,70560	0,00119	0,80	0,61817	0,00204	1,30	0,51821	0,00188
31	70437	123	81	61612	205	31	51633	188
32	70310	127	82	61407	205	32	51446	187
33	70180	130	83	61202	205	33	51260	186
34	70048	132	84	60997	205	34	51075	185
35	69912	136	85	60792	205	35	50891	184
36	69774	138	86	60586	206	36	50708	183
37	69633	141	87	60380	206	37	50526	182
38	69490	143	88	60174	206	38	50344	182
39	69344	146	89	59968	206	39	50163	181
0,40	0,69196	0,00148	0,90	0,59762	0,00206	1,40	0,49982	0,00181
41	69045	151	91	59557	205	41	49802	180
42	68892	153	92	59352	205	42	49623	179
43	68737	155	93	59147	205	43	49445	178
44	68579	158	94	58943	204	44	49267	178
45	68419	160	95	58739	204	45	49090	177
46	68256	163	96	58535	204	46	48914	176
47	68091	165	97	58391	204	47	48739	175
48	67923	168	98	58127	204	48	48564	175
49	67753	170	99	57923	204	49	48390	174
0,50	0,67581	0,00172	1,00	0,57719	0,00204	1,50	0,48217	0,00173

Продолжение прилож. 1

z \ x	1		z \ x	1		z \ x	1	
	p	Δp		p	Δp		p	Δp
1,60	0,46528	0,00166	2,10	0,39225	0,00128	2,60	0,33583	0,00099
61	46363	165	11	39097	128	61	33484	99
62	46199	164	12	38970	127	62	33385	99
63	46036	163	13	38843	127	63	33287	98
64	45874	162	14	38717	126	64	33189	98
65	45713	161	15	38592	125	65	33091	98
66	45553	160	16	38468	124	66	32994	97
67	45393	160	17	38344	124	67	32897	97
68	45234	159	18	38221	123	68	32801	96
69	45076	158	19	38098	123	69	32705	96
1,70	0,44918	0,00158	2,20	0,37976	0,00122	2,70	0,32609	0,00096
71	44761	157	21	37855	121	71	32514	95
72	44605	156	22	37734	121	72	32420	94
73	44450	155	23	37614	120	73	32327	93
74	44295	155	24	37494	120	74	32234	93
75	44141	154	25	37375	119	75	32142	92
76	43988	153	26	37257	118	76	32051	91
77	43833	153	27	37139	118	77	31960	91
78	43683	152	28	37022	117	78	31869	91
79	43532	151	29	36905	117	79	31779	90
1,80	0,43382	0,00150	2,30	0,36789	0,00116	2,80	0,31689	0,00090
81	43233	149	31	36673	116	81	31600	89
82	43085	148	32	36558	115	82	31511	89
83	42938	147	33	36444	114	83	31423	88
84	42791	147	34	36331	113	84	31335	88
85	42645	146	35	36218	113	85	31248	87
86	42500	145	36	36106	112	86	31161	87
87	42355	145	37	35994	112	87	31074	87
88	42211	144	38	35883	111	88	30987	87
89	42067	144	39	35772	111	89	30901	86
1,90	0,41924	0,00143	2,40	0,35662	0,00110	2,90	0,30816	0,00085
91	41782	142	41	35552	110	91	30731	85
92	41641	141	42	35442	110	92	30646	85
93	41501	140	43	35333	109	93	30562	84
94	41362	139	44	35225	108	94	30478	84
95	41223	139	45	35118	107	95	30395	83
96	41085	138	46	35011	107	96	30312	83
97	40948	137	47	34905	106	97	30229	83
98	40811	137	48	34800	105	98	30147	82
99	40675	136	49	34695	105	99	30066	81
2,00	0,40540	0,00135	2,50	0,34591	0,00104	3,00	0,29985	0,00081

Приложение 2

ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К НОМОГРАММАМ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ВЛИЯНИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПЛАСТОВ ПО СЕРИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РАЗРЕЗОВ

$\delta g_0 \; (y = 0)$, $x = \pm 1$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	5,5	0,30	328,4	0,78	566,7	1,38	827,8	2,10	1167,7	2,82	1597,3
0,0005	13,0	0,32	340,1	0,80	575,3	1,41	841,0	2,13	1183,3	2,85	1618,4
0,001	18,2	0,34	351,5	0,82	584,0	1,44	854,3	2,16	1199,0	2,88	1639,8
0,005	40,8	0,36	363,2	0,84	593,7	1,47	867,6	2,19	1215,0	2,91	1661,5
0,01	57,8	0,38	373,6	0,86	602,3	1,50	881,0	2,22	1231,1	2,94	1683,6
0,02	81,8	0,40	384,8	0,88	611,0	1,53	894,8	2,25	1247,3	2,97	1706,2
0,03	100,2	0,42	395,9	0,90	619,5	1,56	908,1	2,28	1263,1	3,00	1728,9
0,04	116,0	0,44	406,3	0,92	628,2	1,59	922,0	2,31	1280,4	3,03	1752,1
0,05	129,8	0,46	415,6	0,94	637,0	1,62	935,6	2,34	1297,0	3,06	1775,7
0,06	142,4	0,48	425,7	0,96	645,2	1,65	949,3	2,37	1314,2	3,09	1799,7
0,07	154,0	0,50	435,7	0,98	654,1	1,68	962,9	2,40	1331,5	3,12	1824,1
0,08	164,8	0,52	446,4	1,00	662,7	1,71	976,8	2,43	1348,9	3,15	1849,0
0,09	175,1	0,54	455,8	1,02	671,4	1,74	991,1	2,46	1366,5	3,18	1874,3
0,10	184,8	0,56	465,4	1,05	684,4	1,77	1004,8	2,49	1384,4	3,21	1900,0
0,11	194,1	0,58	474,8	1,08	697,4	1,80	1019,1	2,52	1402,4	3,24	1926,6
0,12	202,9	0,60	483,9	1,11	710,4	1,83	1033,4	2,55	1420,7	3,27	1953,0
0,14	219,7	0,62	494,1	1,14	723,3	1,86	1047,7	2,58	1439,3	3,30	1980,3
0,16	235,5	0,64	503,2	1,17	736,3	1,89	1062,3	2,61	1458,3	3,33	2008,2
0,18	250,4	0,66	512,4	1,20	749,3	1,92	1077,0	2,64	1477,2		
0,20	264,7	0,68	522,8	1,23	762,3	1,95	1091,8	2,67	1496,5		
0,22	278,3	0,70	530,7	1,26	775,4	1,98	1106,7	2,70	1516,1		
0,24	291,5	0,72	539,8	1,29	788,4	2,01	1121,7	2,73	1536,2		
0,26	304,2	0,74	549,0	1,32	801,5	2,04	1136,9	2,76	1556,1		
0,28	316,5	0,76	557,3	1,35	814,6	2,07	1152,2	2,79	1576,6		

$x = \pm 2$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	19,2	0,08	565,0	0,19	908,0	0,30	1193,3	0,41	1463,6	0,52	1736,1
0,0005	43,4	0,09	601,5	0,20	935,3	0,31	1218,2	0,42	1488,3	0,53	1761,2
0,001	61,3	0,10	636,4	0,21	962,2	0,32	1243,0	0,43	1512,6	0,54	1786,6
0,005	137,4	0,11	669,6	0,22	988,8	0,33	1267,7	0,44	1537,2	0,55	1812,2
0,01	194,8	0,12	702,4	0,23	1015,1	0,34	1292,3	0,45	1562,0	0,56	1837,7
0,02	276,4	0,13	733,9	0,24	1041,2	0,35	1316,8	0,46	1586,5	0,57	1863,3
0,03	339,7	0,14	764,5	0,25	1067,0	0,36	1341,2	0,47	1611,2	0,58	1889,4
0,04	393,7	0,15	794,4	0,26	1092,6	0,37	1366,0	0,48	1636,1	0,59	1915,2
0,05	441,8	0,16	823,6	0,27	1118,0	0,38	1390,3	0,49	1661,0	0,60	1941,6
0,06	485,7	0,17	852,2	0,28	1143,2	0,39	1414,9	0,50	1685,8	0,61	1968,0
0,07	526,6	0,18	880,3	0,29	1168,3	0,40	1439,1	0,51	1710,8	0,62	1994,4

Продолжение прилож. 2

$x = \pm 3$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	42,3	0,04	609,6	0,11	1038,3	0,18	1366,7	0,25	1659,2	0,32	1937,5
0,0005	73,4	0,05	684,1	0,12	1088,6	0,19	1410,0	0,26	1699,7	0,33	1976,1
0,001	99,5	0,06	752,1	0,13	1138,4	0,20	1452,6	0,27	1739,5	0,34	2015,6
0,005	214,5	0,07	815,5	0,14	1185,7	0,21	1494,6	0,28	1779,6	—	—
0,01	302,5	0,08	875,2	0,15	1232,1	0,22	1536,6	0,29	1819,1	—	—
0,02	428,4	0,09	931,8	0,16	1277,9	0,23	1578,0	0,30	1858,5	—	—
0,03	526,2	0,10	986,1	0,17	1322,5	0,24	1618,6	0,31	1897,9	—	—

$x = \pm 4$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	46,9	0,01	479,2	0,05	1095,3	0,09	1503,0	0,13	1849,3	—	—
0,0005	106,3	0,02	681,6	0,06	1206,6	0,10	1593,7	0,14	1930,5	—	—
0,001	150,7	0,03	839,1	0,07	1310,7	0,11	1681,1	0,15	2010,5	—	—
0,005	337,9	0,04	974,2	0,08	1408,9	0,12	1766,4	—	—	—	—

$x = \pm 6$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	59,2	0,02	854,3	0,07	1629,4
0,0005	133,8	0,03	1050,3	0,08	1748,7
0,001	189,5	0,04	1217,4	0,09	1862,2
0,005	424,7	0,05	1366,4	0,103	2002,5
0,01	601,8	0,06	1502,7	—	—

$x = \pm 8$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	109,5	0,005	779,0	0,03	1942,9
0,0005	245,6	0,01	1104,5	0,032	2009,5
0,001	347,3	0,02	1574,8	—	—

$x = \pm 10$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	126,5	0,005	914,9	0,024	1998,5
0,0005	288,1	0,01	1298,1	—	—
0,001	407,4	0,02	1847,4	—	—

$x = \pm 12$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	303,3	0,0043	2000,5	—	—
0,0005	679,0	—	—	—	—
0,001	961,2	—	—	—	—

δg_1 ($y = \pm 1$) $x = 0$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	5,5	0,28	316,5	0,85	597,4	1,51	885,8	2,17	1204,4	2,83	1604,5
0,0005	13,0	0,30	328,4	0,88	610,9	1,54	899,4	2,20	1220,4	2,86	1625,6
0,001	19,2	0,32	340,1	0,91	624,0	1,57	912,5	2,23	1236,8	2,89	1647,2
0,005	40,7	0,34	351,5	0,94	637,1	1,60	926,3	2,26	1252,9	2,92	1669,1
0,01	57,8	0,36	363,2	0,97	650,1	1,63	939,9	2,29	1269,4	2,95	1691,3
0,02	81,8	0,38	373,6	1,00	663,0	1,66	954,0	2,32	1286,1	2,98	1713,9
0,03	100,3	0,40	384,7	1,03	676,0	1,69	967,9	2,35	1303,0	3,01	1736,9
0,04	116,4	0,42	395,7	1,06	689,1	1,72	981,6	2,38	1320,1	3,04	1760,6
0,05	130,2	0,44	406,3	1,09	701,7	1,75	995,7	2,41	1337,3	3,07	1784,8
0,06	142,4	0,46	415,6	1,12	715,2	1,78	1009,6	2,44	1354,8	3,10	1808,4
0,07	154,1	0,49	431,6	1,15	728,2	1,81	1024,1	2,47	1372,5	3,13	1832,6
0,08	165,0	0,52	445,5	1,18	741,0	1,84	1038,6	2,50	1390,5	3,16	1857,7
0,09	275,2	0,55	461,0	1,21	754,1	1,87	1052,8	2,53	1409,5	3,19	1874,5
0,10	184,9	0,58	474,7	1,24	767,1	1,90	1067,6	2,56	1427,0	3,22	1909,1
0,12	202,9	0,61	489,4	1,27	779,9	1,93	1082,0	2,59	1445,7	3,25	1935,5
0,14	219,7	0,64	503,2	1,30	792,8	1,96	1097,1	2,62	1464,6	3,28	1962,5
0,16	235,5	0,67	517,2	1,33	806,4	1,99	1111,8	2,65	1483,7	3,31	1989,9
0,18	250,4	0,70	530,6	1,36	819,3	2,02	1126,8	2,68	1503,1	3,34	2017,9
0,20	264,7	0,73	544,2	1,39	832,4	2,05	1142,0	2,71	1522,8	—	—
0,22	278,3	0,76	557,4	1,42	845,6	2,08	1157,4	2,74	1543,4	—	—
0,24	291,5	0,79	571,0	1,45	859,0	2,11	1172,9	2,77	1563,6	—	—
0,26	304,2	0,82	584,7	1,48	872,9	2,14	1188,6	2,80	1583,6	—	—

$x = \pm 1$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	8,9	0,22	368,8	0,67	679,2	1,24	996,1	1,81	1311,6	2,38	1656,0
0,0005	16,7	0,24	386,1	0,70	696,9	1,27	1012,3	1,84	1329,2	2,41	1675,7
0,001	24,5	0,26	402,8	0,73	714,4	1,30	1028,5	1,87	1346,2	2,44	1693,7
0,005	54,5	0,28	419,0	0,76	731,6	1,33	1045,1	1,90	1362,8	2,47	1715,6
0,01	76,8	0,30	437,7	0,79	748,8	1,36	1061,4	1,93	1379,0	2,50	1733,5
0,02	108,7	0,32	450,0	0,82	765,8	1,39	1077,5	1,96	1398,2	2,53	1755,3
0,03	133,4	0,34	465,5	0,85	782,7	1,42	1093,6	1,99	1414,0	2,56	1776,1
0,04	154,1	0,36	479,5	0,88	799,5	1,45	1110,1	2,02	1432,8	2,59	1795,8
0,05	172,5	0,38	493,9	0,91	816,2	1,48	1128,3	2,05	1451,6	2,62	1817,9
0,06	189,2	0,40	507,9	0,94	832,8	1,51	1145,8	2,08	1467,8	2,65	1838,6
0,07	204,6	0,42	521,7	0,97	849,3	1,54	1161,4	2,11	1488,0	2,68	1859,5
0,08	218,9	0,44	535,2	1,00	865,8	1,57	1175,7	2,14	1506,4	2,71	1881,5
0,09	232,4	0,46	548,6	1,03	882,2	1,60	1193,1	2,17	1522,8	2,74	1901,6
0,10	245,3	0,49	568,2	1,06	898,6	1,63	1210,3	2,20	1543,1	2,77	1925,5
0,12	269,3	0,52	587,4	1,09	914,9	1,66	1227,8	2,23	1561,3	2,80	1946,0
0,14	291,6	0,55	606,4	1,12	931,2	1,69	1245,6	2,26	1578,7	2,83	1969,5
0,16	312,4	0,58	625,1	1,15	947,4	1,72	1262,0	2,29	1597,8	2,86	1992,2
0,18	331,1	0,61	643,3	1,18	963,7	1,75	1278,1	2,32	1617,5	2,89	2015,3
0,20	350,8	0,64	661,4	1,21	980,9	1,78	1293,3	2,35	1637,4	—	—

$x = \pm 2$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	18,2	0,05	410,6	0,16	755,7	0,32	1116,2	0,49	1451,8	0,73	1913,4
0,0005	40,6	0,06	451,0	0,18	805,8	0,34	1157,1	0,52	1509,0	0,76	1972,4
0.001	57.4	0,07	483,4	0,20	853,9	0,36	1197,4	0,55	1566,3	0,79	2032,0
0,005	128.4	0,08	523,4	0,22	900,4	0,38	1237,4	0,58	1623,7	—	—
0,01	181,8	0,09	556,6	0,24	945,5	0,40	1280,8	0,61	1681,1	—	—
0,02	257,8	0,10	588,1	0,26	989,5	0,42	1316,0	0,64	1740,1	—	—
0,03	316,5	0,12	647,6	0,28	1032,6	0,44	1355,0	0,67	1796,6	—	—
0,04	366,3	0,14	703,2	0,30	1074,8	0,46	1397,3	0,70	1854,8	—	—

$x = \pm 10$ | $x = \pm 12$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	102,7	0,005	726,5	0,03	1804,2	0,0001	240,8	0,005	1717,6	—	—
0,0005	230,0	0,01	1036,3	0,037	2000,0	0,0005	539,4	0,007	1993,5	—	—
0,001	323,2	0,02	1468,3	—	—	0,001	763,5	—	—	—	—

$\delta g_2 \, (y = \pm 2) \;\; x = 0$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	19,4	0,08	565,0	0,19	908,0	0,30	1193,3	0,41	1463,6	0,52	1736,1
0,0005	43,4	0,09	601,5	0,20	935,2	0,31	1218,2	0,42	1488,3	0,53	1761,2
0,001	61,4	0,10	636,4	0,21	962,2	0,32	1243,0	0,43	1512,6	0,54	1786,6
0,005	137,5	0,11	669,9	0,22	988,8	0,33	1267,7	0,44	1537,2	0,55	1812,2
0,01	194,8	0,12	702,4	0,23	1015,1	0,34	1292,3	0,45	1562,0	0,56	1837,7
0,02	275,4	0,13	733,8	0,24	1041,1	0,35	1316,8	0,46	1586,5	0,57	1863,3
0,03	339,7	0,14	764,5	0,25	1066,9	0,36	1341,3	0,47	1611,2	0,58	1889,4
0,04	393,7	0,15	794,3	0,26	1092,5	0,37	1366,0	0,48	1636,2	0,59	1915,5
0,05	441,7	0,16	823,6	0,27	1118,0	0,38	1390,3	0,49	1661,0	0,60	1941,6
0,06	485,6	0,17	852,2	0,28	1143,2	0,39	1414,9	0,50	1685,8	0,61	1968,0
0,07	526,5	0,18	880,3	0,29	1168,3	0,40	1439,1	0,51	1710,8	0,62	1994,5

$x = \pm 1$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	18,2	0,11	618,5	0,25	967,7	0,39	1257,0	0,53	1528,1	0,67	1796,6
0,0005	40,5	0,12	647,7	0,26	989,5	0,40	1276,7	0,54	1547,2	0,68	1815,8
0,001	57,5	0,13	675,9	0,27	1011,2	0,41	1296,5	0,55	1566,2	0,69	1835,2
0,005	128,4	0,14	703,6	0,28	1032,6	0,42	1316,0	0,56	1585,6	0,70	1854,7
0,01	181,8	0,15	729,8	0,29	1053,8	0,43	1335,7	0,57	1604,7	0,71	1874,3
0,02	257,8	0,16	755,7	0,30	1074,8	0,44	1355,0	0,58	1623,6	0,72	1893,7
0,03	316,5	0,17	781,0	0,31	1095,6	0,45	1374,4	0,59	1642,9	0,73	1913,1
0,04	366,3	0,18	805,8	0,32	1116,2	0,46	1394,0	0,60	1661,9	0,74	1932,9
0,05	410,6	0,19	830,0	0,33	1136,7	0,47	1413,2	0,61	1681,1	0,75	1952,4
0,06	451,0	0,20	853,9	0,34	1157,2	0,48	1432,1	0,62	1700,3	0,76	1972,3
0,07	488,4	0,21	877,4	0,35	1177,3	0,49	1451,9	0,63	1719,6	0,77	1992,0
0,08	523,4	0,22	900,4	0,36	1197,5	0,50	1470,7	0,64	1738,7	—	—
0,09	556,6	0,23	923,1	0,37	1217,4	0,51	1490,0	0,65	1757,8	—	—
0,10	588,2	0,24	945,6	0,38	1237,3	0,52	1509,0	0,66	1777,1	—	—

$x = \pm 2$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	30,6	0,03	538,5	0,09	958,8	0,15	1274,0	0,21	1553,7	0,27	1818,0
0,0005	68,6	0,04	625,2	0,10	1015,4	0,16	1322,1	0,22	1598,4	0,28	1861,7
0,001	97,0	0,05	701,6	0,11	1070,0	0,17	1369,7	0,23	1642,9	0,29	1905,0
0,005	217,4	0,06	772,1	0,12	1122,9	0,18	1416,7	0,24	1687,0	0,30	1948,1
0,01	308,1	0,07	837,7	0,13	1174,7	0,19	1462,9	0,25	1730,9	0,31	1991,5
0,02	437,7	0,08	899,8	0,14	1224,7	0,20	1508,6	0,26	1774,5	—	—

$x = \pm 3$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	37,2	0,02	528,5	0,07	1010,5	0,12	1352,7	0,17	1645,9	0,22	1914,9
0,0005	83,0	0,03	650,0	0,08	1085,0	0,13	1414,1	0,18	1701,1	0,23	1967,1
0,001	117,4	0,04	752,5	0,09	1158,9	0,14	1474,0	0,19	1755,4	0,24	1998,0
0,005	262,9	0,05	845,7	0,10	1224,0	0,15	1532,1	0,20	1809,2	—	—
0,01	372,1	0,06	931,1	0,11	1280,2	0,16	1589,4	0,21	1862,5	—	—

$x = \pm 4$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	52,9	0,0005	375,6	0,03	932,6	0,06	1340,9	0,09	1670,0	0,12	1961,9
0,0005	118,5	0,01	532,6	0,04	1082,7	0,07	1456,4	0,10	1770,3	0,124	1999,0
0,001	167,6	0,02	757,4	0,05	1217,4	0,08	1565,6	0,11	1867,6	—	—

$x = \pm 6$ $x = \pm 8$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	61,1	0,02	868,8	0,07	1654,7	0,0001	107,8	0,02	1547,9	—	—
0,0005	136,4	0,03	1067,7	0,08	1775,7	0,0005	241,3	0,03	1909,0	—	—
0,001	192,9	0,04	1237,3	0,09	1890,0	0,001	344,5	0,0328	1996,5	—	—
0,005	432,3	0,05	1388,5	0,10	1999,5	0,005	766,2	—	—	—	—
0,01	612,1	0,06	1526,4	—	—	0,01	1085,0	—	—	—	—

$x = \pm 10$ $x = \pm 12$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	125	0,001	395,6	0,01	1259,5	0,025	2000,7	0,0001	290,0	0,001	922,9
0,0005	279,1	0,005	887,5	0,02	1770,5	—	—	0,0005	651,4	0,00467	2015,1

$\delta g_3\ (y = \pm 3)\quad x = 0$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	29,8	0,04	608,8	0,11	1037,3	0,18	1365,6	0,25	1658,3	0,32	1936,0
0,0005	67,1	0,05	683,2	0,12	1087,6	0,19	1408,9	0,26	1698,8	0,33	1974,8
0,001	94,9	0,06	751,3	0,13	1136,7	0,20	1451,6	0,27	1738,7	0,34	2014,2
0,005	212,4	0,07	814,7	0,14	1184,5	0,21	1494,0	0,28	1778,5	—	—
0,01	300,8	0,08	874,4	0,15	1231,2	0,22	1535,6	0,29	1818,2	—	—
0,02	427,2	0,09	931,1	0,16	1276,7	0,23	1577,0	0,30	1857,7	—	—
0,03	525,2	0,10	985,3	0,17	1321,7	0,24	1617,7	0,31	1896,8	—	—

$x = \pm 1$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	25,7	0,06	638,0	0,15	1032,5	0,24	1337,5	0,33	1608,4	0,42	1862,2
0,0005	56,6	0,07	690,9	0,16	1069,1	0,25	1368,9	0,34	1637,1	0,43	1889,7
0,001	80,6	0,08	740,5	0,17	1105,0	0,26	1400,0	0,35	1665,8	0,44	1918,3
0,005	181,6	0,09	787,4	0,18	1139,7	0,27	1430,7	0,36	1694,1	0,45	1944,7
0,01	257,1	0,10	832,2	0,19	1174,3	0,28	1460,8	0,37	1722,4	0,46	1972,0
0,02	364,7	0,11	875,0	0,20	1207,9	0,29	1491,0	0,38	1750,7	0,47	2000,0
0,03	447,8	0,12	916,3	0,21	1241,4	0,30	1520,8	0,39	1778,8	—	—
0,04	518,3	0,13	956,2	0,22	1274,0	0,31	1550,5	0,40	1806,6	—	—
0,05	580,9	0,14	994,9	0,23	1306,1	0,32	1579,2	0,41	1834,4	—	—

$x = \pm 2$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	37,1	0,02	532,0	0,07	1011,4	0,12	1350,9	0,17	1642,9	0,22	1910,8
0,0005	83,1	0,03	652,7	0,08	1085,4	0,13	1412,1	0,18	1697,6	0,23	1962,6
0,001	117,5	0,04	756,3	0,09	1155,8	0,14	1471,7	0,19	1752,1	0,24	2014,2
0,005	263,0	0,05	848,5	0,10	1223,1	0,15	1529,7	0,20	1805,5	—	—
0,01	372,8	0,06	932,7	0,11	1288,0	0,16	1586,8	0,21	1858,5	—	—

$x = \pm 3$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	39,8	0,02	566,4	0,07	1079,5	0,12	1438,7	0,17	1743,6	0,22	2020,0
0,0005	89,0	0,03	696,5	0,08	1158,0	0,13	1502,7	0,18	1800,6	—	—
0,001	126,0	0,04	807,3	0,09	1232,9	0,14	1564,9	0,19	1856,6	—	—
0,005	281,1	0,05	905,9	0,10	1303,8	0,15	1625,7	0,20	1912,1	—	—
0,01	398,2	0,06	995,9	0,11	1372,6	0,16	1685,2	0,21	1966,5	—	—

$x = \pm 4$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	52,5	0,005	373,2	0,03	923,8	0,06	1323,6	0,09	1642,2	0,12	1922,0
0,0005	117,5	0,01	528,9	0,04	1071,4	0,07	1435,6	0,10	1739,0	0,13	2009,5
0,001	166,4	0,02	751,1	0,05	1202,9	0,08	1541,4	0,11	1831,9	—	—

$x = \pm 6$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	56,0	0,03	980,8	0,09	1723,6
0,0005	125,1	0,04	1134,9	0,10	1821,5
0,001	177,2	0,05	1271,6	0,11	1915,7
0,005	397,0	0,06	1396,4	0,12	2006,2
0,01	562,3	0,07	1512,3	—	—
0,02	797,8	0,08	1620,8	—	—

$x = \pm 8$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	95,5	0,03	1680,8	—	—
0,0005	214,2	0,04	1950,9	—	—
0,001	314,8	0,042	2000,8	—	—
0,005	657,5	—	—	—	—
0,01	964,0	—	—	—	—
0,02	1364,9	—	—	—	—

$x = \pm 10$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	124,7	0,005	772,6	0,03	1908,4
0,0005	250,7	0,01	1093,6	0,033	2004,0
0,001	349,3	0,02	1552,1		

$x = \pm 12$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	248,6	0,001	793,7	0,006	1961,4
0,0005	559,5	0,005	1787,7	0,0062	2001,0

$\delta g_4 \ (y = \pm 4) \ \ x = 0$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	47,7	0,01	478,0	0,05	1095,4	0,09	1502,7	0,13	1849,7	—	—
0,0005	106,6	0,02	680,9	0,06	1206,2	0,10	1593,5	0,14	1930,8	—	—
0,001	151,90	0,03	821,6	0,07	1310,7	0,11	1680,9	0,15	2010,0	—	—
0,005	336,80	0,04	974,2	0,08	1409,1	0,12	1766,5	—	—	—	—

$x = \pm 1$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	39,4	0,02	564,8	0,07	1070,3	0,12	1425,9	0,17	1728,6	0,22	2004,3
0,0005	88,0	0,03	690,2	0,08	1148,2	0,13	1489,9	0,18	1786,0	—	—
0,001	124,40	0,04	799,9	0,09	1221,1	0,14	1552,4	0,19	1842,7	—	—
0,005	281,8	0,05	897,9	0,10	1292,5	0,15	1611,3	0,20	1897,8	—	—
0,01	398,2	0,06	987,9	0,11	1360,2	0,16	1670,4	0,21	1951,2	—	—

$x = \pm 2$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	52,8	0,005	375,5	0,03	934,1	0,06	1340,1	0,09	1670,2	0,12	1962,0
0,0005	118,5	0,01	532,9	0,04	1083,0	0,07	1455,7	0,10	1769,8	0,124	1998,1
0,001	167,4	0,02	756,2	0,05	1217,5	0,08	1564,2	0,11	1866,9	—	—

$x = \pm 3$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	52,4	0,03	923,7	0,09	1641,1
0,0005	117,8	0,04	1069,5	0,10	1739,8
0,001	158,2	0,05	1200,4	0,11	1831,0
0,005	371,8	0,06	1321,0	0,12	1922,1
0,01	527,3	0,07	1434,0	0,13	2009,0
0,02	754,2	0,08	1541,0	—	—

$x = \pm 4$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	64,6	0,03	1154,7	0,085	1996,1
0,0005	146,4	0,04	1335,6	—	—
0,001	207,0	0,05	1502,8	—	—
0,005	463,9	0,06	1653,6	—	—
0,01	660,3	0,07	1795,5	—	—
0,02	934,4	0,08	1930,6	—	—

$x = \pm 6$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	64,4	0,02	919,0	0,07	1742,3
0,0005	144,0	0,03	1128,4	0,08	1869,9
0,001	203,8	0,04	1316,8	0,09	1989,9
0,005	456,8	0,05	1463,5	0,091	1997,7
0,01	648,7	0,06	1607,8	—	—

$x = \pm 8$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	107,4	0,02	1514,7	—	—
0,0005	237,4	0,03	1865,3	—	—
0,001	339,6	0,034	1990,0	—	—
0,005	753,1	—	—	—	—
0,01	1065,5	—	—	—	—

$x = \pm 10$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	118,0	0,005	834,3	0,028	1995,1
0,0005	263,3	0,01	1182,5	—	—
0,001	372,5	0,02	1680,0	—	—

$x = \pm 12$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	268,2	0,005	1911,3	—	—
0,0005	599,8	0,00546	1998,9	—	—
0,001	849,0	—	—	—	—

$\delta g_a\ (y = \pm 6)\ x = 0$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	42,2	0,01	422,1	0,05	951,9	0,09	1290,3	0,13	1559,5	0,17	1797,5
0,0005	94,3	0,02	600,0	0,06	1045,0	0,10	1360,2	0,14	1620,2	0,18	1852,6
0,001	133,7	0,03	733,7	0,07	1127,7	0,11	1427,3	0,15	1683,7	0,19	1906,7
0,005	298,3	0,04	849,4	0,08	1211,3	0,12	1497,0	0,16	1741,3	0,20	1963,8
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,21	2016,0

$x = \pm 2$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	36,4	0,03	633,9	0,09	1104,6	0,15	1438,7	0,21	1713,7	0,27	1959,7
0,0005	81,4	0,04	731,5	0,10	1164,7	0,16	1487,2	0,22	1761,7	0,28	2003,5
0,001	115,4	0,05	826,7	0,11	1222,2	0,17	1534,6	0,23	1798,3	—	—
0,005	257,9	0,06	903,5	0,12	1284,2	0,18	1586,5	0,24	1839,6	—	—
0,01	365,0	0,07	974,7	0,13	1337,4	0,19	1631,6	0,25	1885,2	—	—
0,02	516,9	0,08	1041,5	0,14	1388,8	0,20	1670,3	0,26	1920,2	—	—

$x = \pm 4$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	51,3	0,01	514,3	0,04	1038,5	0,07	1381,4	0,10	1662,7	0,13	1910,0
0,0005	115,0	0,02	737,7	0,05	1167,0	0,08	1483,4	0,11	1742,4	0,14	1982,0
0,001	162,7	0,03	891,5	0,06	1283,8	0,09	1570,4	0,12	1827,7	0,1424	2000,1
0,005	363,3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

$x = \pm 6$ | $x = \pm 8$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	58,8	0,03	1021,1	0,09	1791,5	0,0001	83,7	0,02	1212,9	—	—
0,0005	131,2	0,04	1182,0	0,10	1893,6	0,0005	187,1	0,03	1469,5	—	—
0,001	185,3	0,05	1328,2	0,11	1982,5	0,001	266,5	0,04	1700,9	—	—
0,005	415,0	0,06	1454,0	0,1113	2000,5	0,005	595,7	0,05	1904,4	—	—
0,01	587,1	0,07	1573,6	—	—	0,01	843,8	0,0548	1998,9	—	—
0,02	831,1	0,08	1685,7	—	—	—	—	—	—	—	—

$x = \pm 10$ | $x = \pm 12$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	91,1	0,005	645,3	0,03	1589,7	0,0001	197,6	0,005	1416,7	—	—
0,0005	204,3	0,01	911,8	0,04	1838,1	0,0005	446,0	0,01	2015,0	—	—
0,001	288,3	0,02	1297,9	0,0460	1980,0	0,001	630,1	—	—	—	

δg_8 $(y = \pm 8)$

$x = 0$ | $x = \pm 2$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	77,3	0,01	775,9	0,05	1760,1	0,0001	64,5	0,01	646,0	0,06	1618,9
0,0005	173,2	0,02	1101,4	0,06	1935,2	0,0005	144,2	0,02	917,2	0,07	1736,0
0,001	244,9	0,03	1353,5	0,0640	2001,5	0,001	204,0	0,03	1125,9	0,08	1872,0
0,005	547,7	0,04	1568,8	—	—	0,005	456,0	0,04	1303,1	0,09	1977,8
—	—	—	—	—	—	—	—	0,05	1460,3	0,0920	2000,5

$x = \pm 4$ | $x = \pm 6$

dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	84,3	0,01	849,1	0,05	1925,1	0,0001	89,5	0,01	896,7	0,0490	2009,5
0,0005	188,7	0,02	1205,0	0,0540	2003,5	0,0005	200,0	0,02	1272,4	—	—
0,001	265,5	0,03	1480,9	—	—	0,001	272,2	0,03	1563,0	—	—
0,005	599,4	0,04	1715,8	—	—	0,005	633,2	0,04	1810,5	—	—

$x = \pm 8$				$x = \pm 10$				$x = \pm 12$			
dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	120,0	0,01	1209,1	0,0001	124,7	0,01	1253,8	0,0001	264,6	0,0056	1992,7
0,0005	268,3	0,02	1719,9	0,0005	279,3	0,02	1777,3	0,0005	591,6	—	—
0,001	380,8	0,0270	2001,5	0,001	395,0	0,0250	1993,0	0,001	838,4	—	—
0,005	852,6	—	—	0,005	884,9	—	—	0,005	1884,4	—	—

δg_{10} ($y = \pm 10$)

$x = 0$						$x = \pm 2$					
dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	90,9	0,01	911,6	0,0470	2000,0	0,0001	74,5	0,01	754,3	0,05	1687,6
0,0005	203,2	0,02	1293,4	—	—	0,0005	166,4	0,02	1061,6	0,06	1852,0
0,001	286,4	0,03	1589,3	—	—	0,001	235,9	0,03	1302,3	0,07	2004,5
0,005	634,4	0,04	1840,9	—	—	0,005	534,2	0,04	1506,0	—	—

$x = \pm 4$						$x = \pm 6$					
dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	81,0	0,005	664,8	0,03	1643,0	0,0001	94,4	0,005	669,3	0,03	1652,3
0,0005	210,0	0,01	944,0	0,04	1901,8	0,0005	211,2	0,01	948,7	0,04	1912,8
0,001	297,2	0,02	1334,8	0,0440	2000,2	0,001	299,7	0,02	1345,4	0,0436	1999,0

$x = \pm 8$				$x = \pm 10$				$x = \pm 12$			
dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	121,8	0,01	1223,5	0,0001	121,8	0,01	1223,5	0,0001	258,3	0,005	1784,9
0,0005	272,0	0,02	1736,1	0,0005	272,0	0,02	1736,1	0,0005	561,2	0,0063	2006,2
0,001	384,7	0,0264	1999,0	0,001	384,7	0,0265	1999,0	0,001	795,0	—	—
0,005	863,1	—	—	0,005	863,1	—	—	—	—	—	—

δg_{12} ($y = \pm 12$)

$x = \pm 0$		$x = \pm 2$		$x = \pm 4$		$x = \pm 6$		$x = \pm 8$		$x = \pm 10$	
dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м	dg, мгл	z, м
0,0001	213,9	0,0001	173,8	0,0001	214,1	0,0001	208,7	0,0001	260,2	0,0001	252,8
0,0005	477,5	0,0005	388,2	0,0005	478,0	0,0005	471,3	0,0005	582,3	0,0005	565,2
0,001	676,7	0,001	549,7	0,001	677,9	0,001	660,7	0,001	824,2	0,001	801,0
0,005	1524,7	0,005	1235,6	0,005	1522,3	0,005	1483,2	0,005	1853,3	0,005	1800,1
0,0084	1980,5	0,01	1759,8	0,0085	1992,4	0,0091	2011,1	0,0059	2018,3	0,0064	2039,3
—	—	0,0132	2025,3	—	—	—	—	—	—	—	—

$x = \pm 12$

dg, мгл	z, м
0,0001	507,7
0,0005	1138.0
0,001	1610,2
0,0015	2013,5

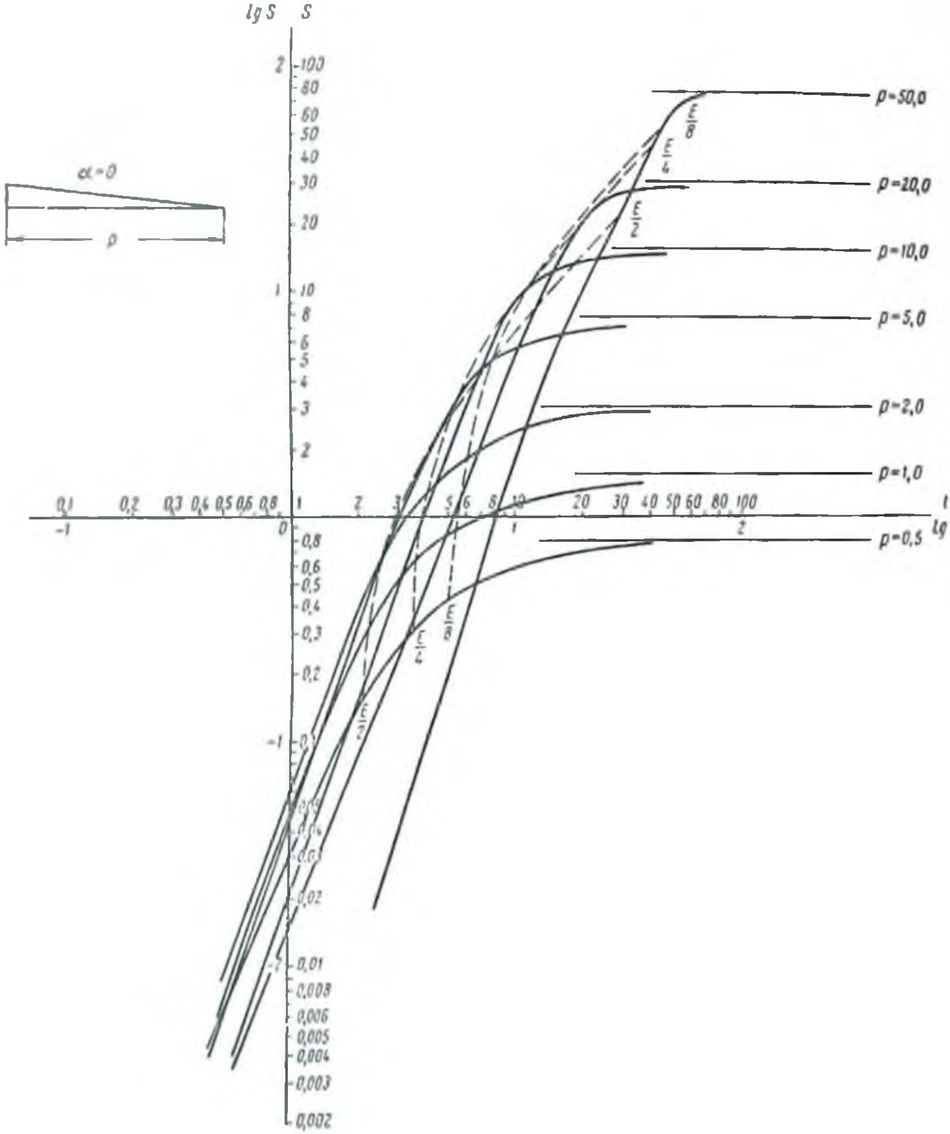
Значения поправок за массы, бесконечно удаленные по оси x

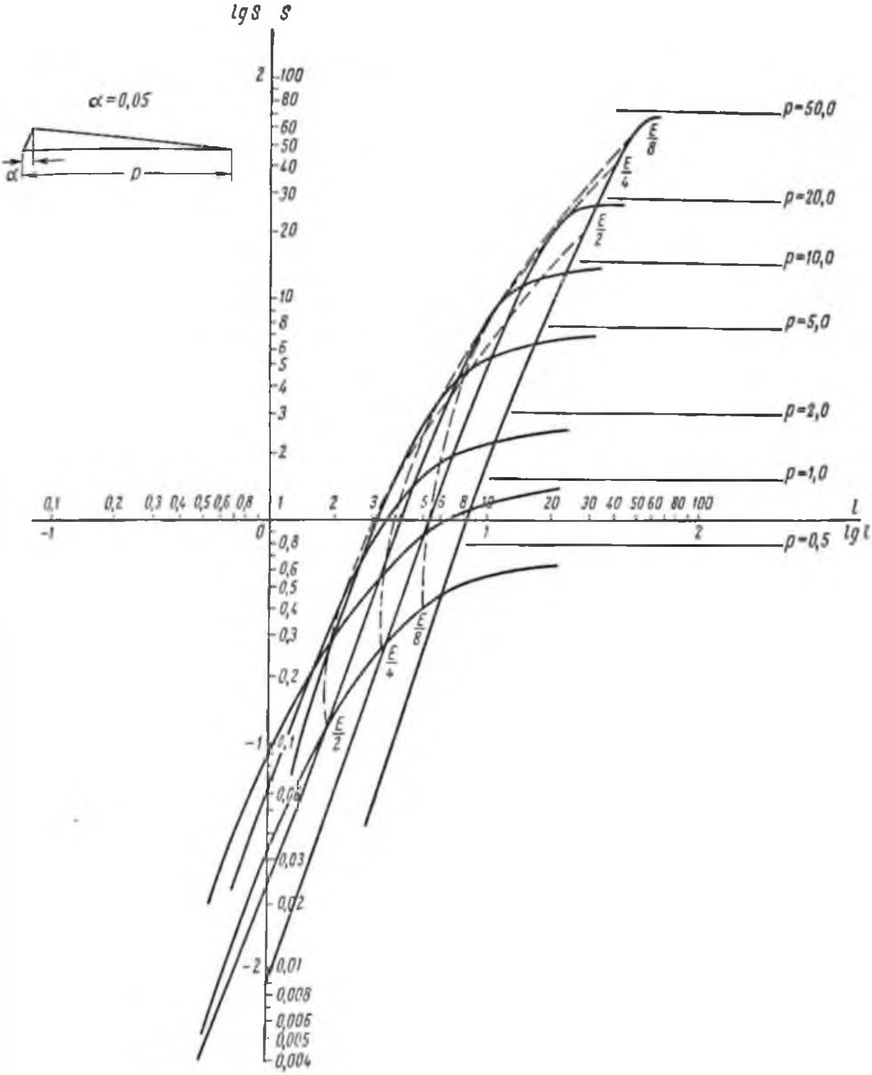
$\delta g_{x\infty}$

z (км)	$y=0$	$y=\pm 1$	$y=\pm 2$	$y=\pm 3$	$y=\pm 4$	$y=\pm 6$	$y=\pm 8$	$y=\pm 10$	$y=\pm 12$
0,2	0,0003	0,0004	0,0003	0,0006	0,0004	0,0007	0.0005	0,0007	0,0002
0,4	0,0014	0,0022	0,0015	0.0022	0,0020	0,0038	0,0024	0,0030	0,0008
0,6	0,0031	0,0049	0,0034	0,0048	0,0046	0,0084	0,0053	0,0066	0,0018
0,8	0,0055	0,0088	0,0062	0,0085	0,0081	0,0148	0,0094	0.0118	0,0032
1.0	0,0087	0,0138	0,0096	0,0133	0,0126	0,0234	0,0147	0.0186	0,0050
1,2	0,0124	0,0198	0,0138	0,0190	0,0183	0,0338	0,0212	0,0267	0,0073
1,4	0,0169	0,0269	0,0188	0,0259	0,0248	0,0457	0,0289	0,0363	0,0100
1,6	0,0221	0,0352	0,0245	0,0338	0,0325	0,0597	0,0377	0.0474	0,0130
1,8	0,0279	0,0444	0,0309	0,0430	0,0409	0,0755	0,0489	0,0597	0,0164
2,0	0,0344	0,0548	0,0382	0,0526	0,0504	0,0930	0,0589	0,0738	0,0202

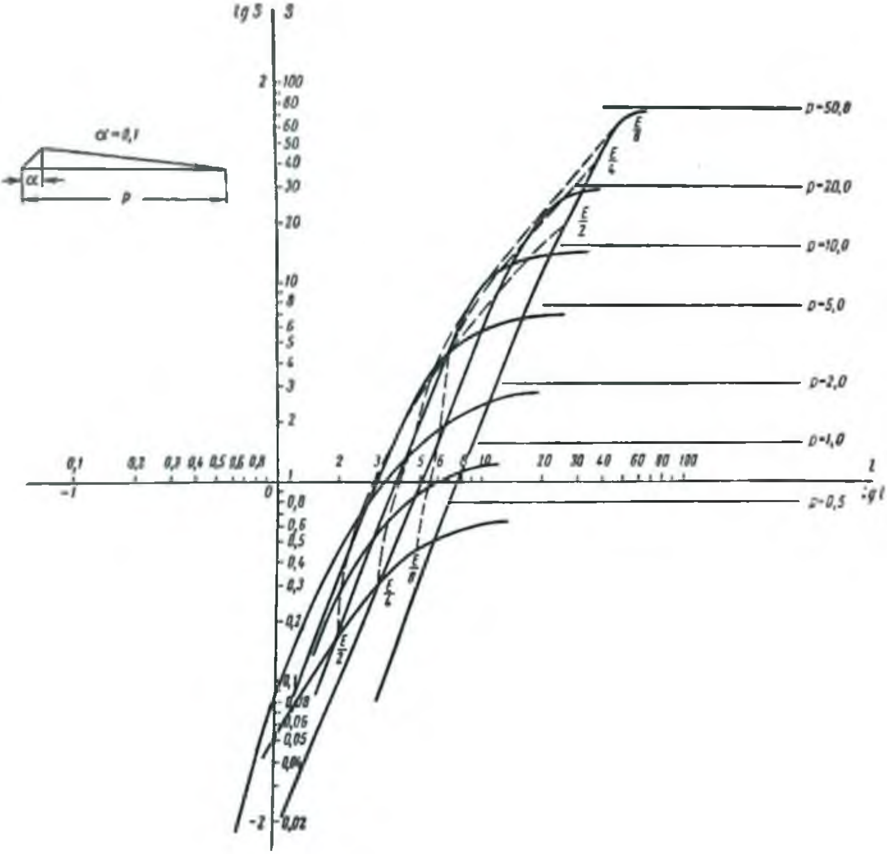
Приложение 3

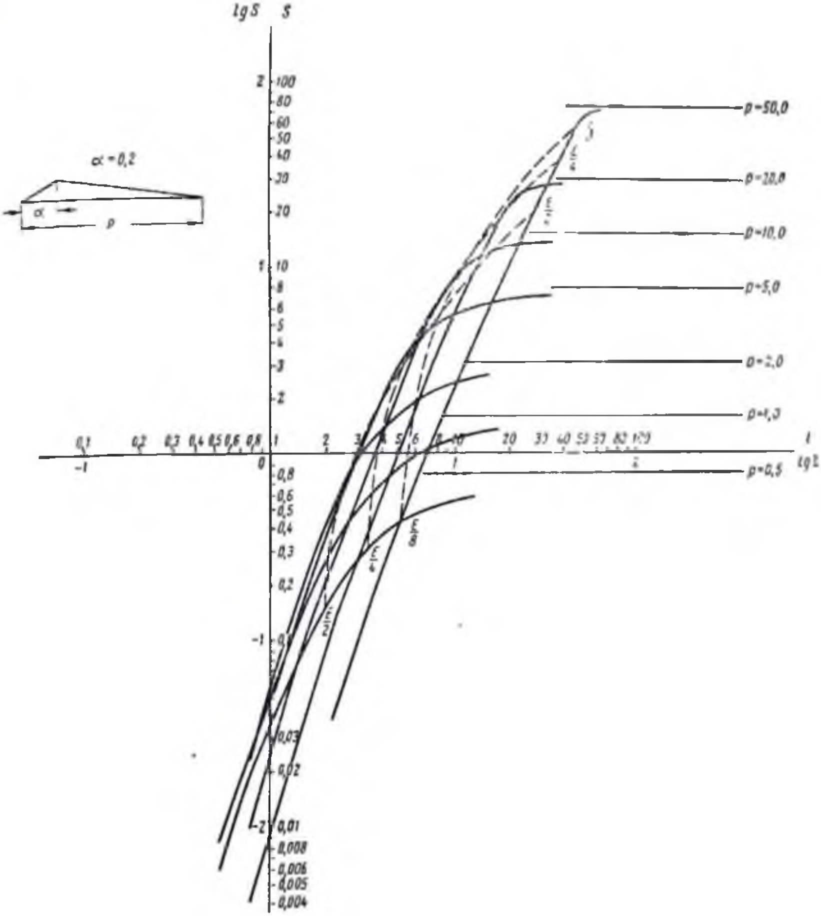
Логарифмические номограммы для количественной интерпретации остаточных гравитационных аномалий методом хорд (горизонтальная пластина с переменной поверхностной плотностью — номограммы 1—6 и с постоянной поверхностной плотностью — номограммы 7—8).

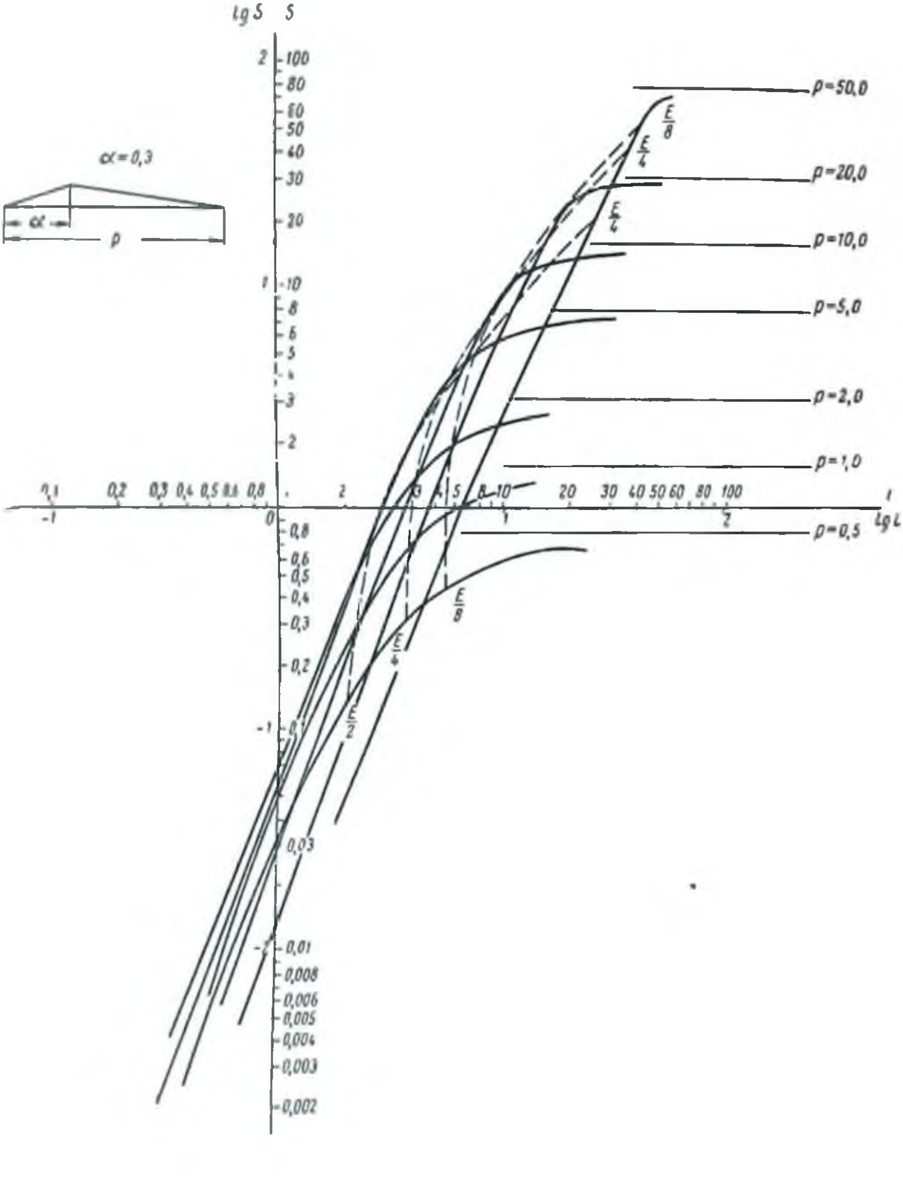




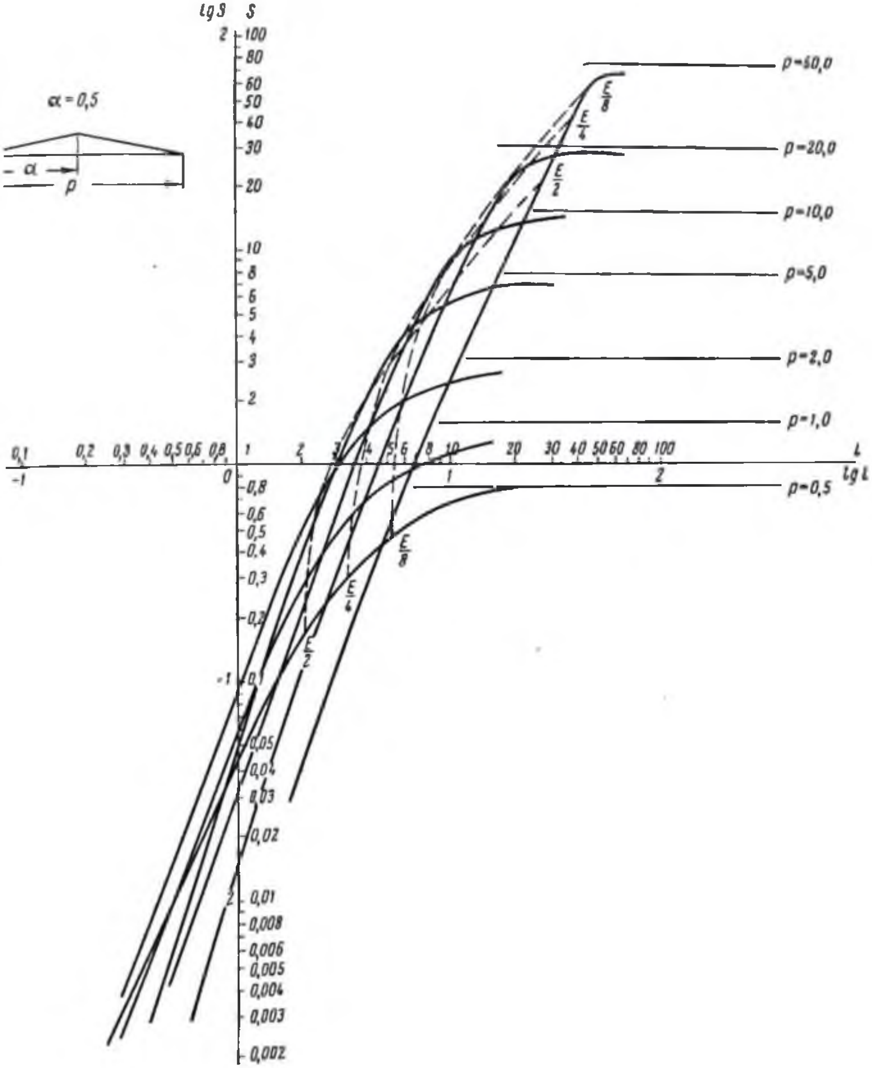
lg S
S
α = 0,05
α
D
p = 50,0
p = 20,0
p = 10,0
p = 5,0
p = 2,0
p = 1,0
p = 0,5
E/8
E/4
E/2
t
lg t

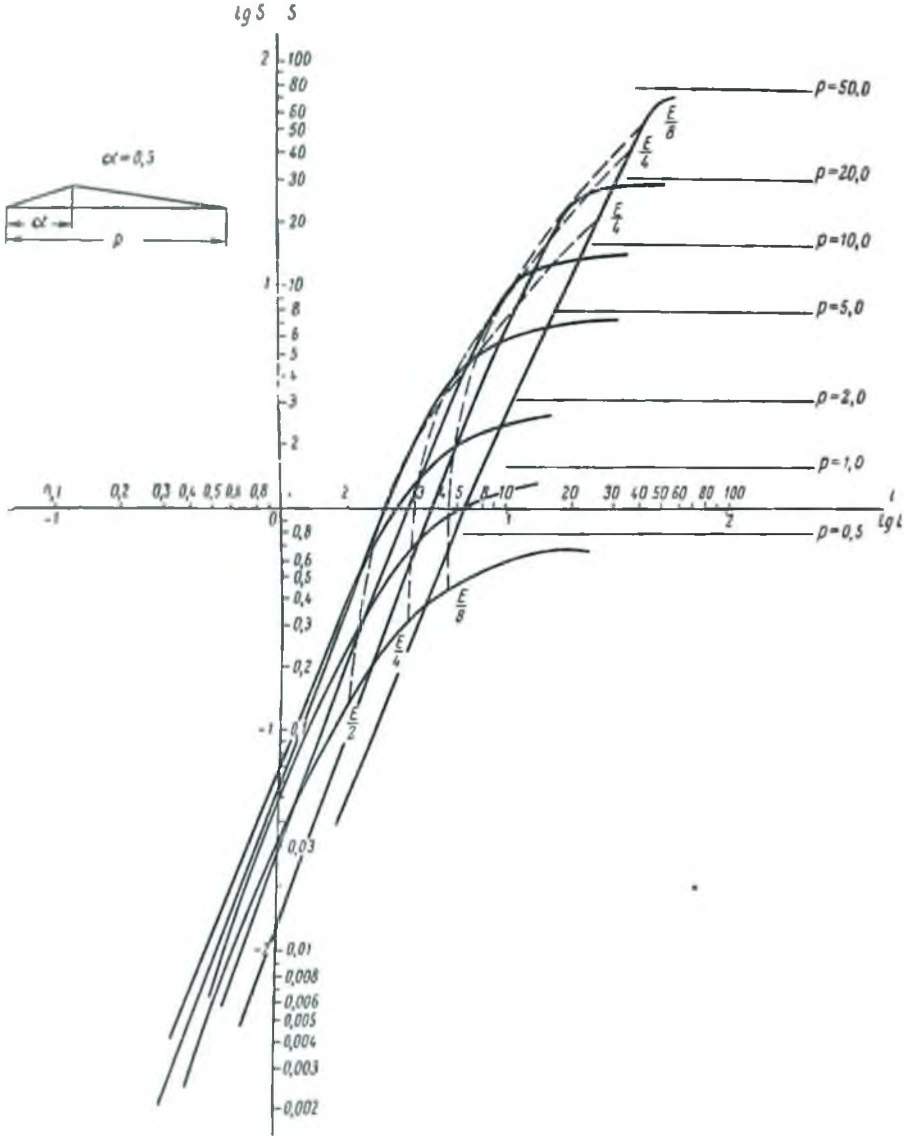

lg S
S
α=0,1
α
p
p=50,0
p=20,0
p=10,0
p=5,0
p=2,0
p=1,0
p=0,5
l
lg l
E/8
E/4
E/2


lg S
S
α = 0,2
α
p
p = 50,0
p = 20,0
p = 10,0
p = 5,0
p = 2,0
p = 1,0
p = 0,5
lg z
z

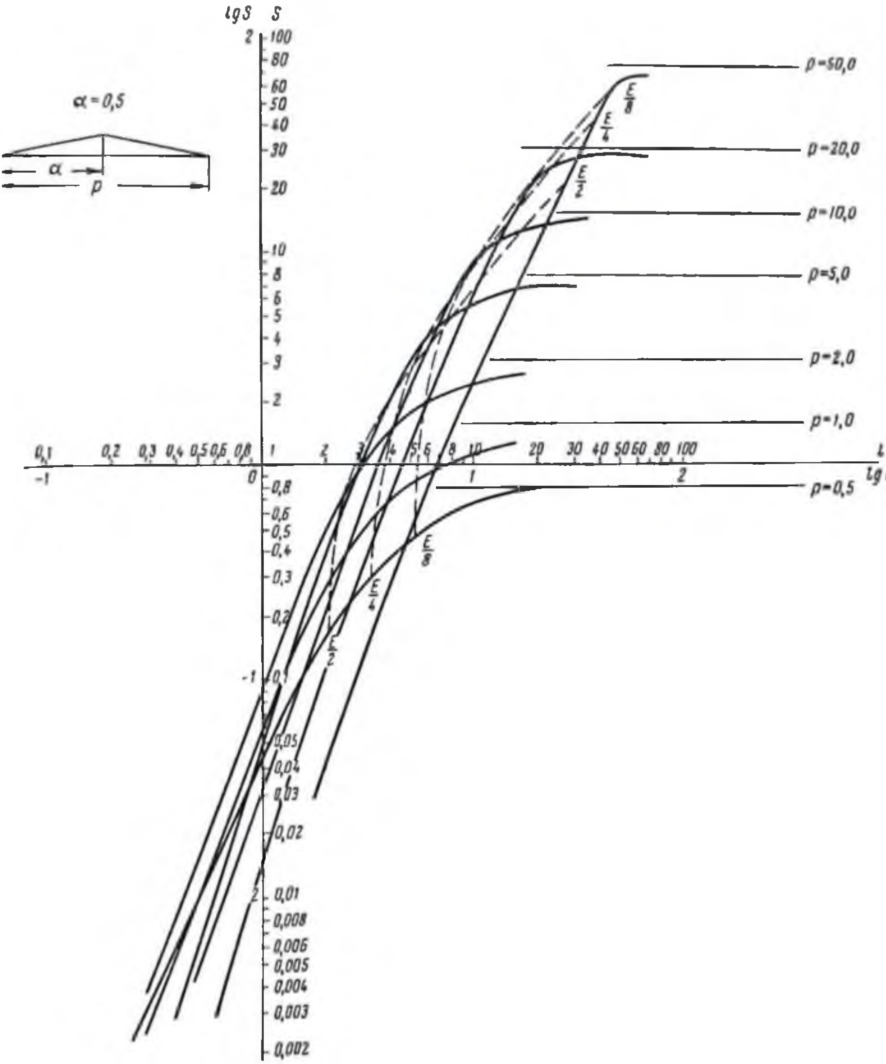


lg S
S
α = 0,3
α
p
p = 50,0
p = 20,0
p = 10,0
p = 5,0
p = 2,0
p = 1,0
p = 0,5
E/8
E/4
E/2
lg L
L

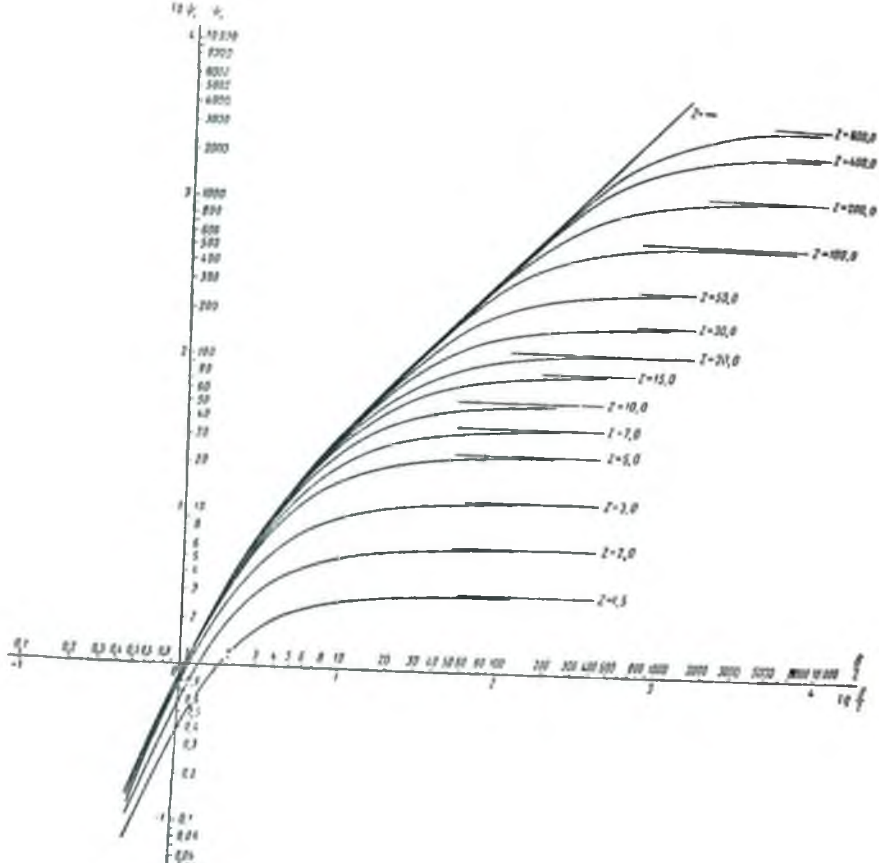

α = 0,5
α
p
lg S
S
p = 50,0
p = 20,0
p = 10,0
p = 5,0
p = 2,0
p = 1,0
p = 0,5
E/8
E/4
E/2
L
lg L

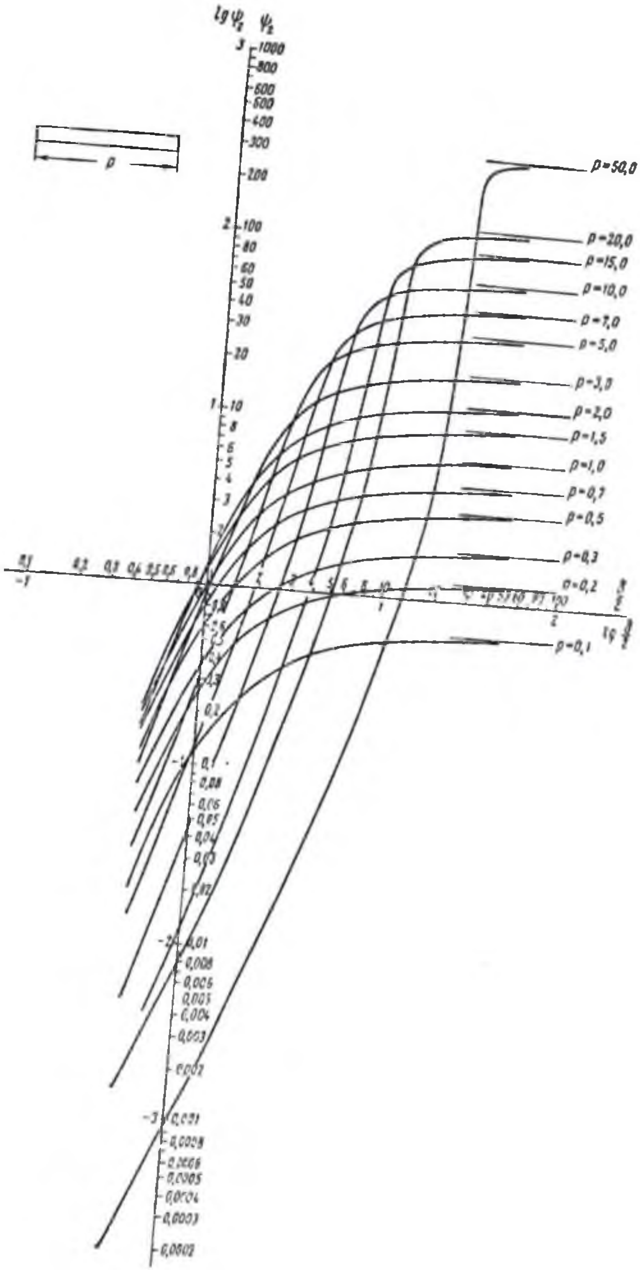


lg S
S
$\alpha = 0,5$
α
p
p=50,0
p=20,0
p=10,0
p=5,0
p=2,0
p=1,0
p=0,5
$\frac{E}{8}$
$\frac{E}{4}$
$\frac{E}{2}$
lg t
t



lg S
S
α = 0,5
α
p
p = 50,0
p = 20,0
p = 10,0
p = 5,0
p = 2,0
p = 1,0
p = 0,5
E/8
E/4
E/2
L
lg L


Z=∞
Z=800,0
Z=400,0
Z=200,0
Z=100,0
Z=50,0
Z=30,0
Z=20,0
Z=15,0
Z=10,0
Z=7,0
Z=5,0
Z=3,0
Z=2,0
Z=1,5



lg ψz
ψz
1000
800
600
500
400
300
200
100
80
60
50
40
30
20
10
8
6
5
4
3
0,1
0,08
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0,008
0,006
0,005
0,004
0,003
0,002
0,0003
0,0002
p
p=50,0
p=20,0
p=15,0
p=10,0
p=7,0
p=5,0
p=3,0
p=2,0
p=1,5
p=1,0
p=0,7
p=0,5
p=0,3
p=0,2
p=0,1

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Введение 3

Глава I. Методы решения прямой задачи гравиметрической разведки

§ 1. Таблицы прямых гравитационных эффектов для вычисления аномалий силы тяжести от объемных тел произвольной формы и размеров при помощи квадратной палетки 5

§ 2. Номограммы для вычисления гравитационного влияния геологических пластов по серии параллельных разрезов 20

§ 3. Методика расчета гравитационного влияния пологозалегающих масс способом конденсации 36

Глава II. Методика и техника высокоточных гравиметрических работ

§ 1. Аппаратура и методика полевых работ 46

§ 2. Первичная обработка и оценка точности полевых материалов . . . 53

§ 3. Обработка (редукции) приращении силы тяжести при высокоточных гравиразведочных работах 55

Глава III. Методы интерпретации результатов высокоточной гравиметровой съемки

§ 1. Локализация полезных составляющих суммарного аномального поля 119

§ 2. Количественная интерпретация остаточных аномалий методом хорд 147

Глава IV. Применение высокоточной гравиметровой съемки при поисках и разведке месторождений нефти и газа в платформенной части Волго-Уральской области

§ 1. Геологические и геофизические предпосылки высокоточных гравиметрических работ в Волго-Уральской нефтеносной провинции . . . 157

§ 2. Расчеты гравитационной аномалии над типичным месторождением нефти и газа Волго-Уральской области 162

§ 3. Геологические результаты высокоточных гравиметрических исследований на некоторых площадях Волго-Уральской провинции . . 173

Литература 209

Приложение 1. Таблица прямых гравитационных эффектов для расчета аномалий Δg от трехмерных тел произвольной формы и размеров . . 212

Приложение 2. Цифровые данные к номограммам для вычисления гравитационного влияния геологических пластов по серии параллельных разрезов $\delta g_a (y=0)$, $x=\pm 1$ 220

Приложение 3. Логарифмические номограммы для количественной интерпретации остаточных гравитационных аномалий методом хорд . . . 232

НАУКА • 1987