

Ю. Б. Давыдов

**ТЕОРИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН**

(Теория, методика, интерпретация)

Научная монография

Екатеринбург – 2015

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уральский государственный горный университет»



Ю. Б. Давыдов

ТЕОРИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

(Теория, методика, интерпретация)

Научная монография

Екатеринбург – 2015

УДК 550.83
Д 13

Рецензенты: *Уткин В. И.* – член-корреспондент РАН, профессор Института геофизики РАН, доктор технических наук;
Талалай А. Г. – генеральный директор группы компаний «Недра», профессор, доктор геолого-минералогических наук.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

Давыдов Ю. Б.

Д 13

ТЕОРИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН (Теория, методика, интерпретация): научная монография / Ю. Б. Давыдов; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2015. – 632 с.

Монография состоит из 8 глав. Первые две главы вводные. Они посвящены математическому формализму и петрофизическим основам теории методов ГИС. Остальные главы посвящены отдельным методам ГИС.

Настоящая монография предназначена для аспирантов специальности 25.00.10 – «Геофизика, геофизические методы поисков полезных ископаемых» и научных работников, инженеров геофизиков и геологов, работающих в области ГИС, а также студентов.

УДК 550.83

© Уральский государственный
горный университет, 2015
© Давыдов Ю. Б., 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящей книге изложены некоторые вопросы теории методов геофизических исследований скважин (ГИС).

Теоретические исследования, изложенные в справочниках геофизика, разобраны и относятся к отдельным методам разведочной геофизики, например к электроразведке, сейсморазведке, радиометрии и т. д. В настоящее время все методы полевой геофизики имеют свои аналоги в скважинном варианте.

Основные положения теории физических полей, измеряемых в скважинах, остаются теми же, что и в разведочной геофизике. Это существенно упрощает работу над книгой по теории методов ГИС. При изложении материала следует лишь учесть условия измерений в скважинах в геометрии 4л.

При составлении книги использованы материалы профессоров УГГУ А. К. Козырина, И. Г. Сквородникова, А. А. Редозубова, Г. С. Возженикова; Института геофизики УрО РАН – Ю. П. Булашевича, Г. М. Воскобойникова, В. И. Уткина; Института геологии и геофизики СО РАН – Е. М. Филиппова; Московского геологоразведочного института – В. И. Баранова, Ф. С. Сердюковой, А. А. Никитина; Ленинградского гос. университета – В. А. Мейера, П. А. Ваганова; Ленинградского горного института – Г. Ф. Новикова, Ю. Н. Капкова, А. А. Арцыбашева; Казахского университета – В. В. Чердынцева, Л. И. Шмониной; МИНХ и ГП им. Губкина – В. Н. Дахнова, В. В. Ларионова, Д. А. Кожевникова, а также профессоров научно-исследовательских институтов А. Г. Граммакова, Г. В. Горшкова, И. М. Хайковича, В. Л. Шашкина и многих других видных геофизиков России.

История методов ГИС включает множество известных имен. В книгу включены сведения, заимствованные из литературных источников: учебных пособий, монографий, справочников. Книга содержит ряд сведений из Интернета.

Автор будет признателен всем, кто сочтет возможным прислать замечания и пожелания по изложенному в книге материалу по адресу:

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, ФГБОУ ВПО «Уральский государственный горный университет».

Автор

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- A – активность радиоактивных источников, атомная масса;
 A_0 – число Авогадро;
 a – весовая активность радиоактивного элемента, квант/с·г;
АК – акустический каротаж;
БК – боковой каротаж;
БКЗ – боковое каротажное зондирование;
БКПЗ – боковое каротажное потенциал-зондирование;
БКГЗ – боковое каротажное градиент-зондирование;
ВИКИЗ – высокочастотное индукционное каротажное изопараметрическое зондирование;
ГИС – геофизические исследования скважин;
ГК – гамма-каротаж;
ГКк – гамма-каротаж количественный;
ГКл – гамма-каротаж литологический;
ГК-С – спектрометрический гамма-каротаж;
(D-T) – генератор – дейтерий-тритиевый генератор нейтронов;
ГИНР – гамма-излучение неупругого рассеяния быстрых нейтронов;
ГИРЗ – гамма-излучение радиационного захвата тепловых нейтронов;
ТК – токовый каротаж;
ИК – индукционный каротаж;
МКЗ – максимальные каротажные зондирования;
НК – нейтронный каротаж;
ННК – нейтрон-нейтронный каротаж;
ННК-НТ – нейтрон-нейтронный каротаж по надтепловым нейтронам;
ННК-Т – нейтрон-нейтронный каротаж по тепловым нейтронам;
НГК – нейтронный гамма-каротаж;
НА – нейтронная активация;
НАК – нейтронный активационный каротаж;
НАК-Б – нейтронный активационный каротаж на быстрых нейтронах;
НАК-Т – нейтронный активационный каротаж на тепловых нейтронах;
НДП – нейтронные диффузионные параметры переноса излучения;
ПС – метод потенциалов собственной поляризации горных пород;
TR – редкоземельные элементы;
КС – метод кажущихся сопротивлений;
КНД-М – каротаж мгновенных нейтронов деления;
КНД-З – каротаж запаздывающих нейтронов деления;
 K_{12} – коэффициент отражения тока от границы раздела сред;
 $(1 - K_{12})$ – коэффициент пропускания тока через границу раздела;
 U – потенциал электрического поля;
 U_0 – потенциал точечного источника тока в однородной бесконечной среде;
 E – напряженность электрического поля, энергия гамма-квантов;
 E_0 – начальная энергия гамма-квантов источника гамма-излучения;

E_n – пороговая энергия регистрируемого гамма-излучения;
 L – длина зонда;
 MathCAD – редактор;
 ρ – удельное электрическое сопротивление;
 $J_0(mr)$, $J_1(mr)$ – функции Бесселя от действительного аргумента первого рода нулевого и первого порядков;
 $Y_0(mr)$, $Y_1(mr)$ – функции Бесселя от действительного аргумента второго рода нулевого и первого порядка;
 $I_0(mr)$, $I_1(mr)$ – модифицированные функции Бесселя от мнимого аргумента первого рода нулевого и первого порядков;
 $K_0(mr)$, $K_1(mr)$ – модифицированные функции Бесселя от мнимого аргумента второго рода нулевого и первого порядков;
 Π – индекс зоны пласта;
 Σ – индекс зоны проникновения фильтрата бурового раствора в пласт;
 C – индекс зоны скважины;
 A, B – питающие (токовые) электроды;
 M, N – приемные электроды;
 (x, y, z) – декартова система координат;
 (r, φ, z) – цилиндрическая система координат;
 (R, θ, φ) – сферическая система координат;
 k_0 – пересчетный коэффициент;
 Φ_∞ – интенсивность гамма-излучения в однородной бесконечной среде;
 $Z_{эф}$ – эффективный атомный номер горных пород;
 Z – заряд ядра;
 $\Psi(z - z')$ – функция Грина;
 q – содержание радиоактивного элемента;
 μ_a – макроскопическое сечение поглощения гамма-излучения, см^{-1} ;
 $f(x)$ – функция насыщения пласта по гамма-излучению;
 $\varphi_c(d)$ – функция влияния скважины;
 d – толщина слоя промывочной жидкости между стенкой скважины и скважинным прибором;
 r_0 – радиус скважины;
 r_c – радиус скважинного прибора;
 λ – длины волн гамма-излучения;
 $\lambda_0, \lambda_{п}$ – начальная и пороговая длины волн гамма-излучения, выраженные в комптоновских единицах;
 α – энергия, выраженная в единицах массы покоя электрона;
 $\overline{\cos \vartheta}$ – средний косинус угла комптоновского рассеяния гамма-излучения;
 r_0 – классический радиус электрона;
 $\sigma_k(\lambda)$ – полное комптоновское макросечение взаимодействия, см^{-1} ;
 K_{pp} – коэффициент радиоактивного равновесия;
 $\Pi_б$ – поправка за поглощение гамма-излучения в буровом растворе;
 Π_0 – поправку за поглощение гамма-излучения в обсадных трубах;

L_s – длина замедления быстрых нейтронов, см;
 λ_{tr} – средняя длина переноса нейтронов, см;
 ξ – средняя логарифмическая потеря энергии;
 $\overline{\cos \vartheta}$ – средний косинус угла рассеяния нейтронов;
 v – скорость нейтронов, см/с;
 n_i – плотность ядер i -го сорта в среде;
 D_i – коэффициент диффузии нейтронов i -й группы, см;
 Σ_{yb} – макроскопическое сечение увода быстрых нейтронов i -й группы, см⁻¹;
 L_i – длина диффузии нейтронов i -й группы, см;
 σ_{ai}, σ_{si} – микросечения поглощения и рассеяния тепловых нейтронов на ядрах i -го сорта, барн;
 Δ – оператор Лапласа;
 α – альфа-излучение;
 β – бета-излучение;
 γ – гамма-излучение;
 n – нейтронное излучение;
 p – протонное излучение;
 $r(x, y, z)$ – радиус-вектор точки расположения детектора излучения;
 $r(x', y', z')$ – радиус-вектор точек расположения источников излучения;
 \vec{r} – радиус-вектор;
 λ_a – средняя длина свободного пробега до поглощения, см;
 λ_s – средняя длина свободного пробега до рассеяния, см;
 λ_{tr} – средняя транспортная длина переноса, см;
 ξ – средняя логарифмическая потеря энергии нейтрона при одном столкновении;
 ρ – плотность вещества, г/см³, удельное электрическое сопротивление, Ом·м;
 ρ_k – кажущееся электрическое сопротивление, Ом.

Микроскопические сечения:

σ_a – микроскопическое сечение поглощения;
 σ_f – микроскопическое сечение деления;
 σ_s – микроскопическое сечение рассеяния.

Макроскопические сечения:

Σ – полное макроскопическое сечение, см⁻¹;
 Σ_a – макроскопическое сечение поглощения, см⁻¹;
 Σ_f – макроскопическое сечение деления, см⁻¹;
 Σ_s – макроскопическое сечение рассеяния, см⁻¹;
 Σ_{tr} – макроскопическое сечение переноса, см⁻¹;
 f – реакция деления;
 k_f – коэффициент размножения нейтронов;
 L – длина диффузии тепловых нейтронов, см;
 L_s – длина замедления быстрых нейтронов, см ;

$T_{1/2}$ – период полураспада, с;

u – летаргия;

J – ток нейтронов.

Для удобства изложения материала введем общепринятые кванторы и символы:

\forall – всеобщность;

\in – существование;

\subset – принадлежность;

(ϵ, δ) – язык по Риману.

Множества:

N – натуральных чисел;

Z – целых чисел;

Q – рациональных чисел;

R – действительных чисел;

C – комплексных чисел.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ В ТЕОРИИ МЕТОДОВ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

1.1. Некоторые специальные функции теории методов геофизических исследований скважин (ГИС)

Сведения о функциях Бесселя [1.1]

Линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - p^2)y = 0, \quad (1.1.1)$$

где параметр (индекс) p может принимать произвольные значения, называется уравнением Бесселя, который впервые в 1824 г. предпринял систематическое изучение решений этого уравнения. К этому уравнению приводят многочисленные задачи математической физики, для решения которых используется цилиндрическая система координат (r, φ, z) . Поэтому решения уравнения Бесселя называются цилиндрическими функциями.

В теории ГИС конструкцию скважины можно представить в виде гетерогенной среды с коаксиальными цилиндрическими границами раздела. Решения, полученные в цилиндрической системе координат, будут симметричны по азимутальному углу и поэтому имеют наиболее простой вид.

Решение уравнения Бесселя запишем в виде степенного ряда:

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{k+p}, \quad (1.1.2)$$

где $a_0 \neq 0$, $p = \text{const}$.

Если в выражение (1.1.1) вместо y, y', y'' подставить ряды

$$y, \quad y_x' = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (k+p) x^{k+p-1}; \quad y_{xx}'' = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (k+p)(k+p-1) x^{k+p-2},$$

то уравнение (1.1.1) должно превратиться в тождество, которое возможно только тогда, когда равны нулю коэффициенты, стоящие при всех степенях: $x^p, x^{p+1}, x^{p+2}, \dots$. Приравнявая нулю эти коэффициенты, получим систему уравнений, из которой определяются коэффициенты:

$$a_k (k = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad p = \pm n.$$

Если $p = n$, то решение имеет вид:

$$y = J_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n}}{k!(n+k)!}. \quad (1.1.3)$$

Ряд сходится для любых $x \in R$, где R – пространство действительных чисел.

Функцию $J_n(x)$ называют функцией Бесселя первого рода порядка n от действительного аргумента.

При $n = 0$:

$$y = J_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{(k!)^2} = 1 - \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} - \dots. \quad (1.1.4)$$

Все значения x в $J_0(x)$ входят в четных степенях, т. е. $J_0(x)$ является четной функцией и $J_0(x) = J_0(-x)$. В начале координат она равна единице.

При $p = -n$

$$J_{-n}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k-n}}{k!(n-k)!}.$$

При дробном $n = \nu$ линейная зависимость отсутствует, и общее решение уравнения Бесселя имеет вид:

$$y(x) = C_1 J_{\nu}(x) + C_2 J_{-\nu}(x).$$

При целом n $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$, $n = 1, 2, 3 \dots$, т. е. при целом n функции $J_n(x)$ и $J_{-n}(x)$ линейно зависимы.

Фундаментальная система решений для линейных дифференциальных уравнений второго порядка должна иметь два линейно независимых решения. Поэтому составить фундаментальную систему решений уравнения Бесселя, которые должны быть линейно независимыми, при целом n затруднительно.

Поэтому второе решение, образующее вместе с $J_n(x)$ фундаментальную систему решений, обозначается $Y_n(x)$. Это функция Бесселя второго рода порядка n от действительного аргумента.

Функция Бесселя второго рода порядка $n = \nu$ определяется по формуле

$$Y_{\nu}(x) = \lim_{\nu \rightarrow n} \frac{J_{\nu}(x) \cos \nu \pi - J_{-\nu}(x)}{\sin \nu \pi}. \quad (1.1.5)$$

При $\nu = n$ целом это неопределенность вида $0/0$, которая раскрывается по правилу Лопиталья. Например, если $n = 0$, то

$$Y_0(x) = \frac{2}{\pi} J_0(x) \left(\ln \frac{x}{2} + c \right) - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{2k} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right), \quad (1.1.6)$$

где $C = 0,577$ – постоянная Эйлера.

Функцию $Y_0(x)$ называют функцией Бесселя второго рода нулевого порядка от действительного аргумента. Функция $Y_0(x)$ имеет особенность: в начале координат она равна $-\infty$.

В итоге общее решение обычного уравнения Бесселя от действительного аргумента нулевого порядка

$$y(x) = C_1 J_0(x) + C_2 Y_0(x). \quad (1.1.7)$$

Функции $J_n(z) \pm i Y_n(z)$ также являются решениями уравнения Бесселя порядка n . Их обычно обозначают через $H_n^{(1)}(z)$ и $H_n^{(2)}(z)$ и называют функциями Бесселя третьего рода.

Графики функций Бесселя от действительного аргумента приведены на рис. 1.1.1, 1.1.2.

Вид функций Бесселя первого рода от действительного аргумента для целого параметра приведен на рис. 1.1.1.

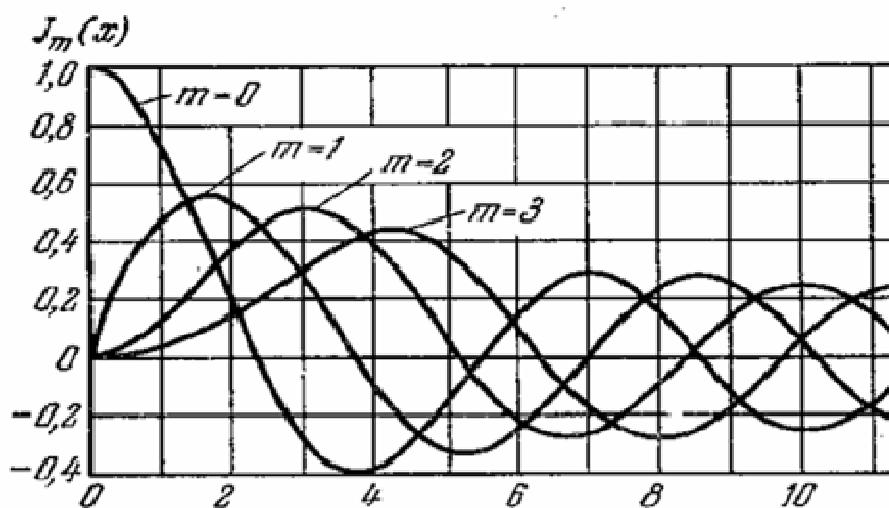


Рис. 1.1.1. Графики функций Бесселя первого рода $J_0(x), J_1(x), J_2(x), J_3(x)$ для действительного аргумента

Функция Бесселя действительного аргумента нулевого порядка второго рода $Y_0(x)$ имеет логарифмическую особенность в начале координат (см. рис. 1.1.2).

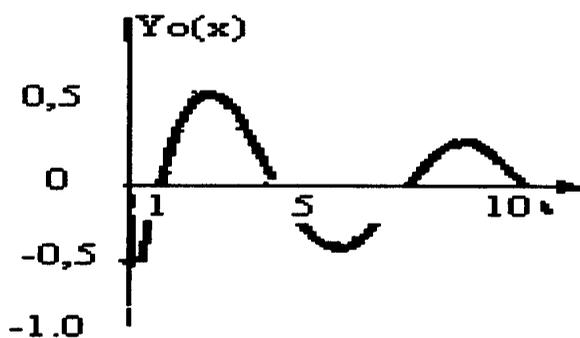


Рис. 1.1.2. Функции Бесселя действительного аргумента нулевого порядка второго рода $Y_0(x)$

При решении задач теории ГИС часто возникает обобщенное (модифицированное) уравнение Бесселя, которое имеет вид:

$$x^2 y''_{xx} + xy'_x + (m^2 x^2 - \nu^2)y = 0, \quad m \neq 0. \quad (1.1.8)$$

Подстановкой $t = mx$ обобщенное уравнение можно свести к обыкновенному уравнению Бесселя (1.1.1). Действительно, $\frac{\partial t}{\partial x} = m$.

Тогда

$$y'_x = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = m \frac{dy}{dt}, \quad y''_{xx} = m \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dt} \right) = m \frac{d^2 y}{dt^2} \cdot \frac{dt}{dx} = m^2 \frac{d^2 y}{dt^2}.$$

Подставив y'_x и y''_{xx} в выражение (1.1.8), получим:

$$m^2 x^2 y''_{tt} + m x y'_t + (m^2 x^2 - \nu^2) y = 0, \quad m \neq 0$$

или

$$t^2 y''_{tt} + t y'_t + (t^2 - \nu^2) y = 0, \quad m \neq 0. \quad (1.1.9)$$

Решением уравнения (1.1.9) будут Бесселевы функции от действительного аргумента $J_\nu(t)$ и $J_{-\nu}(t)$. Учитывая, что $t = mx$, и возвращаясь к переменной x , получим общее решение обобщенного уравнения Бесселя:

$$y(x) = C_1 J_\nu(mx) + C_2 J_{-\nu}(mx).$$

При целом $\nu = n$ фундаментальная система решений обобщенного уравнения Бесселя будет иметь вид:

$$y(x) = C_1 J_n(mx) + C_2 J_n(mx). \quad (1.1.10)$$

Обобщенное уравнение Бесселя (1.1.10) в частном случае, когда $m^2 = 1$, имеет вид:

$$x^2 y''_{xx} + x y'_x - (m^2 x^2 + \nu^2) y = 0, \quad m = \pm i. \quad (1.1.11)$$

Решением уравнения (1.1.11) при нецелом ν будут функции $J_\nu(xi)$ и $J_{-\nu}(xi)$. Применение этих функций неудобно, так как при действительном $x \in R$ значения функций $J_\nu(xi)$ и $J_{-\nu}(xi)$ могут быть комплексными числами. Этого можно избежать, если ввести функции:

$$I_\nu(x) = i^{-\nu} J_\nu(xi), \quad I_{-\nu}(x) = i^\nu J_{-\nu}(xi). \quad (1.1.12)$$

Эти функции являются действительными величинами. Действительно,

$$I_\nu(x) = i^{-\nu} J_\nu(xi) = i^{-\nu} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{ix}{2}\right)^{2k+\nu}}{k!(\nu+k)!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+\nu}}{k!(\nu+k)!}. \quad (1.1.13)$$

Цилиндрические функции Бесселя от мнимого аргумента называются модифицированными функциями Бесселя.

При дробном $n = \nu$ функции $I_\nu(x) = i^{-\nu} J_\nu(xi)$, $I_{-\nu}(x) = i^\nu J_{-\nu}(xi)$ линейно не зависимы и общее решение модифицированного уравнения Бесселя имеет вид:

$$y(x) = C_1 I_\nu(x) + C_2 I_{-\nu}(x). \quad (1.1.14)$$

При целом n $I_{-n}(x) = (-1)^n I_n(x)$, $n = 1, 2, 3 \dots$, т. е. при целом n функции $I_n(x)$ и $I_{-n}(x)$ линейно зависимы. Фундаментальная система решений для линейных дифференциальных уравнений второго порядка должна иметь два линейно независимых решения.

Поэтому второе решение, образующее вместе с $I_n(x)$ фундаментальную систему решений, обозначается $K_n(x)$. Это модифицированная функция Бесселя второго рода порядка n от мнимого аргумента (функция Макдональда).

Модифицированная функция Бесселя второго рода порядка n определяется по формуле:

$$K_\nu(x) = \frac{\pi}{2} \lim_{\nu \rightarrow n} \frac{I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)}{\sin \nu \pi}. \quad (1.1.15)$$

При $\nu = n$ целом это неопределенность вида $0/0$, которая раскрывается по правилу Лопиталья:

$$K_n(x) = (-1)^{n+1} I_n(x) \left(\ln \frac{x}{2} + C \right) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k \Gamma(n-k)}{k!} \cdot \left(\frac{x}{2} \right)^{-n+2k} - \frac{(-1)^n}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2} \right)^{n+2k}}{k!(n+k)!} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k} \right), \quad (1.1.16)$$

где $C = 0,577$ – постоянная Эйлера.

Функцию $K_n(x)$ называют модифицированной функцией Бесселя второго рода порядка n от мнимого аргумента.

В итоге общее решение модифицированного уравнения Бесселя от мнимого аргумента n -го порядка:

$$y(x) = C_1 I_n(x) + C_2 K_n(x). \quad (1.1.17)$$

Для $n = 0, 1$ ряды для модифицированных функций Бесселя первого рода от мнимого аргумента имеют вид:

$$I_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2} \right)^{2k}}{(k!)^2} = 1 + \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \frac{1}{(2!)} \left(\frac{x}{2} \right)^4 + \frac{1}{(3!)^2} \left(\frac{x}{2} \right)^6 + \dots; \quad (1.1.18)$$

$$I_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2} \right)^{2k+1}}{(k!)(k+1)!} = \left(\frac{x}{2} \right) + \frac{1}{(2!)} \left(\frac{x}{2} \right)^3 + \frac{1}{(2!)(3!)} \left(\frac{x}{2} \right)^5 + \dots. \quad (1.1.19)$$

Ряд (1.1.18) содержит только четные степени x , поэтому $I_0(x)$ функция четная, т. е. $I_0(-x) = I_0(x)$. Кроме того, при $x = 0$, $I_0(x) = 1$. Ряд (1.1.19) содержит только нечетные степени x . Поэтому $I_1(x)$ функция нечетная, т. е. $I_1(-x) = -I_1(x)$.

При $x = 0$, $I_1(x) = 0$.

Модифицированные функции Бесселя от мнимого аргумента первого рода приведены на рис. 1.1.3.

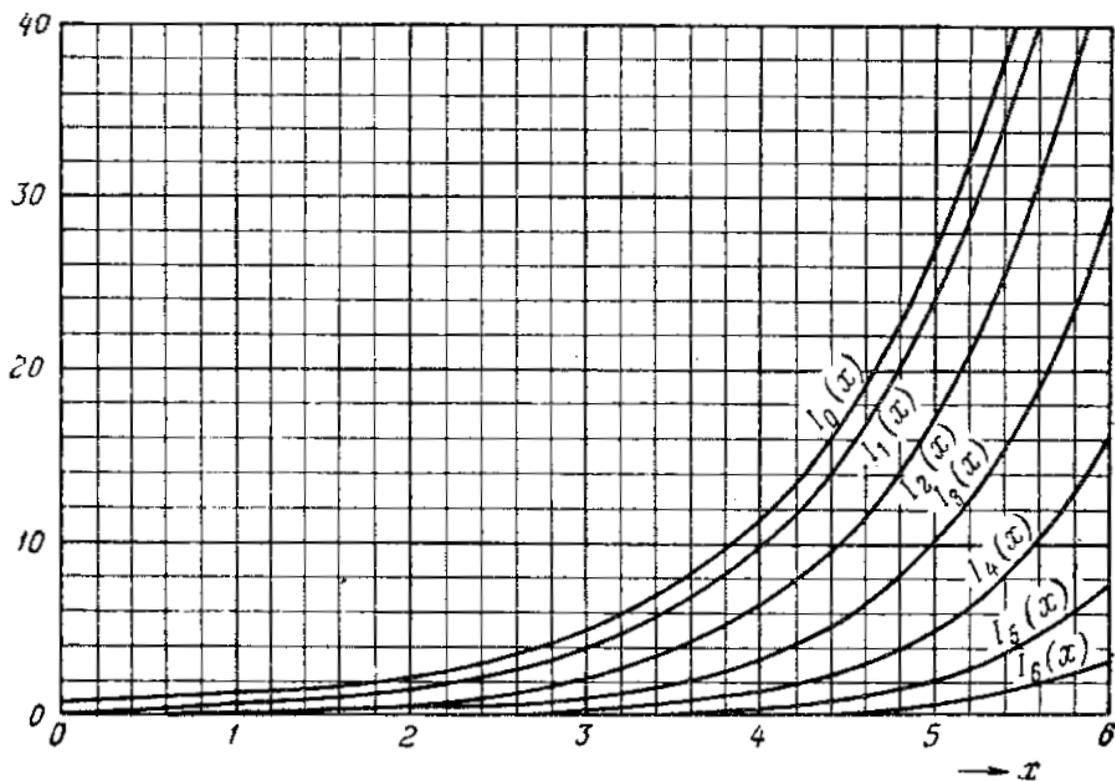


Рис. 1.1.3. Модифицированные функции Бесселя $I_n(x)$ от мнимого аргумента первого рода

Модифицированные функции Бесселя от мнимого аргумента второго рода приведены на рис. 1.1.4.

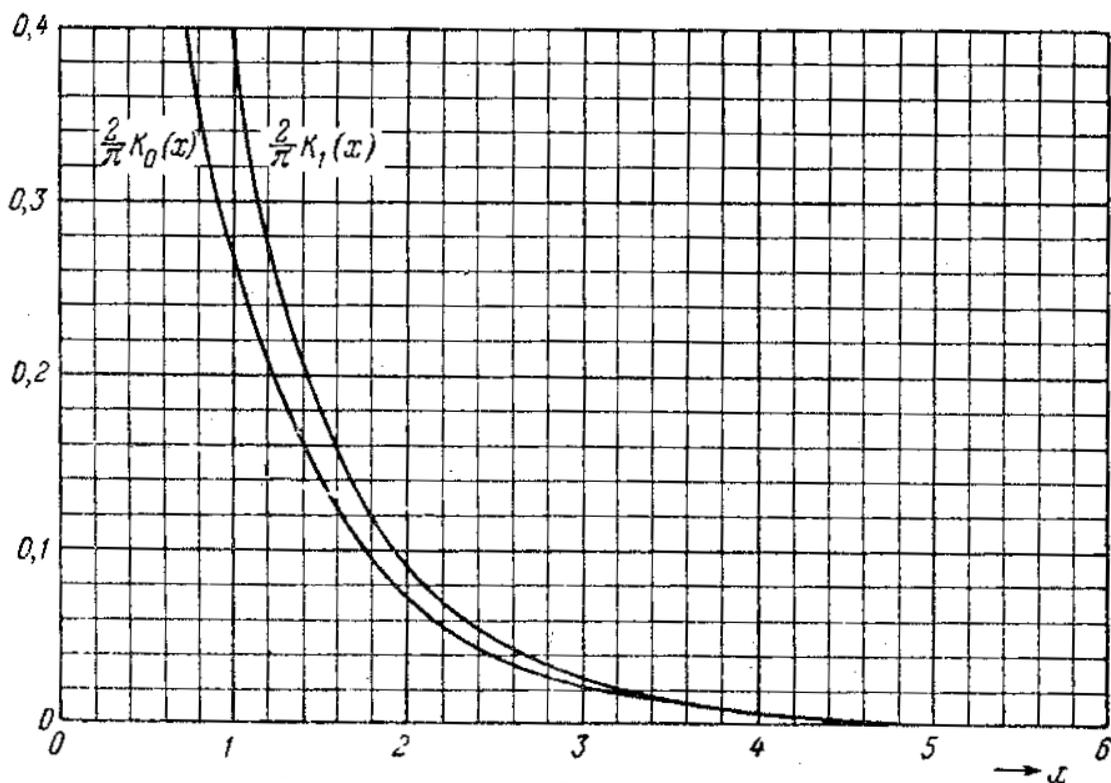


Рис. 1.1.4. Модифицированные функции Бесселя от мнимого аргумента второго рода $2/\pi K_0(x)$ и $2/\pi K_1(x)$

Интегральная показательная функция

Интегральная показательная функция определяется: $Ei(z) = -\int_z^{\infty} \frac{e^t}{t} dt$.

Эта функция имеет единственную конечную точку ветвления при $z = 0$. При $z \neq 0$ выполняется разложение в ряд:

$$Ei(z) = C - \pi i + \ln z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n \cdot n!};$$

где C – постоянная Эйлера.

Действительная ветвь функции $Ei(z)$ получается при $z = -x$, где x – действительная положительная величина (рис. 1.1.5). Иногда рассматривается функция $Ei^*(z) = Ei(z) + \pi i$. Её действительная ветвь получается при действительных положительных значениях аргумента $z = x$:

$$Ei^*(x) = C + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot n!}.$$

Действительные ветви функций $Ei(z)$ и $Ei^*(z)$ допускают интегральные представления:

$$Ei(-x) = \int_{-\infty}^{-x} \frac{e^t}{t} dt; \quad Ei^*(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt. \quad (1.1.20)$$

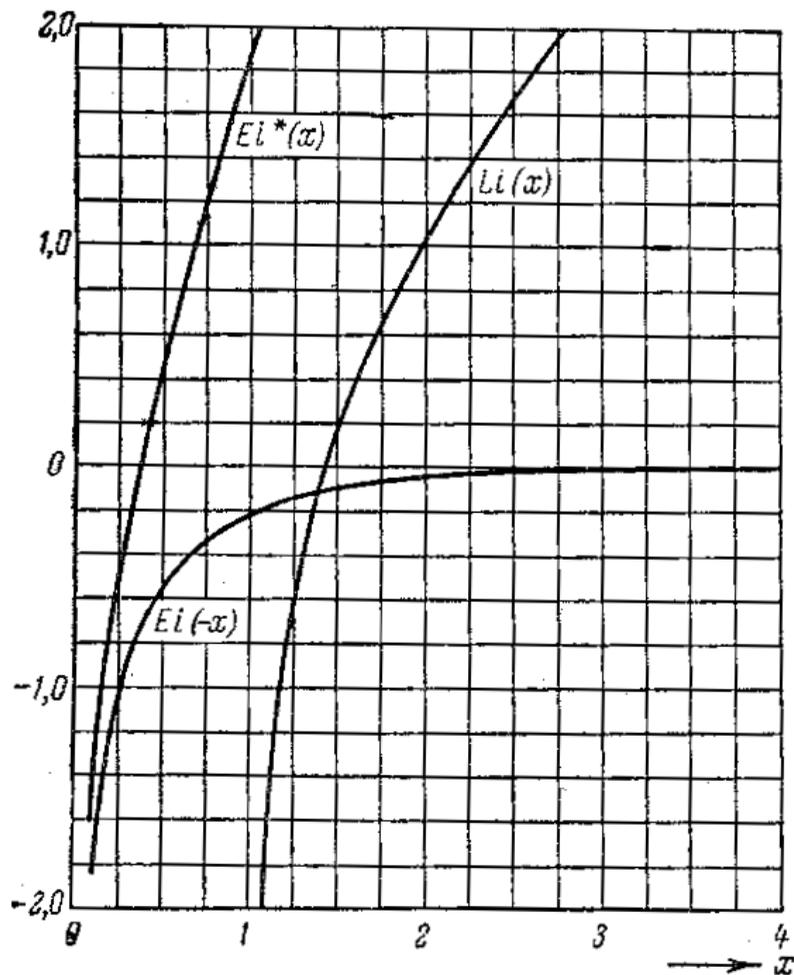


Рис. 1.1.5. Интегральная показательная функция и интегральный логарифм

Интеграл ошибок

Интеграл ошибок $\Phi(z)$ определяется равенством:

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt. \quad (1.1.21)$$

Интеграл ошибок (интеграл вероятности) является целой функцией от z , причем $\Phi(-z) = -\Phi(z)$. Для действительных значений аргумента $z = x$ интеграл ошибок принимает действительные значения (рис. 1.1.6). В частности, имеем: $\Phi(0) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Phi(x) = 1$.

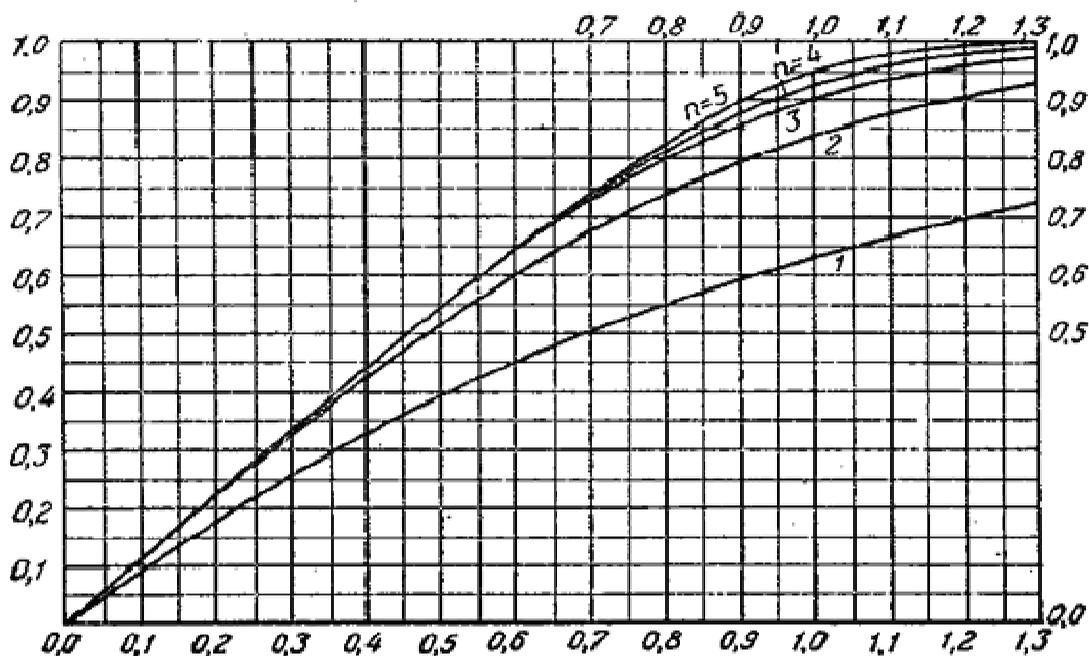


Рис. 1.1.6. Функции $E_n(x)$; Функция $E_2(x) = \Phi(x)$ носит название функции Кинга

Функция Дирака

Желательно, чтобы читатель имел некоторые сведения об импульсных функциях, так как они представляют собой удобное средство идеализации некоторых задач, имеющих практическое значение. Кроме того, эти функции дают удобный метод физической интерпретации задач.

Функция Дирака δ определяется следующим образом: она равна нулю при $x \neq 0$ и обращается в бесконечность в точке $x = 0$, причем выполняется условие:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1. \quad (1.1.22)$$

Можно сказать, что эта функция очень велика на весьма малом интервале, вне этого интервала равна нулю, площадь, ограничиваемая её графиком и осью абсцисс, равна единице. Можно найти различные последовательности непрерывных функций, у которых предельная функция обладает таким свойством. Мы ограничимся следующей простой функцией:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{1}{\varepsilon} & \text{при } 0 < x < \varepsilon; \\ 0 & \text{при } x \geq \varepsilon. \end{cases} \quad (1.1.23)$$

где ε может быть как угодно мало. Ясно, что предельная функция при $\varepsilon \rightarrow 0$ обладает свойством формулы (1.1.22).

Кроме того, нам понадобится еще следующее свойство δ -функции.

Если $f(x)$ – непрерывная функция, то

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx = f(a). \quad (1.1.24)$$

Действительно, по определению δ – функции, имеем:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx = \frac{1}{\varepsilon} \int_a^{a+\varepsilon} f(x)dx = f(a+\theta\varepsilon), \quad (0 < \theta < 1),$$

и вследствие непрерывности $f(x)$ правая часть равенства стремится к $f(a)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Частным случаем формулы (1.1.24) является:

$$\int_0^{\infty} e^{-px}\delta(x)dx = 1, \quad (1.1.25)$$

т. е. Лаплас-изображение функции δ равно единице.

1.2. Интегральные преобразования

Преобразование Лапласа

Функцией-оригиналом для преобразования Лапласа называют функцию $f(t)$ действительного переменного $t, 0 \leq t \leq +\infty$, интегрируемую на любом интервале $0 \leq t \leq A$.

Выражение

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t)dt = L[f(t)], \quad p = a + i\sigma, \quad (1.2.1)$$

называют *интегралом* Лапласа, а функцию $F(p)$ называют *преобразованием* или *трансформацией (изображением)* Лапласа. Если функция $f(t)$ является оригиналом и $F(p)$ служит её изображением, то в любой точке своей непрерывности имеет место формула обращения (обратное преобразование Лапласа):

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{pt} F(p)dp, \quad (1.2.2)$$

где интеграл берется вдоль любой прямой $\operatorname{Re} p = a > s_0$; s_0 – показатель роста функций $|f(t)| < Me^{s_0 t}$, или абсцисса абсолютной сходимости интеграла Лапласа.

Преобразование, относящее к оригиналу $f(t)$ его изображение $F(p)$, называется *преобразованием Лапласа*. При этом $f(t) \div F(p)$. Употребляется также обозначение $L[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$, L – знак преобразования Лапласа.

Преобразование Фурье

Функцией-оригиналом для преобразования Фурье называют комплекснозначную функцию $f(t)$ на $(-\infty, +\infty)$, которая всюду непрерывна и абсолютно интегрируема. Преобразованием Фурье функции $f(t)$ называется функция

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-iut} dt. \quad (1.2.3)$$

Функцию $F(u)$ называют *преобразованием* или *трансформацией (изображением)* Фурье. Преобразование Фурье функции $f(t)$ называется ещё спектральной характеристикой функции $f(t)$. Если $f(t)$ – оригинал, то в каждой точке t , в которой $f(t)$ дифференцируема, имеет место формула обращения (обратное преобразование Фурье)

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{iut} du. \quad (1.2.4)$$

Различают следующие виды преобразований Фурье:

– косинус-преобразование Фурье:

$$F_c(f(x), y) = \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) dx, \quad (1.2.5)$$

– синус-преобразование Фурье:

$$F_s(f(x), y) = \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) dx, \quad (1.2.6)$$

– экспоненциальное (комплексное) преобразование Фурье:

$$F(f(x), y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ixy} dx. \quad (1.2.7)$$

Формула обращения для комплексного преобразования Фурье имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{iux} du. \quad (1.2.8)$$

Если $f(x)$ – чётная функция, то $F(u) = F_c(u)$. Если $f(x)$ – нечётная функция, то $F(u) = F_s(u)$.

Операция дифференцирования оригинала преобразуется в умножение изображения на параметр. Если $f(x) \div F(u)$, где $F(u)$ – трансформанта Фурье функции-оригинала $f(x)$, то

$$f'(x) \div iuF(u), \quad f''(x) \div -u^2F(u)\dots, \quad (1.2.9)$$

если все производные $f^n(x)$ существуют при всех u и все производные меньшего порядка при $|x| \rightarrow +\infty$ стремятся к нулю.

Сверткой функций оригиналов $f(t)$ и $g(t)$ называется функция $(f \cdot g)(t)$, определяемая равенством $(f \cdot g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$. При свертывании оригиналов изображения перемножаются, т. е. если $f(t) \div F(u)$ $g(t) \div G(u)$ то $(f \cdot g)(t) \div F(u)G(u)$.

Преобразование Ганкеля (Ханкеля)

Для решения многих задач математической физики представляет интерес разложение произвольной функции $f(x)$ по цилиндрическим функциям, известное под именем интеграла Фурье-Бесселя:

$$f(x) = \int_0^\infty J_\nu(xu)u du \int_0^\infty f(t)J_\nu(ut)t dt \quad (0 < x < \infty). \quad (1.2.10)$$

Преобразованием Ганкеля называется интеграл:

$$F_\nu(u) = H_\nu[f(t)] = \int_0^\infty f(t)tJ_\nu(ut)dt \quad (0 < u < +\infty), \quad (1.2.11)$$

где $J_\nu(x)$ – функция Бесселя, $\nu > -\frac{1}{2}$.

Из интегрального разложения (1.2.10) следует, что формула обращения для преобразования Ганкеля имеет вид:

$$f(t) = H_\nu^{-1}[f_\nu(u)] = \int_0^\infty F_\nu(u)J_\nu(ut)u du, \quad (0 < t < +\infty). \quad (1.2.12)$$

В частном случае при $\nu = 0$:

$$f(\alpha) = \int_0^\infty f(r)J_0(\alpha r)r dr, \quad f(r) = \int_0^\infty f(\alpha r)\alpha J_0(\alpha r)d\alpha. \quad (1.2.13)$$

Если $f(r) \div f(\alpha)$, где $f(\alpha)$ – трансформанта Ганкеля функции-оригинала $f(r)$, то

$$f''(r) + \frac{1}{r}f'(r) \div -\alpha^2 f(\alpha). \quad (1.2.14)$$

1.3. Начальные сведения о функциях комплексного переменного

1.3.1. Комплексные числа

Комплексным числом называется выражение вида $x + iy$, где x и y – действительные числа, а i – символ, который называется мнимой единицей. Числа x и y называются соответственно действительной и мнимой частями комплексного числа $x + iy$ и обозначаются символами

$$x = \text{Re}(x + iy), \quad y = \text{Im}(x + iy). \quad (1.3.1)$$

Если, в частности, $y = 0$, то $x + i0$ считается совпадающим с действительным числом x ; если $x = 0$, то $0 + iy$ обозначается просто iy и называется чисто мнимым числом.

Определим на множестве комплексных чисел понятие равенства и простейшие операции. Предположим, что комплексные числа $x_1 + iy_1$ и $x_2 + iy_2$ равны:

$$x_1 + iy_1 = x_2 + iy_2, \quad (1.3.2)$$

тогда и только тогда, когда $x_1 = x_2, y_1 = y_2$.

Если $x_2 = x_1$, а $y_2 = -y_1$, то комплексное число $x_2 + iy_2$ называется сопряженным с числом $x_1 + iy_1$ и обозначается символом $\overline{x_1 + iy_1}$. Таким образом,

$$\overline{x + iy} = x - iy. \quad (1.3.3)$$

Перейдем к определению операций над комплексными числами.

Сложение. Суммой $z_1 + z_2$ комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ называется комплексное число:

$$z = z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2). \quad (1.3.4)$$

Из данного определения непосредственно вытекают следующие законы сложения:

а) переместительный: $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$;

б) сочетательный: $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$.

Если z_1 и z_2 — действительные числа (т. е. $y_1 = y_2 = 0$), то определение (1.3.4) совпадает с определением сложения для действительных чисел.

Сложение допускает обратную операцию: для любых двух комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ — можно найти такое число z , что $z_2 + z = z_1$. Это число называется *разностью* чисел z_1 и z_2 и обозначается символом $z_1 - z_2$. Очевидно,

$$z = z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2). \quad (1.3.5)$$

Умножение. Произведением $z_1 z_2$ комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ называется комплексное число:

$$z = z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2). \quad (1.3.6)$$

Из этого определения вытекают следующие законы умножения:

а) переместительный: $z_1 z_2 = z_2 z_1$;

б) сочетательный: $z_1 (z_2 z_3) = (z_1 z_2) z_3$;

в) распределительный (относительно сложения): $(z_1 + z_2) z_3 = z_1 z_3 + z_2 z_3$.

Если z_1 и z_2 — действительные числа, то определение (1.3.6) совпадает с обычным определением умножения.

При $z_1 = z_2 = i$ из определения произведения следует:

$$i \cdot i = -1. \quad (1.3.7)$$

Формула (1.3.6) получается при перемножении $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ по обычным правилам алгебры и замене произведения $i \cdot i$ через -1 . Отметим еще, что произведение комплексного числа $z = x + iy$ на сопряженное с ним всегда неотрицательно. В самом деле, из равенства (1.3.6) имеем:

$$z \bar{z} = x^2 + y^2 \geq 0. \quad (1.3.8)$$

Умножение также допускает обратную операцию, если только данный множитель не равен нулю. Пусть $z_2 \neq 0$, тогда можно найти такое число z , что $z_2 z = z_1$. Для этого, согласно выражению (1.3.6), надо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_2 x - y_2 y = x_1, \\ y_2 x + x_2 y = y_1, \end{cases} \quad (1.3.9)$$

которая при $z_2 \neq 0$ всегда однозначно разрешима, так как ее определитель $x_2^2 + y_2^2 > 0$. Это число z , называемое частным двух чисел z_1 , и z_2 , обозначается символом z/z_2 . Решая систему (1.3.9), получим:

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}. \quad (1.3.10)$$

Легко заметить, что выражение (1.3.10) можно получить умножением числителя и знаменателя дроби z_1/z_2 на \bar{z}_2 .

Возведение в целую степень. Произведение n равных чисел z называется n -й степенью числа z и обозначается символом z^n :

$$z^n = \overbrace{z \dots z}^{n \text{ раз}}. \quad (1.3.11)$$

Обратная операция – извлечение корня – определяется следующим образом: число w называется *корнем n -й степени* из числа z , если $w^n = z$ (обозначается символом $\sqrt[n]{z}$, причем для $n = 2$ пишут просто \sqrt{z}). Можно показать, что для всякого $z \neq 0$ корень $\sqrt[n]{z}$ имеет n различных значений.

Равенство (1.3.7) мы можем теперь записать в виде $i^2 = -1$, и для мнимой единицы i имеем:

$$i = \sqrt{-1}, \quad (1.3.12)$$

(здесь $\sqrt{-1}$ означает одно из двух его возможных значений).

Геометрическая иллюстрация. Рассмотрим плоскость декартовых координат xOy и условимся изображать комплексное число $z = x + iy$ точкой с координатами x, y . При этом действительные числа будут изображаться точками оси x (которую в дальнейшем мы будем называть действительной осью), чисто мнимые будут изображаться точками оси y (называемой мнимой осью). В частности, изображением числа i будет служить точка $(0, 1)$ мнимой оси. Легко видеть, что каждой точке плоскости xOy с координатами (x, y) будет таким способом поставлено в соответствие вполне определенное комплексное число $z = x + iy$, так что это соответствие между множеством всех комплексных чисел и всех точек плоскости взаимно однозначно.

Далее, каждой точке (x, y) соответствует вполне определенный вектор – радиус-вектор этой точки, а каждому радиус-вектору, лежащему в плоскости, – вполне определенная точка – его конец (рис. 1.3.1). Поэтому мы будем в дальнейшем представлять комплексные числа также в виде радиус-векторов на плоскости xOy .

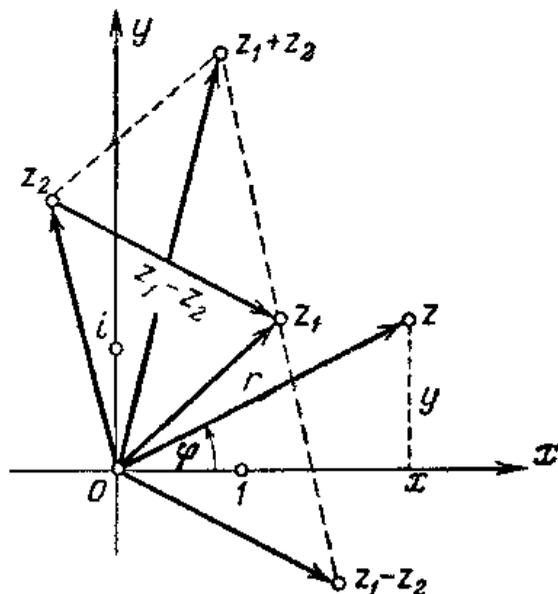


Рис. 1.3.1. Взаимно однозначное соответствие комплексных чисел концам радиус-векторов, лежащих в плоскости xOy

Из рис. 1.3.1 ясен геометрический смысл операций сложения и вычитания комплексных чисел: сумма и разность комплексных чисел z_1 и z_2 изображаются соответственно векторами, равными направленной диагонали параллелограмма, построенного на векторах z_1 и z_2 .

Наряду с представлением комплексных чисел в декартовых координатах, полезно иметь их представление в полярных координатах. Для этого, как обычно, совмещаем полярную ось с положительной полуосью x , а полюс – с началом координат; тогда если обозначить через r полярный радиус и через φ полярный угол точки z (см. рис. 1.3.1), то будем иметь:

$$z = x + iy = r(\cos\varphi + i\sin\varphi). \quad (1.3.13)$$

Полярный радиус r называется *модулем* комплексного числа z и обозначается символом $|z|$, угол φ – его *аргументом* и обозначается символом $\text{Arg } z$. В то время как модуль комплексного числа определяется однозначно:

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \geq 0, \quad (1.3.14)$$

аргумент определен лишь с точностью до любого слагаемого, кратного 2π ;

$$\varphi = \text{Arg } z = \begin{cases} \arctg \frac{y}{x} + 2k\pi & (1,4 - \text{квadrанты}); \\ \arctg \frac{y}{x} + (2k+1)\pi & (2,3 - \text{квadrанты}). \end{cases} \quad (1.3.15)$$

Здесь \arctg означает главное значение \arctg , т. е. значение, большее $\pi/2$ и не превосходящее $\pi/2$, k – произвольное целое число. Наряду с символом Arg , обозначающим всю совокупность значений аргумента, употребляется символ arg , обозначающий одно из значений Arg : $-\pi \leq \text{arg } \varphi \leq \pi$.

Из определения (1.3.6) следует, что при умножении комплексных чисел их модули перемножаются, а аргументы складываются. В самом деле, имеем:

$$\begin{aligned}
 z_1 z_2 = r_1 r_2 &= \begin{cases} (\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) + \\ + i(\sin\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\varphi_1 \sin\varphi_2) \end{cases} = \\
 &= r_1 r_2 \{ \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \}.
 \end{aligned}
 \tag{1.3.16}$$

Отсюда следует, что при умножении комплексного числа z_1 на z_2 вектор z_1 растягивается в $|z_2|$ раз и, кроме того, поворачивается против часовой стрелки на угол $\text{Arg } z_2$. В частности, умножение комплексного числа z на i сводится к повороту без растяжения вектора z на прямой угол против часовой стрелки.

На рис. 1.3.2 изображена процедура построения произведения $z = z_1 z_2$: чтобы получить z , достаточно на отрезке $0z_1$ как на основании построить треугольник $0z_1 z_2$, подобный треугольнику $01z_2$.

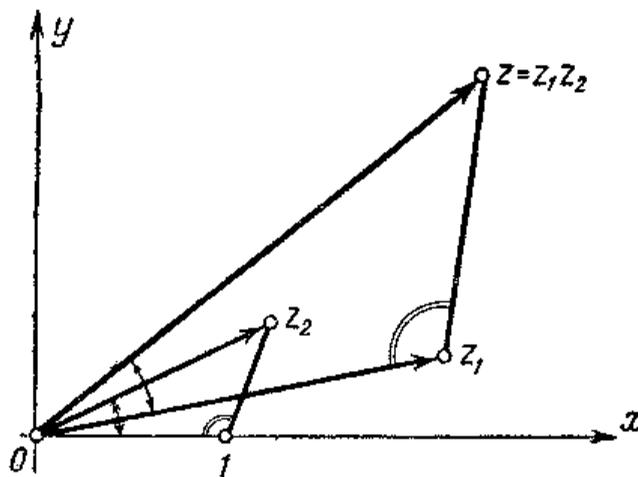


Рис. 1.3.2. Процедура построения произведения $z = z_1 z_2$

Деление комплексного числа z_1 на z_2 сводится к умножению z_1 на $1/z_2$. Поэтому можно ограничиться выяснением геометрического смысла операции $w = 1/z$. Пусть сначала $|z| < 1$ (рис. 1.3.3).

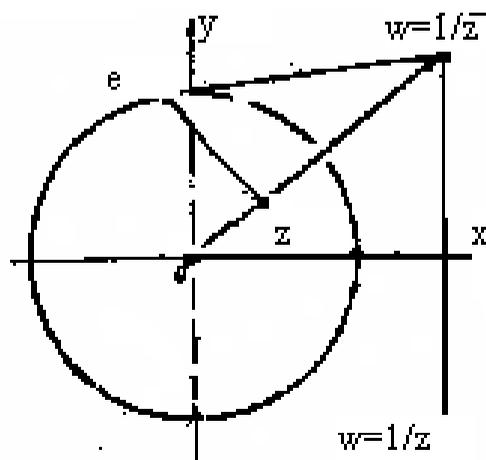


Рис. 1.3.3. Геометрический смысл операции $w = 1/z$

Восстановим из точки z перпендикуляр к лучу Oz и через точку e пересечения перпендикуляра с окружностью $|z|=1$ проведем касательную к этой окружности. Для точки w пересечения построенной касательной с лучом Oz имеем, очевидно, $\text{Arg } w = \text{Arg } z$, а из подобия прямоугольных треугольников Oze и Oew имеем $\frac{|w|}{|e|} = \frac{|e|}{|z|}$, откуда $|w| = \frac{1}{|z|}$, ибо $|e| = 1$.

Таким образом, число w является сопряженным $1/z$ $w = 1/\bar{z}$, и для получения точки $w = 1/z$ остается построить точку, симметричную с w относительно действительной оси.

Переход от точки z к точке $w = 1/z$ называется *инверсией* относительно единичной окружности $|z|=1$. Таким образом, операция $w = 1/z$ геометрически сводится к выполнению двух последовательных операций – инверсии и симметрии относительно действительной оси.

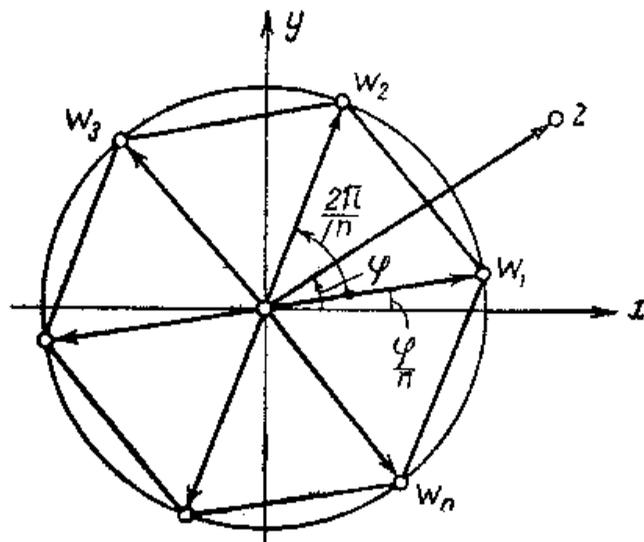


Рис. 1.3.4. Корень шестой степени из числа z

Если $|z| > 1$, то описанные построения следует вести в обратном порядке; если $|z| = 1$, то точка $w = 1/\bar{z}$ совпадает с z и построение $w = 1/z$ сводится к симметрии относительно действительной оси.

Для построения корней n -й степени из z заметим, что из определения корня и формулы (1.3.16) для $w = \sqrt[n]{z}$ имеем $|w|^n = |z|$, $n \arg w = \arg z$, поэтому

$$|w| = \sqrt[n]{|z|}, \quad \arg w = \frac{\arg z}{n}. \quad (1.3.17)$$

Первое из соотношений (1.3.17) показывает, что модули всех корней одинаковы, второе, – что их аргументы отличаются на кратное $2\pi/n$, ибо к значению аргумента $\arg z$ можно добавлять кратное 2π . Отсюда следует, что корень n -й степени из любого комплексного числа имеет n различных значений и эти значения располагаются в вершинах правильного n -угольника, вписанного в окружность $|w| = \sqrt[n]{|z|}$ (рис. 1.3.4.), где $n = 6$.

1.3.2. Понятие функции комплексного переменного

Комплексные числа $z = x + iy$ можно отождествить с точками плоскости Oxy , которая при этом получает название комплексной плоскости z (или комплексной плоскости C). В дальнейшем различные множества комплексных чисел будем представлять себе как множество точек на плоскости.

Введем теперь понятие функции комплексного переменного. Пусть в комплексной плоскости z задано множество точек. Если каждой точке $z \in G$ поставлено в соответствие некоторое непустое множество точек E_z , то говорят, что на G определена функция комплексного переменного, для которой точки z представляют значения независимой переменной, а точки $w \in G$ – ее значения.

Функция называется однозначной, если каждое множество z содержит лишь по одной точке w и многозначной – в противном случае.

Будем обозначать через $w = u + iv$ ($u, v \in R$, действительные числа) значения функции. Тогда функции, определенные на G , могут быть записаны в виде $w = f(z)$, $z \in G$.

Если специально не оговорено, то в дальнейшем будем рассматривать только однозначные функции.

Поскольку комплексное число w определяется своей действительной частью u и мнимой частью v , то задание функции $w = f(z)$ на множестве G плоскости Oxy означает, что на том же множестве заданы две функции действительных переменных x и y : $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$. И наоборот: если на множестве G заданы функции двух действительных переменных $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$, то тем самым задана и функция комплексного переменного:

$$w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y). \quad (1.3.18)$$

Например, функция $w = z^2$ ставит в соответствие каждому комплексному числу $z = x + iy$ комплексное число $w = (x + iy)^2 = x^2 - y^2 + i2xy$ и задает две действительные функции переменных x и y : $u = x^2 - y^2$, $v = 2xy$.

Итак, функция $w = f(z)$ может быть истолкована как упорядоченная пара функций двух действительных переменных x и y : $f(z) = [u(x, y), v(x, y)]$. Функции $u(x, y)$ и $v(x, y)$ называют соответственно действительной и мнимой частью функции $w = f(z)$; $u(x, y) = \operatorname{Re} f(z)$; $v(x, y) = \operatorname{Im} f(z)$.

Для геометрической интерпретации функции комплексного переменного необходимо было бы построить точку для каждой пары соответствующих друг другу комплексных чисел $z = x + iy$ и $w = u + iv$. Такая точка (z, w) определяется четырьмя действительными координатами (x, y, u, v) , но её изображение нельзя построить в трехмерном пространстве.

Поэтому для наглядного представления функции комплексного переменного $w = f(z)$, $z \in G$ одновременно рассматривают две плоскости: плоскость комплексного переменного $z = x + iy$ и плоскость комплексного переменного $w = u + iv$. Функция $w = f(z)$ каждой точке z с координатами

(x, y) ставит в соответствие определенную точку w с координатами (u, v) , т. е. отображает множество G , расположенное в плоскости z , на некоторое множество E , расположенное в плоскости w (рис. 1.3.5).

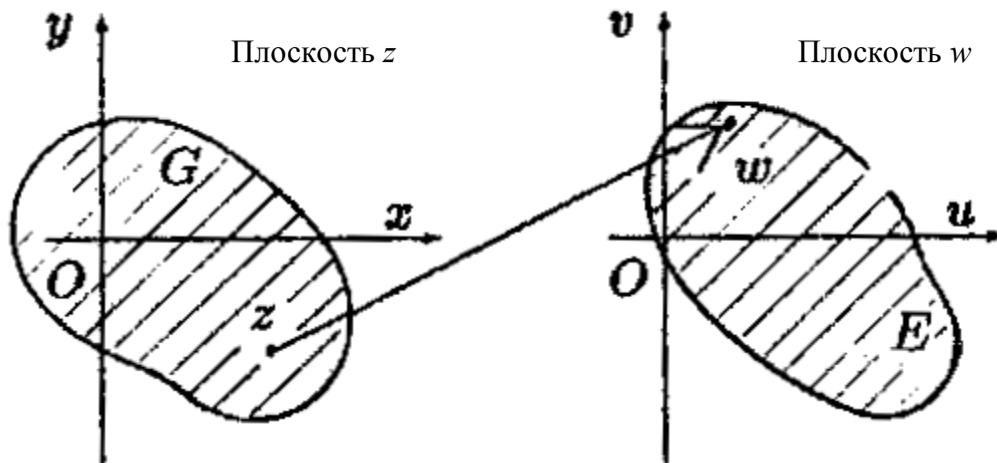


Рис. 1.3.5. Отображение плоскости z на плоскость w

Функции комплексного переменного, так же как комплексные числа, записываются в алгебраической, тригонометрической или показательной форме.

1.3.3. Элементарные функции комплексного переменного

Степенная функция $w = z^n, z \in C, n \in N$, где C – комплексная плоскость, N – натуральные числа.

Представив комплексное число в алгебраической форме $z = x + iy$, находят действительную и мнимую части этой функции последовательным перемножением числа z на себя n раз.

С помощью степенных функций строятся *многочлены комплексного переменного*:

$$P_n(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 \quad (a_n \neq 0) \quad z \in C. \quad (1.3.19)$$

Коэффициенты многочленов $a_n \dots a_0$ – любые комплексные числа. Действительную и мнимую части многочлена получают, подставляя в правую часть равенства z и коэффициенты в алгебраической форме и раскрывая скобки. Многочлен первой степени называют линейной функцией и записывают: $w = az + b, a \neq 0$.

Рациональная функция $R(z) = P_n(z) / Q_m(z)$ представляет собой отношение двух многочленов, не имеющих общего множителя:

$$R(z) = \frac{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0}{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_1 z + b_0}.$$

Функция $R(z)$ определена всюду в плоскости C , кроме тех точек, в которых знаменатель $Q_m(z)$ обращается в нуль.

Показательная функция $w = e^z$

С помощью двух функций двух действительных переменных

$$u(x, y) = e^x \cos y, \quad v(x, y) = e^x \sin y$$

зададим функцию

$$w = e^x \cos y + ie^x \sin y,$$

которую будем называть показательной функцией комплексного переменного и обозначать символически:

$$w = e^z, \quad z \in C.$$

Таким образом, по определению

$$e^z = e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y), \quad z \in C. \quad (1.3.20)$$

Заметим, что если $z \in R$ (действительные числа) ($z = x + i0$), то введенная функция совпадает с e^z . Используя формулу (1.3.20), легко показать, что для e^z сохраняются правила действий с показателями: $(e^z)^n = e^{nz}$, $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$ и т. д.

Определение (1.3.20) позволяет записывать комплексные числа не только в алгебраической $z = x + iy$ или в тригонометрической $z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ формах, но также и в показательной форме $z = re^{i\varphi}$.

Тригонометрические функции $w = \sin z$ и $w = \cos z$ определяются посредством соотношений:

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}; \quad \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}; \quad z \in C. \quad (1.3.21)$$

Из равенств (1.3.20) и (1.3.21) находят действительные и мнимые части $\sin z$, $\cos z$.

Например, после преобразований:

$$\sin z = \sin x \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} + i \cos x \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2} = \sin x \cdot \operatorname{ch} y + i \cos x \cdot \operatorname{sh} y.$$

Функции $w = \operatorname{tg} z$ и $w = \operatorname{ctg} z$ определяются формулами:

$$\operatorname{tg} z = \sin z / \cos z, \quad \operatorname{ctg} z = \cos z / \sin z. \quad (1.3.22)$$

Функция $\operatorname{tg} z$ определена во всей комплексной плоскости C , кроме точек $z_n = (2n + 1)\pi/2$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а функция $\operatorname{ctg} z$, в свою очередь, не определена только в точках $z_n = \pi n$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Функции (1.3.21), (1.3.22) сохраняют многие свойства тригонометрических функций действительной переменной. Например, $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$, $\sin(z_1 + z_2) = \sin z_1 \cos z_2 + \cos z_1 \sin z_2$.

Гиперболические функции $w = \operatorname{ch} z$, $w = \operatorname{sh} z$ определяются во всей комплексной плоскости z с помощью формул:

$$\operatorname{sh} z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}; \quad \operatorname{ch} z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}; \quad z \in C.$$

Они связаны с тригонометрическими функциями равенствами:

$$\operatorname{ch} z = \cos iz, \quad \operatorname{sh} z = -i \sin iz.$$

1.3.4. Предел функции

Непрерывность

Пусть функция $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ определена в некоторой области G и пусть $z_0 = x_0 + iy_0$ – предельная точка этой области. Комплексное число $p = a + ib$ называется пределом функции $f(z)$ в точке z_0 (при $z \rightarrow z_0$), если

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} u(x, y) = a, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} v(x, y) = b,$$

и пишут $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = p$.

Из данного определения следует, что теоремы о пределе суммы, произведения, частного действительных функций остаются в силе и для функций комплексного переменного.

Аналогично определяется предел функции $f(z)$ при $|z| \rightarrow \infty$ в случае, когда область G неограниченна. Если

$$\exists \lim_{|z| \rightarrow \infty} u(x, y) = a, \quad \lim_{|z| \rightarrow \infty} v(x, y) = b,$$

то комплексное число $p = a + ib$ называют пределом функции $f(z)$ при $|z| \rightarrow \infty$ и пишут $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = p$.

Функция $f(z)$, $z \in G$ называется непрерывной в точке $z_0 \in G$, если $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = f(z_0)$.

Если функция $f(z)$ непрерывна в каждой точке области G , то $f(z)$ называется непрерывной в области G .

1.3.5. Производная

Определение производной функции комплексного переменного формально строится точно так же, как для функции действительного переменного.

Пусть функция $w = f(z)$ определена в некоторой области $G \in C$ и z – фиксированная точка этой области. Выберем в области C точку $z + dz$ и пусть dw – приращение функции $f(z)$ при переходе от точки z к точке $z + dz$:

$$dw = f(z + dz) - f(z).$$

Если существует предел отношения dw/dz при стремлении dz к нулю произвольно, то этот предел называется производной функции $f(z)$ в точке z и обозначается $f'(z), w', \frac{dw}{dz}, \frac{df}{dz}$.

Итак, по определению $f'(z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta z}$.

Укажем условия, при которых функция $f(z)$ имеет производную.

Для того чтобы функция $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, $z \in G$ имела производную $f'(z)$ в некоторой точке $z \in G$, необходимо и достаточно, чтобы функции $u(x, y)$, $v(x, y)$ были дифференцируемы в точке (x, y) и в этой точке выполнялись равенства:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}. \quad (1.3.23)$$

Эти равенства называются условиями Коши-Римана. При этом

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (1.3.24)$$

Если выполняются условия Коши-Римана, то производную $f'(z)$ можно вычислять по любой из формул:

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}; \quad f'(z) = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Если функция $f'(z)$ имеет производную в некоторой окрестности точки z , то она называется аналитической в данной точке. Функция, аналитическая во всех точках некоторой области G , называется аналитической в области G .

Например, функция $f(z) = z^2$ является аналитической во всей комплексной плоскости C . Для этой функции имеем:

$$u(x, y) = x^2 + y^2; \quad v(x, y) = 2xy, \\ \frac{\partial u}{\partial x} = 2x = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 2y = -\frac{\partial v}{\partial x},$$

т. е. условия Коши-Римана выполнены в любой точке $z \in C$. Кроме того, функции $u(x, y)$, $v(x, y)$ дифференцируемы, так как их частные производные непрерывны в плоскости C . Таким образом, функция $f(z) = z^2$ имеет производную в каждой точке плоскости C , т. е. является аналитической в плоскости C .

Для функций комплексного переменного имеют место правила дифференцирования такие же, как и для функций действительного переменного:

$$[f(z) \pm g(z)]' = f'(z) \pm g'(z); \\ [f(z) \cdot g(z)]' = f'(z)g(z) + f(z)g'(z); \\ \left[\frac{f(z)}{g(z)} \right]' = \frac{f'(z)g(z) - f(z)g'(z)}{g^2(z)}, \quad g(z) \neq 0; \\ \{f[g(z)]\}' = f'[g(z)] \cdot g'(z).$$

Таблица производных функций комплексного переменного также во многом повторяет таблицу производных функций действительного переменного.

$$\text{Например, } (z^n)' = nz^{n-1}, (e^z)' = e^z, (\sin z)' = \cos z, (\cos z)' = -\sin z.$$

1.3.6. Интеграл от функции комплексного переменного

Пусть функция $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, $z \in G$ определена и непрерывна в области $G \in C$ и пусть в этой области уравнением

$$z(t) = x(t) + iy(t), \quad \alpha \leq t \leq \beta,$$

задана гладкая кривая z_1z_2 (рис. 1.3.6). Кривая $z(t) = x(t) + iy(t)$, $\alpha \leq t \leq \beta$, называется гладкой, если функции $x(t)$ и $y(t)$ имеют непрерывные производные на отрезке $[\alpha, \beta]$ и $z'(t) = x'(t) + iy'(t)$ при $t \in [\alpha, \beta]$. Непрерывная кривая, состоящая из конечного числа дуг гладких кривых, называется кусочно-гладкой.

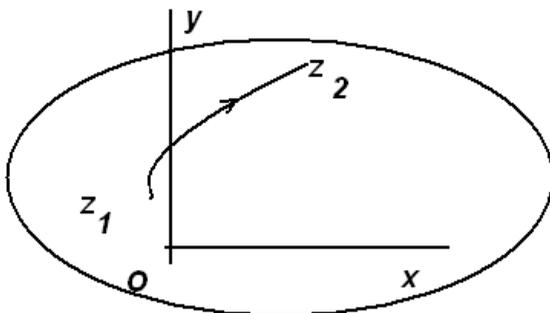


Рис. 1.3.6. Гладкая кривая z_1z_2

Граничные точки кривой обозначим z_1 и z_2 :

$$z_1 = x(\alpha) + iy(\alpha), \quad z_2 = x(\beta) + iy(\beta).$$

Точку z_1 будем считать начальной, а z_2 – конечной. Тем самым устанавливается направление на кривой, которое на чертеже будем отмечать стрелкой.

Интеграл от функции $f(z)$ вдоль кривой Γ определяется через криволинейные интегралы второго типа посредством соотношения равенством:

$$\int_{\Gamma} f(z) dz = \int_{\Gamma} u(x, y) dx - v(x, y) dy + i \int_{\Gamma} v(x, y) dx + u(x, y) dy \quad (1.3.25)$$

и вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} f(z) dz &= \int_{\alpha}^{\beta} [u(x(t), y(t))x'(t) - v(x(t), y(t))y'(t)] dt + \\ &+ i \int_{\alpha}^{\beta} [v(x(t), y(t))x'(t) - u(x(t), y(t))y'(t)] dt. \end{aligned} \quad (1.3.26)$$

Полагая $z'(t) = x'(t) + iy'(t)$ и вводя обозначения $u(x(t), y(t)) = u(z(t))$ и $v(x(t), y(t)) = v(z(t))$, равенство (1.3.26) можно представить в виде:

$$\int_{\Gamma} f(z) dz = \int_{\alpha}^{\beta} f(z(t))z'(t) dt. \quad (1.3.27)$$

Если кривая Γ замкнута, то $z_1 = z_2$.

Отметим основные свойства интеграла (1.3.27).

1. $\forall p, q \in C \int_{\Gamma} [pf(z) + qg(z)] dz = p \int_{\Gamma} f(z) dz + q \int_{\Gamma} g(z) dz.$

2. Если на кривой Γ сменить направление движения, то значение интеграла сменит знак:

$$\int_{\Gamma^+} f(z) dz = - \int_{\Gamma^-} f(z) dz.$$

3. Если $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ и конец Γ_1 является началом Γ_2 , то:

$$\int_{\Gamma} f(z)dz = \int_{\Gamma_1} f(z)dz + \int_{\Gamma_2} f(z)dz.$$

Например, вычислим интеграл $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z}$, где Γ – окружность $|z|=a$. Используем показательную форму комплексного числа и свойства показательной функции e^z . $z(t) = ae^{it}$, $z'(t) = aie^{it}$. В соответствии с формулой (1.3.20) получим:

$$\int_{\Gamma} \frac{dz}{z} = \int_0^{2\pi} \frac{aie^{it}}{ae^{it}} dt = i \int_0^{2\pi} dt = 2\pi i. \quad (1.3.28)$$

Другой пример. Вычислим интеграл $\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z-z_0)^n}$, где Γ – окружность $|z-z_0|=a$, $n \in \mathbb{N}$.

Параметрическое уравнение этой окружности в комплексной форме имеет вид: $z-z_0 = ae^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$, или $z(t) = z_0 + ae^{it}$. Тогда $z' = aie^{it}$, и, следовательно,

$$\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z-z_0)^n} = \int_0^{2\pi} \frac{aie^{it}}{a^n e^{nit}} dt = \frac{i}{a^{n-1}} \int_0^{2\pi} e^{i(1-n)t} dt = 2\pi i.$$

Далее, если $n=1$, то $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z-z_0} = i \int_0^{2\pi} dt = 2\pi i$, если $n > 1$, то рассматриваемый интеграл равен нулю:

$$\int_0^{2\pi} e^{i(1-n)t} dt = \frac{e^{i(1-n)t}}{i(1-n)} \Big|_0^{2\pi} = \frac{e^{i(1-n)2\pi} - e^0}{i(1-n)} = \frac{[\cos((1-n)2\pi) + i \sin((1-n)2\pi) - 1]}{i(1-n)} = 0.$$

1.3.7. Теорема Коши для односвязной области

Если функция $f(z)$ аналитическая в односвязной области G , то интеграл от $f(z)$ по любой замкнутой кусочно-гладкой кривой Γ , лежащей в G , равен нулю:

$$\int_{\Gamma} f(z)dz = 0.$$

Действительно, так как функция $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ – аналитическая в области G , а $u(x, y)$, $v(x, y)$ – непрерывно дифференцируемы в G и выполняются условия Коши-Римана:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x},$$

то оба криволинейных интеграла в правой части равенства (1.3.25) равны нулю. Тогда и левая часть равенства (1.3.25) равна нулю.

Для n -связной области G , изображенной на рис. 1.3.7, имеет место более общая теорема, доказательство которой легко получить из теоремы Коши для односвязной области. Заметим, что направление обхода границы области G считается положительным, если область G при этом остается все время слева.

Теорема Коши для многосвязной области

Если $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ – кусочно-гладкие кривые и функция $f(z)$ аналитическая в области G , изображенной на рис. 1.3.7, то интеграл от этой функции $f(z)$ по границе Γ области G , проходимый в положительном направлении, равен нулю, т. е.

$$\sum_{k=1}^n \int_{\Gamma_k^+} f(z) dz = 0. \quad (1.3.29)$$

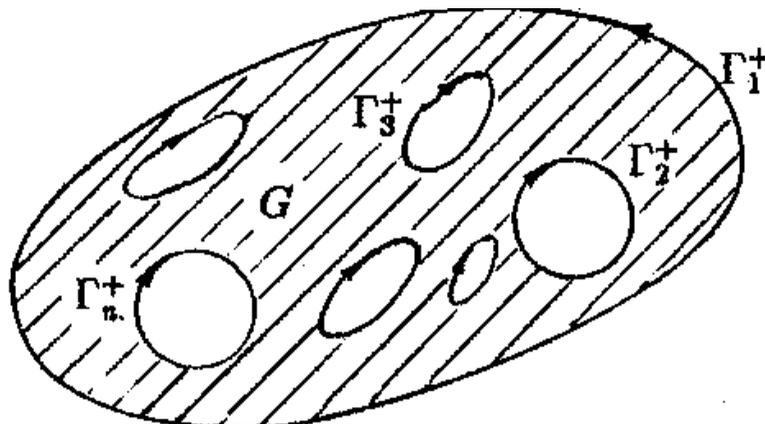


Рис. 1.3.7. Пример n -связной области G

Изменив направление обхода внутренних границ области G , формуле (1.3.29) можно придать вид:

$$\int_{\Gamma_1^+} f(z) dz = \sum_{k=2}^n \int_{\Gamma_k^-} f(z) dz = 0. \quad (1.3.30)$$

В частности, если функция $f(z)$ – аналитическая в кольце между двумя кривыми Γ_1 , и Γ_2 и на самих кривых (рис. 1.3.8), то

$$\int_{\Gamma_1^+} f(z) dz = \int_{\Gamma_2^-} f(z) dz. \quad (1.3.31)$$

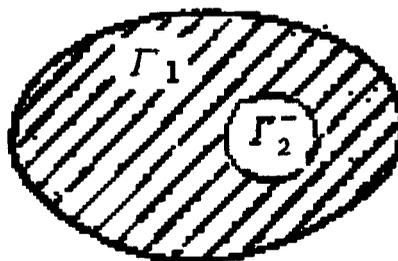


Рис. 1.3.8. Кольцо между двумя кривыми Γ_1 и Γ_2

Пример. Вычислить $\int_{\Gamma} \frac{z^2}{z-1} dz$, где Γ – окружность $|z|=3$, обходимая против движения часовой стрелки (рис. 1.3.9).

Решение. Поскольку

$$\frac{z^2}{z-1} = \frac{z^2 - 1 + 1}{z-1} = z + 1 + \frac{1}{z-1},$$

то будем иметь:

$$\int_{\Gamma} \frac{z^2}{z-1} dz = \int_{\Gamma} \left(z + 1 + \frac{1}{z-1} \right) dz = \int_{\Gamma} (z+1) dz + \int_{\Gamma} \frac{dz}{z-1}.$$

Функция $f(z) = z+1$ аналитическая в плоскости C , поэтому, согласно теореме Коши, $\int_{\Gamma} (z+1) dz = 0$. В соответствии с формулой (1.3.31):

$$\int_{\Gamma} \frac{dz}{z-1} = \int_{\Gamma_1} \frac{dz}{z-1} = 2\pi i.$$

где Γ_1 – окружность $|z-1|=1$,

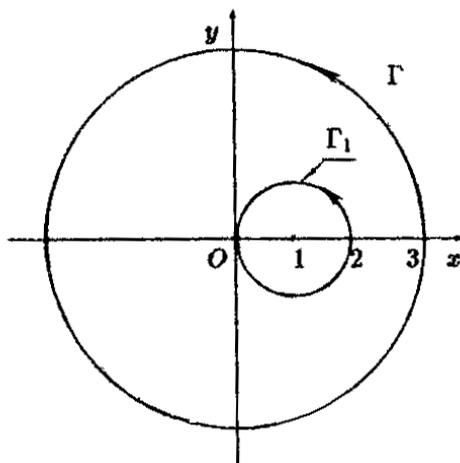


Рис. 1.3.9. Окружность $|z|=3$

Поэтому окончательно получим:

$$\int_{\Gamma} \frac{z^2}{z-1} dz = \int_{\Gamma} (z+1) dz + \int_{\Gamma_1} \frac{dz}{z-1} = 0 + 2\pi i = 2\pi i.$$

В заключение отметим, что для функций комплексного переменного представлена теорема, не имеющая аналога в теории функций действительного переменного. Аналитическая в точке z функция $f(z)$ имеет в этой точке производную любого порядка.

1.3.8. Вычеты

Особые точки функции

Пусть функция $f(z)$ задана в области G . Точка z_0 , принадлежащая области G или ее границе, называется особой точкой функции $f(z)$, если она не является аналитической в этой точке.

Особая точка функции $f(z)$ называется изолированной особой точкой, если существует некоторая окрестность $U(z_0, r)$ точки z_0 , которая не содержит особых точек, отличных от z_0 .

Особую точку $z = z_0$ будем называть полюсом порядка n для функции $f(z)$, если эта точка является нулем кратности n для функции $1/f(z)$. Полюс первого порядка часто называют простым полюсом.

Для того чтобы точка $z = z_0$ являлась полюсом порядка n функции $f(z)$, необходимо и достаточно, чтобы функция $f(z)$ была представима в виде:

$$f(z) = \psi(z) + \frac{A_1}{z - z_0} + \frac{A_2}{(z - z_0)^2} + \dots + \frac{A_n}{(z - z_0)^n}, \quad (1.3.32)$$

где $A_j, j = 1, 2, \dots, n, (A_n \neq 0)$ – постоянные числа, а $\psi(z)$ – функция, аналитическая в некоторой окрестности точки z_0 .

Так, например, точка $z = 4$ является полюсом третьего порядка функции $f(z) = \frac{e^z}{(z-4)^3}$, так как $z = 4$ – нуль кратности 3 функции $\frac{1}{f(z)} = \frac{(z-4)^3}{e^z}$.

1.3.9. Вычет функции в особой точке

Теорема Коши устанавливает, что интеграл от аналитической в области G функции $f(z)$ по замкнутой кривой, лежащей в этой области G , равен нулю. Если область G содержит особые точки функции $f(z)$, то существует определенная связь между характером поведения функции в окрестности особых точек и значением интеграла по кривой, охватывающей особые точки. Эта связь устанавливается с помощью понятия *вычета*.

Пусть точка z_0 – изолированная особая точка функции $f(z)$, аналитической в области G . Обозначим через Γ замкнутую кривую, лежащую в области G и содержащую внутри себя рассматриваемую точку z_0 и никаких других особых точек функции $f(z)$ (рис. 1.3.10).

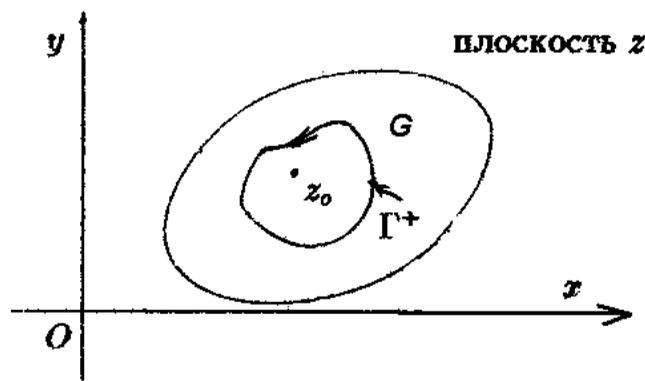


Рис. 1.3.10. Изолированная особая точка z_0

Комплексное число, равное произведению $1/(2\pi i)$ на значение интеграла от $f(z)$, взятому по кривой Γ , обходя её против движения часовой стрелки, называется вычетом функции $f(z)$ относительно точки z_0 (в точке z_0) и обозначается символом $\text{res}[f(z), z_0]$. Таким образом, по определению,

$$\text{res}[f(z), z_0] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma^+} f(z) dz.$$

В дальнейшем в качестве кривой Γ будем брать окружность с центром в точке z_0 ($|z - z_0| = 1$).

Например, найти вычет функции $f(z) = \frac{z^2}{z-2}$ относительно особой точки $z = 2$. Пусть Γ – окружность $|z - 2| = 1$:

$$\operatorname{res}\left[\frac{z^2}{z-2}, 2\right] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma^+} \left(z + 2 + \frac{4}{z-2}\right) dz = \frac{1}{2\pi i} \left[\int_{\Gamma^+} (z+2) dz + \int_{\Gamma^+} \frac{dz}{z-2} dz \right].$$

Функция $\psi(z) = z + 2$ – аналитическая в плоскости C . Поэтому, согласно теореме Коши, $\int_{\Gamma^+} (z+2) dz = 0$.

Кроме того, имеем: $\int_{\Gamma^+} \frac{dz}{z-2} = 2\pi i$. Следовательно,

$$\operatorname{res}\left[\frac{z^2}{z-2}, 2\right] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma^+} (0 + 4 \cdot 2\pi i) dz = 4.$$

В случае, когда особая точка z_0 – полюс функции $f(z)$, вычет этой функции относительно z_0 вычисляется с помощью простых приемов.

Если точка z – простой полюс функции $f(z)$, то в соответствии с определением (1.3.32):

$$f(z) = \psi(z) + \frac{A}{z - z_0} \quad (A = \text{const}), \quad (1.3.33)$$

где $\psi(z)$ – функция аналитическая в окрестности $U(z_0, r)$.

Пусть Γ – окружность с центром в точке z_0 , лежащая в $U(z_0, r)$. Интегрируя равенство (1.3.33) по окружности Γ , получим:

$$\int_{\Gamma^+} f(z) dz = \int_{\Gamma^+} \psi(z) dz + A \int_{\Gamma^+} \frac{dz}{z - z_0}.$$

Согласно теореме Коши, имеем:

$$\int_{\Gamma^+} \psi(z) dz = 0, \quad \int_{\Gamma^+} \frac{dz}{z - z_0} = 2\pi i.$$

Отсюда $\int_{\Gamma^+} f(z) dz = A \cdot 2\pi i$ или $A = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma^+} f(z) dz$. Сравнивая значение A с равенством (1.3.33), получим: $\operatorname{res}[f(z), z_0] = A$, после чего равенство (1.3.33) примет вид:

$$f(z) = \psi(z) + \frac{\operatorname{res}[f(z), z_0]}{z - z_0}$$

или

$$\operatorname{res}[f(z), z_0] = f(z) \cdot (z - z_0) - \psi(z)(z - z_0).$$

Переходя в обеих частях последнего равенства к пределу при $z \rightarrow z_0$, получим:

$$\operatorname{res}[f(z), z_0] = \lim_{z \rightarrow z_0} [(z - z_0) \cdot f(z)], \quad (1.3.34)$$

поскольку в силу непрерывности функции $\psi(z)$ и следующей ее аналитичности: $\lim_{z \rightarrow z_0} [(z - z_0) \cdot \psi(z)] = 0 \cdot \psi(z) = 0$.

Например. Точка $z = i$ – простой полюс функции $f(z) = \frac{z^2}{(z^2 + 1)(z + 3)}$.

$$\begin{aligned} \operatorname{res}\left[\frac{z^2}{(z^2 + 1)(z + 3)}, i\right] &= \operatorname{res}\left[\frac{z^2}{(z + i)(z - i)(z + 3)}, i\right] = \\ &= \lim_{z \rightarrow i} \left[(z - i) \frac{z^2}{(z + i)(z - i)(z + 3)} \right] = \lim_{z \rightarrow i} \left[\frac{z^2}{(z + i)(z + 3)} \right] = \frac{i^2}{2i(i + 3)} = \frac{1 + 3i}{20}. \end{aligned}$$

Пусть снова z_0 – простой полюс функции $f(z)$, которая может быть представлена в виде:

$$f(z) = \frac{f_1(z)}{f_2(z)},$$

где $f_1(z)$ и $f_2(z)$ – функции, аналитические в точке $z = z_0$, причем $z = z_0$ – простой нуль функции $f_2(z)$, а $f_1(z_0) \neq 0$.

В соответствии с выражением (1.3.34), имеем:

$$\operatorname{res}[f(z), z_0] = \lim_{z \rightarrow z_0} \left[(z - z_0) \cdot \frac{f_1(z)}{f_2(z)} \right] = \frac{f_1(z_0)}{\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f_2(z)}{z - z_0}}.$$

Но так как $f_2(z_0) = 0$, то, согласно определению производной,

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f_2(z)}{z - z_0} = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f_2(z) - f_2(z_0)}{z - z_0} = f_2'(z_0).$$

Таким образом,

$$\operatorname{res}[f(z), z_0] = \operatorname{res}\left[\frac{f_1(z)}{f_2(z)}, z_0\right] = \frac{f_1(z_0)}{f_2'(z_0)}.$$

Пример. Пусть

$$f(z) = \frac{f_1(z)}{f_2(z)} = \frac{e^z}{z(z^2 + 3)};$$

$z = 0$ – простой полюс данной функции, поэтому

$$\operatorname{res}\left[\frac{e^z}{z(z^2 + 3)}, 0\right] = \frac{e^z}{z(z^2 + 3)} \Big|_{z=0} = \frac{e^z}{3z^2 + 3} \Big|_{z=0} = \frac{1}{3}.$$

Если точка $z = z_0$ – полюс порядка n функции $f(z)$, то в соответствии с выражением (1.3.32) в некоторой окрестности $U(z_0, r)$ этой точки:

$$f(z) = \psi(z) + \frac{A_1}{z - z_0} + \frac{A_2}{(z - z_0)^2} + \dots + \frac{A_n}{(z - z_0)^n}, \quad (1.3.35)$$

где $\psi(z)$ – функция, аналитическая в этой окрестности.

Пусть Γ – окружность $|z - z_0| = r/2$. Интегрируя обе части выражения (1.3.35) по окружности Γ^+ и учитывая теорему Коши и формулу (1.3.29):

$$\int_{\Gamma^+} f(z) dz = 2\pi i A_1, \text{ откуда } A = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma^+} f(z) dz = \text{res}[f(z), z_0].$$

Умножив теперь обе части равенства (1.3.35) на $(z - z_0)^n$, получим для $z \neq z_0$ и $z \in U(z_0, r)$:

$$(z - z_0)^n \cdot f(z) = (z - z_0)^n \cdot \psi(z) + A_1(z - z_0)^{n-1} + A_2(z - z_0)^{n-2} + \dots + A_{n-1}(z - z_0) + A_n. \quad (1.3.36)$$

Продифференцировав по z обе части этого тождества $(n - 1)$ раз, будем иметь:

$$(z - z_0)^n \cdot f(z)^{(n-1)} = \left[(z - z_0)^n \cdot \psi(z) \right]^{(n-1)} + (n-1)! A_1. \quad (1.3.37)$$

Переходя в обеих частях равенства (1.3.37) к пределу при $z \rightarrow z_0$, получим:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \left\{ \left[(z - z_0)^n \cdot f(z) \right]^{(n-1)} \right\} = (n-1)! A_1. \quad (1.3.38)$$

Так как для функции $(z - z_0)^n \cdot \psi(z)$ точка $z = z_0$ является нулем порядка не ниже, чем n , то в точке $z = z_0$ обращаются в нуль все производные этой функции до порядка $(n - 1)$ включительно, и поэтому при $z = z_0$ первое слагаемое в правой части равенства (1.3.37) равно нулю.

Из равенств (1.3.36) и (1.3.38) следует:

$$\text{res}[f(z), z_0] = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \rightarrow z_0} \left\{ \left[(z - z_0)^n \cdot f(z) \right]^{(n-1)} \right\}. \quad (1.3.39)$$

Пример. Найти $\text{res}[z/(z^2 + 1)^3, -i]$.

Решение. Точка $z = -i$; $-$ полюс третьего порядка функции $f(z) = z/(z^2 + 1)^3$, поэтому, в соответствии с формулой (1.3.39), получим:

$$\begin{aligned} \text{res} \left[\frac{z}{(z^2 + 1)^3}, -i \right] &= \frac{1}{2!} \lim_{z \rightarrow -i} \left\{ \left[(z + i)^3 \cdot \frac{z}{(z - i)^3 (z + i)^3} \right]^{(2)} \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \lim_{z \rightarrow -i} \left\{ \left[\frac{z}{(z - i)^3} \right]^{(2)} \right\} = \frac{1}{2} \lim_{z \rightarrow -i} \left\{ \left[\frac{(z - i)^3 - 3z(z - i)^2}{(z - i)^6} \right]' \right\} = \quad (1.3.40). \\ &= \frac{1}{2} \lim_{z \rightarrow -i} \left\{ \left[\frac{2z + i}{(z - i)^4} \right]' \right\} = \frac{6}{2} \lim_{z \rightarrow -i} \left[\frac{z + i}{(z - i)^5} \right] = 0. \end{aligned}$$

Основная теорема теории вычетов

Пусть замкнутая кривая Γ ограничивает односвязную область G , а функция $f(z)$ аналитична в замкнутой области \bar{G} , за исключением конечного числа точек z_1, z_2, \dots, z_m , лежащих внутри области G . Тогда

$$\int_{\Gamma^+} f(z) dz = 2\pi i \cdot \sum_{k=1}^m \text{res}[f(z), z_k]. \quad (1.3.41)$$

Доказательство. Окружим точки z_k окружностями Γ_k , $k = 1, 2, \dots, m$ столь малых радиусов, чтобы они лежали внутри G и не пересекались друг с другом (рис. 1.3.11). Тогда, в соответствии с формулой (1.3.30):

$$\int_{\Gamma^+} f(z)dz = \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k^-} f(z)dz = 0,$$

где все кривые обходятся против часовой стрелки. Поделив и умножив правую часть последнего равенства на $2\pi i$ и учитывая равенство (1.3.32), получим (1.3.41).

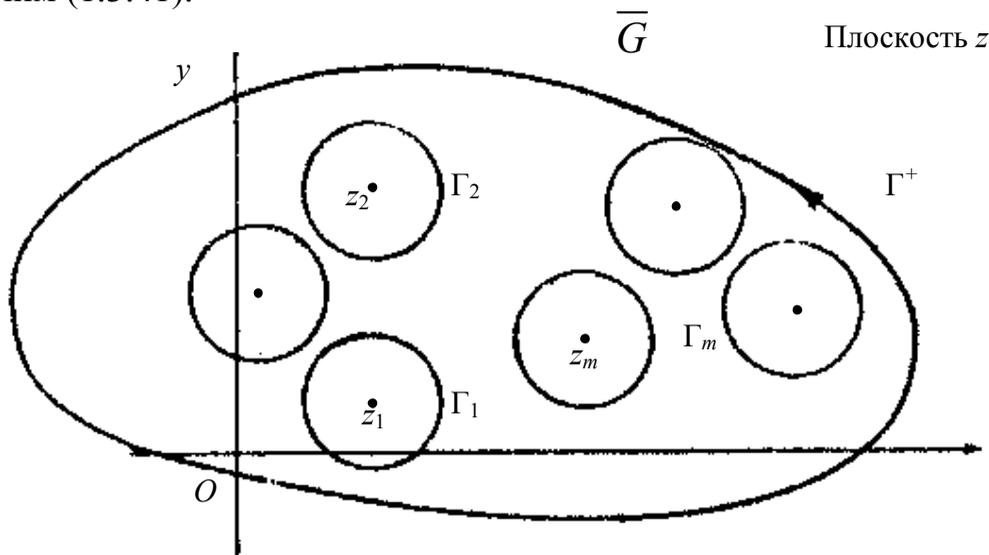


Рис. 1.3.11. Окружности Γ_k , окружающие изолированные особые точки z_k

Формула (1.3.41) позволяет вычислять интегралы от функции $f(z)$ по замкнутой кривой, если известны вычеты этой функции относительно конечного числа изолированных особых точек, лежащих внутри кривой.

1.4. Операционное исчисление [1.2]

Операционное исчисление чаще всего основано на преобразовании Лапласа, которое связывает функцию $F(p)$ комплексного переменного p (изображение) с соответствующей функцией $f(t)$ действительного переменного t (оригинал). Преобразование Лапласа характерно тем, что многим соотношениям и операциям над оригиналами $f(t)$ соответствуют более простые соотношения и операции над их изображениями $F(p)$. Метод решения заключается в преобразовании данной задачи, включающей оригиналы $f(t)$ в эквивалентную задачу, сформулированную в терминах, соответствующих изображениям $F(p)$.

Функцией-оригиналом для преобразования Лапласа называют функцию $f(t)$ действительного переменного $t, 0 \leq t \leq +\infty$, интегрируемую на любом интервале $0 \leq t \leq A$. Выражение

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = L[f(t)], \quad p = a + i\sigma \quad (1.4.1)$$

называют *интегралом* Лапласа, а функцию $F(p)$ – *преобразованием* или *трансформацией (изображением)* Лапласа. Если функция $f(t)$ является оригиналом и $F(p)$ служит её изображением, то в любой точке своей непрерывности имеет место формула обращения (обратное преобразование Лапласа):

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{pt} F(p) dp, \quad (1.4.2)$$

где интеграл берется вдоль любой прямой $\operatorname{Re} p = a > s_0$, s_0 – показатель роста функции $|f(t)| < M e^{s_0 t}$, или абсцисса абсолютной сходимости интеграла Лапласа.

Преобразование, относящее к оригиналу $f(t)$ его изображение $F(p)$, называется *преобразованием Лапласа*. При этом пишут: $f(t) \div F(p)$.

1.4.1. Замечания о несобственных интегралах

Пусть $f(t)$ непрерывна на $[0, +\infty]$. Несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ называется сходящимся, если существует $\lim_{l \rightarrow +\infty} \int_0^l f(t) dt$. Если $\int_0^{+\infty} |f(t)| dt$ сходится, то несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ называется абсолютно сходящимся. Абсолютно сходящийся интеграл всегда сходится.

Несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ абсолютно сходится, если сходится интеграл $\int_0^{+\infty} \varphi(t) dt$, где $\varphi(t)$ – такая действительная неотрицательная функция, что $\forall t \quad |f(t)| \leq \varphi(t)$. В этом случае говорят, что несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ мажорируется несобственным интегралом $\int_0^{+\infty} \varphi(t) dt$.

Несобственные интегралы, зависящие от параметра

Пусть $f(t, p)$ непрерывна на интервале $J = [0, +\infty] \quad \forall p$. Несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} f(t, p) dt$ называется зависящим от параметра p . Введем понятие равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Пусть $\int_0^{+\infty} f(t, p) dt$ сходится для $\forall p \in J$. Интеграл называется равномерно сходящимся относительно p на J , если для $\forall \varepsilon > 0 \exists b(\varepsilon)$ такое, что выполняется неравенство $\left| \int_b^{+\infty} f(t, p) dt \right| < \varepsilon$, т. е. конец ряда абсолютно мал.

Аналитическая зависимость от параметра

Лемма. Пусть $f(t, p)$ – непрерывная комплекснозначная функция двух переменных t, p : действительного переменного t на сегменте $[a, b]$ и комплексного переменного p в области D . Пусть эта функция при каждом значении t на $[a, b]$ является аналитической функцией от p в области D . Тогда $F(p) = \int_a^b f(t, p) dt$ будет аналитической функцией от p в D , причем

$$F'(p) = \int_a^b f'_p(t, p) dt.$$

Эта зависимость несобственного интеграла от параметра часто используется в теории несобственных интегралов.

1.4.2. Преобразование Лапласа

Функцией-оригиналом мы будем называть любую функцию $f(t), t \in R$, удовлетворяющую следующим условиям:

1. $f(t)$ непрерывна на всей оси $-\infty < t < \infty$, кроме, быть может, конечного числа точек разрыва 1-го рода на любом конечном интервале.

2. $f(t) \equiv 0$ для всех отрицательных t .

3. Существуют такие постоянные $M > 0, \alpha \geq 0$, что $|f(t)| \leq Me^{\alpha t} < \forall t \in R$.

Число α называют показателем роста функции $f(t)$, т. е. $f(t)$ возрастает не быстрее, чем $Me^{\alpha t}$.

Простейшей функцией-оригиналом является так называемая единичная функция О. Хевисайда (рис. 1.4.1)

$$\chi(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (1.4.3)$$

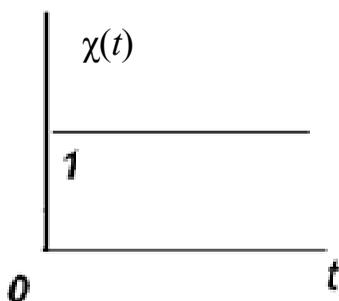


Рис. 1.4.1. Единичная функция О. Хевисайда

Очевидно, что умножение любой функции $g(t)$ на $\chi(t)$ обращает эту функцию в нуль при $t < 0$ и оставляет без изменения при $t \geq 0$. Если функция $g(t)$ удовлетворяет условиям 1 и 3 и не удовлетворяет условию 2, то произведение $f(t) = g(t) \cdot \chi(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ g(t), & t \geq 0 \end{cases}$ будет удовлетворять условию 2,

т. е. будет оригиналом.

С точки зрения физических процессов t интерпретируется как время, и для физики безразлично, как ведут себя искомые функции до начального момента, который всегда можно принять за момент $t = 0$. Для простоты записи будем опускать множитель $\chi(t) = 1$, который гасит все значения искомой функции при $t < 0$.

Функция $f(t)$ может быть и комплексной функцией действительного переменного, т. е. иметь вид:

$$f(t) = f_1(t) + if_2(t),$$

где $f_1(t) = \text{Re}f(t)$; $f_2(t) = \text{Im}f(t)$ удовлетворяют условиям 1 – 3.

Изображением функции $f(t)$, по Лапласу, называют функцию комплексного переменного $p = x + iy$, определяемую соотношением (1.4.1):

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt.$$

Если функция $f(t)$ имеет своим изображением $F(p)$, то это соответствие записывается символами $f(t) \div F(p)$ или $L[f(t)] = F(p)$.

Для любого оригинала $f(t)$ интеграл $\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt$ (интеграл Лапласа) сходится абсолютно при любом p , таком, что $\text{Re } p > \alpha$, где α – показатель роста функции $f(t)$.

Переход от функции $f(t)$ к функции $F(p)$, осуществляемый равенством (1.4.4), называется преобразованием Лапласа.

Например, найдем изображение функции $f(t) = 1$:

$$1 \div \int_0^{\infty} 1 \cdot e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{p}.$$

Другой пример. Найдем изображение функции $f(t) = e^{\alpha t}$:

$$e^{\alpha t} \div \int_0^{\infty} e^{\alpha t} \cdot e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(p-\alpha)t} dt = -\frac{1}{(p-\alpha)} e^{-(p-\alpha)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{p-\alpha} \quad (\text{Re } p > \text{Re } \alpha). \quad (1.4.4)$$

Эта формула верна и в случае, когда α – комплексное число.

Для любого оригинала $f(t)$ с показателем роста α его изображение $F(p)$ определено в полуплоскости $\text{Re } p > \alpha$. В этой полуплоскости оно является аналитической функцией, т. е. его можно дифференцировать любое число раз. Производные $F^{(n)}(p)$ от изображения $F(p)$ по переменной p находятся путем дифференцирования под знаком интеграла Лапласа:

$$F^{(n)}(p) = (-1)^n \int_0^{\infty} t^n f(t) e^{-pt} dt. \quad (1.4.5)$$

Умножив обе части на $(-1)^n$, получим:

$$t^n f(t) \div (-1)^n F^{(n)}(p). \quad (1.4.6)$$

В частности, взяв $f(t) = 1(t)$, будем иметь:

$$t^n = t^n \cdot 1(t) \div (-1)^n \cdot \left(\frac{1}{p}\right)^{(n)} = (-1)^n \cdot \frac{(-1)^n \cdot n!}{p^{n+1}} = \frac{n!}{p^{n+1}}, \quad (1.4.7)$$

т. е. $t^n \div \frac{n!}{p^{n+1}}$.

Аналогично можно получить формулу

$$t^n e^{\alpha t} \div \frac{n!}{(p - \alpha)^{n+1}}. \quad (1.4.8)$$

Заметим, что если точка p стремится к бесконечности так, что $\operatorname{Re} p = x$ неограниченно возрастает, то $F(p)$ стремится к нулю: $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(p) = 0$.

Заметим также, что оригинал однозначно определяется своим изображением с точностью до своих значений в точках разрыва.

1.4.3. Свойства преобразования Лапласа

Рассмотрим некоторые теоремы, составляющие аппарат операционного исчисления, основанного на преобразовании Лапласа.

Свойство линейности. Пусть $f(t) \div F(p)$ и $g(t) \div G(p)$. Тогда для любых комплексных постоянных α и β

$$\alpha f(t) + \beta g(t) \div \alpha F(p) + \beta G(p). \quad (1.4.9)$$

Доказательство:

$$\alpha f(t) + \beta g(t) \div \int_0^{\infty} [\alpha f(t) + \beta g(t)] e^{-pt} dt = \alpha \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt + \beta \int_0^{\infty} g(t) e^{-pt} dt = \alpha F(p) + \beta G(p).$$

В качестве применения этого свойства найдем изображения тригонометрических и гиперболических функций. По формулам Эйлера:

$$\sin wt = \frac{e^{iwt} - e^{-iwt}}{2i}, \quad \cos wt = \frac{e^{iwt} + e^{-iwt}}{2}.$$

Полагая в формуле (1.4.4) $a = \pm iw$ и применяя свойство линейности, получим:

$$\begin{aligned} \sin wt \div \frac{1}{2i} \left(\frac{1}{p - iw} - \frac{1}{p + iw} \right) &= \frac{w}{p^2 + w^2}, \\ \cos wt \div \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p - iw} + \frac{1}{p + iw} \right) &= \frac{p}{p^2 + w^2}. \end{aligned} \quad (1.4.10)$$

Аналогично, исходя из определения гиперболических функций:

$$\operatorname{sh} wt = \frac{e^{wt} - e^{-wt}}{2}; \quad \operatorname{ch} wt = \frac{e^{wt} + e^{-wt}}{2}, \quad \text{находим:}$$

$$\operatorname{sh} wt \div \frac{w}{p^2 - w^2}; \quad \operatorname{ch} wt \div \frac{p}{p^2 - w^2}. \quad (1.4.11)$$

Теорема подобия. Пусть $f(t) \div F(p)$. Тогда для любого постоянного

$$\lambda > 0 \quad f(\lambda t) \div \frac{1}{\lambda} F\left(\frac{p}{\lambda}\right).$$

Теорема затухания. Если $f(t) \div F(p)$ и a – любое действительное или комплексное число, то

$$e^{at} f(t) \div F(p-a). \quad (1.4.12)$$

Доказательство:

$$e^{at} f(t) \div \int_0^{\infty} e^{at} f(t) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(t) e^{-(p-a)t} dt = F(p-a).$$

Теорема затухания позволяет по известным изображениям функций находить изображения произведений этих функций на экспоненту.

Например, на основании этой теоремы и формул (1.4.10) находим:

$$e^{at} \sin wt \div \frac{w}{(p-a)^2 + w^2};$$

$$e^{at} \cos wt \div \frac{p-a}{(p-a)^2 + w^2}.$$

Теорема запаздывания. Пусть $f(t) \div F(p)$. Тогда для любого $\tau > 0$, $f(t-\tau) \div e^{-p\tau} F(p)$.

На этой теореме основано изображение многих функций. Прежде всего, выясним смысл термина «запаздывание». Пусть график функции $f(t)$ изображен на рис. 1.4.2. Тогда график функции $f(t-\tau)$, изображенный на рис. 1.4.2, будет сдвинут относительно графика $f(t)$ на τ , причем на промежутке $(0, \tau)$ график совпадает с осью $0t$, так как на этом промежутке $t-\tau < 0$, и поэтому $f(t-\tau) = 0$. Следовательно, процесс, описываемый функцией $f(t-\tau)$, начинается как бы с запаздывания на время τ относительно процесса, описываемого функцией $f(t)$. Отсюда и термин «запаздывание».

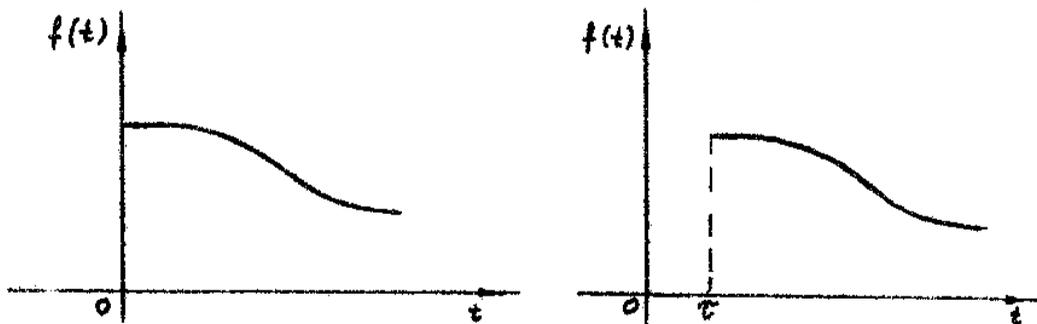


Рис. 1.4.2. Теорема запаздывания оригинала

Исходя из физического толкования, теорему запаздывания можно сформулировать следующим образом: запаздывание оригинала на время τ соответствует умножению изображения на $e^{-p\tau}$.

Доказательство теоремы запаздывания:

$$f(t-\tau) \div \int_0^{\infty} f(t-\tau) e^{-pt} dt = \int_0^{\tau} f(t-\tau) e^{-pt} dt + \int_{\tau}^{\infty} f(t-\tau) e^{-pt} dt;$$

$$\int_0^{\tau} f(t-\tau) e^{-pt} dt = 0, \text{ так как } f(t-\tau) = 0 \text{ на } (0, \tau).$$

Произведем в последнем интеграле замену переменной, полагая $t - \tau = z$. Тогда $t = \tau + z$, $dt = dz$ и

$$\int_{\tau}^{\infty} f(t - \tau) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(z) e^{-p(\tau+z)} dz = e^{-p\tau} \int_0^{\infty} f(z) e^{-pz} dz = e^{-p\tau} F(p),$$

т. е. $f(t - \tau) \div e^{-p\tau} F(p)$,

что и требовалось доказать.

Теорему запаздывания удобно применять при отыскании изображений функций, которые на разных промежутках задаются различными аналитическими выражениями.

Например. Найдем изображение функции:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 2t, & 0 \leq t \leq 1. \\ 2, & t > 1 \end{cases}$$

Эту функцию можно представить в виде:

$$f(t) = 2t \cdot 1(t) - 2(t-1) \cdot 1(t-1).$$

Тогда

$$f(t) \div \frac{2}{p^2} - \frac{2}{p^2} e^{-p}.$$

Дифференцирование оригинала. Если $f(t) \div F(p)$ и $f'(t)$ является оригиналом, то

$$f'(t) \div pF(p) - f(0). \quad (1.4.13)$$

В самом деле, переходя к изображениям и интегрируя по частям, получим:

$$f'(t) \div \int_0^{\infty} f'(t) e^{-pt} dt = \left[f(t) e^{-pt} \right]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt.$$

В силу того, что $\operatorname{Re} p = x > \alpha$, имеем $|f(t) e^{-pt}| \leq M e^{-(x-\alpha)t}$, и подстановка $t = \infty$ в первый член дает нуль, подстановка же $t = 0$ дает $f(0)$, следовательно, $\left[f(t) e^{-pt} \right]_0^{\infty} = -f(0)$; второй член равен $pF(p)$, и формула (2.9) доказана.

Следствие. Если $f(t) \div F(p)$ и $f^{(n)}(t)$ – оригинал, то

$$f^{(n)}(t) \div p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \dots - p f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0).$$

В справедливости этого утверждения можно убедиться, применяя формулу (1.4.13) n раз.

Интегрирование оригинала. Пусть $f(t) \div F(p)$, тогда

$$g(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \div \frac{1}{p} F(p). \quad (1.4.14)$$

Прежде всего, заметим, что $g'(t) = f(t)$ и $g(0) = 0$. Поэтому, обозначая изображение $g(t)$ через $G(p)$, т. е. $g(t) \div G(p)$, и применяя (1.4.13), получим:

$$g'(t) = f(t) \equiv pG(p) - g(0) = pG(p),$$

но так как $f(t) \div F(p)$, то $F(p) = pG(p)$, откуда $G(p) = \frac{1}{p}F(p)$.

Изображение периодических оригиналов. Пусть $f(t)$ – периодический оригинал с периодом T , т. е. $f(t+T) = f(t)$ для всех $t > 0$.

Теорема. Изображение периодического оригинала $f(t)$ с периодом T определяется формулой

$$F(p) = \frac{1}{1 - e^{-pT}} \int_0^T f(t) e^{-pt} dt. \quad (1.4.15)$$

В самом деле,

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = \int_0^T f(t) e^{-pt} dt + \int_T^{\infty} f(t) e^{-pt} dt.$$

В интеграле $\int_T^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$ произведем замену переменной, положив $t = t_1 + T$:

$$\int_T^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(t_1 + T) e^{-p(t_1 + T)} dt = e^{-pT} \int_0^{\infty} f(t_1) e^{-pt_1} dt_1 = e^{-pT} F(p).$$

Тогда

$$F(p) = \int_0^T f(t) e^{-pt} dt + e^{-pT} F(p).$$

Отсюда и получаем (1.4.15).

Теорема умножения. Если $F(p) \div f(t)$ и $G(p) \div g(t)$, то

$$F(p) \cdot G(p) \div \int_0^t f(\tau) g(t - \tau) d\tau; \quad (1.4.16)$$

$$F(p) \cdot G(p) \div \int_0^t f(t - \tau) g(\tau) d\tau.$$

Доказательство. По определению изображения:

$$\int_0^t f(\tau) g(t - \tau) d\tau \div \left[\int_0^t \int_0^t f(\tau) g(t - \tau) d\tau \right] e^{-pt} dt.$$

Стоящий справа интеграл будем рассматривать как двойной интеграл, который берется по области, ограниченной прямыми $\tau = 0, \tau = t$ (рис. 1.4.3).

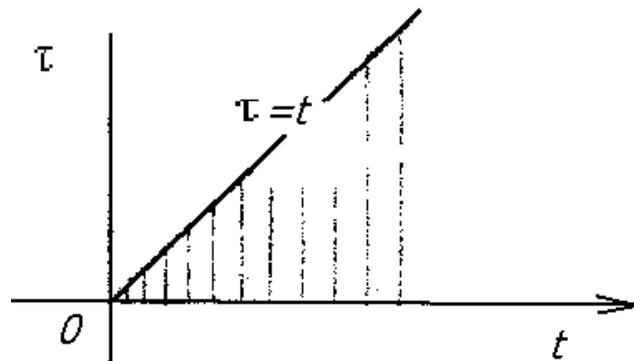


Рис. 1.4.3. К теореме умножения изображений. Свертка оригиналов

Изменим порядок интегрирования в этом интеграле:

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} dt \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau = \int_0^{\infty} f(\tau)d\tau \int_{\tau}^{\infty} e^{-pt} g(t-\tau)dt.$$

Произведя замену переменных $t-\tau=t_1$ во внутреннем интеграле, получим:

$$\int_{\tau}^{\infty} e^{-pt} g(t-\tau)dt = \int_0^{\infty} e^{-p(\tau+t_1)} g(t_1)dt_1 = e^{-p\tau} \int_0^{\infty} e^{-p(t_1)} g(t_1)dt_1 = e^{-p\tau} G(p).$$

Следовательно,

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} dt \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau = \int_0^{\infty} f(\tau)e^{-p\tau} G(p)d\tau = G(p) \int_0^{\infty} f(\tau)e^{-p\tau} d\tau = F(p) \cdot G(p).$$

Таким образом, $F(p) \cdot G(p) \div \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$.

Замечание. Функция $\varphi(\tau) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$ называется свёрткой функций

$f(t)$ и $g(t)$ и обозначается символом $f \cdot g \div \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$.

В приложениях также полезно найти оригинал произведения $pF(p)G(p)$. Пользуясь правилом дифференцирования оригинала и теоремой умножения, мы получим так называемый интеграл Дюамеля:

$$pF(p)G(p) = f(0)G(p) + [pF(p) - f(0)]G(p) \div f(0)g(t) + \int_0^t f'(\tau)g(t-\tau)d\tau. \quad (1.4.17)$$

Определение оригинала по изображению

Перейдем к задаче нахождения оригинала по известному изображению.

Теорема 1. Если функция $F(p)$ может быть разложена в ряд

$$F(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n}{p^{n+1}},$$

абсолютно сходящийся при всех $|p| > R > 0$, то $F(p)$ является

изображением $f(t)$, определенного степенным рядом $f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n}{n!} t^n$.

Теорема 2. Если изображение $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$ является правильной рациональной функцией и p_1, p_2, \dots, p_n — полюсы функции $F(p)$, то

$$F(p) \div f(t) = \sum_{k=1}^n \text{res} [F(p)e^{pt}, p_k],$$

где $[F(p)e^{pt}, p_k]$ — вычет функции $F(p)e^{pt}$ в полюсе p_k .

Импульсная функция Дирака и её изображение

Английский физик-теоретик П. А. М. Дирак (Нобелевская премия, 1933) ввел понятие дельта-функции, которая имеет вид:

$$\delta_h(t) = \begin{cases} 1/h & 0 < t < h; \\ 0, & t < 0, t > h. \end{cases} \quad (1.4.18)$$

Эта функция действует на отрезке $[0, h]$, где имеет постоянное значение $1/h$, и для неё справедливо равенство

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta_h(t) dt = \int_0^h \frac{dt}{h} = 1. \quad (1.4.19)$$

Устремим $h \rightarrow 0$ и введем условную функцию $\delta(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \delta_{h \rightarrow 0}(t)$, которую будем называть *дельта-функцией Дирака*.

Импульсная функция $\delta(t)$ равна нулю всюду, кроме точки $t = 0$, где она равна бесконечности, и тем не менее для неё считается справедливым соотношение:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (1.4.20)$$

Таким образом, функция Дирака $\delta(t)$ представляет собой условное сокращенное обозначение для предельного процесса, который часто рассматривается в физике: бесконечно большая величина, действующая в бесконечно малый промежуток времени, с суммарным эффектом, равным единице.

Простейшей функцией-оригиналом является единичная функция:

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 1, & t \geq 0. \end{cases} \quad (1.4.21)$$

Изображение дельта-функции, по Лапласу, получается как предельное для единичного импульса $\delta_h(t)$, действующего за промежуток времени t :

$$\delta_h(t) = \frac{1}{h} [1(t) - 1(t-h)].$$

По теореме запаздывания:

$$\delta_h(t) \div \frac{1 - e^{-ph}}{ph}.$$

Переходя к пределу, условно получим:

$$\delta_h(t) \div \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-ph}}{ph} = 1. \quad (1.4.22)$$

Условность изображения $\delta_h(t) \div 1$ следует из того, что оно не стремится к нулю при $\text{Re } p \rightarrow +\infty$, что противоречит одному из свойств преобразования Лапласа. Несмотря на условный характер, введение импульсной дельта-функции $\delta(t)$ и её изображения $\delta_h(t) \div 1$ оказывается полезным при решении задач математической физики, в которых рассматриваются величины, имеющие характер мгновенного импульса.

Согласно теореме о среднем:

$$\int_0^{\infty} \varphi(t) \delta_h(t) dt = \frac{1}{h} \int_0^h \varphi(t^*) dt,$$

где $0 < t^* < h$.

Поэтому при

$$h \rightarrow 0 \quad \int_0^{\infty} \varphi(t) \delta(t) dt = \varphi(0). \quad (1.4.23)$$

На дельта-функцию распространяются основные правила операционного исчисления. По определению:

$$\delta(t) \div \int_0^{\infty} \delta(t) e^{-pt} dt = 1. \quad (1.4.24)$$

Теорема запаздывания

$$\delta(t - \tau) \div \int_0^{\infty} \delta(t - \tau) e^{-pt} dt = e^{-p\tau}. \quad (1.4.25)$$

Теорема умножения

$$1 \cdot F(p) \div \int_0^t f(\tau) \delta(t - \tau) dt = f(t). \quad (1.4.26)$$

Дельта-функция обычно используется для изображения точечного источника в пространстве. В цилиндрической системе координат (r, φ, z) дельта-функция имеет вид:

$$\delta(\vec{r}) = \delta(r, z) = \frac{\delta(r)\delta(z)}{2\pi r}. \quad (1.4.27)$$

Симметричную дельта-функцию можно аппроксимировать непрерывно дифференцируемой функцией:

$$\delta(x, \alpha \rightarrow \infty) = \frac{\alpha \sin \alpha x}{\pi \alpha x}. \quad (1.4.28)$$

Кроме того, дельта-функцию можно представить в виде несобственного интеграла:

$$\delta(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos kz dk. \quad (1.4.29)$$

1.5. Начала теории поля

Вопросы теории поля рассмотрены по учебному пособию П. И. Романовского [1.3].

1.5.1. Основные понятия векторной алгебры

В теории методов ГИС часто используют некоторые понятия векторного исчисления, в частности векторной алгебры. Введем основные определения векторной алгебры. Скаляр – это величина, выражаемая действительным числом. Вектор – это величина, имеющая размер и направление. Геометрический вектор – направленный отрезок в пространстве \overline{AB} (A – начало, B – конец). Длина вектора $|\vec{A}|$ – модуль вектора. Единичный вектор $|\vec{a}|=1$. Умножение вектора \vec{A} на скаляр $\alpha\vec{A}$ – тоже вектор длиной $|\alpha| \cdot |\vec{A}|$ и направлением, совпадающим с \vec{A} , при $\alpha > 0$ и противоположным

при $\alpha < 0$ $|\alpha \vec{A}| = |\vec{A}|$. Коллинеарность – это параллельность двух векторов. Векторы $\alpha \vec{A}$ и \vec{A} – коллинеарны. Компланарность векторов – это параллельность их одной плоскости. Ортогональность векторов – это их взаимная перпендикулярность.

Суммой векторов $\vec{a} + \vec{b}$ называют вектор, проведенный из начала \vec{a} к концу \vec{b} , если конец \vec{a} и начало \vec{b} совмещены, например, путем параллельного переноса. Операция сложения векторов обладает свойствами коммутативности, ассоциативности и наличием противоположного элемента $\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$, где $(-\vec{a})$ есть вектор, противоположный вектору \vec{a} . Разность векторов \vec{a} и \vec{b} определяется, как $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Если есть три линейно независимых вектора (некомпланарных), то любой вектор \vec{a} можно представить в виде $\vec{a} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + a_3 \vec{e}_3$, или, коротко: $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, где a_1, a_2, a_3 – координаты вектора \vec{a} относительно аффинных координат $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. В пространстве различают правые и левые тройки векторов. Правая тройка векторов располагается так, как могут быть расположены большой, указательный и средний пальцы правой руки. Левая тройка векторов располагается так, как могут быть расположены большой, указательный и средний пальцы левой руки. Тройка векторов базиса $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ считается правой. Если выбирают правую систему координат из трех единичных векторов, попарно перпендикулярных друг другу, то $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ будут $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Это прямоугольная декартова система координат.

В векторной алгебре есть правила умножения векторов. Скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} есть число (скаляр)

$$(\vec{a}\vec{b}) = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi, \quad (1.5.1)$$

где φ – угол между векторами \vec{a} и \vec{b} . Векторное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} есть вектор \vec{c} , имеющий длину $|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\varphi$ и направленный перпендикулярно к \vec{a} и \vec{b} так, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют правую тройку $[\vec{a}\vec{b}] = \vec{c}$. Векторное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} – это площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , как на сторонах.

Свойства произведений:

– коммутативность $\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$;

– антикоммутативность $[\vec{a}\vec{b}] = -[\vec{b}\vec{a}]$;

– ассоциативность $(\alpha\vec{a})\vec{b} = \alpha(\vec{a}\vec{b})$, $(\alpha\vec{a}) \times \vec{b} = \alpha(\vec{a} \times \vec{b})$;

– дистрибутивность $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$, $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$.

Кроме того, $\vec{a}\vec{b} = 0$, если $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \times \vec{b} = 0$, если \vec{a} и \vec{b} коллинеарны, $\vec{a}\vec{a} = \vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$, $\vec{a} \times \vec{a} = 0$.

Двойное векторное произведение $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ есть вектор, компланарный векторам \vec{b} и \vec{c} , вычисляемый по формуле $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = b(ac) - c(ab)$. Сме-

шанное произведение векторов $(\vec{a} \times \vec{b})\vec{c}$ есть скаляр, абсолютная величина которого равна объему параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Смешанное произведение положительно, если векторы образуют правую тройку. Вместо $(\vec{a} \times \vec{b})\vec{c}$ можно писать также (abc) или abc . Перестановка двух сомножителей меняет знак: $abc = -acb$. Циклическая перестановка знака не меняет: $abc = bca = cab$.

При вычислении произведений приходится переходить к координатной записи результатов вычислений. В декартовых координатах скалярное произведение двух векторов \vec{a} и \vec{b} , имеющих вид $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$, подсчитывается по правилам алгебры путем перемножения составляющих векторов. При перемножении составляющих остаются только сомножители, содержащие $\vec{i}^2 = 1, \vec{j}^2 = 1, \vec{k}^2 = 1$. Поэтому

$$(ab) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z. \quad (1.5.2)$$

Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} подсчитывают по формуле

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}. \quad (1.5.3)$$

Векторное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} подсчитывают как определитель третьего порядка:

$$[\vec{a} \times \vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}.$$

По правилам векторной алгебры в ортонормированном базисе векторные произведения векторов $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$:

$$\begin{aligned} [\vec{i} \times \vec{i}] = 0, \quad [\vec{j} \times \vec{j}] = 0, \quad [\vec{k} \times \vec{k}] = 0, \quad [\vec{i} \times \vec{j}] = \vec{k}, \quad [\vec{j} \times \vec{k}] = \vec{i}, \quad [\vec{k} \times \vec{i}] = \vec{j}, \\ [\vec{j} \times \vec{i}] = -\vec{k}, \quad [\vec{k} \times \vec{j}] = -\vec{i}, \quad [\vec{i} \times \vec{k}] = -\vec{j}. \end{aligned}$$

Поэтому

$$[\vec{a} \times \vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k}. \quad (1.5.4)$$

Модуль векторного произведения $[\vec{a} \times \vec{b}]$ соответствует площади параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} .

Смешанное произведение трех векторов

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}; \quad \vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}; \quad \vec{c} = c_x\vec{i} + c_y\vec{j} + c_z\vec{k},$$

в ортонормированном базисе подсчитывают как определитель третьего порядка, составленного из проекций векторов на оси координат:

$$abc = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (1.5.5)$$

Выражение произведения трех векторов через координаты имеет вид:

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = [\vec{a}\vec{b}]_x \vec{c}_x + [\vec{a}\vec{b}]_y \vec{c}_y + [\vec{a}\vec{b}]_z \vec{c}_z = \begin{vmatrix} a_y a_z \\ b_y b_z \end{vmatrix} c_x + \begin{vmatrix} a_z a_x \\ b_z b_x \end{vmatrix} c_y + \begin{vmatrix} a_x a_y \\ b_x b_y \end{vmatrix} c_z. \quad (1.5.6)$$

Модуль произведения трех векторов $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ соответствует объему параллелепипеда, построенного на векторах \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .

1.5.2. Векторные функции скалярного переменного

Пусть $\vec{a}(t)$ – вектор, зависящий от скалярного переменного t . Производная векторной функции $\vec{a}(t)$ определяется как вектор:

$$\vec{a}'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{a}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{a}(t + \Delta t) - \vec{a}(t)}{\Delta t}. \quad (1.5.7)$$

Если этот векторный предел существует (предел переменного вектора есть такой вектор, что длина разности между ним и переменным вектором стремится к нулю). Если вектор-функция $\vec{a}(t)$ имеет производную (дифференцируема), то она по-прежнему непрерывна в рассматриваемой точке, т. е. $\vec{a}(t + \Delta t) - \vec{a}(t)$ стремится к нулевому вектору при $\Delta t \rightarrow 0$.

Правила дифференцирования векторных функций выводятся как правила дифференцирования скалярных функций в дифференциальном исчислении. Если $\vec{a}(t)$ и $\vec{b}(t)$ – дифференцируемые векторные функции, $\varphi(t)$ – дифференцируемая скалярная функция, то

$$\begin{aligned} (\vec{a}(t) + \vec{b}(t))' &= \vec{a}'(t) + \vec{b}'(t); \\ (\vec{a}(t)\varphi(t))' &= \vec{a}'(t)\varphi(t) + \vec{a}(t)\varphi'(t); \\ (\vec{a}(t)\vec{b}(t))' &= \vec{a}'(t)\vec{b}(t) + \vec{a}(t)\vec{b}'(t); \\ [\vec{a}(t)\vec{b}(t)]' &= [\vec{a}'(t)\vec{b}(t)] + [\vec{a}(t)\vec{b}'(t)]. \end{aligned} \quad (1.5.8)$$

Если \vec{a}_0 – постоянный вектор, φ_0 – постоянный скаляр, то получаем ряд формул «вынесения постоянного множителя за знак производной» в произведениях трех типов (вектор на скаляр, скалярное произведение векторов, векторное произведение векторов):

$$\begin{aligned} (\vec{a}(t)\varphi_0)' &= \vec{a}'(t)\varphi_0; \\ (\vec{a}_0\varphi(t))' &= \vec{a}_0\varphi'(t); \\ (\vec{a}_0\vec{b}(t))' &= \vec{a}_0\vec{b}'(t); \\ [\vec{a}_0\vec{b}(t)]' &= [\vec{a}_0\vec{b}'(t)]. \end{aligned} \quad (1.5.9)$$

Производные высших порядков от вектор-функций определяются как результат последовательного дифференцирования.

Рассмотрим систему прямоугольных координат в пространстве. Каждой точке $M(x, y, z)$ отнесем $r = ix + jy + kz$ с такими же координатами. Такое

соответствие между точками и векторами будет взаимно однозначным. Таким образом, каждой точке соответствует вектор, каждому вектору – точка.

Векторное параметрическое уравнение $\vec{r} = \vec{r}(t)$, ($r(t)$ – векторная функция одного скалярного переменного) после перевода на координатный язык дает три координатных параметрических уравнения: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ – и изображает некоторую кривую в пространстве. Производная $\vec{r}'(t)$ будет касательным вектором к этой кривой.

Векторное параметрическое уравнение $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ ($\vec{r}(u, v)$ – векторная функция двух скалярных переменных) после перевода на координатный язык дает три координатных параметрических уравнения:

$$\begin{cases} x = x(u, v), \\ y = y(u, v), \\ z = z(u, v) \end{cases} \quad (1.5.10)$$

и изображает некоторую поверхность в пространстве.

1.5.3. Скалярное поле. Градиент скалярного поля

Если каждой точке M некоторой области пространства отнесен скаляр $\varphi(M)$, то образуется скалярное поле. Если задать систему прямоугольных координат (например, правую), то каждая точка M будет иметь некоторые координаты x, y, z и функция точки $\varphi(M)$ станет функцией трех переменных $\varphi(x, y, z)$.

Определение. Пусть \vec{n} – какое-нибудь «направление», \vec{n} обозначает единичный вектор. *Производной по направлению \vec{n}* в точке M от скалярной функции φ называется предел (если он существует) отношения приращения φ при смещении точки M по направлению \vec{n} к величине смещения точки M , когда последнее стремится к нулю. Производная по направлению \vec{n} обозначается $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$. Таким образом, по определению:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \lim_{M_1 \rightarrow M} \frac{\varphi(M_1) - \varphi(M)}{MM_1}, \quad (1.5.11)$$

где M_1 лежит на луче, выходящем из M по направлению \vec{n} .

После введения координат $\varphi(M)$ становится функцией трех переменных $\varphi(x, y, z)$. Предположим, что эта функция имеет непрерывные частные производные первого порядка. Пусть α, β, γ – углы направления \vec{n} с Ox, Oy, Oz . Полагая $MM_1 = \rho$, перепишем формулу (1.5.11) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial n} &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\varphi(x + \rho \cos \alpha, y + \rho \cos \beta, z + \rho \cos \gamma) - \varphi(x, y, z)}{\rho}, \\ \text{или} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \cos \frac{\psi(\rho) - \psi(x, y, z)}{\rho}, \end{aligned} \quad (1.5.12)$$

где $\psi(\rho) = \varphi(x + \rho \cos \alpha, y + \rho \cos \beta, z + \rho \cos \gamma)$.

Из формулы полной производной сложной функции получим:

$$\begin{aligned}\psi'(\rho) &= \varphi'_x(x + \rho \cos \alpha, y + \rho \cos \beta, z + \rho \cos \gamma) \cos \alpha + \\ &+ \varphi'_y(x + \rho \cos \alpha, y + \rho \cos \beta, z + \rho \cos \gamma) \cos \beta + \\ &+ \varphi'_z(x + \rho \cos \alpha, y + \rho \cos \beta, z + \rho \cos \gamma) \cos \gamma;\end{aligned}$$

следовательно:

$$\psi'(0) = \varphi'_x(x, y, z) \cos \alpha + \varphi'_y(x, y, z) \cos \beta + \varphi'_z(x, y, z) \cos \gamma,$$

или

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cos \gamma. \quad (1.5.13)$$

Определение. Градиентом скалярной функции φ в точке M называется вектор:

$$\text{grad } \varphi = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (1.5.14)$$

Возьмем какое-нибудь направление \vec{n} (\vec{n} – единичный вектор); пусть α, β, γ – его углы с координатными осями; тогда $\vec{n} = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma$.

На основании формулы (1.5.1), выражающей скалярное произведение векторов через координаты, имеем:

$$\text{grad } \varphi \vec{n} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cos \gamma.$$

Следовательно, учитывая выражение (1.5.12), получим:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \text{grad } \varphi \vec{n} = (\text{grad } \varphi)_n, \quad (1.5.15)$$

т. е. производная по какому-нибудь направлению \vec{n} равна проекции градиента на это направление. Отсюда получим инвариантную характеристику градиента: направление градиента характеризуется тем, что производная по этому направлению будет наибольшей (среди производных от φ в данной точке по всевозможным направлениям); длина градиента есть наибольшая из производных по направлениям в данной точке:

$$|\text{grad } \varphi| = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2} = \max \frac{\partial \varphi}{\partial n}. \quad (1.5.16)$$

Поверхности уровня скалярного поля

Геометрическое место точек, в которых $\varphi(M)$ имеет постоянное значение, называется поверхностью уровня. После задания системы координат уравнение поверхности уровня принимает вид: $\varphi(x, y, z) = C$.

Уравнения нормали к этой поверхности в точке x, y, z :

$$\frac{X - x}{\frac{\partial \varphi}{\partial x}} = \frac{Y - y}{\frac{\partial \varphi}{\partial y}} = \frac{Z - z}{\frac{\partial \varphi}{\partial z}}.$$

Отсюда видно, что направление нормали совпадает с направлением градиента в рассматриваемой точке.

Формальные свойства градиента

Пусть φ и ψ – два скалярных поля, имеющих градиенты; f – дифференцируемая скалярная функция одной или нескольких скалярных переменных (с надлежащей областью определения). Тогда

$$\begin{aligned}\operatorname{grad}(\varphi+\psi) &= \operatorname{grad}(\varphi) + \operatorname{grad}(\psi); \\ \operatorname{grad}(\varphi\psi) &= \varphi\operatorname{grad}\psi + \psi\operatorname{grad}\varphi; \\ \operatorname{grad} f(\varphi) &= f'(\varphi)\operatorname{grad}\varphi; \\ \operatorname{grad} f(\varphi, \psi) &= \frac{\partial f}{\partial \varphi} \operatorname{grad} \varphi + \frac{\partial f}{\partial \psi} \operatorname{grad} \psi,\end{aligned}\tag{1.5.17}$$

причем в правых частях уравнений знак $+$ обозначает сложение векторов. Встречающиеся в правых частях произведения суть произведения вектора на скаляр.

1.5.4. Криволинейные интегралы

Дугу кривой называют гладкой, если функции, фигурирующие в её параметрических уравнениях, непрерывно дифференцируемы. Дугу называют кусочно-гладкой, если ее можно разбить на конечное число гладких дуг.

Пусть $P(x, y, z)$ – непрерывная функция на кусочно-гладкой дуге AB (рис. 1.5.1).

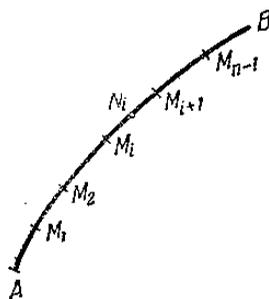


Рис. 1.5.1. Кусочно-гладкая дуга AB

Разобьем дугу AB на части с помощью точек деления $M_i(x_i, y_i, z_i)$.

На каждой части $M_i M_{i+1}$ возьмем какую-нибудь точку $N_i(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$ значение рассматриваемой функции в этой точке умножим на $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ и составим сумму таких произведений $\sum_i P(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \Delta x_i$.

Если наибольшая из длин частей дуги AB стремится к нулю, то эта сумма стремится к определенному пределу, который называется *криволинейным интегралом* от $P(x, y, z)$ вдоль дуги AB по переменному x и обозначается знаком $\int_{AB} P(x, y, z) dx$. Аналогично определяются криволинейные интегралы по переменным y и z . Таким образом,

$$\int_{AB} P(x, y, z) dx = \lim \sum_i P(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \Delta x_i;$$

$$\int_{AB} Q(x, y, z) dy = \lim \sum_i Q(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \Delta y_i;$$

$$\int_{AB} R(x, y, z) dz = \lim \sum_i R(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \Delta z_i;$$
(1.5.18)

где P, Q, R – непрерывные функции на дуге AB .

Далее вводим понятие комбинированного криволинейного интеграла:

$$\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz = \int_{AB} Pdx + \int_{AB} Qdy + \int_{AB} Rdz. \quad (1.5.19)$$

Из определения криволинейного интеграла непосредственно следует, что при перемене направления дуги интеграл лишь меняет свой знак:

$$\int_{BA} = - \int_{AB} \quad (1.5.20)$$

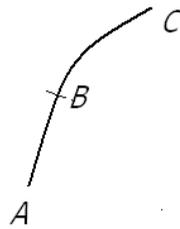


Рис. 1.5.2. Интеграл вдоль всей дуги равен сумме интегралов вдоль ее частей

Далее, если дугу разбить на части, то интеграл вдоль всей дуги равен сумме интегралов вдоль ее частей, например (рис. 1.5.2):

$$\int_{ABC} = \int_{AB} + \int_{BC}. \quad (1.5.21)$$

Отсюда следует, что интеграл вдоль замкнутой кривой не зависит от выбора начальной точки, а зависит лишь от направления обхода кривой (рис. 1.5.3):

$$\int_{AMBNA} = \int_{AMB} + \int_{BNA};$$

$$\int_{BNA MB} = \int_{BNA} + \int_{AMB};$$

откуда следует равенство, так как правые части этих равенств одинаковы.

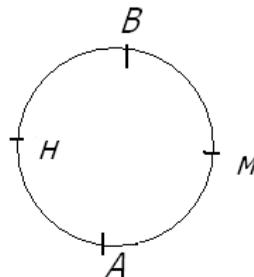


Рис. 1.5.3. Интеграл вдоль замкнутой кривой зависит только от направления обхода кривой

Из определения криволинейного интеграла следует, что постоянные множители выносятся за знак интеграла, интеграл суммы равен сумме интегралов. Кроме того, $\int_{AB} P dx = 0$, если дуга AB расположена в плоскости $x = \text{const}$.

Аналогично $\int_{AB} Q dy = 0$, если дуга расположена в плоскости $y = \text{const}$;

$\int_{AB} R dz = 0$, если дуга AB расположена в плоскости $z = \text{const}$.

Преобразование криволинейного интеграла в простой интеграл

Пусть даны параметрические уравнения дуги AB :

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases} \quad t_0 \leq t \leq T,$$

Пусть все три функции непрерывно дифференцируемы. По теореме Лагранжа (рис. 1.5.4):

$$\Delta x(t_i) = x(t_{i+1}) - x(t_i) = x'(\tau_i)(t_{i+1} - t_i) = x'(\tau_i)\Delta t_i,$$

где τ_i лежит между t_i и t_{i+1} .

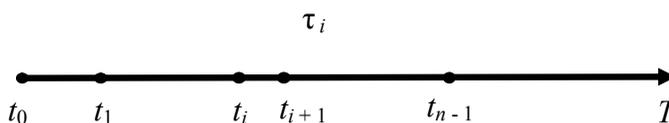


Рис. 1.5.4. Применение теоремы Лагранжа

Пусть $M(x_i, y_i, z_i)$ – точка кривой, соответствующая значению параметра t_i , $P_i(\zeta_i, \eta_i, \zeta_i)$ – точка кривой, соответствующая значению параметра τ_i .

Тогда

$$\sum_i P(\zeta_i, \eta_i, \zeta_i) \Delta x_i = \sum_i P[x(\tau_i), y(\tau_i), z(\tau_i)] x'(\tau_i) \Delta t_i,$$

откуда в пределе при стремлении к нулю наибольшей из разностей Δt_i

$$\int_{AB} P(x, y, z) dx = \int_{t_0}^T P[x(t), y(t), z(t)] x'(t) dt = \int_{t_0}^T P[x(t), y(t), z(t)] dx(t).$$

Эти выкладки не только дают выражение криволинейного интеграла через простой, но и доказывают существование криволинейного интеграла в случае непрерывно дифференцируемых $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, если считать существование простого интеграла от непрерывной функции известным.

Аналогичные формулы имеют место для

$$\int_{AB} Q dy \quad \text{и} \quad \int_{AB} R dz.$$

Таким образом, для преобразования криволинейного интеграла в простой интеграл следует взять параметрические уравнения пути интегрирования, затем всюду под знаком криволинейного интеграла заменить x , y , z их выражениями через параметр и после этого рассматривать интеграл как простой по параметру, взятый в пределах изменения параметра.

Условие независимости криволинейного интеграла от формы пути

Будем говорить, что криволинейный интеграл

$$\int Pdx + Qdy + Rdz, \quad (1.5.22)$$

не зависит от формы пути в некоторой области (в которой P, Q, R предполагаются непрерывными), если этот интеграл вдоль всяких двух кусочно-гладких дуг (лежащих в рассматриваемой области) с общим началом и общим концом имеет одинаковую величину. В этом случае при обозначении интеграла достаточно лишь указывать начальную и конечную точку пути (не называя самого пути) и употреблять запись $\int_{M_1}^{M_2}$ (где выписаны координаты точек M_1 и M_2).

Если подынтегральное выражение в (1.5.21) есть полный дифференциал некоторой функции $u(x, y, z)$, то для какой-нибудь гладкой дуги M_1M_2 с параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t) \end{cases} \quad t_1 \leq t \leq t_2,$$

получим (учитывая свойство инвариантности дифференциального обозначения):

$$\int_{M_1M_2} du(x, y, z) = \int_{t_1}^{t_2} du[x(t), y(t), z(t)] = u[x(t), y(t), z(t)]_{t_1}^{t_2} = u(x_2, y_2, z_2) - u(x_1, y_1, z_1).$$

То же будет для кусочно-гладкой дуги M_1M_2 , и, следовательно, криволинейный интеграл не зависит от формы пути.

Итак, для независимости криволинейного интеграла от формы пути (в некоторой области) необходимо и достаточно, чтобы подынтегральное выражение было полным дифференциалом некоторой функции (в упомянутой области).

Заметим, что независимость криволинейного интеграла (1.5.22) от формы пути в некоторой области равносильна равенству нулю этого интеграла вдоль всякого замкнутого пути, лежащего в рассматриваемой области.

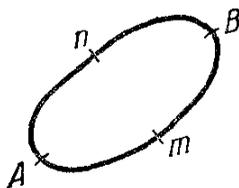


Рис. 1.5.5. Иллюстрация к свойству независимости криволинейного интеграла от формы пути

В самом деле, пусть имеем независимость от формы пути и $AmBnA$ – какой-нибудь замкнутый путь. Тогда (рис. 1.5.5)

$$\int_{AmBnA} = \int_{AmB} + \int_{BnA} = \int_{AmB} - \int_{AnB} = 0,$$

что и требовалось доказать.

Условия, при которых выражение $Pdx + Qdy + Rdz$ есть полный дифференциал

Если это выражение (предполагается, что P, Q, R имеют непрерывные частные производные первого порядка) есть полный дифференциал некоторой функции $u(x, y, z)$ в рассматриваемой области, то

$$\frac{\partial u}{\partial x} = P, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = Q, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = R;$$

следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial P}{\partial y}, & \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial Q}{\partial z}, & \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial R}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} &= \frac{\partial Q}{\partial x}, & \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y} &= \frac{\partial R}{\partial y}, & \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial P}{\partial z}, \end{aligned}$$

откуда, учитывая независимость частных производных от последовательности дифференцирования, получим:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}, \quad \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}, \quad \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (1.5.23)$$

Итак, для того чтобы выражение $Pdx + Qdy + Rdz$ было полным дифференциалом (в рассматриваемой области), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись равенства:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}, \quad \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}, \quad \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}.$$

1.5.5. Векторное поле

Если каждой точке M односвязной области пространства отнесен вектор $\vec{a}(M)$, то образуется векторное поле.

Если задать систему координат (например, правую), то каждая точка M будет иметь некоторые координаты x, y, z и вектор-функция точки M становится вектор-функцией трех переменных $\vec{a}(x, y, z)$.

Криволинейный интеграл от вектор-функции

Пусть $\vec{a}(M)$ – непрерывная вектор-функция на кусочно-гладкой дуге AB (рис. 1.5.6).

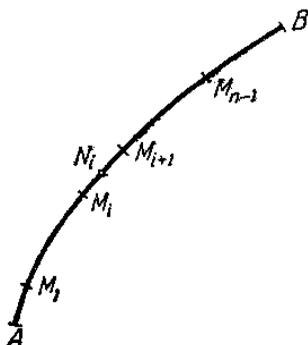


Рис. 1.5.6. Непрерывная вектор-функция на кусочно-гладкой дуге

Разобьем дугу AB на части с помощью точек деления M_i , на каждой части возьмем какую-нибудь точку N_i , значение рассматриваемой вектор-функции в этой точке скалярно умножим на вектор $\overline{M_i M_{i+1}}$ и составим сумму этих скалярных произведений:

$$\sum_i \vec{a}(N_i) \overline{M_i M_{i+1}}.$$

Если наибольшая из длин частей дуги AB стремится к нулю, то эта сумма стремится к определенному пределу, который называется криволинейным интегралом от $\vec{a}(M)$ вдоль дуги AB и обозначается знаком $\int_{AB} \vec{a}(M) \overline{dr}$ (здесь \overline{dr} есть «ориентированный элемент дуги»).

Криволинейный интеграл от вектор-функции легко выражается через обыкновенный криволинейный интеграл.

Зададим систему координат. Пусть r_i – радиус-вектор и x_i, y_i, z_i – координаты точки M_i ; ξ_i, η_i, ζ_i – координаты точки N_i . Тогда

$$\begin{aligned} \sum_i \vec{a}(N_i) \overline{M_i M_{i+1}} &= \sum_i \vec{a}(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \overline{\Delta r_i} = \\ &= \sum_i [a_x(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \Delta x_i + a_y(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \Delta y_i + a_z(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \Delta z_i], \end{aligned}$$

откуда в пределе получим:

$$\int_{AB} \vec{a}(M) \overline{dr} = \int_{AB} a_x(x, y, z) dx + a_y(x, y, z) dy + a_z(x, y, z) dz. \quad (1.5.24)$$

Отсюда получим выражение криволинейного интеграла от вектор-функции через обыкновенный криволинейный интеграл, а также доказательство существования его, если существование обыкновенного криволинейного интеграла считается известным.

Если L – какой-нибудь путь в заданном векторном поле, то, рассматривая векторы $\vec{a}(M)$ как силы (тогда векторное поле становится силовым полем), найдем, что скалярное произведение $\vec{a}(M_i) \overline{M_i M_{i+1}}$ будет с (точностью до бесконечно малых высшего порядка) работой силового поля при перемещении точки от положения M_i в положение M_{i+1} . Складывая эти элементарные работы и переходя к пределу, найдем: $\int_L \vec{a}(M) \overline{dr}$ будет работой

силового поля при перемещении точки по пути L . По этой причине криволинейный интеграл $\int_L \vec{a}(M) \overline{dr}$ называется работой векторного поля

вдоль пути L . Работа векторного поля вдоль замкнутого пути называется еще *циркуляцией векторного поля* вдоль этого замкнутого пути.

Определение. Векторное поле называется *потенциальным*, если работа этого поля не зависит от формы пути или, что равносильно, если циркуляция векторного поля вдоль каждого замкнутого пути равна нулю.

Из формулы (1.5.24) следует, что для потенциальности векторного поля необходимо и достаточно, чтобы криволинейный интеграл

$$\int a_x dx + a_y dy + a_z dz,$$

не зависел от формы пути. Для этого необходимо и достаточно, чтобы выражение $a_x dx + a_y dy + a_z dz$ было полным дифференциалом некоторой функции $u(x, y, z)$ (силовая функция), иначе говоря, чтобы выполнялись равенства:

$$\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} = 0. \quad (1.5.25)$$

В этом случае работа поля вдоль пути $M_1 M_2$:

$$\int_{M_1 M_2} du(x, y, z) = u(M_2) - u(M_1) = v(M_1) - v(M_2),$$

где $v = -u$ называется потенциалом векторного поля. Таким образом, работа потенциального векторного поля равна приращению силовой функции или уменьшению потенциала.

Следствие. Для потенциальности векторного поля необходимо и достаточно, чтобы оно было полем градиентов некоторого скалярного поля.

В самом деле, если $\vec{a} = \text{grad } \varphi$, то

$$a_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad a_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad a_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

и, следовательно,

$$a_x dx + a_y dy + a_z dz = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz = d\varphi(x, y, z)$$

есть полный дифференциал, причем φ играет роль силовой функции.

Векторными линиями векторного поля $\vec{a}(M)$ называются такие кривые, которые в каждой своей точке M имеют направление вектора $\vec{a}(M)$. Эти линии определяются из системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{a_x} = \frac{dy}{a_y} = \frac{dz}{a_z}.$$

Если C – какой-нибудь замкнутый контур в пространстве, то векторные линии, проходящие через точки этого контура, образуют поверхность, называемую *векторной трубкой*.

1.5.6. Поверхностные интегралы

Рассмотрим двухсторонний кусок поверхности S , который можно разбить на конечное число частей, каждая из которых либо изображима уравнением вида $z = f(x, y)$, либо является частью цилиндрической поверхности с образующими, параллельными оси Oz .

Выберем на S определенную сторону. Пусть $R(x, y, z)$ – непрерывная функция на куске поверхности S . Разобьем его (рис. 1.5.7) на части S_i , каждая из которых либо изображима уравнением вида $z = f(x, y)$, либо принадлежит цилиндрической поверхности с образующими параллельными оси Oz . Возьмем на каждой части S_i точку (ξ_i, η_i, ζ_i) .

Значение рассматриваемой функции в этой точке умножим на взятую с определенным знаком площадь проекции кусочка S_i на плоскость Oxy , причем берем знак «+», если выбранная сторона по S_i поверхности на кусочке S_i обращена в сторону возрастания z , и знак «-», если выбранная

сторона поверхности на кусочке S_i обращена в сторону убывания z . Если S_i принадлежит цилиндрической поверхности с образующими, параллельными оси, то вопрос о знаке отпадает, ибо площадь проекции равна нулю.

Эту площадь проекции S_i на Oxy с выбранным знаком обозначим $(S_i)_{xy}$. Теперь составим сумму упомянутых произведений: $\sum_i R(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)(S_i)_{xy}$.

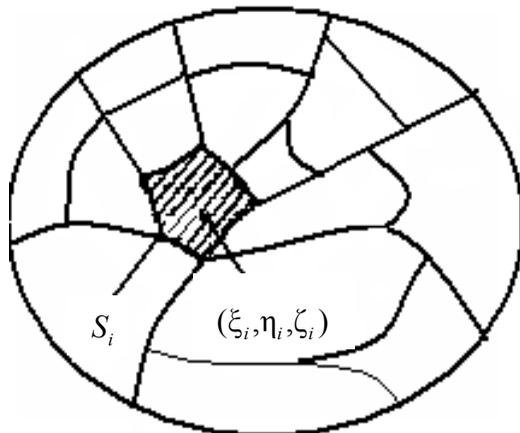


Рис. 1.5.7. Кусок поверхности S

Если наибольший из диаметров кусочков S_i стремится к нулю, то эта сумма стремится к определенному пределу, который называется *поверхностным интегралом* от $R(x, y, z)$ по выбранной стороне поверхности S по переменным x, y и обозначается знаком $\iint_S R(x, y, z) dx dy$.

Аналогично определяются поверхностные интегралы по другим парам переменных (при аналогичных ограничениях, налагаемых на S). Таким образом:

$$\begin{aligned} \iint_S P(x, y, z) dy dz &= \lim \sum_i P(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)(S_i)_{yz}, \\ \iint_S Q(x, y, z) dz dx &= \lim \sum_i Q(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)(S_i)_{zx}, \\ \iint_S R(x, y, z) dx dy &= \lim \sum_i R(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)(S_i)_{xy}. \end{aligned} \quad (1.5.26)$$

Далее введём понятие комбинированного поверхностного интеграла:

$$\iint_S P dy dz + Q dz dx + R dx dy = \iint_S P dy dz + \iint_S Q dz dx + \iint_S R dx dy. \quad (1.5.27)$$

Из определения поверхностного интеграла следует, что при перемене стороны поверхности интеграл лишь меняет свой знак; если кусок поверхности разбит на части, то интеграл ко всему куску поверхности равен сумме интегралов по его частям; постоянные множители выносятся за знак интеграла; интеграл суммы равен сумме интегралов.

Из выражения (1.5.26) видно, что $\iint_S R(x, y, z) dx dy = 0$, если S есть кусок цилиндрической поверхности с образующими, параллельными оси Oz (в этом случае проекции S_i на плоскость Oxy вырождаются в линии).

Аналогично из выражения (1.5.26) видно, что $\iint_S P dydz = 0$, если S есть кусок цилиндрической поверхности с образующими, параллельными оси Ox ; $\iint_S Q dzdx = 0$, если S есть кусок цилиндрической поверхности с образующими, параллельными оси Oy .

Преобразование поверхностного интеграла в обыкновенный двойной интеграл

Пусть имеем поверхность $z = f(x, y)$. Пусть S – кусок рассматриваемой поверхности; A – его проекция на плоскость Oxy (рис. 1.5.8). Если на S выбрана сторона, обращенная в сторону возрастания z , то (см. рис. 1.5.8)

$$\sum_i R(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)(S_i)_{xy} = \sum_i R[\xi_i, \eta_i, z(\xi_i, \eta_i)]\sigma_i,$$

откуда после перехода к пределу получим:

$$\iint_S R(x, y, z) dx dy = \iint_A R[x, y, z(x, y)] dx dy.$$

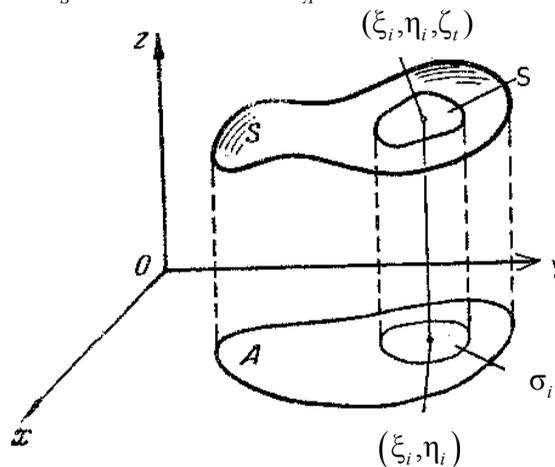


Рис. 1.5.8. Преобразование поверхностного интеграла в обыкновенный двойной интеграл

Аналогичные формулы получаются для поверхностных интегралов по другим парам переменных. Итак,

$$\iint_S P(x, y, z) dy dz = \iint_A P[x(y, z), y, z] dy dz, \quad (1.5.28)$$

где S – кусок поверхности $x = x(y, z)$ и A – его проекция на Oyz ;

$$\iint_S Q(x, y, z) dz dx = \iint_A Q[x, y(z, x), z] dz dx, \quad (1.5.29)$$

где S – кусок поверхности $y = y(z, x)$ и A – его проекция на Ozx ;

$$\iint_S R(x, y, z) dx dy = \iint_A R[x, y, z(x, y)] dx dy, \quad (1.5.30)$$

где S – кусок поверхности $z = z(x, y)$; A – его проекция на Oxy .

Вывод формул, выражающих поверхностный интеграл через обыкновенный двойной интеграл, дает одновременно доказательство существо-

вания поверхностного интеграла, если существование обыкновенного двойного интеграла считать известным.

1.5.7. Формула Остроградского

Эта формула преобразовывает поверхностный интеграл по замкнутой поверхности в тройной интеграл по области, ограниченной этой поверхностью.

Пусть D – замкнутая область, ограниченная замкнутой поверхностью S , а $P(x, y, z)$, $Q(x, y, z)$, $R(x, y, z)$ – непрерывные функции с непрерывными частными производными первого порядка на D .

Сперва предположим, что D ограничена снизу поверхностью $z = z_1(x, y)$, сверху – поверхностью $z = z_2(x, y)$, с боков – цилиндрической поверхностью с образующими, параллельными оси Oz , вырезающей на плоскости Oxy площадку A (рис. 1.5.9).

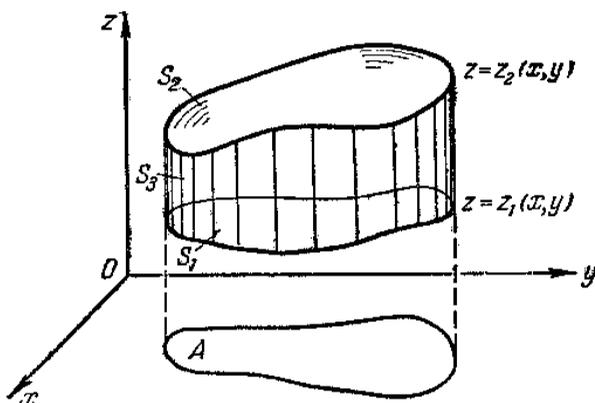


Рис. 1.5.9. Частный случай формулы Остроградского

Тогда S будет состоять из куска S_1 поверхности $z = z_1(x, y)$, куска S_2 поверхности $z = z_2(x, y)$, куска S_3 цилиндрической поверхности с образующими, параллельными оси Oz . Имеем:

$$\iiint_D \frac{\partial R}{\partial z} dx dy dz = \iint_A dx dy \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial R}{\partial z} dz = \iint_A [R(x, y, z_2) - R(x, y, z_1)] dx dy = \iint_{S_2} R dx dy + \iint_{S_1} R dx dy.$$

где интегрирование происходит по нижней стороне S_1 и по верхней стороне S_2 .

Добавляя $\iint_{S_3} R dx dy$ к правой части последнего равенства, мы не нарушим его, так как $\iint_{S_3} R dx dy = 0$; следовательно:

$$\iiint_D \frac{\partial R}{\partial z} dx dy dz = \iint_S R dx dy, \quad (1.5.31)$$

где в правой части интегрирование происходит по внешней стороне замкнутой поверхности S .

В общем случае D можно разбить на конечное число частей рассмотренного выше типа (мы ограничиваемся рассмотрением областей D , которые допускают такое разбиение). Применяя к каждой из частей формулу (1.5.31) и складывая полученные равенства, найдем, что выражение (1.5.31) будет справедливо для рассматриваемой области (так как интегралы по перегородкам взаимно уничтожаются).

Меняя роли переменных, получим еще две аналогичные формулы:

$$\iiint_D \frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz = \iint_S P dy dz;$$

$$\iiint_D \frac{\partial Q}{\partial y} dx dy dz = \iint_S Q dz dx.$$

Производя почленное сложение формул, получим искомую формулу Остроградского:

$$\iint_S P dy dz + Q dz dx + R dx dy = \iiint_D \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx dy dz, \quad (1.5.32)$$

где D – ограниченная замкнутая область в пространстве (рис. 1.5.10); S – замкнутая поверхность, ограничивающая D и P , Q , R – функции, непрерывные вместе с их частными производными первого порядка на D , причем в левой части формулы интегрирование происходит по внешней стороне поверхности S .

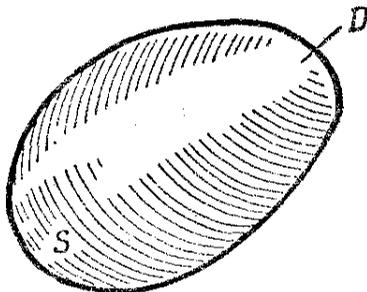


Рис. 1.5.10. Иллюстрация к выводу формулы Остроградского

Векторная запись формулы Остроградского. Дивергенция векторного поля. Поверхностный интеграл от вектор-функции

Пусть $\vec{a}(M)$ – непрерывная вектор-функция на двустороннем куске поверхности S имеет в каждой точке касательную плоскость, направление которой непрерывно зависит от точки поверхности (или же кусок S может быть разбит на конечное число таких частей). Выберем на S какую-нибудь сторону (рис. 1.5.11). Разобьем S на части; пусть площади этих частей будут S_i . На каждой части возьмем точку N_i и построим вектор \vec{n}_i , направленный по нормали в точке N_i к выбранной стороне поверхности и имеющий длину $|\vec{n}_i| = S_i$. Затем значение вектор-функции в точке N_i скалярно умножим на \vec{n}_i и составим сумму таких скалярных произведений $\sum_i \vec{a}(N_i) \vec{n}_i$.

Если наибольший из диаметров частей рассматриваемого куска поверхности стремится к нулю, то эта сумма стремится к определенному

пределу, который называется поверхностным интегралом от $\vec{a}(M)$ по выбранной стороне поверхности S и обозначается знаком $\iint_S \vec{a}(M) d\vec{s}$ (здесь $d\vec{s}$ есть ориентированный элемент поверхности»).

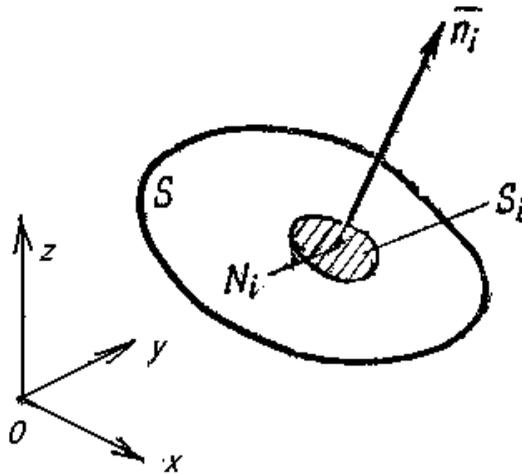


Рис. 1.5.11. Выбор стороны поверхности S

Поверхностный интеграл от вектор-функции легко выражается через обыкновенный поверхностный интеграл. Зададим систему координат. Пусть ξ_i, η_i, ζ_i – координаты N_i . Тогда

$$\sum_i \vec{a}(N_i) \vec{n}_i = \sum_i a_x(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) (\vec{n}_i)_x + a_y(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) (\vec{n}_i)_y + a_z(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) (\vec{n}_i)_z.$$

Но $(\vec{n}_i)_x, (\vec{n}_i)_y, (\vec{n}_i)_z$ с точностью до бесконечно малых высшего порядка равны соответственно $(S_i)_{yz}, (S_i)_{zx}, (S_i)_{xy}$.

Поэтому

$$\sum_i \vec{a}(N_i) \vec{n}_i = \lim \sum_i [a_x(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) (S_i)_{yz} + a_y(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) (S_i)_{zx} + a_z(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) (S_i)_{xy}]$$

или

$$\iint_S \vec{a}(M) d\vec{s} = \iint_S a_x dydz + a_y dzdx + a_z dxdy. \quad (1.5.33)$$

Одновременно мы получаем доказательство существования поверхностного интеграла от вектор-функции, считая, что существование обыкновенных поверхностных интегралов уже доказано.

Пусть $\vec{a}(M)$ – векторное поле и S – кусок поверхности. Если это векторное поле рассматривать как поле скоростей потока жидкости, то через элементарную площадку S_i (рис. 1.5.12) в единицу времени вытечет столб жидкости, объем которого:

$$S_i \vec{a}(N_i) \vec{n}_i = |\vec{n}_i| |\vec{a}(N_i)| \cos[\vec{n}_i, \vec{a}(N_i)] = \vec{a}(N_i) \vec{n}_i.$$

Следовательно, $\iint_S \vec{a}(M) d\vec{s}$ есть количество жидкости, протекающей через поверхность S в единицу времени. По этой причине поверхностный интеграл $\iint_S \vec{a}(M) d\vec{s}$ называется *поток векторного поля* через поверхность S .

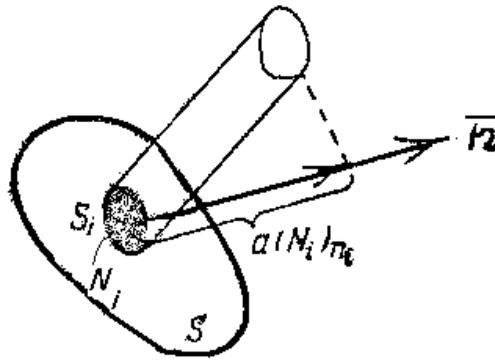


Рис. 1.5.12. Поток векторного поля через поверхность S_i

Дивергенция векторного поля и векторная запись формулы Остроградского

Если S есть замкнутая поверхность, ограничивающая область D , то, согласно выражениям (1.5.32) и (1.5.33), интегрируя по внешней стороне поверхности, получим:

$$\iint_S \vec{a}(M) \vec{ds} = \iint_S a_x dydz + a_y dzdx + a_z dxdy = \iiint_D \left(\frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \right) dxdydz. \quad (1.5.34)$$

Определение. Дивергенцией векторного поля $\vec{a}(M)$ в точке (x, y, z) называется скаляр $\frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$, обозначаемый символом $\text{div } \vec{a}$. Таким образом,

$$\text{div } \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}. \quad (1.5.35)$$

Вставляя этот символ в формулу (1.5.34), получим:

$$\iint_S \vec{a}(M) \vec{ds} = \iiint_D \text{div } \vec{a} dv. \quad (1.5.36)$$

Эта формула, являющаяся векторной записью формулы Остроградского, показывает, что поток векторного поля через замкнутую поверхность равен тройному интегралу от дивергенции поля по объему, ограниченному этой поверхностью.

Точки, в которых дивергенция положительна, называются *источниками* (в этом случае поток векторного поля через малую замкнутую поверхность, окружающую такую точку, положителен). Точки, в которых дивергенция отрицательна, называются *стоками* (в этом случае поток векторного поля через малую замкнутую поверхность, окружающую такую точку, отрицателен).

Инвариантное определение дивергенции

Формула Остроградского позволяет дать инвариантное (независимое от системы координат) определение дивергенции векторного поля. С помощью теоремы о среднем для тройных интегралов находим:

$$\text{div } \vec{a} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\iint_S \vec{a}(M) \vec{ds}}{V}, \quad (1.5.37)$$

где S – бесконечно малая поверхность, окружающая данную точку; V – объем области, ограниченной этой поверхностью.

Таким образом, дивергенция векторного поля в какой-нибудь точке равна отнесенному к единице объема потоку векторного поля через бесконечно малую замкнутую поверхность, окружающую данную точку.

Формальные свойства дивергенции

Пусть \vec{a} и \vec{b} – векторные поля; φ – скалярное поле.

Тогда

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\vec{a} + \vec{b}) &= \operatorname{div}(\vec{a}) + \operatorname{div}(\vec{b}); \\ \operatorname{div}(\varphi\vec{a}) &= \varphi\operatorname{div}\vec{a} + \operatorname{grad}\varphi\vec{a}. \end{aligned} \tag{1.5.38}$$

Соленоидальные векторные поля

Векторное поле \vec{a} , для которого тождественно $\operatorname{div}\vec{a} = 0$, называется *соленоидальным*.

Из выражения (1.5.36) следует, что в случае соленоидального векторного поля поток векторного поля через всякую замкнутую поверхность равен нулю.

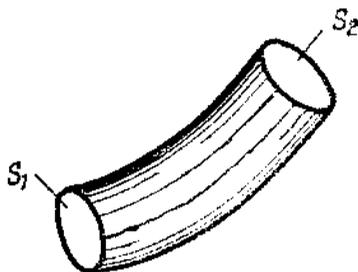


Рис. 1.5.13. Векторная трубка

Если взять векторную трубку (рис. 1.5.13), провести два сечения её S_1 и S_2 и принять во внимание, что поток через боковую стенку всегда равен нулю, то приходим к заключению, что потоки векторного поля через различные сечения векторной трубки равны между собой.

1.5.8. Формула Стокса

Эта формула преобразовывает криволинейный интеграл вдоль замкнутой пространственной кривой в поверхностный интеграл по поверхности, натянутой на эту кривую.

Пусть S – кусок поверхности, имеющей в каждой точке касательную плоскость, направление которой непрерывно зависит от точки поверхности или могущей быть разбитой на конечное число таких частей. Замкнутая кривая C , ограничивающая S , предполагается имеющей в каждой точке касательную, направление которой непрерывно зависит от точки кривой (или же C состоит из конечного числа дуг, удовлетворяющих этому требованию). Пусть $P(x, y, z)$, $Q(x, y, z)$, $R(x, y, z)$ – непрерывные функции, имеющие непрерывные частные производные во всех точках поверхности S (и точках, достаточно близких к S).

Пусть сперва кусок поверхности S может быть представлен уравнением $z = f(x, y)$. Пусть A – проекция S на плоскость Oxy , Γ – проекция C на плоскость Oxy (рис. 1.5.14).

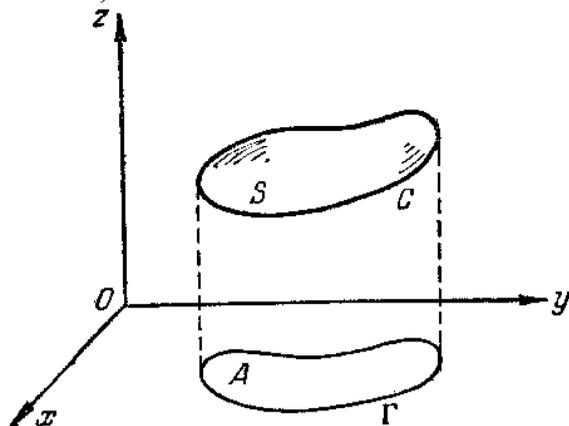


Рис. 1.5.14. Поверхность S , натянутая на замкнутую пространственную кривую C

Если

$$\Gamma \equiv \begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases} \quad t_1 \leq t \leq t_2,$$

- параметрические уравнения Γ (пусть возрастанию t отвечает обход Γ в положительном направлении), то

$$C \equiv \begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t), \end{cases} \quad t_1 \leq t \leq t_2,$$

где $z(t) = f(x(t), y(t))$ будут параметрическими уравнениями S .

Полагая $\frac{\partial f}{\partial x} = p$, $\frac{\partial f}{\partial y} = q$ и используя правило преобразования криволинейного интеграла в простой интеграл, можем написать:

$$\begin{aligned} \int_C P dx + Q dy + R dz &= \int_{t_1}^{t_2} \left(P \frac{dx}{dt} + Q \frac{dy}{dt} + R \frac{dz}{dt} \right) dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[P \frac{dx}{dt} + Q \frac{dy}{dt} + R \left(p \frac{dx}{dt} + q \frac{dy}{dt} \right) \right] dt = \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \left[(P + pR) \frac{dx}{dt} + (Q + qR) \frac{dy}{dt} \right] dt = \int_A (P + pR) dx + (Q + qR) dy, \end{aligned} \quad (1.5.39)$$

причем в последнем интеграле P , Q , R следует понимать как $P[x, y, f(x, y)]$, $Q[x, y, f(x, y)]$, $R[x, y, f(x, y)]$, т. е. как функции двух переменных x , y .

Согласно формуле Грина, преобразовывающей криволинейный интеграл по замкнутому контуру в двойной интеграл по области, ограниченной этим контуром:

$$\int_{\Gamma} (P + pR) dx + (Q + qR) dy = \iint_A \left[(Q + qR)'_x - (P + pR)'_y \right] dx dy, \quad (1.5.40)$$

но используем формулу полной производной и полагаем $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = s$.

$$\begin{aligned}(Q + qR)'_x &= \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial z} p + sR + q\left(\frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial z} p\right); \\(P + pR)'_y &= \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial z} q + sR + p\left(\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} q\right),\end{aligned}$$

откуда

$$(Q + qR)'_x - (P + pR)'_y = -\left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right)p - \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right)q + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right). \quad (1.5.41)$$

Из равенств (1.5.38), (1.5.39), (1.5.40) и формулы преобразования поверхностного интеграла в обыкновенный двойной интеграл получим искомую формулу Стокса:

$$\int_C Pdx + Qdy + Rdz = \iint_S \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right) dydz + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right) dzdx + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy, \quad (1.5.42)$$

где направление обхода контура C берется положительным для выбранной стороны поверхности. Но эта формула доказана лишь для куска поверхности специального вида.

Меняя роли переменных, получим формулу (1.5.42) также для поверхностей S , выраженных уравнением вида $x = f(y, z)$ или уравнением вида $y = f(z, x)$. В общем случае разобьем S на конечное число частей, каждая из которых выражена либо уравнением вида $x = f(y, z)$, либо уравнением вида $y = f(z, x)$, либо уравнением вида $z = f(x, y)$ (мы ограничиваемся поверхностями S , которые могут быть разбиты таким образом). Применяя к каждой части формулу (1.5.42) и складывая полученные равенства (при этом интегралы по перегородкам взаимно уничтожатся), докажем справедливость формулы (1.5.42) для рассматриваемого куска поверхности. Теперь формула Стокса (1.5.42) доказана в общем виде.

Векторная запись формулы Стокса. Вихрь векторного поля

Пусть $\vec{a}(M)$ – векторное поле (область определения вектор-функции $\vec{a}(M)$ односвязная); S – кусок поверхности; C – контур, ограничивающий его. Согласно выражениям (1.5.24) и (1.5.42), имеем:

$$\int_C \vec{a}(M) \vec{dr} = \int_C a_x dx + a_y dy + a_z dz = \iint_S \left[\left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right) dydz + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right) dzdx + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right) dxdy \right]. \quad (1.5.43)$$

Определение. Вихрем векторного поля $\vec{a}(M)$ в точке x, y, z называется вектор:

$$\vec{i} \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right) + \vec{j} \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right) + \vec{k} \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right).$$

Этот вектор обозначается знаком $\text{rot } \vec{a}$.

Из формулы (1.5.32) находим:

$$\begin{aligned}\iint_S \left[\left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right) dydz + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right) dzdx + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right) dxdy \right] \\ \iint_S (\text{rot } \vec{a})_x dydz + (\text{rot } \vec{a})_y dzdx + (\text{rot } \vec{a})_z dxdy = \iint_S \text{rot } \vec{a} \vec{ds}.\end{aligned} \quad (1.5.44)$$

Из выражения (1.5.43) и (1.5.44) находим:

$$\oint_C \vec{a}(M) d\vec{r} = \iint_S \text{rot} \vec{a} d\vec{s}, \quad (1.5.45)$$

причем направление обхода контура C берется положительным для выбранной стороны поверхности S . Формула (1.5.45) является векторной записью формулы Стокса и показывает, что циркуляция векторного поля вдоль замкнутого контура равна потоку вихря через поверхность, натянутую на этот контур.

Инвариантное определение вихря

Применяя формулу Стокса к бесконечно малой площадке, содержащей рассматриваемую точку, получим следующую инвариантную (независимую от координатной системы) характеристику вихря .

Проекция вихря на какое-нибудь направление равна отнесенной к единице площади циркуляции векторного поля вдоль контура бесконечно малой площадки, содержащей рассматриваемую точку и перпендикулярной к выбранному направлению.

Безвихревые векторные поля

Векторное поле $\vec{a}(M)$ называется *безвихревым*, если имеем тождество $\text{rot} \vec{a} = 0$.

Из определения вихря видно, что для этого необходимо и достаточно, чтобы

$$\left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right) = 0, \quad \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right) = 0, \quad \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right) = 0.$$

Но эти условия (см. выражение (1.5.25)), как мы знаем, необходимы и достаточны для потенциальности векторного поля.

Итак, для того чтобы векторное поле было безвихревым, необходимо и достаточно, чтобы оно было потенциальным.

Таким образом, понятие безвихревого векторного поля эквивалентно понятию потенциального векторного поля.

Так как поле градиентов какого-нибудь скалярного поля φ потенциально, то получаем тождество

$$\text{rot grad} \varphi = 0. \quad (1.5.46)$$

Соленоидальность поля вихрей

Пусть $\vec{a}(M)$ – какое-нибудь векторное поле; тогда его вихри образуют некоторое векторное поле $\text{rot} \vec{a}$. Это есть поле вихрей данного векторного поля. Поле вихрей всегда соленоидально. В самом деле

$$\begin{aligned} \text{div rot} \vec{a} &= \frac{\partial}{\partial x} (\text{rot} \vec{a})_x + \frac{\partial}{\partial y} (\text{rot} \vec{a})_y + \frac{\partial}{\partial z} (\text{rot} \vec{a})_z = \\ &= \frac{\partial^2 a_z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 a_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 a_z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 a_x}{\partial y \partial z} = 0. \end{aligned}$$

Итак,

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{a} = 0. \quad (1.5.47)$$

Формальные свойства вихря

Пусть \vec{a} и \vec{b} – векторные поля, φ – скалярное поле. Тогда

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}(\vec{a} + \vec{b}) &= \operatorname{rot}(\vec{a}) + \operatorname{rot}(\vec{b}); \\ \operatorname{rot}(\varphi \vec{a}) &= \varphi \operatorname{rot} \vec{a} + [\operatorname{grad} \varphi \vec{a}]. \end{aligned} \quad (1.5.48)$$

1.5.9. Операции второго порядка

Рассмотренные выше три операции первого порядка $\operatorname{grad} \varphi$, $\operatorname{div} \vec{a}$, $\operatorname{rot} \vec{a}$, переводящие соответственно скаляр в вектор, вектор в скаляр, вектор в вектор, порождают операции второго порядка: $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi$, $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi$, $\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{a}$, $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{a}$, $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a}$, из которых две тождественно нулевые – $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0$, $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{a} = 0$.

Введем еще операцию второго порядка, называемую *оператором Лапласа*, для скалярного поля φ и векторного поля \vec{a} :

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}; \\ \Delta \vec{a} &= \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (1.5.49)$$

($\Delta \varphi$ есть скаляр, $\Delta \vec{a}$ – вектор).

Очевидно,

$$\Delta \vec{a} = \vec{i} \Delta a_x + \vec{j} \Delta a_y + \vec{k} \Delta a_z.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi &= \frac{\partial}{\partial x} (\operatorname{grad} \varphi)_x + \frac{\partial}{\partial y} (\operatorname{grad} \varphi)_y + \frac{\partial}{\partial z} (\operatorname{grad} \varphi)_z = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \Delta \varphi. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \Delta \varphi. \quad (1.5.50)$$

Можно показать [1.3], что

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{a} - \Delta \vec{a}. \quad (1.5.51)$$

Символика Гамильтона

Введем символический вектор (набла): $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$, и при выполнении действий по правилам, установленным для реальных скаляров и векторов, будем понимать под «произведениями» символов $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial z}$ на скаляр $\varphi(x, y, z)$ соответственно скаляры $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$.

Тогда $\nabla\varphi = (\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z})\varphi = \vec{i} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \text{grad } \varphi$ (здесь в левой части стоит произведение символического вектора на реальный скаляр).

Таким образом, три операции первого порядка – $\text{grad } \varphi$, $\text{div } \vec{a}$, $\text{rot } \vec{a}$, – могут быть единообразно записаны с помощью символического вектора набла:

$$\begin{aligned}\nabla\varphi &= \text{grad } \varphi; \\ \nabla\vec{a} &= \text{div } \vec{a}; \\ [\nabla\vec{a}] &= \text{rot } \vec{a}.\end{aligned}\tag{1.5.52}$$

Тогда для операций второго порядка получим следующие равенства:

$$\begin{aligned}\nabla\nabla\varphi &= \text{div grad } \varphi = \Delta\varphi; \\ [\nabla\nabla\varphi] &= \text{rot grad } \varphi; \\ \nabla\nabla\vec{a} &= \text{grad div } \vec{a}; \\ \nabla[\nabla\vec{a}] &= \text{div rot } \vec{a}; \\ [\nabla[\nabla\vec{a}]] &= \text{rot rot } \vec{a}.\end{aligned}\tag{1.5.53}$$

Дифференциальный оператор Гамильтона

В ряде случаев вид дифференциальных уравнений теории ГИС существенно упрощается, если использовать дифференциальный оператор Гамильтона $\vec{\nabla}$ (набла). Например, существенно упрощается вид законов электрического поля постоянного и переменного тока, записанных в дифференциальной форме, интегро-дифференциальное уравнение переноса ядерного излучения, дифференциальное уравнение переноса частиц, уравнение теплопроводности и др.

Оператор набла является символическим вектором, составляющие которого являются символами частных производных по осям координат:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \vec{k}.\tag{1.5.54}$$

Таким образом, набла является, с одной стороны, вектором, а с другой – дифференциальным оператором. Это наполовину вектор и наполовину дифференциальный оператор. Величина, к которой применяют оператор набла, пишется справа от него, а применение оператора набла состоит в частном дифференцировании по декартовым координатам и затем в умножении на единичные векторы. Когда оператор применяют к вектору, то умножение на единичные векторы может быть скалярным и векторным.

Применим оператор набла к скаляру, в качестве которого возьмем потенциал электрического поля постоянного тока:

$$\vec{\nabla}U = \frac{\partial U}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \cdot \vec{k} = \text{grad } U.\tag{1.5.55}$$

От применения оператора набла к скаляру получается градиент скаляра.

Применим оператор набла скалярно к вектору, в качестве которого возьмем плотность тока J :

$$(\vec{V} \vec{J}) = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = \text{div} \vec{J}. \quad (1.5.56)$$

От скалярного применения оператора к вектору получается расходимость вектора. Для вычисления расходимости вектора нужно сложить производные по координатам от проекций вектора на оси координат.

Умножим оператор набла векторно на вектор, в качестве которого возьмем вектор напряженности магнитного поля H :

$$[\vec{V} \vec{H}] = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \cdot \vec{i} + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \cdot \vec{j} + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \cdot \vec{k} = \text{rot} H. \quad (1.5.57)$$

От векторного применения оператора к вектору получается вихрь.

Таким образом, применяя оператор один раз к функции, мы получаем градиент, расходимость или вихрь функции, т. е. основные операции векторного анализа.

При этом запись дифференциальных законов для многих физических задач, например, для записи законов постоянного и переменного токов в дифференциальной форме, упрощается.

Применим оператор набла к произведению двух скаляров - φ и U . Поскольку оператор содержит дифференцирование, то применение его в данном случае производится по правилам дифференцирования произведения:

$$\vec{V} \varphi U = \varphi \vec{V} U + \vec{V} U \varphi,$$

или иначе

$$\text{grad} \varphi U = \varphi \cdot \text{grad} U + U \text{grad} \varphi. \quad (1.5.58)$$

Применяя оператор набла дважды, производим последовательное применение основных операций векторного анализа.

Умножим оператор \vec{V} скалярно на самого себя \vec{V} :

$$(\vec{V} \vec{V}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta. \quad (1.5.59)$$

Таким образом, скалярное произведение оператора Гамильтона на самого себя равно оператору Лапласа.

Применим оператор набла скалярно к градиенту потенциала, т. е. применим оператор набла дважды к потенциалу U :

$$(\vec{V} \vec{V} U) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} U + \frac{\partial^2}{\partial y^2} U + \frac{\partial^2}{\partial z^2} U.$$

или иначе

$$\text{div grad} U = \Delta U. \quad (1.5.60)$$

Применим оператор набла векторно к градиенту потенциала:

$$[\vec{V} \vec{V} U] = \text{rot} \cdot \text{grad} U \equiv 0. \quad (1.5.61)$$

Тождественное обращение в нуль следует из того, что векторы \vec{V} и $\vec{V} U$ имеют одно направление и векторное произведение их равно нулю.

Применим оператор набла дважды векторно к вектору \vec{H} , считая первое применение векторным, а второе скалярным:

$$(\vec{V}[\vec{V}\vec{H}]) = \text{div}\times\text{rot}\vec{H} \equiv 0. \quad (1.5.62)$$

Тождественное обращение в нуль следует из свойств смешанного произведения векторов \vec{V} и \vec{H} .

Поскольку основные операции векторного анализа не связаны с какой-либо системой координат, то и повторное применение оператора Гамильтона к функциям является векторной операцией, не связанной с определенной системой координат.

1.5.10. Векторные операции в криволинейных координатах

Если каждой точке некоторой области пространства соответствует система трех чисел (u, v, w) так, что разным точкам отвечают разные системы (u, v, w) , то мы скажем, что в рассматриваемой области пространства введены криволинейные координаты (u, v, w) . Геометрические места точек, где $u = \text{const}$, или $v = \text{const}$, или $w = \text{const}$, назовем *координатными поверхностями* пересечения двух координатных поверхностей *координатными линиями*.

Введем в рассматриваемой области пространства прямоугольные координаты x, y, z .

Тогда между прямоугольными координатами x, y, z и криволинейными координатами u, v, w точек рассматриваемой области пространства устанавливается взаимно однозначное соответствие, описываемое формулами вида:

$$\begin{aligned} x &= x(u, v, w); \\ y &= y(u, v, w); \end{aligned} \quad (1.5.63)$$

$$\begin{aligned} z &= z(u, v, w); \\ u &= u(z, y, z); \\ v &= v(z, y, z); \\ w &= w(z, y, z), \end{aligned} \quad (1.5.64)$$

где функции, стоящие в правых частях, однозначны.

Будем предполагать, что функции, стоящие в правых частях выражения (1.5.63), непрерывны, имеют непрерывные частные производные первого порядка и якобиан $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)}$ не обращается в нуль (тогда он сохраняет постоянный знак, будем предполагать его положительным). При этих условиях функции, стоящие в правых частях выражения (1.5.64), будут обладать такими же свойствами. В случае надобности можно дополнительно потребовать, чтобы функции, стоящие в правых частях выражения (1.5.63), имели частные производные порядка выше первого.

Дифференцируя по u тождество $u[x(u, v, w), y(u, v, w), z(u, v, w)] = u$, получим:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial u} = 1. \quad (1.5.65)$$

Аналогичные формулы справедливы для v и w .

Пусть $\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$, i, j, k – орты. Векторы $\frac{\partial \vec{r}}{\partial u}, \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}, \frac{\partial \vec{r}}{\partial w}$, очевидно, будут ненулевыми: $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} \neq 0$.

Длины этих векторов $H_u = \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \right|, H_v = \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right|, H_w = \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial w} \right|$ называются коэффициентами Ламе; каждый них является функцией от u, v, w .

Единичные векторы $\vec{e}_u = \frac{1}{H_u} \frac{\partial \vec{r}}{\partial u}, \vec{e}_v = \frac{1}{H_v} \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}, \vec{e}_w = \frac{1}{H_w} \frac{\partial \vec{r}}{\partial w}$ также являются вектор-функциями от u, v, w .

Определение. Система криволинейных координат называется ортогональной, если в каждой точке координатные линии попарно ортогональны.

Таким образом, ортогональность системы криволинейных координат обозначает, что в каждой точке векторы $\vec{e}_u, \vec{e}_v, \vec{e}_w$ попарно ортогональны или, что равносильно, в каждой точке попарно ортогональны векторы $\frac{\partial \vec{r}}{\partial u}, \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}, \frac{\partial \vec{r}}{\partial w}$.

Оператор Лапласа в ортогональных криволинейных координатах

Пусть φ – скалярное поле. Если ввести криволинейные координаты u, v, w , то φ станет функцией переменных u, v, w . Систему криволинейных координат будем предполагать ортогональной. Согласно формуле (1.5.50), имеем: $\Delta \varphi = \text{div grad } \varphi$, где $\Delta \varphi$ – оператор Лапласа.

Градиент скалярного поля в ортогональных криволинейных координатах определяется формулой

$$\text{grad } \varphi = \vec{e}_u \frac{d\varphi}{H_u du} + \vec{e}_v \frac{d\varphi}{H_v dv} + \vec{e}_w \frac{d\varphi}{H_w dw}. \quad (1.5.66)$$

Дивергенция скалярного поля в ортогональных криволинейных координатах определяется формулой

$$\text{div } \vec{a} = \frac{\frac{\partial}{\partial u} (a_u H_v H_w) + \frac{\partial}{\partial v} (a_v H_w H_u) + \frac{\partial}{\partial w} (a_w H_u H_v)}{H_u H_v H_w}. \quad (1.5.67)$$

Поэтому, пользуясь формулами (1.5.66) и (1.5.67), найдем оператор Лапласа в ортогональных криволинейных координатах:

$$\Delta \varphi = \frac{\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{H_v H_w}{H_u} \frac{\partial \varphi}{\partial u} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{H_w H_u}{H_v} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right) + \frac{\partial}{\partial w} \left(\frac{H_u H_v}{H_w} \frac{\partial \varphi}{\partial w} \right)}{H_u H_v H_w}. \quad (1.5.68)$$

В теории методов ГИС часто используются такие виды ортогональных криволинейных координат, как сферическая и цилиндрическая.

2. ПЕТРОФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕТОДОВ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

2.1. Электрические свойства горных пород

Электрические свойства горных пород характеризуются комплексом различных параметров. В прикладной геофизике в настоящее время изучают и используют для целей ГИС электропроводность, естественную и вызванную поляризуемость и диэлектрическую проницаемость горных пород (табл. 2.1.1).

Таблица 2.1.1

Электрические свойства горных пород

Параметр	Определение	Единица измерений
Удельное электрическое сопротивление ρ	Сопротивление R 1 м ³ горной породы электрическому току, проходящему через породу параллельно двум его граням	Ом·м
Кажущееся электрическое сопротивление ρ_k	Измеряемое при каротаже электрическое сопротивление, зависящее от условий измерения, типа и размера зонда	Ом·м
Относительная диэлектрическая проницаемость ϵ	Параметр, показывающий, во сколько раз уменьшается напряженность электрического поля E в диэлектрике по отношению к E в вакууме	Отн. ед.
Естественная (самопроизвольная) поляризация ПС $\Delta U_{ПС}$	Свойство горных пород создавать электрическое поле вследствие окислительно-восстановительных, фильтрационных, диффузионных, адсорбционных и других процессов	В
Диффузионные и диффузионно-адсорбционные потенциалы	Естественные потенциалы, возникающие вследствие диффузионных или ионно-сорбционных процессов	В
Искусственная (вызванная) поляризация $\Delta U_{ВП}$	Свойство горных пород создавать собственное электрическое поле под действием внешнего электрического поля	В
Поляризуемость η	Параметр, равный отношению ЭДС поляризации $\Delta U_{ВП}$ к разности потенциалов внешнего поля	%

В теории ГИС большое значение отводится электропроводности. Это обусловлено тем, что по электропроводности горные породы наиболее контрастно дифференцированы, и этот параметр горных пород определяется как основной в большинстве используемых электрических методов ГИС.

Способность вещества проводить электрический ток, т. е. формировать упорядоченный поток заряженных частиц (электронов, ионов) под действием электрического поля, оценивается величиной электропроводности γ или удельного электрического сопротивления ρ . Они связаны соотношением $\rho = 1/\gamma$. В системе СИ ρ имеет единицу измерения Ом·м. Единицей измерения электропроводности γ является 1/Ом·м, или См/м.

По природе электропроводности выделяют: проводники (электронные и ионные), полупроводники и диэлектрики.

Высокой электропроводностью обладают самородные и технические металлы ($\rho = 10^{-4} - 10^{-8}$ Ом·м). Электропроводность металлов электронная. Она обуславливается специфической металлической формой кристаллической связи и наличием нелокализованных электронов, охватывающих весь кристалл минерала. Чем больше нелокализованных электронов, тем выше проводимость металлов. Присутствие электропроводящих элементов в соединениях при ковалентно-металлической и ионно-металлической формах кристаллической связи определяет высокую электропроводность ряда минералов.

Ряд минералов с ионной формой кристаллической связи характеризуется ионной проводимостью. Наиболее типична ионная проводимость для электролитов, а в естественных условиях для воды, заполняющей поры горных пород. При отрыве электронов от атомов или при их присоединении нейтральность атомов нарушается, и они становятся, соответственно, положительно или отрицательно заряженными ионами. Движение ионов под действием внешнего электрического поля вызывает электрический ток, который в отличие от тока в электронных проводниках сопровождается переносом вещества.

Свойства полупроводников имеют большинство силикатных и оксидных элементов с ковалентной или ионной формой кристаллической связи. Хотя в строении многих минералов принимают участие элементы с электронной проводимостью, жесткие решетки минералов обуславливают слабую подвижность электронов и, как правило, высокое значение сопротивления (10^4 - 10^8 Ом·м).

Полупроводники могут обладать собственно электронной и дырочной проводимостью. Первая обусловлена движением электронов, но менее свободным, чем в проводниках. При этом движении все время освобождаются места на электронных орбитах соседних атомов (образуются «дырки»), которые как бы передвигаются в обратном направлении. В химически чистых элементах и минералах количество передвигающихся электронов и дырок равно, но при наличии химических примесей это равновесие нарушается и наблюдается типично электронная или типично дырочная проводимость, различающиеся по знаку. Происходит резкое увеличение или уменьшение сопротивления с образованием на границе заборного слоя.

Диэлектриками являются минералы с ковалентной формой связи и наиболее плотными упаковками атомов в решетке. Удельное сопротивление диэлектриков достигает $10^{12} - 10^{16}$ Ом·м. Наиболее характерное свойство диэлектриков - их поляризация, т. е. смещение заряженных частиц (электронов и ионов) и ориентировка полярных молекул под влиянием электрического поля. Поляризационными свойствами обладают также многие полупроводники.

С точки зрения электропроводности горные породы можно рассматривать в общем случае как трехкомпонентные образования, состоящие из твердого вещества (кристаллический скелет), жидкости (чаще всего водные растворы солей) и газа.

Удельное электрическое сопротивление (УЭС) горных пород

Поскольку горные породы представляют собой совокупность трех фаз вещества, механизм их электропроводности является суммарным, включающим электронную, ионную и смешанную проводимости. Вместе с этим у каждой

конкретной горной породы обычно доминирует какой-то один тип электропроводности, чаще ионный.

Величина и тип электропроводности горных пород определяются рядом факторов, решающими среди которых являются: фазовый и минеральный составы породы, ее текстурно-структурное строение, температура, а также давление, которое испытывает порода.

Горная порода – это агрегат, каркасом которого служат минералы, а поры заполнены жидкостью и газом. Поэтому удельное электрическое сопротивление горных пород зависит от минерального состава, пористости, структуры порового пространства, степени водонасыщенности горных пород (влажности), степени минерализации пластовых вод, литологического состава, глинистости, текстуры и структуры горной породы, температуры, давления и т. д.

Зависимость удельного сопротивления горных пород от температуры связана с электропроводностью электролитов, к которым относятся и воды, насыщающие поры пород. В интервале положительных значений температуры характер зависимости УЭС горных пород связан с суммарным эффектом изменения электропроводности твердой и жидкой фаз. Влияние температуры на сопротивление водных растворов описывается формулой

$$\rho_B(t) = \frac{\rho_B(18^\circ\text{C})}{1 + \alpha_t(t - 18^\circ\text{C})},$$

где $\rho_B(t)$ – удельное сопротивление поровых вод при температуре t °С; $\rho_B(18^\circ\text{C})$ – удельное сопротивление раствора при температуре 18 °С; α_t – температурный коэффициент электропроводности, в среднем составляющий 0,025 на 1 °С.

Повышение электропроводности водных растворов с увеличением температуры объясняется возрастанием подвижности ионов в связи с уменьшением вязкости растворов. Удельное сопротивление растворов постоянной концентрации и пород, насыщенных этими растворами, при повышении температуры понижается.

Температурный фактор играет важную роль в области отрицательных температур при замерзании воды. Для всех типов пород наблюдается скачкообразное увеличение сопротивления из-за фазового перехода, состоящего в превращении воды в лёд.

Сопротивление минералов колеблется в широких пределах от 10^{-6} до 10^{15} Ом·м. Минералы подразделяют по сопротивлению на сверхнизкие $\rho < 10^{-6}$ Ом·м (самородные металлы Au, Pt, Ag, Cu); очень низкие $10^{-6} < \rho < 10^{-2}$ Ом·м (графит, сульфиды); низкие $10^{-2} < \rho < 10^2$ Ом·м (сульфиды, окислы); средние $10^2 < \rho < 10^6$ Ом·м (окислы, силикаты); высокие $10^6 < \rho < 10^{10}$ Ом·м (ангидрит, лимонит); очень высокие $10^{10} < \rho < 10^{14}$ Ом·м (полевой шпат, кварц, кальцит); сверхвысокие $\rho > 10^{14}$ Ом·м (слюда, галит, сера, нефть, лёд).

Влияние фазового и минерального состава на удельное электрическое сопротивление горных пород весьма существенно. Породообразующие минералы, из которых состоит скелет породы, являются диэлектриками. Газовая фаза также представляет собой изолятор электрического тока. Поэтому любая порода, лишенная влаги, обладает УЭС, близким по величине к УЭС породообразующих минералов. Жидкая фаза представляет собой чаще всего минерализованную воду,

удельное сопротивление которой на несколько порядков меньше породообразующих минералов. Поэтому фактор водонасыщенности играет главную роль в формировании удельного электрического сопротивления горной породы.

Часто горную породу можно представить в виде биминеральной смеси, состоящей из сопротивления скелета горной породы, сопротивления $\rho_{\text{п}}$ и сопротивления воды в порах горной породы $\rho_{\text{в}}$.

Биминеральная схема горной породы удобна для численного расчета УЭС среды. Для неглинистых осадочных горных пород плохо проводящую часть среды представляют обломки минералов, а хорошо проводящую часть представляет вода, заполняющая поры. Для рудных месторождений вмещающий минерал плохо проводит электрический ток, а рудные включения обладают высокой электропроводностью.

Зависимость электрического сопротивления биминеральной смеси характеризуется параметром минерального состава и структуры, который представляет собой электрическое сопротивление биминеральной смеси, выраженное в единицах УЭС проводящих включений. Для обводненной осадочной горной породы параметр минерального состава и структуры называют *параметром пористости* $P_{\text{п}} = \rho_{\text{вп}}/\rho_{\text{в}}$, где $\rho_{\text{вп}}$ – электрическое сопротивление водонасыщенного пласта, $\rho_{\text{в}}$ – сопротивление поровых вод, играющих роль хорошо проводящего минерала (рис. 2.1.1). Для пористых водонасыщенных горных пород объемное содержание проводящей части совпадает с коэффициентом пористости $K_{\text{п}}$.

Глинистые породы следует рассматривать как трехкомпонентные ассоциации, поскольку наряду с высокоомными минералами и поровым раствором в них присутствуют минералы из групп цеолитов и глин, которые характеризуются относительно низким сопротивлением. Поэтому сопротивление глинистой породы существенно зависит от количества глинистого материала и характера его распределения.

На практике при оценке пористости чистых неглинистых коллекторов широкое распространение получила зависимость $\rho = 0,62/K_{\text{п}}^{2,15}$.

Анализ зависимостей на рис. 2.1.1 показывает, что чем больше цементирована порода, тем выше параметр пористости, а следовательно, выше сопротивление при одинаковом содержании воды. Это связано с тем, что с увеличением степени цементации возрастает роль структуры порового пространства. В результате уплотнения возникают новые перемычки, закрывается часть пор и осложняется форма поровых каналов, т. е. увеличивается их извилистость.

Значение геометрии порового пространства особенно сильно возрастает для неоднородных пород с увеличением степени цементации. В том случае, когда все поровые каналы, заполненные электролитом, участвуют в электропроводности, параметр пористости прямо пропорционален извилистости и обратно пропорционален коэффициенту пористости.

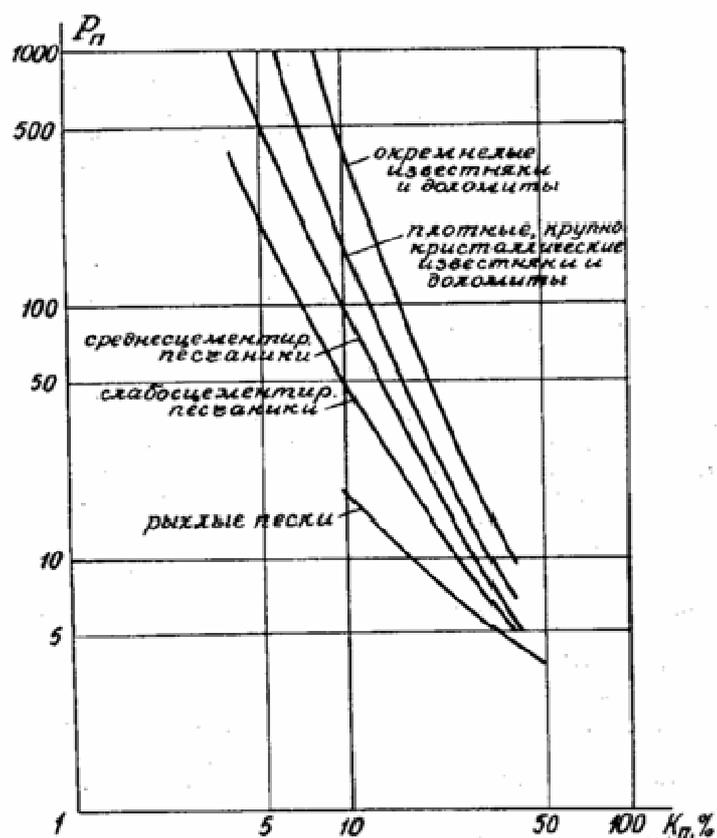


Рис. 2.1.1. Зависимость параметра пористости P_n от коэффициента пористости K_n для горных пород разного состава (по В. Н. Дахнову) [14]

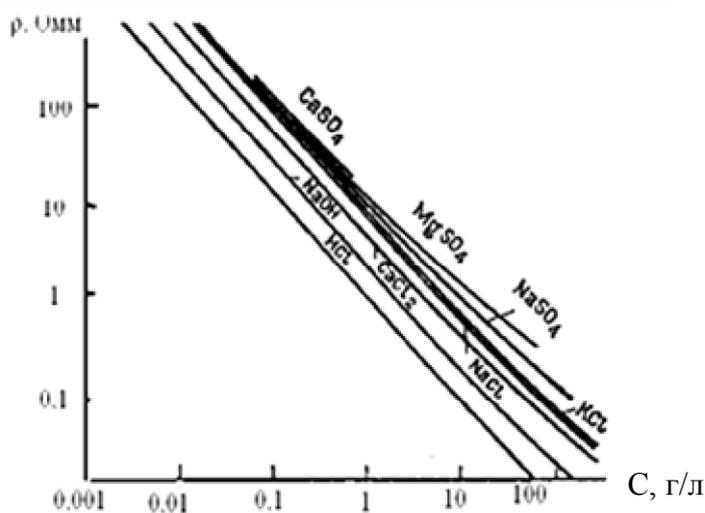


Рис. 2.1.2. Зависимость удельного электрического сопротивления различных растворов от степени их минерализации (по В. Н. Дахнову)

Удельное электрическое сопротивление горных пород зависит от сопротивления жидкой фазы. В естественных условиях залегания ниже уровня грунтовых вод горные породы обводнены поровыми, пластовыми, трещинно-жильными или карстовыми водами, минерализованными разными солями и в различной концентрации. Удельное электрическое сопротивление воды зависит от количества и состава растворенных в ней солей (рис. 2.1.2).

При наличии соленых растворов изменение степени минерализации может привести к изменению удельного сопротивления раствора на несколько порядков.

Зависимость удельного сопротивления воды от температуры в интервале $0 - 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ прямолинейная. На больших глубинах при высоких температурных градиентах сопротивление воды может измениться в 4-5 раз. Таким образом, основное влияние на удельное электрическое сопротивление воды оказывает степень ее минерализации.

Анизотропия горных пород

Осадочные горные породы обычно представляют собой слоистые среды, состоящие из отдельных пластов, образовавшихся в разное геологическое время. Удельное сопротивление слоистых пород зависит от направления, в котором определяется этот параметр по отношению к плоскостям напластования. Породы, обладающие неодинаковыми удельными сопротивлениями в разных направлениях, носят название анизотропных в отличие от изотропных пород, удельное сопротивление которых во всех направлениях одинаково.

Анизотропные породы обычно состоят из частого чередования тонких слоев (рис. 2.1.3), отличающихся друг от друга по электропроводности.

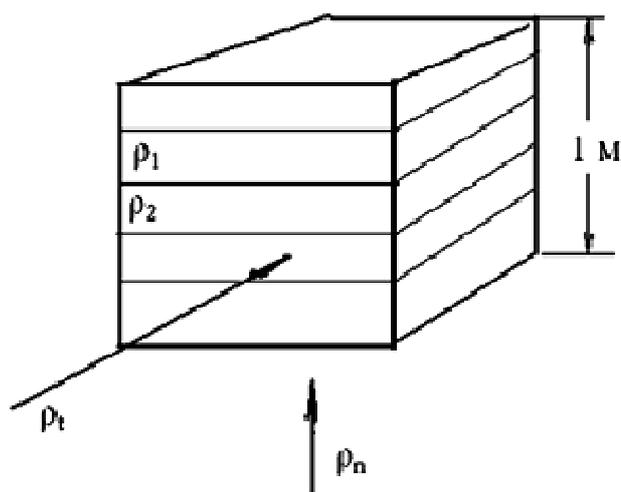


Рис. 2.1.3. Модель анизотропной среды:

ρ_n и ρ_t – сопротивления анизотропной среды вкрест и вдоль напластования пластов горной породы; ρ_1 и ρ_2 – удельные электрические сопротивления пластов с разной электропроводностью

Пусть порода состоит из двух типов пластов, отличающихся по электропроводности. Обозначим удельное сопротивление пластов ρ_1 и ρ_2 . При этом $\rho_1 \neq \rho_2$. Толщина слоев l_1 с сопротивлением ρ_1 в n раз больше, чем у слоев l_2 с сопротивлением ρ_2 . Ребро кубического метра горной породы вкрест напластования $l = l_1 + l_2 = 1$ м. Обозначим толщину слоев l_1 через x и выразим l_1 и l_2 в метрах. Тогда

$$l_1 = \frac{nx}{nx + x} = \frac{n}{n+1}; \quad l_2 = \frac{x}{nx + x} = \frac{1}{n+1}. \quad (2.1.1)$$

Ребро куба равно 1 м. Площадь грани куба равна 1 м². При этом омические сопротивления пластов

$$R_1 = \frac{\rho_1 l_1}{S} = \frac{\rho_1 n}{1+n}, \quad R_2 = \frac{\rho_2 l_2}{S} = \frac{\rho_2}{1+n}. \quad (2.1.2)$$

При нормальном к напластованию пропускании тока проводники будут соединены последовательно, поэтому

$$\rho_n = R_1 + R_2 = \frac{\rho_2 + n\rho_1}{1+n}. \quad (2.1.3)$$

При продольном пропускании тока проводники будут соединены параллельно. При этом складываются проводимости:

$$\frac{1}{\rho_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (2.1.4)$$

Омические сопротивления пластов с учетом площадей пластов $S_1 = l_1 l$, $S_2 = l_2 l$ определяются соотношениями:

$$R_1 = \frac{\rho_1 l}{S_1} = \frac{\rho_1(n+1)}{n}, \quad R_2 = \frac{\rho_2 l}{S_2} = \rho_2(n+1). \quad (2.1.5)$$

Проводимости пластов:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{n}{\rho_1(n+1)}, \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{\rho_2(n+1)}. \quad (2.1.6)$$

Полная электропроводность при продольном пропускании тока

$$\rho_t = \frac{\rho_1 \rho_2 (n+1)}{\rho_2 n + \rho_1}. \quad (2.1.7)$$

Найдем отношение сопротивлений при пропускании тока вкрест и вдоль слоев горной породы. После преобразований получим:

$$\frac{\rho_n}{\rho_t} = 1 + \frac{n(\rho_1 - \rho_2)^2}{\rho_1 \rho_2 (1+n)^2}. \quad (2.1.8)$$

Поскольку $(\rho_1 - \rho_2)^2$ всегда положительно, то ρ_n всегда больше, чем ρ_t , т. е. $\rho_n > \rho_t$. Корень квадратный из отношения ρ_n к ρ_t называется *коэффициентом анизотропии* породы и обозначается символом $\lambda = \sqrt{\rho_n / \rho_t}$, а корень квадратный из произведения $\rho_n \rho_t$ носит название среднего удельного электрического сопротивления анизотропной среды и обозначается символом $\rho_m = \sqrt{\rho_n \rho_t}$.

Естественная электрохимическая активность горных пород

Диффузионные и диффузионно-адсорбционные потенциалы

Естественная электрохимическая активность горных пород характеризует возникающие в горных породах электрические поля под действием ряда физико-химических процессов. К числу таких процессов относят диффузионные, диффузионно-адсорбционные, фильтрацию пластовых вод в пористой среде, окислительно-восстановительные реакции, происходящие на контакте ионных и электронных проводников.

Диффузионная активность. На границе соприкасающихся водных растворов электролитов с различной концентрацией происходит диффузия ионов в направлении меньших концентраций. Анионы и катионы электролита, обладая различной подвижностью, создают асимметрию в распределении зарядов. В менее концентрированном растворе накапливается избыток зарядов со знаком более подвижного иона. И наоборот, в более концентрированном растворе создается избыток зарядов со знаком менее подвижного иона. Вследствие этого возникает диффузионное электрическое поле, противодействующее дальнейшему процессу диффузии и разделению зарядов. В результате взаимодействия двух противоположно направленных процессов устанавливается равновесие, при котором перемещение зарядов диффузией компенсируется обратным переносом их электрическим током.

Диффузионная ЭДС для бинарных электролитов определяется формулой Нернста:

$$E_d = \frac{RT}{F} \cdot \frac{n_k U - n_a V}{n_k U z_k + n_a V z_a} \ln \frac{C_1}{C_2}, \quad (2.1.9)$$

где R – универсальная газовая постоянная, равная 8,314 Дж/мольК; F – число Фарадея 96 485 Кл/моль; T – абсолютная температура в градусах Кельвина; U, V – электролитические подвижности катионов и анионов; n_k, n_a, z_k, z_a – количество катионов и анионов, на которые диссоциирует молекула, и их валентности; C_1 и C_2 – концентрации растворов.

Введем понятие коэффициента диффузионной ЭДС k_d :

$$k_d = \frac{RT}{F} \cdot \frac{n_k U - n_a V}{n_k U z_k + n_a V z_a}. \quad (2.1.10)$$

Для одновалентного электролита $z_k = z_a = 1$ и $n_k = n_a = 1$ при температуре $T = 293$ К ($t = 18$ °С) и численных значениях R и F можно записать:

$$E_d = 58 \cdot \frac{U - V}{U + V} \lg \frac{C_1}{C_2}. \quad (2.1.11)$$

Для раствора NaCl при температуре $t = 18$ °С получим, мВ:

$$E_d = -11,6 \cdot \lg \frac{C_1}{C_2}. \quad (2.1.12)$$

Величина диффузионного коэффициента при постоянной температуре $T = \text{const}$ зависит от химического состава соприкасающихся электролитов. При невысоких концентрациях растворов можно записать, мВ:

$$E_d = k_d \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad (2.1.13)$$

где ρ_1, ρ_2 – удельные электрические сопротивления соприкасающихся водных растворов электролитов.

Диффузионно-адсорбционная активность, мВ. Если два контактирующих водных раствора различной концентрации разделены пористой перегородкой, на границе раздела наблюдается изменение ЭДС диффузии в зависимости от типа пористой перегородки:

$$E_{da} = k_{da} \lg \frac{C_1}{C_2} = k_{da} \lg \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (2.1.14)$$

Коэффициент диффузионно-адсорбционной ЭДС (k_{da}) определяется как:

$$k_{da} = 2,3 \frac{RT}{F} (N_k - N_a), \quad (2.1.15)$$

где N_k, N_a – числа переноса ионов при диффузии их через породу, разделяющую растворы.

Образование диффузионно-адсорбционной ЭДС в горных породах обусловлено, прежде всего, наличием *двойных электрических слоев* (ДЭС) на поверхности раздела твердых минеральных высокодисперсных частиц и раствора электролита. Схема двойного электрического слоя изображена на рис. 2.1.4.

Связанная вода представлена слоями ориентированных молекул воды, расположенных вдоль поверхности твердой фазы минерального скелета породы. Значительная часть молекул связанной воды составляет гидратные оболочки катионов, образующих адсорбционный слой на поверхности твердой фазы или распределенных диффузно в виде внешней обкладки двойного электрического слоя. Активные центры поверхности твердой фазы, имеющие отрицательный заряд, представлены в основном анионами кристаллической решетки минералов.

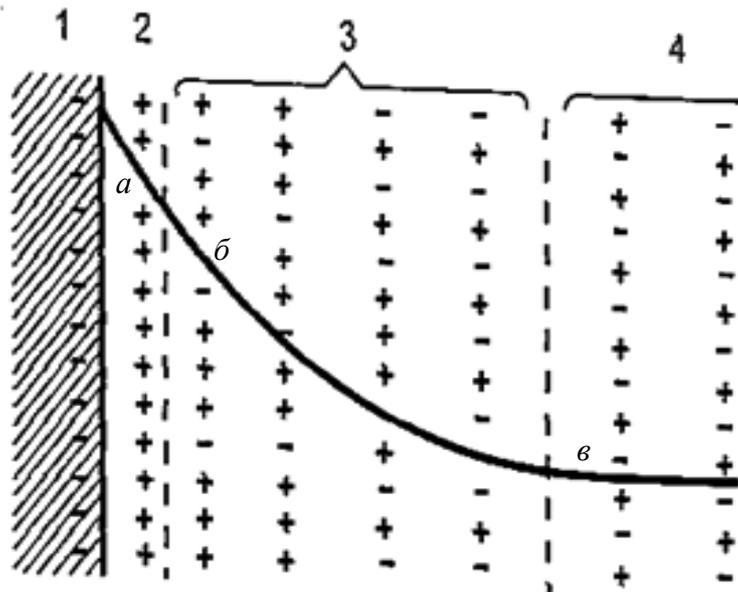


Рис. 2.1.4. Схема двойного электрического слоя (по В. С. Зинченко [9]):

- 1 – поверхность глинистой частицы с отрицательными зарядами;
- 2 – катионы адсорбционного слоя (слой Штерна); 3 – диффузный слой Гуи; 4 – свободный раствор; *а-в* – падение электрического потенциала в двойном электрическом слое (потенциал Нернста); *б-в* – дзета-потенциал, падение потенциала в диффузном слое (электрокинетический потенциал)

Катионы адсорбционного слоя, расположенные в непосредственной близости от частицы, связаны с ее поверхностью очень прочно и образуют с зарядом твердой фазы неподвижную часть ДЭС. Чем дальше удалены катионы от поверхности частицы, тем слабее связь. Такое распределение ионов в водной среде происходит под влиянием двух сил: электрических и сил молекулярного взаимодей-

ствия. Силы электростатического взаимодействия между отрицательно заряженной поверхностью твердой фазы частиц и положительно заряженными ионами концентрируют ионы вокруг частицы, а силы молекулярного теплового движения стремятся распределить ионы равномерно по всему раствору. В результате действия этих двух противоположных сил в растворе вокруг минеральной частицы (вдоль поверхности твердой фазы) устанавливается равновесие: концентрация катионов убывает по мере удаления от поверхности твердой фазы, а концентрация анионов возрастает. На некотором расстоянии от твердой частицы обе концентрации выравниваются. Это расстояние определяет толщину диффузного слоя, за которым начинается свободный раствор. Большая часть катионов (90-95 %) сосредоточена в адсорбционном монослое (слой Штерна), остальные распределены диффузно в растворе, заполняющем поры, и образуют диффузную часть (слой Гуи) внешней обкладки двойного слоя. Двойной слой в целом электронейтрален, так как суммарный положительный заряд внешней обкладки компенсирует отрицательный заряд поверхности в пределах одной и той же площади.

В породах с крупными порами, диаметр которых намного превышает толщину двойного слоя на поверхности твердой фазы, значения чисел переноса ионов при диффузии их через перегородку, разделяющую растворы, N_k и N_a практически не отличаются от чисел переноса, характерных для свободной диффузии. В этом случае $k_{da} = k_d$ и $E_{da} = E_d$.

Изменение чисел переноса наблюдается в капиллярах с радиусом $r < 0,1$ мкм, причем заметное изменение N_k и N_a происходит в капиллярах с $r < 0,01$ мкм, так как подвижные катионы ДЭС, принимая участие в диффузии ионов из раствора с большей концентрацией в раствор с меньшей концентрацией, изменяют соотношение N_k и N_a ($N_k = 1$, $N_a = 0$). В этом случае для одновалентных растворов электролитов величина E_{da} определяется соотношением

$$E_{da} = 58 \cdot \lg \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad E_d = -11,6 \cdot \lg \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (2.1.16)$$

В петрофизике для характеристики способности горной породы адсорбировать ионы из раствора при диффузии используется параметр, называемый диффузионно-адсорбционной активностью A_{da} . Она рассчитывается по формуле:

$$A_{da} = k_{da} - k_d = \frac{(E_{da} - E_d)}{\lg \frac{\rho_2}{\rho_1}}. \quad (2.1.17)$$

Значения диффузионно-адсорбционной активности A_{da} для некоторых типов осадочных горных пород приведены ниже, мВ [9]:

Горные породы	A_{da} , мВ
Песчаники среднесцементированные	2-10
Алевриты глинистые	5-30
Глины	20-70
Известняки глинистые	10-60
Мергели	20-70
Доломиты глинистые	20-55

Величина A_{da} зависит от химического состава и концентрации контактирующих растворов, минерального и гранулометрического состава породы, плотности упаковки частиц и водонасыщенности. Для различных горных пород A_{da} изменяется от -10 до +70 мВ. Большая часть осадочных пород (пески, песчаники, глины, известняки и доломиты) имеют отрицательный заряд поверхности и положительную внешнюю обкладку ДЭС, поэтому для них значения $A_{da} > 0$.

С повышением содержания глинистого материала в породе диффузионно-адсорбционная активность возрастает и против однородных тонкодисперсных глинистых пород создается наибольшая положительная величина разности потенциалов ΔU_{da} . Наименьшими значениями A_{da} характеризуются чистые песчаные и карбонатные породы с высокой пористостью.

На контакте чистого песчаника с чистой глиной ($k_{da} = 58$ мВ, $k_d = -11,6$ мВ) наблюдается максимальная статическая амплитуда потенциалов самопроизвольной поляризации ПС:

$$E_{s\max} = 69,61 \lg\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right). \quad (2.1.18)$$

Величина E_s зависит от литологии пересекаемых скважиной пород, минерализации пластовых вод и промывочной жидкости. При измерениях в скважине регистрируется не статическая, а наблюдаемая амплитуда ПС ($\Delta U_{ПС}$), которая соответствует статической амплитуде лишь в пластах большой мощности.

Фильтрационные потенциалы

Фильтрационные потенциалы возникают в связи с адсорбцией ионов поверхностью частиц горных пород. Текущая жидкость переносит заряды гидратированных ионов. Вследствие преобладающей сорбции ионов одного знака (обычно отрицательных) горная порода приобретает заряд сорбированных ионов, а текущая жидкость – заряд противоионов (обычно положительных). Чаще всего сорбируются анионы, радиусы которых больше, чем у катионов: $r_a > r_k$. Жидкость в связи с повышенным содержанием катионов заряжается положительно. При фильтрации раствора электролита через капилляры и трещины наряду со свободным раствором, заполняющим центральную часть пор, по направлению течения перемещается подвижная часть диффузной обкладки двойного электрического слоя. В результате на входе капилляра возникает отрицательный потенциал, а на выходе – положительный. Это приводит к возникновению электрического тока в капилляре и появлению на концах его разности потенциалов ΔU_ϕ . Схема, поясняющая образование потенциалов фильтрации на концах капилляра, изображена на рис. 2.1.5.

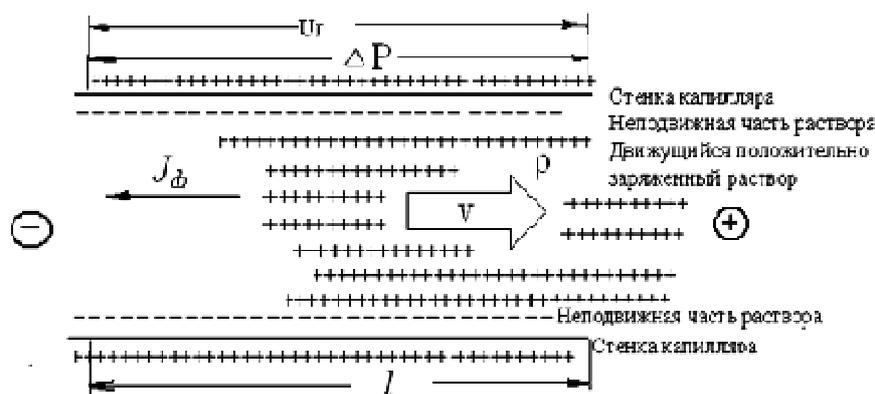


Рис. 2.1.5. Образование потенциалов фильтрации на концах капилляра

Прилипшие к стенке капилляра анионы прочно удерживаются стенкой. Разность потенциалов, возникающая на концах капилляра, называется фильтрационной разностью потенциалов.

В зависимости от соотношения пластового давления $P_{пл}$ и давления столба жидкости в скважине $P_{гидро}$ (гидростатическое давление столба бурового раствора на уровне пласта) фильтрация может быть из скважины в пласт (если $P_{гидро}$ больше $P_{пл}$) и из пласта в скважину (если $P_{пл}$ больше $P_{гидро}$). Чаще буровой раствор уходит в пласт. Движение происходит ламинарно со скоростью v под действием перепада давления ΔP .

Разность потенциалов на концах капилляра называется потенциалом Гельмгольца:

$$U_{\Gamma} = J_{\phi} R, \quad (2.1.19)$$

где U_{Γ} – потенциал Гельмгольца, разность потенциалов на концах капилляра; J_{ϕ} – ток фильтрации, возникающий под действием разности потенциалов Гельмгольца U_{Γ} , обратный направлению скорости потока зарядов v ; R – сопротивление жидкости, заполняющей капилляр:

$$R = \rho \frac{l}{\pi r_k^2}, \quad (2.1.20)$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление (УЭС) раствора; $J_{\phi} = vq$, здесь v – скорость потока зарядов; q – заряд, приходящийся на единицу длины капилляра (сумма зарядов всех ионов на отрезке единичной длины капилляра).

В случае установившегося режима фильтрации приложенная извне сила f равна силам трения слоёв жидкости друг о друга $f_{тр}$, т. е. $f = f_{тр}$. Извне приложена сила

$$f = \pi r^2 \Delta P. \quad (2.1.21)$$

Сила трения определяется законом Ньютона:

$$f_{тр} = -S\mu \frac{dv}{dr},$$

где $S = 2\pi rl$ – площадь трущихся слоёв; μ – коэффициент вязкости, равный силе трения между двумя слоями с единичной площадью при единичном градиенте скорости движения слоёв, нормальном к поверхности слоя;

$$dv(r) = -\frac{\Delta P}{2l\mu} r dr. \quad (2.1.22)$$

После интегрирования получим:

$$v(r) = -\frac{\Delta P r^2}{4l\mu} + C. \quad (2.1.23)$$

Постоянную интегрирования находим из условия $v(r = r_k) = 0$. Тогда

$$C = \frac{\Delta P r_k^2}{4l\mu}.$$

Следовательно:

$$v(r) = \frac{\Delta P}{4l\mu} (r_k^2 - r^2), \quad (2.1.24)$$

где $v(r)$ – скорость переноса зарядов на расстоянии r от центра капилляра.

Толщину неподвижного слоя обозначим δ . Скорость жидкости на расстоянии, равном толщине прочно связанного слоя ($r_k - \delta$), будет, если в (2.1.24) вместо r_k подставить $(r_k - \delta)$

$$v(r_k - \delta) = \frac{r_k \delta}{2l\mu} \Delta P.$$

Заряд на единицу длины капилляра q :

$$q = C\xi. \quad (2.1.25)$$

где C – ёмкость двойного слоя, приходящегося на поверхность S капилляра радиуса r_k единичной длины; ξ – дзета-потенциал (электрокинетический потенциал или разность потенциалов между неподвижным и подвижным слоями жидкости, см. рис. 2.1.1. Если r_2 и r_1 внешний и внутренний радиусы цилиндрического конденсатора, l – длина цилиндра, то для малых значение толщины неподвижного слоя ($\delta \ll r_k$), ёмкость на единицу длины конденсатора ($l = 1$) будет:

$$C = \frac{\varepsilon(l=1)}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad \ln \frac{r_2}{r_1} = \ln \frac{r_k - \delta + \delta}{r_k - \delta} = \ln(\delta \rightarrow 0) \left(1 + \frac{\delta}{r_k - \delta} \right) \approx \frac{\delta}{r_k}, \quad C = \frac{\varepsilon r_k}{2\delta},$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость жидкости.

Поэтому

$$q = \frac{\varepsilon r_k}{2\delta} \xi. \quad (2.1.26)$$

Ток фильтрации (количество зарядов, перенесенных за единицу времени):

$$J_\phi = qV = \frac{\varepsilon r_k \xi}{4\mu l} \Delta P. \quad (2.1.27)$$

По закону Ома потенциал Гельмгольца:

$$U_\Gamma = J_\phi R = \frac{\varepsilon \rho \xi}{4\pi\mu} \Delta P. \quad (2.1.28)$$

Потенциал фильтрации Гельмгольца линейно зависит от перепада давлений ΔP и удельного электрического сопротивления жидкости. С увеличением минерализации раствора U_Γ уменьшается вследствие снижения величины ρ и ξ .

Формула для потенциала Гельмгольца (2.1.28) приближенная. Это видно хотя бы из того, что в ней отсутствует зависимость от радиуса капилляра r_k , который характеризует проницаемость коллектора. Для идеальных капилляров: $\Delta U_\phi = U_\Gamma$. На практике:

$$\Delta U_\phi = K_\phi \Delta P. \quad (2.1.29)$$

Отличия ΔU_ϕ от потенциала Гельмгольца U_Γ связаны с застойной жидкостью (рис. 2.1.6).

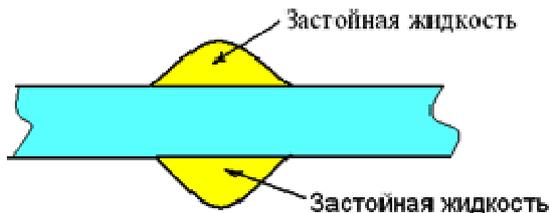


Рис. 2.1.6. Каверны в капилляре, заполненные застойной жидкостью

Сечение фильтрации и сечение тока в капилляре меняются: $r_k \neq \text{const}$, поэтому не вся поверхность зёрен омывается раствором. Свойства текущей и застойной жидкости отличаются.

Вне зон аномально высокого пластового давления (АВПД) $P_{\text{гидро}}$ больше, чем $P_{\text{пл}}$, т. е. $\Delta P > 0$, $\xi < 0$, тогда $K_\phi < 0$, $\Delta U_\phi < 0$. Если при этом $\rho_{0n} < \rho_0$ (прямое поле ПС), то аномалия ΔU_{da} усиливается за счет ΔU_ϕ . Усиление аномалии прямого поля ПС за счет потенциала фильтрации приведено на рис. 2.1.7.

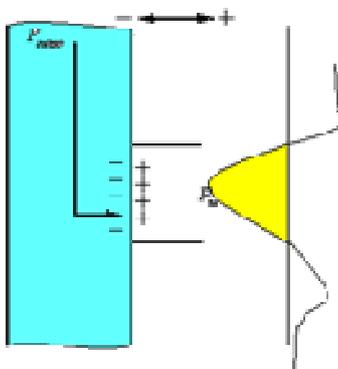


Рис. 2.1.7. Усиление аномалии прямого поля ПС за счет потенциалов фильтрации

Таким образом, при течении жидкости из скважины в пласт возникает отрицательная разность потенциалов фильтрации, которая суммируется с отрицательной разностью потенциалов диффузионно-адсорбционного происхождения, что приводит к увеличению отрицательной аномалии $\Delta U_{\text{ПС}}$ против песчаного пласта (рис. 2.1.8).

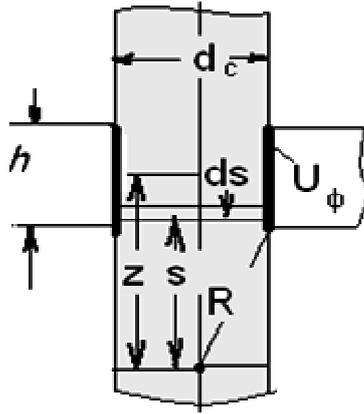


Рис. 2.1.8. Образование потенциала фильтрации простого слоя

Заряд dq для элементарной площадки ds : $dq = \sigma ds$, где σ – плотность зарядов на поверхности простого слоя. Потенциал простого слоя U_ϕ :

$$U_\phi = \frac{q}{\varepsilon R} = \frac{1}{\varepsilon} \int \frac{dq}{R} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \int \frac{dS}{R},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость; R – расстояние от точки замера до поверхности элементарного ds -слоя.

Плотность зарядов на поверхности слоя:

$$\sigma = \frac{E_\phi \varepsilon}{4\pi}, \quad E_\phi = U_\Gamma,$$

где E_ϕ – ЭДС фильтрации, равная потенциалу Гельмгольца.

Площадь элементарного кольца $dS = 2\pi r_c ds$, $R = \sqrt{s^2 + r_c^2}$, тогда

$$\begin{aligned} U_\phi &= \frac{E_\phi}{4\pi} \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} \frac{2\pi r_c ds}{\sqrt{s^2 + r_c^2}} = \frac{E_\phi r_c}{2} \ln \left| s + \sqrt{s^2 + r_c^2} \right|_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} = \\ &= \frac{E_\phi r_c}{2} \left\{ \ln \left[z + \frac{h}{2} + \sqrt{\left(z + \frac{h}{2} \right)^2 + r_c^2} \right] - \ln \left[z - \frac{h}{2} - \sqrt{\left(z - \frac{h}{2} \right)^2 + r_c^2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Выразим все линейные единицы в единицах диаметра скважины: $r_c = \frac{d_c}{2}$,

тогда

$$\begin{aligned} U_\phi &= \frac{E_\phi d_c}{4} \left\{ \ln \left[2z_d + h_d + \sqrt{(2z_d + h_d)^2 + 1} \right] - \ln \left[2z_d - h_d + \sqrt{(2z_d - h_d)^2 + 1} \right] \right\} = \\ &= \frac{E_\phi d_c}{4\pi} [\text{Arsh}(2z_d + h_d) - \text{Arsh}(2z_d - h_d)] \end{aligned}$$

Связь потенциалов ПС с фильтрационно-емкостными свойствами горных пород

На практике при количественной интерпретации материалов каротажа ПС часто используют относительную амплитуду $\alpha_{\text{ПС}}$:

$$\alpha_{\text{ПС}} = \frac{\Delta U_{\text{тек}}^{\text{ПС}}}{\Delta U_{\text{он}}^{\text{ПС}}},$$

где $\Delta U_{\text{тек}}^{\text{ПС}}$ – амплитуда ПС против изучаемого пласта; $\Delta U_{\text{оп}}^{\text{ПС}}$ – максимальная амплитуда ПС в исследуемом интервале разреза, соответствующая мощному пласту наиболее проницаемых неглинистых пород.

Между относительной амплитудой ПС, открытой пористостью, глинистостью и проницаемостью легко устанавливаются количественные оценки перечисленных показателей. В качестве примера некоторые зависимости, по данным В. С. Зинченко [9], приведены на рис. 2.1.9, 2.1.10. Представленные зависимости используются для определения фильтрационно-емкостных свойств водоносных и нефтеносных коллекторов.

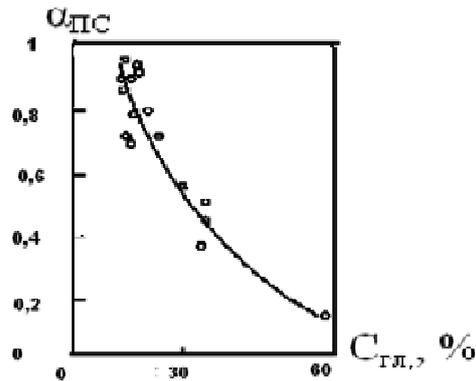


Рис. 2.1.9. Связь объемной глинистости и относительной амплитуды ПС ($\alpha_{\text{ПС}}$) [9]

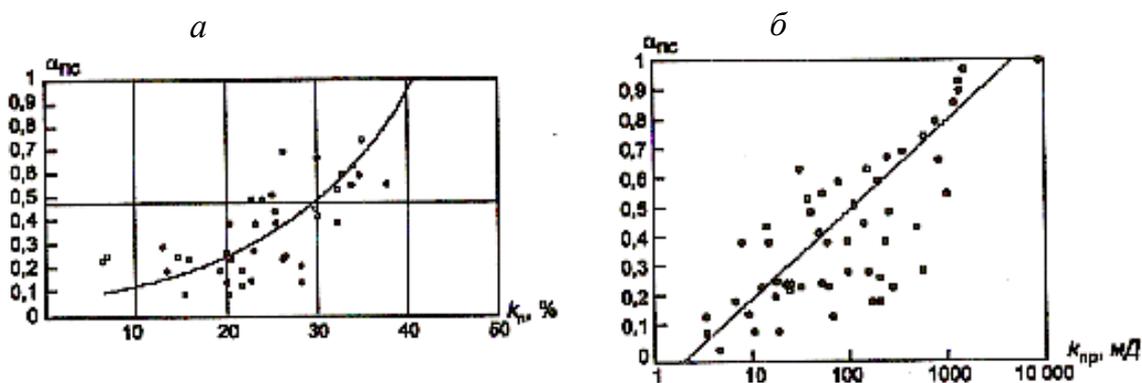


Рис. 2.1.10. Зависимости $\alpha_{\text{ПС}}$ от коэффициента пористости (а) и коэффициента проницаемости (б) [9]

Вызванная электрохимическая активность горных пород

Потенциалы вызванной поляризации горных пород

При протекании электрического тока через горную породу электрохимические процессы, наблюдаемые в естественных условиях, искусственно активизируются. Это приводит к появлению вторичного электрического поля, существующего некоторое время после выключения электрического тока. Наблюдаемая спадающая до нуля разность потенциалов между измерительными электродами зонда получила название потенциалов вызванной поляризации горных пород (ВП). Она возникает в неоднородных средах, имеющих многокомпонентный состав. Становление и спад поля ВП изображены на рис. 2.1.11.

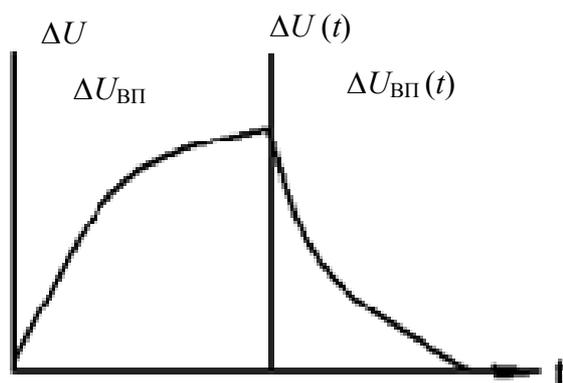


Рис. 2.1.11. Становление $\Delta U_{ВП}$ и спад $\Delta U_{ВП}(t)$ поля вызванной поляризации при включении и выключении электрического тока

Для решения геологических задач используется метод возбуждения поля ВП длительными однополярными (иногда разно полярными с паузой) импульсами поляризирующего тока. Наблюдаемая разность потенциалов $\Delta U_{ВП}$ над ионопроводящими породами уменьшается во времени по закону, близкому к экспоненциальному.

Для количественной оценки эффекта вызванной поляризации служит безразмерный параметр – *коэффициент поляризуемости*, определяемый соотношением

$$\eta = \frac{\Delta U_{ВП}(t)}{\Delta U_{пр}} \cdot 100 \%,$$

где $\Delta U_{пр}$ и $\Delta U_{ВП}(t)$ – разность потенциалов на приемных электродах измерительной линии при пропускании тока заряда и в некоторый момент времени t после его выключения.

2.2. Электромагнитные свойства горных пород

Электромагнитные свойства горных пород определяются их диэлектрической проницаемостью. Диэлектрическая проницаемость ϵ определяет характер распространения переменных высокочастотных электромагнитных полей и характеризует способность вещества изменять напряженность первичного электрического поля вследствие явления поляризации поля, т. е. упорядоченной ориентировки связанных электрических зарядов. При этом величина ϵ показывает, во сколько раз в данной среде сила взаимодействия (напряженность электрического поля) между электрическими зарядами уменьшается по сравнению с вакуумом.

В высокочастотном электромагнитном поле плотность полного электрического тока является суммой токов проводимости и токов смещения:

$$\vec{J}_{полн} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.2.1)$$

где $\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}$; ϵ_a – абсолютная диэлектрическая проницаемость, которая определяется отношением электрической индукции D к напряженности электрического поля E , ϵ_a показывает, во сколько раз уменьшается напряженность поля E в

диэлектрике по сравнению с его значением в вакууме. Если диэлектрическую проницаемость в вакууме обозначить через $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$, то относительная диэлектрическая проницаемость горной породы $\varepsilon^* = \varepsilon_a / \varepsilon_0$ будет величиной безразмерной, но численно равной абсолютной диэлектрической проницаемости.

При поляризации диэлектрика внутри него возникает обратное поле, меньшее по величине внешнего поля E . Поляризация оценивается вектором поляризации:

$$\vec{P} = \chi \vec{E}, \quad (2.2.2)$$

где χ – коэффициент поляризуемости, который называется *диэлектрической восприимчивостью*. Вектор поляризации – это суммарный дипольный момент единицы объема. В вакууме диэлектрическая восприимчивость равна нулю. С ростом напряженности поля E поляризация увеличивается. Таким образом, поляризация – это возникновение собственного макрополя при внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле.

Вектор индукции (вектор электрического смещения) D не зависит от свойств среды ε_a и характеризует поле, которое создается свободными зарядами (поле в фиктивном вакууме), но при таком же расположении зарядов, который существует в диэлектрике. Таким образом, вектор индукции характеризует суммарное поле внутри диэлектрика. В вакууме $D = E$. Вектор поляризации связан с вектором электрического смещения (электрической индукции) D соотношением $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$. С учетом выражения (2.2.2):

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = \vec{E}(1 + 4\pi\chi) = \varepsilon^* \varepsilon_0 \vec{E}. \quad (2.2.3)$$

Различают несколько видов поляризации: электронную, ионную, атомную, ориентационную (релаксационную), объемную и т. д. Все виды поляризации можно объединить в три основные группы:

- 1) поляризация смещения;
- 2) ориентационная (релаксационная, дипольная) поляризация;
- 3) структурная (объемная) поляризация.

Характерным для всех типов поляризации, входящих в первую группу (электронная, ионная, атомная поляризация), является смещение упруго связанных зарядов под действием внешнего поля. В результате этого действия нейтральный ранее элемент объема вещества приобретает дипольный момент. Поляризация электронного смещения связана с упругим смещением электронов относительно ядра атома. Диэлектрическая проницаемость среды, обусловленная этим типом поляризации, обычно невелика. Время смещения – около 10^{-15} с. Поэтому поляризация электронного смещения не зависит от частоты поля во всем диапазоне, вплоть до оптических частот. Она наблюдается в твердых, жидких и газообразных веществах.

Поляризация ионного смещения состоит в смещении относительно друг друга ионов разного знака, связанных силами упругого притяжения. Поляризация этого вида проявляется в твердых телах с ионной решеткой. Диэлектрическая проницаемость, обусловленная ионным смещением, составляет обычно 4 – 15 относительных единиц, время смещения ионов 10^{-12} - 10^{-13} с.

Атомная поляризация проявляется в веществе с валентными кристаллами, в котором атомы связаны в молекулы путем обменного взаимодействия валентных электронов. В этом виде поляризации происходит упругое смещение валентных электронов относительно ядер атомов. Диэлектрическая проницаемость диэлектриков с подобной поляризуемостью достигает 15 относительных единиц. Атомная поляризация, так же как и два предыдущих вида, является быстрой.

Ориентационная поляризация связана с наличием в диэлектрике полярных молекул. Она характерна для воды и других полярных жидкостей. При поляризации в этих жидкостях происходит ориентация диполей в направлении поля. Ориентационная поляризация по величине намного превосходит поляризацию смещения. Например, диэлектрическая проницаемость воды при температуре 200 °С равна 80 относительных единиц. Поскольку тепловое движение дезориентирует молекулы, ориентационная поляризация зависит от температуры, уменьшаясь с повышением последней. Разновидностью ориентационной поляризации является особый вид – ионная поляризация, при которой происходит упорядочение распределения ионов, совершающих тепловое движение. Она наблюдается у кристаллов со слабосвязанными ионами.

Структурная поляризация наблюдается в основном в неоднородных материалах, например в многофазных породах. Проявление структурной поляризации связано с движением ионов, накапливающихся у межфазовых границ раздела. В отличие от других, этот вид поляризации является медленным. Он требует для своего развития гораздо больше времени, чем предыдущие виды. При радиочастотах структурная поляризация практически не наблюдается. Напротив, на частотах, равных десяткам и сотням герц, она может играть основную роль.

Диэлектрическая проницаемость минералов меняется в довольно широких пределах. Высокими значениями ϵ характеризуется вода, обладающая ярко выраженной ориентационной поляризацией. Однако подавляющему большинству минералов свойственна поляризация смещения – электронная и ионная. Их диэлектрическая проницаемость сравнительно невелика и составляет 4 - 12 относительных единиц. Основные породообразующие минералы имеют ϵ порядка 4 - 7 относительных единиц.

Диэлектрическая проницаемость горных пород в значительной мере определяется их водонасыщенностью, так как молекулы воды несимметрично построены и поэтому обладают постоянным электрическим дипольным моментом. В электрическом поле происходит ориентация осей дипольных молекул по направлению поля. Такая ориентация приводит к возникновению суммарного электрического момента, отличного от нуля. Дипольная поляризация – это релаксационный процесс, при котором происходящие в среде изменения протекают с известным запаздыванием (10^{-8} с). Время релаксации – это время, в течение которого электрический момент единицы объема уменьшается в e раз после снятия поля.

Диэлектрическая проницаемость большинства минералов обусловлена поляризацией смещения и изменяется в пределах от 4 до 25 относительных единиц. Связь диэлектрической проницаемости с водно-физическими свойствами горных пород приведена на рис. 2.2.1.

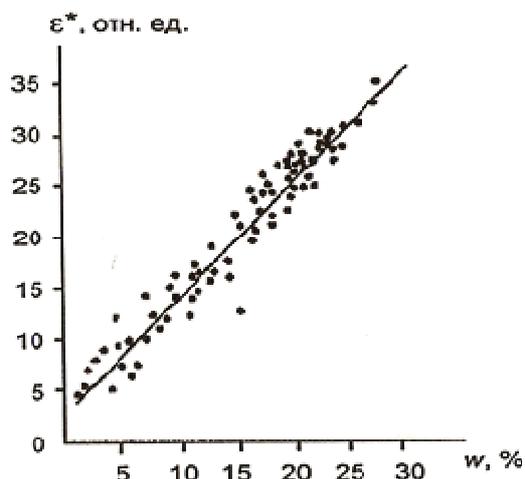


Рис. 2.2.1. Зависимость диэлектрической проницаемости от влажности песков w (по В. С. Зинченко [9])

Наименьшими значениями диэлектрической проницаемости характеризуется нефть ($\epsilon^* = 2,2$), большими значениями ($\epsilon^* = 80$) – вода. По значению диэлектрической проницаемости можно определять тип флюида в нефтяных коллекторах.

Из рис. 2.2.1 видно, что диэлектрическая проницаемость зависит от влажности прямо пропорционально. С увеличением частоты электромагнитного поля диэлектрическая проницаемость уменьшается.

Диэлектрическая проницаемость минералов зависит от их плотности. Если учесть, что поляризация вещества повышается с увеличением числа поляризующих частиц в единице объема, то эта зависимость представляется закономерной. В табл. 2.2.1 приведены данные о диэлектрической проницаемости ряда минералов (по литературным данным).

Диэлектрическая проницаемость минералов в определенной степени зависит от температуры. Особенно резко эта зависимость выражена у воды, поскольку с ростом температуры тепловое движение все больше препятствует ориентации дипольных молекул воды по направлению поля.

При нагревании воды до 100 градусов диэлектрическая проницаемость воды снижается с 88 до 55 относительных единиц. Лед имеет высокие значения диэлектрической проницаемости (79 относительных единиц).

Таблица 2.2.1

Диэлектрическая проницаемость некоторых минералов

Минерал	ϵ , отн. ед.	Минерал	ϵ , отн. ед.
Кварц	4,0-5,0	Гипс	4,2
Калиевые полевые шпаты	4,5-6,0	Галит	5,6-6,4
Мусковит	6,2-8,0	Сильвин	4,7-4,8
Биотит	4,8-6,0	Лимонит	10,0-11,0
Тальк	4,5-6,0	Галенит	18,0
Кальцит	7,5-8,0	Сфалерит	7,8-8,3
Доломит	6,8-10,0	Рутил	90,0-170,0
Сидерит	7,0-7,5	Нефть	2,0-3,0

Горная порода обычно является сложной системой, состоящей из разных компонентов. Её диэлектрическая проницаемость зависит от состава и процентного соотношения твердой, жидкой и газообразной фаз, участвующих в строении породы (рис. 2.2.2). Диэлектрическая проницаемость главных породообразующих минералов равна 4 – 8 относительных единиц, а воды – 80 относительных единиц. Поэтому диэлектрическая проницаемость пород, обладающих значительной пористостью (чаще всего осадочные пород), сильно зависит от их влажности. Минералогический состав скелета этих пород влияет на величину ϵ в меньшей мере. Исключение составляют породы, содержащие заметные количества глинистого материала, в которых диэлектрическая проницаемость существенно зависит от глинистости.

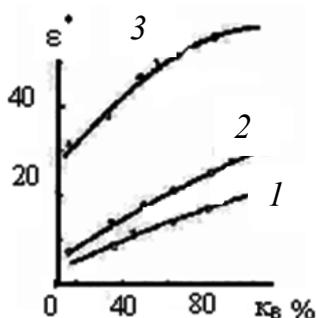


Рис. 2.2.2. Зависимость диэлектрической проницаемости образцов от коэффициента водонасыщенности k_B %:
1 – песок; 2 – гранулярный известняк; 3 – глина

Значения ϵ в зависимости от материала скелета меняются довольно существенно. Привлекают к себе внимание большие значения ϵ глин, достигающие 50 – 60 относительных единиц. Это обстоятельство отмечается рядом исследователей. Высокая диэлектрическая проницаемость у глин, возможно, объясняется наличием значительного количества слабосвязанной воды.

Практический интерес представляют данные об изменении ϵ пористой породы в зависимости от водо- и нефтенасыщенности. На рис. 2.2.3 приведены результаты лабораторных измерений, выполненных Б. И. Рабиновичем и А. И. Жуковым. Измерения проводились резонансным методом на куметре. Частота поля была $5 \cdot 10^4$ Гц. По полученным данным, диэлектрическая проницаемость породы почти линейно связано с водонасыщенностью.

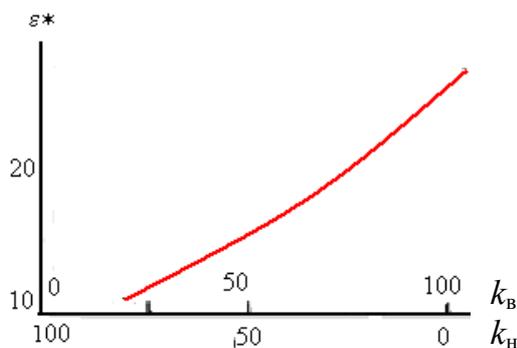


Рис. 2.2.3. Изменение диэлектрической проницаемости песчаника в зависимости от коэффициента водонасыщенности k_B и нефтенасыщенности k_H

2.3. Упругие свойства горных пород

Упругость тел – одна из физических характеристик, связанная с внутренним строением вещества. Она определяется рядом параметров, из которых для геофизики наибольшее значение имеет скорость упругих волн.

Упругостью называют внутренние силы, обуславливающие свойство тел восстанавливать свою форму. Для большинства горных пород справедлив закон Гука, на котором основана теория упругости. Согласно этой теории, малые деформации пропорциональны приложенной нагрузке. Такие тела получили название идеально упругих. Для характеристики свойств идеально упругих тел используется ряд констант: модуль Юнга E (модуль продольной упругости), коэффициент Пуассона $\sigma_{\text{п}}$ (коэффициент поперечного сжатия), модуль сдвига G , модуль объемного сжатия K , скорость продольных V_P и поперечных V_S волн.

Упругие модули определяются формулами (рис. 2.3.1):

$$\text{– модуль Юнга } E = \frac{p}{\Delta l / l},$$

где p – продольное напряжение; $\Delta l / l$ – относительное изменение длины (относительная продольная деформация); коэффициент Пуассона $\sigma_{\text{п}} = \frac{\Delta d / d}{\Delta l / l}$, где $\Delta d / d$ – относительное поперечное изменение (относительная поперечная деформация), $\Delta l / l$ – относительное изменение длины (относительная продольная деформация); модуль сдвига $G = r / \alpha$, где r – касательное напряжение; α – угол сдвига (деформация сдвига); модуль объемного (всестороннего) сжатия $K = \frac{p}{\Delta V / V}$, где p – всестороннее давление, $\Delta V / V$ – относительное изменение объема (относительная объемная деформация).

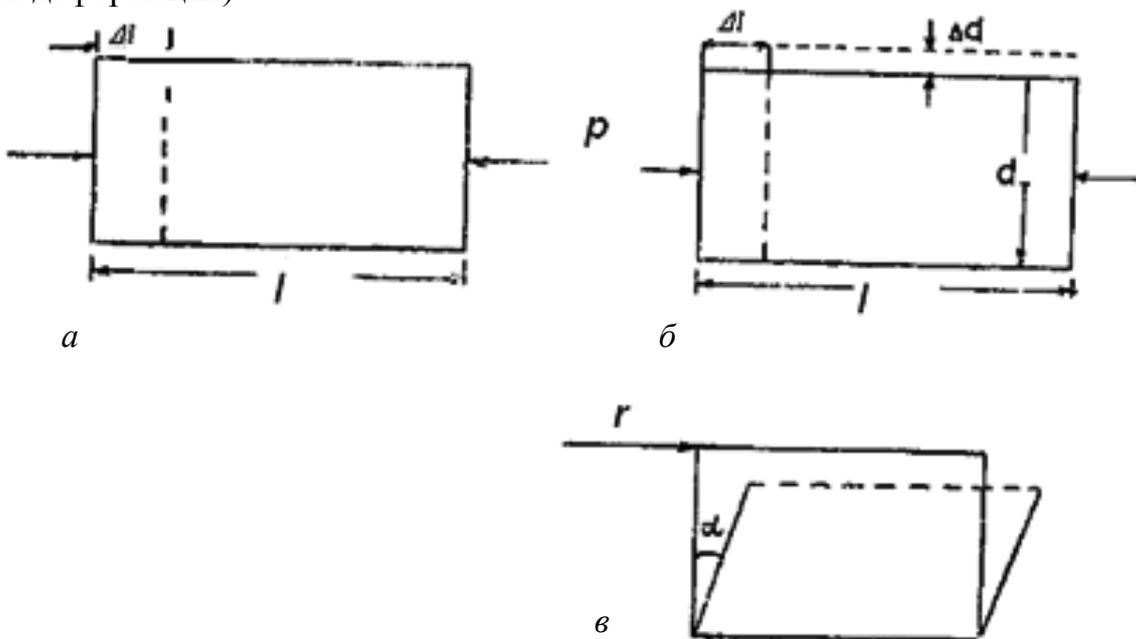


Рис. 2.3.1. Пояснения к определению упругих констант [2]:
 a – модуль Юнга; $б$ – коэффициент Пуассона; $в$ – модуль сдвига

Модули упругости характеризуют способность пород сопротивляться деформированию, т. е. определяют жесткость пород. Величина, обратная модулям, оценивает податливость пород и носит название коэффициента соответствующей деформации.

Для горных пород E обычно изменяется от 0,15 до 6 Па; коэффициент поперечного сокращения горных пород σ близок к 0,25. Для горных пород $V_P/V_S \approx 1,73$, т. е. скорость распространения поперечной волны приблизительно в 1,73 раза меньше скорости распространения продольной волны, следовательно, продольная волна приходит к удаленным точкам раньше, чем поперечная.

Горные породы в естественном залегании при тех напряжениях, которые возникают при ультразвуковом методе исследования разрезов скважин, являются практически упругими телами. Если на элементарный объем породы, условно принимаемый за точку, в течение некоторого времени действует какая-либо сила, то происходит деформация и перемещение частиц породы в этой области. Последнее приводит к возникновению напряжений в слое, окружающем область возбуждения, т. е. в этом слое также возникнут изменяющиеся во времени деформации. В результате во всех направлениях от точки приложения возбуждающей силы будет изменяться первоначальное состояние среды. После того как частица среды совершит колебания около своего первоначального положения, она успокоится.

Процесс последовательного распространения деформации называется упругой волной. В однородной среде упругие волны распространяются в радиальном направлении от источника колебаний (точки возбуждения). Передним фронтом волны является поверхность сферы с центром в источнике и непрерывно растущим во времени радиусом, отделяющая в данный момент времени область среды, в которой волна уже вызвала колебания частиц, от той области, где возмущения еще не начались. В неоднородной среде пути распространения упругих волн и их фронт имеют более сложную картину.

Линия, вдоль которой происходит распространение волны, в каждой своей точке образующая прямой угол с фронтом волны в соответствующий момент времени, называется лучом.

Величина скорости распространения упругой волны по ходу луча зависит от упругих свойств и плотности среды, а также от типа волны. Свойства упругих тел определяются модулем их продольного растяжения и коэффициентом поперечного сокращения.

Кроме того, различные породы по-разному ослабляют энергию наблюдаемой волны по мере удаления ее от источника возбуждения упругих волн. Связанные с этой волной колебания захватывают все больший объем породы. В соответствии с этим количество энергии, приходящейся на единицу объема породы, уменьшается. Амплитуда колебаний A характеризует энергию волны. Амплитуда колебаний продольной или поперечной волны убывает обратно пропорционально расстоянию от точки наблюдения до места возбуждения. Уменьшение амплитуды колебаний продольной или поперечной волны по мере удаления точки наблюдения от излучателя зависит от коэффициента поглощения α энергии волны на отрезке ΔL :

$$\alpha = \frac{1}{\Delta L} \cdot 20 \lg \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{\Delta L} \cdot 20 \ln \frac{A_1}{A_2}, \quad (2.3.1)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды наблюдаемой волны на расстоянии L_1 и L_2 ; $\Delta L = L_2 - L_1$.

Коэффициент поглощения α энергии волны или, как его часто называют, ослабления или затухания волны выражают в децибелах на 1 м, или 1/м, относя величину ослабления амплитуды к единице длины. Величина α зависит от пористости породы, минерального состава ее скелета и цемента, геометрии пор и жидкости, насыщающей поры.

Имеются два типа волн – продольные (P) и поперечные (S). Продольная волна вызывается деформацией объема, и ее распространение представляет собой перемещение зон растяжения и сжатия. Частицы среды при этом совершают колебания около своего первоначального положения в направлении, совпадающем с направлением распространения волны. Поперечная волна связана с деформацией формы, и распространение ее заключается в скольжении одного слоя среды относительно другого. Частицы среды при этом колеблются около своего первоначального положения в направлении, перпендикулярном к направлению распространения волны. Поперечные волны могут возникать только в твердых телах.

Продольные и поперечные волны распространяются по всему объему породы и называются объемными. Кроме них существуют поверхностные волны. Скорость упругих волн определяется из уравнений: $v_P = S_P/t_P$; $v_S = S_S/t_S$, где S_P и S_S – длина пути соответствующей волны; t_P и t_S – времена пробега этого пути (в анизотропной среде t_P и t_S зависят от направления распространения упругой волны).

Величины v_P и v_S практически не зависят от частоты упругих колебаний.

Соотношение скорости упругих продольных и поперечных волн с другими константами упругости и с плотностью δ характеризуется следующими формулами: для скорости продольных волн:

$$v_P = \sqrt{\frac{E}{\delta} \frac{(1 - \sigma_n)}{(1 + \sigma_n)(1 - 2\sigma_n)}}, \quad (2.3.2)$$

для скорости поперечных волн:

$$v_S = \sqrt{\frac{E}{\delta} \frac{1}{2(1 + \sigma_n)}}. \quad (2.3.3)$$

для отношения скоростей продольных и поперечных волн:

$$\frac{v_P}{v_S} = \sqrt{2 \frac{(1 - \sigma_n)}{(1 - 2\sigma_n)}}. \quad (2.3.4)$$

Полезны и обратные соотношения, позволяющие по значениям скоростей упругих волн рассчитывать важнейшие модули упругости сред, в частности:

– для модуля Юнга

$$E = \frac{\delta v_S^2 (3v_S^2 - 4v_P^2)}{2(v_P^2 - v_S^2)}, \quad (2.3.5)$$

– для коэффициента Пуассона

$$\sigma_n = \frac{v_P^2 - 2v_S^2}{2(v_P^2 - v_S^2)}; \quad (2.3.6)$$

– для модуля сдвига

$$G = \delta v_s^2; \quad (2.3.7)$$

– для модуля объемного сжатия (расширения)

$$K = \delta(v_p^2 - 4/3v_s^2). \quad (2.3.8)$$

2.4. Сейсмоакустические свойства минералов и горных пород

К сейсмическим свойствам горных пород относят скорости распространения продольных v_P , поперечных v_S и поверхностных волн v_R , коэффициенты поглощения этих волн α_P и α_S .

Возникающие в упругих средах деформации обуславливают распространение продольных и поперечных волн. Продольные волны (P) создаются деформациями объема (растяжение – сжатие), поперечные (S) – деформациями сдвига и кручения. Продольные волны распространяются в любой среде – газах, жидкостях и твердых телах, так как все вещества обладают упругим сопротивлением объемному сжатию. Поперечные волны могут распространяться только в твердых средах и слоях рыхло- и прочносвязанной жидкости, характеризующихся относительно фиксированным положением молекул. Продольные и поперечные волны распространяются по всему объему. Кроме них, существуют поверхностные волны. Частицы на поверхности горной породы находятся в особом состоянии, так как встречают меньшее сопротивление своему перемещению в сторону свободной поверхности. В результате на ней возникают плоские поверхностные волны, называемые волнами Релея и Лява. Они присущи только твердым телам. Колебания, вызванные этими волнами, распространяются в слое мощностью порядка длины волны. Волны Релея v_R характеризуются движением частиц по эллипсоидальной траектории в вертикальной плоскости вдоль луча. Они имеют вертикальную и горизонтальную составляющие. Волны Лява вызывают поперечные горизонтальные смещения (перпендикулярно лучу). Этот тип поверхностной волны возникает в слое, характеризующемся скоростью v_{SL} , залегающем на полупространстве со скоростью v_{S2} при условии $v_{SL} < v_{S2}$. Фазовая скорость волны Лява v_L зависит от частоты и располагается в пределах $v_{SL} < v_L < v_{S2}$.

Скорости распространения упругих волн в неограниченной абсолютно упругой изотропной среде можно определить по формулам, являющимся решениями волновых уравнений. При этом скорость распространения продольной волны определяется соотношением (2.3.2). Скорость распространения поперечной упругой волны определяется соотношением (2.3.3). Скорость распространения поверхностной волны Релея:

$$v_R = \frac{0,87 + 1,12\sigma_n}{(1 + \sigma_n)} v_S. \quad (2.4.1)$$

При этом всегда наблюдается следующее соотношение скоростей:

$$v_P > v_S > v_R.$$

Отношение скоростей продольных и поперечных волн является только функцией коэффициента Пуассона. При изменении коэффициента Пуассона от 0,1 до 0,45 отношение v_p/v_s возрастает от 1,5 до 3,3. Для кристаллических изверженных и метаморфических пород характерны значения от 1,7 до 1,9. В осадочных породах значения отношения могут достигать 10-14.

Распространение упругих колебаний сопровождается затуханием их амплитуды по мере удаления от источника. Интенсивность колебаний уменьшается как за счет поглощения части их энергии породой и превращения ее в тепловую, обусловленную взаимодействием колеблющихся частиц, так и рассеиванием энергии на неоднородностях породы.

Коэффициент поглощения упругих колебаний зависит от свойств среды и частоты колебаний. Для большинства пород и полезных ископаемых (таких, как гранит, сухой песок, калиевая соль, каменный уголь) зависимость α от частоты носит линейный характер. В глинистых и суглинистых породах зависимость коэффициента поглощения существенно усложняется и может носить степенной или логарифмический характер. Чем ниже скорость распространения упругих колебаний в породе, тем выше значение коэффициента поглощения. С увеличением пористости пород коэффициент поглощения возрастает.

Скорость распространения упругих волн в различных средах, по литературным данным, приведена ниже:

<i>Горная порода или вещество</i>	v_p , м/с
Воздух	300-350
Метан	430
Нефть	1300-1400
Вода пресная	1470
Вода минерализованная	1600
Промывочная жидкость	1500-1700
Глина	1200-2500
Песчаник нецементированный	1500-2500
Песчаник плотный	3000-6000
Известняк	3000-7100
Доломит	5000-7500
Ангидрит, гипс	4500-6500
Каменная соль	4500-5500
Кристаллические породы	4500-6500
Цемент	3500
Сталь	5400

В осадочных породах наибольшее влияние на скорость распространения упругих волн оказывает пористость. Зависимость скорости продольных волн от коэффициента пористости приведена на рис. 2.4.1.

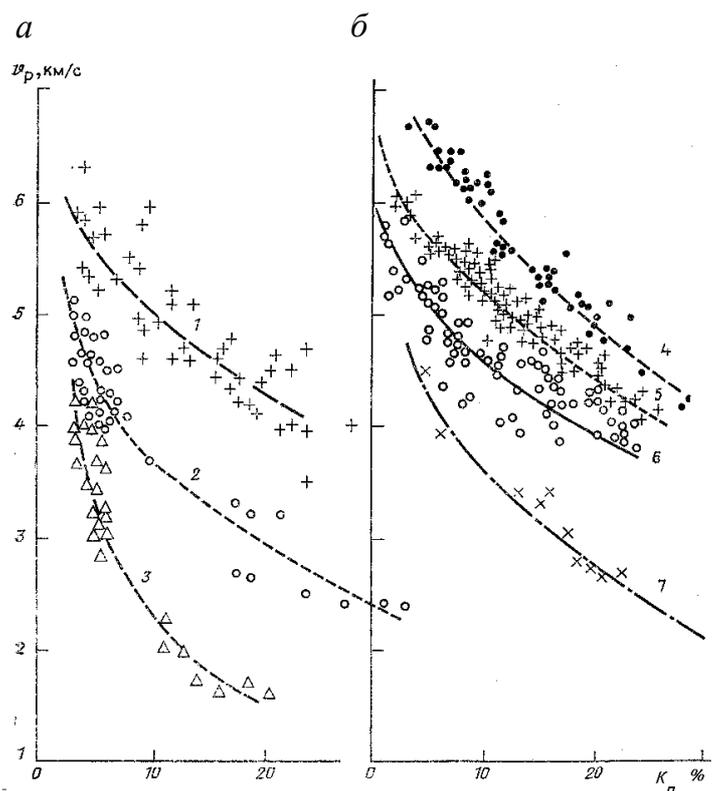


Рис. 2.4.1. Зависимость скорости продольных волн от коэффициента общей пористости k_p % для воздушно-сухих (а) и влажных (б) пород (по В. Н. Кобрановой [10]): 1, 5 – известняк; 2, 7 – песчаник; 3 – аргиллит; 4 – доломит; 6 – песчаник и алевролит

2.5. Ядерно-магнитные свойства флюидов и горных пород [17, 18]

2.5.1. Ядерно-магнитный резонанс

Ядерно-магнитный резонанс (ЯМР) был открыт в 1946 году. ЯМР наблюдается у ядер, имеющих механический P и магнитный μ моменты. Ядро, обладающее механическим моментом (спином), можно рассматривать как намагниченный волчок (рис. 2.5.1, а). В постоянном внешнем магнитном поле на ядро, обладающее магнитным моментом, действует пара сил, стремящихся расположить момент параллельно этому полю. В то же время вследствие наличия механического момента ядро, подобно волчку, будет прецессировать вокруг направления этого поля с частотой ω_0 , пропорциональной напряженности поля H_0 и называемой *ларморовой* частотой:

$$\omega_0 = \gamma H_0, \quad (2.5.1)$$

где $\gamma = \mu/P$ — гиромагнитное отношение ядра.

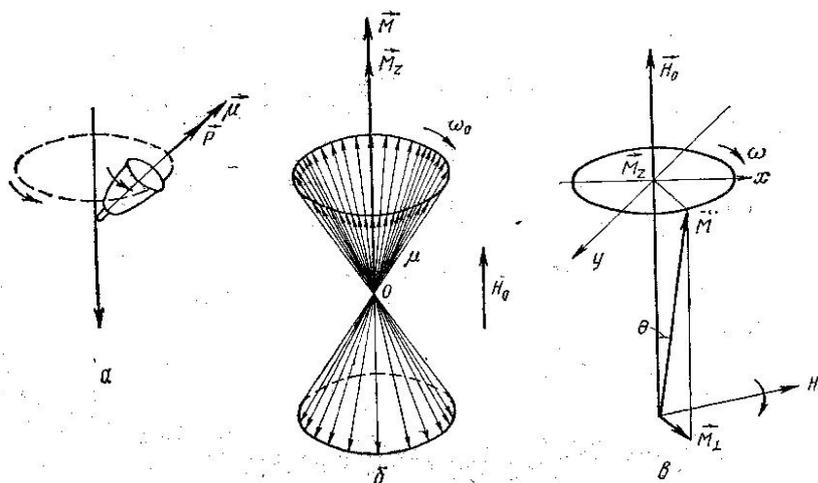


Рис. 2.5.1. Схема возникновения продольной и поперечной составляющих вектора ядерной намагниченности:

a – изображение прецессирующего магнитного момента ядра; *б* – изображение прецессирующих магнитных моментов ансамбля ядер и продольной составляющей вектора ядерной намагниченности M_Z в поле H_0 ; *в* – изображение прецессирующего вектора ядерной намагниченности в полях H_0 и H_1 и его продольной M_Z и поперечной M_{\perp} составляющих

В действительности ЯМР наблюдается не для единичного ядра, а для большой совокупности ядер. При этом поведение совокупности ядер (статистического ансамбля спинов), обладающих магнитным и механическим моментами, существенно отличается от поведения отдельно взятого ядра, так как в этом случае существенную роль играет взаимодействие спинов ядер друг с другом (*спин-спиновое взаимодействие*) и с окружающей средой или с решеткой (*спин-решеточное взаимодействие*).

Помещенный во внешнее постоянное магнитное поле ансамбль спинов испытывает два конкурирующих воздействия: с одной стороны, магнитное поле стремится расположить моменты ядер по направлению поля, с другой – тепловое движение молекул стремится разрушить это упорядоченное расположение моментов ядер. Поэтому через некоторое время после наложения постоянного магнитного поля наступает динамическое равновесие, при котором в исследуемой среде устанавливается определенная статическая намагниченность, величина которой характеризуется вектором ядерной намагниченности – макроскопическим магнитным моментом (рис. 2.5.1, *б*):

$$M = \alpha H_0, \quad (2.5.2)$$

где α – ядерная магнитная восприимчивость.

Процесс установления динамического равновесия называется *спин-решетчатой релаксацией*, а постоянная времени T_1 , определяющая быстроту установления равновесия, – временем продольной (спин-решетчатой) релаксации.

Образование статической макроскопической намагниченности следует из квантово-механических представлений. Согласно последним, ядро, имеющее магнитный момент, в постоянном магнитном поле H_0 имеет дискретные уровни энергии. Для протона – ядра водорода – имеется только два уровня: низкий соответствует направлению магнитного момента по полю, высокий – против по-

ля. Число ядер, обладающих определенным энергетическим уровнем (населенность энергетических уровней), устанавливается распределением Больцмана, т. е. подчиняется экспоненциальному закону:

$$h \approx \exp(-E_\gamma / kT), \quad (2.5.3)$$

где T – абсолютная температура; k – постоянная Больцмана; E_γ – энергия уровня.

Населенность нижнего энергетического уровня n^- , согласно распределению Больцмана, превышает населенность верхнего n^+ . В то же время вероятность P^{-+} перехода ядра с нижнего уровня на верхний меньше вероятности P^{+-} обратного перехода. При динамическом равновесии число переходов обоих видов вида одинаково:

$$n^+ P^{+-} = n^- P^{-+}. \quad (2.5.4)$$

Разность населенностей энергетических уровней ядер обуславливает появление статической макроскопической намагниченности статистического ансамбля спинов M при наложении на них внешнего постоянного магнитного поля H_0 .

Если ансамбль спинов, находящийся в тепловом равновесии во внешнем постоянном магнитном поле H_0 , подвергнуть воздействию переменного высокочастотного магнитного поля H_1 , поляризованного в плоскости, перпендикулярной к H_0 , то система спинов в целом поглотит на частоте ω_0 энергию, излучаемую источником высокочастотного магнитного поля. Это является наиболее важным проявлением ядерного магнитного резонанса и объясняется тем, что вероятности поглощения и излучения кванта электромагнитной энергии ядром одинаковы, а населенность нижнего уровня существенно выше, чем верхнего. Именно поэтому суммарным эффектом воздействия переменного магнитного поля на ансамбль спинов является поглощение энергии этого поля на частоте резонанса ω_0 .

Поведение ансамбля спинов во внешнем магнитном поле наиболее наглядно описывается на основе классических представлений так называемыми уравнениями Блоха. Эти уравнения учитывают, что во внешнем поле H_0 вектор ядерной намагниченности M имеет только одну составляющую M_z , совпадающую с направлением H_0 (осью z), а при воздействии переменного поля H_1 создается и поперечная составляющая вектора ядерной намагниченности M_1 (рис. 2.5.1, в). При этом скорость протекания процессов спин-решеточной или продольной релаксации, обуславливающей продольную составляющую M_z , принимается пропорциональной разности равновесного M и текущего $M_z(t)$ значений вектора ядерной намагниченности, а скорость протекания процессов спин-спиновой или поперечной релаксации, определяющей поперечную составляющую вектора M_\perp , пропорциональной величине M .

По времени воздействия поля H_1 на ансамбль спинов различают стационарные и импульсные способы ЯМР. В стационарных способах поле H_1 действует непрерывно, в импульсных – в течение короткого времени, а наблюдение ядерной намагниченности проводится по окончании его действия. В промысловой геофизике применяют импульсные способы воздействия магнитных полей на ансамбль спинов: *свободная прецессия и спиновое эхо*.

Ядерно-магнитные свойства флюидов и насыщенных ими горных пород при 20 °С приведены в табл. 2.5.1.

Таблица 2.5.1

Ядерно-магнитные свойства флюидов и насыщенных ими горных пород

Порода, флюид	ИСФ, %	T_2 , мс	T_1 , мс	
			сильное поле (300 Гс)	слабое поле (0,5 Гс)
Вода дистиллированная	100	500-1500	2300	2300
Вода, содержащая в 1 л 200 г NaCl	NaCl	92	500-1500	1700
Нефть	5-100	250-1200	250-1200	250-1200
Конденсат	100	500-1500	до 3500	до 3500
Песчаник водонасыщенный	0-40	30-100	100-1500	150-1500
Песчаник нефтенасыщенный	0-40	30-200	250-1200	50-1200
Известняк водонасыщенный	0-40	30-200	до 2000	до 2000
Известняк нефтенасыщенный	0-40	30-200	250-1200	250-1200
Глина	0	< 20		

Свободная прецессия

Наблюдение свободной прецессии ядерной намагниченности возможно, если предварительно каким-либо способом получить поперечную составляющую вектора ядерной намагниченности M_{\perp} . При этом вектор ядерной намагниченности будет прецессировать вокруг направления поля H_0 с ларморовой частотой ω_0 , тогда как величина вектора поперечной составляющей будет стремиться к нулю по экспоненциальному закону:

$$M_{\perp}(t) = M_{0\perp} e^{-t/T}. \quad (2.5.5)$$

Этот процесс можно легко наблюдать по ЭДС, наведенной в катушке, – сигналу свободной прецессии (ССП), который имеет частоту ω_0 и затухает во времени в соответствии с выражением (2.5.5).

Неоднородность поля H_0 в объеме образца ускоряет процесс поперечной составляющей вектора ядерной намагниченности и, следовательно, увеличивает скорость затухания свободной прецессии. Это явление объясняется тем, что в неоднородном поле H_0 каждому элементу объема соответствует свое локальное поле, отличающееся по величине от среднего значения H_0 на небольшую величину. В соответствии с этим каждому элементу объема соответствует и локальное значение ларморовой частоты ω_{0i} , вследствие чего векторы ядерной намагниченности отдельных элементов объема прецессируют с различными частотами. Это приводит к тому, что с течением времени t , прошедшего с момента начала прецессии, векторы ядерной намагниченности отдельных элементов объема расходятся по фазе («рассыпаются в веер») относительно среднего. Величина M_{\perp} при этом уменьшается с увеличением времени t .

Закон затухания СПП, учитывающий одновременно релаксацию (T_2) и действие неоднородности поля (T_{2H}), определяется выражением (2.5.5) с той разницей, что вместо T_2 берётся величина T_2^* , определяемая выражением:

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{2H}}. \quad (2.5.6)$$

Показано, что при неоднородности поля, превышающей 10^{-3} Э/см, время поперечной релаксации T_2^* становится настолько малым, что регистрация сигналов свободной прецессии оказывается невозможной. Для возбуждения сигнала свободной прецессии можно использовать различные способы, позволяющие повернуть вектор ядерной намагниченности M на угол 90° относительно направления поля H_0 . Наиболее простой и удобной является модификация *Паккарда-Вариана*, состоящая в том, что перпендикулярно направлению поля H_0 создается на некоторое время t_n , поляризующее поле H_n , намного превышающее по напряженности поле H_0 . Под действием этого поля возникает вектор ядерной намагниченности $M(t_n)$, направление которого определяется суммой векторов H_0 и H_n , а величина стремится к равновесному значению M со скоростью, определяемой временем продольной релаксации T_1 :

$$\bar{M}(t_n) = \bar{M}(1 - e^{-\frac{t_n}{T_1}}). \quad (2.5.7)$$

По истечении времени t_n поляризующее поле H_n быстро выключается. Это создает неравновесное состояние вектора M , который после выключения H_n начинает прецессировать вокруг направления магнитного поля H_0 с частотой ω_0 , а его поперечная составляющая и, следовательно, амплитуда ССП уменьшаются со временем по закону (2.5.5).

Для возникновения свободной прецессии необходимо, чтобы за время выключения H_n не уменьшились заметно величина вектора ядерной намагниченности M и угол между этим вектором и вектором поля H_0 . Быстрое выключение поляризующего поля технически трудно осуществимо. Поэтому для выключения поля H_n наиболее часто применяется способ ступенчатого выключения. В этом способе на первом этапе поляризующее поле в течение времени t_1 , намного меньшего времени T_1 , снижается до величины остаточного поля H_{oc} , превышающего поле H_0 в 5-10 раз. На втором этапе остаточное поле H_{oc} полностью выключается за весьма малое время. Модификация Паккарда-Вариана удобна для наблюдения свободной прецессии в поле Земли H_3 , которое, в силу своей высокой однородности, вполне пригодно для использования в качестве поля H_0 .

Приведенные сведения показывают, что для изучения разрезов скважин можно использовать лишь импульсные методы ЯМР. Из импульсных методов ЯМР при изучении разрезов скважин промышленное применение получил метод свободной прецессии в модификации Паккарда-Вариана, что объясняется сравнительной простотой его реализации.

К основным ядерно-магнитным характеристикам веществ относятся гиромагнитное отношение ядер элементов, образующих данное вещество, интенсивность линии поглощения (или амплитуда сигнала в импульсных способах ЯМР), времена продольной и поперечной релаксации.

При изучении разрезов нефтяных и газовых скважин ядерными магнитными методами измеряемые сигналы связаны лишь с ядрами водорода. Поэтому величина гиромагнитного отношения, а следовательно, и частота прецес-

сии в поле Земли заранее известны и могут быть исключены из числа перечисленных возможных объектов измерения. Использование метода свободной прецессии в поле Земли предопределяет возможность регистрации сигналов лишь от протонов, входящих в состав подвижных флюидов, поэтому объектами исследования ядерными магнитными методами являются пористые пласты-коллекторы, насыщенные водородсодержащим флюидом. Так как ядерные магнитные свойства пласта определяются свойствами самого флюида и характером его взаимодействия с твердой фазой, то при исследовании ядерно-магнитных свойств горных пород необходимо знание соответствующих свойств насыщающих их жидкостей.

2.5.2. Ядерные магнитные свойства водородсодержащих жидкостей в свободном объеме

Величина эффекта ЯМР у различных ядер, входящих в состав породообразующих элементов, различна. Она определяется в первую очередь величиной гиромагнитного отношения ядра, естественным содержанием элемента в горных породах и агрегатным состоянием вещества, в которое входят ядра данного элемента.

Наибольшее значение гиромагнитного отношения и соответственно резонансной частоты в поле Земли свойственно водороду. По величине гиромагнитного отношения, естественному содержанию и агрегатному состоянию веществ, в которые он входит, водород является элементом, наиболее доступным изучению в условиях скважины. В связи с этим при ядерном магнитном каротаже объектом исследования являются ядра водорода, входящие в тот или иной флюид (воду, нефть или газ).

Измерения, проведенные на многократно дистиллированной под вакуумом воде, не содержащей растворенного кислорода, показали полное отсутствие зависимости T_1 от напряженности релаксационного поля в диапазоне его изменения от 2 до 1500 Гс и существенную зависимость T_1 от температуры: с изменением температуры величина T_1 чистой воды возрастает со средним градиентом 0,1 с/градус. Различные жидкости в зависимости от содержания протонов в единице объема, вязкости, содержания парамагнитных примесей и других факторов при одинаковых условиях измерения могут давать различный ССП. Для сопоставления сигналов от различных жидкостей целесообразно пользоваться коэффициентом, представляющим собой выраженное в процентах отношение начальной амплитуды ССП данной жидкости к начальной амплитуде ССП дистиллированной воды, взятой в том же объеме и при той же температуре. Этот коэффициент называется индексом снижения амплитуды ССП (ИСА).

Соленость воды оказывает влияние на величину ИСА, поскольку с увеличением концентрации солей несколько уменьшается содержание водорода в единице объема. Снижение ИСА весьма мало (< 1,5 %) при концентрациях, не превышающих 5 %. В этом случае влиянием солености можно практически пренебречь. Дальнейшее возрастание солености приводит к пропорциональному снижению ИСА, которое при концентрации 25 % составляет 11 – 12 %.

Маловязкие углеводороды, такие как керосин, имеют ИСА, равный 100 %, а легкие нефти 90-95 % при комнатной температуре. Вязкие нефти при комнатной температуре имеют низкий ИСА (3,1- 15 %), а парафинистые нефти характеризуются ИСА (20-25 %). С повышением температуры ИСА любых нефтей возрастает до 80-95 %, но не достигает 100 %. Заметно изменяются при возрастании температуры и величины T_1 . Изменение ИСА и T_1 нефти с ростом температуры объясняется в основном изменением вязкости. По мере увеличения температуры вязкость уменьшается, что приводит к возрастанию ИСА.

2.5.3. Ядерно-магнитные свойства флюидов в пористой среде

Скелет горной породы не дает при ЯМК эффектов ЯМР, однако он влияет на ядерно-магнитные свойства горных пород, которые определяются не только свойствами жидкости, заполняющей поровое пространство, но и взаимодействием этой жидкости со стенками пор. Жидкость, заполняющая поровое пространство пласта, рассматривается как двухфазная среда. Различают жидкость, адсорбированную на поверхности скелета, молекулы которой частично потеряли подвижность, и подвижную жидкость, заполняющую поровое пространство.

Ядра, расположенные вблизи поверхности, быстро релаксируют под влиянием локальных магнитных полей близлежащих малоподвижных молекул, а также благодаря наличию магнитных центров адсорбции на поверхности скелета. Между объемами обеих фаз происходит интенсивный обмен жидкости благодаря диффузии. В связи с этим время релаксации жидкости, заполняющей поры, уменьшается. Выражение для T_1 жидкости, насыщающей однородную пористую среду, имеет вид

$$1/T_1 = 1/T_{1ж} + rd, \quad (2.5.8)$$

где $T_{1ж}$ – время продольной релаксации жидкости в неограниченном объеме; rd – вклад во время релаксации жидкости, вносимый поверхностью пор.

Величина rd определяется выражением:

$$rd = (V_s/V_ж)(1/T_{1s} + \tau_{cp}), \quad (2.5.9)$$

где V_s – объем жидкости, адсорбированной на поверхности пор; T_{1s} – время релаксации жидкости, связанной поверхностью пор; τ_{cp} – среднее время жизни молекул в этом объеме; $V_ж$ – объем жидкости, достаточно удаленной от поверхности пор и способной свободно перемещаться в порах при наличии градиента давления.

Уравнения (2.5.8) и (2.5.9) справедливы при условиях: $V_s \ll V_ж$, и диаметр пор меньше диффузной длины. В зависимости от природы жидкости величина rd для одной и той же пористой среды различна. Так, для нефтей характерно слабое влияние поверхности, а для воды - сильное при гидрофильной поверхности и слабое при гидрофобной (например, в случае покрытия поверхности асфальтенами).

В пористых средах величина T_1 зависит от напряженности поля, в котором происходит релаксация. Если жидкость (вода, нефть) не смачивает стенок пор, то изменения температуры магнитного поля влияют на релаксацию протонов в ней так, как если бы она находилась в свободном объеме. Если породу обработать так, чтобы нефть смачивала поверхность скелета, то появляется за-

висимость релаксации нефти от величины магнитного поля; величина rd уменьшается в 12 раз, когда H увеличивается от 5 до 200 Гс. Это указывает на наличие прочно связанной со скелетом нефти.

Время поперечной релаксации T_2 протонов жидкости в свободном объеме обычно близко к T_1 . Характер изменения величины T_2 аналогичен характеру изменения величины T_1 . Однако влияние поверхности пор на T_2 сильнее, чем на T_1 . Поэтому время поперечной релаксации в поровом пространстве всегда меньше, чем время продольной релаксации. Время T_2 зависит от тех же факторов, что и время T_1 , но в отличие от T_1 уменьшается по мере увеличения неоднородности магнитного поля, в котором происходит свободная прецессия (T_1 от неоднородности поля не зависит). Поэтому в реальных условиях эксперимента (в скважине, лаборатории) значение наблюдаемого T_2 намного меньше того, которое имело бы место при идеально однородном поле.

2.5.4. Лабораторные исследования возможностей ядерно-магнитного резонанса

Возможности определения ядерно-магнитных свойств поровых флюидов исследованы в лабораторных условиях. В настоящее время используется много лабораторных методов исследования керна для подсчета запасов нефти. Основными недостатками этих методов являются большая длительность проведения анализов, необратимое изменение характера поверхности порового пространства пород при экстракции и сушке, невозможность прямого определения нефти и водонасыщенности образцов керна, необходимость использования цилиндрических образцов. В настоящее время разрабатываются лабораторные методы исследования ядерно-магнитных свойств флюидов и горных пород по данным ядерного магнитного резонанса (ЯМР).

В лабораторной практике применяют стационарные методы ЯМР, характеризующиеся тем, что для исследования требуется магнитное поле высокой степени однородности и достаточно большой напряженности. Это достигается конструкцией магнитов, обеспечивающих возможность тщательной регулировки напряженности поля в объеме исследуемого образца, помещаемого между башмаками магнита. В условиях скважины исследуемые горные породы образуют внешний по отношению к прибору объект и не могут быть размещены между полюсами магнита. Поэтому обеспечение однородности поля требуемой напряженности даже в пределах небольшого объема практически недостижимо.

Данные лабораторных исследований методом ядерного магнитного резонанса применяются: для определения суммарной (общей) и эффективной пористости, структуры порового пространства; оценки объема подвижных флюидов по временам релаксации (рис. 2.5.2); разработки и уточнения алгоритмов расчета проницаемости и вязкости углеводородов; возможности интерпретации каротажных данных.

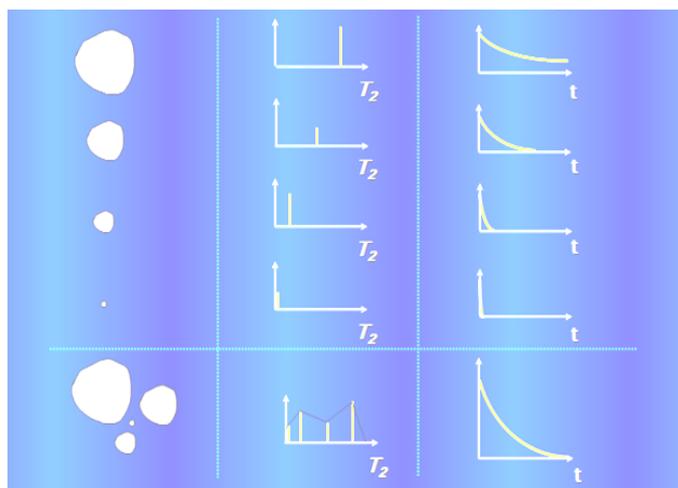


Рис. 2.5.2. Зависимость времени релаксации от размера пор

Справа на рисунке показаны сигналы прецессии в порах разного размера. Время релаксации в малых порах и капиллярах, размеры которых меньше толщины связанной воды, составляет единицы миллисекунд, а в больших порах – сотни миллисекунд. Если среда содержит поры разных размеров (нижняя картинка), то мы наблюдаем суммарный сигнал. Наблюдаемая релаксационная кривая разлагается на экспоненциальные времена релаксации, по которым можно судить о типе пористой среды.

Исследования керна и шлама при помощи современной ЯМР-аппаратуры как в лабораторных условиях, так и в процессе бурения позволяют более корректно проводить интерпретацию результатов ЯМР-каротажа (определение пористости, оценка проницаемости и времени отсечки, отделяющей свободную и связанную воду) и других комплексов ГИС. Применение ЯМР-релаксометрии в производстве позволяет более оперативно получать дополнительную информацию для оценки запасов и степени их извлекаемости.

2.6. Плотностные свойства горных пород

К плотностным параметрам горных пород относят плотность, удельный вес, пористость, влагоемкость, насыщенность и проницаемость.

2.6.1. Плотность минералов

Плотность – это свойство вещества, характеризующееся отношением его массы m к занимаемому объему V :

$$\sigma = m/V. \quad (2.6.1)$$

Единицей плотности в системе СГС является г/см³, в СИ – кг/м³. Для образца горной породы, содержащей твердую, жидкую и газообразную фазы, плотность определяется соотношением

$$\sigma = \frac{m_{\text{т}} + m_{\text{ж}} + m_{\text{г}}}{V_{\text{т}} + V_{\text{ж}} + V_{\text{г}}}, \quad (2.6.2)$$

где $m_t, m_{ж}, m_{г}$ – массы твердой, жидкой и газообразной фаз; $V_t, V_{ж}, V_{г}$ – соответствующие этим массам объемы.

Выделяют также:

– минеральную плотность (минералогическую), характеризующую отношение массы твердой фазы к занимаемому ею объему: $\sigma_m = m_t / V_t$. Минеральная плотность является средневзвешенной величиной плотности составляющих образцов минералов:

$$\sigma_m = \sum_{i=1}^n \sigma_{mi} \frac{V_{mi}}{V_t}; \quad (2.6.3)$$

– плотность водонасыщенных пород σ_b , определяемую отношением массы горной породы с максимальной влажностью к объему породы;

– плотность газонасыщенных пород σ_g , определяемую отношением массы твердой фазы горной породы к объему породы, лишенной поровой влаги.

Знание плотности геологических образований необходимо при проведении акустических, ядерно-физических и других методов ГИС.

Все минералы по плотности делят на три группы, г/см³: плотные, или тяжелые ($\sigma \geq 4$); средней плотности ($2,5 \leq \sigma \leq 4,0$) и малой плотности, или легкие ($\sigma < 2,5$). Распределение минералов по этим группам следующее: 33,8 % от общего их числа относится к тяжелым, 53,2 % – к средним и 13 % – к легким.

Группу тяжелых минералов составляют самородные металлы (золото, серебро, платина, медь, селен, теллур и др.), большинство сульфидов (сфалерит, киноварь, галенит, пирит, пирротин и др.), более половины окислов и гидроокислов (касситерит, магнетит, гематит, пиролюзит, ильменит, хромит, уранинит и др.), силикаты (торит, циркон и др.) и фосфаты (монацит, карнотит, ксенотим и др.), вольфраматы - шеелит и вольфрамит, часть карбонатов (церуссит, витерит и др.) и сульфатов (барит, англезит и др.), а также некоторые из хлоридов и бромидов (кераргирит, бромирит, каломель и др.) Для тяжелых минералов типичны значительная концентрация атомов с большой относительной атомной массой (свинец, серебро, ртуть, медь и др.), с относительно малым атомным или ионным радиусами, с плотнейшей упаковкой атомов – кубической или гексагональной.

Группа минералов средней плотности состоит в основном из породообразующих, включая кварц, полевые шпаты (альбит, микроклин, плагиоклаз, ортоклаз, лабрадор и др.), амфиболы, нефелин, пироксены (авгит, диопсид, гиперстен, эгирин и др.), слюды (биотит, мусковит, флогопит и др.), карбонаты (кальцит, анкерит, доломит и др.) и др. К этой же группе относятся халцедон, алунит, клинохлор, пирофиллит, тальк, волластонит, ангидрит, турмалин, магнетит, андалузит, апатит, форстерит, силлиманит, эпидот, сфен, гранаты (пироп, гроссуляр, андрадит и др.), алмаз, топаз и многие другие.

Группа минералов малой плотности представлена самородными неметаллами (графит, сера), глинами (галлуазит, монтмориллонит), хлоридами (галит, сильвин), частью окислов и гидроокислов (лед, опал), бурой, содой, мирабилитом, нонтронитом, янтарем, гипсом, каменными углями и др. Легкие минералы обычно состоят из элементов с малой относительной атомной массой (водород, бор, углерод, кислород, натрий, кремний, сера, хлор, калий и др.), атомные или

ионные радиусы которых имеют значительные размеры. Многие из этих минералов, например лед, графит, отличаются рыхлой структурой.

2.6.2. Плотность горных пород

Плотность горных пород зависит от их генезиса, минерального состава, пористости, трещиноватости, влажности, степени метаморфизма, а также от температуры и давления при залегании на значительных глубинах в толще земной коры.

Плотность большинства горных пород изменяется в пределах от 1,6 до 3,0 г/см³ (рис. 2.6.1). В порядке возрастания плотности породы выстраиваются в следующий ряд: осадочные, магматические, метаморфические. Для осадочных пород значения плотности увеличиваются с уменьшением их зернистости, с возрастанием степени диагенеза, возраста и глубины залегания, что обусловлено необратимым понижением их пористости.

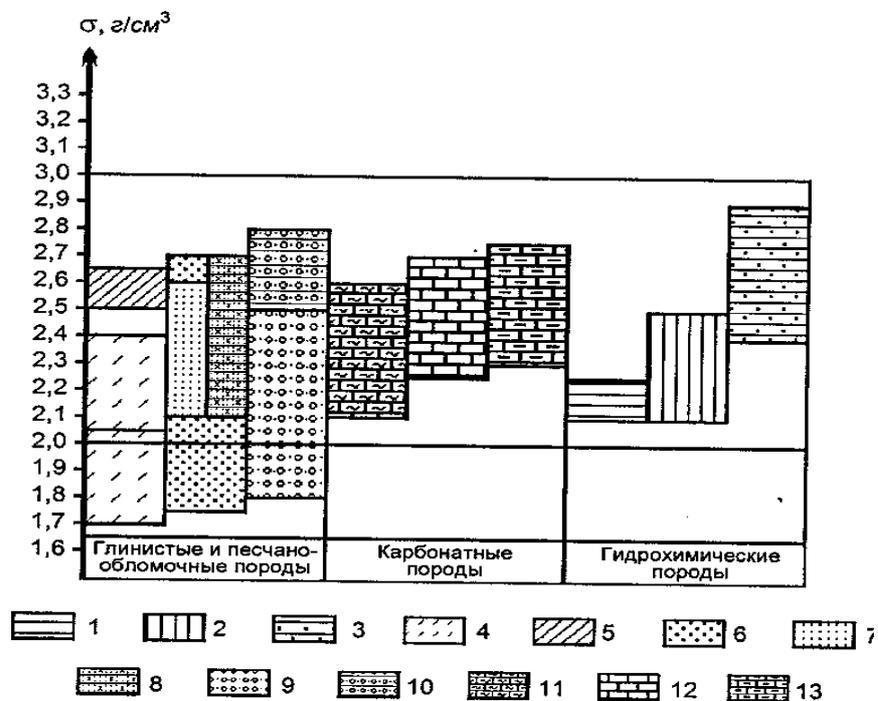


Рис. 2.6.1. Плотность горных пород различных генетических типов (по В. С. Зинченко, 2005 [9])

У магматических пород наблюдается возрастание значений плотности при переходе от эффузивов к интрузивным породам (рис. 2.6.2). У интрузивных горных пород плотность возрастает с повышением их основности и, соответственно, уменьшением концентрации кварца. Последнее объясняется более низкой плотностью кварца по сравнению с железомagneзиальными минералами – биотитом, пироксенами, роговой обманкой, оливином, количество которых увеличивается в основных и ультраосновных породах.

У метаморфических пород повышение плотности связано с увеличением степени метаморфизма и с возрастанием содержания рудных минералов.

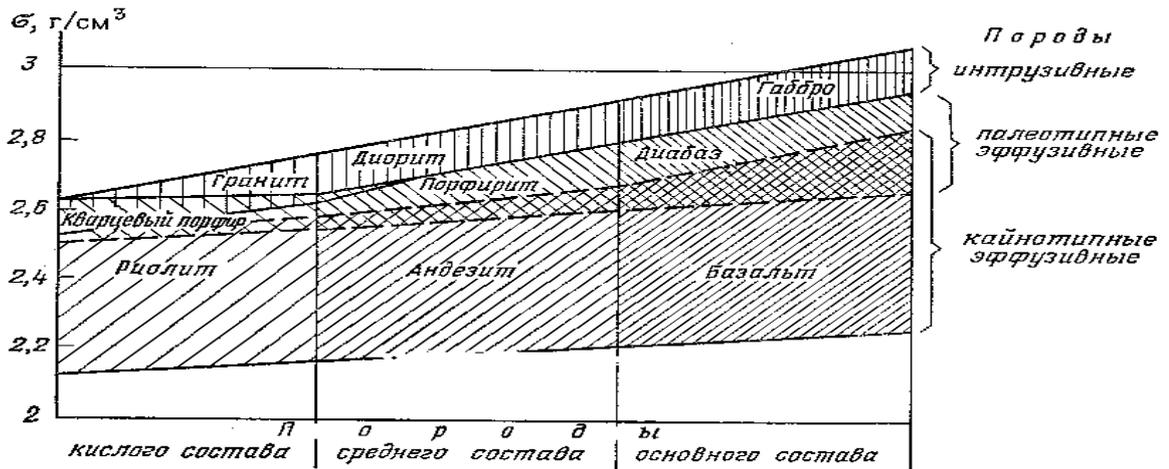


Рис. 2.6.2. Пределы изменения плотности интрузивных горных пород и их эффузивных аналогов по табличным данным [12]

Плотность горной породы, точнее ее твердой фазы, или минерального скелета, зависит от плотности слагающих породу минералов. Её можно рассчитать по формуле (2.6.3). Однако расчетная плотность отличается от фактически измеренной плотности той же породы σ в первую очередь из-за пористости. Между плотностью минерального скелета породы σ_t , плотностью самой породы σ и ее пористостью k_n существует связь:

$$\sigma = \sigma_t(1 - k_n), \quad (2.6.4)$$

где k_n – коэффициент пористости в долях единицы.

2.6.3. Пористость

Горные породы состоят из минерального скелета, или твердой фазы, и порового пространства, обычно заполненного жидкой и газовой компонентами. Таким образом, пористость – это свойство породы содержать не заполненные твердой фазой объемы внутри себя. Поры – это небольшие пространства, не занятые минеральным скелетом, замкнутые либо сообщающиеся между собой и атмосферой.

Связанные между собой поры принято называть открытыми, а не связанные – закрытыми. Суммарный объем закрытых $V_{пз}$ и открытых $V_{по}$ пор горной породы даёт объем всех пор или характеризует ее общую пористость $V_{пор}$:

$$V_{пор} = V_{по} + V_{пз}. \quad (2.6.5)$$

Коэффициентом общей пористости называют отношение суммарного объема пор $V_{пор}$ к общему объему сухой породы V_c : $k_n = V_{пор} / V_c$.

Информация о пористости горных пород нужна для подсчета запасов нефти, газа и воды, для проектирования законтурного и внутриконтурного заводнения нефтяных пластов. Большое значение имеет учет коэффициентов по-

ристости при интерпретации результатов ГИС. Коэффициенты пористости обычно выражают в процентах.

Плотность осадочных пород определяется в первую очередь их пористостью, а также зависит от плотности жидкой и газообразной фаз, заполняющих поры (рис. 2.6.3).

Значения коэффициентов общей пористости минералов невелики. Большинство минералов имеют коэффициент общей пористости ниже 1 %.

Коэффициенты общей и открытой пористости разных горных пород и полезных ископаемых варьируют в широких пределах. В зависимости от минерального состава, условий залегания, степени диагенеза, возраста, структуры осадков, они изменяются от значений, близких к нулю, до 90 %. Самые высокие значения коэффициента общей пористости характерны для первичных осадков: песчаных, глинистых, известковистых, бокситовых и илов на дне рек, озер, морей и океанов.

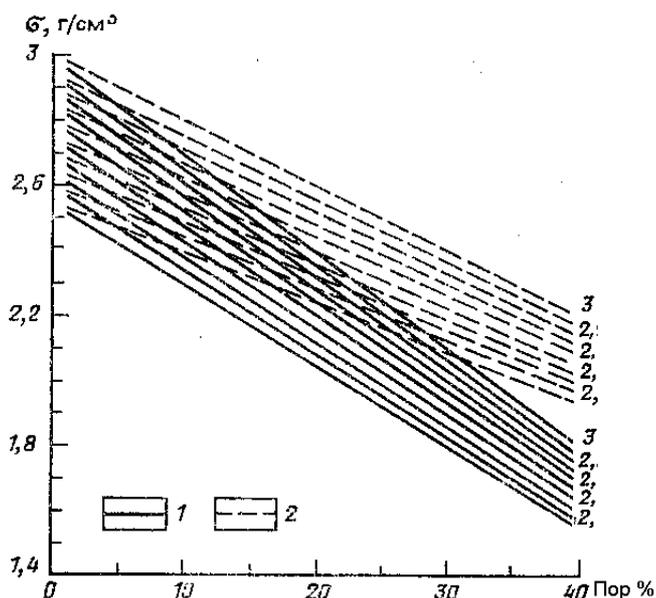


Рис. 2.6.3. Соотношение между плотностью σ , г/см³, и пористостью Пор, %, осадочных пород при различной плотности флюида, заполняющего поры (по М. Л. Озерской [12]):

1 — плотность газонасыщенных пород; 2 — плотность водонасыщенных пород;
шифр кривых — минеральная плотность скелета

При диагенезе илы уплотняются, обезвоживаются, превращаются в осадочные породы с меньшей пористостью. С погружением породы на глубину в несколько километров, ростом давления и температуры за счет процессов катагенеза и метаморфизма осадочные породы уплотняются еще больше, обезвоживаются, цементируются, перекристаллизовываются, что приводит к еще большему понижению пористости.

2.6.4. Глинистость

Глинистость осадочных пород — это их способность содержать тонкие глинистые частицы с эффективными диаметрами менее 0,01-0,001 мм. Глини-

стые частицы представляют собой обломки глинистых минералов групп каолинита, монтмориллонита, гидрослюда, а также любых других минералов, включая силикаты, карбонаты, сульфаты, окислы и сульфиды. Разные по составу тонкие частицы имеют различные адсорбционные свойства и способность к набуханию.

Удельная объемная глинистость $k_{ггв}$ – это свойство горных пород содержать разный объем $V_{ггл}$ сухих глинистых частиц на общий объем V_c : $k_{ггв} = V_{ггл}/V_c$. Удельная объемная глинистость осадочных пород меняется от первых процентов до 90 % и более.

От величины удельной глинистости и от характера распределения глинистых частиц в объеме породы существенно зависят значения петрофизических характеристик: средний эффективный диаметр пор, удельные электро-, водо-, газо- и теплопроводность, диффузионно-адсорбционная удельная поверхность и др.

2.7. Радиоактивные свойства горных пород

2.7.1. Явление радиоактивности

Все вещества состоят из атомов. Атом – это мельчайшая частица вещества, сохраняющая свойства химического элемента. Размер атома 10^{-10} м. Это 0,1 миллимикрона, или 1 ангстрем. Несмотря на малые размеры, атом имеет сложное строение. В центральной части атома расположено атомное ядро, состоящее из протонов и нейтронов. Совместно протоны и нейтроны называют нуклонами (от английского nucleons). Вокруг ядра на круговых орбитах вращаются электроны. Обозначать атомное ядро некоторого элемента X будем в виде ${}_Z X^A$, где в нижнем левом углу расположено число Z – это число протонов в ядре, равное числу электронов на орбитах и номеру клеточки в таблице Д. И. Менделеева. Поскольку протоны имеют единичный положительный заряд, то число Z определяет заряд ядра.

В верхнем правом углу расположено число A – сумма чисел нейтронов и протонов в ядре или масса ядра. Атомные ядра с одинаковыми зарядами, но разными массовыми числами называют изотопами. Ядра с одинаковыми массовыми числами называют изобарами. Все изотопы, расположенные в одной клеточке таблицы Д. И. Менделеева, имеют одинаковые химические свойства, т. е. химически неразделимы. Например, природная смесь изотопов урана представлена тремя изотопами: ${}_{92}\text{U}^{238}$ (99,3 %), ${}_{92}\text{U}^{235}$ (0,7 %), ${}_{92}\text{U}^{234}$ (0,005 %).

Элементарные частицы – это простейшие частицы на современном уровне знаний: электроны ${}_{-1}e^0$, протоны ${}_{+1}p^1$, нейтроны ${}_0n^1$, альфа-частицы ${}_{+2}\alpha^4$, бета-частицы ${}_{-1}\beta^0$, гамма-кванты ${}_0\gamma^0$, нейтрино ${}_0\nu^0$ и др. Элементарные частицы характеризуются массой, зарядом, временем жизни и спином (вращением вокруг собственной оси). Элементарные частицы, отличающиеся друг от друга одной из характеристик (заряд, спин), называют античастицами. Мерой заряда частиц является заряд электрона. Электрон ${}_{-1}e^0$ известен давно. Его свойства хорошо изучены, поэтому заряд электрона принят за единицу заряда со знаком

минус. Мерой массы элементарных частиц является масса нейтрона или протона. Масса электронов мала по сравнению с массами нуклонов ядра. Для того чтобы ядерные реакции сходились, будем считать массу электрона нулевой. На самом деле она не нулевая. По Эйнштейну, масса и энергия частицы эквивалентны. Энергия частицы E пропорциональна ее массе m : $E = mc^2$. Если есть энергия, то есть и масса. Однако масса нуклона в 1835 раз больше массы электрона. Если E в Дж, m в кг, скорость света в м/с, то масса электрона равна 0,511 КэВ, а масса нейтрона, принятая за атомную единицу массы, равна 931 МэВ.

Из таблицы элементов Д. И. Менделеева видно, что протон ${}_{+1}p^1$ представляет собой ядро атома водорода ${}_{+1}H^1$. Атом водорода потерял свой единственный орбитальный электрон и превратился в протон, положительно заряженную элементарную частицу с массой, равной единице. Альфа-частица ${}_{+2}\alpha^4$ представляет собой ядро гелия. Атом гелия, потерявший два орбитальных электрона, превращается в элементарную альфа-частицу, имеющую заряд $+2$ и массовое число 4, так как ядро гелия состоит из двух протонов и двух нейтронов. Бета-частица ${}_{-1}\beta^0$ представляет собой ядерный электрон, вылетающий из ядра под действием ядерных превращений в ядре. Античастицей к ядерному электрону является позитрон ${}_{+1}p^0$, отличающийся от электрона только положительным знаком заряда. Образовавшиеся в ходе радиоактивного превращения ядра чаще всего оказываются в возбужденном состоянии. Переходя в нормальное состояние, они излучают избыток энергии в виде гамма-квантов ${}_{0}\gamma^0$. Гамма-излучение – это жесткое электромагнитное излучение, сопровождающее ядерные превращения. Энергия γ -излучения индивидуальна для каждого вида ядер и характеризует конкретное ядерное превращение. Гамма-излучение имеет волновые и корпускулярные свойства. Гамма-квант можно представить в виде частицы, обладающей некоторым количеством (квантом) энергии с одновременно изменяющимися векторами электрического и магнитного полей. В сравнении с другими видами электромагнитного излучения гамма-излучение характеризуется большей энергией и большей частотой колебаний. Для гамма-излучения более характерны корпускулярные, нежели волновые, свойства. Гамма-излучение можно представить как поток частиц, распространяющихся со скоростью света, энергия которых равна $E = h\nu$, где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; ν – частота электромагнитных колебаний.

В микромире возможны взаимные превращения нуклонов. Например, внутри ядра нейтрон может превратиться в протон и электрон. При этом протон остается в ядре, а электрон покидает ядро. Это ядерная реакция. Дочерний продукт превращается в новый химический элемент, который имеет в своем ядре на один протон больше. Поэтому дочерний продукт расположен в клеточке таблицы Д. И. Менделеева правее материнского продукта:



С другой стороны, ядерный протон может превратиться в нейтрон и позитрон. Нейтрон остаётся в пределах ядра, а позитрон вылетает из ядра (позитронный распад). При этом дочерний продукт по своим химическим свойствам

сдвигается на одну клеточку левее материнского продукта, поскольку у него на один протон меньше, чем у материнского изотопа:



Радиоактивность – это свойство ядер некоторых элементов самопроизвольно превращаться в другие ядра с изменением состава и энергетического состояния. Радиоактивность является внутренним свойством ядер. Ядра состоят из положительно заряженных протонов, количество которых определяет заряд ядра и порядковый номер элемента в периодической системе элементов, и электрически нейтральных нейтронов.

Естественной радиоактивностью называют самопроизвольный распад неустойчивых ядер атомов некоторых элементов, сопровождающийся изменением строения, состава и энергии ядер. Радиоактивными изотопами называют такие изотопы, ядра атомов которых неустойчивы и способны с течением времени самопроизвольно превращаться в ядра атомов других изотопов. Радиоактивные превращения протекают с изменением строения, состава и энергетического состояния ядра и подчиняются определенному статистическому закону. Продолжительность жизни радиоактивных ядер характеризуют периодом полураспада $T_{1/2}$. Это время, в течение которого в среднем распадается половина атомов данного радиоактивного изотопа. Все химические элементы с атомным номером более 83 (висмут) радиоактивны. Из естественных радиоактивных элементов в горных породах наиболее распространены уран-238 и торий-232, а также радиоактивные изотопы калия-40, кальция, рубидия, циркония, олова, кобальта, висмута и др. Уран и торий с продуктами распада образуют ряды из нескольких элементов (до 10-15 изотопов). Эти элементы последовательно распадаются, а последний из продуктов распада превращается в свинец.

Силы, удерживающие нуклоны в ядре, называют ядерными силами. Между протонами и нейтронами в ядре происходит постоянный обмен π -мезонами. Масса π -мезона в двести раз больше, чем масса электрона. Таким образом, ядерные силы носят обменный характер (Х. Юкава, Нобелевская премия за открытие ядерных сил, 1949 г.)

Основным свойством ядерных сил является их короткодействие. В ядре каждый нуклон ядерными силами связан не со всеми нуклонами ядра, а только с близко расположенными. Радиус действия ядерных сил равен 10^{-15} м. Это размер ядра гелия с двумя протонами и двумя нейтронами. Ядро такого размера наиболее устойчиво. Если это ядро имеет кинетическую энергию, его называют α -частицей. Ядра других элементов, которые могут быть составлены из ядер гелия, обладают также максимальной устойчивостью и наибольшей распространенностью в горных породах. Например, ядра элементов кислорода (8 протонов и 8 нейтронов), кремния (14, 14), кальция (20, 20).

В начале периодической системы элементов Д. И. Менделеева, где расположены легкие элементы, в каждом ядре число нейтронов равно числу протонов. По мере роста номера элемента число нейтронов в ядрах элементов постепенно нарастает, и к концу таблицы у тяжелых элементов число нейтронов превышает число протонов в полтора раза. Например, в ядре урана-238 содер-

жится 238 нуклонов и только 92 протона (92 клеточка таблицы элементов Д. И. Менделеева). Следовательно, нейтронов в ядре будет $238 - 92 = 146$, т. е. число нейтронов превышает число протонов в 1,6 раза.

Расчеты показывают, что чем тяжелее ядро, чем больше в нем протонов и нейтронов, тем меньше энергия связи в расчете на нуклон. При этом ядерные силы не могут удержать нуклоны в связанном состоянии внутри ядра и ядра самопроизвольно распадаются. Это явление в 1896 г. А. А. Беккерель назвал радиоактивностью. За открытие явления естественной радиоактивности урана А. А. Беккерель в 1903 г. удостоен Нобелевской премии. Таким образом, радиоактивность – это свойство преимущественно тяжелых элементов. Все элементы, порядковый номер которых больше 81 (таллий), являются радиоактивными или содержат радиоактивные изотопы.

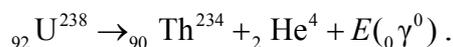
Радиоактивные превращения

В горных породах наблюдается ряд радиоактивных превращений: альфа-превращение, бета-превращение с испусканием электрона ${}_{-1}e^0$, бета-превращение с испусканием позитрона ${}_{+1}p^0$, электронный захват с оболочки K или L , изомерный переход с испусканием гамма-квантов и деление ядер.

Альфа-превращение заключается в испускании ядром α -частицы по схеме:

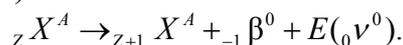


Примером такой реакции в горных породах может служить α -превращение урана в торий:

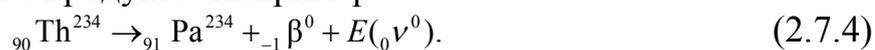


При этом дочерний продукт сдвигается по периодической таблице на две клеточки левее, поскольку у дочернего продукта на два протона меньше, чем у материнского продукта.

Бета-превращение с испусканием электрона ${}_{-1}e^0$ состоит в испускании ядром β -частицы (электрона) по схеме:



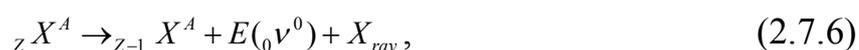
Один из нейтронов ядра материнского продукта превращается в протон и остается в ядре, а β -частица покидает ядро. Дочерний продукт сдвигается на одну клеточку правее материнского продукта, поскольку у него на один протон больше, чем у материнского продукта. Например:



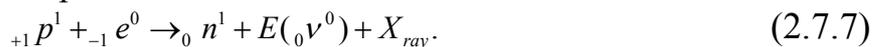
β -превращение с испусканием позитрона ${}_{+1}p^0$ состоит в испускании ядром позитрона, который отличается от электрона своим положительным зарядом. Образование позитрона происходит по схеме:



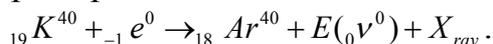
Электронный захват с оболочки K или L . Ядро может захватить орбитальный электрон с ближайших к ядру электронных орбит. Эта ядерная реакция идет по схеме:



где X_{ray} – рентгеновские лучи. Один из протонов материнского ядра превращается в нейтрон и остается в ядре:



При этом дочерний продукт сдвигается по таблице Д. И. Менделеева на одну клеточку левее. Например:



Изомерный переход с испусканием гамма-квантов. Изомерные превращения не приводят к изменению заряда и массы ядра. Изменяется только энергетическое состояние ядер. Переход возбужденных ядер в основное состояние или с более высоких энергетических уровней на более низкие сопровождается только испусканием гамма-квантов.

Деление ядер тяжелых элементов. При этом процессе ядра некоторых тяжелых элементов - уран-238, торий-232 - самопроизвольно или под действием нейтронов делятся на две части, обычно с неодинаковой массой (рис. 2.7.1).

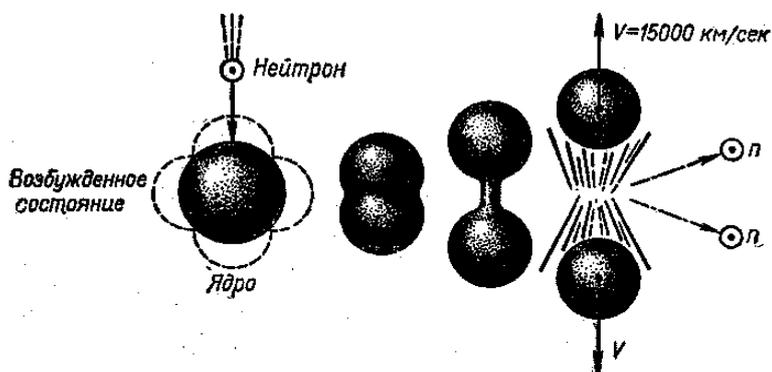
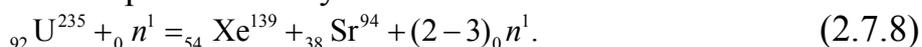


Рис. 2.7.1. Деление ядер тяжелых элементов

При самопроизвольном делении, помимо осколков деления, излучаются два-три нейтрона, а иногда и другие частицы. Вновь образовавшиеся ядра обычно нестабильны и распадаются путем испускания нескольких нейтронов и бета-частиц. Осколки деления – это элементы средней части периодической системы. Примером такой реакции в горных породах может служить деление ядер урана под действием нейтронного излучения:



2.7.2. Свойства естественной радиоактивности

Свойства естественной радиоактивности начали изучать еще П. Кюри и М. Склодовская-Кюри. Радиоактивность органами чувств не воспринимается. Наличие радиоактивности можно определить только опосредованно, по взаимодействию с окружающей средой, например, с помощью приборов, измеряющих радиацию.

Основной опасностью для биологических организмов является ионизирующее действие радиоактивных излучений. Ионы – это электрически заряженные частицы, образующиеся от недостатка или избытка электронов на оболочке атома.

Ионы существуют парами (анионы и катионы): аниона заряжены отрицательно, а катионы положительно. В веществе происходит перераспределение зарядов. В 1901 году А. А. Беккерель впервые обнаружил способность радиоактивного излучения ионизировать газ. В настоящее время это свойство используется в листовых электроскопах. Тот же А. А. Беккерель открыл фотохимическое действие радиоактивных излучений. По следам на фотопластинке он открыл радиоактивность солей урана, что и привело к открытию явления естественной радиоактивности урана. Он же установил возбуждение люминесценции вблизи радиоактивных препаратов. Соли урана, алмазы, сернистый цинк и др. начинают светиться в темноте под действием радиоактивности. В 1901 году П. Кюри обнаружил биологическое действие радиоактивного излучения. Повторяя эксперимент А. Беккереля, он привязал пробирку с солью радия к своей руке и носил ее 10 часов, а затем лечил образовавшуюся рану в течение двух месяцев.

Естественное радиоактивное излучение имеет сложный состав. В 1900 году П. Виллар выделил гамма-лучи. В 1909 году Э. Резерфорд (Нобелевская премия, 1908 г.) выделил альфа-лучи. За исследования радиоактивности и открытие радия П. Кюри и М. Склодовская-Кюри в 1903 году были удостоены Нобелевской премии.

Основной закон радиоактивных превращений

Количество ядерных превращений, происходящих в радиоактивном препарате, пропорционально начальному количеству ядер N :

$$dN = -\lambda N dt. \quad (2.7.9)$$

Коэффициент пропорциональности называется постоянной распада и характеризует вероятность ядерного превращения на одно ядро в единицу времени:

$$\lambda = \left| -\frac{dN/dt}{N} \right|.$$

Запишем выражение (2.7.9) в виде дифференциального уравнения:

$$-dN/dt = \lambda N. \quad (2.7.10)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (2.7.10), получим:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (2.7.11)$$

где t – время с начала превращения; N_0 , $N(t)$ – количество атомов превращающегося элемента соответственно в момент времени 0 и t .

На рис. 2.7.2 представлен основной закон радиоактивных превращений в логарифмическом масштабе по оси ординат.

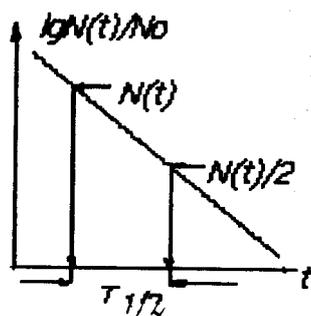


Рис. 2.7.2. Основной закон радиоактивных превращений в логарифмическом масштабе по оси ординат

Период полураспада – это время, за которое количество первоначальных ядер в результате радиоактивного превращения уменьшится в два раза:

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda = 0,693\tau, \quad (2.7.12)$$

где τ – средняя продолжительность жизни радионуклида.

Период полураспада $T_{1/2}$ обратно пропорционален постоянной распада λ и более удобен для использования, так как имеет простой физический смысл.

Период полураспада равен времени, за которое превращается половина атомов радиоактивного элемента. Понятие периода полураспада впервые введено П. Кюри. Физически термин «период полураспада» более понятен, чем постоянная распада λ , имеющая неудобную размерность, с^{-1} . Кроме того, возникает простой способ определения периода полураспада (см. рис. 2.7.2). Согласно основному закону радиоактивного превращения, после логарифмирования выражения (2.7.11) получим:

$$\ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t. \quad (2.7.13)$$

В декартовой системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат – это уравнение прямой линии. При этом постоянная распада λ равна тангенсу угла наклона прямой линии к оси абсцисс. Это универсальный способ определения постоянной распада для короткоживущих радионуклидов. Период полураспада определяется по графику по шкале времени между точками, где $N = N(t)$ и $N = N(t)/2$ (см. рис. 2.7.2).

Радиоактивные ряды

В природных условиях радиоактивные элементы образуют три радиоактивных семейства: уран-радиевый ряд, ториевый ряд и актиноурановый ряд (рис. 2.7.3, а, б).

Названия всех радионуклидов уран-радиевого ряда можно получить, если в таблице периодической системы элементов использовать формулу $(4n + 2)$, где n изменяется от 51 до 59. Актиниоурановый ряд получил свое название из-за того, что первым известным элементом в этом ряду был актиний ($_{89}\text{Ac}^{227}$). Позднее выяснилось, что родоначальником этого ряда является уран-235 ($_{92}\text{U}^{235}$). Названия всех радионуклидов актиноуранового ряда можно получить, если в таблице периодической системы элементов использовать формулу $(4n + 3)$, где n изменяется от 51 до 58. Названия всех радионуклидов ториевого ряда можно получить, если в таблице периодической системы элементов использовать формулу $4n$, где n изменяется от 52 до 58. В конце природных радиоактивных рядов находятся стабильные изотопы свинца $_{82}\text{Pb}^{206,207,208}$. В отличие от минеральных месторождений свинца это свинец радиогенного происхождения. Ряд нептуния $(4n + 1)$ в природе не существует из-за малого периода полураспада его родоначальника. Он был получен искусственным путем.

Наибольший интерес для топливно-энергетической промышленности представляет уран-радиевый ряд (рис. 2.7.4).

Уран является основой ядерной энергетики и атомной промышленности. Уран открыт в 1792 году Клапротом. Серебристый мягкий металл высокой плот-

ности (19 г/см^3). Химически очень активен. Расположен в шестой группе элементов таблицы периодической системы элементов. Имеет шесть валентных электронов на разных оболочках, поэтому имеет валентности U^{6+} и U^{4+} . Четырехвалентный уран U^{4+} трудно растворим в воде. В присутствии кислорода четырехвалентный уран U^{4+} переходит в шестивалентный уран U^{6+} и хорошо растворяется в воде. В восстановительной среде шестивалентный уран переходит в четырехвалентный уран: $U^{6+} \rightarrow U^{4+}$ и выпадает в осадок. В начале XX века урановые руды стали использовать для добычи радия. В настоящее время используется в АЭС, где 1 кг урана заменяет 1000 тонн каменного угля.

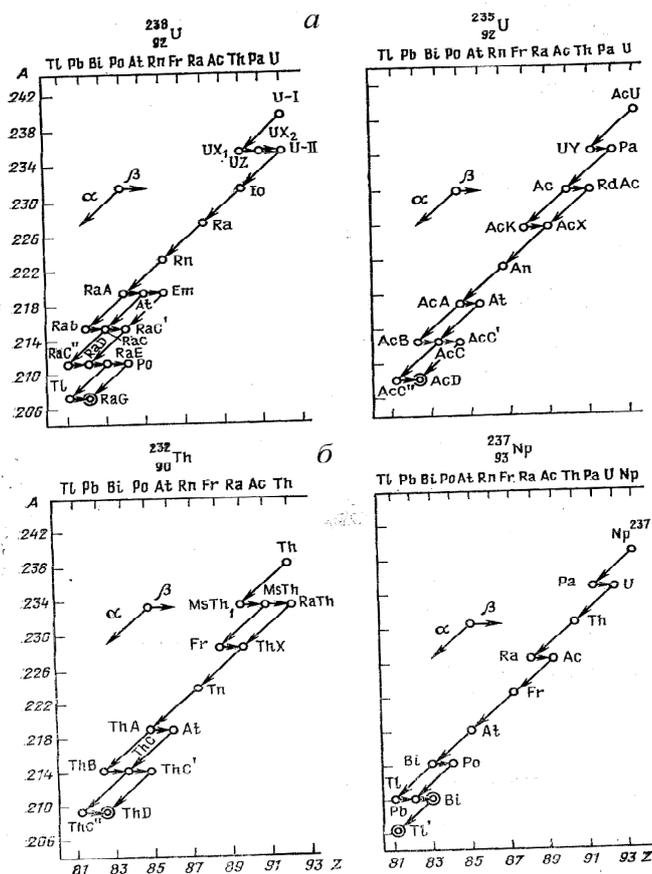


Рис. 2.7.3. Радиоактивные семейства урана-238, урана-235 (а), тория-232 и нептуния-237 (б) [12]

В середине уран-радиевого ряда находится радий ${}_{88}\text{Ra}^{226}, T_{1/2} = 1620$ лет, который в результате α -превращения переходит в газообразный радионуклид радон ${}_{86}\text{Rn}^{222}, T_{1/2} = 3,82$ сут. После радона расположены твердые радионуклиды, которые являются основными гамма-излучателями (98 %) в уран-радиевом ряду. В конце ряда расположен полоний ${}_{84}\text{Po}^{210}, T_{1/2} = 138,4$ дня, представляющий интерес для промышленности. Полоний летучий и токсичный α -излучатель, который используется для изготовления ампульных источников нейтронов (Po-Be, Po-B). Заканчивается ряд стабильным изотопом свинца ${}_{82}\text{Pb}^{206}$.

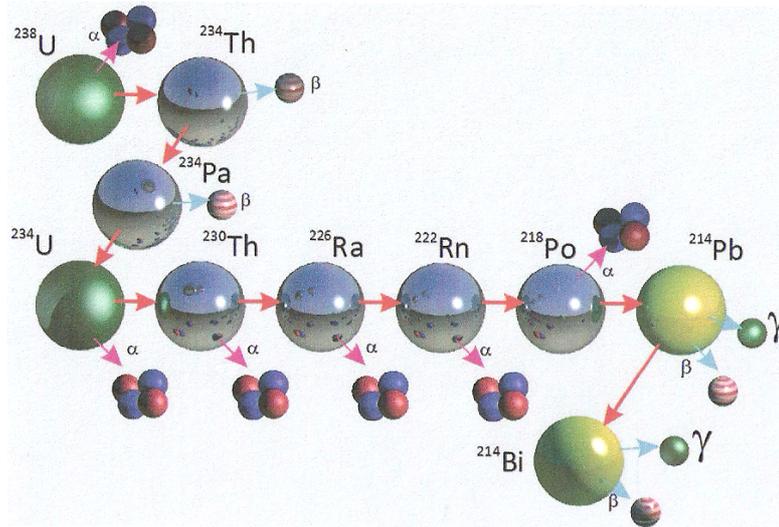


Рис. 2.7.4. Уран-радиевый ряд [16]

Интересен также актиноурановый ряд, родоначальником которого является уран-235. Своё название этот ряд получил из-за того, что первым радионуклидом, открытым в этом ряду, был актиний, и только впоследствии было установлено, что родоначальником этого ряда является уран-235 (рис. 2.7.5).

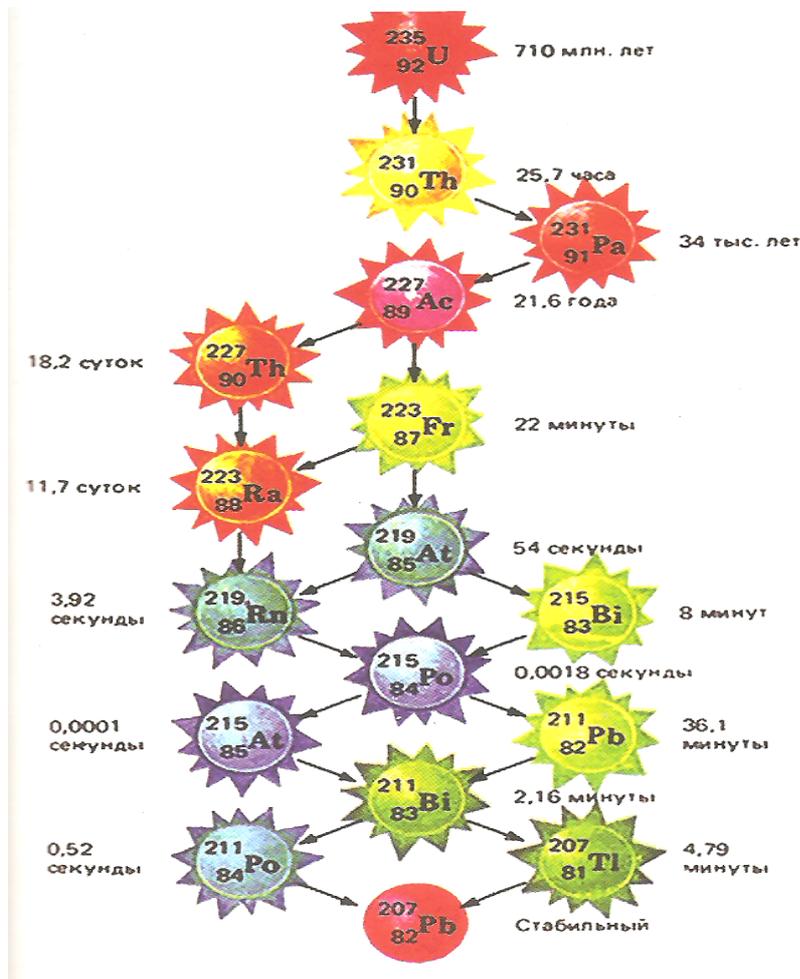


Рис. 2.7.5. Цепочка распада урана-235 [6.4.1]

Все природные радиоактивные ряды имеют похожее строение. В начале каждого ряда расположен долгожитель, в середине – газообразные радионуклиды: в ряду актиноурана актинон ${}_{86}\text{Rn}^{219}, T_{1/2}=3,96$ мин, в ряду тория торон ${}_{86}\text{Rn}^{220}, T_{1/2}=55,6$ сек. После газообразных радионуклидов расположены твердые радионуклиды, которые являются основными гамма-излучателями соответствующих рядов естественных радиоактивных элементов. Каждый ряд заканчивается стабильным изотопом свинца радиогенного происхождения.

Главной особенностью радиоактивных рядов является то, что наиболее долгоживущим (наименее радиоактивным) элементом ряда является его родоначальник, т. е. уран или торий. Все остальные элементы каждого ряда распадаются быстро. Это обстоятельство приводит к важному свойству радиоактивных рядов – радиоактивному равновесию.

Радиоактивное равновесие

Радиоактивное равновесие проявляется в неизменности количеств элементов ряда, поскольку число распадающихся материнских ядер и образующихся дочерних ядер уравновешено. Количества атомов радиоактивных элементов ряда взаимосвязаны между собой и с количеством атомов родоначальника, т. е. урана или тория.

Радиоактивное равновесие может быть *динамическим и устойчивым*. Для выяснения этих понятий рассмотрим два превращающихся радиоактивных элемента – материнский и дочерний. В момент времени t количество ядер материнского продукта равно N_1 , дочернего – N_2 . В начальный момент времени при $t = 0$ количества материнского и дочернего продуктов равны N_{01} и N_{02} . Основной закон превращения для материнского продукта имеет вид:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1. \quad (2.7.14)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (2.7.14), находим:

$$\int \frac{dN_1}{N_1} = -\int \lambda_1 dt, \quad \ln \frac{N_1}{N_{01}} = -\lambda_1 t, \quad (2.7.15)$$

откуда следует:

$$N_1 = N_{01} e^{-\lambda_1 t}. \quad (2.7.16)$$

Уравнение баланса материнского и дочернего продуктов имеет вид:

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2. \quad (2.7.17)$$

Разделим переменные:

$$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t}. \quad (2.7.18)$$

Интегрируем неоднородное дифференциальное уравнение (2.7.18). Решение имеет вид:

$$N_2 = N_2^o + N_2^a, \quad (2.7.19)$$

где N_2^o – общее решение однородного уравнения (2.7.18), которое имеет вид:

$$N_2^o = A e^{-\lambda_2 t}; \quad (2.7.20)$$

N_2^u – частное решение неоднородного уравнения (2.7.18). Частное решение ищем в виде правой части уравнения (2.7.18):

$$N_2^u = Be^{-\lambda_1 t}. \quad (2.7.21)$$

Подставим N_2^u в выражение (2.7.18):

$$Be^{-\lambda_1 t}(-\lambda_1) + \lambda_2 Be^{-\lambda_1 t} = \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t},$$

откуда следует:

$$B = \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (2.7.22)$$

Подставим начальное условие $N_2(t=0) = N_{02}$ в выражение (2.7.19):

$$N_{02} = N_2^o(t=0) + N_2^u(t=0) = A + \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (2.7.23)$$

откуда следует:

$$A = N_{02} - \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1}; \quad (2.7.24)$$

$$N_2 = Ae^{-\lambda_2 t} + Be^{-\lambda_1 t} = \left(N_{02} - \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right)e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot e^{-\lambda_1 t}. \quad (2.7.25)$$

Перегруппируем выражение (2.7.25):

$$N_2 = N_{02} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (2.7.26)$$

Если материнский продукт распадается быстрее дочернего $\lambda_1 \gg \lambda_2$, то в пределе при $\lambda_1 \rightarrow \infty$ остается только дочерний продукт N_2 , который распадается со своим периодом полураспада.

При $\lambda_2 \gg \lambda_1$ дочерний продукт распадается быстрее материнского. Оба вещества существуют вместе до полного распада. Полагая $\lambda_2 \rightarrow \infty$, $e^{-\lambda_2 t} \rightarrow 0$, получим:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad \text{или} \quad \frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_1 N_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (2.7.27)$$

Такое состояние двух радионуклидов (материнского и дочернего) называется подвижным, или *динамическим*, радиоактивным равновесием. При $\lambda_2 \gg \lambda_1$ $\lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1$. Такое состояние двух радионуклидов называется *устойчивым* радиоактивным равновесием. При устойчивом радиоактивном равновесии

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (2.7.28)$$

Рассмотрим далее три превращающихся радиоактивных элемента: материнский, дочерний и внучатый. В момент времени t количество ядер материнского продукта равно N_1 , дочернего N_2 , внучатого N_3 . В начальный момент времени при $t = 0$ количества материнского, дочернего и внучатого продуктов равны соответственно N_{01} , N_{02} и N_{03} . Скорость изменения числа атомов третьего внучатого вещества:

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3; \quad (2.7.29)$$

$$\frac{dN_3}{dt} + \lambda_3 N_3 - \lambda_2 N_{02} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_{01}}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) = 0. \quad (2.7.30)$$

Решаем дифференциальное уравнение (2.7.30). После ряда вычислений получим:

$$N_3 = \lambda_1 \lambda_2 N_{01} \left(\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} + \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \right) + \lambda_2 N_{02} \left(\frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_3 - \lambda_2)} + \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_2 - \lambda_3)} \right) + N_{03} e^{-\lambda_3 t}. \quad (2.7.31)$$

Для трех веществ динамическое равновесие наступает, когда распадом материнского продукта нельзя пренебречь:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_2 = \lambda_3; \\ N_{02} &= 0, \quad N_{03} = 0, \quad e^{-\lambda_2 t} = 0, \quad e^{-\lambda_3 t} = 0; \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) N_3 &= \lambda_1 \lambda_2 N_1. \end{aligned} \quad (2.7.32)$$

Устойчивое радиоактивное равновесие возникает, когда материнский продукт распадается очень медленно ($t \rightarrow \infty$):

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \text{const}. \quad (2.7.33)$$

Рассуждая подобным образом, по аналогии получим для n -го радиоактивного вещества радиоактивного ряда состояние динамического равновесия:

$$(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_4 - \lambda_1) \cdots (\lambda_n - \lambda_1) N_n = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \cdots \lambda_{n-1} N_1. \quad (2.7.34)$$

В случае устойчивого радиоактивного равновесия:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \lambda_4 N_4 = \cdots = \lambda_n N_n = \text{const}. \quad (2.7.35)$$

Расчет весовых количеств радиоактивных элементов в равновесных семействах

В качестве примера подсчитаем коэффициент радиоактивного равновесия (K_{pp}) между ураном и радием. Знание этого коэффициента имеет большое значение для гамма-методов регистрации естественной радиоактивности горных пород при поисках урановых месторождений. Все гамма-излучатели в уран-радиевом ряду находятся после радия в группе твердых короткоживущих продуктов распада радона.

В случае устойчивого радиоактивного равновесия $N_U \lambda_U = N_{Ra} \lambda_{Ra}$. Обычно для подсчета K_{pp} используют весовые количества радионуклидов. Вес ядер урана:

$$m_U = N_U \cdot \frac{238}{A_0}, \quad \text{где } A_0 = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ – число Авогадро. Вес ядер радия: } m_{Ra} = N_{Ra} \cdot \frac{226}{A_0}.$$

Весовое отношение ядер урана к ядрам радия в граммах:

$$\frac{m_U}{m_{Ra}} = \frac{N_U 238}{N_{Ra} 226} = \frac{238 T_U}{226 T_{Ra}} \cong 2,96 \cdot 10^6. \text{ И, наоборот, весовое отношение ядер радия к ядрам урана:}$$

$$\frac{m_{Ra}}{m_U} = \frac{N_{Ra} 226}{N_U 238} = \frac{226 T_{Ra}}{238 T_U} \cong 3,38 \cdot 10^{-7}. \text{ В результате коэффициент радиоактивного равновесия для ядер радия и урана:}$$

$$K_{pp} = \frac{Ra}{U} 2,9 \cdot 10^{-6}. \quad (2.7.36)$$

При равновесии $K_{pp} = 1$, при сдвиге равновесия в сторону радия $K_{pp} > 1$, в сторону урана – $K_{pp} < 1$.

Аналогично можно подсчитать соотношение весовых количеств радия и радона в равновесном ряду урана-радия.

В случае устойчивого радиоактивного равновесия $N_{Ra}\lambda_{Ra} = N_{Rn}\lambda_{Rn}$. Весовое отношение ядер радия к ядрам радона в граммах:

$$\frac{m_{Ra}}{m_{Rn}} = \frac{226T_{Ra}}{222T_{Rn}} \cong 1,57 \cdot 10^5.$$

Весовое количество радона при радиоактивном равновесии $m_{Rn} = 6,5 \cdot 10^{-6} m_{Ra}$, т. е в миллионы раз меньше чем вес равновесного радия. Активность одного юри радона $A(Rn) = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк, при этом объем одного юри радона равен $0,66 \text{ мм}^3$.

Нарушение радиоактивного равновесия в ряду $U - Ra$ может быть обусловлено выделением из руды радиоактивного газа – свободного радона ($Rn-222$). Процесс выделения эманаций из радия в окружающую среду называется эманированием и характеризуется двумя коэффициентами: эманирующей способностью и коэффициентом эманирования. Эманирующая способность характеризуется отношением равновесного количества выделившейся эманации.

Коэффициент эманирования $k_{эм}$ – это отношение выделившегося радона ко всему количеству радона, находившегося в веществе за тот же промежуток времени. В состоянии равновесия суммарное количество накопившегося радона равно количеству радия в пробе.

В результате процессов выщелачивания и эманирования в природных условиях состояние радиоактивного равновесия может нарушаться. Это наиболее характерно для уранового семейства, где вынос U и Ra происходит с различной интенсивностью и отмечается интенсивное удаление эманации Rn .

Единицы измерений количества радионуклидов

Все единицы в теории ГИС в настоящее время принято выражать в международной системе единиц СИ. В системе СИ единицы измерений количества радионуклидов делятся на весовые m (г, кг) и единицы активности A (распад/с). Международная система единиц СИ соответствует нашей практической системе единиц метр-килограмм-секунда-ампер (МКСА).

Исторически первым был открыт радий ${}_{88}\text{Ra}^{226}$, $T_{1/2} = 1590$ лет, количество которого определялось взвешиванием. Период полураспада радия равен 1590 лет. Это долгожитель. Его можно взвесить, несмотря на то, что он распадается и превращается в газообразный радионуклид радон. Поэтому для долгоживущих радионуклидов оставили весовые единицы. Однако впоследствии стали открывать быстроживущие радионуклиды, которые распадались и превращались в дочерние продукты быстрее, чем их удавалось взвесить. Поэтому была введена единица активности *распад/с*, которой решением Международной комиссии по радиационным единицам (МКРЕ) в 1975 году было присвоено название *беккерель*, в честь Анри Беккереля. Под 1 Бк понимают количество любого радиоактивного изотопа, в котором в 1 с происходит в среднем один рас-

пад (1 Бк = 1 расп/с). Из внесистемных единиц следует отметить единицу Кюри (в честь П. Кюри), $1 \text{ Cu} = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк. Под единицей Кюри понимают количество любого радиоактивного изотопа, в котором происходит $3,7 \cdot 10^{10}$ распадов в 1 с (столько же, сколько в 1 г Ra).

Связь между весовыми единицами m и активностью радионуклидов A зависит от массового числа радионуклида и его периода полураспада. В дальнейшем будем использовать термин «полураспад», хотя на самом деле происходит превращение, а не распад. Еще М. В. Ломоносов говорил, что «ничто в природе не исчезает и не появляется вновь».

По определению активность A пропорциональна числу превращающихся ядер N :

$$A = \frac{dN}{dt} = -\lambda N, \quad (2.7.37)$$

где λ – постоянная распада.

В m граммах вещества превращается:

$$N = \frac{mA_0}{M}, \quad (2.7.38)$$

где A_0 – число Авогадро; M – массовое число ядра радионуклида. Из выражения (2.7.38) следует, что число превращающихся ядер в одном грамме радионуклида:

$$m = \frac{NM}{A_0}. \quad (2.7.39)$$

Из выражения (2.7.37) $N = \left| \frac{A}{\lambda} \right|$.

Тогда, учитывая, что $\lambda = \ln 2 / T_{1/2} = 0,693 / T_{1/2}$ и подставляя эти значения в (2.7.39), получим:

$$m = \frac{AMT}{0,693 \cdot A_0}. \quad (2.7.40)$$

Подсчитаем, например, сколько весит один беккерель радионуклида с атомной массой M и периодом полураспада T . Из выражения (2.7.40) следует, что удельная масса одного беккереля, г:

$$m(1 \text{ Бк}) = \frac{MT}{0,693 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 0,24 \cdot 10^{-23} MT. \quad (2.7.41)$$

Удельная активность одного грамма радионуклида с атомной массой M и периодом полураспада T , Бк:

$$A(1 \text{ г}) = \frac{m \cdot A_0 \cdot 0,693}{MT} = \frac{4,17 \cdot 10^{23}}{MT}. \quad (2.7.42)$$

В качестве примера подсчитаем вес одного Кюри урана. Вес одного Кюри урана, г:

$$m(1 \text{ CuU}) = \frac{238 \cdot T(\text{U}^{238})}{0,693 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 2,97 \cdot 10^6, \quad (2.7.43)$$

т. е. вес одного кюри урана около трех тонн. Это превышает вес одного Кюри радия (1CuRa весит 1 г) в миллион раз.

Вес одного Кюри радона, г:

$$m(1\text{CuRn}) = \frac{222 \cdot T(\text{Rn}^{222})}{0,693 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 0,73 \cdot 10^{-17}, \quad (2.7.44)$$

т. е. 1 Си радона весит очень мало. Это и понятно, потому что радон является газообразным радионуклидом

Естественная гамма-активность горных пород

Отметим низкие кларки радиоактивных элементов в земной коре по сравнению, например, с распространенностью таких породообразующих элементов, как Si (27,7 %) или Ca (3,63 %).

У магматических пород максимальной активностью отличаются кислые породы (в основном из-за повышенного содержания калия, в котором содержится около 0,7 % радиоактивного изотопа калия-40), минимальной – ультраосновные породы. Среди осадочных пород наиболее активны глины, обладающие высокой адсорбционной способностью, менее активны песчаники и, наконец, наименьшей активностью обладают известняки и доломиты, а также гидрхимические осадки (гипс, ангидрид, каменная соль). Исключение представляют только калийные соли, отличающиеся повышенной активностью, благодаря содержанию в них К.

Диапазоны изменений естественной радиоактивности горных пород по литературным данным [2, 3, 9, 12] приведены на рис. 2.7.6.

В метаморфических породах - продуктах регионального динамотермального и контактового метаморфизма содержание урана и тория различно лишь для образований, метаморфизованных в условиях амфиболитовой, эпидот-амфиболитовой и зеленосланцевой фаций. В продуктах более высоких ступеней метаморфизма (гранулитовые фации) содержание радиоактивных элементов практически выравнивается во всех типах пород.

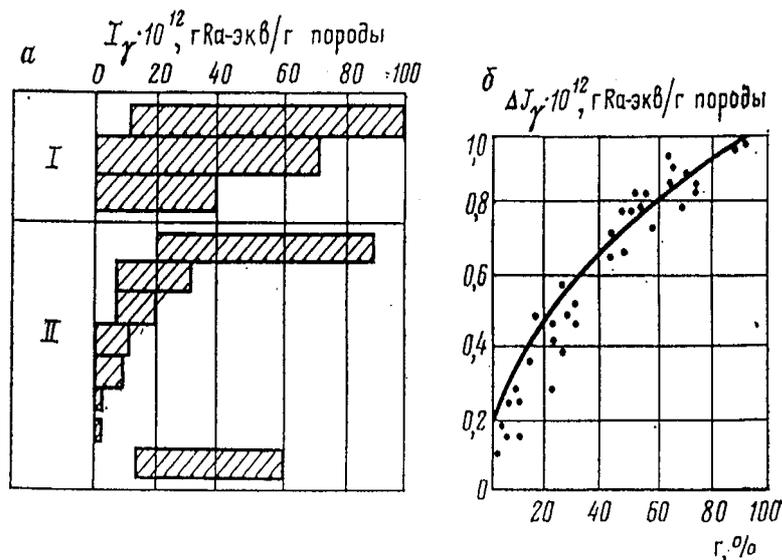


Рис. 2.7.6. Диапазоны изменений естественной радиоактивности горных пород (а) и зависимость приведенной естественной радиоактивности горных пород ΔJ_{γ} от их глинистости (γ , %) (б):

I – изверженные горные породы: кислые, средние, основные; II – глубоководные глины, глины, аргиллиты, алевролиты, мергели, песок, известняк, калийная соль

2.7.3. Взаимодействие радиоактивного излучения с веществом

Понятие сечения взаимодействия

Гамма-кванты взаимодействуют с ядрами, атомами и электронами вещества, а нейтроны взаимодействуют с ядрами атомов горной породы. Взаимодействие носит статистический характер, т. е. на конкретном участке породы оно может произойти или не произойти, проявиться в том или ином качестве. Важно оценить возможность каждого вида взаимодействия.

Пусть на плоскую поверхность породы падает параллельный пучок частиц, поток которых обозначим N_0 . Частицы, проходя через горную породу, могут изменить свое направление движения (рассеяться) или поглотиться. Поток частиц, не взаимодействовавших с горной породой на расстоянии x от её поверхности, обозначим N , а число взаимодействующих частиц на следующем малом отрезке dx обозначим dN . Тогда очевидно соотношение

$$dN = -\mu N dx, \quad (2.7.45)$$

где μ имеет смысл вероятности взаимодействия частицы с породой на единичном расстоянии. Поскольку в ходе взаимодействия теряется энергия частиц, т. е. происходит ослабление излучения, μ называют *линейным коэффициентом ослабления*. Интегрирование выражения (2.7.45) приводит к закону ослабления излучения в горной породе:

$$N = N_0 e^{-\mu x}. \quad (2.7.46)$$

Коэффициент ослабления зависит от энергии излучения, свойств атомов в горной породе, а также от количества последних в единице объема породы. Удобно использовать в качестве параметра величину коэффициента ослабления, отнесенную к одному атому (ядру), т. е. перейти в микромир. Таким параметром является *сечение взаимодействия* σ , связанное с μ простым соотношением $\sigma = \mu/n$, где n – число атомов (ядер) в единице объема породы. Если взаимодействие происходит с электронами, то справедливо выражение $\sigma = \mu/nZ$, где Z – порядковый номер элемента, равный числу электронов в атоме.

Сечение взаимодействия имеет смысл вероятности взаимодействия гамма-кванта или нейтрона с атомом (ядром, электроном), находящимся в единичном объеме. Оно имеет размерность площади и может быть представлено как часть единичной поверхности, которая оказывается «непроходимой» для частицы. Порядок сечения взаимодействия составляют 10^{-24} см². Эта величина принята в качестве внесистемной единицы измерения сечений взаимодействия и называется барном.

Количество атомов (ядер) в единице объёма породы:

$$n = A_0 \rho / A, \quad (2.7.47)$$

где A – атомный вес элементов; A_0 – число Авогадро; ρ – плотность горной породы. Соответственно, число электронов в единичном объеме вещества:

$$nZ = A_0 \rho Z / A. \quad (2.7.48)$$

Для многих элементов горных пород отношение порядкового номера к атомному весу постоянно и равно 0,5 или мало отличается от этого значения (рис. 2.7.7).

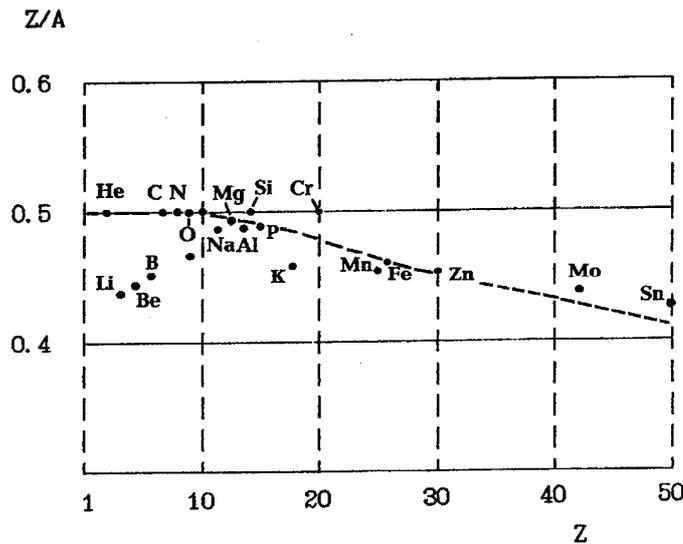


Рис. 2.7.7. Зависимость отношения Z/A от порядкового номера элемента в таблице Менделеева

Взять хотя бы наиболее распространенные элементы земной коры – Si и O, для которых атомный вес ровно в два раза больше порядкового номера, т. е. количество протонов и нейтронов в ядре одинаково. Для тяжелых элементов это соотношение нарушается. Для характеристики взаимодействия электронов горной породы с гамма-квантами вводится понятие электронной плотности $m_\gamma = 2Z/A$. Для большинства горных пород электронная плотность близка к единице.

Теперь соотношения для коэффициентов ослабления принимают вид:

– при взаимодействии с атомами и ядрами:

$$\mu = \sigma A_0 \rho / A; \quad (2.7.49)$$

– при взаимодействии с электронами:

$$\mu = 0,5 \sigma m_\gamma A_0 \rho, \quad (2.7.50)$$

где ρ – плотность среды, г/см^3 .

Из последних формул видно, что вероятность взаимодействия гамма-квантов с породой зависит от её плотности. Поскольку в формулу коэффициента ослабления плотность породы входит линейно, то отношение $\bar{\mu} = \mu/\rho$ не зависит от плотности и называется *массовым* коэффициентом ослабления.

2.7.4. Процессы взаимодействия гамма-квантов с горными породами

Существуют три вида взаимодействия: поглощение гамма-кванта атомом или ядром и рассеяние гамма-кванта электронами. Какой из видов взаимодействия будет наиболее вероятен, зависит от энергии гамма-квантов и от свойств породы.

Основные процессы взаимодействия гамма-квантов с веществом приведены на рис. 2.7.8.

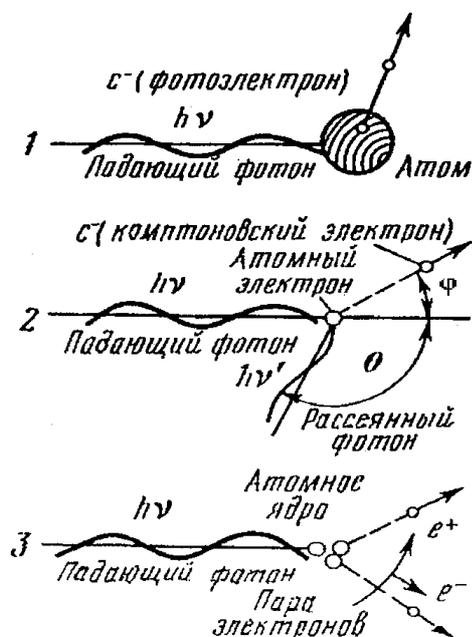


Рис. 2.7.8. Основные процессы взаимодействия гамма-квантов с веществом:

- 1 – фотоэффект; 2 – комптоновское рассеяние;
3 – эффект образования электрон-позитронных пар

Фотоэлектрическое поглощение гамма-квантов

Фотоэлектрическое поглощение энергии гамма-кванта происходит на атомах горной породы. Энергия гамма-кванта расходуется на преодоление энергии связи электрона на i -й оболочке и на сообщение электрону кинетической энергии $h\nu$. Чтобы электрон не вылетал из атома со скоростью, близкой к предельной скорости света, энергия гамма-кванта должна быть соизмерима с энергией связи электрона в атоме. Процесс фотопоглощения характерен для гамма-квантов низкой энергии (рис. 2.7.9) и для атомов с большим порядковым номером Z , поскольку чем больше заряд ядра Z , тем больше энергия связи электронов E_i . Энергия связи электронов E_i больше на внутренних оболочках, поэтому при фотопоглощении гамма-кванта электрон вырывается с внутренних K - или L -оболочек.

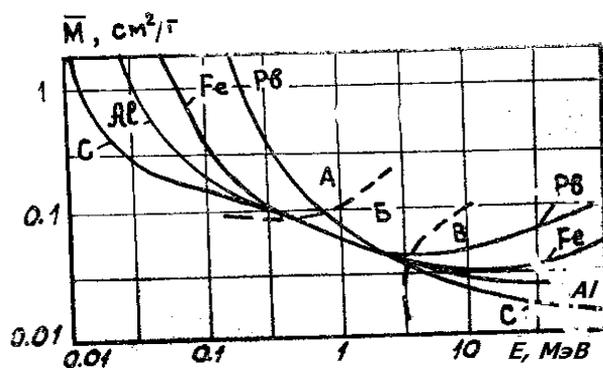


Рис. 2.7.9. Изменение массового коэффициента ослабления гамма-излучения $\bar{\mu}$:

- в различных средах [2]. Области процессов:
A – фотопоглощения; B – комптоновского рассеяния;
B – образования электронно-позитронных пар

Зависимость линейного коэффициента фотопоглощения от энергии гамма-квантов и атомного номера вещества определяется соотношением

$$\mu_{\phi} = \frac{\rho Z}{A} Z^m A_0 F(E), \quad (2.7.51)$$

где ρ – плотность вещества; A – атомная масса; A_0 – число Авогадро; $m = 3$. Эффективное сечение фотопоглощения получим из последнего выражения, поделив его на электронную плотность N ; $\sigma_{\phi} = Z^m F(E)$, где $F(E)$ – сложная функция, отражающая резонансный характер фотопоглощения гамма-кванта электронными оболочками ядра. Особенно отчетливо это прослеживается для K - и L -оболочек тяжелых ($A \geq 30$) элементов. Физический смысл этой функции заключается в том, что наибольшую вероятность фотопоглощения имеют гамма-кванты с энергией, равной энергии связи электрона в соответствующей оболочке ядра.

С точностью, достаточной для практических целей гамма-опробования, $F(E)$ аппроксимируется следующим образом: для энергии гамма-излучения $E \leq 200$ кэВ $F(E) = E^{-3}$; для энергии гамма-излучения $E \geq 500$ кэВ $F(E) = E^{-1}$.

Величина σ_{ϕ} на K -уровне (который и определяет фотоэффект) пропорциональна функции $\rho Z^4/A$. Из сказанного следует, что фотоэффект существенен при регистрации гамма-излучения низкой энергии ($E < 200$ кэВ), прошедшей через среду, содержащую тяжелые элементы.

При измерениях гамма-излучения с энергией ($E \geq 200$ кэВ) в горных породах, не содержащих тяжелых элементов, влиянием фотоэффекта на интенсивность гамма-излучения можно пренебречь.

Из изложенного ясно, что для расчета ослабления гамма-излучения горными породами в области энергий менее 200 кэВ необходимо учитывать фотопоглощение, связанное с атомным номером (зарядом ядра Z) конкретного химического элемента. Поскольку горные породы являются сложными соединениями, состоящими из химических элементов с разными Z , необходимо говорить об атомном номере среды Z , равном атомному номеру некоего элемента, имеющего такое же значение массового коэффициента ослабления, что и данная среда.

Исходя из свойств аддитивности гамма-поля, массовый эффективный коэффициент ослабления сложной среды равен сумме коэффициентов ослабления для каждого из составляющих ее элементов $\bar{\mu} = \sum_i p_i \bar{\mu}_i$, где p_i – относительное содержание i -го элемента в горной породе с коэффициентом ослабления $\bar{\mu}_i$.

Пользуясь выражением (2.7.51) для сложной среды, можно записать:

$$\mu_{\phi} = \rho \left[\frac{Z}{A} \right]_{\text{эф}} \bar{Z}^m A_0 F(E) = \rho \sum_i p_i \frac{Z_i}{A_i} Z_i^m A_0 F(E). \quad (2.7.52)$$

Величина $(Z/A)_{\text{эф}}$ может быть подсчитана по формуле среднего значения, так как отношение $(Z/A) = 0,5$ практически для всех порообразующих элементов.

Реальные горные породы состоят из нескольких элементов с различными Z . Для многоэлементной горной породы вводится понятие *эффективного порядкового номера* $Z_{\text{эф}}$. Формула для $Z_{\text{эф}}$ получена из исходного предположения

о равенстве эффекта фотопоглощения в породе с $Z_{\text{эф}}$ и в моноэлементной среде с порядковым номером Z :

$$Z_{\text{эф}} = \left(\frac{\sum_i p_i z_i^m / A_i}{\sum_i p_i z_i / A_i} \right)^{1/m-1}, \quad (2.7.53)$$

где p_i – относительная доля в горной породе i -го элемента с порядковым номером Z_i ; m – показатель, принимающий значения в пределах 3-4,5. Из формулы видно, что $Z_{\text{эф}}$, а значит, и вероятность фотоэлектрического поглощения сильно зависят от присутствия и содержания в породе тяжелых элементов, к которым относятся все рудные элементы. Например, порядковый номер у железа – 26, у свинца – 82, у ртути 80, в то время как безрудная горная порода имеет $Z_{\text{эф}}$ порядка 12-14.

Зависимость массового эффективного коэффициента фотопоглощения от энергии гамма-излучения приведена на рис. 2.7.10.

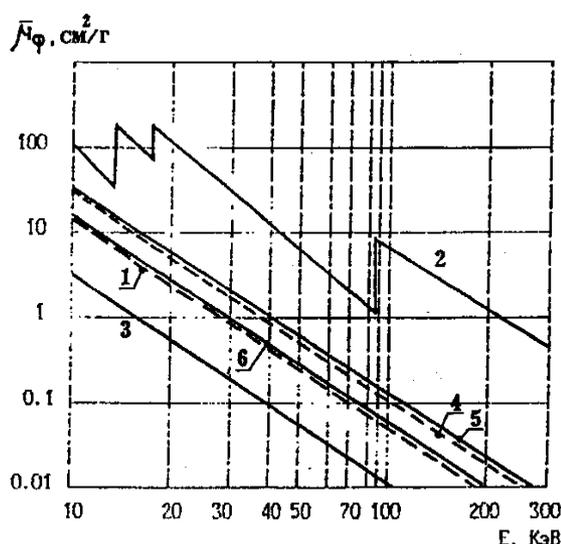


Рис. 2.7.10. Зависимость массового эффективного коэффициента фотопоглощения от энергии гамма-излучения:

1 – кварц; 2 – свинец; 3 – вода; 4 – алюминий; 5 – гранит; 6 – песчаник

На рис. 2.7.10 изображен ход сечения фотоэффекта в зависимости от энергии гамма-лучей. Из рисунка видно, что при больших энергиях квантов (для которых все электроны атома слабо связаны) сечение мало. По мере убывания E_γ сечение растет. Рост сечения продолжается до тех пор, пока E_γ не окажется равной потенциалу ионизации для K -оболочки ($E_\gamma = I_K$), например, ход сечения фотоэффекта для свинца. Начиная с $E_\gamma < I_K$ фотоэффект на K -оболочке становится невозможным и сечение фотоэффекта будет определяться только взаимодействием гамма-лучей с электронами L , M , ... и др. оболочек. Но электроны этих оболочек связаны с атомом слабее, чем электроны K -оболочки. Поэтому при равных энергиях гамма-лучей вероятность фотоэффекта на L - (и тем более на M -) оболочке оказывается меньше, чем на K -слое. В связи с этим при $E_\gamma = I_K$ на кривой сечения наблюдается резкий скачок, так называемый K -скачок.

При $E_\gamma < I_K$ сечение фотоэффекта снова начинает расти, так как растет относительная связанность электрона I / E_γ . Рост сечения прекращается при $E_\gamma = I_L$, где наблюдается новый скачок (L_1 -, L_2 -скачок) и т. д.

Таким образом, для фотоэффекта весьма существенна связь электрона с атомом, которому передается часть импульса фотона. Фотоэффект возможен только на связанном электроны. Чем меньше связь электрона с атомом в сравнении с энергией фотона, тем меньше вероятен фотоэффект. Это обстоятельство определяет все основные свойства фотоэффекта: ход сечения с энергией и зависимость сечения от порядкового номера элемента. Суммарное сечение фотоэффекта для электронов всех оболочек при $E_\gamma > I_K$ меняется по закону $\sigma_\phi \sim E^{-n}$, где $n = 3$ при $I_K < E_\gamma < 0,1$ мэВ; $n = 1$ при $E_\gamma > 0,5$ мэВ.

Вероятность фотоэффекта резко зависит от заряда атома Z , на котором происходит фотоэффект $\sigma_\phi \sim Z^m$. Это объясняется различной связанностью электронов. В легких элементах (при малых Z) электроны связаны кулоновскими силами ядра относительно слабее, чем в тяжелых. Для сечения фотоэффекта (на атом) получается следующая зависимость от энергии гамма-лучей и заряда среды:

$$\sigma_\phi = k \frac{Z^m}{E^3}, \quad I_K < E_\gamma < 0,1 \text{ мэВ};$$

$$\sigma_\phi = k \frac{Z^m}{E}, \quad E_\gamma > 0,5 \text{ мэВ},$$

где $m = 4 - 5$ – коэффициент, зависящий от E_γ ; k – коэффициент, величина которого меняется скачкообразно при переходе энергии фотонов через значения потенциалов ионизации электронных оболочек атома.

Фотоэффект особенно существенен для тяжелых веществ, где он идет с заметной вероятностью даже при относительно высоких энергиях гамма-лучей. В легких веществах фотоэффект становится заметным на фоне других процессов взаимодействия только при малых энергиях квантов.

Специфический характер фотоэлектрического поглощения (наличие скачков поглощения) находит применение в практике. По положению K -скачка на энергетической шкале оказывается возможным качественная идентификация поглощающего элемента. С ростом Z положение K -скачка смещается в сторону увеличения энергии.

Комptonовское рассеяние гамма-квантов

Комptonовское рассеяние заключается во взаимодействии гамма-квантов с электронами горной породы. Этот вид взаимодействия возможен для гамма-квантов, энергия которых превышает энергию связи электрона в атоме, так что взаимодействие происходит со свободным электроном. Процесс можно рассматривать как столкновение двух шариков, исход которого зависит от их массы, с одной стороны, постоянной массы электрона, с другой – от массы гамма-кванта $m = hv / c^2$. В результате взаимодействия гамма-квант рассеивается, теряет часть энергии и изменяет направление движения. Энергия рассеянного гамма-кванта зависит от энергии падающего и от угла рас-

сеивания θ (рис. 2.7.11) $h\nu' = f(h\nu, \theta)$. Наибольшие потери энергии происходят при рассеивании на большой угол. Чем больше энергия гамма-кванта, тем большая её часть теряется при рассеянии.

Сечение комптоновского рассеяния сложным образом зависит от энергии гамма-излучения. Коэффициент ослабления гамма-излучения за счет комптоновского рассеяния зависит от плотности породы и электронной плотности, но практически не зависит от вещественного состава породы, определяемого номером $Z_{\text{эф}}$.

Рассеяние может происходить с изменением и без изменения длины волны. Рассеяние без изменения длины волны (когерентное упругое рассеяние) имеет место в системах, содержащих связанные электроны. Когерентное рассеяние возникает, когда энергия гамма-кванта оказывается недостаточной для вырывания электрона: $E_\gamma < \varepsilon_e$, где ε_e – энергия связи электрона. Источником когерентного излучения являются связанные электроны атома, которые приходят в резонансные колебания под действием гамма-излучения, и сами становятся источниками гамма-квантов той же частоты.

Комптоновское рассеяние впервые исследовано Артуром Комптоном (Нобелевская премия, 1927). Падающий квант теряет часть своей энергии при взаимодействии с электроном и меняет направление движения, наблюдается при энергии гамма-квантов, намного превышающих энергию связи электронов в атоме.

В результате взаимодействия первичного кванта $h\nu_0$ с электроном атома появляется квант, рассеянный на угол θ от первичного направления переноса, имеющий энергию $h\nu < h\nu_0$. За пределами атома оказывается комптоновский электрон, покидающий пределы атома под углом φ от первичного направления движения фотона (см. рис. 2.7.11).

Эффект Комптона заключается в некогерентном (с изменением длины волны) рассеянии гамма-квантов на атомных электронах. Комптоновское взаимодействие описывается соотношением

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{\hbar}{m_e c} (1 - \cos \theta), \quad (2.7.54)$$

где λ_0, λ – длины волн падающего и рассеянного под углом θ фотона; \hbar – постоянная Планка; m_e – масса электрона; c – скорость света. Энергия рассеянного кванта находится по формуле

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{1 + \varepsilon_0 (1 - \cos \theta)}, \quad (2.7.55)$$

где ε_0 и ε – энергии падающего и рассеянного квантов в единицах энергии покоящегося электрона.

Угловое распределение комптоновских электронов зависит от направления переноса первичных гамма-квантов:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{1 + \varepsilon_0} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}. \quad (2.7.56)$$

Дифференциальное сечение комптоновского рассеяния на электроне, отнесенное к элементу телесного угла, получено с помощью квантовой электродинамики и записывается следующим образом:

$$\frac{d\sigma_{e,k}}{d\omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - \sin^2 \theta \right). \quad (2.7.57)$$

Это формула Клейна-Нишины-Тамма. Она получена с помощью квантовой электродинамики и описывает вероятность рассеяния фотона на угол θ в элемент телесного угла $d\omega$. В формуле (2.7.57) r_e – классический радиус электрона, равный $2,818 \cdot 10^{-13}$ см.

Интегрирование выражения (2.7.57) по всему телесному углу дает полное сечение комptonовского взаимодействия в расчете на электрон:

$$\varepsilon_{e,k} = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\varepsilon_0}{\varepsilon_0^2} \left[\frac{2(1+\varepsilon_0)}{1+2\varepsilon_0} - \frac{\ln(1+2\varepsilon_0)}{\varepsilon_0} \right] + \frac{\ln(1+2\varepsilon_0)}{2\varepsilon_0} - \frac{1+3\varepsilon_0}{(1+2\varepsilon_0)^2} \right\}. \quad (2.7.58)$$

Векторная диаграмма распределения рассеянных фотонов по углам вытянута вперед, в направлении первоначального переноса падающего фотона, причем анизотропия рассеяния увеличивается с ростом энергии (рис. 2.7.11).

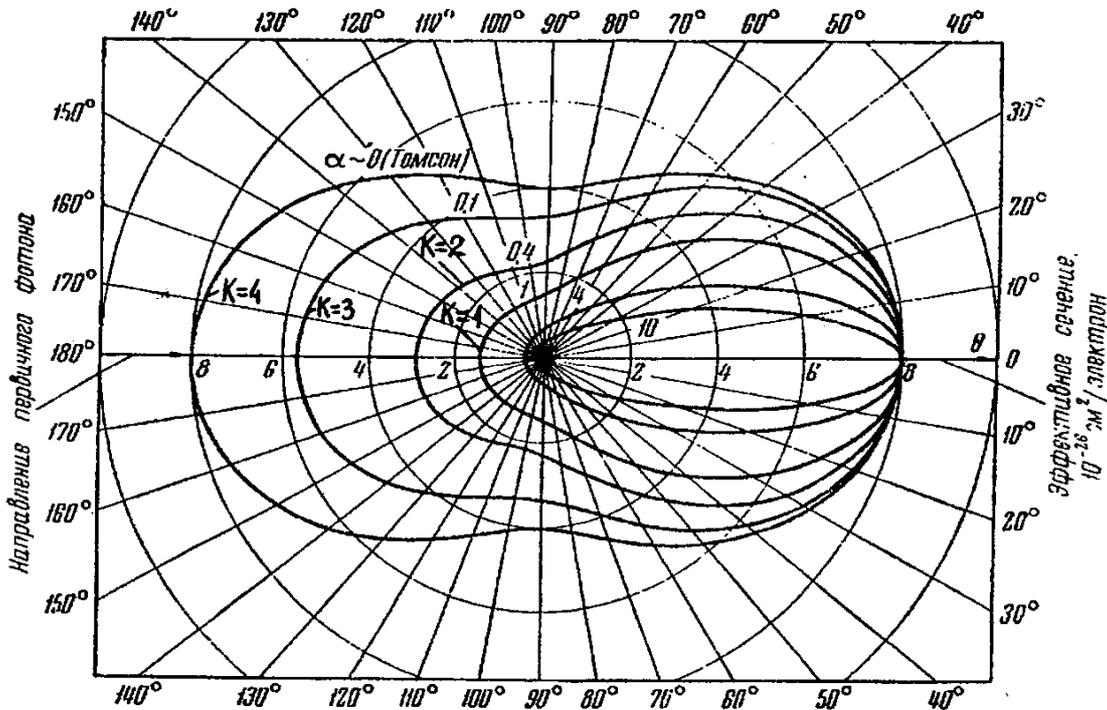


Рис. 2.7.11. Диаграмма направленности пучка рассеянного гамма-излучения: K – кратность рассеяния (количество столкновений гамма-кванта с электронными оболочками атомов); направление первичного пучка – 0° ; $E_0 = 1$ мэВ

С увеличением угла θ энергия рассеянных квантов уменьшается и достигает минимального значения при рассеянии в обратном направлении ($\theta = \pi$), относительный вклад которого тем больше, чем меньше E_0 . С уменьшением энергии падающих фотонов различие между ε_0 и ε уменьшается при рассеянии под любыми углами.

На практике кроме параметра $\varepsilon_{e,k}$ используется величина $\sigma_k = \varepsilon_{e,k} n_e$, где n_e – электронная плотность среды (число электронов в 1 см^3):

$$n_e = \frac{A_0 \rho Z}{A}. \quad (2.7.59)$$

Полагая $Z/A = \text{const}$, получим:

$$\sigma_k = \rho A_0 f_k(E_\gamma). \quad (2.7.60)$$

Другими словами, вероятность комптоновского рассеяния на единице длины переноса (1 см) линейно зависит от плотности среды.

В некоторых случаях необходимо учесть долю энергии, передаваемую веществу при комптоновском взаимодействии. С этой целью величину комптоновского сечения расчленяют на две части: $\sigma_k = \sigma_{кр} + \sigma_{кп}$, где $\sigma_{кр}$ – сечение рассеяния гамма-кванта; $\sigma_{кп}$ – сечение поглощения энергии гамма-кванта электроном.

Образование электронно-позитронных пар

При достаточно высокой энергии гамма-кванта ($E_\gamma > 2m_e c^2$) наряду с фотоэффектом и эффектом Комптона может происходить третий вид взаимодействия гамма-квантов с веществом – образование электронно-позитронных пар. Процесс заключается в исчезновении гамма-кванта вблизи ядра и образовании за счет его энергии двух частиц – электрона и позитрона. Кинетическая энергия возникшей пары равна энергии гамма-кванта, уменьшенной на суммарную энергию покоя электрона и позитрона ($2m_e c^2$). Поэтому процесс образования пар имеет энергетический порог, равный 1,022 МэВ. Как и фотоэффект, процесс образования пар сопровождается гамма-излучением, связанным с аннигиляцией позитрона. Исчезновение позитрона сопровождается выделением эквивалентной энергии путем высвечивания в противоположных направлениях двух гамма-квантов, каждый из которых имеет энергию 0,511 МэВ.

Эффект образования пар становится заметным при энергии первичных квантов, больших 5 МэВ. Сечение ядерного поглощения σ_n пропорционально Z^2 и сложным образом зависит от энергии гамма-кванта: вначале σ_n растет примерно пропорционально $(h\nu - 1,02)$, а при больших значениях энергии зависимость σ_n близка к логарифмической.

Сечение поглощения (на атом) с образованием пар:

$$\sigma_n = 5,78 \cdot 10^{-24} Z^2 f_n(E_\gamma). \quad (2.7.61)$$

Вероятность образования электронно-позитронных пар на единице длины переноса в массовых единицах:

$$\bar{\mu}_n = \rho \frac{A_0}{A} Z^2 5,78 \cdot 10^{-24} f_n(E_\gamma). \quad (2.7.62)$$

Зависимость массового коэффициента поглощения гамма-излучения при образовании электронно-позитронных пар от энергии гамма-излучения приведена на рис. 2.7.12.

В ходе всех трех процессов взаимодействия теряется энергия гамма-излучения. Полное сечение взаимодействия будет представлять сумму сечений всех трех взаимодействий, каждое из которых характерно для определенных энергий гамма-квантов (см. рис. 2.7.8): гамма-кванты низкой (менее 0,5 МэВ) и высокой (> 3 мэВ) энергий горная порода преимущественно поглощает, причем тем интенсивнее, чем выше её эффективный порядковый номер, а гамма-кванты средних интервалов энергий преимущественно рассеивает, и этот процесс не зависит от элементного состава породы, т. е. её $Z_{эф}$.

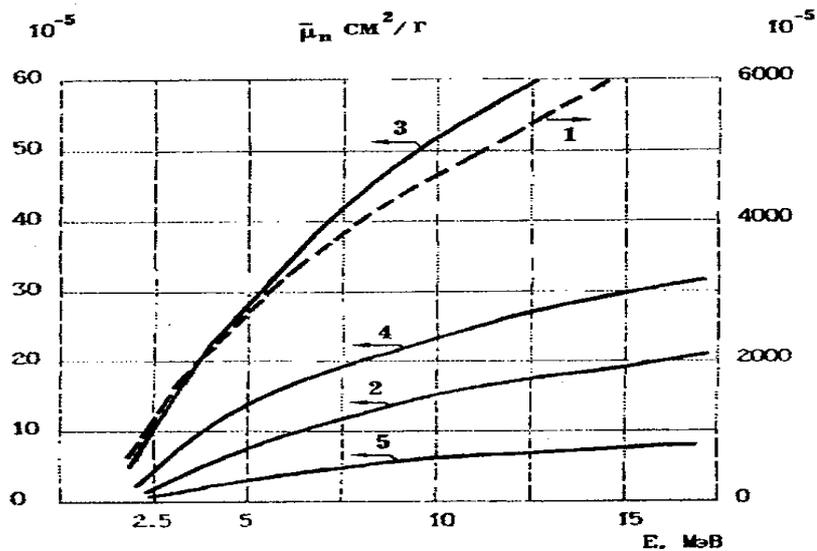


Рис. 2.7.12. Зависимость массового коэффициента поглощения гамма-излучения при образовании электронно-позитронных пар от энергии гамма-излучения:

1 – свинец; 2 – гранит; 3 – бурый железняк; 4 – габбро; 5 – магнетит

Полное сечение взаимодействия на атом (ядро):

$$\sigma = \sigma_{\phi} + \sigma_{\kappa} + \sigma_{\pi}. \quad (2.7.63)$$

Соответственно полный линейный коэффициент ослабления гамма-квантов:

$$\mu = \frac{A_0 \rho}{A} (\sigma_{\phi} + Z \sigma_{\kappa} + \sigma_{\pi}). \quad (2.7.64)$$

Гамма-лучевые свойства горных пород

Измеряя гамма-излучение, прошедшее через горную породу, можно определить её поглощающие и рассеивающие способности, приблизительно оценить элементный состав и плотность породы. Для разделения влияния $Z_{\text{эф}}$ и ρ на распределение гамма-квантов используются различные интервалы энергии: для определения ρ – область комптоновского рассеяния, для определения $Z_{\text{эф}}$ – область фотоэлектрического поглощения (см. рис. 2.7.9).

Влияние элементного состава на распределение гамма-квантов сказывается через $Z_{\text{эф}}$. Безрудные горные породы характеризуются значениями $Z_{\text{эф}}$, близкими к порядковому номеру кремния – 14. Несколько более высокими значениями отличаются породы повышенной основности (за счет железа) и известняки. Увеличение в породах содержания тяжелых элементов приводит к повышению их $Z_{\text{эф}}$ и способности к поглощению гамма-квантов. Так, по аномальному поглощению гамма-излучения могут быть обнаружены баритовые, хромитовые, галенитовые и другие руды тяжелых металлов. Более высокие значения $Z_{\text{эф}}$ минералов этих металлов в сравнении с эффективными порядковыми номерами пород приводят к аномальному поглощению гамма-излучения. Значения коэффициентов поглощения показывают, что в этих минералах вероятность поглощения энергии гамма-излучения в среднем в два раза выше, чем в безрудных породах.

Роль того или иного процесса взаимодействия гамма-излучения с веществом зависит от состава этого вещества и от его плотности. Под гамма-лучевыми свойствами горных пород понимают способность вещества изменять энергию и величину проходящего через него первичного потока гамма-квантов.

Гамма-излучением называют электромагнитные колебания высокой частоты ($\nu > 10^{20} \text{ с}^{-1}$), возникающие при изменении энергетического состояния ядер атомов при ядерных превращениях. Гамма-излучение представляет собой движущийся со скоростью света поток гамма-квантов, имеющих определенный спектр энергий.

Энергия гамма-квантов E связана с частотой ν известным выражением $E = h\nu$, где h – постоянная Планка, равная $4,13 \cdot 10^{-21}$ МэВ/с. При взаимодействии гамма-излучения с веществом их энергия передается, главным образом, электронам. Поэтому ее удобно выражать в долях энергии покоящегося электрона, $E_0 = m_e c^2 = 0,511$ мэВ, где m_e – масса покоя электрона. Энергию, выраженную в единицах массы покоящегося электрона, обозначают α , т. е. $\alpha = E/E_0$.

Первые опыты по изучению ослабления гамма-излучения различными веществами выявили экспоненциальный закон ослабления гамма-излучения в веществе: $I = I_0 \exp(-\mu d)$, где I_0 и I – соответственно интенсивности гамма-излучения пучка до и после его ослабления слоем вещества толщиной d ; μ – коэффициент пропорциональности, который называется *линейным коэффициентом ослабления гамма-излучения*, имеющим размерность см^{-1} .

Очевидно, что вероятность взаимодействия гамма-излучения с веществом зависит от концентрации атомов в единице объема вещества, т. е. от плотности вещества. Поэтому в качестве характеристики взаимодействия используют отношение линейного коэффициента ослабления μ для данного вещества к его плотности. Отношение $\bar{\mu} = \mu/\rho$, называется *массовым эффективным коэффициентом ослабления гамма-излучения* в веществе.

Поскольку гамма-излучение взаимодействует в основном с электронными оболочками атомов вещества, часто выражают вероятность взаимодействия гамма-излучения с веществом в расчете на один электрон. Для этого достаточно поделить величину линейного коэффициента ослабления излучения на количество электронов в единице объема вещества. Искомое количество электронов в 1 см^3 (электронную плотность) можно подсчитать по формуле $n = \frac{A_0 \rho Z}{A}$, где Z – атомный номер вещества; ρ – плотность вещества; A_0 – число Авогадро, равное $6,02 \cdot 10^{23}$ ядер/моль. Тогда вероятность взаимодействия гамма-квантов на электрон $\sigma = \mu / n = \frac{\bar{\mu} A}{Z A_0}$.

Величина σ называется эффективным сечением взаимодействия гамма-излучения с веществом. Она имеет размерность площади и выражается в барнах ($1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2$).

Другим параметром гамма-лучевых свойств горных пород является коэффициент аномальной электронной плотности среды, который для i -го элемента определяется отношением атомного номера Z_i к атомной массе A_i этого элемента. Для основных породообразующих элементов (кислород, кремний,

алюминий, натрий, кальций, магний), за исключением железа, это отношение равно, с наибольшими вариациями, 0,5.

Исключение составляют очень легкие ($A \leq 10$) и тяжелые элементы ($A \geq 30$). Таким образом, для большинства горных пород, не содержащих в значительных концентрациях тяжелые элементы, отношение Z/A постоянно и равно 0,5.

Из процессов взаимодействия гамма-излучения с веществом для гамма-излучения с энергией до 3 МэВ основную роль играют фотоэффект, комптоновское рассеяние гамма-квантов и эффект образования электронно-позитронных пар.

Эффективное сечение взаимодействия представляет собой сумму эффективных сечений фотоэффекта σ_{ϕ} , комптоновского рассеяния σ_{κ} и образования пар σ_{Π} : $\sigma = \sigma_{\phi} + \sigma_{\kappa} + \sigma_{\Pi}$. Причем сечение взаимодействия при комптоновском эффекте состоит из эффективного сечения комптоновского поглощения $\sigma_{\kappa\Pi}$ и комптоновского рассеяния $\sigma_{\kappa\rho}$.

2.7.5. Спектрометрия естественного гамма-излучения

Гамма-каротаж (ГК) заключается в измерении гамма-излучения естественных радиоактивных элементов (ЕРЭ), содержащихся в горных породах, пересеченных скважиной. Интенсивность и энергетический спектр регистрируемого излучения зависят от состава, концентрации и пространственного распределения ЕРЭ, а также от плотности и эффективного атомного номера горных пород. Наиболее распространенными ЕРЭ являются: U (и образующийся из него Ra), Th и K. Каждая из разновидностей горных пород характеризуется своим диапазоном изменения содержаний ЕРЭ и, соответственно, своим диапазоном естественной радиоактивности. Энергетические спектры ЕРЭ калия и равновесных рядов урана и тория приведены на рис. 2.7.13.

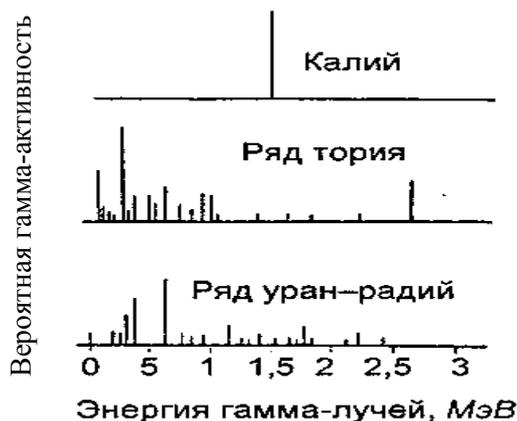


Рис. 2.7.13. Линейчатые спектры гамма-излучений радиоактивных элементов [9]

Основными гамма-излучателями семейства урана являются продукты распада эманации радия – радона (RaB , RaC , RaC^1). Особенностью этого семейства является то, что на долю продуктов распада урана, расположенных в цепи превращений до радия, приходится лишь 2 % от общего гамма-излучения ряда. Вследствие этого при нарушении в горных породах радиоактивного равновесия между ураном и радием в сторону недостатка радия гамма-активность породы резко снижается, и, наоборот, породы, обогащенные солями радия или радоном

даже при отсутствии в них урана являются гамма-активными. Средняя энергия гамма-квантов в спектре равновесного радия равна 0,86 МэВ.

Спектрометрический ГК (ГК-С) служит для отдельного определения содержаний U, Th и K в породах и рудах, пересеченных скважиной. Спектрометрический гамма-метод основан на зависимости распределения скоростей счета по амплитудам импульсов при регистрации моноэнергетического гамма-излучения от содержания радиоактивных элементов, испускающих гамма-лучи соответствующих энергий.

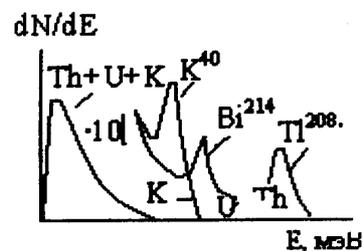
Гамма-лучи, испускаемые атомными ядрами при радиоактивном распаде, имеют дискретный (линейчатый) спектр энергий (см. рис. 2.7.13), который в результате рассеяния и поглощения породой, промывочной жидкостью и стальной гильзой радиометра преобразуется в непрерывный спектр гамма-излучения с наложением на него отдельных первичных линий (рис. 2.7.14).

Спектр энергии гамма-квантов является признаком самого радиоактивного вещества. Следовательно, по исходному дискретному спектру энергий гамма-лучей можно установить изотопный состав и число радиоактивных ядер.

Спектральный состав гамма-излучения при опробовании больших масс руды отличается от первичного состава ЕРЭ и определяется рассеянным гамма-излучением, возникающим в руде при распространении гамма-лучей. При прохождении через вещество первоначально дискретный спектр (см. рис. 2.7.13) превращается в непрерывный.

Дифференциальные аппаратные спектры гамма-излучения, полученные на ненасыщенных моделях радиоактивных руд, содержащих радий, торий и калий, приведены на рис. 2.7.14.

Рис. 2.7.14. Дифференциальные аппаратные спектры естественного гамма-излучения [36]



На энергетическом спектре гамма-квантов естественного гамма-излучения горных пород характерными значениями отмечается радий в энергетических интервалах 0,6; 1,76 МэВ; торий — 0,9; 1,6; 2,6 МэВ и калий — 1,46 МэВ.

В связи с этим для оценки содержания в породах радия, тория и калия требуется не полный дифференциальный гамма-спектр, а только результаты измерений интенсивности естественного гамма-излучения горных пород в трех определенных энергетических интервалах. Следовательно, гамма-спектрометрические исследования скважин могут быть сведены к одновременной регистрации трех кривых интенсивности гамма-излучения при разных уровнях дискриминации или в разных энергетических интервалах.

Эффективность этих исследований во многом зависит от правильности выбора энергетических интервалов исследуемого гамма-излучения. Энергетические интервалы спектра гамма-излучения при измерениях выбирают таким образом,

чтобы на каждом из них преобладало гамма-излучение энергии одного из определяемых элементов.

Для количественной оценки содержания различных радиоактивных элементов решают систему уравнений, число которых равно числу определяемых элементов. Естественная радиоактивность осадочных отложений практически всегда обусловлена присутствием в них только трех элементов (Ra, Th и ^{40}K), и для их оценки составляется система из трех уравнений.

$$N_1 = a_1 C_K + b_1 C_{\text{Ra}} + c_1 C_{\text{Th}};$$

$$N_2 = a_2 C_K + b_2 C_{\text{Ra}} + c_2 C_{\text{Th}};$$

$$N_3 = a_3 C_K + b_3 C_{\text{Ra}} + c_3 C_{\text{Th}},$$

где N_1, N_2, N_3 – число импульсов в трех определенных энергетических диапазонах гамма-спектра; $C_K, C_{\text{Ra}}, C_{\text{Th}}$ – содержание калия, радия и тория в объекте соответственно; a_i, b_i, c_i ($i = 1, 2, 3$) – градуировочные коэффициенты, представляющие собой скорости счета в i -м канале («окне») спектрометра на единицу содержания Ra, Th и K соответственно. Значения градуировочных коэффициентов определяются при спектрометрии эталонных объектов с известными содержаниями Ra, Th и K.

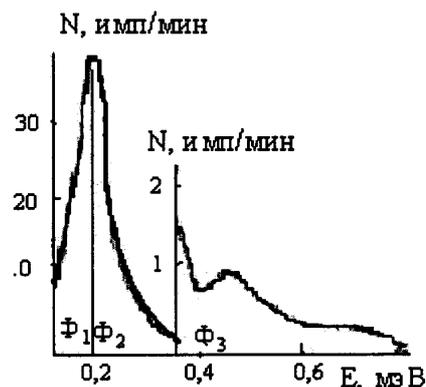
Определение отдельного содержания в породах урана, радия, тория и калия, по данным спектрометрии естественного гамма-излучения, позволяет решать конкретные задачи как общей, так и прикладной геологии: выяснение механизма и скорости выветривания горных пород по состоянию радиоактивного равновесия в ряду уран – радий; изучение геохимической цикличности, восстановление условий осадконакопления горных пород и корреляция немых толщ; выяснение фациальных характеристик и интенсивности тектонических движений структур, благоприятных для аккумуляции нефти и газа; изучение особенностей и генезиса изверженных и метаморфических горных пород и т. д.

Большие перспективы открываются перед гамма-спектрометрией горных пород и в нефтегазопромысловый геологии и геофизике: выделение в карбонатном разрезе вторичных доломитов, определение глинистости и нерастворимого осадка пластов-коллекторов с малой погрешностью (8 – 10 %), установление минерального состава глинистых пород и т. д.

Определение вещественного состава и плотности радиоактивного сырья

Вероятность фотоэффекта резко зависит от заряда атомов вещества $Z_{\text{эф}}$, на которых происходит фотоэффект. Поэтому по величине потока гамма-излучения в области энергий фотоэффекта можно определить вещественный состав радиоактивного сырья, который определяется эффективным атомным номером слагающих его атомов $Z_{\text{эф}}$ (рис. 2.7.15). Область фотоэффекта выбирается слева от фотопика многократно рассеянного гамма-излучения (25 – 80 КэВ). Эту область Φ_1 надо пронормировать на поток гамма-излучения в комптоновской области энергий Φ_2 (150 - 400 КэВ), которая зависит от плотности радиоактивного сырья, но уже не зависит от номера среды. При этом исключается зависимость потока в области фотоэффекта от плотности радиоактивного сырья. Отношение Φ_1/Φ_2 будет функцией только $Z_{\text{эф}}$.

Рис. 2.7.15. Раздельное определение состава и плотности радиоактивного сырья:
 Φ_1 – поток гамма-излучения в области фотоэффекта;
 Φ_2 – поток гамма-излучения в комптоновской области энергий;
 Φ_3 – поток гамма-излучения в жесткой области спектра



Зависимость от плотности проявляется только в комптоновской области энергий Φ_2 . В жесткой области спектра Φ_3 (более 400 КэВ) эта зависимость отсутствует. Поэтому отношение Φ_2/Φ_3 зависит только от плотности радиоактивного вещества. Спектральные области естественного гамма-излучения для раздельного определения состава и плотности радиоактивного сырья приведены на рис. 2.7.15. Градуировочные зависимости для раздельного определения плотности радиоактивного сырья и эффективного атомного номера $Z_{эф}$ в зависимости от отношений Φ_1/Φ_2 и Φ_2/Φ_3 приведены на рис. 2.7.16.

Рис. 2.7.16. Градуировочные зависимости плотности ρ и вещественного состава радиоактивного сырья $Z_{эф}$ от отношений областей спектра Φ_2/Φ_1 и Φ_2/Φ_3

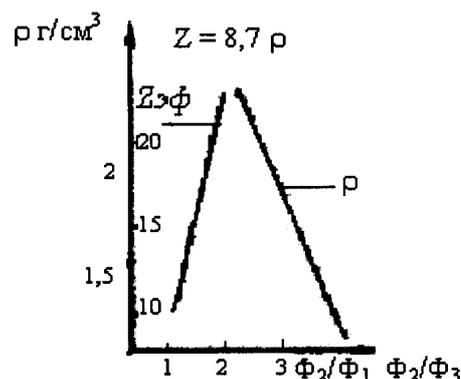
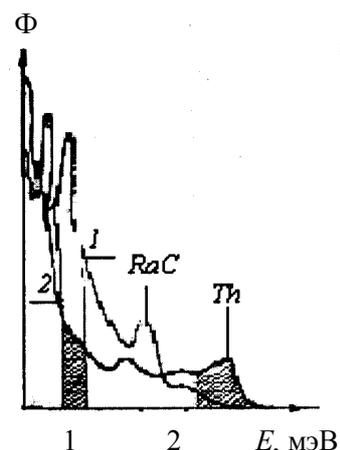


Рис. 2.7.17. Ураноториевая руда:
 1 – радиевая составляющая в равновесной урановой руде;
 2 – ториевая составляющая в ураноториевой руде.
 Заштрихован вклад тория в радиевую составляющую равновесной урановой руды



На месторождениях радиоактивных руд обычно интересует урановая природа радиоактивности, так как уран является основой атомной энергетики.

По данным спектрометрии гамма-излучения, урановую природу радиоактивности можно определить автоматически. Для этого следует удалить вклад тория линия ThC'' (2,62 МэВ) из линии RaC (1,12 МэВ) ураноториевой руды.

Спектр ураноториевой руды приведен на рис. 2.7.17. Окна для выполнения операции вычитания подбираются на моделях ураноториевых руд при наличии и отсутствии тория в руде.

2.8. Естественная нейтронная активность горных пород

Попытка обнаружить и измерить естественное нейтронное излучение горных пород была впервые предпринята в 1938 г. Г. В. Горшковым и др. [4]. Обоснованием для постановки этих работ послужила идея о возможности регистрации нейтронного излучения, вызываемого ядерной реакцией (α, n) на легких ядрах. Поскольку все горные породы содержат в своем составе некоторое количество легких элементов, предполагалось, что в горных породах возникает нейтронное излучение, обусловленное реакцией (α, n) на легких ядрах. Измерения проводились ионизационной камерой, наполненной трехфтористым бором. Было установлено, что интенсивность нейтронного излучения горных пород с нормальным содержанием радиоактивных элементов на два порядка ниже интенсивности нейтронной компоненты космического излучения на уровне моря. Таким образом, вопросы практического использования естественного нейтронного излучения природных образований начали привлекать исследователей еще до открытия спонтанного деления тяжелых ядер. Спонтанное деление тяжелых ядер, сопровождающееся нейтронным излучением, было открыто в 1940 г. в Ленинграде советскими физиками К. А. Петржаком и Г. Н. Флеровым под руководством И. В. Курчатова. Открытие нового вида радиоактивного превращения расширило представление о природе естественного нейтронного излучения горных пород и было положено в основу идеи об использовании нейтронного излучения для поисков тяжелых элементов, подверженных спонтанному делению.

Учитывая малую величину нейтронного излучения горных пород и наличие космической компоненты нейтронного пучения, дальнейшие исследования естественного нейтронного поля горных пород были перенесены в горные выработки. В достаточно глубоких выработках влияние космической компоненты излучения удалось устранить. Поэтому в результате измерений в ряде случаев было зарегистрировано нейтронное излучение горных пород, превышающее погрешность наблюдений.

Сопоставление результатов измерения потока нейтронов с гамма-активностью пород позволило установить между этими параметрами прямую зависимость. С увеличением гамма-активности поток нейтронов возрастает. В среднем повышение гамма-активности на 100 мкР/ч вызывает средний прирост нейтронов, равный 26 нейтрон ($\text{см}^2 \cdot \text{сут}$) для быстрых нейтронов и 46 нейтрон ($\text{см}^2 \cdot \text{сут}$) – для тепловых.

В 1960 г. Чердынцев В. В. и его сотрудники впервые осуществили нейтронный каротаж скважин. При измерениях использовался пропорциональный счетчик, наполненный трехфтористым бором, типа СНМ-8. Счетчик был окружен слоем парафина толщиной 6 мм. Диаметр каротажного снаряда был равен 65 мм. Результаты измерений на танталониобиевом месторождении свидетельствуют о том, что величина нейтронного потока прямо пропорциональна со-

держанию фтора и радиоактивных элементов. Этот факт указывает на то, что реакция (α, n) на легких ядрах и спонтанное деление тяжелых ядер играют основную роль при образовании естественного нейтронного поля горных пород.

В дальнейшем для изучения горных пород наряду с газоразрядными стали использовать сцинтилляционные счетчики. Детектор нейтронов представлял собой сцинтиллятор, содержащий обогащенный борной кислотой сернистый цинк, активированный серебром. Измерение скорости счета производилось счетчиком с экраном из кадмия толщиной 1 мм и без экрана. Разность показаний счетчика без кадмия и с кадмием принималась за чистый эффект, обусловленный тепловыми нейтронами.

Измерение потока тепловых нейтронов путем регистрации кадмиевой разности производилось на горных породах с различным содержанием радиоактивных элементов.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что естественный нейтронный фон горных пород с кларковым содержанием радиоактивных элементов достигает 5-10 нейтрон ($\text{см}^2 \cdot \text{сут}$). В результате исследования природы нейтронного излучения горных пород установлено, что основным источником нейтронов являются реакция (α, n) на ядрах кислорода, алюминия и кремния и спонтанное деление ядер урана-238.

Горные породы могут содержать повышенные концентрации радиоактивных элементов, которые в урановых минералах и рудах могут достигать десятков процентов. В собственно урановых и ториевых минералах содержание урана и тория превышает 40 %. При переходе от горных пород с нормальным содержанием радиоактивных элементов к рудам изменяется природа нейтронного излучения. С увеличением содержания радиоактивных элементов доля нейтронов, обусловленная спонтанным делением ядер урана-238, увеличивается, а доля нейтронов, обусловленная реакцией (α, n) на легких ядрах, уменьшается. Доля спонтанных нейтронов возрастает в зависимости от химического состава, – с 13-18 до 30-76 %. Выход нейтронов для чистого урана на 100 % обусловлен спонтанным делением его ядер, так как роль реакции (α, n) пренебрежимо мала ввиду отсутствия легких ядер. Для металлического урана выход нейтронов на единицу массы равен 0,015 нейтрон/с на 1 г урана.

Учитывая сказанное, Ю. Н. Бурмистенко (1965 г.) предложил использовать результаты измерений потока нейтронов спонтанного деления для идентификации урана в скважинах. Опробование урановых руд по результатам буровых работ, основанное на химическом анализе керна, является трудоемкой и дорогостоящей операцией. Качество результатов и оперативность опробования часто не соответствуют требованиям производства из-за неполного выхода керна и значительного разрыва во времени между отбором керна и получением результатов химического анализа. Это обстоятельство снижает эффективность геологоразведочных работ при разведке урана. Возникла настоятельная потребность в разработке эффективных методов бескерновой документации разрезов скважин на месторождениях урановых руд.

В настоящее время для определения содержания урана в скважинах используется традиционный гамма-метод, основанный на измерении гамма-излучения

короткоживущих продуктов распада радия. Недостатком этого метода является зависимость результатов измерений от радиоактивного равновесия урановых руд. Для определения содержания урана гамма-методом необходимо предварительно получить информацию о радиоактивном равновесии руды. Для определения радиоактивного равновесия руд прибегают к исследованию керн буровых скважин. При этом теряются все преимущества бескерновой документации скважин.

Для определения истинного содержания урана в неравновесных урановых рудах большое значение имеют прямые методы идентификации урана в скважинах. Одним из методов прямого определения содержания урана в скважинах является каротаж нейтронов спонтанного деления ядер урана (СНДК). Преимуществом каротажа спонтанных нейтронов деления является возможность определения содержания урана вне зависимости от радиоактивного равновесия руд и их эманлирующей способности.

2.8.1. Образование нейтронов в горных породах

Различают следующие процессы, приводящие к образованию свободных нейтронов в горных породах: 1) появление нейтронов в атмосфере вблизи земной поверхности и проникновение атмосферных нейтронов в горные породы; 2) взаимодействие космического излучения с горными породами вблизи земной поверхности; 3) ядерные реакции (α, n) и (γ, n) на легких ядрах; 4) спонтанное деление тяжелых ядер и 5) нейтроноиндуцированное деление тяжелых ядер.

Процессы захвата атмосферных нейтронов и образование нейтронов в горных породах под действием космического излучения возможны лишь в верхнем слое земной коры, который непосредственно прилегает к земной поверхности. Нейтроноиндуцированное деление тяжелых ядер вносит заметный вклад лишь при высоких концентрациях способных к делению тяжелых ядер. Таким образом, основными процессами, ответственными за появление нейтронов в горных породах, следует считать реакции (α, n) и (γ, n) на легких ядрах и спонтанное деление тяжелых ядер.

Вопрос об источниках естественного нейтронного поля подробно изучен Г. В. Горшковым и другими [4]. Результаты этой работы позволили установить следующее.

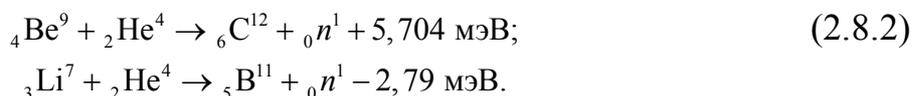
Реакция (α, n) – захват ядром альфа-частицы с испусканием нейтрона. Иногда ядро-продукт оказывается возбужденным и, возвращаясь в исходное состояние, испускает гамма-кванты. Реакция (α, n) осуществляется по следующей схеме:



где Z – порядковый номер элемента X ; A – массовое число; Q – энергия реакции.

Значение Q может быть больше нуля для экзотермических реакций или меньше нуля для эндотермических.

Примером реакции (α, n) могут служить реакции на легких ядрах бериллия и лития:



Реакция (γ, n) – захват ядром гамма-кванта с испусканием нейтрона или ядерный фотоэффект. Реакция (γ, n) осуществляется по следующей схеме:



Примером может служить реакция



Воспроизводство нейтронов в природных объектах, содержащих ядра урана, аналогично процессу воспроизводства в подкритическом ядерном реакторе. Специфическими особенностями природной подкритической системы являются относительно малое содержание изотопа-235 и наличие многочисленных элементов-примесей, поглощающих нейтроны.

Реакция деления тяжелых ядер. Различают спонтанное деление тяжелых ядер, т. е. самопроизвольное расщепление ядер на осколки с образованием двух-трех нейтронов и индуцированное деление тяжелых ядер (n, f), т. е. захват ядром нейтрона, сопровождающийся расщеплением ядра-продукта на осколки с образованием двух-трех новых нейтронов.

Образование нейтронов при спонтанном делении тяжелых ядер

Процесс спонтанного деления ядер урана сопровождается испусканием нейтронов. В результате спонтанного деления в горной породе возникают свободные нейтроны. На основании экспериментальных исследований было установлено, что уран природного изотопного состава испытывает самопроизвольное деление с периодом полураспада $T_{1/2} = 4,5$ млрд лет.

В 1941 г. Э. Ферми удалось впервые определить выход нейтронов при спонтанном делении ядер урана путем сравнения потока нейтронов деления с потоком нейтронов от источника известной мощности. Выход нейтронов оказался равным 15 нейтрон/с на 1 кг урана. Этот результат впоследствии неоднократно подтверждался с использованием различной техники эксперимента, и в настоящее время его можно считать достоверным.

Среднее число мгновенных нейтронов деления, испускаемых на один акт спонтанного деления ядер урана, можно рассчитать теоретически, используя известное число спонтанных делений в единицу времени на единицу массы урана и выход нейтронов при спонтанном делении. Расчетные и измеренные с помощью различной техники эксперимента значения среднего числа мгновенных нейтронов деления изменяются в пределах от 0,1 до 2,4 нейтронов на один акт спонтанного деления урана, составляя в среднем 2,1 нейтрон/акт.

Энергетический спектр нейтронов деления с достаточной точностью описывается максвелловским распределением. Средняя энергия спектра составляет 1,87 МэВ.

Нейтроны в горной породе могут возникать также в результате спонтанного деления ядер тория. Величина периода полураспада тория равна 14 млрд лет. Выход нейтронов при спонтанном делении тория составляет 0,1 нейтрон/с на 1 кг тория, т. е. в 150 раз меньше выхода при делении урана, поэтому на практике влиянием спонтанного излучения тория можно пренебречь. Средние числа нейтронов, испускаемых на каждый акт деления урана и тория, в преде-

лах погрешности измерений совпадают друг с другом. К настоящему времени спонтанное деление обнаружено и для других тяжелых ядер. Однако трансурановые элементы возникают в небольших количествах и не играют заметной роли в образовании естественного нейтронного поля.

Образование нейтронов при нейтроноиндуцированном делении тяжелых ядер

Нейтроны, появившиеся в горных породах в результате реакций (α, n) и (γ, n) и спонтанного деления, тоже могут вызывать деление тяжелых ядер. Нейтроноиндуцированное деление тяжелых ядер является дополнительным источником нейтронов в природных объектах.

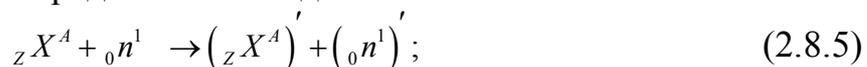
Вероятность нейтроноиндуцированного деления ядер урана зависит от энергии первичных нейтронов. Сечение деления природного урана для спектра нейтронов деления равно 0,29 барн, для тепловых нейтронов 4,3 барна. Увеличение сечения в области тепловых энергий объясняется наличием изотопа урана-235, содержание которого в природной смеси изотопов урана равно 0,7 %. Уран-235 делится под действием тепловых нейтронов. Сечение деления 590 барн.

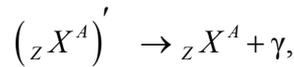
2.8.2. Свойства горных пород по отношению к переносу нейтронного излучения

Для бомбардирующих нейтронов характерны простейшие столкновения, не приводящие к изменению состава ядер горных пород. Эти столкновения обычно заканчиваются рассеянием. С точки зрения динамики столкновения рассеяние делится на упругое (n, n) , когда конечное ядро не возбуждается, и неупругое (n, n') , когда конечное ядро возбуждается. При упругом столкновении нейтрона с ядром происходит отклонение нейтрона от первоначального направления движения, и часть его кинетической энергии передается ядру. Кинетическая энергия ядра-мишени пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией бомбардирующего нейтрона. Ядро-мишень испытывает отдачу, а энергия бомбардирующего нейтрона уменьшается. Изменение энергии нейтрона происходит только за счет изменения кинетической энергии рассеивающего ядра. Внутренняя энергия рассеивающего ядра остается без изменения. Таким образом, при упругом рассеянии суммарная кинетическая энергия соударяющихся частиц не изменяется. С точки зрения механизма рассеяния упругое рассеяние делится на потенциальное, когда отклонение нейтрона происходит в поле ядерных сил, и резонансное, связанное с образованием составного ядра.

В результате неупругого рассеяния нейтрона (n, n') происходит изменение не только кинетической, но и внутренней энергии ядра-мишени. Образуется нейтрон и ядро отдачи с более высокой внутренней энергией. Из возбужденного состояния ядро-продукт переходит в основное состояние путем испускания гамма-квантов.

Реакцию (n, n') можно представить в виде:

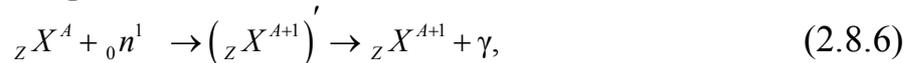




где ${}_Z X^A, \left({}_Z X^A\right)'$ – ядра исходного и возбужденного элемента X ; ${}_0 n^1, \left({}_0 n^1\right)'$ – поглощенный и выброшенный нейтроны с энергиями $E > E'$; γ – гамма-квант.

Реакция (n, n') наиболее вероятна для больших энергий нейтронов и тяжелых ядер.

Реакция (n, γ) – захват ядром нейтрона, сопровождающийся вылетом гамма-кванта. Возбужденное составное ядро, возникающее при захвате нейтрона, может перейти в основное состояние путем испускания гамма-излучения. Эта реакция носит название радиационного захвата:



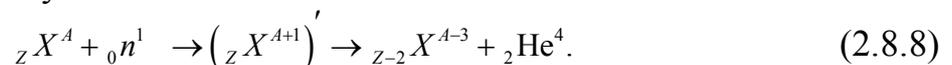
где $\left({}_Z X^{A+1}\right)'$ – возбужденное ядро элемента.

Например,

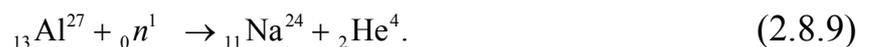


Радиационный захват возможен для любой энергии нейтрона, однако с уменьшением энергии вероятность этой реакции возрастает. Для быстрых нейтронов радиационным захватом можно пренебречь. В областях энергий $E < 10$ эВ захват является основным преобладающим процессом. Вероятность радиационного захвата в интервале энергий 0,1-1 МэВ следует закону $1/E$.

Реакция (n, α) – захват ядром нейтрона с испусканием альфа-частицы. В результате реакции часто образуется возбужденное ядро, переходящее в основное состояние путем излучения гамма-кванта:

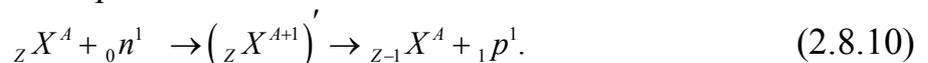


Например,

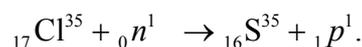


Реакция (n, p) – захват ядром нейтрона с испусканием протона. Ядро-продукт часто бывает радиоактивным, претерпевает бета-распад и испускает гамма-кванты.

Реакцию (n, p) можно представить в виде:



Например,



Реакция (n, f) – захват ядром нейтрона, сопровождающийся нейтроноиндуцированным расщеплением ядра-продукта на осколки с образованием двух-трех новых нейтронов. Осколки часто бывают радиоактивными. Деление ядер может происходить при любых энергиях нейтронов.

Реакция $(n, 2n)$ – захват ядром нейтрона с испусканием двух нейтронов. Вероятность этой реакции мала. Поэтому при изучении естественного нейтронного поля горных пород ее влиянием можно пренебречь.

Ядерные реакции (n, α) и (n, p) характерны, главным образом, для быстрых нейтронов, энергия которых достаточна для того, чтобы сообщить протону

или альфа-частице импульс, необходимый для преодоления потенциального барьера ядра. Эти реакции идут при энергиях $E > 1$ МэВ.

В процессе замедления условно выделяют два последовательных этапа: этап собственного замедления до энергий порядка 1 эВ и этап термализации при энергиях меньше 1 эВ, который имеет ряд специфических особенностей. На этапе замедления средняя энергия нейтронов значительно больше энергии теплового движения и химической связи атомов замедлителя, поэтому ядра мишени можно считать свободными и независимыми рассеивающими центрами. На этапе термализации приходится учитывать химическую связь атомов вещества.

Характер взаимодействия нейтрона с ядром зависит от энергии нейтрона и массы ядра-мишени. Атомные ядра горных пород разделяют на легкие ($A < 25$), средние ($25 < A < 80$) и тяжелые ($A > 80$). Горные породы состоят из легких ядер. Поэтому наибольший интерес для практических приложений представляет взаимодействие нейтронов с легкими ядрами.

Для быстрых нейтронов с энергией более 1 МэВ основным типом взаимодействия нейтронов с ядрами горных пород является рассеяние, которое может быть как упругим, так и неупругим. Однако при рассмотрении пространственно-энергетического распределения быстрых нейтронов неупругим рассеянием обычно пренебрегают. Вероятность захвата быстрых нейтронов пренебрежимо мала. Для тепловых нейтронов основными типами взаимодействия являются упругое и неупругое рассеяние на молекулах горных пород и поглощение нейтронов, которое чаще всего сводится к реакции радиационного захвата.

Большому многообразию типов взаимодействия нейтронов с веществом соответствует такое же количество типов парциальных эффективных сечений. При изучении пространственного распределения нейтронного поля представляют интерес лишь те из них, численные значения которых во много раз превосходят величину сечения остальных типов взаимодействия. К таким основным типам сечений относятся сечение рассеяния σ_s и сечение поглощения нейтрона ядром σ_a , которые связаны с полным сечением соотношением

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_a. \quad (2.8.11)$$

Поскольку в общем случае рассеяние в лабораторной системе координат анизотропно, то используют понятие дифференциального сечения рассеяния $\sigma_s(E' \rightarrow E, \vec{\omega}' \rightarrow \vec{\omega})$, которое определяет вероятность процесса, при котором нейтрон с энергией E' , имеющий направление $\vec{\omega}'$, приобретает энергию E и рассеивается в направлении $\vec{\omega}$. Интеграл от дифференциального сечения рассеяния по всем энергиям и полному телесному углу равен полному сечению рассеяния.

Подсчитаем эффективную площадь поперечных сечений всех ядер, которые содержатся в 1 см^3 вещества. Пусть пучок моноэнергетических нейтронов падает нормально одной из боковых поверхностей выделенного кубика. Если выделенный кубический сантиметр вещества содержит N ядер с одинаковым поперечным сечением, то эффективная площадь всех ядер мишени при условии их пренебрежимо малого взаимного затемнения:

$$\Sigma = N\sigma. \quad (2.8.12)$$

Величина Σ , равная полному поперечному сечению всех ядер в 1 см^3 вещества, носит название макроскопического поперечного сечения. Ее можно рассматривать как вероятность того, что нейтрон испытает акт взаимодействия с веществом на отрезке длиной 1 см . Макроскопическое сечение взаимодействия имеет размерность обратной длины, см^{-1} :

$$N = \frac{A_0 \rho}{A}, \quad (2.8.13)$$

где ρ – плотность вещества; A_0 – число Авогадро, равное количеству ядер в одной моли вещества; A – атомная масса вещества.

В соответствии с типом реакций взаимодействия различают макроскопические сечения рассеяния Σ_s и захвата Σ_a , сумма которых равна полному макроскопическому сечению взаимодействия:

$$\Sigma = \Sigma_s + \Sigma_a. \quad (2.8.14)$$

Подсчитаем число взаимодействий Ψ , которые происходят с нейтронами в 1 см^3 . Предположим, что коллимированный ток нейтронов J падает нормально к поверхности вещества, содержащего N идентичных атомных ядер в 1 см^3 вещества. Предполагая, что ток нейтронов проникает через вещество практически без ослабления, получаем общее число взаимодействий Ψ , которые произойдут с нейтронами в единицу времени в 1 см^3 вещества:

$$\Psi = JN\sigma = \mathcal{J}\Sigma; \quad (2.8.15)$$

$$\Psi = \Phi\Sigma. \quad (2.8.16)$$

Для пород сложного химического состава, состоящих из n элементов, макроскопические сечения взаимодействия нейтронов вычисляют по формуле

$$\Sigma = \frac{A_0 \rho}{100} \sum_{i=1}^n \frac{p_i \sigma_i}{A_i}, \quad (2.8.17)$$

где ρ – плотность горной породы; A_0 – число Авогадро; p_i , σ_i , A_i – процентное весовое содержание, поперечное сечение взаимодействия (микроскопическое сечение) и атомный вес i -го элемента.

$$\Sigma = \frac{A_0}{100} \left[\rho_T (1 - K_{\Pi}) \sum_{i=1}^n \frac{p_{Ti} \sigma_{Ti}}{A_{Ti}} + K_{\Pi} \rho_{ж} \sum_{i=1}^m \frac{p_{жи} \sigma_{жи}}{A_{жи}} \right], \quad (2.8.18)$$

где K_{Π} – коэффициент пористости; ρ_T , $\rho_{ж}$ – плотность твердой и жидкой частей горных пород; p_{Ti} , σ_{Ti} , A_{Ti} – процентное весовое содержание, поперечное сечение взаимодействия и атомный вес i -го элемента твердой части горных пород; $p_{жи}$, $\sigma_{жи}$, $A_{жи}$ – процентное весовое содержание, поперечное сечение взаимодействия и атомный вес i -го элемента жидкой части горных пород.

Пусть на материальную плоскопараллельную пластину толщиной x нормально к ее поверхности падает параллельный пучок моноэнергетических нейтронов J_0 . В процессе прохождения нейтронов через вещество происходит выбывание нейтронов из пучка вследствие реакций рассеяния и поглощения. Вероятность того, что произойдет столкновение нейтрона с ядром вещества, пропорциональна длине пути dx в веществе и равна Σdx . Число взаимодействий нейтронов с ядрами вещества на пути dx равно $\mathcal{J}\Sigma dx$. Провзаимодействовавшие нейтроны оказываются выведенными из первичного пучка, поэтому ослабление

пучка можно представить в виде $dJ = -J\Sigma dx$. Решая полученное уравнение при граничном условии $J = J_0$ при $x = 0$, находим:

$$J(x) = J_0 e^{-\Sigma x}. \quad (2.8.19)$$

Таким образом, доля $e^{-\Sigma x}$ падающих нейтронов проходит расстояние x без столкновений, т. е. величина $e^{-\Sigma x}$ равна вероятности прохождения нейтронами слоя вещества толщиной x без столкновений. Найдем среднюю длину того пути, который нейтроны проходят без столкновений. Используя обычный метод вычисления средней величины, находим среднюю длину свободного пробега до столкновения λ в виде:

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\Sigma x} \Sigma dx}{\int_0^{\infty} e^{-\Sigma x} dx} = \frac{1}{\Sigma}. \quad (2.8.20)$$

Таким образом, средняя длина свободного пробега равна обратной величине макроскопического поперечного сечения. Из полученного соотношения следует, что Σ имеет смысл среднего числа столкновений на единицу длины пройденного пути.

При расчетах предполагают, что наиболее часто происходят реакции рассеяния и поглощения нейтрона ядром. Поэтому различают среднюю длину пробега до рассеяния λ_s и до поглощения λ_a , которые связаны с величиной свободного пробега λ соотношением

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_a}. \quad (2.8.21)$$

2.8.3. Замедление быстрых нейтронов

Потеря энергии нейтрона при столкновении с ядром

Можно показать, что отношение энергии нейтрона после столкновения E к энергии до столкновения E_0 :

$$\frac{E}{E_0} = \frac{v^2}{v_0^2} = \frac{(A^2 + 2A \cos \varphi + 1)}{(A+1)^2}. \quad (2.8.22)$$

Обозначая $\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$ через α , выражение (2.8.22) можно переписать в виде

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{2} [(1+\alpha) + (1-\alpha) \cos \varphi]. \quad (2.8.23)$$

Таким образом, потеря энергии нейтрона при столкновении его с ядром зависит от массы ядра A и угла рассеяния φ .

При скользящем ударе $\varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$ и $E/E_0 = 1$, т. е. нейтрон не теряет энергии и продолжает движение с прежней скоростью в первоначальном направлении. При лобовом ударе нейтрон отскакивает в направлении, противоположном первоначальному движению $\varphi = \pi$, $\cos \varphi = -1$, $E/E_0 = \alpha$. В этом случае потеря энергии максимальна:

$$\frac{E_0 - E}{E_0} = 1 - \alpha. \quad (2.8.24)$$

В тяжелых замедлителях $A \gg 1$ нейтроны практически не теряют энергии при упругих столкновениях. С уменьшением массы ядер эффективность замедлителя возрастает. Например, при столкновении с ядром водорода $A = 1$ ($\alpha = 0$) нейтрон может потерять всю свою энергию. Поэтому водородсодержащие среды обладают аномально высокой замедляющей способностью по отношению к переносу нейтронов.

Угловое распределение нейтронов при замедлении

В лабораторной системе координат сферическая симметрия рассеяния нейтронов отсутствует. Можно показать, что для замедлителя, состоящего из ядер с атомным весом A , средний косинус угла рассеяния нейтронов в лабораторной системе координат

$$\overline{\cos \vartheta} = \frac{2}{3A}. \quad (2.8.25)$$

Для тяжелых ядер $A \gg 1$ рассеяние в лабораторной системе координат сферически симметрично. Для легких ядер в лабораторной системе координат рассеяние происходит преимущественно вперед, оставаясь симметричным в системе центра масс нейтрона и ядра. Например, для водорода $A = 1$, $\overline{\cos \vartheta} = \frac{2}{3}$ и нейтрон рассеивается вперед.

Для учета преобладающего рассеяния вперед, которое имеет место для реальных энергий свободных нейтронов в природных рассеивающих средах, вместо средней длины рассеяния λ_s используется новая величина, которая называется *средней длиной переноса* λ_{tr} :

$$\lambda_{tr} = \lambda_s \left(1 + \overline{\cos \vartheta} + \overline{\cos^2 \vartheta} + \dots \right) = \frac{\lambda_s}{1 - \overline{\cos \vartheta}}. \quad (2.8.26)$$

Для пояснения физического смысла длины переноса заметим, что если рассеяние направлено преимущественно вперед, то $\overline{\cos \vartheta}$ положителен, и средняя длина переноса больше, чем средняя длина рассеяния, т.е. нейтрон при том же числе столкновений передвинется вперед на большее расстояние.

Аналогично длине переноса вводится понятие макроскопического сечения переноса Σ_{tr} , которое определяется соотношением

$$\Sigma_{tr} = \Sigma_s \left(1 - \overline{\cos \vartheta} \right). \quad (2.8.27)$$

Средняя логарифмическая потеря энергии и летаргия

Процесс замедления нейтронов описывается при помощи понятия средней логарифмической потери энергии нейтрона при одном соударении с ядром ξ . Для значений $A > 10$ с точностью до 1 % справедливо соотношение

$$\xi = \frac{2}{A + \frac{2}{3}}. \quad (2.8.28)$$

Для $A = 1$ и $A = \infty$ функция ξ неопределенна. Поэтому для этих двух значений она доопределяется: $\xi = 1$ для $A = 1$ и $\xi = 0$ для $A = \infty$. Первый случай со-

ответствует использованию в качестве замедлителя ядер водорода, второй – ядер тяжелых элементов, например урана. Для водорода значение $\xi = 1$ означает, что при каждом столкновении энергия нейтрона в среднем уменьшается в e раз, т. е. после столкновения остается только 37 % первоначальной энергии нейтрона. Значение $\xi = 0$ для $A = \infty$ означает, что при упругом столкновении с тяжелыми ядрами нейтрон практически не теряет энергии.

Введем понятие логарифмической потери энергии u , и будем называть её *летаргией*:

$$u = \ln \frac{E_0}{E}, \quad (2.8.29)$$

где E_0 – начальная энергия нейтрона.

Средняя логарифмическая потеря энергии на одно столкновение нейтрона с ядром характеризует замедляющие свойства рассеивающей среды. Чем больше ξ , тем эффективнее замедлитель. Однако параметр ξ определяет потерю энергии лишь при одном столкновении. Частота же столкновений характеризуется величиной сечения Σ_s . Для полной характеристики замедляющих свойств среды используют понятие замедляющей способности среды, под которой понимается произведение $\xi \Sigma_s$. Поскольку Σ_s есть вероятность столкновения на пути 1 см, а ξ – средняя логарифмическая потеря энергии на одно столкновение, то замедляющая способность равна логарифмической потере энергии на пути 1 см.

Хороший замедлитель должен обладать малым сечением поглощения Σ_a . Поэтому часто для характеристики замедлителя используют понятие коэффициента замедления, определяемого соотношением $\xi \Sigma_s / \Sigma_a$.

Среднюю логарифмическую потерю энергии на одно столкновение можно использовать для подсчета числа столкновений. Количество столкновений n , необходимое для замедления нейтрона от энергии E_0 до энергии E , определяется соотношением:

$$n = \frac{\ln \frac{E_0}{E}}{\xi}. \quad (2.8.30)$$

Длина замедления

Мерой пространственного перемещения нейтрона при замедлении является средний квадрат расстояния $\overline{R^2}$, на которое удаляется нейтрон в процессе замедления от начальной энергии E_0 до энергии E .

Подсчитаем величину среднего квадрата расстояния $\overline{R^2}$, которое проходит нейтрон в процессе замедления до энергии E :

$$R^2 = \left(\sum_{i=1}^n \vec{r}_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n r_i^2 + 2 \sum_{i \neq k}^n \vec{r}_i \vec{r}_k = \sum_{i=1}^n r_i^2 + 2 \sum_{i \neq k}^n r_i r_k \cos(ik), \quad (2.8.31)$$

где r_i – длина свободного пробега нейтрона между столкновениями; $\cos(ik)$ – косинус угла между векторами \vec{r}_i, \vec{r}_k ;

$$\overline{R^2} = \overline{\sum_{i=1}^n r_i^2 + 2 \sum_{i \neq k}^n r_i r_k \cos(ik)}. \quad (2.8.32)$$

Для сферически симметричного рассеяния усреднение выражения R^2 приводит к тому, что $\sum_{i \neq k}^n$ исчезает за счет равной вероятности движения нейтрона в любом направлении. Таким образом, после усреднения по всем столкновениям и длинам пробегов получаем:

$$\overline{R^2} = n\overline{r^2}, \quad (2.8.33)$$

где $\overline{r^2}$ – средний квадрат расстояния между двумя столкновениями, который определяется обычным для среднего значения способом:

$$\overline{r^2} = \frac{\int_0^{\infty} r^2 e^{-\frac{r}{\lambda_s}} dr}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{\lambda_s}} dr} = 2\lambda_s^2. \quad (2.8.34)$$

С учетом выражения для числа столкновений n (2.8.30) окончательно получим:

$$\overline{R^2} = \frac{2\lambda_s^2}{\xi} \ln \frac{E_0}{E}, \quad (2.8.35)$$

или с учетом анизотропии рассеяния:

$$\overline{R^2} = \frac{2\lambda_s \lambda_{tr}}{\xi} \ln \frac{E_0}{E}, \quad (2.8.36)$$

где λ_{tr} – средняя длина переноса нейтрона, определяемая соотношением (2.8.26).

С понятием среднего квадрата длины замедления тесно связаны параметры L_s и τ , определяемые соотношением

$$L_s^2 = \tau = \frac{\overline{R^2}}{6}. \quad (2.8.37)$$

Параметр L_s называется длиной замедления, а τ – возрастом нейтронов. Смысл введенных величин состоит в том, что они являются мерой переноса нейтронов в веществе в процессе замедления.

Параметры переноса тепловых нейтронов

Для характеристики пространственного распределения тепловых нейтронов используют понятие длины диффузии L . Для слабопоглощающих сред, состоящих из не слишком легких ядер, длина диффузии с учетом анизотропии рассеяния с точностью до постоянного множителя равна среднему геометрическому между средней длиной переноса λ_{tr} и средней длиной свободного пробега до поглощения λ_a и определяется выражением

$$L = \sqrt{\frac{\lambda_{tr} \lambda_a}{3}}. \quad (2.8.38)$$

С понятием средней длины свободного пробега до поглощения λ_a тесно связано понятие среднего времени жизни нейтрона τ . Если нейтрон движется с постоянной скоростью v , то среднее время жизни от момента рождения теплового нейтрона до поглощения определяется соотношением

$$\tau = \frac{\lambda_a}{\nu} = \frac{1}{\Sigma_a \nu}. \quad (2.8.39)$$

В диффузионной теории понятие длины диффузии тепловых нейтронов имеет простой физический смысл, который становится ясным, если подсчитать средний квадрат расстояния $\overline{r^2}$, проходимого тепловым нейтроном по прямой от момента рождения до момента захвата.

Распределение нейтронов от точечного источника тепловых нейтронов активностью Q в бесконечной однородной среде имеет вид:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi D} \frac{e^{-\frac{r}{L}}}{r}. \quad (2.8.40)$$

Выражение (2.8.40) характеризует вероятность перемещения теплового нейтрона на расстояние r , поэтому, используя обычную методику нахождения средних величин, получим:

$$\overline{r^2} = \frac{\int_0^{\infty} r^2 \Phi(\vec{r}) d\vec{r}}{\int_0^{\infty} \Phi(\vec{r}) d\vec{r}} = 6L^2. \quad (2.8.41)$$

Таким образом, квадрат длины диффузии тепловых нейтронов с точностью до постоянного множителя совпадает со средним квадратом расстояния, которое проходит тепловой нейтрон в пространстве.

Реальный процесс перемещения нейтронов в пространстве включает в себя замедление быстрых нейтронов и диффузию тепловых нейтронов. Для характеристики общего перемещения нейтрона в процессе переноса вводится понятие длины миграции, которая определяется соотношением $M = \sqrt{L_s^2 + L^2}$, или площади миграции $M^2 = L_s^2 + L^2$. Обе величины являются мерой среднего расстояния, на которое перемещается нейтрон за время своего существования.

2.8.4. Нейтронные диффузионные параметры

В соответствии с характером переноса нейтронов в веществе нейтронные параметры делятся на параметры замедления быстрых и диффузии тепловых нейтронов. Процесс замедления быстрых нейтронов характеризуется длиной замедления L_s , а процесс диффузии тепловых нейтронов – длиной диффузии L , коэффициентом диффузии D и макроскопическим сечением поглощения тепловых нейтронов Σ_a .

Длина замедления $L_s(E)$ определяется соотношением (2.8.37)

$$L_s(E) = \left[\frac{\lambda_s^2}{3\xi(1-\cos\vartheta)} \ln \frac{E_0}{E} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.8.42)$$

Входящие в выражение (2.8.42) параметры $\overline{\cos\vartheta}$ и ξ для сложного вещества, состоящего из ядер n сортов, подсчитывают по формулам:

$$\xi = \sum_{i=1}^n h_i \xi_i; \quad (2.8.43)$$

$$\overline{\cos\vartheta} = \sum_{i=1}^n h_i \overline{\cos\vartheta_i}, \quad (2.8.44)$$

где h_i – парциальная вероятность рассеяния нейтронов на ядрах i -го сорта:

$$h_i = \frac{n_i \sigma_{si}(E)}{\sum_{i=1}^n n_i \sigma_{si}(E)}. \quad (2.8.45)$$

Поскольку парциальные вероятности рассеяния на ядрах i -го сорта зависят от энергии нейтронов, то параметры (2.8.43) и (2.8.44) усредняются по энергии в интервале замедления (E_0, E) .

В слабопоглощающей среде $\Phi(E) = \frac{S}{\Sigma_s E}$, где S – мощность источника нейтронов; Σ_s – макроскопическое сечение рассеяния нейтронов в среде.

Поскольку сечение рассеяния в водородосодержащих горных породах в области от 1 до 10^4 эВ постоянно, то поток нейтронов в этой области следует закону $1/E$.

При выполнении численных расчетов полезно также иметь в виду следующее соотношение между скоростью нейтрона и его энергией:

$$v(E) = 1,38 \cdot 10^6 E, \quad (2.8.46)$$

где E – выражено в эВ, а скорость в см/с.

С учетом сказанного проинтегрируем выражение (2.8.46) по энергии. В результате получим:

$$v = 1,38 \cdot 10^6 \frac{2(\sqrt{E_0} - \sqrt{E_r})}{\ln \frac{E_0}{E_r}}. \quad (2.8.47)$$

Параметры переноса тепловых нейтронов рассчитывают по формулам:

$$L^2 = \frac{1}{3\Sigma_{tr} \Sigma_a}; \quad (2.8.48)$$

$$D = \frac{1}{3\Sigma_{tr}}, \quad (2.8.49)$$

где Σ_{tr}, Σ_a – макроскопическое транспортное сечение и макроскопическое сечение захвата тепловых нейтронов.

Для сред сложного изотопного состава, состоящих из ядер n сортов, макроскопические сечения взаимодействия для тепловых нейтронов рассчитывают по формулам:

$$\Sigma_{tr} = \sum_{i=1}^n n_i \sigma_{si} (1 - \overline{\cos\vartheta_i}); \quad (2.8.50)$$

$$\Sigma_a = \sum_{i=1}^n n_i \sigma_{ai}, \quad (2.8.51)$$

где n_i – плотность ядер i -го сорта в среде; $\overline{\cos\vartheta_i}$ – средний косинус угла рассеяния на ядрах i -го сорта в лабораторной системе координат.

Наиболее простым является двухгрупповое диффузионное приближение теории переноса нейтронов. В двухгрупповом приближении все нейтроны подразделяют на две группы. К первой группе относят быстрые нейтроны, для ко-

торых основным является процесс замедления, ко второй группе – тепловые нейтроны, перенос которых определяется пространственной диффузией.

В двухгрупповой теории переноса процессы замедления и диффузии формально описываются уравнениями диффузии. Процесс замедления характеризуется длиной диффузии нейтронов первой группы L_1 , коэффициентом диффузии D_1 и макроскопическим сечением увода быстрых нейтронов Σ_{y1} . Физический смысл длины диффузии быстрых нейтронов аналогичен длине замедления.

Процесс диффузии тепловых нейтронов характеризуется длиной диффузии L_2 , коэффициентом диффузии D_2 и макросечением поглощения тепловых нейтронов $\Sigma_{y2} = \Sigma_a$.

Если предположить, что энергетический спектр быстрых нейтронов постоянен для всех \vec{r} и изменяется пропорционально $1/E$, то коэффициент диффузии быстрых нейтронов определяется соотношением

$$D_1 = \frac{\int_{u_0}^{u_1} D(u) du}{u_1 - u_0}. \quad (2.8.52)$$

Учитывая, что $D(u) = \frac{1}{3\Sigma_{tr}(u)} = \frac{1}{3\Sigma_s(u)(1-\overline{\cos\vartheta})}$, введем среднее для заданного

интервала энергий или эффективное значение макроскопического сечения рассеяния $\Sigma_s(u) = \Sigma_{s1}$, тогда

$$D_1 = \frac{1}{3\Sigma_{s1}(1-\overline{\cos\vartheta})}. \quad (2.8.53)$$

В средах сложного изотопного состава, состоящих из ядер n сортов, формулы расчета макроскопического сечения увода и коэффициента диффузии нейтронов первой группы принимают вид:

$$\Sigma_{y1} = \frac{n_1\sigma_{s11}\xi_1 + n_2\sigma_{s12}\xi_2 + \dots + n_n\sigma_{s1n}\xi_n}{\ln \frac{E_0}{E_T}}, \quad (2.8.54)$$

$$D_1 = \frac{1}{3[n_1\sigma_{s11}(1-\overline{\cos\vartheta}_1) + n_2\sigma_{s12}(1-\overline{\cos\vartheta}_2) + \dots + n_n\sigma_{s1n}(1-\overline{\cos\vartheta}_n)]}, \quad (2.8.55)$$

где n_i – число ядер i -го сорта в 1 см^3 вещества; σ_{sli} – микроскопическое сечение рассеяния нейтронов первой группы на ядрах i -го сорта; ξ_i – средняя логарифмическая потеря энергии на ядрах i -го сорта; $\overline{\cos\vartheta}_i$ – средний косинус угла рассеяния на ядрах i -го сорта.

Плотность ядер i -го сорта рассчитывают по формуле

$$n_i = A_0\rho/A_i; \quad (2.8.56)$$

где A_0 – число Авогадро; ρ – плотность вещества; A_i – атомный вес ядер i -го сорта.

Средний косинус угла рассеяния нейтронов на ядрах i -го сорта $\overline{\cos\vartheta}_i$ и среднюю логарифмическую потерю энергии рассчитывают по формулам:

$$\xi_i = 2 / A_i + \frac{2}{3}; \quad (2.8.57)$$

$$\overline{\cos\vartheta}_i = 2 / 3A_i. \quad (2.8.58)$$

Длина диффузии быстрых нейтронов при известных Σ_{y1} и D_1 определяется соотношением:

$$L_1 = \sqrt{\frac{D_1}{\Sigma_{y1}}}. \quad (2.8.59)$$

Методика расчета групповых постоянных для тепловой группы не отличается от общепринятой методики расчета параметров переноса тепловых нейтронов. Для сред сложного изотопного состава, состоящих из ядер n сортов, коэффициент диффузии и макросечение поглощения нейтронов второй группы рассчитывают по формулам:

$$D_2 = \frac{1}{3 [n_1 \sigma_{s1} (1 - \overline{\cos\vartheta}_1) + n_2 \sigma_{s2} (1 - \overline{\cos\vartheta}_2) + \dots + n_n \sigma_{sn} (1 - \overline{\cos\vartheta}_n)]}; \quad (2.8.60)$$

$$\Sigma_2 = \Sigma_a = \sum_{i=1}^n n_i \sigma_{ai}, \quad (2.8.61)$$

где $n_i = A_0 \rho / A_i$ – плотность ядер i -го сорта в среде; σ_{ai} , σ_{si} – микросечения поглощения и рассеяния тепловых нейтронов на ядрах i -го сорта.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

3.1. Основные законы, принципы и теоремы электрического поля постоянного тока

Электрическое поле постоянного тока характеризуется потенциалом U , напряженностью поля E и плотностью тока j . Электрическое поле вызывает появление магнитного поля, которое характеризуется его напряженностью H . Из перечисленных характеристик поля лишь потенциал является скаляром, все остальные – векторные величины.

Законы электрического тока в электротехнических сетях имеют интегральный вид. В отличие от электротехнических цепей законы электрического поля постоянного тока в геологической среде в больших массах горных пород имеют дифференциальный вид. Это значит, что они справедливы для каждой конкретной точки геологического пространства, проводящего электрический ток, и зависят от вещественного состава и электрических свойств горных пород.

Закон Ома в дифференциальной форме

Закон Ома в интегральной форме для электрических цепей имеет вид: $U = RJ$, где U – падение напряжения на проводнике, сопротивление которого R при протекании через него тока J .

В среде, заполненной большими массами горных пород, И. К. Овчинников [3.1] ввёл понятие токовой линии как части пространства, по которой протекает электрический ток. Внутри токовой линии выделим элементарный объем ΔV (рис. 3.1.1). Ввиду малости элементарного объема удельное электрическое сопротивление ρ внутри него можно считать постоянным, а ток перпендикулярным к его поперечному сечению ΔS . Применим к ΔV закон Ома:

$$\Delta U = \Delta R \cdot \Delta J,$$

где ΔR – электрическое сопротивление току объема ΔV .

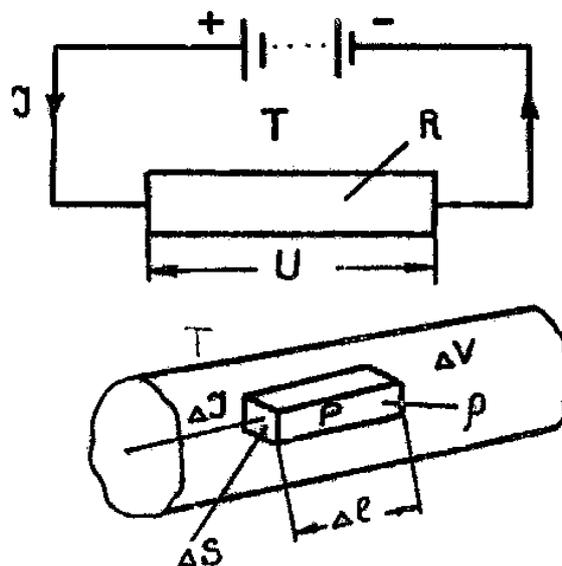


Рис. 3.1.1. К выводу закона Ома в дифференциальной форме

Так как

$$\Delta R = \rho \cdot \frac{\Delta l}{\Delta S}, \quad (3.1.1)$$

то

$$\frac{\Delta U}{\Delta l} = \rho \cdot \frac{\Delta J}{\Delta S}. \quad (3.1.2)$$

Переходя к пределу $\Delta V \rightarrow 0$, получим:

$$E = \rho j. \quad (3.1.3)$$

Это и есть закон Ома в дифференциальной форме.

В изотропном пространстве из-за малости элементарного объема направления векторов E и j совпадают, поэтому

$$\vec{E} = \rho \vec{j}. \quad (3.1.4)$$

Закон Ома характеризует поле в любой точке объемного пространства, проводящего электричество.

Закон Био-Савара в дифференциальной форме

Закон Био-Савара выражает напряженность магнитного поля dH , созданную элементом длины dl проводника с током J на расстоянии r от элемента длины dl .

В интегральной форме закон Био-Савара для электрических цепей имеет вид:

$$dH = \frac{J dl}{r^2} \sin \alpha, \quad (3.1.5)$$

где r – расстояние от элемента тока $J dl$ до вектора dH ; α – угол между вектором направления тока и радиусом-вектором r . Направление вектора dH в произвольной точке магнитного поля определяется по правилу буравчика (правого винта):

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{см}}, \quad (3.1.6)$$

где $j_{\text{пр}}$ и $j_{\text{см}}$ – соответственно токи проводимости и токи смещения. Сумму тока проводимости и тока смещения называют полным током j :

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{см}}. \quad (3.1.7)$$

Для постоянного тока $j_{\text{см}} = 0$. Поэтому закон Био-Савара в дифференциальной форме принимает вид:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{пр}}. \quad (3.1.8)$$

Первый закон Кирхгофа в дифференциальной форме

В точке ветвления электротехнических цепей заряды не скапливаются.

Аналогичные явления наблюдаются в горных породах. Выделим малый объем горной породы ΔV , ограниченный замкнутой поверхностью ΔS .

Проинтегрируем нормальную составляющую плотности тока по всей поверхности ΔS , ограничивающей элементарный объем ΔV :

$$\iint_{\Delta S} J_n ds = 0, \quad (3.1.9)$$

где J_n – проекция вектора J на нормаль к поверхности ΔS :

$$\iint_{\Delta S} J_n ds = \iiint_{\Delta V} \operatorname{div} J dv = 0. \quad (3.1.10)$$

Переходя к малому объему и учитывая, что $dv \neq 0$, получим первый закон Кирхгофа в дифференциальной форме:

$$\operatorname{div} J = 0. \quad (3.1.11)$$

Дивергенция в переводе с латыни означает расходимость. Под расходимостью понимают поток вектора из единицы объема среды. Таким образом, дивергенция характеризует наличие источников поля в данном элементарном объеме среды.

По теореме Остроградского-Гаусса поток вектора через замкнутую поверхность, охватывающую источник, равен количеству зарядов $4\pi Q$, а не охватывающую – нулю.

Стянем элементарный объем, содержащий ΔQ зарядов, к точке:

$$\operatorname{div} J = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\int j_n ds}{dv} = \left\{ \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{4\pi \Delta Q}{dv} = 4\pi\rho, \right. \quad (3.1.12)$$

где ρ – объемная плотность зарядов.

Если зарядов внутри объема нет, то $\operatorname{div} J = 0$, то есть поток из единицы объема (количество силовых линий тока, вытекающего из элементарного объема, равно нулю). Первый закон Кирхгофа часто называют законом сохранения заряда.

Таким образом, дивергенция характеризует наличие источников поля в данной точке пространства.

Выражение расходимости в криволинейной ортогональной системе координат (q_1, q_2, q_3) имеет вид:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[\frac{\partial (H_2 H_3 E_{q_1})}{\partial q_1} + \frac{\partial (H_3 H_1 E_{q_2})}{\partial q_2} + \frac{\partial (H_1 H_2 E_{q_3})}{\partial q_3} \right], \quad (3.1.13)$$

где H_1, H_2, H_3 – коэффициенты Ламэ [3.1], которые имеют вид: в декартовой системе (x, y, z) $H_x = 1, H_y = 1, H_z = 1$, в цилиндрической системе (r, φ, z) $H_r = 1, H_\varphi = r, H_z = 1$, в сферической системе (R, θ, φ) $H_R = 1, H_\theta = R, H_\varphi = R \sin \theta$.

Например, в декартовых координатах выражение для расходимости принимает вид:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}. \quad (3.1.14)$$

Связь напряженности электрического поля с потенциалом

По определению потенциалом называется работа по перемещению единичного положительного (пробного) заряда из бесконечности в данную точку пространства.

Введем в геологической среде декартову систему координат (x, y, z) . В начало координат поместим точечный положительный заряд. Поскольку сближающиеся электростатические заряды имеют одинаковый знак, то работа по переносу

пробного положительного заряда совершается против сил поля, создаваемого положительным электрическим зарядом, расположенным в начале координат. Таким образом, работа по переносу пробного заряда затрачивается, и потенциал считается положительным $U(x, y, z) \geq 0$. При удалении от источника работа становится меньше, потенциал убывает и на бесконечности равен нулю.

Напряженность электрического поля точечного источника $E(x, y, z)$ – это сила, с которой поле действует на единичный пробный заряд в данной точке пространства $M(x, y, z)$. Запишем вектор напряженности в виде его проекций на координатные оси:

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}. \quad (3.1.15)$$

Сдвинем пробный заряд, находящийся в точке $M(x, y, z)$, в направлении оси x на расстояние Δx . Закрепим ординату $y = y_0$ и аппликату $z = z_0$ точки $M(x, y, z)$. Перемещение осуществляется силой $E_x i$, где E_x – проекция вектора E на ось x . При этом $\Delta x \geq 0$, а работа $\Delta U \leq 0$. Источник поля в начале координат, поэтому движение по оси x в положительном направлении уменьшает потенциал, т. е. приращение работы отрицательно:

$$\Delta U = -E_x \Delta x, \quad (3.1.16)$$

откуда следует:

$$E_x \approx -\frac{\Delta U}{\Delta x}. \quad (3.1.17)$$

От конечных приращений перейдем к пределу:

$$E_x = -\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{U(x + \Delta x, y_0, z_0) - U(x, y_0, z_0)}{\Delta x} = -\frac{\partial U}{\partial x}.$$

Таким образом,

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}. \quad (3.1.18)$$

Аналогично найдем:

$$E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}. \quad (3.1.19)$$

Следовательно, потенциалом является функция, производные которой по координатам, взятые со знаком минус, равны составляющим напряженности в направлении координатных осей. Умножая E_x , E_y и E_z на орты i , j и k и складывая, получим:

$$E = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}\right) = -\text{grad}U. \quad (3.1.20)$$

Использование потенциала упрощает расчеты, так как вместо вектора E все операции выполняются со скалярами E_x , E_y и E_z .

Уравнение Лапласа

Основные законы электрического поля постоянного тока можно свести к одному уравнению, объединяющему все законы. Объединенный закон электрического поля постоянного тока называется уравнением Лапласа. По закону Ома

$\vec{E} = \rho \vec{j}$ или $\vec{j} = -\gamma \cdot \vec{E}$, где $\gamma = 1/\rho$ – электропроводность среды, но $\vec{E} = -\text{grad}U$. По

закону Кирхгофа в дифференциальной форме $\operatorname{div} \vec{j} = 0$, т. е. $\operatorname{div}(\gamma \cdot \operatorname{grad} U) = 0$. В однородной изотропной среде электропроводность является постоянной величиной $\gamma = \operatorname{const}$. Константу γ можно вынести за знак оператора дифференцирования. Тогда $\operatorname{div}(\operatorname{grad} U) = \Delta U = 0$, где $\Delta U = 0$ – уравнение Лапласа; Δ – оператор Лапласа.

Выражение для уравнения Лапласа в криволинейной ортогональной системе координат (q_1, q_2, q_3) имеет вид:

$$\Delta U = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2 H_3 \partial U}{H_1 \partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_3 H_1 \partial U}{H_2 \partial q_2} \right) + \frac{\partial}{\partial q_3} \left(\frac{H_1 H_2 \partial U}{H_3 \partial q_3} \right) \right], \quad (3.1.21)$$

где H_1, H_2, H_3 – коэффициенты Ламэ [3.1], которые имеют вид: в декартовой системе (x, y, z) $H_x = 1, H_y = 1, H_z = 1$, в цилиндрической системе (r, φ, z) $H_r = 1, H_\varphi = r, H_z = 1$, в сферической системе (R, θ, φ) $H_R = 1, H_\theta = R, H_\varphi = R \sin \theta$.

В декартовой системе координат (x, y, z) уравнение Лапласа приобретает вид:

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}. \quad (3.1.22)$$

В цилиндрической системе координат (r, φ, z) уравнение Лапласа приобретает вид:

$$\Delta U = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}. \quad (3.1.23)$$

В сферической системе координат (R, θ, φ) уравнение Лапласа приобретает вид:

$$\Delta U = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}. \quad (3.1.24)$$

Принцип суперпозиции

Каждый источник тока создает своё электрическое поле независимо от других источников. Поэтому в среде возникает суммарное поле, равное сумме полей всех источников. Например, если в среде расположены источники A, B и C , то в любой точке пространства:

$$\begin{aligned} U &= U^A + U^B + U^C; \\ \vec{E} &= \vec{E}^A + \vec{E}^B + \vec{E}^C; \\ \vec{j} &= \vec{j}^A + \vec{j}^B + \vec{j}^C. \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

Это положение получило название принципа суперпозиции. Потенциалы источников, будучи скалярными величинами, складываются алгебраически, а напряженности поля и плотности токов складываются векторно.

Кажущееся электрическое сопротивление горных пород

Электрические методы постоянного тока основаны на измерении кажущегося удельного сопротивления горных пород, которое зависит от типа измеряемой

установки и состава среды. Поэтому следует указать, что понимать под измеряемым кажущимся удельным электрическим сопротивлением горных пород.

Пусть в однородной среде с удельным сопротивлением ρ в точках A и B располагаются питающие заземления, с которых стекает ток силой J . В точках M и N располагаются приемные заземления, между которыми измеряется разность потенциалов ΔU_{AB}^{MN} (рис. 3.1.2).

Эта разность потенциалов

$$\begin{aligned} \Delta U_{AB}^{MN} &= U_M - U_N = \frac{\rho J}{4\pi} \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right) - \frac{\rho J}{4\pi} \left(\frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right) = \\ &= \frac{\rho J}{4\pi} \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right). \end{aligned} \quad (3.1.26)$$

Решив это уравнение относительно ρ , получим:

$$\rho = \frac{4\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN}} \cdot \frac{\Delta U}{J} = K \frac{\Delta U}{J}. \quad (3.1.27)$$

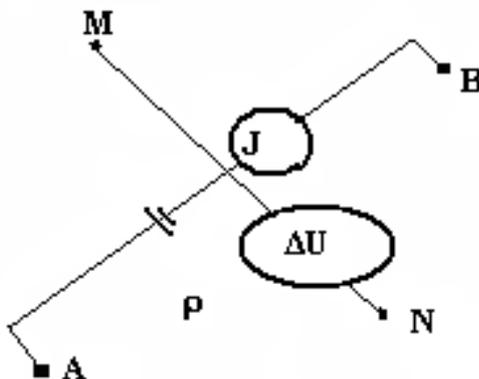


Рис. 3.1.2. К определению удельного сопротивления среды

Множитель

$$K = \frac{4\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN}} \quad (3.1.28)$$

называется коэффициентом установки. Он имеет размерность единицы длины.

Для неоднородных сред результат измерений позволяет получить некоторое эффективное значение удельного сопротивления. Это сопротивление называется *кажущимся удельным сопротивлением* ρ_k :

$$\rho_k = K \frac{\Delta U}{J}. \quad (3.1.29)$$

Кажущееся сопротивление можно представить как удельное сопротивление эквивалентной однородной и изотропной среды, в которой при заданном расположении питающих AB и приемных MN электродов и данной силе тока J между приемными электродами возникает разность потенциалов ΔU_{AB}^{MN} , равная измеренной в неоднородной среде. В однородной среде кажущееся удельное сопротивление равно истинному. В неоднородной среде кажущееся сопротивление зависит от типа установки, расположения электродов и геоэлектрического разреза.

Электрическое поле точечного источника в однородной изотропной среде

Пусть в однородной безграничной среде с удельным сопротивлением ρ в начале координат в точке A расположен точечный источник, с которого стекает ток силой J . Чтобы найти распределение электрического поля точечного источника постоянного тока в однородной изотропной среде, достаточно решить уравнение Лапласа (3.1.24).

В однородной среде ток растекается от источника во все стороны одинаково, поэтому распределение поля симметрично относительно источника. В этих условиях целесообразно воспользоваться сферической системой координат, совместив ее начало с источником поля. При этом уравнение Лапласа принимает вид (3.1.24):

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \right) = 0, \quad (3.1.30)$$

где r – расстояние от источника до точки наблюдений. После первого интегрирования уравнения получим:

$$r^2 \cdot \frac{\partial U}{\partial r} = C. \quad (3.1.31)$$

Разделив переменные и выполнив второе интегрирование, найдем:

$$U = -\frac{C}{r} + D. \quad (3.1.32)$$

Для определения постоянных интегрирования C и D следует использовать условия, которые могут быть наложены на решение, исходя из общих физических законов.

Согласно предельному условию, при бесконечном удалении от источника поля потенциал стремится к нулю. Отсюда следует, что $D = 0$. Для определения постоянной интегрирования C окружим источник поля сферической поверхностью S радиуса a с центром в точке A . Очевидно, суммарный ток, пронизывающий эту поверхность, равен току, стекающему с источника:

$$\int_S j_r dS = J. \quad (3.1.33)$$

Плотность тока по закону Ома:

$$j_r = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{C}{r^2}. \quad (3.1.34)$$

При $r = a$ после подстановки j_r в уравнение (3.1.33) получим:

$$J = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{C}{a^2} \int_S dS = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{C}{a^2} 4\pi a^2. \quad (3.1.35)$$

Решая это уравнение, найдем постоянную интегрирования C :

$$C = -\frac{J\rho}{4\pi}. \quad (3.1.36)$$

Подставляя C в уравнение (3.1.32), получим выражение для потенциала:

$$U = \frac{J\rho}{4\pi r}. \quad (3.1.37)$$

Приведенная схема решения сохраняется при решении любых прямых задач электрических методов ГИС на постоянном токе, независимо от степени их сложности. В любом случае решение состоит из двух этапов:

- составление и интегрирование дифференциального уравнения, описывающего распределение потенциала;

- составление необходимого количества уравнений на основании известных физических условий и определение из них постоянных интегрирования. Количество уравнений должно соответствовать числу неизвестных постоянных.

Продифференцировав выражение (3.1.37), найдем напряженность поля:

$$E = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{J\rho}{4\pi r^2}. \quad (3.1.38)$$

Воспользовавшись законом Ома, найдем плотность тока:

$$j = \frac{E}{\rho} = \frac{J}{4\pi r^2}. \quad (3.1.39)$$

Как следует из уравнения (3.1.37), величина потенциала зависит от тока и расстояния между точкой наблюдений и источником. Направление, в котором это расстояние отмеряется, значения не имеет. Поэтому, если поменять местами точку наблюдений и источник тока, результат измерения потенциала не изменится. Это положение получило название *теоремы взаимности*. При этом не изменяются и модули напряженности поля и плотности тока. Изменяется только ориентировка векторов E и j .

В случае нескольких источников и точек наблюдения, чтобы выполнялся принцип взаимности, необходимо поменять назначение всех заземлений.

Например, если поменять местами питающие AB и приемные электроды MN установки $ABMN$, то

$$\begin{aligned} \Delta U_{MN}^{AB} &= U_A - U_B = \frac{\rho J}{4\pi} \left(\frac{1}{MA} - \frac{1}{MB} \right) - \frac{\rho J}{4\pi} \left(\frac{1}{NA} - \frac{1}{NB} \right) = \\ &= \frac{\rho J}{4\pi} \left(\frac{1}{MA} - \frac{1}{MB} - \frac{1}{NA} + \frac{1}{NB} \right). \end{aligned} \quad (3.1.40)$$

Коэффициент установки при этом не изменится:

$$K_{AB}^{MN} = K_{MN}^{AB}, \quad (3.1.41)$$

тогда

$$\Delta U_{MN}^{AB} = \Delta U_{AB}^{MN}, \quad (3.1.42)$$

и, следовательно:

$$\rho_k^{ABMN} = \rho_k^{MNAB}. \quad (3.1.43)$$

Нормальное электрическое поле точечного источника в безграничной однородной среде можно представить в виде изолиний потенциала.

Из уравнения (3.1.37) следует, что при неизменном расстоянии до источника поля $r = \text{const}$ потенциал постоянен. При этом эквипотенциальные поверхности представляют собой концентрические сферы с центром в точке расположения источника. Линии равного потенциала в плоскости, проходящей через источник тока, имеют вид концентрических окружностей (рис. 3.1.3). Линии напряженности и токовые линии имеют вид прямых, радиально расходящихся от источника поля.

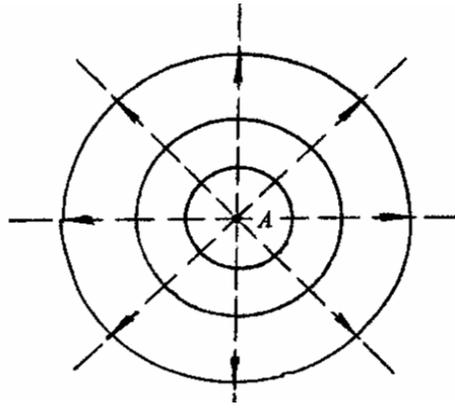


Рис. 3.1.3. Электрическое поле точечного источника в однородной среде: сплошные линии – изолинии потенциала, штриховые линии – силовые линии тока

В прямоугольной системе координат (x, y, z) уравнения (3.1.37) и (3.1.38) принимают вид:

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{J\rho}{4\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; \\
 E_x &= -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{J\rho}{4\pi} \cdot \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}; \\
 E_y &= -\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{J\rho}{4\pi} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}; \\
 E_z &= -\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{J\rho}{4\pi} \cdot \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.
 \end{aligned}
 \tag{3.1.44}$$

Уравнения для компонент плотности тока отличаются от компонент напряженности только отсутствием в них удельного сопротивления ρ :

$$\begin{aligned}
 j_x &= -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{J}{4\pi} \cdot \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}; \\
 j_y &= -\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{J}{4\pi} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}; \\
 j_z &= -\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{J}{4\pi} \cdot \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.
 \end{aligned}
 \tag{3.1.45}$$

Электрическое поле точечного источника в анизотропной среде

Для изучения электрического поля точечного источника тока в однородном анизотропном (слоистом) безграничном пространстве воспользуемся прямоугольной системой координат (x, y, z) . Начало этой системы расположим в центре источника тока J (рис. 3.1.4), а ось z ориентируем нормально к плоскостям напластования. Обозначим через p_t и p_n удельные электрические сопротивления анизотропного пространства, соответственно, по напластованию и в направлении, нормальном к напластованию.

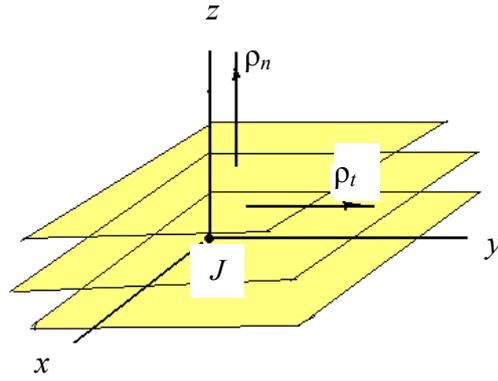


Рис. 3.1.4. Однородное анизотропное пространство

Составляющие j_x, j_y, j_z вектора плотности тока по осям координат x, y, z в любой точке изучаемого пространства связаны с соответствующими производными потенциала следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} j_x &= \frac{E_x}{\rho_t} = -\frac{1}{\rho_t} \frac{\partial U}{\partial x}; \\ j_y &= \frac{E_y}{\rho_t} = -\frac{1}{\rho_t} \frac{\partial U}{\partial y}; \\ j_z &= \frac{E_z}{\rho_n} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial U}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3.1.46)$$

Так как по условию задачи во всех точках изучаемого пространства (за исключением начала координат) источники тока отсутствуют, то в этих точках

$$\operatorname{div} j = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = \frac{1}{\rho_t} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_n} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \quad (3.1.47)$$

Уравнение (3.1.47) можно преобразовать в уравнение Лапласа. С этой целью введем новые координаты ξ, η и ζ , связанные с x, y и z соотношениями

$$\xi = x, \quad \eta = y, \quad \zeta = \lambda z, \quad (3.1.48)$$

где λ — коэффициент анизотропии изучаемого пространства:

$$\lambda = (\rho_n / \rho_t)^{1/2}. \quad (3.1.49)$$

Такая замена эквивалентна деформации (растяжению) пространства в направлении оси z в λ раз.

Заменяя в уравнении (3.1.47) переменные x, y, z на переменные ξ, η и ζ , приведем его к уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} = 0. \quad (3.1.50)$$

В системе координат ξ, η, ζ решение уравнения Лапласа известно.

Интегрируя уравнение (3.1.50), получим:

$$U = \frac{C}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}} = \frac{C}{\sqrt{x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2}}, \quad (3.1.51)$$

где C — постоянная интегрирования.

Для определения постоянной C предварительно вычислим полную величину вектора плотности тока j . Определив составляющие j_x , j_y и j_z вектора j по осям координат x , y , z :

$$j_x = -\frac{1}{\rho_t} \frac{dU}{dx} = \frac{Cx}{\rho_t(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2)^{3/2}}; \quad (3.1.52)$$

$$j_y = -\frac{1}{\rho_t} \frac{dU}{dy} = \frac{Cy}{\rho_t(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2)^{3/2}}; \quad (3.1.53)$$

$$j_z = -\frac{1}{\rho_t} \frac{dU}{dz} = \frac{Cz}{\rho_t(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2)^{3/2}}, \quad (3.1.54)$$

найдем полный вектор плотности тока j :

$$j = \sqrt{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2} = \frac{C\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\rho_t(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2)^{3/2}}. \quad (3.1.55)$$

Далее введем сферическую систему координат (R, ϑ, φ) . Начало системы расположим в центре источника тока J . Полярную ось направим вдоль оси z системы координат (x, y, z) .

Поскольку в этой системе

$$x^2 + y^2 = R^2 \sin^2 \vartheta, \quad z^2 = R^2 \cos^2 \vartheta, \quad (3.1.56)$$

то в этой системе плотность тока

$$j = \frac{C}{\rho_t R^2 (\sin^2 \vartheta + \lambda^2 \cos^2 \vartheta)^{3/2}} = \frac{C}{\rho_t R^2 [1 + (\lambda^2 - 1) \cos^2 \vartheta]^{3/2}}. \quad (3.1.57)$$

Опишем вокруг источника тока J сферу S произвольным радиусом R . Весь ток J , эмитируемый токовым электродом, пересекает эту сферу, поэтому

$$J = \int_S j dS = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi j R^2 \sin \vartheta d\vartheta, \quad (3.1.58)$$

где φ и ϑ – азимутальный и полярный углы сферической системы координат; $ds = R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ – элементарная площадка на поверхности сферы.

Подставим в правую часть равенства (3.1.58) значение j из формулы (3.1.57) и введем вместо ϑ новую переменную:

$$t = \frac{\sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \cos^2 \vartheta}}{\cos \vartheta}. \quad (3.1.59)$$

В результате получим:

$$J = \frac{C}{\rho_t} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sin \vartheta d\vartheta d\varphi}{[1 + (\lambda^2 - 1) \cos^2 \vartheta]^{3/2}} = \frac{2\pi C}{\rho_t} \int_\lambda^{-\lambda} \frac{dt}{t^2} = \frac{2\pi C}{\rho_t \lambda}, \quad (3.1.60)$$

откуда

$$C = \frac{J \rho_t}{4\pi} = \frac{J \rho_m}{4\pi}, \quad (3.1.61)$$

где $\rho_m = (\rho_n \rho_t)^{1/2}$ называется средним удельным электрическим сопротивлением анизотропной среды, и, следовательно:

$$U = \frac{J \lambda \rho_t}{4\pi \sqrt{x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2}} = \frac{J \rho_m}{4\pi R \sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \cos^2 \vartheta}}. \quad (3.1.62)$$

Таким образом, в однородной анизотропной среде потенциал U электрического поля убывает обратно пропорционально расстоянию R от источника тока. Коэффициент пропорциональности:

$$\frac{\rho_m}{4\pi \sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \cos^2 \vartheta}}, \quad (3.1.63)$$

где $\rho_m = \sqrt{\rho_n \rho_t}$ – для заданных значений ρ_m и λ зависит от направления, вдоль которого изучается характер изменения потенциала.

Из формулы (3.1.62) также следует, что в однородной анизотропной среде со средним удельным сопротивлением ρ_m , по сравнению с однородной изотропной средой с удельным сопротивлением ρ одинаковые значения потенциала в плоскостях напластования будут на расстояниях R , в λ раз больших, чем в изотропной среде.

Так как при взаимной перестановке электродов A и $M \cos \vartheta$ и R не изменяются, отношение U/J при этом сохраняется постоянным, что подтверждает справедливость принципа взаимности для рассматриваемого случая.

Равнопотенциальные поверхности ($U = \text{const}$) удовлетворяют уравнению

$$x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2 = C, \quad (3.1.64)$$

которое сводится к каноническому виду уравнения для эллипсоида вращения.

Таким образом, изопотенциальные поверхности представляют собой эллипсоиды вращения вокруг оси z (рис. 3.1.5).

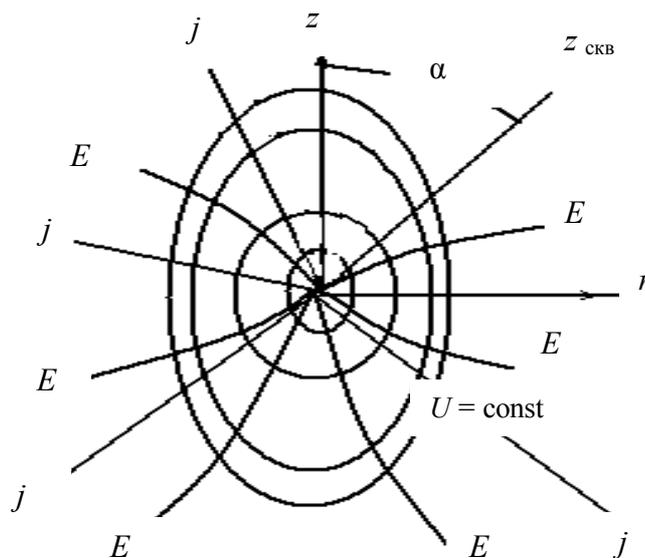


Рис. 3.1.5. Электрическое поле точечного источника в анизотропной однородной среде:

U – изолинии потенциала; j – силовые линии тока; E – линии напряженности

Линии тока удовлетворяют условию:

$$\frac{x}{j_x} = \frac{y}{j_y} = \frac{z}{j_z}. \quad (3.1.65)$$

В начале координат $x = x_0 = 0$, $y = y_0 = 0$, $z = z_0 = 0$. Вычтем из числителей выражения (3.1.65) нулевые значения точки ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$):

$$\frac{x - x_0}{j_x} = \frac{y - y_0}{j_y} = \frac{z - z_0}{j_z}. \quad (3.1.66)$$

В декартовой системе координат уравнение (3.1.66) представляет собой уравнение прямой линии, проходящей через начало координат, направляющие косинусы которой совпадают с проекциями плотности тока на координатные оси. Таким образом, линии тока прямолинейны и проходят через начало координат, где расположен источник тока.

Радиальная составляющая E_R напряженности электрического поля в однородном анизотропном безграничном пространстве определяется уравнением

$$E_R = -\frac{dU}{dR} = \frac{J\rho_m}{4\pi R^2 \sqrt{1 + (\lambda^2 - 1)\cos^2 \vartheta}}. \quad (3.1.67)$$

Таким образом, линии напряженности электрического поля постоянного тока в анизотропной среде перпендикулярны изоповерхностям потенциала и зависят от ρ_m и ϑ . Радиальная составляющая напряженности электрического поля E_R убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника тока R с коэффициентами пропорциональности:

$$\frac{J\rho_m}{4\pi \sqrt{1 + (\lambda^2 - 1)\cos^2 \vartheta}}, \quad (3.1.68)$$

который зависит от среднего сопротивления среды ρ_m и направления ϑ , вдоль которого изучается характер изменения E_R .

Если ось скважины $Z_{\text{скв}}$ пересекает напластование под углом α , совпадающим с зенитным углом сферической системы координат ϑ , то в выражение для потенциала (3.1.62) следует подставить вместо R длину зонда L и вместо ϑ подставить α .

Тогда для наклонных скважин выражение для потенциала в точке измерений, расположенной на расстоянии длины зонда L , в направлении оси скважины α будет:

$$U = \frac{J\rho_m}{4\pi L \sqrt{1 + (\lambda^2 - 1)\cos^2 \alpha}}. \quad (3.1.69)$$

Подсчитаем кажущееся удельное сопротивление анизотропной среды для потенциал-зонда в точке измерений M :

$$\rho_k^{\text{пз}} = \kappa_{\text{пз}} \frac{U_M}{J}. \quad (3.1.70)$$

Коэффициент потенциал-зонда $\kappa_{\text{пз}} = 4\pi L$, тогда кажущееся удельное электрическое сопротивление в точке M будет:

$$\rho_k^{\text{ПЗ}} = 4\pi L \frac{U_M}{J} = \frac{\rho_m}{\sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \cos^2 \alpha}}. \quad (3.1.71)$$

Подсчитаем кажущееся удельное сопротивление анизотропной среды для градиент-зонда в точке измерений O , расположенной в центре отрезка MN . Напряженность электрического поля в точке измерений после подстановки $L = R$ и $\vartheta = \alpha$ в (3.1.67):

$$E = \frac{J\rho_m}{4\pi L^2 \sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \cos^2 \alpha}}. \quad (3.1.72)$$

Коэффициент градиент-зонда $k_{\text{ГЗ}} = 4\pi L^2$, тогда кажущееся удельное электрическое сопротивление в точке O будет:

$$\rho_k^{\text{ГЗ}} = k_{\text{ГЗ}} \frac{E}{J} = 4\pi L^2 \frac{E}{J} = \frac{\rho_m}{\sqrt{1 + (\lambda^2 - 1) \cos^2 \alpha}}. \quad (3.1.73)$$

Из формул (3.1.71) и (3.1.73) следует, что кажущееся сопротивление в однородной анизотропной безграничной среде не зависит от типа и размера зонда L , с которым определялось кажущееся сопротивление. Кажущееся удельное электрическое сопротивление анизотропной среды пропорционально среднему удельному сопротивлению ρ_m этой среды, зависит от коэффициента анизотропии λ и направления (угол α), в котором измерялось ρ_k .

В частном случае при измерении кажущегося сопротивления нормально к напластованию пород ($\alpha = 0$) ρ_{kn} :

$$\rho_{kn} = \rho_k(\alpha = 0) = \frac{\rho_m}{\lambda} = \rho_t = \frac{\rho_n}{\lambda^2}. \quad (3.1.74)$$

При измерении кажущегося сопротивления вдоль напластования пород ρ_{kt} :

$$\rho_{kt} = \rho_k(\alpha = \pi/2) = \rho_m = \sqrt{\rho_n \rho_t} = \lambda \rho_t. \quad (3.1.75)$$

Так как $\lambda > 1$, то кажущееся сопротивление ρ_{kn} , измеренное по нормали к напластованию, меньше кажущегося сопротивления ρ_{kt} , измеренного по напластованию пород, хотя для истинных сопротивлений всегда $\rho_n > \rho_t$.

Несоответствие между характером изменения кажущихся и истинных сопротивлений называется *парадоксом анизотропии*. Парадокс анизотропии физически объясняется повышением плотности тока по напластованию горных пород (в связи с повышенным значением электропроводности вдоль этого направления) и уменьшением плотности тока в направлении, перпендикулярном к напластованию.

Обычно скважины бурятся вкрест напластования горных пород. Практическое значение парадокса анизотропии заключается в том, что измеренное по оси скважины вкрест напластования удельное электрическое сопротивление горных пород равно кажущемуся сопротивлению вдоль напластования, т. е. сопротивлению пласта в районе приемных электродов.

Большинство осадочных горных пород анизотропно. Исключая направленное бурение и бурение скважин на крутых крыльях, горные породы пересе-

каются скважинами под углом ($\alpha = 0$), поэтому истинное сопротивление анизотропных пород, определенное по данным кажущихся сопротивлений, близко к кажущемуся сопротивлению, измеренному перпендикулярно к напластованию. Оно численно равно удельному сопротивлению пород в направлении напластования. Как следствие этого, при изучении удельного сопротивления образцов пород и их зависимостей от коллекторских свойств и нефтенасыщения пород в лаборатории наибольшее практическое значение имеют измерения сопротивления образцов пород по напластованию.

В достаточно однородных анизотропных отложениях при переходе от свода структур, где скважины пересекают отложения под прямыми углами, к крыльям структур, где скважины входят в пласт под углом $\alpha < \pi/2$, будет наблюдаться увеличение кажущегося сопротивления. Это дает возможность при благоприятных условиях устанавливать положение скважины относительно свода структуры.

Электрическое поле точечного источника при наличии контакта горных пород

Некоторые задачи электрических методов ГИС решаются искусственными приемами. К таким приемам относится метод электрических изображений, который имеет большое теоретическое и практическое значение. Его называют также методом фиктивных источников тока. Он позволяет определять электрическое поле во многих случаях даже при сравнительно сложной структуре изучаемого пространства. Этот метод дает возможность наглядно представить физическую сущность некоторых явлений.

Для уяснения метода рассмотрим самый простой случай, когда одна плоская граница разделяет два однородных и изотропных пространства, заполненных средами удельных сопротивлений ρ_1 и ρ_2 . Потенциал электрического поля в каждой среде определяют исходя из условия непрерывности потенциала и нормальной составляющей плотности тока на границе раздела.

Потенциал электрического поля U на расстоянии r от точечного источника тока мощностью J в однородной бесконечной среде с удельным электрическим сопротивлением ρ обратно пропорционален расстоянию r от питающего электрода до приемного (3.1.37):

$$U = \frac{\rho J}{4\pi r}. \quad (3.1.76)$$

Поле точечного источника в присутствии одной плоской границы раздела можно получить путем гомогенизации среды методом фиктивных источников.

Для этого удалим границу раздела и заменим ее фиктивным точечным источником, являющимся зеркальным отражением истинного источника относительно границы раздела. При этом мощность источника подберем так, чтобы он заменял влияние плоской границы раздела. Таким образом, мы заменяем неоднородную среду с границей раздела однородной средой с двумя источниками постоянного тока. Потенциал в этом случае по принципу аддитивности определяется суммой потенциалов от двух источников тока. От каждого источника

тока потенциал подсчитывается по формуле для однородной среды (3.1.76), так как граница раздела двух сред удалена.

Введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) . Истинный источник тока расположим в начале координат. Ось z совместим с осью скважины (рис. 3.1.6). Источник расположен на расстоянии d от контакта. При движении зонда по оси скважины расстояние d будет изменяться.

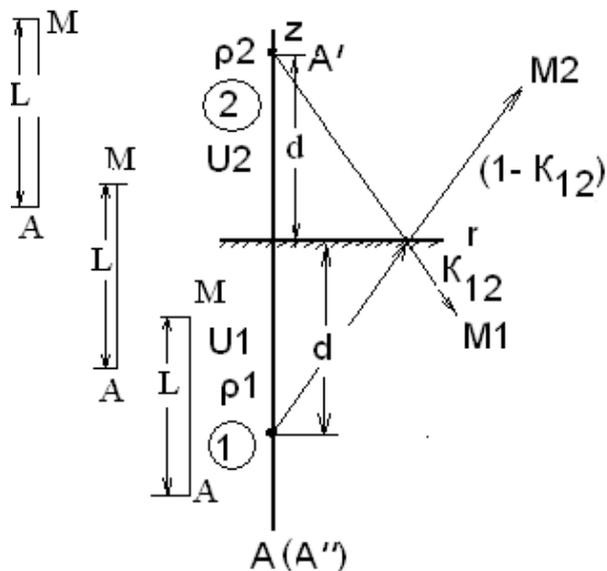


Рис. 3.1.6. Профилирование КС через контакт горных пород с различным сопротивлением

Используя метод фиктивных источников, можно записать выражения для потенциала в первой среде $U_1(r, z)$, расположенной ниже контакта, и второй среде $U_2(r, z)$, расположенной выше контакта:

$$U_1(r, z) = \frac{\rho_1 J}{4 \cdot \pi} \left(\frac{1}{AM_1} + \frac{K_{12}}{A'M_1} \right); \quad (3.1.77)$$

$$U_2(r, z) = \frac{\rho_2 J}{4 \cdot \pi} (1 - K_{12}) \frac{1}{AM_2}, \quad (3.1.78)$$

где $K_{12} = (\rho_2 - \rho_1) / (\rho_2 + \rho_1)$ – коэффициент отражения тока от границы раздел $(1 - K_{12})$ – коэффициент пропускания тока через границу раздела.

Коэффициенты отражения и пропускания тока подбираются из условий равенства потенциалов и нормальных составляющих плотности тока на границе раздела.

В цилиндрических координатах:

$$AM_1 = \sqrt{r^2 + z^2};$$

$$A'M_1 = \sqrt{r^2 + (2d - z)^2};$$

$$AM_2 = \sqrt{r^2 + z^2}.$$

Если питающий A и приемный M электроды расположены на оси скважины, то $r = 0, z = L$ и выражения для потенциала электрода M принимают вид:

$$U_1(L) = \frac{\rho_1 J}{4\pi} \left(\frac{1}{L} + \frac{K_{12}}{2d-L} \right); \quad (3.1.79)$$

$$U_2(L) = \frac{\rho_2 J}{4\pi} (1 - K_{12}) \frac{1}{L}. \quad (3.1.80)$$

При каротаже электроды A и M двигаются через контакт одновременно. При этом возможны три случая расположения электродов относительно контакта двух пород с сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 . Зонд движется от забоя к устью скважины. Потенциал-зонд может быть последовательным и обращенным. У последовательного потенциал-зонда приемный электрод M находится ниже питающего электрода A . У обращенного потенциал-зонда, наоборот, приемный электрод находится выше питающего электрода.

Для обращенного потенциал-зонда возможны три случая расположения питающего и приемного электродов: первый случай – электроды A и M расположены в первой среде ниже контакта, второй случай – электрод A остается в первой среде, а электрод M переходит во вторую среду выше контакта, третий случай – электрод A перешел контакт, и оба электрода A и M расположены во второй среде выше контакта.

Введем обозначения для потенциала во всех трех случаях в виде $U_i^j(r, z)$, где нижний индекс обозначает среду, в которой расположен приемный электрод $i = 1, 2$. Верхний индекс обозначает среду, в которой расположен источник тока $j = 1, 2$.

Используя метод фиктивных источников, можно записать выражения для потенциала в первом случае $U_1^1(r, z)$, во втором случае $U_2^1(r, z)$ и в третьем случае $U_2^2(r, z)$ в виде:

$$U_1^1(L) = \frac{\rho_1 J}{4\pi} \left(\frac{1}{L} + \frac{K_{12}}{2d-L} \right); \quad (3.1.81)$$

$$U_2^1(L) = \frac{\rho_2 J}{4\pi} (1 - K_{12}) \frac{1}{L}; \quad (3.1.82)$$

$$U_2^2(L) = \frac{\rho_2 J}{4\pi} \left(\frac{1}{L} - \frac{K_{12}}{2d+L} \right). \quad (3.1.83)$$

В выражении (3.1.83) учтено, что $K_{21} = -K_{12}$.

Кажущееся сопротивление для предельного потенциал-зонда подсчитывается по формуле

$$\rho_k = 4\pi L \frac{U_M}{J}. \quad (3.1.84)$$

Подставляя выражения для потенциала точки M (3.1.81)–(3.1.83) в (3.1.84), получим:

$$\rho_{1k}^1(L) = \rho_1 \left(1 + \frac{K_{12}L}{2d-L} \right); \quad (3.1.85)$$

$$\rho_{2k}^1 = \rho_2 (1 - K_{12}); \quad (3.1.86)$$

$$\rho_{2k}^2(L) = \rho_2 \left(1 - \frac{K_{12}L}{2d+L} \right). \quad (3.1.87)$$

Для удобства выразим расстояние от источника тока до контакта d в единицах длины зонда L , т. е. введем обозначение $d' = d/L$. Тогда выражения для кажущегося сопротивления принимают вид:

$$\rho_{1к}^1 = \rho_1 \left(1 + \frac{K_{12}}{2d' - 1}\right); \quad (3.1.88)$$

$$\rho_{2к}^1 = \rho_2 (1 - K_{12}); \quad (3.1.89)$$

$$\rho_{2к}^2 = \rho_2 \left(1 - \frac{K_{12}}{2d' + 1}\right). \quad (3.1.90)$$

В случае использования градиент-зонда AO , где точка O соответствует середине расстояния между приемными электродами M и N , также возможны три случая расположения электродов. Градиент-зонд может быть последовательным и обращенным. У последовательного градиент-зонда приемные электроды находятся ниже питающего электрода A , а у обращенного градиент-зонда, наоборот, – выше питающего электрода.

Для предельного обращенного градиент-зонда возможны три случая расположения электродов относительно контакта (рис. 3.1.7). Первый случай – точки A и O расположены в первой среде ниже контакта. Второй случай – точка A остается в первой среде, а точка O переходит во вторую среду выше контакта. Третий случай – электрод A перешел контакт и обе точки A и O расположены во второй среде выше контакта.

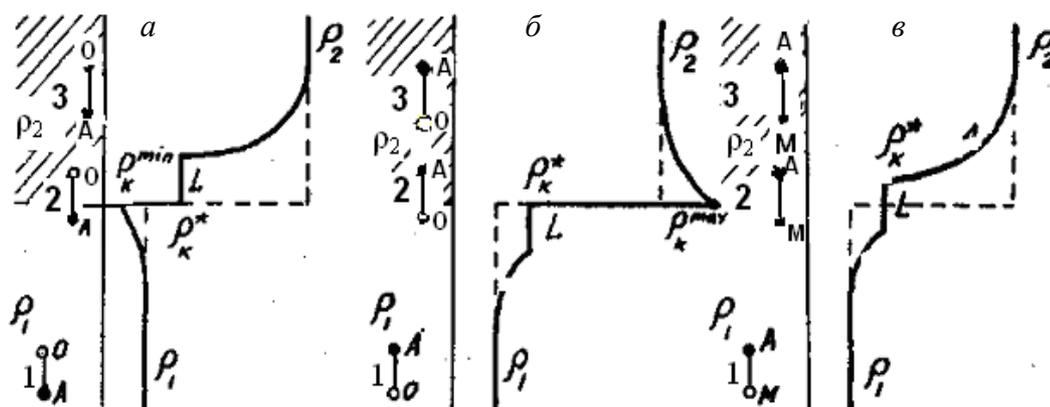


Рис. 3.1.7. Диаграммы КС над контактом пород различного сопротивления для обращенного градиент-зонда (*a*), последовательного градиент-зонда (*б*) и потенциал-зонда (*в*)

Для того чтобы получить расчетные формулы для предельного обращенного градиент-зонда, воспользуемся соотношением между напряженностью электрического поля E и градиентом его потенциала при малом изменении длины зонда $E = -dU/dL$.

Для предельного обращенного градиент-зонда длиной $AO = L$ получим:

$$E_1^1(L) = -dU_1^1(L) / dL = \frac{\rho_1 J}{4 \cdot \pi} \left(\frac{1}{L^2} - \frac{K_{12}}{(2d - L)^2} \right); \quad (3.1.91)$$

$$E_2^1(L) = -dU_2^1(L) / dL = \frac{\rho_2 J}{4 \cdot \pi} (1 - K_{12}) \frac{1}{L^2}; \quad (3.1.92)$$

$$E_2^2(L) = -dU_2^2(L) / dL = \frac{\rho_2 J}{4 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{L^2} - \frac{K_{12}}{(2d + L)^2} \right). \quad (3.1.93)$$

Кажущееся сопротивление для предельного градиент-зонда подсчитывают по формуле

$$\rho_k = 4\pi L^2 \frac{E}{J}. \quad (3.1.94)$$

Подставляя выражения для напряженности поля в районе электродов MN (3.1.91)–(3.1.93) в (3.1.94), получим:

$$\rho_{1к}^1(L) = \rho_1 \left(1 - \frac{K_{12} L^2}{(2d - L)^2} \right); \quad (3.1.95)$$

$$\rho_{1к}^1 = \rho_2 (1 - K_{12}); \quad (3.1.96)$$

$$\rho_{2к}^2 = \rho_2 \left(1 - \frac{K_{12} L^2}{(2d + L)^2} \right). \quad (3.1.97)$$

Выражая расстояние от источника тока до контакта d в единицах длины зонда L и вводя обозначение $d' = d/L$, получим расчетные формулы для обращенного градиент-зонда в виде:

$$\rho_{1к}^1 = \rho_1 \left(1 - \frac{K_{12}}{(2d' - 1)^2} \right); \quad (3.1.98)$$

$$\rho_{1к}^1 = \rho_2 (1 - K_{12}); \quad (3.1.99)$$

$$\rho_{2к}^2 = \rho_2 \left(1 - \frac{K_{12}}{(2d' + 1)^2} \right). \quad (3.1.100)$$

Для последовательного градиент-зонда можно предположить, что зонд AO приближается к контакту сверху вниз. Поэтому индексы сред надо поменять местами и вместо коэффициента отражения K_{12} поставить коэффициент K_{21} . В результате получим расчетные формулы для последовательного градиент-зонда в виде:

$$\rho_{1к}^1 = \rho_1 \left(1 + \frac{K_{12}}{(2d' - 1)^2} \right); \quad (3.1.101)$$

$$\rho_{1к}^2 = \rho_1 (1 + K_{12}); \quad (3.1.102)$$

$$\rho_{2к}^2 = \rho_2 \left(1 + \frac{K_{12}}{(2d' + 1)^2} \right). \quad (3.1.103)$$

В формуле (3.1.103) учтено, что $K_{21} = -K_{12}$.

Ниже приведен пример расчета кривых КС над контактом горных пород различного сопротивления.

3.2. Метод кажущихся сопротивлений (КС)

3.2.1. Физические основы метода

Метод кажущихся сопротивлений аналогичен электропрофилированию в полевой электроразведке. В скважине производят измерения с четырехэлектродной установкой $AMNB$, один из электродов которой (B или N) заземляют на поверхности у устья скважины, и его действием пренебрегают. Оставшиеся три электрода перемещают по скважине с сохранением неизменного расстояния между ними и называют зондовой установкой или просто зондом (рис. 3.2.1).

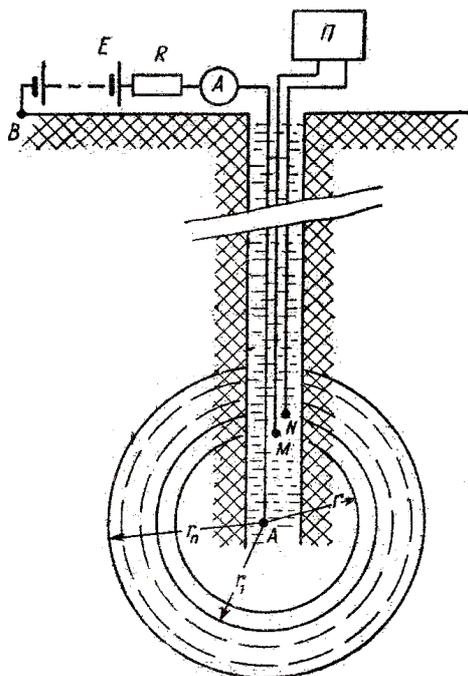


Рис. 3.2.1. Схема измерений кажущегося удельного сопротивления:

A и B – токовые электроды; M и N – измерительные электроды; Π – измерительный прибор; E – источник тока; R – сопротивление для установки силы тока в цепи питания; A – амперметр

Потенциал поля точечного источника тока J на расстоянии r от него в однородной и изотропной среде с сопротивлением ρ_0 :

$$U_{MN}^{AB} = \frac{J\rho_0}{4\pi r}. \quad (3.2.1)$$

Отсюда следует, что, измерив силу тока J , стекающего с электрода A , и разность потенциалов U_{AB}^{MN} между измерительными электродами M и N , можно вычислить удельное электрическое сопротивление (УЭС) однородной среды ρ_0 :

$$\rho_0 = K \frac{U_{MN}^{AB}}{J}, \quad (3.2.2)$$

где K – коэффициент зонда.

В том случае, когда измерения производятся в неоднородной среде, сопротивление, вычисленное по формуле (3.2.2), имеет смысл кажущегося сопротивления. Оно равно сопротивлению такой фиктивной однородной среды, в которой

при заданных размерах зонда и силе питающего тока в измерительной цепи создается такая же разность потенциалов, как и в данной неоднородной среде, т. е. окончательно в неоднородной среде формула (3.2.2) обретает вид:

$$\rho_k = K \frac{U_{MN}^{AB}}{J}. \quad (3.2.3)$$

Элементарная теория зонда. В скважину опускают три электрода. Один электрод остается на поверхности у устья скважины. Несмотря на то, что зонды КС состоят всего из трех электродов, различные комбинации этих электродов образуют зонды разного типа.

Для трехэлектродной установки, когда $B \rightarrow \infty$, коэффициент зонда приобретает вид

$$K = \frac{4\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN}} = \frac{4\pi \cdot AMAN}{MN}. \quad (3.2.4)$$

Для потенциал-зонда $AM \ll AN$, т. е. $N \rightarrow \infty$. При этом $U_N = 0$ и $\Delta U = U_M - U_N = U_M$. Таким образом, зонд измеряет потенциал электрода M и поэтому называется потенциал-зондом. Коэффициент потенциал-зонда $4\pi AM = 4\pi L$. Кажущееся сопротивление:

$$\rho_k = 4\pi AM \frac{U_M}{J}. \quad (3.2.5)$$

Для градиент-зонда $MN \ll AM$, при этом $\frac{\Delta U}{MN} = E$, где E – градиент потенциала или напряженность поля в районе электродов MN . Таким образом, зонд измеряет градиент потенциала и поэтому называется градиент-зондом. Коэффициент градиент-зонда при $MN \rightarrow 0$ равен $K = 4\pi AO^2 = 4\pi L^2$. Кажущееся сопротивление:

$$\rho_k = 4\pi L^2 \frac{E}{J}. \quad (3.2.6)$$

Связь кажущегося сопротивления с истинным удельным сопротивлением в районе электродов MN

Связь между кажущимся сопротивлением ρ_k и истинным сопротивлением в районе электродов ρ_{MN} в бесконечной однородной среде для предельного градиент-зонда можно получить, если с учетом закона Ома $E = \rho_{MN} j_{MN}$ выражение для кажущегося сопротивления переписать в виде

$$\rho_k = \frac{\rho_{MN} j_{MN}}{J/4\pi AO^2}; \quad (3.2.7)$$

$$J/4\pi AO^2 = j_0; \quad (3.2.8)$$

$$\rho_k = \frac{\rho_{MN} j_{MN}}{j_0}. \quad (3.2.9)$$

Для зонда общего назначения:

$$\rho_k = K \frac{\Delta U_{MN}}{J}, \quad (3.2.10)$$

где

$$\Delta U_{MN} = E_{MN} MN = \rho_{MN} j_{MN} MN; \quad (3.2.11)$$

$$\rho_k = K \frac{\rho_{MN} j_{MN} MN}{J}. \quad (3.2.12)$$

В однородной среде с сопротивлением ρ_0 :

$$\rho_0 = K \frac{\Delta U_0}{J} = K \frac{\rho_0 j_0 MN}{J}, \quad (3.2.13)$$

откуда следует:

$$\frac{1}{j_0} = K \frac{MN}{J}. \quad (3.2.14)$$

С учетом (3.2.14) выражение (3.2.12) можно переписать:

$$\rho_k = \frac{\rho_{MN} j_{MN}}{j_0}. \quad (3.2.15)$$

Полученная связь справедлива и для потенциал-зонда, так как мы получили ее для зонда общего назначения. Связь между кажущимся сопротивлением ρ_k и истинным сопротивлением в районе электродов ρ_{MN} в бесконечной однородной среде для предельного потенциал-зонда имеет некоторые особенности. Если электрод N удален достаточно далеко $N \rightarrow \infty$, то следует брать некоторые средние параметры для интервала M_∞ . Однако эта бесконечность физически достигается на расстояниях $10 L$ от электрода M , т. е. средние параметры следует брать на отрезке $M + 10 L$.

Связь между кажущимся сопротивлением ρ_k и истинным сопротивлением в районе электродов ρ_{MN} имеет важный физический смысл: ρ_{MN} играет роль локального фактора, так как характеризует истинное сопротивление в локальной области вблизи электродов MN , а j_{MN} – роль регионального фактора, так как ток в районе электродов MN зависит от геологического строения всей среды. Влияют все геологические объекты, неоднородности, границы раздела и т. д., которые присутствуют в окружающей среде.

К измерениям сопротивления в скважинах применим принцип суперпозиции, который гласит, что результат измерения сопротивления среды не изменится при смене назначения приемных и питающих электродов зонда.

3.2.2. Точечный источник постоянного тока в среде с плоскопараллельными границами раздела

Задача нахождения поля точечного источника для случая среды с плоскопараллельными границами раздела может быть решена непосредственным интегрированием дифференциального уравнения Лапласа (рис. 3.2.2).

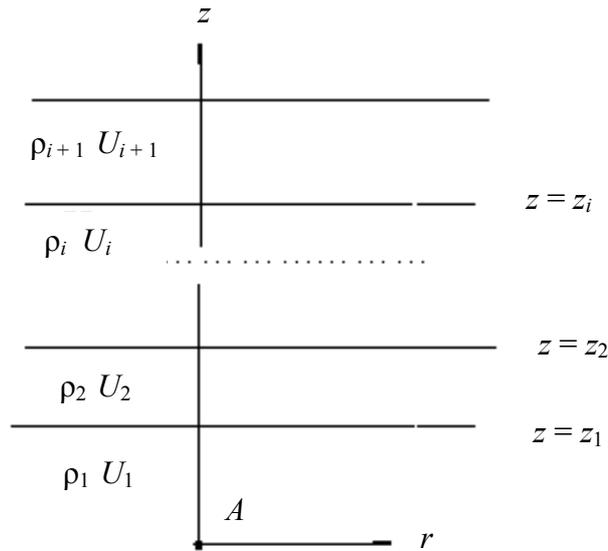


Рис. 3.2.2. Слоистая среда с плоскопараллельными границами раздела

Для нахождения постоянных интегрирования, получающихся при решении дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, используются условия, вытекающие из общих физических закономерностей. Обычно используют начальные (предельные) и граничные условия.

Предельных условий два:

1. При удалении от источника поля на бесконечно большое расстояние потенциал, напряженность поля и плотность тока стремятся к нулю:

$$U|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \quad E|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \quad j|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (3.2.16)$$

2. При приближении к источнику поля потенциал стремится к потенциалу источника. В случае источника бесконечно малых размеров плотность тока на его поверхности стремится к бесконечности. Поэтому при приближении к источнику потенциал и напряженность поля также стремятся к бесконечности.

Граничных условий также два:

1. Потенциал при переходе через границу двух сред непрерывен.

Если обозначить индексами 1 и 2 значения потенциала в бесконечно близких точках, расположенных по разные стороны от границы раздела, то

$$U_1 = U_2. \quad (3.2.17)$$

2. Нормальная к границе раздела компонента плотности тока In при переходе через границу раздела непрерывна:

$$In_1 = In_2.$$

Воспользовавшись законом Ома, можно записать второе граничное условие через другие компоненты поля:

$$\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\partial U_1}{\partial n} = \frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{\partial U_2}{\partial n}. \quad (3.2.18)$$

Для определения потенциала электрического поля, созданного точечным источником тока в среде с плоскопараллельными границами раздела методом решения уравнения Лапласа, воспользуемся цилиндрической системой координат (r, φ, z) . Источник тока мощностью J расположим в начале координат, а ось z направим перпендикулярно к плоскостям раздела сред.

Потенциальные функции $U_i(r, z)$, $i=1, 2, 3 \dots n$, должны удовлетворять дифференциальному уравнению Лапласа:

$$U_i(r, z), \quad i=1, 2, 3 \dots n,$$

граничным условиям (3.2.16) и условиям сопряжения на границах раздела пластов (3.2.17) и (3.2.18):

$$\begin{aligned} U_{i,R \rightarrow 0} &\rightarrow U_0; \quad U_{i,R \rightarrow \infty} \rightarrow 0; \\ (U_i)_{z=z_i} &= (U_{i+1})_{z=z_i}; \\ \left(\frac{1}{\rho_i} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial z}\right)_{z=z_i} &= \left(\frac{1}{\rho_{i+1}} \cdot \frac{\partial U_{i+1}}{\partial z}\right)_{z=z_i}, \end{aligned}$$

где ρ_i и ρ_{i+1} – сопротивления в i -й и $(i+1)$ -й средах; z_i – координата поверхности их раздела; R – расстояние от источника до точки M , в которой определяется потенциал, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$.

При принятой ориентации координатной системы электрическое поле будет симметричным относительно оси z и, следовательно, потенциал этого поля не должен зависеть от азимутального угла φ . В этих случаях дифференциальное уравнение Лапласа имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \quad (3.2.19)$$

Для решения этого уравнения воспользуемся методом Фурье и будем искать частный интеграл этого уравнения в виде произведения двух функций:

$$U = f(r) \cdot \varphi(z), \quad (3.2.20)$$

из которых функция $f(r)$ зависит только от переменной r , а функция $\varphi(z)$ – только от переменной z .

Продифференцировав (3.2.20) дважды по r и z и подставив результаты дифференцирования в дифференциальное уравнение Лапласа, получим:

$$f''(r)\varphi(z) + \frac{1}{r} f'(r)\varphi(z) + f(r)\varphi''(z) = 0. \quad (3.2.21)$$

Разделив выражение (3.2.21) на произведение $f(r)\varphi(z)$, будем иметь:

$$\frac{f''(r)}{f(r)} + \frac{1}{r} \frac{f'(r)}{f(r)} + \frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)} = 0. \quad (3.2.22)$$

По условию выбора функций $f(r)$ и $\varphi(z)$ первые два слагаемых равенства не содержат переменной z , следовательно, и третье слагаемое не должно зависеть от z . А так как $\varphi(z)$, а следовательно, и $\varphi''(z)$ не содержат r , то очевидно, что отношение $\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)}$ может быть только постоянной величиной. Обозначив эту ве-

личину через m^2 , приведем дифференциальное уравнение к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)} - m^2 = 0; \quad \frac{f''(r)}{f(r)} + \frac{1}{r} \frac{f'(r)}{f(r)} + m^2 = 0, \quad (3.2.23)$$

или

$$\varphi''(z) - m^2 \varphi(z) = 0; \quad (3.2.24)$$

$$f''(r) + \frac{1}{r} f'(r) + m^2 f(r) = 0. \quad (3.2.25)$$

Частными интегралами уравнения (3.2.24) являются показательные функции e^{-mz} и e^{mz} , а уравнения (3.2.25) – цилиндрические функции (функции Бесселя) нулевого порядка первого и второго рода от действительного аргумента $J_0(mr)$ и $Y_0(mr)$ (см. рис. 1.1.1, 1.1.2).

Функция $Y_0(mr)$ при $mr = 0$, т. е. во всех точках, расположенных на оси z , обращается в бесконечность, что противоречит условию конечных значений потенциала в этой области, за исключением точки с координатами $r = 0, z = 0$. Поэтому при составлении общего интеграла уравнения коэффициенты при членах, содержащих функцию $Y_0(mr)$, должны быть равными нулю. Таким образом, общее решение уравнения в частных производных будет содержать только совокупности произведений $J_0(mr)e^{-mz}$ и $J_0(mr)e^{mz}$. Вследствие произвольного выбора постоянной m полное решение уравнения может быть представлено суммой следующих интегралов:

$$U = \int_0^{\infty} A(m)J_0(mr)e^{-mz} dm + \int_0^{\infty} B(m)J_0(mr)e^{mz} dm, \quad (3.2.26)$$

где $A(m)$ и $B(m)$ – функции параметра m .

Аналитическое выражение этих функций будет различным для разных сред. В частных случаях функции $A(m)$ и $B(m)$ могут быть постоянными величинами.

На основании формулы (3.2.26) потенциал электрического поля в первой среде будет:

$$U_1 = \int_0^{\infty} A_1(m)J_0(mr)e^{-mz} dm + \int_0^{\infty} B_1(m)J_0(mr)e^{mz} dm. \quad (3.2.27)$$

Если источник тока расположен в первой среде, то решение должно иметь вид:

$$U_1 = \frac{\rho_1 J}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + U_1^* = U_0 + U_1^*, \quad (3.2.28)$$

где U_0 – потенциал в однородной безграничной среде; U_1^* – потенциальная функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа (конечная и непрерывная во всем изучаемом пространстве) и обращающаяся в нуль в бесконечно удаленных точках. Эта функция характеризует влияние границ раздела.

Потенциалы (3.2.27) и (3.2.28) будут тождественны, если принять $A_1(m) = \frac{\rho_1 J}{4\pi}$ и воспользоваться интегралом Вебера: $\int_0^\infty J_0(mr)e^{-mz} dm = \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}}$.

Тогда

$$U_1 = \frac{\rho_1 J}{4\pi} \int_0^\infty J_0(mr)e^{-mz} dm + \int_0^\infty B_1(m)J_0(mr)e^{mz} dm. \quad (3.2.29)$$

Во второй и следующих средах $U_i(r, z)$, $i = 2, 3, \dots, n-1$:

$$U_i = \int_0^\infty A_i(m)J_0(mr)e^{-mz} dm + \int_0^\infty B_i(m)J_0(mr)e^{mz} dm. \quad (3.2.30)$$

В последней среде, простирающейся до бесконечности, для соблюдения условия $U_n = 0$ при $z = \infty$ необходимо равенство нулю функции $B_n(m)$, в связи с чем

$$U_n = \int_0^\infty A_n(m)J_0(mr)e^{-mz} dm. \quad (3.2.31)$$

Умножив функции $B_1(m)$, $A_i(m)$, $B_i(m)$, $A_n(m)$ на постоянные величины $\frac{4\pi}{\rho_1 J}$, $\frac{4\pi}{\rho_i J}$, $\frac{4\pi}{\rho_n J}$ и введя новые функции:

$$\begin{aligned} D_1(m) &= \frac{4\pi}{\rho_1 J} B_1(m), \dots, C_i(m) = \frac{4\pi}{\rho_i J} A_i(m); \\ D_i(m) &= \frac{4\pi}{\rho_i J} B_i(m), \dots, C_n(m) = \frac{4\pi}{\rho_n J} A_n(m), \end{aligned} \quad (3.2.32)$$

приведем уравнения (3.2.29), (3.2.30) и (3.2.31) к следующему виду:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{\rho_1 J}{4\pi} \left[\int_0^\infty J_0(mr)e^{-mz} dm + \int_0^\infty D_1(m)J_0(mr)e^{mz} dm \right]; \\ U_i &= \frac{\rho_i J}{4\pi} \left[\int_0^\infty C_i(m)J_0(mr)e^{-mz} dm + \int_0^\infty D_i(m)J_0(mr)e^{mz} dm \right]; \\ U_n &= \frac{\rho_n J}{4\pi} \int_0^\infty C_n(m)J_0(mr)e^{-mz} dm. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.33)$$

Для численного расчета потенциала электрического поля необходимо установить явный вид функций $D_1(m)$, $C_i(m)$, $D_i(m)$, $C_n(m)$. Для этого воспользуемся граничными условиями (3.2.17) и (3.2.18). Эти условия дают возможность получить две системы из $n-1$ уравнений каждая с $2(n-1)$ неизвестными функциями $D_1(m), \dots, C_i(m), \dots, D_i(m), \dots, C_n(m)$.

Используя первое граничное условие (3.2.17), получим первую систему из $(n-1)$ уравнений:

$$\rho_1 \left[\int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz_1} dm + \int_0^\infty D_1(m) J_0(mr) e^{mz_1} dm \right] = \quad (3.2.34)$$

$$\rho_2 \left[\int_0^\infty C_2(m) J_0(mr) e^{-mz_1} dm + \int_0^\infty D_2(m) J_0(mr) e^{mz_1} dm \right];$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\rho_i \left[\int_0^\infty C_i(m) J_0(mr) e^{-mz_i} dm + \int_0^\infty D_i(m) J_0(mr) e^{mz_i} dm \right] = \quad (3.2.34)$$

$$= \rho_{i+1} \left[\int_0^\infty C_{i+1}(m) J_0(mr) e^{-mz_i} dm + \int_0^\infty D_{i+1}(m) J_0(mr) e^{mz_i} dm \right];$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\rho_{n-1} \left[\int_0^\infty C_{n-1} J_0(mr) e^{-mz_{n-1}} dm + \int_0^\infty D_{n-1}(m) J_0(mr) e^{mz_{n-1}} dm \right] =$$

$$= \rho_n \int_0^\infty C_n(m) J_0(mr) e^{-mz_{n-1}} dm.$$

Из второго граничного условия (3.2.18) находим:

$$\left. \begin{aligned} & - \int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz_1} m dm + \int_0^\infty D_1(m) J_0(mr) e^{mz_1} m dm = \\ & = - \int_0^\infty \dot{N}_2(m) J_0(mr) e^{-mz_1} m dm + \int_0^\infty D_2(m) J_0(mr) e^{mz_1} m dm; \\ & \dots\dots\dots \\ & - \int_0^\infty C_i(m) J_0(mr) e^{-mz_i} m dm + \int_0^\infty D_i(m) J_0(mr) e^{mz_i} m dm = \\ & = - \int_0^\infty \dot{N}_{i+1}(m) J_0(mr) e^{-mz_i} m dm + \int_0^\infty D_{i+1}(m) J_0(mr) e^{mz_i} m dm; \\ & \dots\dots\dots \\ & - \int_0^\infty C_{n-1}(m) J_0(mr) e^{-mz_{n-1}} m dm + \int_0^\infty D_{n-1}(m) J_0(mr) e^{mz_{n-1}} m dm = \\ & = - \int_0^\infty \dot{N}_n(m) J_0(mr) e^{-mz_{n-1}} m dm. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.35)$$

Перенесем правые части уравнений в их левую часть, объединим интегралы по множителю $J_0(mr)$ и заменим сумму интегралов интегралом от суммы подынтегральных функций. После этого системы (3.2.34), (3.2.35) принимают вид:

$$\int_0^\infty \left[-e^{-mz_1} + D_1(m) e^{mz_1} + C_2(m) e^{-mz_1} - D_2(m) e^{mz_1} \right] J_0(mr) m dm = 0;$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\int_0^\infty \left[-C_i(m) e^{-mz_i} + D_i(m) e^{mz_i} + C_{i+1}(m) e^{-mz_i} - D_{i+1}(m) e^{mz_i} \right] J_0(mr) dm = 0; \quad (3.2.36)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\int_0^\infty \left[-C_{n-1}(m) e^{-mz_{n-1}} + D_{n-1}(m) e^{mz_{n-1}} + C_n(m) e^{-mz_{n-1}} \right] J_0(mr) dm = 0.$$

Вышеприведенные уравнения удовлетворяются в любых точках поверхностей раздела, т. е. при любых значениях r , при условиях равенства нулю выражений, стоящих под знаком объединенных интегралов.

Решение системы уравнений (3.2.36) дает возможность определить функции $D_1(m), \dots, C_i(m), \dots, D_i(m), \dots, C_n(m)$. На каждой из $(2n - 1)$ -границ раздела имеется по два граничных условия. Кроме того, имеется два начальных (предельных) условия (3.2.16). Таким образом, для определения $2n$ неизвестных коэффициентов условий хватает, и после подстановки значений этих коэффициентов в формулы (3.2.29)–(3.2.31) и интегрирования можно получить окончательные выражения для потенциала электрического поля в средах с плоскопараллельными границами раздела. Дальнейшее решение задачи приведем для заданного числа границ раздела в исследуемых средах: контакт (рис. 3.2.3) и пласт (рис. 3.2.4).

Одна граница раздела (контакт)

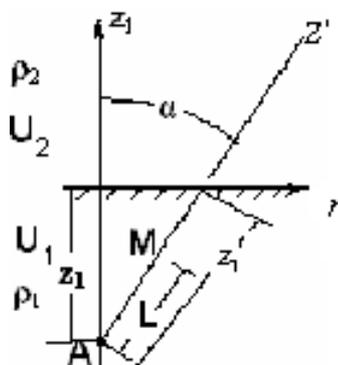


Рис. 3.2.3. Контакт двух горных пород с различным сопротивлением

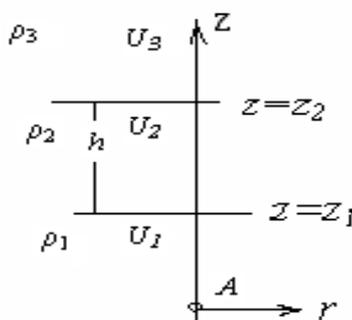


Рис. 3.2.4. Пласт мощностью h с сопротивлением ρ_2 во вмещающих горных породах

В частном случае двух безграничных полупространств, разделенных плоской границей раздела (контакт), при расположении источника тока A в нижней среде получим:

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left[\int_0^{\infty} J_0(mr) e^{-mz} dm + \int_0^{\infty} D_1(m) J_0(mr) e^{mz} dm \right]; \quad (3.2.37)$$

$$U_2^{(1)} = \frac{\rho_2 I}{4\pi} \int_0^{\infty} C_2(m) J_0(mr) e^{-mz} dm. \quad (3.2.38)$$

На границе при $z = z_1$:

$$(U_1^{(1)})_{z=z_1} = (U_2^{(1)})_{z=z_1};$$

$$\left(\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial z}\right)_{z=z_1} = \left(\frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{\partial U_2^{(1)}}{\partial z}\right)_{z=z_1},$$

и, следовательно,

$$\rho_1 \int_0^\infty \left[e^{-mz_1} + D_1(m)e^{mz_1} \right] J_0(mr) dm = \rho_2 \int_0^\infty C_2(m) J_0(mr) e^{-mz_1} dm; \quad (3.2.39)$$

$$\int_0^\infty \left[-e^{-mz_1} + D_1(m)e^{mz_1} \right] J_0(mr) m dm = - \int_0^\infty C_2(m) J_0(mr) e^{-mz_1} m dm = 0.$$

Последние два равенства удовлетворяются при любых значениях r при условии:

$$\rho_1 e^{-mz_1} + \rho_1 D_1(m) e^{mz_1} - \rho_2 C_2(m) e^{-mz_1} = 0;$$

$$-e^{-mz_1} + D_1(m) e^{mz_1} + C_2(m) e^{-mz_1} = 0. \quad (3.2.40)$$

Решая приведенную систему уравнений относительно $D_1(m)$ и $C_2(m)$, найдем эти функции:

$$D_1(m) = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} e^{-2mz_1} = k_{12} e^{-2mz_1}; \quad (3.2.41)$$

$$C_2(m) = \frac{2\rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = 1 - k_{12}.$$

Подставим значения функций $D_1(m)$ и $C_2(m)$ в формулы (3.2.37), (3.2.38) и воспользуемся интегралом Вебера:

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 J}{4\pi} \left[\int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz} dm + k_{12} \int_0^\infty J_0(mr) e^{-m(2z_1 - z)} dm \right] =$$

$$= \frac{\rho_1 J}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} - \frac{k_{12}}{\sqrt{r^2 + (2z_1 - z)^2}} \right]; \quad (3.2.42)$$

$$U_2^{(1)} = \frac{\rho_2 J (1 - k_{12})}{4\pi} \int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz} dm = \frac{2\rho_1 \rho_2 J}{4\pi(\rho_1 + \rho_2)} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (3.2.43)$$

Пусть теперь скважина пересекает контакт под углом α вдоль оси z' , т. е. α – угол между осями z и z' . Обозначим расстояние по скважине вдоль оси z' до границы раздела через z'_1 . Расстояние от точки A до точки M равно длине потенциал-зонда: $L = AB$. После простейших преобразований придем к следующим формулам:

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 J}{4\pi} \left[\frac{1}{L} - \frac{k_{12}}{\sqrt{L^2 + 4(z'_1 - L) \cos^2 \alpha z'_1}} \right]; \quad (3.2.44)$$

$$U_2^{(1)} = \frac{2\rho_1 \rho_2 J}{4\pi_1(\rho_1 + \rho_2)L} = \frac{(1 - k_{12})J}{4\pi L}.$$

Аналогичным образом выводятся формулы, определяющие потенциалы электрического поля и для случая, когда источник тока A находится во второй среде.

Две границы раздела (пласт)

Пласт мощностью h имеет две границы раздела, отделяющие его от вмещающих горных пород (рис. 3.2.4). Граница между пластом и подстилающей средой $z = z_1$. Граница между пластом и покрывающей средой $z = z_2$. Источник тока A расположен в подстилающей среде.

Потенциальные функции в каждой среде будут определяться следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{\rho_1 I}{4\pi} \left[\int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz} dm + \int_0^\infty D_1(m) J_0(mr) e^{mz} dm \right]; \\ U_2 &= \frac{\rho_2 I}{4\pi} \left[\int_0^\infty C_2(m) J_0(mr) e^{-mz} dm + \int_0^\infty D_2(m) J_0(mr) e^{mz} dm \right]; \\ U_3 &= \frac{\rho_3 I}{4\pi} \int_0^\infty C_3(m) J_0(mr) e^{-mz} dm. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.45)$$

Для отыскания неизвестных функций $D_1(m)$, $C_2(m)$, $D_2(m)$, $C_3(m)$ воспользуемся граничными условиями. Объединим несобственные интегралы по функции Бесселя $J_0(mr)$. Примем вначале $z = z_1$ в формулах для потенциала U_1 и U_2 и приравняем их правые части. Затем примем $z = z + h$ в формулах U_2 и U_3 и приравняем их правые части. Поступим аналогичным образом с производными по z от равенств U_1 и U_2 , U_2 и U_3 , предварительно разделив U_1 на ρ_1 , U_2 на ρ_2 , U_3 на ρ_3 . После ряда преобразований придем к системе уравнений, определяющих искомые функции:

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 D_1(m) e^{mz_1} - \rho_2 D_2(m) e^{mz_1} - \rho_2 C_2(m) e^{-mz_1} + \rho_1 e^{-mz_1} &= 0, \\ \rho_2 D_2(m) e^{m(z_1+h)} + \rho_2 C_2(m) e^{-m(z_1+h)} - \rho_3 C_3(m) e^{-m(z_1+h)} &= 0, \\ D_1(m) e^{mz_1} + C_2(m) e^{-mz_1} - D_2(m) e^{-mz_1} - e^{-mz_1} &= 0, \\ C_2(m) e^{-m(z_1+h)} + D_2(m) e^{m(z_1+h)} + C_3(m) e^{-m(z_1+h)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.2.46)$$

Решив эту систему уравнений, получим:

$$\begin{aligned} D_1(m) &= k_{12} e^{-2mz_1} + (1 - k_{12}^2) k_{23} \sum_{n=1}^{n=\infty} (k_{12} k_{23})^{n-1} e^{-2m(nh+z_1)}; \\ C_2(m) &= (1 - k_{12}) \sum_{n=1}^{n=\infty} (k_{12} k_{23})^n e^{-2mnh}; \\ D_2(m) &= (1 - k_{12}) k_{23} \sum_{n=1}^{n=\infty} (k_{12} k_{23})^{n-1} e^{-2m(nh+z_1)}; \\ C_3(m) &= (1 - k_{12})(1 - k_{23}) \sum_{n=1}^{n=\infty} (k_{12} k_{23})^n e^{-2mnh}. \end{aligned} \quad (3.2.47)$$

Подставив значения функций $D_1(m)$, $C_2(m)$, $D_2(m)$, $C_3(m)$ в формулы (3.2.45), придем к суммам интегралов: $\int_0^{\infty} J_0(mr) e^{-m(2nh+2z_1 \pm z)} dm$; $\int_0^{\infty} J_0(mr) e^{-m(2nh \pm z)} dm$, которые вычисляются по формуле Вебера:

$$\int_0^{\infty} J_0(mr) e^{-m(2nh+2z_1 \pm z)} dm = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nh+2z_1 \pm z)^2}};$$

$$\int_0^{\infty} J_0(mr) e^{-m(2nh \pm z)} dm = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nh \pm z)^2}};$$

В результате интегрирования находим решение задачи для случая пласта, когда источник тока расположен в подстилающей среде:

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 J}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \frac{k_{12}}{\sqrt{r^2 + (2z_1 \pm z)^2}} + (1 - k_{12}^2) k_{23} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k_{12} k_{23})^{n-1}}{\sqrt{r^2 + (2nh + 2z_1 \pm z)^2}} \right];$$

$$U_2^{(1)} = \frac{\rho_2 J}{4\pi} (1 - k_{12}) \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k_{12} k_{23})^n}{\sqrt{r^2 + (2nh + z)^2}} + k_{23} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k_{12} k_{23})^{n-1}}{\sqrt{r^2 + (2nh + 2z_1 - z)^2}} \right]; \quad (3.2.48)$$

$$U_3^{(1)} = \frac{\rho_3 J}{4\pi} (1 - k_{12})(1 - k_{23}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k_{12} k_{23})^n}{\sqrt{r^2 + (2nh + z)^2}}.$$

Подобным образом могут быть получены формулы для потенциала электрического поля в случаях, когда источник тока находится в пласте 2 и покрывающей пласт среде 3. Определив значения потенциалов U и напряженностей электрического поля E , после несложных преобразований придем к совокупности равенств, определяющих кажущееся сопротивление для потенциал- и градиент-зондов при различных положениях питающего заземления и измерительных электродов относительно границ раздела сред.

Конфигурация кривых каротажа КС над мощными пластами высокого сопротивления приведена на рис. 3.2.5.

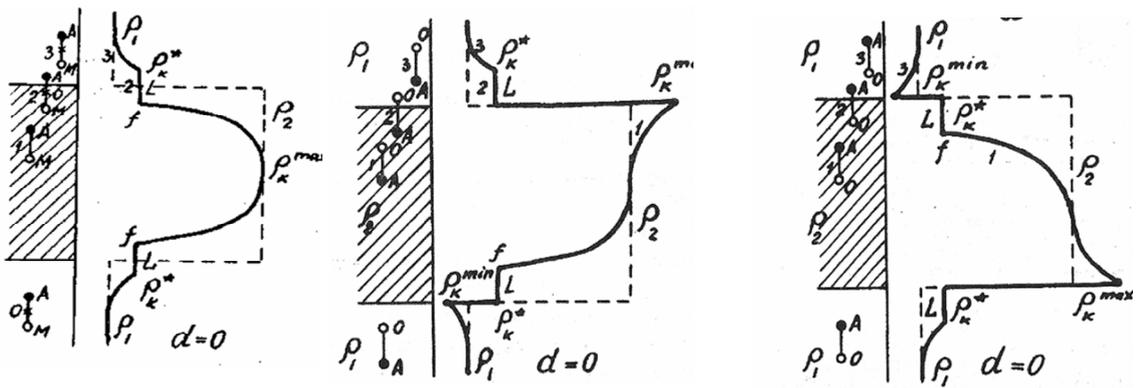


Рис. 3.2.5. Форма кривых каротажа КС над мощными пластами высокого сопротивления для потенциал-зонда (слева), обращенного градиент-зонда (по середине) и последовательного градиент-зонда (справа)

Форма кривых каротажа КС над мощными пластами низкого сопротивления приведена на рис. 3.2.6.

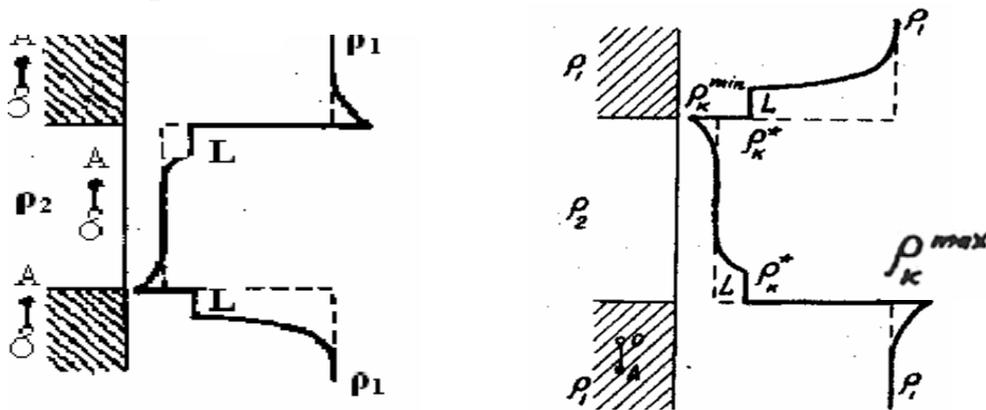


Рис. 3.2.6. Форма кривых каротажа КС над мощными пластами низкого сопротивления для обращенного градиент зонда (слева) и последовательного градиент-зонда (справа)

Форма кривых каротажа КС над тонкими пластами высокого сопротивления приведена на рис. 3.2.7.

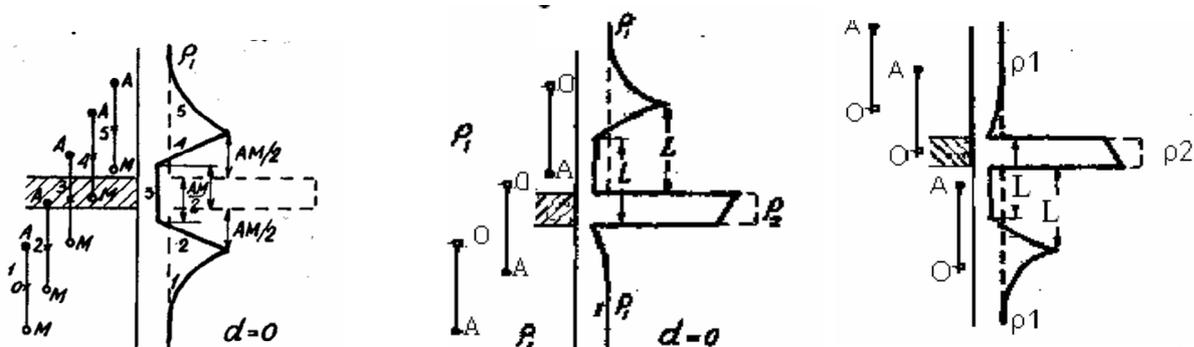


Рис. 3.2.7. Форма кривых каротажа КС над тонкими пластами высокого сопротивления для потенциал-зонда (слева), обращенного градиент-зонда (посередине) и последовательного градиент-зонда (справа)

Форма кривых каротажа КС над тонкими пластами низкого сопротивления приведена на рис. 3.2.8.

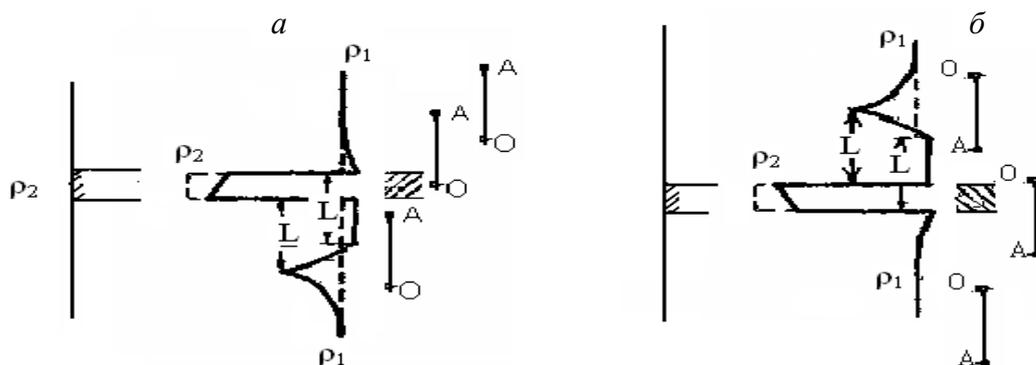


Рис. 3.2.8. Форма кривых каротажа КС над тонкими пластами низкого сопротивления для последовательного градиент-зонда (а) и обращенного градиент-зонда (б)

3.3. Метод боковых каротажных зондирований (БКЗ)

Боковое каротажное электрическое зондирование (БКЗ) представляет собой исследование скважины серией зондов, имеющих различные размеры, от которых зависит глубина исследования. Размер наименьшего зонда выбирается близким к диаметру скважины, а каждый последующий зонд должен быть в 2-2,5 раза больше предыдущего. Размер наибольшего зонда обычно не превышает 8 м.

Удельное электрическое сопротивление (УЭС) горных пород, окружающих скважину, методикой бокового каротажного электрического зондирования определяют по характеру изменения кажущегося сопротивления с увеличением размеров зондов. По кривым кажущегося сопротивления ρ_k , зарегистрированным зондами различных размеров, на специальных бланках в двойном логарифмическом масштабе строят фактические кривые бокового электрического зондирования $\rho_k = f(L)$, где L – длина зонда. Эти кривые графически сопоставляют с теоретическими кривыми $\rho_k / \rho_c = f(L/d_c)$, где ρ_c – сопротивление бурового раствора в скважине, построенными для постоянных значений отношений $\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_c}, \frac{\rho_{\text{зп}}}{\rho_c}, \frac{L}{d_c}, \frac{D}{d_c}$, где $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{зп}}$ – УЭС пласта и УЭС зоны проникновения фильтра бурового раствора в пласт, d_c и D – диаметр скважины и диаметр зоны проникновения фильтра бурового раствора в пласт. Решение задачи упрощается, если зона проникновения фильтра бурового раствора в пласт отсутствует. При этом $\rho_{\text{зп}}$ и D равны нулю.

Сопоставляя интерпретируемую и теоретическую кривые зондирования, можно по параметрам $\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_c}, \frac{\rho_{\text{зп}}}{\rho_c}, \frac{L}{d_c}, \frac{D}{d_c}$ теоретической кривой, с которой совмести-лась интерпретируемая кривая, определить для последней удельные сопротивления $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{зп}}$, приближенно диаметр зоны проникновения D , а также d_c и ρ_c .

Построение палетки двухслойных БКЗ

Сформулируем задачу следующим образом. Скважина диаметром d_c заполнена глинистым раствором удельного электрического сопротивления ρ_c и пересекает пласт большой мощности удельного электрического сопротивления $\rho_{\text{п}}$. Скважина отделяется от пласта бесконечной коаксиальной цилиндрической границей раздела $r = r_c$. Требуется найти распределение потенциала электрического поля в скважине, созданного точечным питающим заземлением A , установленным на оси скважины, при наличии одной цилиндрической поверхности раздела (рис. 3.3.1).

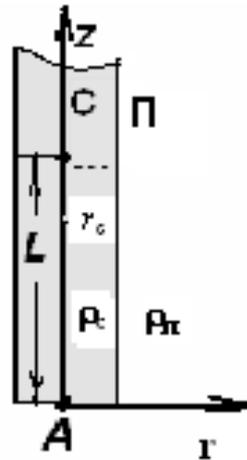


Рис. 3.3.1. К вопросу определения потенциала точечного источника в скважине при наличии одной цилиндрической границы раздела: С – скважина; П – пласт

Для решения задачи воспользуемся цилиндрической системой координат (r, φ, z) , ось z которой совместим с осью скважины, а начало – с источником тока – точкой A (см. рис. 3.3.1).

Функции $U_c(r, z)$ и $U_{\text{п}}(r, z)$, определяющие потенциал в скважине и в пласте, должны удовлетворять уравнению Лапласа $\Delta U = 0$ в любой точке исследуемого пространства, за исключением начала координат (точки, в которой находится питающее заземление A).

В связи с аксиальной симметрией поля функции $U_c(r, z)$ и $U_{\text{п}}(r, z)$ не должны зависеть от азимутального угла φ . Поэтому в цилиндрической системе координат дифференциальное уравнение Лапласа будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \quad (3.3.1)$$

При приближении к точке A , где находится источник тока, функция U_c должна стремиться к значению потенциала точечного источника тока в однородной изотропной среде U_0 с сопротивлением ρ_c :

$$U_{c, \sqrt{r^2+z^2} \rightarrow 0} \rightarrow \frac{\rho_c J}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}} = U_0, \quad (3.3.2)$$

а при $R = \sqrt{r^2+z^2} \rightarrow 0$ обращаться в бесконечность вида $1/R$.

Поэтому функция U_c может быть представлена и в следующем виде:

$$U_c = U_0 + U^*, \quad (3.3.3)$$

где U^* – конечная и непрерывная функция (удовлетворяющая уравнению Лапласа) в любых точках среды C (скважины) и обращающаяся в нуль в бесконечно удаленных точках.

На стенке скважины при $r = r_0$ должны соблюдаться граничные условия:

$$(U_c)_{r=r_c} = (U_n)_{r=r_c}; \quad (3.3.4)$$

$$\left(\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial U_c}{\partial r} \right)_{r=r_c} = \left(\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial U_n}{\partial r} \right)_{r=r_c}. \quad (3.3.5)$$

Потенциальные функции не зависят от знака z вследствие симметрии поля относительно плоскости Q , проходящей через источник тока и перпендикулярной к оси скважины.

Для решения дифференциального уравнения Лапласа воспользуемся методом Фурье. Будем искать частный интеграл уравнения Лапласа в виде произведения функций:

$$U = f(r)\varphi(z), \quad (3.3.6)$$

в котором функция $f(r)$ зависит только от r , а функция $\varphi(z)$ – только от z . Продифференцируем это произведение дважды по r и по z . Подставим полученные производные в уравнение Лапласа (3.3.1) и разделим результат на $U = f(r)\varphi(z)$, тогда

$$\frac{f''(r)}{f(r)} + \frac{1}{r} \frac{f'(r)}{f(r)} + \frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)} = 0. \quad (3.3.7)$$

В связи с независимостью функций $f(r)$ от z и $\varphi(z)$ от r отношение $\varphi''(z)/\varphi(z)$ должно быть постоянным числом. Полагая

$$\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)} = -m^2 = \text{const},$$

приведем дифференциальное уравнение в частных производных (3.3.1) к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\varphi''(z) + m^2\varphi(z) = 0; \quad (3.3.8)$$

$$f''(r) + \frac{1}{r}f'(r) - m^2f(r) = 0. \quad (3.3.9)$$

Частными интегралами уравнения (3.3.8) будут функции $\sin mz$ и $\cos mz$, уравнения (3.3.9) – функции Бесселя первого и второго родов нулевого порядка от мнимого аргумента $I_0(mr)$ и $K_0(mr)$ (см. рис. 1.1.3, 1.1.4). Следовательно, частными интегралами уравнения Лапласа (3.3.1) должны быть произведения $I_0(mr)\sin mz, I_0(mr)\cos mz, K_0(mr)\sin mz, K_0(mr)\cos mz$. Так как потенциал U не зависит от знака z , то при составлении общего интеграла уравнения (3.3.1) следует принять равными нулю коэффициенты в линейных совокупностях, содержащих произведения $I_0(mr)\sin mz, K_0(mr)\sin mz$.

Общее решение задачи после интегрирования по m в бесконечных пределах принимает вид:

$$U(r, z) = \int_0^{\infty} A(m)I_0(mr) \cos mzd m + \int_0^{\infty} B(m)K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.10)$$

В скважине (в среде C) решение имеет вид:

$$U_c(r, z) = \int_0^{\infty} A_c(m)I_0(mr) \cos mzd m + \int_0^{\infty} B_c(m)K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.11)$$

В скважине потенциальная функция должна удовлетворять также условию (3.3.2). Воспользовавшись интегралом Вебера, функцию U_0 можно представить в виде несобственного интеграла:

$$U_0(r, z) = \frac{\rho_c I}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{\rho_c I}{2\pi^2} \int_0^{\infty} K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.12)$$

Из условия (3.3.2) функция $U_0(r, z)$ должна содержать коэффициент $B_c(m) = \frac{\rho_c I}{2\pi^2}$, тогда для потенциала в скважине

$$U_c(r, z) = \int_0^{\infty} A_c(m)I_0(mr) \cos mzd m + \int_0^{\infty} B_c(m)K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.13)$$

Так как функция U^* конечна во всех точках среды C , то она не может содержать функции $K_0(mr)$, которая имеет особенность на оси $r = 0$.

Поэтому условие (3.3.3) будет соблюдено, если предположить:

$$U^* = \int_0^{\infty} A_c(m)I_0(mr) \cos mzd m.$$

Первый интеграл в правой части равенства (3.3.13) характеризует изменение потенциала электрического поля источника тока A в связи с наличием стенки скважины. Вводя новую переменную $C_c(m) = \frac{2\pi^2 A_c(m)}{\rho_c I}$, запишем потенциал электрического поля в скважине в виде:

$$U_c = \frac{\rho_c I}{2\pi^2} \left(\int_0^{\infty} K_0(mr) \cos mzd m + \int_0^{\infty} C_c(m)I_0(mr) \cos mzd m \right). \quad (3.3.14)$$

Во внешней среде Π (в пласте) решение уравнения (3.3.1) не может иметь членов, содержащих функцию $I_0(mr)$ (в связи с беспредельным возрастанием этой функции). Поэтому решение будет иметь вид:

$$U_{\Pi} = \int_0^{\infty} B_{\Pi}(m)K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.15)$$

Для упрощения дальнейших вычислений умножим функцию $B_{\Pi}(m)$ на $\frac{2\pi^2}{\rho_{\Pi} J}$

и введем новую функцию $-D_{\Pi}(m) = \frac{2\pi^2}{\rho_{\Pi} J} B_{\Pi}(m)$.

Тогда потенциал электрического поля в пласте

$$U_{\text{н}} = \frac{\rho_{\text{н}} I}{2\pi^2} \int_0^{\infty} D_{\text{н}}(m) K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.16)$$

Для определения неизвестных функций $C_{\text{с}}(m)$ и $D_{\text{н}}(m)$ воспользуемся граничными условиями (3.3.4) и (3.3.5). Положим в выражениях (3.3.14) и (3.3.16) $r = r_{\text{с}}$. Используя граничное условие (3.3.4), получим:

$$\frac{\rho_{\text{с}} J}{2\pi^2} \left(\int_0^{\infty} C_{\text{с}} I_0(mr_{\text{с}}) \cos mzd m + \int_0^{\infty} K_0(mr_{\text{с}}) \cos mzd m \right) = \int_0^{\infty} D_{\text{н}}(m) K_0(mr_{\text{с}}) \cos mzd m,$$

или

$$\int_0^{\infty} (\rho_{\text{с}}(C_{\text{с}}(m)I_0(mr_{\text{с}}) + K_0(mr_{\text{с}})) - \rho_{\text{н}}D_{\text{н}}(m)K_0(mr_{\text{с}})) \cos mzd m = 0. \quad (3.3.17)$$

Равенство (3.3.17) соблюдается при любых значениях z , если равно нулю выражение, стоящее в скобках под знаком интеграла:

Для использования граничного условия (3.3.5) предварительно вычислим производные по r от потенциальных функций (3.3.14) и (3.3.16). Воспользуемся известными из теории Бесселевых функций соотношениями $I_0'(x) = I_1(x)$, $K_0'(x) = -K_1(x)$, где $I_0'(x)$ и $K_0'(x)$ – производные функций Бесселя первого и второго рода нулевого порядка от аргумента x . $I_1(x)$ и $K_1(x)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода первого порядка от того же аргумента. Тогда

$$\rho_{\text{с}} C_{\text{с}}(m) I_0(mr_{\text{с}}) + \rho_{\text{с}} K_0(mr_{\text{с}}) - \rho_{\text{н}} D_{\text{н}}(m) K_0(mr_{\text{с}}) = 0. \quad (3.3.18)$$

$$\frac{\partial U_{\text{с}}}{\partial r} = \frac{\rho_{\text{с}} J}{2\pi^2} \left(\int_0^{\infty} m C_{\text{с}}(m) I_1(mr) \cos mzd m + \int_0^{\infty} m K_1(mr) \cos mzd m \right); \quad (3.3.19)$$

$$\frac{\partial U_{\text{н}}}{\partial r} = -\frac{\rho_{\text{н}} J}{2\pi^2} \int_0^{\infty} m D_{\text{н}}(m) K_1(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.20)$$

Разделим равенство (3.3.19) на $\rho_{\text{с}}$, а равенство (3.3.20) – на $\rho_{\text{н}}$. Приняв в этих равенствах $r = r_{\text{с}}$, согласно условию (3.3.5), получим:

$$\int_0^{\infty} m C_{\text{с}}(m) I_1(mr_{\text{с}}) \cos mzd m - \int_0^{\infty} m K_1(mr_{\text{с}}) \cos mzd m = -\int_0^{\infty} m D_{\text{н}} K_1(mr_{\text{с}}) \cos mzd m;$$

или

$$\int_0^{\infty} m(C_{\text{с}}(m)I_1(mr_{\text{с}}) - K_1(mr_{\text{с}}) + D_{\text{н}}(m)K_1(mr_{\text{с}})) \cos mzd m = 0. \quad (3.3.21)$$

Равенство (3.3.21) удовлетворяется при любом значении z в том случае, если выражение, стоящее в скобках под знаком интеграла, равно нулю:

$$C_{\text{с}}(m)I_1(mr_{\text{с}}) - K_1(mr_{\text{с}}) + D_{\text{н}}(m)K_1(mr_{\text{с}}) = 0. \quad (3.3.22)$$

Решение системы двух уравнений (3.3.18) и (3.3.22) относительно двух неизвестных функций $C_{\text{с}}(m)$ и $D_{\text{н}}(m)$ дает возможность определить эти функции.

Измерительные электроды зонда находятся в скважине (среда С). Поэтому из всех перечисленных функций практический интерес представляет отыскание функции $C_{\text{с}}(m)$, входящей в уравнение (3.3.14).

В точках, расположенных на оси z , $r = 0$ и, следовательно, $I_0(mr) = I_0(0) = 1$. Тогда

$$U_{c,r=0} = U_c(0, z) = \frac{\rho_c J}{2\pi^2} \left[\int_0^\infty K_0(mr) \cos mz dm + \int_0^\infty C_c(m) \cos mz dm \right] =$$

$$= \frac{\rho_c J}{2\pi^2} \left[\frac{\pi}{2z} + \int_0^\infty C_c(m) \cos mz dm \right]. \quad (3.3.23)$$

Приняв в правой части этого равенства $z = L$ и подставив полученное выражение в формулу для кажущегося сопротивления:

$$\rho_k = 4\pi L \frac{U}{J},$$

получим кажущееся сопротивление для потенциал-зонда:

$$\rho_k = \rho_c \left[1 + \frac{2L}{\pi} \int_0^\infty C_c(m) \cos mL dm \right]. \quad (3.3.24)$$

Производная, взятая по z с обратным знаком от выражения для потенциала при $z = L$, дает напряженность E электрического поля в точках, расположенных на оси Z на расстоянии L от источника тока:

$$E = - \left(\frac{U_c}{\partial z} \right)_{z=L} = \frac{\rho_c J}{2\pi^2} \left[\frac{\pi}{2L^2} + \int_0^\infty m C_c(m) \sin mL dm \right]. \quad (3.3.25)$$

Подставив значение E в формулу кажущегося сопротивления для градиент-зонда $\rho_k = 4\pi L^2 \frac{E}{J}$, найдем ρ_k для градиент-зонда:

$$\rho_k = \rho_c \left[1 + \frac{2L^2}{\pi} \int_0^\infty m C_c(m) \sin mL dm \right]. \quad (3.3.26)$$

Для получения числовых значений ρ_k необходимо вычислить интегралы, стоящие в правых частях равенств (3.3.24) и (3.3.26). Для выполнения численного расчета лучше всего использовать редактор MathCAD. Пример численного расчета двухслойных кривых БКЗ в редакторе MathCAD приведен ниже.

Для нахождения коэффициента $C_c(m)$ систему уравнений (3.3.18)–(3.3.22) перепишем в виде

$$\rho_c C_c(m) I_0(mr_c) - \rho_n D_n(m) K_0(mr_c) = -\rho_c K_0(mr_c); \quad (3.3.27)$$

$$C_c(m) I_1(mr_c) + D_n(m) K_1(mr_c) = K_1(mr_c).$$

Решение системы относительно неизвестного коэффициента $C_c(m)$, по Крамеру, имеет вид $C_c(m) = \Delta_c(m) / \Delta(m)$, где $\Delta(m)$ – определитель системы (3.3.27), $\Delta_c(m)$ – определитель той же системы, получающийся путем замены первого столбца системы столбцом свободных членов.

В качестве примера ниже рассчитаны и построены двухслойные кривые бокового каротажного потенциал-зондирования (БКПЗ). Радиусы цилиндрических границ раздела заданы в единицах r_c , удельное электрическое сопротивление (УЭС) – в единицах ρ_c . Расчет выполнялся по формуле (3.3.24). Результаты построения палетки двухслойных БКПЗ приведены на рис. 3.3.2.

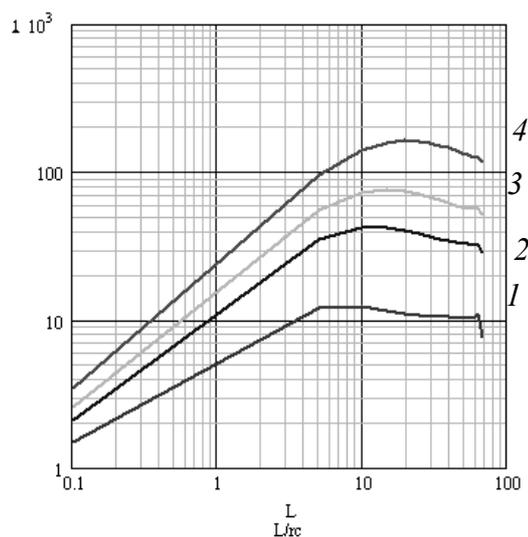


Рис. 3.3.2. Образец численного расчета палетки двухслойных БКПЗ: шифр кривых: $\rho_n = 10 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (1); $\rho_n = 30 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (2); $\rho_n = 50 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (3); $\rho_n = 100 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (4)

Для численного расчета двухслойных кривых градиент-зондирований (БКГЗ) воспользуемся выражением (3.3.26). Образец построения двухслойных кривых БКГЗ приведен на рис. 3.3.3 для случая $\rho_n > \rho_c$ и рис. 3.3.4 – для случая $\rho_n < \rho_c$.

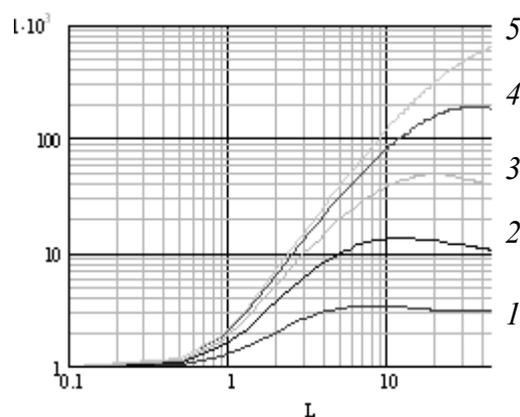


Рис. 3.3.3. Образец построения двухслойных кривых БКГЗ ($\rho_n > \rho_c$): шифр кривых: $\rho_n = 3 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (1); $\rho_n = 10 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (2); $\rho_n = 30 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (3); $\rho_n = 100 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (4); $\rho_n = 300 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (5)

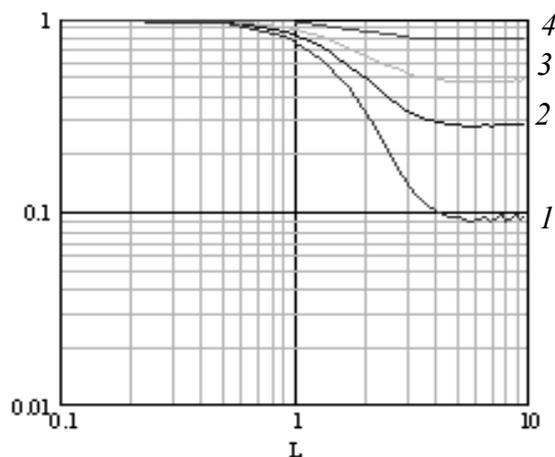


Рис. 3.3.4. Образец численного расчета двухслойных кривых БКГЗ ($\rho_n < \rho_c$): шифр кривых: $\rho_n = 0,1 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (1); $\rho_n = 0,3 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (2); $\rho_n = 0,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (3); $\rho_n = 0,8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (4)

Трехслойные кривые БКЗ

Сформулируем задачу следующим образом. Скважина диаметром d_c заполнена глинистым раствором удельного электрического сопротивления ρ_c и пересекает пласт большой мощности удельного электрического сопротивления ρ_n .

Введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) . Ось скважины совместим с осью z , а в начало координат поместим источник тока мощностью J . Требуется найти распределения потенциала и напряженности электрического поля в среде с двумя бесконечными цилиндрическими коаксиальными поверхностями раздела (рис. 3.3.5).

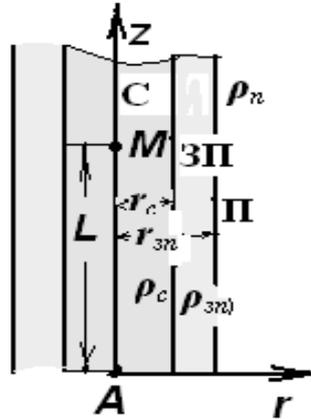


Рис. 3.3.5. Трехслойный разрез (скважина, зона проникновения фильтра бурового раствора в пласт и пласт):

С – скважина; ЗП – зона проникновения фильтра бурового раствора в пласт; П – пласт

Функции $U_c(r, z)$, $U_{зп}(r, z)$ и $U_n(r, z)$, определяющие потенциал в скважине, зоне проникновения и пласте, должны удовлетворять уравнению Лапласа $\Delta U = 0$ в любой точке исследуемого пространства, за исключением начала координат (точки, в которой находится питающее заземление А).

В связи с аксиальной симметрией поля функции $U_c(r, z)$, $U_{зп}(r, z)$ и $U_n(r, z)$ не должны зависеть от азимутального угла φ . Поэтому в цилиндрической системе координат дифференциальное уравнение Лапласа будет иметь вид (3.3.1).

1. В бесконечно удаленных точках, при $R = \sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty$, эти функции обращаются в нуль.

2. При приближении к началу координат, где находится источник тока, функция U_c должна стремиться к значению потенциала U_0 точечного источника тока в однородной изотропной среде с сопротивлением ρ_c :

$$U_{c, \sqrt{r^2+z^2} \rightarrow 0} \rightarrow \frac{\rho_c J}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}} = U_0. \quad (3.3.28)$$

Поэтому функция U_c может быть представлена в следующем виде:

$$U_c = U_0 + U^*, \quad (3.3.29)$$

где U^* – конечная и непрерывная функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа.

В точках, расположенных в непосредственной близости от поверхности раздела сред и разделенных этой поверхностью, искомые функции должны удовлетворять условию непрерывности потенциала:

$$(U_C)_{r=r_C} = (U_{3\Pi})_{r=r_C}; \quad (3.3.30)$$

$$(U_{3\Pi})_{r=r_{3\Pi}} = (U_{\Pi})_{r=r_{3\Pi}}. \quad (3.3.31)$$

В этих же точках должны соблюдаться условия постоянства нормальной (радиальной) составляющей плотности тока:

$$\left(\frac{1}{\rho_C} \cdot \frac{\partial U_C}{\partial r} \right)_{r=r_C} = \left(\frac{1}{\rho_{3\Pi}} \cdot \frac{\partial U_{3\Pi}}{\partial r} \right)_{r=r_C}; \quad (3.3.32)$$

$$\left(\frac{1}{\rho_{3\Pi}} \cdot \frac{\partial U_{3\Pi}}{\partial r} \right)_{r=r_{3\Pi}} = \left(\frac{1}{\rho_{\Pi}} \cdot \frac{\partial U_{\Pi}}{\partial r} \right)_{r=r_{3\Pi}}. \quad (3.3.33)$$

Для решения дифференциального уравнения Лапласа (3.3.1) воспользуемся методом Фурье. Будем искать частный интеграл уравнения (3.3.1) в виде произведения функций $U = f(r)\varphi(z)$, в котором функция $f(r)$ зависит только от r , а функция $\varphi(z)$ – только от z . Продифференцируем это произведение дважды по r и по z . Подставим полученные производные в выражение (3.3.1) и разделим результат на $U = f(r)\varphi(z)$, тогда получим выражение (3.3.7)

$$\frac{f''(r)}{f(r)} + \frac{1}{r} \frac{f'(r)}{f(r)} + \frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)} = 0. \quad (3.3.34)$$

Приведём дифференциальное уравнение в частных производных (3.3.34) к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\varphi''(z) + m^2\varphi(z) = 0; \quad (3.3.35)$$

$$f''(r) + \frac{1}{r} f'(r) - m^2 f(r) = 0. \quad (3.3.36)$$

Частными интегралами первого уравнения (3.3.35) будут функции $\sin mz$ и $\cos mz$, второго уравнения (3.3.36) – функции Бесселя первого и второго родов нулевого порядка от мнимого аргумента $I_0(mr)$ и $K_0(mr)$ (см. рис. 1.1.3, 1.1.4). Следовательно, частными интегралами уравнения Лапласа должны быть произведения $I_0(mr)\sin mz, I_0(mr)\cos mz, K_0(mr)\sin mz, K_0(mr)\cos mz$. Так как потенциал U не зависит от знака z , то при составлении общего интеграла уравнения Лапласа следует принять равными нулю коэффициенты в линейных совокупностях, содержащих произведения $I_0(mr)\sin mz, K_0(mr)\sin mz$:

$$U(r, z) = \int_0^{\infty} A(m)I_0(mr)\cos mzd m + \int_0^{\infty} B(m)K_0(mr)\cos mzd m, \quad (3.3.37)$$

где $A(m)$ и $B(m)$ – функции параметра m . В частном случае они могут быть постоянными величинами.

В скважине (в среде С) потенциальная функция должна удовлетворять также условию (3.3.28). Воспользовавшись интегралом Вебера, функцию U_0 можно представить в виде интеграла:

$$U_0 = \frac{\rho_c J}{4\pi r_c} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{\rho_c J}{2\pi^2} \int_0^\infty K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.38)$$

Так как функция U^* конечна во всех точках среды С, то она не может содержать функции $K_0(m, r)$, которая имеет особенность на оси скважины. Поэтому условие (3.3.28) будет соблюдено, если принять:

$$U^* = \int_0^\infty A_c(m) I_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.39)$$

Таким образом, в скважине (в среде С) потенциал электрического поля:

$$U_c = \frac{\rho_c J}{2\pi^2} \int_0^\infty K_0(mr) \cos mzd m + \int_0^\infty A_c(m) I_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.40)$$

В зоне проникновения фильтрата бурового раствора в пласт (в среде ЗП) потенциальная функция:

$$U_{зп} = \int_0^\infty A_{зп}(m) I_0(mr) \cos mzd m + \int_0^\infty B_{зп}(m) K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.41)$$

В пласте (в среде П) решение уравнения (3.3.34) не может иметь членов, содержащих функцию $I_0(mr)$ (в связи с беспредельным возрастанием этой функции). Поэтому выражение для потенциала принимает вид:

$$U_{п} = \int_0^\infty B_{п}(m) K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.42)$$

Для упрощения дальнейших вычислений умножим функции $A_c(m)$, $A_{зп}(m)$, $B_{зп}(m)$, $B_{п}(m)$ соответственно на $\frac{2\pi^2}{\rho_c J}$, $\frac{2\pi^2}{\rho_{зп} J}$, $\frac{2\pi^2}{\rho_{зп} J}$, $\frac{2\pi^2}{\rho_{п} J}$ и введем новые функции:

$$C_c(m) = \frac{2\pi^2}{\rho_c J} A_c(m); \quad C_{зп}(m) = \frac{2\pi^2}{\rho_{зп} J} A_{зп}(m); \quad (3.3.43)$$

$$D_{зп}(m) = \frac{2\pi^2}{\rho_{зп} J} B_{зп}(m); \quad D_{п}(m) = \frac{2\pi^2}{\rho_{п} J} B_{п}(m).$$

Тогда

$$U_c = \frac{\rho_c J}{2\pi^2} \left(\int_0^\infty K_0(mr) \cos mzd m + \int_0^\infty C_c(m) I_0(mr) \cos mzd m \right); \quad (3.3.44)$$

$$U_{зп} = \frac{\rho_{зп} J}{2\pi^2} \left(\int_0^\infty C_{зп} I_0(mr) \cos mzd m + \int_0^\infty D_{зп}(m) K_0(mr) \cos mzd m \right); \quad (3.3.45)$$

$$U_{п} = \frac{\rho_{п} J}{2\pi^2} \int_0^\infty D_{п}(m) K_0(mr) \cos mzd m. \quad (3.3.46)$$

Неизвестные функции $C_C(m)$, $C_{3\Pi}(m)$, $D_{3\Pi}(m)$ и $D_{\Pi}(m)$ находятся из граничных условий (3.3.30) – (3.3.33).

Используя граничные условия, составим систему из четырех уравнений для нахождения четырех неизвестных функций – $C_C(m)$, $C_{3\Pi}(m)$, $D_{3\Pi}(m)$, $D_{\Pi}(m)$:

$$\begin{aligned} \rho_C C_C(m) I_0(mr_C) - \rho_{3\Pi} C_{3\Pi}(m) I_0(mr_C) - \rho_{3\Pi} D_{3\Pi}(m) K_0(mr_C) &= -\rho_C K_0(mr_C); \\ C_C(m) I_1(mr_C) - C_{3\Pi}(m) I_1(mr_C) + D_{3\Pi}(m) K_1(mr_C) &= K_1(mr_C); \\ \rho_{3\Pi} C_{3\Pi}(m) I_0(mr_{3\Pi}) + \rho_{3\Pi} D_{3\Pi}(m) K_0(mr_{3\Pi}) - \rho_{\Pi} D_{\Pi}(m) K_0(mr_{3\Pi}) &= 0; \\ C_{3\Pi}(m) I_1(mr_{3\Pi}) - D_{3\Pi}(m) K_1(mr_{3\Pi}) + D_{\Pi}(m) K_1(mr_{3\Pi}) &= 0. \end{aligned} \quad (3.3.47)$$

Измерительные электроды зонда находятся в скважине (среда С). Поэтому из всех перечисленных функций практический интерес представляет отыскание функции $C_C(m)$, входящей в уравнение (3.3.44).

Для решения системы уравнений используем правило Крамера. Решение системы (3.3.47) относительно неизвестного коэффициента $C_C(m)$, по Крамеру, имеет вид: $C_C(m) = \Delta_C(m) / \Delta(m)$, где $\Delta(m)$ – определитель системы, $\Delta_C(m)$ – определитель, получающийся путем замены первого столбца системы (3.3.47) столбцом свободных членов.

В точках, расположенных на оси Z , для которых $r = 0$, $I_0(mr) = I_0(0) = 1$, потенциал:

$$\begin{aligned} U_{C,r=0} &= \frac{\rho_C J}{2\pi^2} \left[\int_0^{\infty} K_0(mr) \cos mzd m + \int_0^{\infty} C_C(m) \cos mzd m \right] = \\ &= \frac{\rho_C J}{2\pi^2} \left[\frac{\pi}{2z} + \int_0^{\infty} C_C(m) \cos mzd m \right]. \end{aligned} \quad (3.3.48)$$

Приняв в правой части равенства (3.3.48) $z = L$ и подставив полученное выражение в формулу $\rho_K = 4\pi L \frac{U}{J}$, определим кажущееся сопротивление для потенциал-зонда:

$$\rho_K = \rho_C \left[1 + \frac{2L^2}{\pi} \int_0^{\infty} C_C(m) \cos mLdm \right]. \quad (3.3.49)$$

Производная, взятая по z с обратным знаком от равенства (3.3.48) при $z = L$, дает напряженность E электрического поля на оси Z на расстоянии L от источника тока:

$$E = - \left(\frac{U_C}{\partial z} \right)_{z=L} = \frac{\rho_C J}{2\pi^2} \left[\frac{\pi}{2L^2} + \int_0^{\infty} m C_C(m) \sin mLdm \right]. \quad (3.3.50)$$

Подставив значение E в формулу $\rho_K = 4\pi L^2 \frac{E}{J}$, найдем ρ_K для градиент-зонда:

$$\rho_K = \rho_C \left[1 + \frac{2L^2}{\pi} \int_0^{\infty} m C_C(m) \sin mLdm \right]. \quad (3.3.51)$$

Ниже приведен пример численного расчета трехслойных кривых БКЗ.

Для выполнения численного расчета трехслойных кривых БКЗ необходимо знать радиус скважины, радиус зоны проникновения фильтрата бурового раствора в пласт, УЭС бурового раствора, УЭС зоны проникновения фильтрата бурового раствора в пласт и УЭС пласта.

Для удобства введем следующие условные обозначения: радиус скважины r_c , радиус зоны проникновения фильтрата бурового раствора в пласт $r_{зп}$, УЭС бурового раствора ρ_c , УЭС зоны проникновения фильтрата бурового раствора в пласт $\rho_{зп}$, УЭС пласта – $\rho_{п}$.

Для удобства расчета выразим все линейные размеры в единицах радиуса скважины r_c , а все значения УЭС – в единицах УЭС бурового раствора ρ_c .

На рис. 3.3.6 приведены результаты численного расчета приподнятых и выположенных кривых градиент-зондирования, выполненные в редакторе MathCAD.

Методика интерпретации БКЗ разработана для пластов бесконечной мощности. В реальных условиях мощность пластов всегда ограничена, у каждого пласта есть подстилающие и перекрывающие породы, которые оказывают влияние на формирование кривых КС единичных зондов. Это влияние проявляется наиболее сильно, когда длина зонда становится соизмеримой с мощностью пласта. Кривые зондирования отличаются по своему виду от кривых БКЗ из-за минимума, связанного с растеканием тока во вмещающие пласт породы, который образуется в интервале $h < L < 2h$.

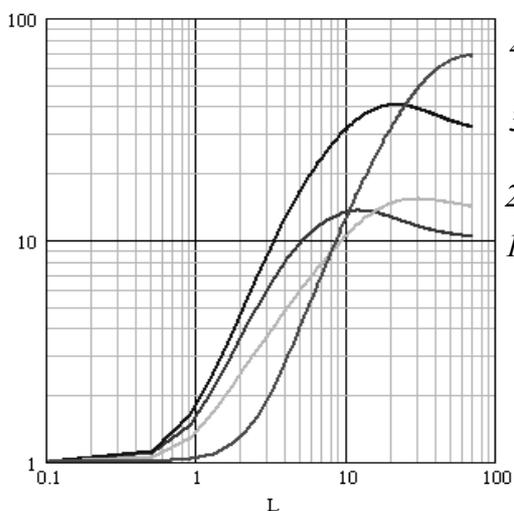


Рис. 3.3.6. Сопоставление приподнятых и выположенных кривых бокового каротажного градиент-зондирования (БКГЗ): шифр кривых: $\rho_{п} = 10 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (1) – двухслойная; $\rho_{п} = 10 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (2) – выположенная трехслойная; $\rho_{п} = 30 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (3) – двухслойная; $\rho_{п} = 10 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (4) – приподнятая трехслойная

Разработаны приемы и рассчитана специальная палетка ТП-1, позволяющая перестроить кривые зондирования в кривые БКЗ, чтобы проинтерпретировать их по обычной методике. На палетке ТП-1 нанесены линии точек отхода кривой зондирования, построенной по средним значениям КС (кривой СКЗ) от кривой БКЗ и линии точек пересечения кривой зондирования, построенной по

максимальным значениям КС (кривой МКЗ) с теоретической кривой БКЗ. Отсчет средних и максимальных значений ρ_k по кривой КС показан на рис. 3.3.7.

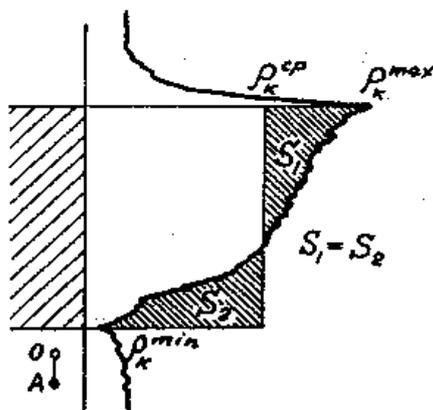


Рис. 3.3.7. Отсчет средних и максимальных значений кривой КС

При наложении кривых зондирования на палетку ТП-I крест палетки совмещают с точкой учета мощности ТУМ, имеющей координаты $L = h$ и $\rho_k = \rho_{вм}$ (рис. 3.3.8). Теоретическая кривая БКЗ от начала до точки отхода ТО идет по кривой СКЗ, от ТО и до точки пересечения ТП – между кривыми СКЗ и МКЗ и после точки ТП уходит выше кривой МКЗ.

Представляет интерес численный расчет кривых максимального каротажного зондирования (МКЗ). Эти кривые используются при построении кривых БКЗ (см. рис. 3.3.8). Точного аналитического решения задачи о распределении потенциала электрического поля при одновременном наличии плоских и цилиндрических поверхностей раздела в настоящее время нет.

Отсутствие точного решения объясняется тем, что не ясно, как поставить условия сопряжения для потенциала и плотности тока электрического поля в узловых точках пересекающихся границ раздела.

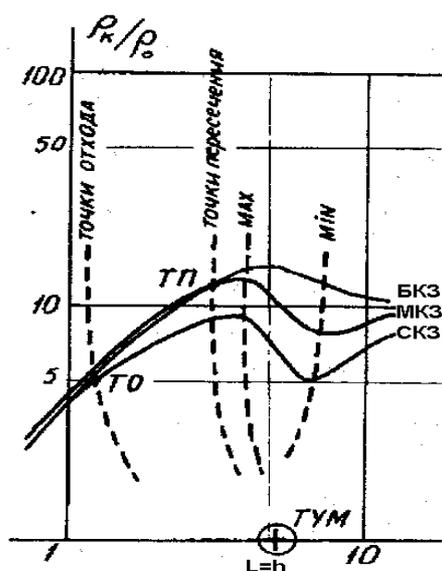


Рис. 3.3.8. Максимальная (МКЗ) и средняя кривая зондирования (СКЗ), наложенные на палетку ТП-1

Для частного случая, когда пласт имеет очень высокое сопротивление, а скважина заполнена глинистым раствором, сопротивление которого равно сопротивлению подстилающего и перекрывающего пластов, В. Н. Дахновым получено приближенное аналитическое решение задачи. Это решение удовлетворяет требованиям практики.

Рассмотрим частный случай расчета кривых МКЗ кровельным градиент-зондом. Электроды MN установлены и зафиксированы на оси скважины в точке, соответствующей кровле пласта. Питающий электрод A двигается по оси скважины сверху вниз. При этом возможны два случая: первый случай, когда питающий электрод A находится в пределах пласта; второй случай, когда электрод A вышел за пределы пласта и двигается дальше вниз. Выражения для численного расчета максимального значения кажущегося сопротивления для этих случаев будут разными.

В первом случае, когда электрод A находится в пределах пласта:

$$\rho_k = \frac{8(8(h-L) + \pi d)L^2 \rho_0}{(4h + \pi d)d^2} \quad L \leq h. \quad (3.3.52)$$

Во втором случае, когда электрод A находится в среде, подстилающей пласт:

$$\rho_k = \frac{8L^2 \rho_0}{(4h + \pi d)(L - h)} \quad L \geq h. \quad (3.3.53)$$

Рассмотрим случай расчета кривых МКЗ кровельным градиент-зондом. Для расчета максимального значения кажущегося сопротивления воспользуемся формулами В. Н. Дахнова (3.3.52) и (3.3.53). Результаты расчета приведены на рис. 3.3.9.

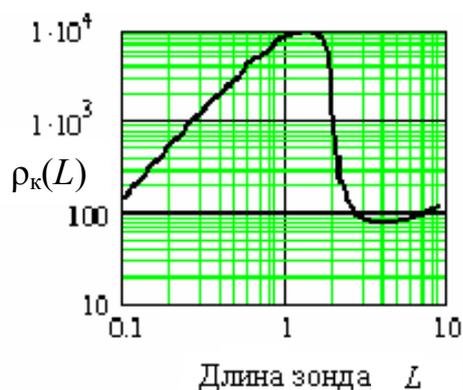


Рис. 3.3.9. Результаты численного расчета кривой МКЗ

Интерпретация кривых БКЗ начинается с определения вида практической кривой. Для этого практическую кривую сравнивают с двухслойными расчетными кривыми БКЗ, накладывая бланк с кривой БКЗ на двухслойную палетку БКЗ-1а. При этом фактическая кривая занимает на палетке одно из трех положений (рис. 3.3.10).

Для начала необходимо определить количество цилиндрических слоев и слойность кривой БКЗ. Для установления типа фактической кривой зондирования

при интерпретации данных БКЗ используется прием совмещения фактической кривой зондирования с палеточными (расчетными) кривыми, подходящими для интерпретируемого случая. Чтобы выбрать соответствующую палетку, необходимо установить тип фактической кривой зондирования. В некоторых случаях тип кривой и нужная палетка устанавливаются по ряду явных признаков, а если их бывает недостаточно, то тип кривой определяется только после сопоставления фактической кривой зондирования с двухслойной палеткой. На рис. 3.3.10 изображены распространенные типы кривых зондирования.

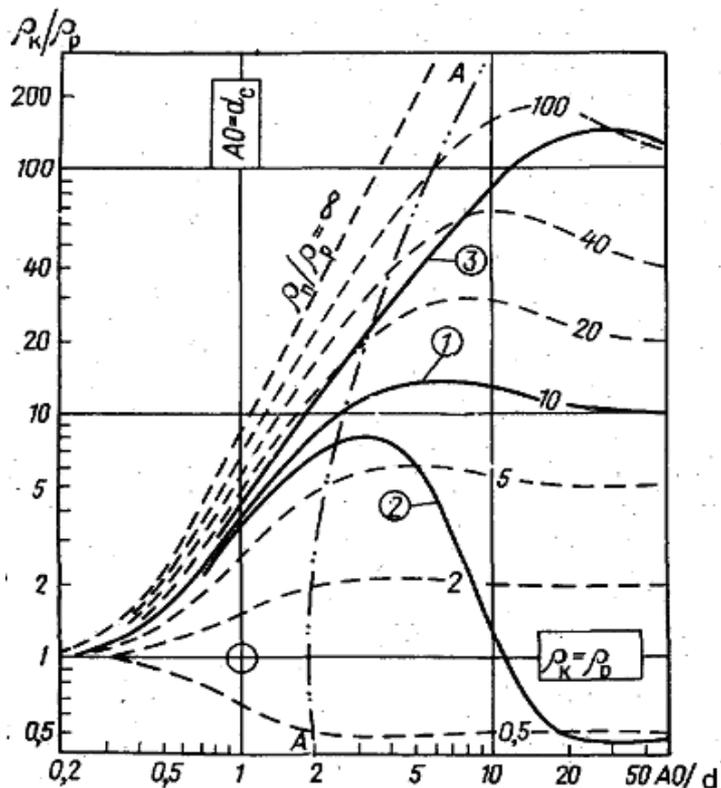


Рис. 3.3.10. Типы кривых бокового каротажного зондирования:

- 1 – двухслойная кривая БКЗ; 2 – приподнятая трехслойная кривая БКЗ $\rho_c < \rho_{зп} > \rho_{п}$;
 3 – выположенная трехслойная кривая БКЗ $\rho_c < \rho_{зп} < \rho_{п}$

Если интерпретируемая кривая двухслойная, то при наложении на двухслойные палетки интерпретируемая кривая хорошо согласуется с палеточными (кривая 1). Трехслойные кривые при наличии проникновения, превышающего сопротивление пласта, $\rho_c < \rho_{зп} > \rho_{п}$; наблюдаются чаще всего в водоносных коллекторах при пресном фильтрате промывочной жидкости. Эти кривые при наложении на двухслойные палетки пересекают теоретические, переходя от кривых с высокими модулями к кривым с более низкими модулями (кривая 2). Трехслойные кривые при наличии проникновения, понижающего сопротивление пласта $\rho_c < \rho_{зп} < \rho_{п}$, наблюдаются в продуктивных нефтегазонасыщенных коллекторах при $\rho_{зп}/\rho_{п} < 1$. При совмещении с двухслойными палетками отмечается, что правая ветвь практической кривой сечет теоретические двухслойные кривые, переходя от низких к высоким модулям (кривая 3).

Интерпретация двухслойных кривых БКЗ

Для интерпретации двухслойных кривых БКЗ используются теоретические палетки БКЗ-1а и БКЗ-1б, построенные по расчетным формулам (3.3.24) и (3.3.26). Теоретическая кривая имеет вид:

$$\lg \frac{\rho_k}{d} = f\left(\frac{AO}{d}, \frac{\rho_{II}}{\rho_0}\right).$$

Практическая кривая имеет вид:

$$\lg \rho_k = f(\lg AO, \rho_{II}).$$

Интерпретация БКЗ основана на сопоставлении практических и теоретических кривых. Построение тех и других в билогарифмическом масштабе обеспечивает возможность их совмещения, для чего практическую кривую строят на кальке. После совмещения практической кривой БКЗ с теоретической прочитывают модуль соответствующей теоретической кривой БКЗ $\mu = \frac{\rho}{\rho_0}$, при этом положение «креста» теоретической кривой палетки БКЗ, т. е. точки с координатами $\rho_k = \rho_0; L = d$, на бланке практической кривой соответствует параметрам первого слоя, т. е. ρ_0 и d для двухслойного разреза. Сопротивление пласта вычисляют по найденному модулю μ , снятому с теоретической кривой, совпавшей с практической кривой БКЗ.

Интерпретация трехслойных кривых БКЗ

Для интерпретации трехслойных кривых БКЗ можно использовать двухслойные палетки БКЗ. В этом случае два первых слоя – скважину и зону проникновения – заменяют одним фиктивным слоем, имеющим параметры ρ_ϕ и d_ϕ . Левую часть практической кривой совмещают с левой частью двухслойной палетки. При этом определяют параметры первого, фиктивного, слоя. Правая часть практической кривой формируется в основном под влиянием третьего слоя – неизмененного пласта.

Три слоя разреза заменяются двумя слоями:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_0, \rho', \rho \\ d, D, \infty \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho_\phi, \rho \\ d_\phi, \infty \end{array} \right\}, \quad (3.3.54)$$

где

$$\left. \begin{array}{l} \rho_\phi \\ d_\phi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho_0, \rho' \\ d, D \end{array} \right\}. \quad (3.3.55)$$

В фиктивном слое исключаются по очереди D/d и ρ'/ρ . В результате получим:

$$\frac{\rho_\phi}{\rho_0} = F_1\left(\frac{d_\phi}{d}, \frac{\rho'}{\rho}\right); \quad (3.3.56)$$

$$\frac{\rho_\phi}{\rho_0} = F_2\left(\frac{d_\phi}{d}, \frac{D}{d}\right). \quad (3.3.57)$$

Зависимости F_1 и F_2 различны для выположенных и приподнятых кривых БКЗ. Они находятся графически или экспериментальным путем по палеткам. Затем строят две серии кривых ρ'/ρ и D/d в координатах ρ_ϕ/ρ_0 и d_ϕ/d . Для выположенных кривых $\rho_0 < \rho' < \rho$ построена палетка ЭК-2 $\rho \gg \rho' (\rho = \infty)$, для приподнятых кривых $\rho_0 < \rho' > \rho$ построена палетка ЭК-3 $\rho \ll \rho' (\rho = 0)$. Для удобства использования эти палетки вынесены на один лист с палетками БКЗ-1а и БКЗ-1б. Такие палетки называют сводными и обозначают БКЗ-1с и БКЗ-2с.

Приближенная интерпретация трехслойных кривых БКЗ может быть выполнена по двухслойным палеткам БКЗ-1с и БКЗ-2с. Приближенная интерпретация трехслойных кривых БКЗ основана на свойстве эквивалентности трехслойных и двухслойных кривых БКЗ. Это свойство заключается в том, что трехслойная кривая БКЗ, если исключить из рассмотрения ее левую ветвь, может рассматриваться как двухслойная кривая. В этом случае два первых реальных слоя: скважина (ρ_0, d) и зона проникновения (ρ', D) – заменяются фиктивной средой с параметрами ρ_ϕ и d_ϕ . Следовательно, правую ветвь трехслойной кривой можно интерпретировать по двухслойным палеткам БКЗ, только в качестве «креста» практической кривой нужно взять точку с координатами ρ_ϕ и d_ϕ . В свою очередь, зависимость параметров ρ_ϕ и d_ϕ от параметров (ρ, d, ρ', D) определяется палетками ЭК-2.

Если известно сопротивление зоны проникновения ρ' , то линия палетки ЭК-2 с модулем $\mu' = \rho'/\rho_0$ будет геометрическим местом всех точек ρ_ϕ и d_ϕ для правой ветви практической кривой. Приближенная интерпретация трехслойных кривых БКЗ с помощью палеток БКЗ-1с и БКЗ-2с сводится к следующим операциям. Оценивают значение сопротивления ρ' зоны проникновения бурового раствора. Для этого накладывают практическую кривую, не обращая внимания на ее правую часть, на двухслойную палетку БКЗ-1с и находят сопротивление второго слоя ρ' как ординату точки пересечения интерпретируемой кривой с линией A . Более точно величину ρ' можно определить по данным микрозондов. Находят модуль $\mu' = \rho'/\rho_0$, а на палетке ЭК-2 в левом нижнем углу листа палетки БКЗ-1с – сплошную кривую с этим модулем. На найденную кривую помещают крест (ρ_0, d) фактической кривой и, сохраняя параллельность осей, перемещают крест по этой кривой до наилучшего совпадения правой ветви фактической кривой с одной из палеточных. Прочитывают модуль этой кривой $\mu' = \rho/\rho_\phi$. Отмечают на бланке кривой особую точку (ρ_ϕ, d_ϕ) и по положению креста палетки находят значения ρ_ϕ и d_ϕ по логарифмическому бланку. Прочитывают модуль $\nu = D/d$ пунктирной кривой, проходящей через крест фактической кривой на палетке ЭК-2. Подсчитывают значения $\rho = \mu \cdot \rho_\phi$ и $D = \nu \cdot d$. По этому плану выполняют приближенную интерпретацию как выположенных, так и приподнятых кривых. Для выположенных кривых используется палетка БКЗ-1с, для приподнятых – БКЗ-2с.

3.4. Боковой каротаж (БК)

Боковой каротаж является разновидностью электрического каротажа по методу сопротивления. Боковым каротажом называют измерения кажущегося сопротивления по стволу скважины зондом бокового каротажа с автоматической фокусировкой тока. Зонд имеет центральный электрод A_0 , по отношению к которому симметрично расположены соединенные между собой экранирующие электроды (A_1, A_2).

Сила тока через основной и экранные электроды автоматически регулируется таким образом, чтобы ток, выходящий из электрода A_0 , распространялся в породе в пределах заданного радиального расстояния в слое определенной толщины. Этим достигается значительное снижение влияния скважины и вмещающих пород при измерении сопротивлений методом бокового каротажа по сравнению с обычным методом сопротивлений.

3.4.1. Зонды бокового каротажа

Боковой каротаж включает две модификации: боковой трехэлектродный каротаж с объемными электродами и боковой семиэлектродный каротаж с практически точечными электродами (рис. 3.4.1).

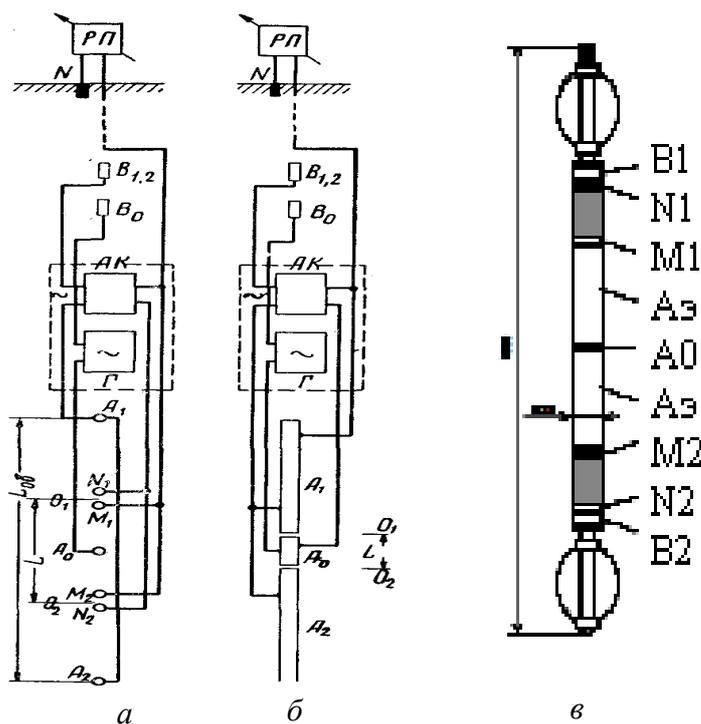


Рис. 3.4.1. Схемы зондов бокового каротажа:

a – семиэлектродный зонд; b – трехэлектродный зонд; $в$ – скважинный прибор АСБ-73;

Г – генератор переменного тока питания основного электрода;

АК – автоматическая схема регулирования силы через экранные электроды;

РП – регистрирующий прибор для записи кривой сопротивления;

электроды: центральный – A_0 ; экранные – A_3 ; регулирующие – $M_1N_1M_2N_2$;

псевдоэлектроды – B_1B_2

Цифровой прибор АЭСБ-73 (см. рис. 3.4.1, в) представляет собой комбинацию фокусированного трехэлектродного сканирующего зонда БК-3 и псевдобокового зонда. Отличие состоит в том, что центральный фокусированный электрод A_0 состоит из шестнадцати секций $A_{01} \dots A_{016}$, равномерно распределенных по окружности сечения зонда. Продольный размер секций равен половине длины центрального электрода и составляет 12,5 мм.

При измерении кажущегося сопротивления обеспечивается одинаковый потенциал всех электродов автоматическим регулированием силы тока через центральный электрод. Таким образом, экранирующие электроды препятствуют растеканию тока центрального электрода по скважине и обеспечивают направление его непосредственно в исследуемый пласт. Кажущееся сопротивление определяется по отношению потенциала экранирующих электродов к току через центральный электрод. Благодаря применению экранирующих электродов уменьшается влияние на результаты измерений промывочной жидкости, заполняющей скважину, и вмещающих пород, а кажущееся сопротивление получается близким к удельному электрическому сопротивлению. Боковой каротаж позволяет выделять пласты малой мощности и изучать с большой подробностью пачки пластов.

В трехэлектродном варианте используется зонд с линейными электродами. Центральный электрод A_0 имеет длину 0,15 м, экранирующие A_1 и A_2 – 1,5 м. Все три электрода соединяются между собой практически накоротко, что обеспечивает равенство их потенциалов и направляет ток центрального электрода в стенки скважины (рис. 3.4.2). В процессе каротажа измеряется сила тока, стекающего с центрального электрода, и разность потенциалов между одним из токовых электродов и удаленным от зонда электродом N .

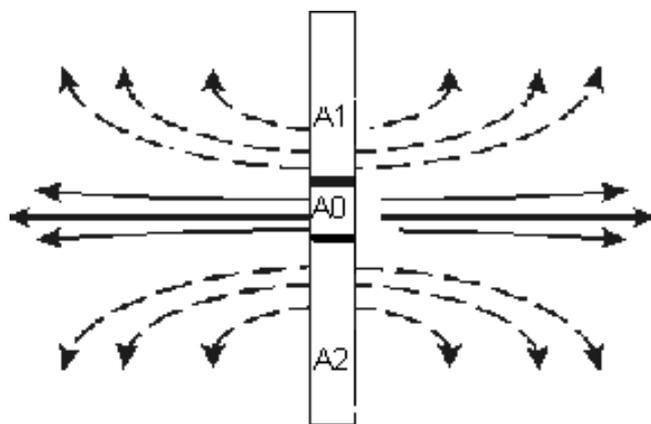


Рис. 3.4.2. Схема зонда трехэлектродного бокового каротажа (БК-3)

Обеспечивается одинаковое значение потенциала всех электродов автоматическим изменением силы тока через экранирующие электроды при сохранении постоянства силы тока J_0 через основной электрод или соединением между собой всех электродов. В последнем случае сила тока J_0 изменяется при измерении. Измеряют потенциал ΔU экранирующих электродов или непосредственно отношение $\frac{\Delta U}{J_0}$.

Для определения кажущегося сопротивления необходимо знать потенциал основного электрода – разность потенциалов $\Delta U_{\text{кв}}$ между ним и удалённым на достаточно большое расстояние от зонда электродом N . Фактически измеряют потенциал экранного электрода; результат получается тот же самый, так как потенциал экранных электродов и основного электрода одинаков.

Кажущееся сопротивление вычисляют по формуле

$$\rho_{\text{к}} = K \frac{\Delta U_{\text{кв}}}{J_0}, \quad (3.4.1)$$

где K – коэффициент зонда трёхэлектродного бокового каротажа:

$$K = \frac{2\pi L}{\ln[(L_{\text{об}} + C)/d_3]} = \frac{2,73L}{\lg[(L_{\text{об}} + C)/d_3]} \approx \frac{2,73L}{\lg(2L_{\text{об}}/d_3)}, \quad (3.4.2)$$

где L – длина основного электрода A_0 ; $L_{\text{об}}$ – общая длина зонда; d_3 – диаметр зонда; $C^2 = L_{\text{об}}^2 - d_3^2$.

Кажущееся сопротивление относят к середине электрода A_0 .

При трёхэлектродном зонде бокового каротажа в результате влияния поля экранирующих электродов ток, выходящий из основного электрода, на значительном расстоянии распространяется слоем, перпендикулярным к оси скважины, с толщиной, приблизительно равной длине основного электрода. Вследствие этого влияние скважины и вмещающих пород сказывается на результатах измерений значительно меньше, чем при обычных зондах.

Зонд бокового каротажа аналогичен обычному потенциал-зонду; при этом трёхэлектродный боковой каротаж соответствует варианту потенциал-зонда, при котором электрод A , имеющий большие размеры, совмещает функции токового и измерительного M электродов. Отличительной особенностью зонда бокового каротажа является применение фокусировки тока, что значительно улучшает результат измерений по сравнению с обычным потенциал-зондом.

Трёхэлектродный боковой каротаж рекомендуется для применения в скважинах, где обычные зонды не дают удовлетворительных результатов, в частности, для скважин с сильно минерализованным буровым раствором и при большом удельном сопротивлении изучаемых пластов.

Электрическое поле трёхэлектродного зонда представляет собой поле длинного цилиндрического заземления. Расчёт его сложен. В связи с этим кажущееся удельное сопротивление для трёхэлектродного зонда бокового каротажа получают обычно на сеточной модели.

Недостаток трёхэлектродного варианта бокового каротажа – в плохой разрешающей способности по мощности пластов. Поскольку центральный электрод линейный, аппаратура не дает возможности определения мощности пластов, меньшей, чем длина центрального электрода, $\rho_{\text{к}}$ будет повышенным все время, пока A_0 проходит мимо пласта.

Этого недостатка лишен семиэлектродный вариант, в котором используются точечные электроды (рис. 3.4.1, а).

Семиэлектродный зонд имеет один центральный электрод A_0 и три пары электродов, расположенных симметрично относительно него: M_1 и N_1 , M_2 и N_2 и

электроды A_1 и A_2 , которые соединены между собой. Электрод A_0 – основной электрод, $A_1(\mathcal{E}_1)$ и $A_2(\mathcal{E}_2)$ – экранирующие. Силу тока через электрод A_0 сохраняют постоянной; силы тока через экранирующие электроды поддерживают такой, чтобы разность потенциалов между электродами M_1 (M_2) и N_1 (N_2) была равна нулю. Измеряют разность потенциалов ΔU между измерительными электродами зонда и удалённым электродом N . В результате измерений получают кажущееся удельное сопротивление $\rho_{\text{к}}$, которое определяется по формуле (3.4.1). Коэффициент зонда берётся таким, чтобы в однородной среде кажущееся удельное сопротивление получалось равным удельному сопротивлению.

При истечении тока из заземления A по радиусу к оси зонда (оси скважины) разность потенциалов между электродами M и N равна нулю. При нерадиальном истечении тока между электродами M и N возникает разность потенциалов. Эта разность потенциалов (в зависимости от ее знака) указывает на необходимость увеличения или уменьшения плотности экранирующего тока для обеспечения радиальности истечения тока из заземления A . Регулировка экранирующего тока осуществляется автоматически с помощью специального устройства.

Результат измерений зондом бокового каротажа относят к точке A_0 . За длину L зонда принимают расстояние между точками O_1 и O_2 (середины интервалов M_1N_1 и M_2N_2). Характеристиками для зонда являются также расстояния $L_{\text{об}} = A_1A_2$, называемое общим размером зонда, и параметр фокусировки зонда $q = (L_{\text{об}} - L)/L$.

Так как выполняется условие, что напряжение между измерительными электродами M_1 и N_1 (а также между M_2 и N_2) равно нулю, то сила тока на участке скважины M_1N_1 и M_2N_2 также равна нулю. Получается, что будто бы скважина и прилегающие к ней участки пласта над электродом A_0 и под ним были замещены изолятором.

Ток, выходящий из электрода A_0 , распространяется на значительное расстояние в радиальном направлении (от скважины) слоем, перпендикулярным к оси скважины (горизонтально). Измеряемое напряжение $\Delta U_{\text{к}}$ представляет собой падение потенциала по указанному слою от скважины до удалённой точки. Естественно, что на это падение потенциала скважина и вмещающие породы оказывают небольшое влияние. Это позволяет во многих случаях получить кажущееся удельное сопротивление, значительно более близкое к удельному сопротивлению, чем при обычных зондах; в частности, обеспечивается лучшая оценка удельного сопротивления тонких пластов.

3.4.2. Сканирующий боковой картаж (БКС)

Оценка трещиноватости грунтов

Трещиноватость пород является одним из решающих факторов при их инженерно-геологической оценке. Степень трещиноватости горных пород определяет степень их разрушения и вместе с другими тектоническими нарушениями характеризует тектоническое строение того или иного района или участка, пространственную неоднородность и анизотропность свойств слагающих их

пород. Если горные породы расчленены тектоническими нарушениями на крупные блоки и эти нарушения существенно определяют геологическое и тектоническое строение участка в целом, то трещиноватость существенно определяет внутреннее строение отдельных блоков, сложенных твердыми и относительно твердыми горными породами.

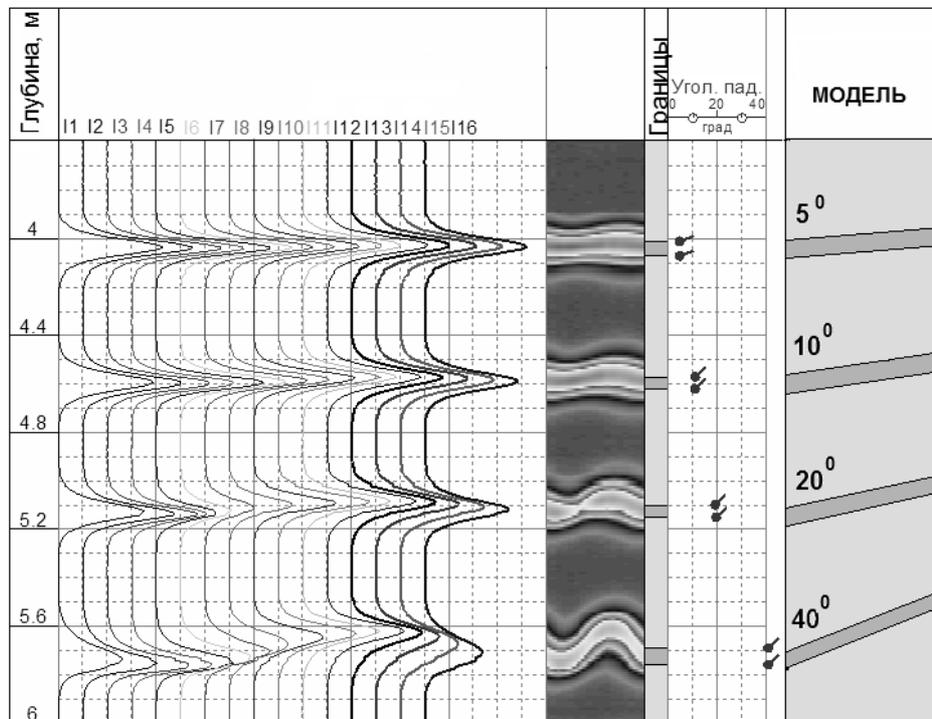


Рис. 3.4.3. Определение углов наклона пластов на стеклопластиковой модели [3.2]

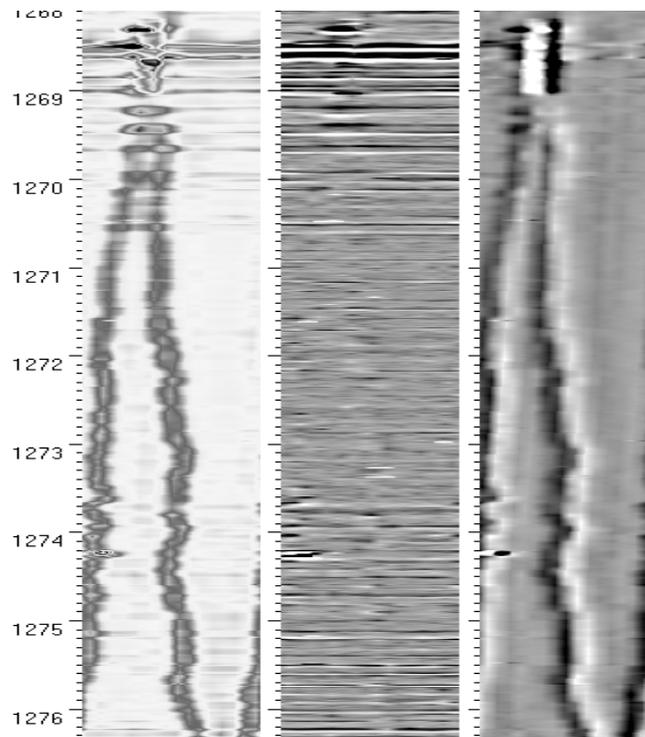


Рис. 3.4.4. Обнаружение трещин методом БКС [3.2]

Трещины обычно простираются по нескольким взаимно пересекающимся направлениям, определяя пространственное расположение поверхностей и зон ослабления. Поэтому трещиноватость влияет на прочность и устойчивость горных пород; деформируемость, характер проявления деформаций и их величину; водоносность, влагоемкость, водопроницаемость и газопроницаемость; развитие коррозионных и карстообразовательных процессов и проникновение карста на глубину; температурный режим пород; скорость распространения сейсмических волн и сейсмостойкость пород; крепость, трудность выработки и строительную категорию пород.

Число трещин, секущих слоистые толщи, зависит от физико-механических свойств пород и мощности слоев. Как правило, чем выше прочность и крепость пород и больше мощность слоев, тем меньше их трещиноватость.

При изучении ориентировки трещин на том или ином участке предполагаемого сооружения, прежде всего, необходимо определить элементы залегания горных пород, ориентировку, их слоистость, сланцеватость, волокнистость и другие текстурные особенности.

Одним из современных методов оценки трещиноватости является боковой сканирующий каротаж. Он не только позволяет выявить тонкие пропластки горных пород, оценить их неоднородность, слоистость, анизотропию, но и определить их элементы залегания за счет встроенного инклинометрического датчика.

На рис. 3.4.3 приведены результаты исследования углов наклона пластов на стеклопластиковой модели. Возможности определения элементов залегания горных пород исследованы при строительстве шахты на Гремячинском месторождении калийных солей (сильвинитов) в районе Волгограда [3.2].

Наличие в комплексе БКС инклинометрических датчиков позволяет определить истинные элементы залегания пласта. Наибольший интерес по результатам обработки представляют данные о распределении частоты азимутов падения пластов (А) и распределение частоты углов падения пластов в зависимости от угла падения (Б). Если первая информация представляет интерес по ориентации углов падения пластов в пространстве, то вторая представляет интерес с точки зрения выделения единичных трещин и выявления опасных крутопадающих пластов. Наиболее опасны пласты с углом наклона более 45° .

На Гремячинском месторождении выявлены крутопадающие трещины. Методом БКС была обнаружена единичная крутопадающая протяженная трещина, секущая скважину с запада на восток и объемное изображение которой приведено на рис. 3.4.4.

3.5. Картаж потенциалов собственной поляризации горных пород (ПС)

3.5.1. Физические основы методов потенциалов собственной поляризации горных пород

Методы потенциалов собственной поляризации горных пород основаны на изучении естественного стационарного электрического поля в скважинах, образование которого связано с физико-химическими процессами, протекающими на поверхностях раздела скважина – породы и между пластами различной литологии. Схема регистрации диаграмм ПС приведена на рис. 3.5.1.

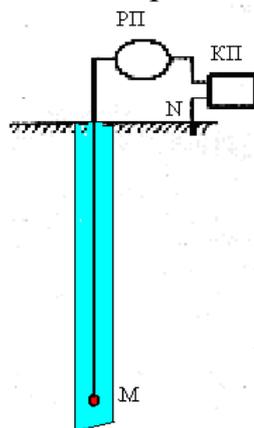


Рис. 3.5.1. Схема измерений методом ПС:
 M и N – измерительные электроды; РП – измерительный канал регистратора;
КП – градуированный компенсатор поляризации

На поверхностях раздела горных пород образуются двойные электрические слои, различные потенциалы которых создают определенные величины напряженности электрического поля между горными породами и скважиной.

Потенциалы собственной поляризации пород создаются в результате ряда физико-химических процессов: диффузии солей из пластовых вод в промывочную жидкость и наоборот, а также адсорбции ионов на поверхности минеральных частиц горной породы; фильтрации вод из промывочной жидкости в породы и пластовых вод в скважину; окислительно-восстановительных реакций, происходящих в породах и на контакте их с промывочной жидкостью и металлами.

Способность горных пород поляризоваться под действием указанных физико-химических процессов называется естественной электрохимической активностью. В результате этих процессов возникают диффузионно-адсорбционные ($U_{да}$), фильтрационные ($U_{ф}$) и окислительно-восстановительные ($U_{ов}$) потенциалы. Величина и знак потенциалов $U_{да}$, $U_{ф}$ и $U_{ов}$ определяются соотношениями минерализаций пластовых вод и фильтрата промывочной жидкости, минеральным составом и структурой горных пород и другими факторами. Измерение потенциалов естественного электрического поля дает возможность получать информацию о литологии и коллекторских свойствах пород по разрезу скважин и о наличии в них полезных ископаемых.

Диффузионные потенциалы

При соприкосновении растворов солей различного химического состава и концентрации наблюдается диффузия ионов из раствора с большей концентрацией в раствор с меньшей концентрацией. Так как скорость движения различных ионов различна, то при свободном соприкосновении растворов раствор с пониженной концентрацией приобретает заряд, тождественный по знаку заряду ионов, движущихся с большей скоростью. В частности, при диффундировании раствора NaCl, для которого скорость иона Cl⁻ превышает скорость иона Na⁺, менее концентрированный раствор заряжается отрицательно по отношению к более концентрированному раствору.

Возникновение в скважинах естественной электрохимической активности определяется в первую очередь процессами диффузии электролитов.

На контакте растворов электролитов пластовой воды концентрации C_B и фильтрата промывочной жидкости концентрации C_Φ неодинаковой минерализации и различного химического состава возникает диффузионная ЭДС, определяемая формулой Нернста (2.1.9):

$$E_d = K_d \lg \frac{C_B}{C_\Phi}, \quad (3.5.1)$$

где K_d – коэффициент диффузионной ЭДС (2.1.10):

$$K_d = \frac{RT}{F} \cdot \frac{l_k n_k - l_a n_a}{l_k n_k z_k + l_a n_a z_a}. \quad (3.5.2)$$

Здесь l_k, l_a – электролитические подвижности катионов и анионов; n_k, n_a, z_k, z_a – число катионов и анионов, на которые диссоциирует одна молекула электролита, и их валентности соответственно; T – абсолютная температура; R – универсальная газовая постоянная; F – число Фарадея.

В случае одновалентного раствора ($n_k = n_a = 1, z_k = z_a = 1$) с учетом числовых значений констант при температуре $t = 18$ °C и замены натурального логарифма десятичным получим:

$$E_d = \frac{l_k - l_a}{l_k + l_a} \lg \frac{C_B}{C_\Phi}. \quad (3.5.3)$$

Для пластовых вод и фильтрата промывочной жидкости простого состава (преобладание анионов и катионов одного типа) наблюдается обратно пропорциональная связь концентраций электролита и его удельного сопротивления, поэтому выражение можно представить в виде:

$$E_d = K_d \lg \frac{\rho_\Phi}{\rho_B}, \quad (3.5.4)$$

где ρ_Φ и ρ_B – удельные электрические сопротивления растворов концентраций C_Φ и C_B ;

$$K_d = 58 \frac{l_k - l_a}{l_k + l_a}. \quad (3.5.5)$$

Величина K_d зависит от химического состава контактирующих электролитов. Например, если в пластовой воде и фильтрате промывочной жидкости

преобладают ионы натрия и хлора, характеризующиеся при $t = 18 \text{ }^\circ\text{C}$ подвижностями $l_k = 45$ и $l_a = 67$, то $\frac{l_k - l_a}{l_k + l_a} = -0,2$ и значение K_d :

$$E_d = -11,6 \lg \frac{\rho_\phi}{\rho_v}. \quad (3.5.6)$$

Теория диффузионных потенциалов рассматривает процесс переноса ионов при свободном соприкосновении растворов. Однако в условиях скважины соприкосновение чистых растворов не соблюдается.

Если контакт растворов разной концентрации происходит не непосредственно, а через перегородку (мембрану) из горных пород, то потенциал в этом случае будет отличаться от потенциала Нернста из-за того, что мембрана (перегородка) обладает способностью задерживать (сорбировать) определенные ионы. Потенциал в этом случае называется мембранным или диффузионно-адсорбционным $E_{да}$.

Диффузионно-адсорбционные потенциалы

Мембранный потенциал также пропорционален логарифму отношения концентраций контактирующих растворов, но коэффициент пропорциональности здесь иной – $K_{да}$, зависящий от адсорбционных свойств мембраны и отличающийся от K_d как по величине, так и по знаку.

При контакте пород разного литологического состава или раствора и породы возникает диффузионно-адсорбционная разность потенциалов:

$$E_{да} = K_{да} \lg \frac{\rho_\phi}{\rho_v} = (K_d + A_{да}) \lg \frac{\rho_\phi}{\rho_v}, \quad (3.5.7)$$

где $K_{да} = K_d + A_{да}$ – коэффициент диффузионно-адсорбционной ЭДС; $A_{да}$ – диффузионно-адсорбционная активность породы.

Образование диффузионно-адсорбционных ЭДС в горных породах обусловлено, прежде всего, наличием двойных электрических слоев на поверхности раздела твердых минеральных высокодисперсных частиц и раствора.

Величина $A_{да}$ и, следовательно, значение $E_{да}$ определяются химическим составом и концентрацией контактирующих растворов, вещественным и гранулометрическим составом породы, плотностью укладки частиц и степенью водонасыщения (нефтегазонасыщения) коллектора, температурой и давлением в скважине.

Диффузионно-адсорбционная активность рассчитывается по формуле:

$$A_{да} = K_{да} - K_d = \frac{E_{да} - E_d}{\lg \frac{\rho_\phi}{\rho_v}}. \quad (3.5.8)$$

Физический смысл диффузионно-адсорбционной активности состоит в том, что ее величина определяется разностью коэффициентов диффузионно-адсорбционной ЭДС горной породы и диффузионной ЭДС данной пары растворов удельных сопротивлений ρ_ϕ и ρ_v . Для различных пород $A_{да}$ изменяется от -10 до $+70$ мВ. С увеличением содержания глинистого материала в породе $A_{да}$ возрастает, и, следовательно, в скважине против однородных высокодис-

персных глинистых пород будет наибольшая положительная величина разности потенциалов $E_{да}$. Наименьшими значениями $A_{да}$ характеризуются чистые песчаные и карбонатные породы с высокими пористостью и проницаемостью, в которых преобладают потенциалы диффузии, а роль двойных электрических слоев в создании диффузионно-адсорбционных ЭДС ничтожна.

Для идеально адсорбирующей породы внутренняя неподвижная часть двойного электрического слоя сформирована анионами ($I_a = 0$), поэтому получаем:

$$E_{да \max} = 58 \lg \frac{\rho_{\phi}}{\rho_{в}}. \quad (3.5.9)$$

Величина $E_{да \max}$ в горных породах с отрицательным ζ -потенциалом зависит от изменения концентрации растворов и изменяется в области, ограниченной предельными выражениями (3.6.6) и (3.6.9).

На контакте чистого песчаника ($A_{да} = K_{да} - K_{д} = 0$) с глиной ($K_{да} = 58$ мВ при $t = 18$ °С) полная величина статической аномалии ПС

$$E_s = K_{ПС} \lg \frac{\rho_{\phi}}{\rho_{в}}, \quad (3.5.10)$$

где $K_{ПС}$ — коэффициент аномалии ПС.

При контакте чистого песчаника с чистой глиной ($K_{да} = 58$ мВ, $K_{д} = -11,6$ мВ) наблюдается максимальная статическая амплитуда ПС:

$$E_{s \max} = -69,6 \lg \frac{\rho_{\phi}}{\rho_{в}}.$$

Для условий скважины обычно наблюдается типичное соотношение между минерализацией бурового раствора C_{ϕ} и пластовых вод $C_{\phi} < C_{в}$ (рис. 3.5.2).

Против песчаного пласта менее концентрированный буровой раствор заряжается отрицательно, песчаник, насыщенный соленой пластовой водой, — положительно. Далее, вместо того чтобы учитывать два других контакта (песчаник — глина и глина — буровой раствор), будем считать, что имеет место контакт пластовой воды с буровым раствором через глину, которая играет роль мембраны. Поскольку глина не пропускает анионы (-) и пропускает катионы (+), то очень скоро раствор меньшей концентрации заряжается положительно по отношению к более концентрированному. Таким образом, раствор в скважине против глин приобретает положительный заряд, против песчаников — отрицательный. Такое распределение знаков ПС, наблюдающееся при условии $C_{\phi} < C_{в}$ носит название «прямого поля» ПС. При обратном соотношении $C_{\phi} > C_{в}$ имеет место «обратное поле» ПС, когда глины в скважине выделяются отрицательными, а песчаники положительными потенциалами. Обратное поле ПС встречается довольно редко, потому что пластовые воды нефтяных месторождений, залегающих на довольно большой глубине, где температура повышена, как правило, имеют и повышенную минерализацию; буровой же раствор приготавливают на основе воды из поверхностных источников (озер, рек), и его минерализация невелика ($C_{\phi} < C_{в}$).

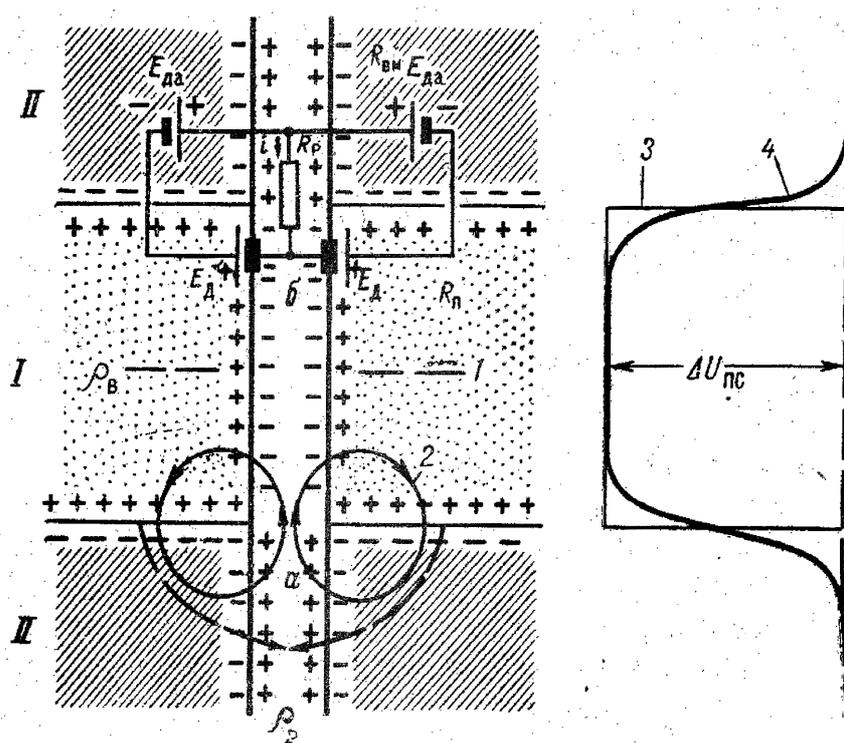


Рис. 3.5.2. Образование диффузионно-адсорбционных потенциалов на контакте песчаного I и глинистого II пластов и его эквивалентная схема в тождественных условиях (по И. Г. Сквородникову [14]):

I – направление диффузии солей; 2 – токовые линии; 3 – график статических потенциалов ПС; 4 – график фактическических потенциалов ПС в скважине при «прямом» поле ПС $\rho_{\text{в}} < \rho_{\text{п}}$

Если изолировать при помощи перегородок из непроводящего материала участок столба бурового раствора против пласта-коллектора, то между пластом и вмещающими его глинами будет зарегистрировано статическое значение потенциала собственной поляризации $E_{\text{ПС}}$. В реальных условиях таких перегородок нет, и всегда существует циркуляция токов ПС в скважине, замыкающихся через сопротивление самой скважины $R_{\text{с}}$, пласта $R_{\text{пл}}$ и вмещающих пород $R_{\text{вм}}$. По этой причине наблюдаемая амплитуда $\Delta U_{\text{ПС}}$ составляет лишь часть «статической» и равна падению напряжения на участке цепи, образованном скважиной, $R_{\text{с}}$.

Если мощность пластов песчаников и глин велика, то $\Delta U_{\text{ПС}} \approx E_{\text{ПС}}$.

Если мощность пласта невелика, вблизи второй границы пласта также протекает ток и падением напряжения на этой границе уже нельзя пренебречь. Поэтому для пластов ограниченной мощности вводится коэффициент снижения амплитуды или коэффициент учета мощности пласта: $\beta = \Delta U_{\text{ПС}} / E_{\text{ПС}} < 1$.

В общем случае величина $K_{\text{ПС}}$ изменяется от 0 до 69,6 мВ в зависимости от глинистости песчаной породы и песчанистости глин. Если мощности глинистых и песчаных пластов весьма велики ($h \rightarrow \infty$), то сечения для тока $I_{\text{ПС}}$ на этих участках цепи большие и $R_{\text{пл}} \rightarrow 0$, $R_{\text{вм}} \rightarrow 0$. В связи с этим в пластах большой мощности $\Delta U_{\text{ПС}} = E_{\text{с}}$.

На рис. 3.5.2 приведена эквивалентная схема образования диффузионно-адсорбционных потенциалов (по И. Г. Сквородникову).

На практике при качественной и количественной интерпретации данных метода ПС часто используют относительную амплитуду ПС: $\alpha_{ПС} = \Delta U_{ПС} / \Delta U_{ПС.оп}$, где $\Delta U_{ПС}$ – амплитуда ПС против изучаемого пласта; $\Delta U_{ПС.оп}$ – амплитуда аномалии ПС против пласта большой мощности, для которого $\Delta U_{ПС.оп} \approx E_s$.

Установлено, что разности потенциалов, возникающие на границе раствор – горная порода, зависят:

- 1) от химико-минералогического состава горной породы;
- 2) от химического состава вод, насыщающих поры породы, и их концентрации;
- 3) от степени насыщения породы растворами солей;
- 4) от плотности горной породы; чем плотнее горная порода, тем более отличаются измеряемые разности потенциалов от потенциалов диффузии;
- 5) от степени дисперсности породы; увеличение дисперсности изменяет измеряемые разности потенциалов так же, как и уменьшение влагонасыщения и увеличение плотности породы.

Зависимость диффузионно-адсорбционных потенциалов $E_{да}$ от плотности δ глины (а) и диффузионно-адсорбционной активности $A_{да}$ от дисперсности ($d_{эф}$) песчано-алевритовой породы (б) приведена на рис. 3.5.3 [9].

Поскольку диффузионно-адсорбционная активность определяется в основном степенью дисперсности пород, то в некоторых случаях возникает возможность использования значений $A_{да}$ и $E_{да}$ для определения проницаемости горных пород (рис. 3.5.4) [9].

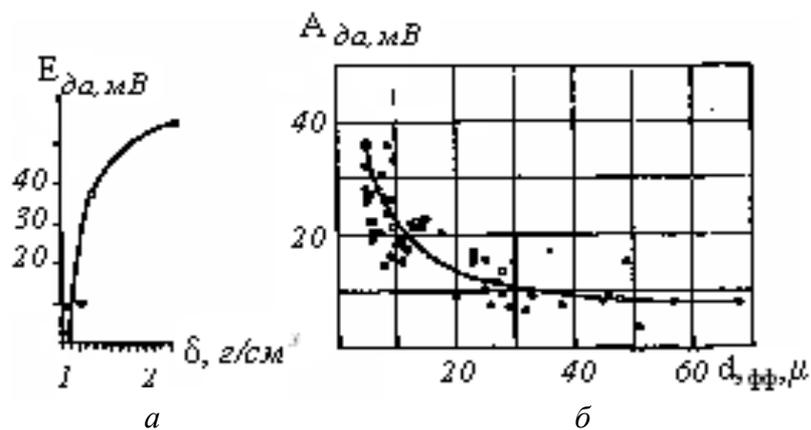


Рис. 3.5.3. Зависимость диффузионно-адсорбционных потенциалов $E_{да}$ от плотности δ глины (а) и зависимость диффузионно-адсорбционной активности $A_{да}$ от дисперсности ($d_{эф}$) песчано-алевритовой породы (б) [9]

Зависимость диффузионно-адсорбционной активности $A_{да}$ от проницаемости $K_{пр}$ для песчаных и алевритово-глинистых пород приведена на рис. 3.5.4 [9].

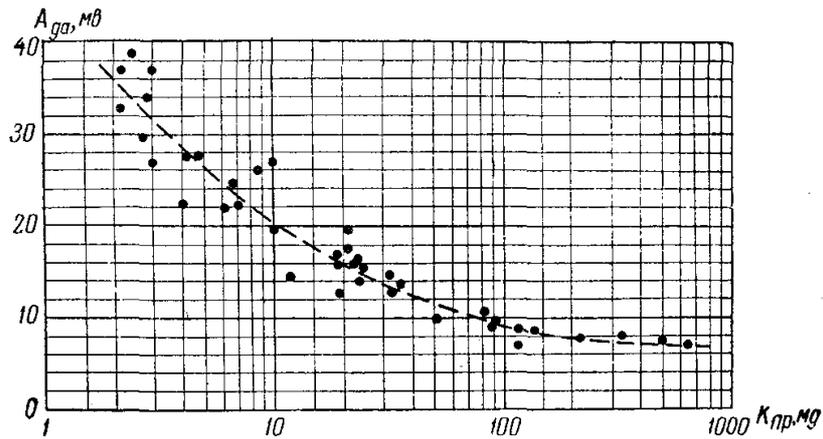


Рис. 3.5.4. Зависимость диффузионно-адсорбционной активности $A_{да}$ от проницаемости $K_{пр}$ для песчаных и алевритово-глинистых пород [9]

Фильтрационные потенциалы

В случае течения жидкости через горные породы при определенных условиях возникают потенциалы фильтрации. Механизм возникновения фильтрационных потенциалов (или потенциалов течения) в горных породах можно представить следующим образом.

На поверхности раздела капилляра, моделирующего единичную пору породы, с раствором электролита формируется двойной электрический слой (рис. 3.5.5). Внешняя часть его образована диффузным слоем ионов, толщина которого тем больше, чем меньше концентрация раствора. Если между концами капилляра создать разность давлений ΔP , то при течении через капилляр жидкость увлекает часть ионов диффузного слоя, в результате чего сам капилляр заряжается положительно, а на его конце с высоким давлением возникает отрицательный потенциал.

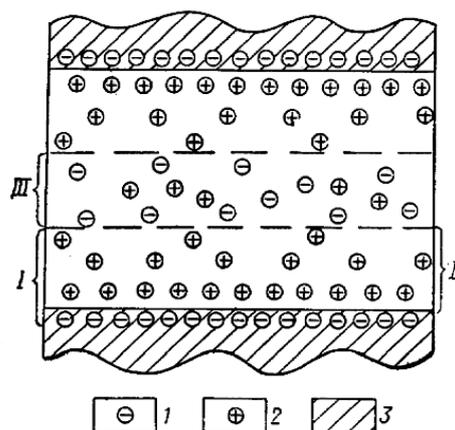


Рис. 3.5.5. Схема двойного электрического слоя в капилляре:
 I – отрицательный заряд; 2 положительный заряд; 3 – скелет породы с избыточным отрицательным зарядом; I – двойной электрический слой; II – диффузная часть двойного электрического слоя; III – свободный электролит

Величина потенциала фильтрации через капилляр определяется формулой Гельмгольца (2.1.28):

$$E_{\phi} = \frac{\varepsilon_a \rho_{ж} \xi}{4\pi\eta} \Delta P, \quad (3.5.11)$$

где $\rho_{ж}$ – удельное электрическое сопротивление жидкости; ξ – электрокинетический потенциал, равный разности потенциалов на границе подвижной и неподвижной частей двойного слоя и свободного раствора; η – вязкость жидкости в капилляре.

Потенциал фильтрации для пород в скважинных условиях:

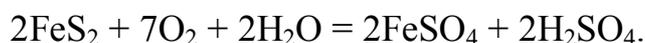
$$E_{\phi} = A_{\phi} \rho_{\phi}^m \Delta P^n. \quad (3.5.12)$$

где A_{ϕ} – фильтрационная активность исследуемой среды; n – эмпирический коэффициент, изменяющийся от 0,5 до 1; величина $\Delta P = p_c - p_{пл}$ – перепад давлений между скважиной и пластом.

Величина потенциала фильтрации при постоянной A_{ϕ} возрастает с увеличением перепада давления ΔP и электрического удельного сопротивления фильтра промывочной жидкости. Наиболее значительные потенциалы фильтрации возникают при сравнительно пресных промывочных жидкостях ($\rho_{\phi} \gg 10 \text{ Ом}\cdot\text{м}$) и однородной глинистой корке и достигают нескольких десятков милливольт.

При течении жидкости из скважины в пласт возникает отрицательная разность потенциалов фильтрации, которая, накладываясь на отрицательную разность потенциалов диффузионно-адсорбционного происхождения (при $\rho_{\phi} > \rho_v$), приводит к увеличению отрицательной аномалии $\Delta U_{ПС}$ против песчаного пласта.

Окислительно-восстановительные потенциалы возникают в скважинах в результате химических реакций, происходящих между телами с электронной проводимостью и электролитами промывочной жидкости и пластовых вод. Окислительно-восстановительные ЭДС могут возникнуть в сульфидах, каменных углях, графите и других горных породах. Процесс образования окислительно-восстановительных потенциалов состоит в том, что при окислении вещества происходит потеря электронов, и оно заряжается положительно. Примером окислительной реакции является взаимодействие пирита с пластовыми водами или промывочной жидкостью и растворенным в них кислородом (по В. Н. Дахнову):



При этом пирит заряжается положительно благодаря адсорбции ионов железа Fe^{+2} , а окисляющие его воды – отрицательно ионами SO_4^{-2} . На кривой потенциалов ПС рудное тело среди вмещающих пород, например песчано-глинистых, выделится четкой положительной аномалией ΔU мВ.

Другой пример. В результате окисления угля в водной среде поверхность его заряжается отрицательно, а контактирующий раствор – положительно. В случае восстановительной реакции картина обратная: твердая поверхность приобретает положительный заряд, а водный раствор – отрицательный.

Наряду с потенциалами ПС, связанными с минеральным составом и структурой горных пород, в скважинах возникают также окислительно-восстанови-

тельные потенциалы на поверхности тел, не относящихся к горным породам, например на поверхности обсадных труб и металлических электродов, опущенных в скважину.

Электродные потенциалы возникают при переходе катионов в раствор, который заряжается в этом случае положительно. Переход катионов в раствор обусловлен их взаимодействием с полярными молекулами воды. Избыточные электроны металла заряжают его поверхность отрицательно. В результате этих процессов между ионами металла, перешедшими в раствор, и поверхностью металлического электрода образуется двойной электрический слой. Этот слой препятствует дальнейшему растворению металла, и в системе металл – раствор устанавливается подвижное равновесие, характеризующееся равными скоростями растворения металла и осаждения ионов из раствора на поверхность металла. Разность потенциалов, образовавшаяся на поверхности раздела твердой и жидкой фаз, получила название *электродного потенциала*.

В нефтяных и газовых скважинах, разрезы которых сложены преимущественно песчано-глинистыми и карбонатными породами, величина потенциалов собственной поляризации обусловлена главным образом диффузионно-адсорбционными потенциалами, на которые при соответствующих условиях могут накладываться потенциалы фильтрации. Окислительно-восстановительные потенциалы для таких разрезов не характерны. В разрезах угольных и рудных скважин величина естественного электрического поля определяется в значительной мере окислительно-восстановительными потенциалами.

Кривые ПС не имеют нулевой линии. На диаграммах кривых ПС наносят условные линии – линию глин и линию песчаников. Линию глин проводят по максимальным значениям потенциала $U_{ПС}$ против мощных однородных глинистых толщ. Эта условная линия занимает обычно крайнее правое положение. Линия песчаников устанавливается по максимальным отрицательным амплитудам кривой ПС и занимает, как правило, крайнее левое положение. От уровня линии глин отсчитывается величина амплитуды $\Delta U_{ПС}$.

Если породы, подстилающие и покрывающие одиночный однородный пласт, характеризуются близкими величинами естественной электрохимической активности, то аномалия кривой $U_{ПС}$ в таком пласте симметрична относительно его середины. При мощности пласта h , превышающей три размера диаметра скважины d_c ($h \gg 3d_c$), границы пластов составляют половину максимального отклонения амплитуды $\Delta U_{ПС}$ от линии глин, при $h < 3d_c$ – больше половины максимального отклонения аномалии $\Delta U_{ПС}$ и тем ближе смещаются границы пласта к максимуму кривой, чем меньше h . Влияние мощности пласта на величину аномалии $\Delta U_{ПС}$ практически сказывается при $h < 4d_c$.

На форму кривой ПС и величину аномалии $\Delta U_{ПС}$ влияют также диаметр скважины d_c , удельное сопротивление зоны проникновения фильтрата промышленной жидкости $\rho_{зп}$ и ее диаметр $D_{зп}$, удельное сопротивление пласта $\rho_{п}$ и тип насыщающего флюида. С увеличением d_c , $D_{зп}$, $\rho_{п}$ и $\rho_{зп}$ амплитуда аномалии

$\Delta U_{\text{ПС}}$ уменьшается. В нефтенасыщенном пласте аномалия $\Delta U_{\text{ПС}}$ ниже на 15-20 %, чем в однотипном водоносном.

Величина потенциала собственной поляризации определяется диффузионно-адсорбционной активностью горных пород, которая зависит, прежде всего, от степени дисперсности последних, т. е. от их глинистости. Чем ниже глинистость песчаного пласта, тем меньше величина $A_{\text{да}}$ и значительнее амплитуда $\Delta U_{\text{ПС}}$ относительно линии глин. Таким образом, амплитуда аномалии кривой ПС есть мера глинистости или песчаности породы.

Когда минерализация пластовых вод превышает минерализацию фильтрата промывочной жидкости ($\rho_{\text{ф}} > \rho_{\text{в}}$) и пластовое давление ниже гидростатического ($P_{\text{пл}} < P_{\text{г}}$), породы с низкой диффузионно-адсорбционной активностью (чистые и слабоглинистые песчаники и алевролиты, карбонатные и гидрохимические осадки) отмечаются на кривых ПС глубокими отрицательными аномалиями $\Delta U_{\text{ПС}}$; породы с высокой активностью (глины и сильно глинистые породы) – положительными аномалиями $\Delta U_{\text{ПС}}$. Следует отметить, что чистые карбонатные породы могут отмечаться на кривых ПС большими отрицательными аномалиями $\Delta U_{\text{ПС}}$, чем чистые песчаные породы, так как диффузионно-адсорбционная активность карбонатных пород очень низкая.

Если минерализация пластовых вод меньше минерализации фильтрата промывочной жидкости ($\rho_{\text{ф}} < \rho_{\text{в}}$) и пластовое давление на уровне пласта превышает гидростатическое ($P_{\text{пл}} > P_{\text{г}}$), то знак аномалии $\Delta U_{\text{ПС}}$ в рассмотренных породах изменится на обратный.

4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ МЕТОДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

4.1. Единая теория электромагнитного поля в концепции Дж. К. Максвелла

Электрическое и магнитное поля переменного тока нельзя изучать независимо друг от друга, что возможно для постоянного тока. При переменном токе эти поля так тесно объединены в единое электромагнитное поле, что теория их становится также единой.

Эта теория возникла из наблюдений за электромагнитными процессами в макросистемах. Она позволяет получить правильные результаты в случаях, когда на процессах не сказывается электронно-ядерное строение тел. Развитие теории с учетом такого строения было начато в послемаквелловский период Х. А. Лоренцем (Нобелевская премия, 1902) и продолжается до наших дней.

Особенностью переменного электромагнитного поля является его свойство отделяться от контуров с переменным током и распространяться со скоростью света в окружающем пространстве в виде волны. Это свойство сильно зависит от частоты тока, и при низкочастотных токах оно практически не проявляется.

Электромагнитная волна по своему поведению не отличается от световой, что породило идею об одинаковой природе волн и привело к созданию электромагнитной теории света.

В максвелловской теории за точечный источник электромагнитного поля принимается элемент переменного тока. Поле такого элемента теоретически и экспериментально впервые исследовано Г. Р. Герцем.

Ток смещения

В основе новых теорий находятся обычно понятия, неизвестные до этого в науке. К таким понятиям максвелловской теории относится ток смещения.

При изучении курса электричества обычно демонстрируется опыт о наличии переменного тока в цепи с конденсатором (рис. 4.1.1).

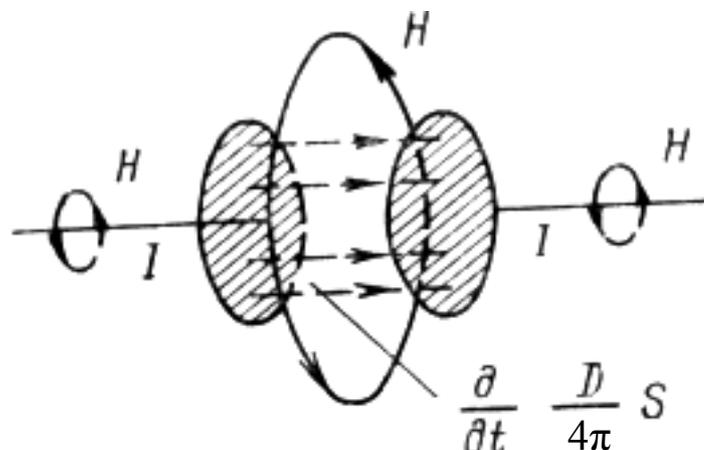


Рис. 4.1.1. Наличие переменного тока в цепи с конденсатором

Наличие тока объясняется зарядкой и перезарядкой конденсатора переменным напряжением, приложенным к цепи. Рассматривая ток как упорядоченное движение зарядов, приходится считать, что на обкладках конденсатора он прерывается, и первый закон Кирхгофа при этом нарушается. По Максвеллу, ток не прерывается, а течет дальше, но не в виде упорядоченного движения зарядов, а в виде тока смещения, под которым понимается изменение со временем электрического поля между обкладками конденсатора.

Для получения выражения этого тока заметим, что ток в проводах равняется изменению заряда на обкладках за единицу времени:

$$J = \frac{dQ}{dt}.$$

Заменяя в этом выражении, согласно электростатике, заряд Q на $S \cdot D/4\pi$, где S – площадь обкладки, находим:

$$J = \frac{d}{dt} \cdot \frac{D}{4\pi} S.$$

Переход от заряда Q к индукции D имеет глубокий физический смысл, поскольку таким образом связывается ток в проводах с изменением во времени электрического поля между обкладками. Это уравнение рассматривается как первый закон Кирхгофа в применении к конденсатору. В левой части уравнения стоит ток, притекающий по проводу к обкладке и именуемый в максвелловской теории током проводимости, а в правой части – ток, уходящий от обкладки по диэлектрику и называемый током смещения. Свое название этот ток получил из-за механического понимания поля в прошлом веке как упруго деформированного зарядами эфира, упругое смещение которого измерялось величиной $D/4\pi$.

Теперь поле хотя и рассматривается как особое состояние материи, но вектор $D/4\pi$ по-прежнему называют вектором электрического смещения, а производную его по времени – плотностью тока смещения.

Общая характеристика теории Максвелла

В 60-х годах девятнадцатого столетия Д. К. Максвелл, основываясь на идеях Фарадея об электрическом и магнитном полях, обобщил законы, установленные экспериментальным путем, и разработал законченную теорию единого электромагнитного поля. Теория Максвелла была обобщением таких важнейших законов электростатики и электромагнетизма, как теорема Остроградского-Гаусса, закон полного тока и основной закон электромагнитной индукции. В теории Максвелла решается основная задача электродинамики: найти характеристики электромагнитного поля заданной системы электрических зарядов и токов.

Теория Максвелла позволила с единой точки зрения охватить огромный круг явлений начиная от электростатического поля неподвижных зарядов и кончая электромагнитной природой света. Теория Максвелла представляет собой феноменологическую теорию электромагнитного поля. Это означает, что в ней не рассматриваются молекулярное строение среды и внутренний механизм процессов, происходящих в среде в электромагнитном поле. Электрические и магнитные свойства среды характеризуются тремя величинами: относительной

диэлектрической проницаемостью ϵ , относительной магнитной проницаемостью μ и удельной электрической проводимостью γ . Предполагается, что эти параметры среды известны из опыта.

В макроскопической теории Максвелла рассматриваются макроскопические электромагнитные поля макроскопических зарядов и токов, т. е. таких систем покоящихся и движущихся зарядов, пространственная протяженность которых неизмеримо больше размеров отдельных атомов и молекул. Математическим выражением теории Максвелла служат четыре уравнения Максвелла, которые принято записывать в двух формах: интегральной и дифференциальной. Уравнения Максвелла в интегральной форме выражают соотношения, справедливые для мысленно проведенных в электромагнитном поле неподвижных замкнутых контуров и поверхностей. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме показывают, как связаны между собой характеристики электромагнитного поля и плотности электрических зарядов и токов в каждой точке этого поля.

Уравнения Максвелла

Переменное электромагнитное поле описывается уравнениями Максвелла, определяющими связь между электрической и магнитной компонентами поля:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{np}} + \partial \vec{D} / \partial \tau = \gamma \vec{E} + \epsilon \partial \vec{E} / \partial \tau; \quad (4.1.1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial \tau = -\mu \partial \vec{H} / \partial \tau, \quad (4.1.2)$$

где \vec{E} – напряженность электрического поля; \vec{H} – напряженность магнитного поля; \vec{B} – магнитная индукция; \vec{j}_{np} – плотность тока проводимости; μ – магнитная проницаемость; ϵ – диэлектрическая проницаемость; γ – удельная электропроводность; τ – время.

Уравнения записаны применительно к системе единиц СИ. При преобразовании правых частей уравнений (4.1.1) и (4.1.2) использованы соотношения:

$$\begin{aligned} \vec{j}_{\text{np}} &= \gamma \vec{E}; \\ \vec{D} &= \epsilon \vec{E}; \\ \vec{B} &= \mu \vec{H}. \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

Из уравнений (4.1.1) следует аналогия между векторами j , D , B , но эти величины связаны с разными компонентами электромагнитного поля. Плотность тока \vec{j}_{np} представляет собой силу тока проводимости через единицу сечения проводника, а магнитная индукция \vec{B} – это магнитный поток через единицу площади, то есть плотность магнитного потока. Электрическая индукция \vec{D} связана с током смещения, но роль самой плотности тока смещения, согласно первому уравнению Максвелла, играет производная \vec{D} по времени. Такой характер связи \vec{D} с током смещения объясняется тем, что наличие постоянной индукции для передачи электрических зарядов через диэлектрик недостаточно (так как постоянный ток через диэлектрик невозможен). Только при меняющейся во времени индукции, когда происходит изменение положения связанных электрических зарядов, возникает эффект непрерывного тока в цепи, содержащей диэлектрик.

Кроме уравнений Максвелла (4.1.1) и (4.1.2) в систему уравнений, описывающих переменное электромагнитное поле, включают еще два соотношения:

$$\begin{aligned}\operatorname{div}\vec{D} &= \delta_3; \\ \operatorname{div}\vec{B} &= 0,\end{aligned}\tag{4.1.4}$$

где δ_3 – объемная плотность электрических зарядов.

Физический смысл уравнений (4.1.1) состоит в том, что наличие токов проводимости плотностью $j_{\text{пр}}$ и токов смещения плотностью $j_{\text{см}} = \partial D / \partial t$ образует магнитное поле; эти токи являются вихрями магнитного поля. Закон изменения электрического поля во времени определяет закон распределения магнитного поля в пространстве.

Физическое содержание уравнения (4.1.2) состоит в том, что переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле, вихри которого обусловили скорость изменения магнитной индукции во времени, взятой с обратным знаком. Закон изменения магнитного поля во времени определяет закон распределения электрического поля в пространстве.

Физическое содержание уравнений (4.1.4): наличие объемных электрических зарядов обуславливает стоки и источники электрического поля. Магнитное поле не имеет ни стоков, ни источников, т. е. силовые линии магнитного поля замкнуты. В природе свободные магнитные заряды отсутствуют.

Как известно из теории поля, объемные заряды существуют только в диэлектриках. Поэтому, поскольку все реальные горные породы обладают конечной, а не нулевой электропроводностью, практически правую часть уравнения (4.1.3) можно положить равной 0. Вынеся постоянные множители за знак дифференцирования, можно записать эти уравнения для напряженности соответствующих компонент поля:

$$\begin{aligned}\operatorname{div}\vec{E} &= \delta_3 / \epsilon; \\ \operatorname{div}\vec{H} &= 0.\end{aligned}\tag{4.1.5}$$

В случае синусоидального закона изменения поля уравнения Максвелла можно привести к более удобному виду. Для этого воспользуемся известными из математики и электротехники представлениями синусоидальной функции в виде комплексной величины. Пусть напряженность электрического поля \vec{E} задана синусоидальной функцией $\vec{E} = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где E_0 – ее амплитуда, ω – угловая частота, а φ – начальная фаза. Тогда

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \exp(-i(\omega t + \varphi)) = E_0 \exp(-i\varphi) \exp(-i\omega t) = \dot{E} \exp(-i\omega t).\tag{4.1.6}$$

Величину \dot{E} , зависящую от амплитуды и начальной фазы, называют комплексной амплитудой. Точно так же преобразуются другие компоненты электромагнитного поля. Надо только иметь в виду, что начальные фазы для разных компонент поля в общем случае различны.

Подставив выражения компонент поля в комплексной форме в уравнения Максвелла, получим после сокращения на $\exp(-i\omega t)$:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\dot{H} &= \gamma\dot{E} - i\omega\varepsilon\dot{E} = -i\omega(\varepsilon + i\gamma/\omega)\dot{E} = -i\omega\varepsilon\dot{E}; \\ \operatorname{rot}\dot{E} &= i\omega\mu\dot{H}. \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

Величина $\dot{\varepsilon} = \varepsilon + i\gamma/\omega$ называется комплексной диэлектрической проницаемостью. Она играет важную роль в теории переменных электромагнитных полей. Уравнения (4.1.5), записанные через комплексные амплитуды, принимают вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}\dot{E} &= \delta_3/\varepsilon \approx 0; \\ \operatorname{div}\dot{H} &= 0. \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

Таким образом, введение понятия комплексной амплитуды позволяет исключить в уравнениях электромагнитного поля зависимость от времени. Поэтому при решении уравнений отпадает необходимость в задании начальных условий, которые заменяются фазовыми соотношениями между компонентами поля. Это упрощает решение задач о переменных электромагнитных полях.

Волновое уравнение напряженности электромагнитного поля

Непосредственное использование уравнений Максвелла для решения задач распределений электромагнитного поля затрудняется тем, что в каждое из уравнений входят и электрическая, и магнитная компоненты. Можно преобразовать эти уравнения так, что в каждое из них будет входить только одна из компонент [4.1]. Применим операцию вихря к обеим частям первого уравнения системы (4.1.7):

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\dot{H} = -i\omega\varepsilon \cdot \operatorname{rot}\dot{E}. \quad (4.1.9)$$

Левая часть полученного уравнения может быть преобразована следующим образом:

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\dot{H} = \operatorname{grad} \operatorname{div}\dot{H} - \Delta\dot{H} = -\Delta\dot{H},$$

(так как $\operatorname{div}\dot{H} = 0$). В последнем выражении $\Delta\dot{H}$ – оператор Лапласа. Согласно второму уравнению системы (4.1.7), $\operatorname{rot}\dot{E} = i\omega\mu\dot{H}$. Поэтому правая часть уравнения (4.1.9) примет вид:

$$-i\omega\varepsilon \times \operatorname{rot}\dot{E} = \omega^2\mu\varepsilon\dot{H}.$$

Таким образом, первое уравнение системы (4.1.7) принимает вид:

$$\Delta\dot{H} = -\omega^2\mu\varepsilon\dot{H} = -k^2\dot{H}. \quad (4.1.10)$$

Выполнив аналогичные преобразования второго уравнения системы (4.1.7), получим такое же уравнение для напряженности электрического поля:

$$\Delta\dot{E} = -\omega^2\mu\varepsilon\dot{E} = -k^2\dot{E}. \quad (4.1.11)$$

Комплексная величина $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ называется волновым числом. Она определяет зависимость электромагнитного поля от электромагнитных параметров среды и от частоты. Уравнения (4.1.10) и (4.1.11) известны в математической физике как волновые уравнения, описывающие распространение волн. Из этого следует, что электромагнитное поле распространяется в среде, как волна (рис. 4.1.2). Такой вывод вытекает из самих уравнений Максвелла. Действительно, из первого уравнения следует, что электрическое поле вызывает появление магнитного поля. В свою очередь, магнитное поле, как утверждает второе уравнение, приводит к появлению электрического поля.

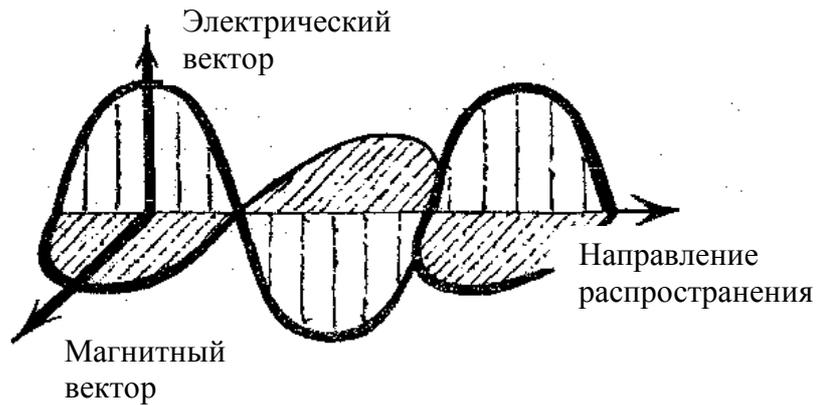


Рис. 4.1.2. Волновое представление электромагнитного поля

Таким образом, происходит взаимное возбуждение электрической и магнитной компонент поля, которое распространяется в среде в виде волны и может полностью утратить связь со своим источником.

Волновое число

Распределение электромагнитных полей в горных породах зависит от их физических свойств, геометрических факторов, термодинамических условий залегания геологических тел, взаимодействия сред, а также от природы электромагнитных полей и мощности источников, возбуждающих эти поля.

Основные электрические и магнитные параметры, характеризующие физические свойства любых сред, – удельная электропроводность γ (или электрическое удельное сопротивление ρ), диэлектрическая абсолютная проницаемость $\epsilon_a = \epsilon\epsilon_0$ и магнитная абсолютная проницаемость $\mu_a = \mu\mu_0$, которые связаны с величинами электромагнитного поля следующими соотношениями:

$$D = \epsilon_a E; \quad (4.1.12)$$

$$j_{np} = \gamma E; \quad (4.1.13)$$

$$B = \mu_a H, \quad (4.1.14)$$

где ϵ , μ – относительные значения диэлектрической и магнитной проницаемости; ϵ_0 – электрическая постоянная, равная $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; μ_0 – магнитная постоянная, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м.

Выражение (4.1.13) есть не что иное, как закон Ома в дифференциальной форме. Оно справедливо для изотропной среды.

Величина k , связывающая между собой основные параметры горных пород и круговую частоту ω электромагнитного поля, называется волновым числом среды и является комплексной [4.1]:

$$k = \sqrt{\omega^2 \epsilon_a \mu_a \left(1 + i \frac{\gamma}{\omega \epsilon_a} \right)} = a + bi, \quad (4.1.15)$$

где коэффициенты при действительных и мнимых частях:

$$a = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\sigma_a \omega} \right)^2} + 1 \right]}; \quad (4.1.16)$$

$$b = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_a \omega} \right)^2} - 1 \right]}. \quad (4.1.17)$$

Волновое число связано с длиной волны λ электромагнитного поля соотношением $k = 2\pi/\lambda$, показывающим число волн на длине 2π .

Вещественная часть волнового числа определяет длину волны, которая зависит не только от частоты, но и от свойства среды, в которой распространяется поле: $\lambda = 2\pi/a$.

Этой же величиной определяется и скорость распространения поля в среде: $V = \omega/a$.

Из последнего соотношения следует, что при низких частотах вещественная часть волнового числа мала, и ее можно в первом приближении принимать равной нулю (так как скорость V всегда достаточно велика). Пренебрежение вещественной частью волнового числа равносильно принятию предположения, что скорость распространения поля бесконечно велика. Очевидно, такое допущение может дать удовлетворительное приближение на относительно небольшом расстоянии, которое поле преодолевает за исчезающе малый промежуток времени.

Изменение длины волны в зависимости от свойства среды, в которой распространяется поле, имеет существенное значение в радиоволновых методах электроразведки. Для его характеристики пользуются коэффициентом укорочения волны $q = \lambda_0/\lambda$, где λ_0 – длина волны в вакууме при той же частоте.

Мнимая часть волнового числа определяет поглощение энергии поля средой и называется коэффициентом поглощения. Эффект поглощения энергии состоит в том, что при удалении от источника электромагнитное поле затухает быстрее, чем это должно происходить за счет геометрического рассеяния энергии. В уравнениях, описывающих распределение поля в пространстве, это ускорение затухания учитывается множителем e^{-br} (r – расстояние до источника поля, e – основание натурального логарифма). Физическая сущность поглощения энергии заключается в расходовании ее на тепловые потери в среде. Магнитная компонента переменного поля, в соответствии с законом электромагнитной индукции, возбуждает в среде вихревые токи. Тепловые потери этих токов и приводят к дополнительному расходованию энергии поля.

Уравнения Максвелла с учетом дополнительных параметров

Уравнения Максвелла (4.1.1) – (4.1.4) с учетом параметров среды и выражений (4.1.12) - (4.1.14) принимают вид:

$$\operatorname{rot} H = \gamma E + \varepsilon_a \frac{\partial E}{\partial \tau}; \quad (4.1.18)$$

$$\operatorname{rot} E = -\mu_a \frac{\partial H}{\partial \tau}; \quad (4.1.19)$$

$$\operatorname{div} H = 0, \quad (4.1.20)$$

$$\operatorname{div} E = \delta_3 / \epsilon_a \quad (\operatorname{div} E = 0). \quad (4.1.21)$$

Существует полный ток, плотность которого состоит из двух слагаемых: плотности тока проводимости $j_{\text{пр}} = \gamma E$ и плотности тока смещения $j_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{\partial E}{\partial \tau}$, то есть $j_{\text{полн}} = j_{\text{пр}} + j_{\text{см}}$.

Плотность тока проводимости в твердой фазе определяется выражением $j_{\text{пр}} = \gamma E$, плотность тока в средах с ионной проводимостью имеет вид $j_{\text{пр}} = \gamma E + j_d$, где j_d – плотность тока диффузии, возникающего в растворе при движении ионов из участков с большей их концентрацией в участки с меньшим их содержанием.

Величина плотности тока диффузии играет решающую роль при изучении постоянных естественных полей, на исследовании которых базируются методы потенциалов собственной поляризации горных пород.

В геофизических методах, основанных на изучении стационарных, квазистационарных и низкочастотных полей, величина сигнала определяется главным образом токами проводимости (4.1.18), (4.1.22), то есть она зависит от значения электропроводности (удельного сопротивления) пород.

В методах, изучающих переменные высокочастотные электромагнитные поля, величина сигнала обусловлена как токами проводимости, так и токами смещения, то есть зависит и от электропроводности, и от диэлектрической проницаемости среды.

Из уравнений (4.1.18) – (4.1.22) легко получить системы уравнений, характеризующих электростатическое поле и поле постоянного тока.

При $\omega \rightarrow 0$ выражения принимают вид $\operatorname{rot} H = \gamma E$, $\operatorname{rot} E = 0$, то есть стационарное и квазистационарное поля обусловлены токами проводимости. При $j_{\text{пр}} = 0$ система уравнений Максвелла для электростатического поля принимает вид $B = H = 0$ и $\partial D / \partial \tau = 0$.

4.2. Индукционный каротаж (ИК)

Индукционные методы, основанные на изучении в скважинах переменного электромагнитного поля низкой и высокой частоты, разработаны достаточно детально [6]. Низкочастотные индукционные методы изучают электромагнитное переменное поле ультразвуковой частоты 20-60 кГц, высокочастотные методы – переменные поля частотой 1-2 МГц.

Физические основы индукционных методов

Индукционные методы применяются для исследования вторичного электромагнитного поля среды, ЭДС которого прямо пропорциональна электропроводности горных пород. Вторичное электромагнитное поле возникает в окружающей среде за счет вихревых токов, которые индуцированы катушкой, питающейся от генератора переменного тока, помещенного в скважину.

Индукционные методы принципиально отличаются от всех методов стационарного и квазистационарного электрического поля тем, что для создания вторичного электромагнитного поля в горных породах не требуется непосредственного (гальванического) контакта зондовой установки с окружающей средой. Если в методах кажущегося сопротивления (КС), сопротивления заземлений (СЗ) вызванных потенциалов (ВП) электрический ток распространяется в горные породы от питающих электродов через слой проводящей (промывочной) жидкости, то в индукционных методах электроды, как таковые, не используются и вторичное электромагнитное поле формируется в горных породах за счет индуктивной связи первичного электромагнитного поля со средой, окружающей зонд. Следовательно, индукционные методы позволяют изучать разрезы сухих скважин и скважин, пробуренных с промывочной жидкостью на нефтяной или другой основе, плохо проводящей электрический ток, а также скважин, заполненных нефтью.

Другой особенностью индукционных методов является характер распределения вторичных токов, индуцированных генераторной катушкой в горных породах. Их токовые линии лежат в плоскостях, перпендикулярных к оси генераторной катушки.

В однородной среде линии вихревых токов представляют собой окружности с центрами на оси прибора. При таком характере распределения токовых линий можно более точно определить истинное удельное сопротивление пластов, а влияние электропроводности вмещающих пород на показания индукционных методов существенно уменьшается.

Простейший зонд индукционного метода может быть составлен из двух катушек (генераторной и приемной), опущенных в скважину. Расстояние между серединами генераторной и приемной катушек называется длиной индукционного зонда. Генераторная катушка зонда подключена к генератору переменного тока ультразвуковой частоты 20-60 кГц и питается стабилизированным по частоте и амплитуде током. Приемная катушка зонда через усилитель и фазочувствительный элемент подключена посредством кабеля к регистрирующему прибору, расположенному на поверхности. Переменный ток, протекающий по генераторной катушке, создает переменное магнитное поле (прямое и первичное), которое в свою очередь индуцирует в среде, окружающей зонд, вихревые токи, формирующие вторичное переменное магнитное поле той же частоты, что и первичное поле.

Первичное и вторичное переменные магнитные поля индуцируют ЭДС в приемной катушке. Непосредственное воздействие первичного поля на приемную катушку не связано с горными породами, поэтому ЭДС, индуцированная прямым полем, компенсируется встречной ЭДС, равной первой по величине и противоположной по фазе, с помощью дополнительных катушек или специальных электронных устройств.

Электродвижущая сила, генерируемая вторичным полем в приемной катушке, состоит из двух составляющих – активной и реактивной. Регистрирующим прибором фиксируется сигнал активной составляющей ЭДС, наиболее тесно связанной с электропроводностью окружающей среды.

В случае малой проводимости среды ЭДС активной составляющей прямо пропорциональна ее электропроводности. С ростом электропроводности среды ЭДС активного сигнала увеличивается медленнее по более сложному закону. Нарушение пропорциональности между величиной активного сигнала и электропроводностью среды связано с взаимодействием вихревых токов. Это явление называется *скин-эффектом*. Чем выше частота тока и электропроводность среды, тем значительнее взаимодействие вихревых токов и, следовательно, существеннее влияние скин-эффекта на показания индукционного метода.

Активный сигнал фиксируется на поверхности измерительным устройством в виде кривой, отражающей изменение электропроводности пород по разрезу скважины. Точкой записи кривой является середина расстояния между центрами генераторной и приемной катушек. Единицей измерения электропроводности пород является сименс на метр (См/м) – величина, обратная омметру (Ом·м). Однако на практике во избежание дробных единиц проводимости используют тысячную долю сименса на метр – миллисименс на метр (мСм/м).

При индукционных методах измеряется эффективная удельная электропроводность $\sigma_{эф}$, зависящая от проводимостей пласта, промывочной жидкости, зоны проникновения фильтра промывочной жидкости, вмещающих пород, диаметра скважины, мощности пласта, а также размера и конструкций зонда. В связи с этим эффективная электропроводность $\sigma_{эф}$ в общем случае отличается от истинной удельной электропроводности изучаемого пласта.

Приближенная теория низкочастотных индукционных методов

Решение прямой задачи индукционных методов состоит в получении зависимости измеряемой ЭДС электромагнитного поля от электропроводности среды, ее геометрии и параметров зонда.

Приближенная теория низкочастотного индукционного метода впервые была разработана Х. Г. Доллем в 1949 г., затем она получила развитие в работах С. М. Аксельрода, А. А. Кауфмана и других исследователей. В основе приближенной теории Долля лежат два допущения: 1) все индуцированные в окружающей среде вихревые токи имеют одну и ту же фазу, сдвинутую относительно фазы тока в генераторной катушке на 90° ; это означает, что взаимодействие вихревых токов отсутствует, т. е. при решении прямой задачи явление скин-эффекта не принимается во внимание; 2) амплитуда плотности тока в любой точке среды рассчитывается по упрощенной формуле и определяется только пространственным фактором и удельной электропроводностью участка среды.

Эти допущения справедливы лишь тогда, когда частота тока питания и электропроводность среды сравнительно невелики. При высокой частоте тока или большой электропроводности пород явление скин-эффекта существенно изменяет характер распространения электромагнитного поля, и в этом случае при решении прямой задачи необходимо использовать строгую теорию.

Приближенная теория низкочастотных индукционных методов позволяет сравнительно просто установить зависимость эффективной удельной электропроводности изучаемого пространства от электропроводности отдельных сред, их

размеров и положения относительно индукционного зонда, а также наглядно представить физическую сущность этого метода. С помощью приближенной теории можно путем элементарных расчетов решить прямую задачу описываемых методов в случае плоских и цилиндрических поверхностей раздела между средами. Формулы, полученные на основании этой теории, следует рассматривать как асимптотические, справедливые при электромагнитных волнах, очень длинных по сравнению с радиусом скважины, мощностью пласта и диаметром зоны проникновения фильтрата промывочной жидкости.

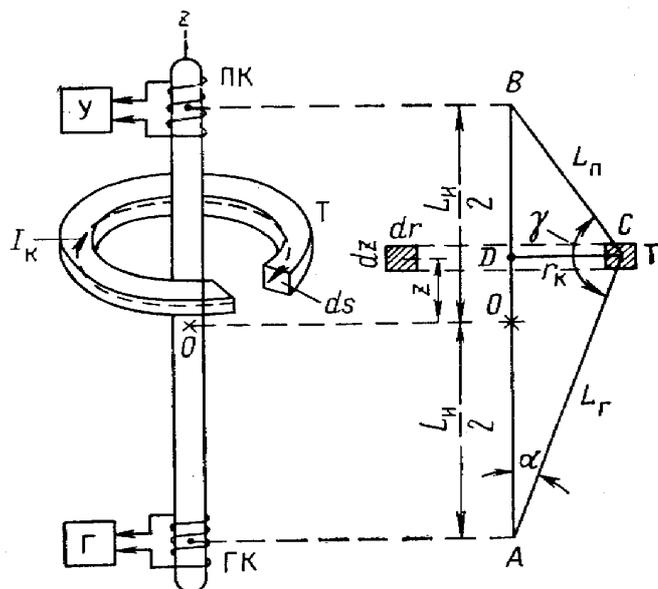


Рис. 4.2.1. Зонд индукционного каротажа и единичный торонд [6]

Рассмотрим однородную изотропную среду удельной электропроводности σ , диэлектрической проницаемости ϵ_a и магнитной проницаемости μ_a [6]. На оси скважины расположен двухкатушечный индукционный зонд. Диаметр скважины $d_c \rightarrow 0$. Центры генераторной и приемной катушек расположены на общей оси на расстоянии L_n одна от другой. Ось генераторной катушки совпадает с осью скважины (рис. 4.2.1). Генераторная и приемная катушки имеют соответственно высоты L_r и L_n , число витков n_r и n_n , радиусы которых r_r и r_n ; площади каждого витка $S_r = \pi r_r^2$, $S_n = \pi r_n^2$; общие площади витков $S_r = S_r n_r$ и $S_n = S_n n_n$. Условимся считать, что размеры катушек значительно меньше расстояния L_n , т. е. $(L_r, r_r \text{ и } r_n, L_n) \ll L_n$. Это допущение позволяет рассматривать катушки как точечные. Генераторную катушку можно заменить для упрощения расчетов магнитным диполем с переменным моментом.

Генераторная катушка питается переменным током с амплитудой I_a , мгновенное значение которого:

$$I = I_a e^{-i\omega\tau}, \quad (4.2.1)$$

где τ – время; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота; f – циклическая частота.

Упомянутый выше магнитный диполь, ось которого совпадает с осью генераторной катушки, создает в окружающем пространстве электромагнитное поле. Необходимо определить величину ЭДС, которая наводится вихревыми

токами в изучаемой среде, и установить связь между величиной наведенной ЭДС и удельной электропроводностью однородной среды, частотой поля и параметрами зонда.

Для решения задачи введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) , начало которой расположим в точке O , являющейся серединой расстояния между центрами генераторной и приемной катушек. Разобьем все изучаемое пространство на элементарные тороиды, представляющие собой участки породы с горизонтальными и коаксиально-цилиндрическими поверхностями. Единичный тороид – это горизонтальное кольцо радиуса r_k с центром на оси скважины (см. рис. 4.2.1). Х. Г. Долль назвал такой тороид элементарным кольцом.

С учетом выражения (4.2.1) магнитный момент магнитного диполя:

$$M = n_r S_r I = S_r n_r I_a e^{-i\omega\tau}, \quad (4.2.2)$$

Магнитный диполь создает в окружающем пространстве магнитное поле напряженностью:

$$H = M/2\pi L_r^3 \quad (4.2.3)$$

или, принимая во внимание (4.2.2), получим:

$$H = \frac{n_r S_r I_a e^{-i\omega\tau}}{2\pi L_r^3}, \quad (4.2.4)$$

где L_r – расстояние от центра генераторной катушки до рассматриваемой точки среды.

Как известно, величина магнитного потока, пронизывающего замкнутую поверхность:

$$\Phi = \int B \cos\varphi ds, \quad (4.2.5)$$

где $B = \mu_0 \mu H = \mu_a H$ – вектор магнитной индукции; φ – угол между нормалью к элементарной площадке и силовыми линиями магнитного поля; ds – площадь сечения элементарной площадки.

Для элементарного кольца с радиусом r_k площадь которого магнитные силовые линии пересекают под углом 90° ($\varphi = 0$), имеет вид:

$$\Phi = \int_0^{r_k} \mu_a H_z 2\pi r dr, \quad (4.2.6)$$

где H_z – вертикальная компонента напряженности магнитного диполя, поскольку силовые линии магнитного поля направлены вверх вдоль оси скважины.

Подставив выражение (4.2.3) в (4.2.6) и проведя интегрирование, получим:

$$\Phi = \frac{\mu_a n_r S_r I_a e^{-i\omega\tau}}{L_r^3} \frac{r_k^2}{2}, \quad (4.2.7)$$

Изменение магнитного потока Φ во времени создает ЭДС электромагнитной индукции ε в элементарном кольце. Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея:

$$\varepsilon = - d\Phi/dt. \quad (4.2.8)$$

Знак минус в формуле (4.2.8) соответствует закону Ленца, согласно которому индукционный ток, взаимодействуя с магнитным полем, вызывает силу, направленную противоположно действию магнитного диполя. Взяв производную в соответствии с выражением (4.2.8) от (4.2.7), имеем:

$$\varepsilon = \frac{i\omega\mu_a r_k^2 n_r S_r I_a e^{-i\omega\tau}}{2L_r^2}. \quad (4.2.9)$$

Под действием этой ЭДС в единичном элементарном кольце возникает вихревой ток силой:

$$I_k = \frac{\varepsilon}{R_k} = \frac{i\omega\mu_a \sigma \cdot r_k n_r S_r I_a e^{-i\omega\tau}}{4\pi L_r^3}, \quad (4.2.10)$$

где R_k – сопротивление единичного элементарного кольца; ds – площадь его сечения, равная 1.

Ток создает в окружающем пространстве магнитное поле. В соответствии с выражением (4.2.3), в точке, где расположена приемная катушка, напряженность этого поля:

$$H = \frac{M}{2\pi L_n^3} = \frac{S_r I_k}{2\pi L_n^3} = \frac{i\omega\mu_a \sigma \cdot r_k^3 n_r S_r I_a e^{-i\omega\tau}}{8\pi L_r^3 L_n^3}, \quad (4.2.11)$$

где L_n – расстояние от точек элементарного кольца до центра приемной катушки.

Величина вторичного магнитного потока, пронизывающего витки приемной катушки:

$$\Phi_{вт} = BS_n n_n = \mu_a HS_n n_n. \quad (4.2.12)$$

Изменение вторичного магнитного потока во времени создает в измерительной катушке ЭДС:

$$\varepsilon' = -d\Phi / d\tau = i\omega\Phi_{вт}, \quad (4.2.13)$$

и окончательно формула для ЭДС в приемной катушке с учетом (4.2.12) и соотношения $\omega = 2\pi f$ имеет вид:

$$\varepsilon' = -\frac{\pi f^2 \mu_a^2 \sigma}{2} n_r S_r n_n S_n I_a e^{-i\omega\tau} \frac{r_k^3}{L_r^3 L_n^3}. \quad (4.2.14)$$

Одновременно с ЭДС изучаемой среды в приемной катушке генерируется ЭДС прямого поля генераторной катушки. Поскольку величина ЭДС прямого поля не связана с параметрами среды, то она исключается с помощью специального устройства.

Учитывая соотношение, $\mu_a = \mu_0 \mu$ и умножив правую часть равенства (4.2.14) на $L_n/2$ и $2/L_n$, представим выражение для ε' в следующем виде:

$$\varepsilon' = K_n B_k \mu^2 \sigma, \quad (4.2.15)$$

где $K_n = -\pi f^2 \mu_0^2 n_r S_r n_n S_n I / L_n$ – коэффициент индукционного зонда; $B_k = L_n r_k^3 / 2L_r^3 L_n^3$ – пространственный фактор элементарного кольца.

Введение множителя $L_n/2$ в (4.2.15) позволяет свести интегральное значение пространственного фактора всего однородного пространства к безразмерной величине, равной единице.

Коэффициент индукционного зонда $K_{\text{и}}$ определяется его конструкцией – длиной, числом и площадью витков генераторной и приемной катушек; силой и частотой тока, питающего генераторную катушку. Знак минус свидетельствует о том, что активная составляющая ЭДС, индуцируемая вторичным магнитным полем в приемной катушке, находится в противофазе с током, питающим генераторную катушку. Из формулы (4.2.15) следует, что величина ЭДС, создаваемая элементарным кольцом породы при $K_{\text{и}} = \text{const}$, прямо пропорциональна удельной электропроводности среды σ , квадрату относительной магнитной проницаемости μ_2 и пространственному фактору $B_{\text{к}}$.

Пространственный фактор элементарного кольца

В теории Долля введение понятия пространственного фактора элементарного кольца занимает одно из центральных мест. Рассмотрим его физический и геометрический смысл.

Выразим расстояния от центров генераторной и приемной катушек до оси элементарного кольца через цилиндрические координаты r и z . Из рис. 4.2.1 следует:

$$L_{\text{г}} = \sqrt{r_{\text{к}}^2 + (L_{\text{и}}/2 + z)^2}, \quad L_{\text{п}} = \sqrt{r_{\text{к}}^2 + (L_{\text{и}}/2 - z)^2}. \quad (4.2.16)$$

Тогда пространственный фактор элементарного кольца с учетом (4.2.16) переписывается в виде:

$$B_{\text{к}} = \frac{L_{\text{и}}}{2} \cdot \frac{r_{\text{к}}}{\left[r_{\text{к}}^2 + (L_{\text{и}}/2 + z)^2 \right]^{3/2} \cdot \left[r_{\text{к}}^2 + (L_{\text{и}}/2 - z)^2 \right]^{3/2}}. \quad (4.2.17)$$

Из выражения (4.2.17) следует, что величина пространственного фактора элементарного кольца определяется его вертикальным расположением относительно катушек и горизонтальным расстоянием от оси зонда при фиксированной длине зонда.

Выясним геометрический смысл пространственного фактора $B_{\text{и}}$.

Для треугольника ABC на рис. 4.2.1 на основании теоремы синусов запишем:

$$\sin\gamma/L_{\text{и}} = \sin\alpha/L_{\text{г}}. \quad (4.2.18)$$

Из прямоугольного треугольника ADC следует:

$$\sin\alpha = r_{\text{к}}/L_{\text{г}}. \quad (4.2.19)$$

Подставив (4.2.19) в (4.2.18), найдем

$$r_{\text{к}}/L_{\text{г}}L_{\text{п}} = \sin\gamma/L_{\text{и}}. \quad (4.2.20)$$

Для пространственного фактора получим:

$$B_{\text{к}} = \sin^3\gamma/2L_{\text{и}}^2. \quad (4.2.21)$$

Из выражения (4.2.21) следует, что пространственный фактор полностью определяется величиной угла γ между сторонами $L_{\text{г}}$ и $L_{\text{п}}$, под которыми виден зонд из точек элементарного кольца. В этом состоит геометрический смысл пространственного фактора. Следовательно, все элементарные кольца, из точек которых виден зонд под одним и тем же углом, имеют одинаковые пространственные факторы.

Геометрическим местом сечений элементарных колец с равными пространственными факторами являются окружности, проходящие через центры генераторной и приемной катушек. Значения пространственного фактора изменяются от 0 до 1. Максимальную величину он имеет в случае, когда $\sin \gamma = 1$, т. е. угол $\gamma = 90^\circ$. Сечения этих колец лежат на окружности с диаметром, равным длине зонда (рис. 4.2.2).

Представление пространственного фактора элементарным кольцом позволяет получить сигнал от различных участков среды. В случае однородной среды величины ЭДС, создаваемые ее участками, зависят только от их пространственных факторов. Физический смысл пространственного фактора элементарного кольца заключается в том, что он определяет ту долю сигнала на выходе измерительной катушки зонда, которую вносят различные участки изучаемой среды.

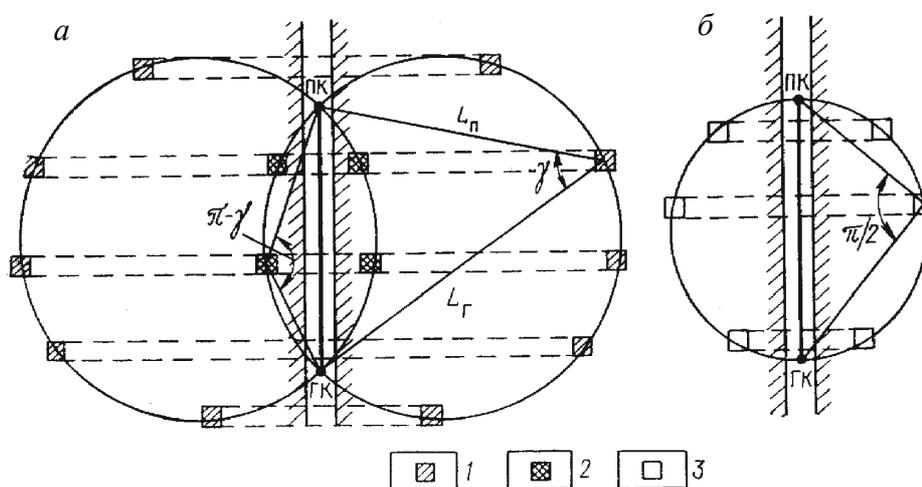


Рис. 4.2.2. Геометрические места сечений элементарных колец с равными пространственными факторами при $|\sin \gamma| = |\sin(\pi - \gamma)|$ (а) и $\sin \pi/2 = 1$ (б):
1, 2, 3 – сечения колец, из которых виден зонд под углом γ , $\pi - \gamma$ и $\pi/2$ соответственно

Выражения для ЭДС вторичного магнитного поля в однородном и неоднородном пространствах

Выражение (4.2.15) определяет величину сигнала, создаваемую в измерительной катушке одним элементарным кольцом породы. Электродвижущая сила всего исследуемого пространства E будет равна сумме ЭДС элементарных колец породы, т. е.

$$E = K_n \mu^2 \int_S \sigma B_k ds, \quad (4.2.22)$$

где ds – площадь сечения кольца.

Удельная электропроводность в общем случае может быть непрерывной функцией координат точек пространства.

В случае однородной немагнитной среды

$$E = K_n \sigma \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty B_k dr dz, \quad (4.2.23)$$

ибо радиусы элементарных колец изменяются от 0 до ∞ , а координата z – от $-\infty$ до $+\infty$. Существует строгое доказательство соотношения

$$\int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_k dr dz = 1,$$

т. е. суммарный пространственный фактор однородной изотропной среды равен единице. В этом случае отношение $E/K_{и}$ равно на основании (4.2.23) истинной удельной электропроводности среды:

$$\sigma = E/K_{и}. \quad (4.2.24)$$

В случае неоднородной немагнитной среды с коаксиально-цилиндрическими и плоскопараллельными горизонтальными поверхностями раздела, имеющей участки с электропроводностями пласта $\sigma_{п}$, зоны проникновения $\sigma_{зп}$, $\sigma_{р}$ и вмещающих пород $\sigma_{вм}$, полная ЭДС будет равна сумме сигналов от каждого участка среды. Вклад каждого участка в суммарный сигнал равен произведению его электропроводности на пространственный фактор. Полное значение ЭДС в такой неоднородной среде:

$$E' = K_{и} (\sigma_{п} B_{п} + \sigma_{зп} B_{зп} + \sigma_{р} B_{р} + \sigma_{вм} B_{вм}), \quad (4.2.25)$$

где $B_{п}$, $B_{зп}$, $B_{р}$, $B_{вм}$ – пространственные факторы соответственно пласта, зоны проникновения, промывочной жидкости и вмещающих пород. Пространственные факторы каждого участка среды представляют собой сумму пространственных факторов элементарных колец по их площадям сечения.

По аналогии с выражением (4.2.24) и на основании (4.2.25) отношение $E/K_{и}$ в случае неоднородной среды есть ее эффективная удельная электропроводность:

$$\sigma' = E' / K_{и} = \sigma_{п} B_{п} + \sigma_{зп} B_{зп} + \sigma_{р} B_{р} + \sigma_{вм} B_{вм}. \quad (4.2.26)$$

Измеряемая эффективная электропроводность в общем случае отличается от истинной удельной электропроводности пласта вследствие искажающего влияния на величину сигнала параметров скважины, зоны проникновения, вмещающих пород и соседних пластов. Это отличие тем существеннее, чем больше неоднородность исследуемой среды.

Из выражения (4.2.26) следует, что удельная электропроводность участка среды и его пространственный фактор являются равнозначными величинами при формировании полного сигнала. Участок среды с высокой электропроводностью, но малым пространственным фактором может создать такой же сигнал, как и участок среды с низкой электропроводностью, но большим пространственным фактором. Чем больше электропроводность отдельных участков среды, тем значительнее величина сигнала от них; при весьма низкой электропроводности какого-либо участка среды ($\sigma \rightarrow 0$) его вклада в полный сигнал практически не будет.

Из сказанного выше следует, что кривая индукционного метода $\sigma_{эф}$ наиболее дифференцирована против пород высокой электропроводности и сглаживается в породах с низкой электропроводностью.

Радиальная и вертикальная характеристики индукционных зондов

Аналогично пространственному фактору элементарных колец Х. Г. Долль рассматривает пространственные факторы единичных плоскопараллельных горизонтальных тонких пластов b_z и тонких цилиндрических слоев b_r . С помощью пространственных факторов можно определить радиальную и вертикальную характеристики индукционных зондов.

В случае пласта большой мощности электропроводность среды по вертикали постоянна, а по радиусу изменяется. Неоднородное пространство в радиальном направлении рассматривается как состоящее из однородных коаксиально-цилиндрических элементарных слоев различной электропроводности. Каждый такой слой характеризуется своим радиальным пространственным фактором b_r . Зависимость b_r от отношения радиуса цилиндра к длине зонда $r/L_{\text{н}}$ показывает относительное влияние тонких цилиндрических слоев разного радиуса на величину сигнала (рис. 4.2.3, а).

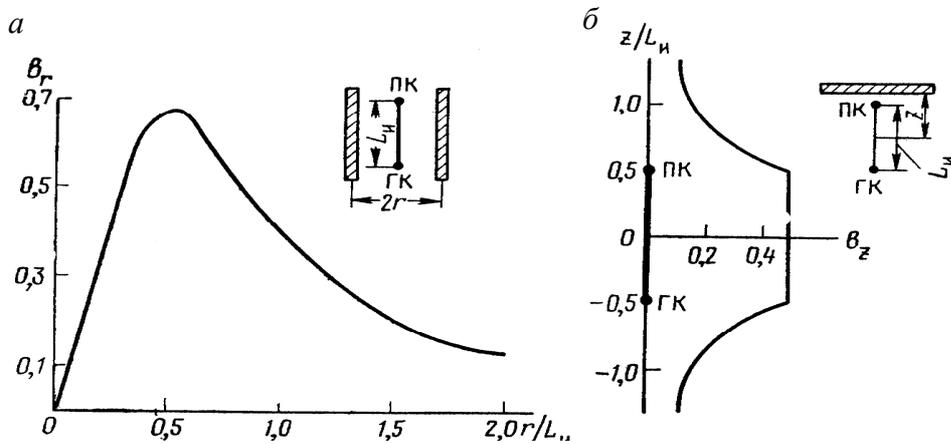


Рис. 4.2.3. Графики пространственных факторов тонкого цилиндрического слоя (а) и тонкого пласта (б) для двухкатушечного зонда

При $r \ll L_{\text{н}}$ величина пространственного фактора растет прямо пропорционально радиусу, при $r = 0,45L_{\text{н}}$ она становится максимальной, а при дальнейшем увеличении радиуса – плавно стремится к нулю. Из графика $b_r = f(r/L_{\text{н}})$ следует, что наибольший вклад в сигнал вносят цилиндрические слои с радиусом, равным около половины длины зонда. Цилиндрические слои с очень малым и весьма большим радиусами вносят небольшой вклад в полный сигнал. Основную долю сигнала образуют concentric слои, заключенные между цилиндрами с радиусами $0,4L_{\text{н}}$ и $1,5L_{\text{н}}$. В случае однородной среды 80 % полного сигнала создает цилиндр радиусом $r = 3L_{\text{н}}$.

В случае пласта конечной мощности при $d_c \rightarrow 0$ и отсутствии зоны проникновения фильтра промывочной жидкости электропроводность среды в радиальном направлении можно принять однородной, а пространство по вертикали разбить на элементарные плоскопараллельные горизонтальные тонкие слои. Каждый такой слой характеризуется осевым пространственным фактором b_z . График зависимости b_z от $z/L_{\text{н}}$ показывает относительное влияние тонких слоев на величину

сигнала в зависимости от расстояния от центра зонда (рис. 4.2.3, б). Если бесконечно тонкий слой расположен между генераторной и приемной катушками, т. е. в пределах длины зонда, то влияние этого слоя на величину сигнала будет постоянным. При расположении бесконечно тонкого слоя за пределами катушек его влияние убывает обратно пропорционально $(z/L_{ин})^2$. Пласт, имеющий мощность $h = 3L_{ин}$, даст 80 % полного сигнала.

Глубинность исследования зондов обычного низкочастотного индукционного метода по вертикали и горизонтали определяют их радиальные и вертикальные характеристики, называемые также графиками интегрального радиального пространственного фактора и интегрального вертикального пространственного фактора. Эти характеристики получены на основании приближенной теории Х. Г. Долля.

Радиальная характеристика определяет зависимость интегрального пространственного фактора B_r бесконечного по длине цилиндра от его радиуса r (рис. 4.2.4, а).

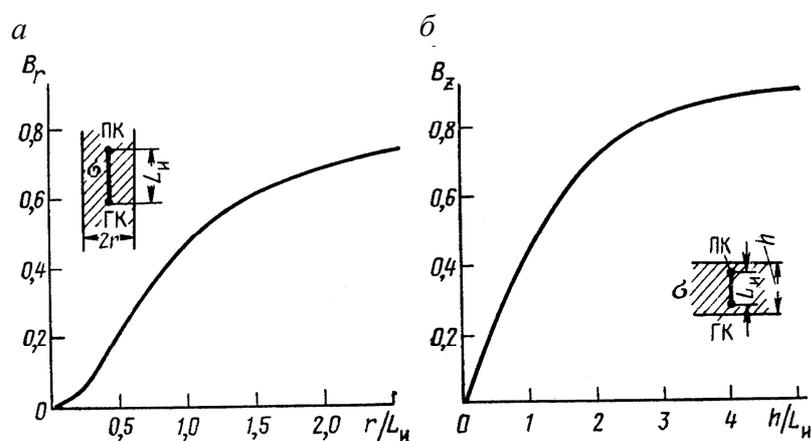


Рис. 4.2.4. Графики интегрального радиального пространственного фактора (а) и интегрального вертикального пространственного фактора (б) для двухкатушечного зонда

С помощью этой характеристики для пласта большой мощности можно установить пространственные факторы скважины, зоны проникновения и неизменной части пласта, следовательно, узнать с помощью формулы (4.2.26) ту долю сигнала, которую вносят те или иные участки среды в полный сигнал. Рассматриваемый график служит для приближенной оценки глубинности исследования индукционного зонда в радиальном направлении.

Вертикальная характеристика определяет зависимость интегрального пространственного фактора B_z слоя от мощности h в случае, когда середина зонда расположена в средней точке слоя (рис. 4.2.4, б). С помощью этой характеристики можно приближенно оценить влияние вмещающих пород на показания метода.

Радиальные характеристики позволяют установить минимальные диаметры цилиндров, которые не оказывают заметного влияния на сигнал, и определить максимальные диаметры цилиндров, при которых влияние наружной среды весьма незначительно, т. е. оценить глубинность исследования.

4.3. Высокочастотные индукционные каротажные изопараметрические зондирования (ВИКИЗ)

Метод высокочастотных индукционных каротажных изопараметрических зондирований (ВИКИЗ) предназначен для исследования пространственного распределения удельного электрического сопротивления пород, вскрытых скважинами, бурящимися на нефть и газ, и позволяет решать задачи электрического каротажа за одну спуско-подъемную операцию.

Метод разработан в Институте геологии и геофизики Сибирского отделения РАН [4.2]. По своей сути он является вариантом боковых каротажных зондирований (БКЗ) в индукционном исполнении. В нем используется принцип частотно-геометрического зондирования, в котором увеличение глубины исследований достигается, во-первых, за счет уменьшения частоты электромагнитного поля и, во-вторых, за счет увеличения длины зонда.

Метод ВИКИЗ обладает высокой радиальной и вертикальной разрешающей способностью. Позволяет выделять пласты коллектора с высоким расчленением разреза по электрическим свойствам в промытой зоне, зоне проникновения и в неизменной части пласта. За одну спуско-подъемную операцию возможно регистрировать шесть характеристик среды, пять из которых несут информацию об электрическом сопротивлении пород на различном расстоянии от оси скважины в глубь пласта, а шестая – потенциал самопроизвольной поляризации.

По результатам обработки данных ВИКИЗ можно получить ряд характеристик разреза: коэффициент нефтенасыщенности; коэффициент эффективной пористости; подвижность нефти в пластах; численные значения УЭС.

Уникальность данного метода заключается в разработке принципиально новых подвижных скважинных устройств – зондов (рис. 4.3.1). Все пять зондов размещены в едином корпусе и позволяют измерять относительные характеристики электромагнитных полей (разность фаз или амплитуд). Геометрические характеристики зондов приведены в табл. 4.3.1.

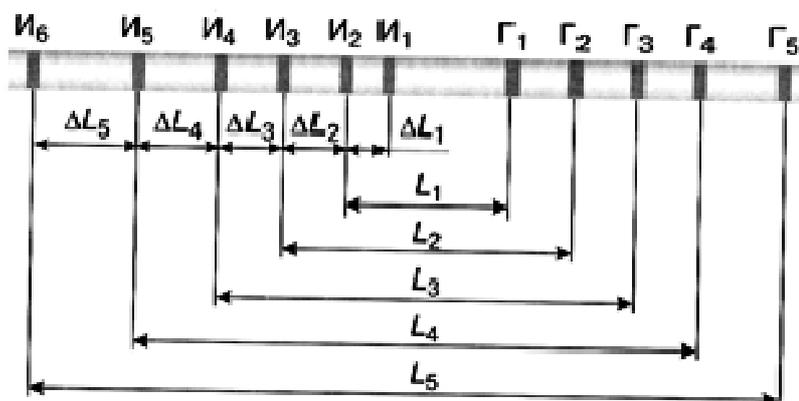


Рис. 4.3.1. Пятизондовый набор из пяти трехкатушечных зондов ВИКИЗ:

$\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5$ – генераторные катушки;
 $И_1, И_2, И_3, И_4, И_5, И_6$ – измерительные катушки

Геометрические характеристики зондов ВИКИЗ

Схема зонда	Длина, м	База, м	Точка записи, м
И6 0.40 И5 1.60 Г	2,00	0,40	3,2
И5 0.28 И4 1.13 Г	1,41	0,28	2,8
И4 0.20 И3 0.80 Г	1,00	0,20	2,60
И3 0.14 И2 0.57 Г	0,71	0,14	2,40
И2 0.10 И1 0.40 Г 1	0,50	0,10	2,26
ПС			3,72

Все генераторные и измерительные катушки зондов меньшей длины размещены между катушками двухметрового зонда.

Петрофизические особенности объектов ВИКИЗ исследованы на примере осадочного комплекса Западно-Сибирской провинции.

Коллекторы большинства нефтяных и газовых залежей относятся к сложному типу, поскольку их каркас образован многокомпонентной композицией минералов со сложной структурой поровых каналов. Особую трудность для исследования представляют малопроницаемые глинистые коллекторы при наличии тонкого переслаивания с непроницаемыми отложениями.

В начальный период эксплуатации отбор углеводородов происходит из трещин, а затем, при увеличении перепада давлений, после «отключения» трещин, дренаж обеспечивается поровой структурой коллектора.

Значительное влияние на электрические параметры оказывает углеводородный состав нефти. Так, наличие в нефти поверхностно-активных нафтеновых и олеиновых кислот приводит к изменению величины поверхностного натяжения на границе фаз углеводороды - вода, углеводороды - минеральные частицы. Эти факторы существенно уменьшают толщину пленки связанной воды и увеличивают удельное сопротивление.

Присутствие воды различной солености в пористо-проницаемых осадочных породах может в широком диапазоне изменять их удельное электрическое сопротивление. При этом чем большая часть порового пространства занята водой (связанной, рыхлосвязанной, свободной или в различном их соотношении), тем меньше сопротивление породы. Пластовая вода, как правило, соленая, находится в двух основных состояниях: связанном и подвижном.

Для анализа пространственной разрешающей способности метода используются радиальные и вертикальные характеристики. По радиальным характеристикам оцениваются возможности определения УЭС неизменной части пласта при наличии скважины и зоны проникновения. Вертикальные характеристики показывают степень влияния вмещающих пород при определении УЭС пласта. Базовой моделью для анализа радиальных характеристик является цилиндрически-слоистая среда (скважина – зона проникновения – окаймляющая зона – пласт), для вертикальных характеристик – модель горизонтально-слоистой среды (перекрывающие породы – пласт – подстилающие породы).

Основная цель электромагнитного каротажа заключается в возможно более точной оценке удельных электрических сопротивлений пластов. Для достижения этой цели применяют многокатушечные зонды. Параметры зондов выбирают таким образом, чтобы измеряемый сигнал в основном определялся УЭС неизменной части пласта, а влияние скважины и зоны проникновения было относительно небольшим. Такого рода зонды в каротаже принято называть фокусирующими.

В высокочастотных методах при измерении относительных характеристик используют трехкатушечные зонды. Такой зонд состоит из одной генераторной (Г) и двух измерительных (И₁, И₂) катушек. Все катушки соосны. Измерительные элементы располагаются по одну сторону от генератора. Генераторная катушка питается переменным гармоническим током $J = J_0 e^{-i\omega t}$, где ω – круговая частота; J_0 – амплитуда; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица. Момент генераторной катушки M_t определяется током, площадью витка S и количеством витков n_t : $M_t = J n_t S$. Моменты измерительных катушек M_r определяются площадью витка и числом витков n_r : $M_r = n_r S$. Расстояние между центрами генераторной и дальней измерительной И₁ катушек называется длиной зонда L_1 . Относительное расстояние между центрами измерительных катушек $\Delta L/L_1$ называют базой зонда.

Переменный ток в генераторной катушке возбуждает в однородной проводящей среде переменное электромагнитное поле. Если расстояния между генераторной и измерительными катушками существенно превышает их размер ($L \gg \sqrt{S}$), все катушки можно заменить магнитными диполями. В этом случае магнитное поле в центрах измерительных катушек описывается выражением

$$H_j = \frac{M_t}{2\pi L_j^3} e^{ikL_j} (1 - ikL_j).$$

Здесь k – волновое число, которое связано с параметрами среды следующим соотношением: $k = \sqrt{i\omega\mu\sigma + \sigma\mu\omega^2}$, где $\sigma = 1/\rho$ – электропроводность; ρ – удельное электрическое сопротивление; $\mu = \mu_0\mu^*$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; μ^* – относительная магнитная проницаемость; $\epsilon = \epsilon_0\epsilon^*$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, ϵ^* – относительная диэлектрическая проницаемость.

В j -й измерительной катушке наводится ЭДС: $e_j = \frac{\partial \Phi_j}{\partial t}$, где $\Phi_j = \mu M_{rj} H_j$ – магнитный поток.

Фаза магнитного поля или ЭДС в измерительной катушке описывается выражением: $\varphi_j = \arctg \frac{\text{Im } H_j}{\text{Re } H_j} = \arctg \frac{\text{Re } e_j}{\text{Im } e_j}$.

При выполнении условия квазистационарности в немагнитной среде ($\omega\epsilon\rho < 0,1$; $\rho \leq 150$ Ом·м, $\epsilon^* \leq 5-10$, $\mu^* = 1$) волновое число k преобразуется к следующему виду: $k = 2\pi(1+i)\sqrt{(0,1f_m/\rho)}$. Здесь f_m – частота, МГц.

В этом случае разность фаз между ЭДС в двух катушках:

$$\Delta\varphi = p_1\partial L_1 - \arctg \frac{p_1\partial L_1}{1 + p_1(2 - \partial L_1) + 2p_1^2(1 - \partial L_1)}.$$

$$\text{Здесь } p_1 = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\rho}} L_1; \quad \Delta L = L_1 - L_2; \quad \delta L_1 = \Delta L / L_1.$$

Эта зависимость является базовой для проектирования изопараметрических зондов. Из представленного выражения видно, что разность фаз в однородной среде будет одинакова и зависит только от УЭС среды, если выполняются два условия: $\sqrt{f}L_1 = \text{const}$, $\Delta L / L_1 = \text{const}$. Трехкатушечные зонды, для которых выполняются эти условия, называются *изопараметрическими*.

В аппаратуре ВИКИЗ выбраны следующие значения изопараметров:

$$\sqrt{f}L_1 = \sqrt{3,5} \cdot 10^3, \quad \Delta L / L_1 = 0,2,$$

где f – частота, Гц.

Для этих значений изопараметров на рис. 4.3.2 приведена зависимость измеряемой разности фаз $\Delta\phi$ от УЭС однородной среды. Как видно из рисунка, существует однозначная связь между величинами $\Delta\phi$ и ρ , которая применяется для определения кажущегося сопротивления ρ_k .

В однородной среде показания всех зондов ВИКИЗ соответствуют одному значению кажущегося сопротивления, равному УЭС среды ($\rho_k = \rho$).

При больших сопротивлениях среды на высоких частотах появляется зависимость измеряемого сигнала от диэлектрической проницаемости. Для длинных зондов ВИКИЗ зависимости нет. Однако для самого короткого зонда, расположенного в высокоомных породах, возможно влияние на сигнал диэлектрической проницаемости.

Зависимость показаний пяти трехкатушечных зондов на одной глубине от длины главной двухкатушечной пары называют кривой зондирования ВИКИЗ. Рассматриваются кривые двух типов: зависимости разности фаз и кажущегося сопротивления от длины зонда. Совокупность кривых зондирования на разных глубинах образует диаграммы ВИКИЗ. Диаграммы также могут представляться в виде разностей фаз и кажущихся сопротивлений.

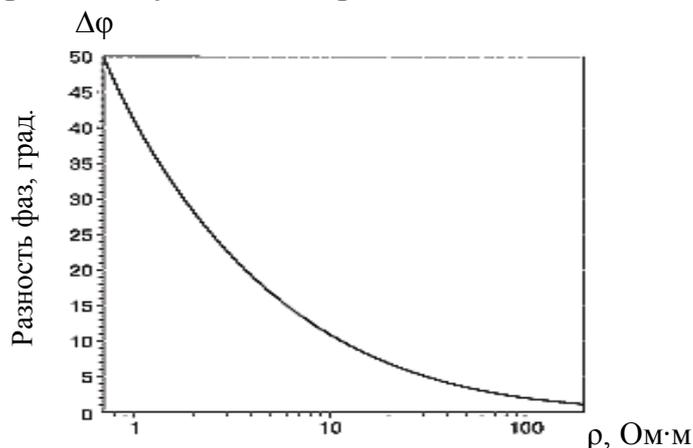


Рис. 4.3.2. Зависимость разности фаз $\Delta\phi$ от удельного электрического сопротивления (УЭС) однородной среды

В однородной среде показания всех зондов должны совпадать между собой в пределах погрешностей измерения. Если же показания различных зондов различаются (т. е. кривая зондирования не представляет собой горизонтальный отрезок

прямой), то это свидетельствует о пространственной неоднородности УЭС. Поскольку все зонды имеют разную длину и работают на разных частотах, то основной вклад в измеряемый сигнал вносят токи, текущие в различных областях среды. Причем чем меньше частота и больше длина, тем больше удалена от зонда область, влияющая на его показания. В частности, если исследуются пласты достаточной мощности (больше длины зонда), то кривая зондирования отражает изменение УЭС в направлении от скважины к неизменной части пласта (так называемое радиальное зондирование). При этом измерение дифференциальной характеристики - разности фаз позволяет подавить влияние прилегающей к зонду области (в частности, скважины).

Типичные кривые зондирования

Одной из основных задач ВИКИЗ является оценка радиального распределения удельного электрического сопротивления от скважины до неизменной части пласта. Эта задача решается с использованием кривых зондирования. Принцип радиального зондирования основан на повышении глубинности зондов с увеличением их длины и уменьшением частоты, а также измерении разности фаз, слабо зависящей от параметров скважины.

В чистом виде радиальные зондирования возможны только для пластов достаточной мощности, на измерения в которых слабо влияют перекрывающие и подстилающие отложения. Далее рассмотрены именно такие ситуации, и поэтому для теоретических расчетов использованы цилиндрически-слоистые модели.

Глинистый низкоомный пласт, вскрытый скважиной (рис. 4.3.3). Зона проникновения либо мала, либо совсем отсутствует. При расчете кривых учтено, что глины характеризуются высокой диэлектрической проницаемостью ($\epsilon^* \approx 40$), которая может влиять на показания двух коротких зондов. Кажущиеся сопротивления для всех зондов, кроме самого короткого, совпадают с истинным сопротивлением пласта. На показания самого короткого зонда оказывает влияние скважина. Но даже для хорошо проводящего бурового раствора это влияние не превосходит 10 %. Влияние хорошо проводящего бурового раствора приводит к завышению кажущегося сопротивления по сравнению с истинным.

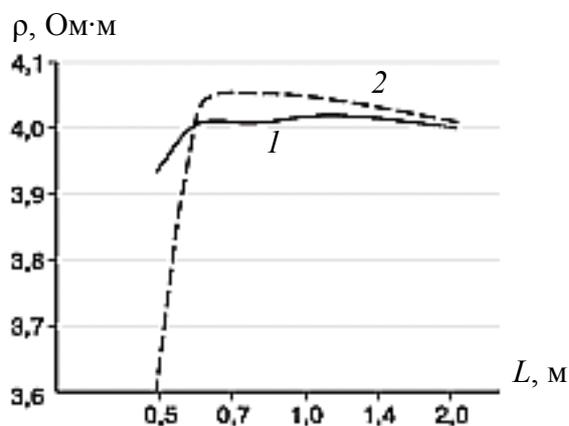


Рис. 4.3.3. Кривые зондирования в глинах без проникновения:

$\rho_n = 4 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $r_c = 0,108 \text{ м}$ (1); $\rho_c = 2,0 \text{ (1)}, 0,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (2)

Водонасыщенный коллектор с повышающим проникновением (рис. 4.3.4). Кривая зондирования отражает радиальное распределение УЭС. Кажущиеся сопротивления двух коротких зондов определяются в основном УЭС зоны проникновения. УЭС бурового раствора практически не влияет на показания четырех длинных зондов. Сильнопроводящий раствор (до 0,02 Ом·м) обуславливает снижение кажущегося сопротивления для самого короткого зонда примерно на 7 %. Показания же двух длинных зондов близки к истинному сопротивлению пласта.

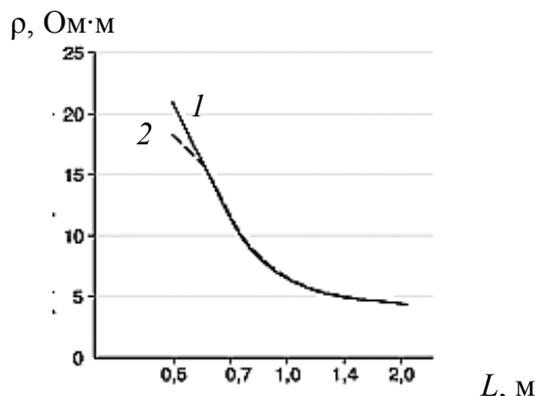


Рис. 4.3.4. Кривые зондирования в водонасыщенном коллекторе с повышающим проникновением:

$$\rho_{\text{зп}} = 20 \text{ Ом}\cdot\text{м}; r_{\text{зп}} = 0,6 \text{ м}; \rho_{\text{п}} = 4 \text{ Ом}\cdot\text{м}; \rho_{\text{с}} = 2,0 \text{ (1)}, 0,5 \text{ Ом}\cdot\text{м (2)}$$

Нефтенасыщенный коллектор с повышающим проникновением (рис. 4.3.5). Кривые зондирования, как и в предыдущем случае, отражают истинное распределение УЭС. Кажущиеся сопротивления двух коротких зондов обусловлены преимущественно УЭС зоны проникновения. Влияние хорошо проводящего (до 0,02 Ом·м) бурового раствора проявляется в снижении кажущегося сопротивления для двух коротких зондов примерно на 12 %. Показания двух длинных зондов близки между собой и УЭС незатронутой части пласта. В этой ситуации также возможно проведение достоверной качественной оценки характера насыщения коллектора.

Газонасыщенный коллектор с понижающим проникновением (рис. 4.3.6). Кривые зондирования отражают повышение сопротивления от скважины к неизменной части пласта. Показания двух коротких зондов близки к УЭС зоны проникновения, в то время как кажущиеся сопротивления для двух длинных зондов практически полностью определяются УЭС пласта.

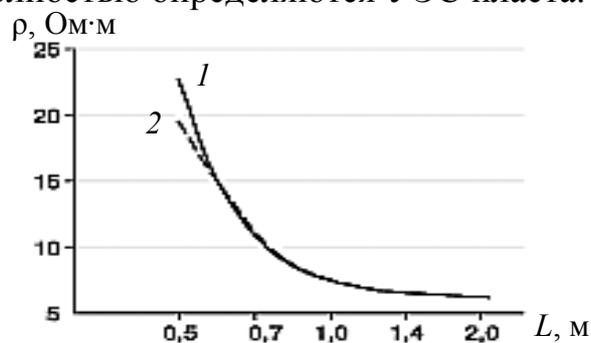


Рис. 4.3.5. Кривые зондирования в нефтенасыщенном коллекторе с повышающим проникновением:

$$\rho_{\text{зп}} = 32 \text{ Ом}\cdot\text{м}; r_{\text{зп}} = 0,56 \text{ м}; \rho_{\text{п}} = 6 \text{ Ом}\cdot\text{м}; \rho_{\text{с}} = 2,0 \text{ (1)}, 0,5 \text{ Ом}\cdot\text{м (2)}$$

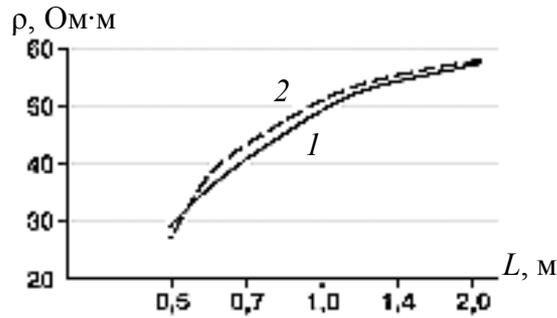


Рис. 4.3.6. Кривые зондирования в газонасыщенном коллекторе с понижающим проникновением:
 $\rho_{\text{зп}} = 30 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; $r_{\text{зп}} = 0,7 \text{ м}$; ($\rho_{\text{п}} = 60 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; $r_{\text{с}} = 0,108 \text{ м}$); $\rho_{\text{с}} = 2,0 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (1); $\rho_{\text{с}} = 0,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (2)

Одним из возможных признаков нефтенасыщенного коллектора является наличие узкой хорошо проводящей окаймляющей зоны [4.2].

Типичные диаграммы ВИКИЗ

Одной из основных задач ВИКИЗ является расчленение разреза. Ниже рассмотрены элементы диаграмм, отражающие типичные геоэлектрические ситуации. Ниже приведены синтетические диаграммы, рассчитанные для двумерной модели (вертикальная скважина – зона проникновения – пласт) для мощности пласта $H = 2,4 \text{ м}$.

Нефтенасыщенный коллектор в глинистых отложениях (рис. 4.3.7): $\rho_{\text{вм}} = 3,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; $\rho_{\text{зп}} = 6 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; $r_{\text{зп}} = 0,2 \text{ м}$; $\rho_{\text{п}} = 8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Диаграммы несимметричны относительно центра пласта и в целом правильно отражают распределение УЭС по разрезу. Интервал совпадения кажущихся сопротивлений и УЭС пласта смещен к его подошве. Кровля пласта совпадает с точкой пересечения кривых профилирования трехкатушечных зондов.

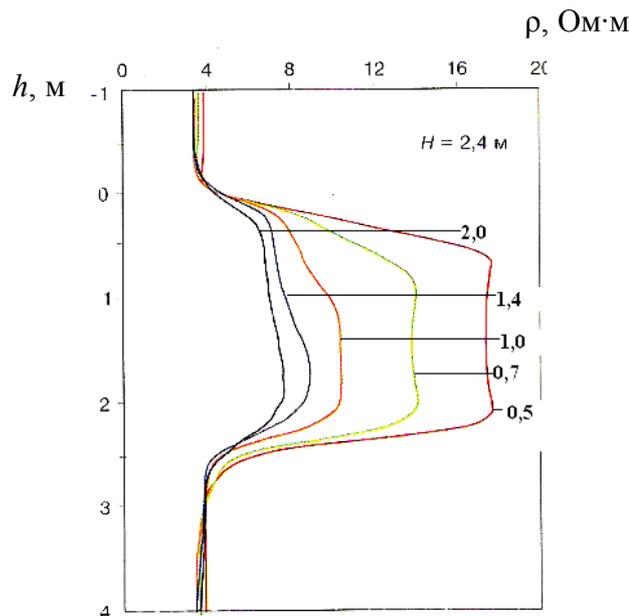


Рис. 4.3.7. Диаграммы для модели глина - нефтенасыщенный пласт - глина:
 шифр кривых – длина зонда, м: 0,5; 0,7; 1,0; 1,4; 2,0

Водонасыщенный коллектор в глинистых отложениях (рис. 4.3.8) $\rho_{\text{вм}}=3,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; $\rho_{\text{зп}}=6 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; $r_{\text{зп}}=0,2 \text{ м}$, $\rho_{\text{п}}=4,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Диаграммы отражают истинное распределение сопротивлений по разрезу, но в то же время несимметричны относительно центра пласта. Кажущиеся сопротивления для длинного зонда даже в маломощном пласте близки к его истинному сопротивлению. Наиболее близкие к УЭС пласта значения $\rho_{\text{к}}$ наблюдаются в интервале над подошвой пласта. Это объясняется тем, что при таких положениях внутри зонда оказывается большая часть или весь исследуемый пласт. Влияние коллектора в покрывающей среде начинает заметно проявляться на длине, примерно равной базе зонда. Диаграммы коротких зондов отражают распределение УЭС в зоне кровли. Положения кровли пластов хорошо оцениваются точкой пересечения диаграмм всех зондов.

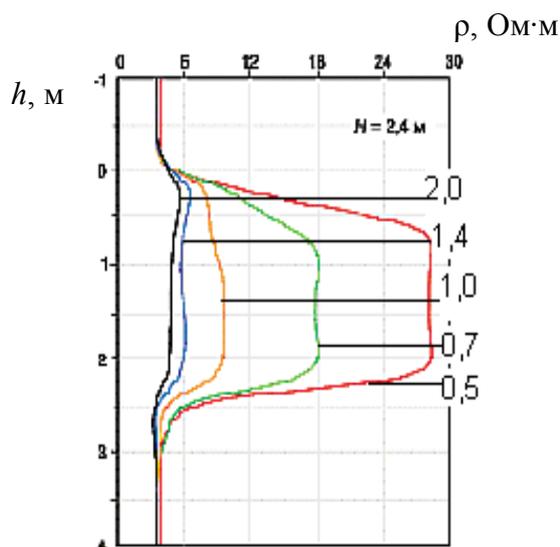


Рис. 4.3.8. Диаграммы для модели глина – водонасыщенный пласт - глина:
шифр кривых – длина зонда, м

Водоплавающий нефтенасыщенный коллектор, перекрытый глиной (рис. 4.3.9), $\rho_{\text{вм}}=3,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\rho_{\text{зп}}=6 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $r_{\text{зп}}=0,2 \text{ м}$, $\rho_{\text{п}}=8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Диаграммы сильно асимметричны относительно центра пласта. Диаграммы длинных зондов в целом правильно отражают истинное распределение УЭС по разрезу. Диаграммы коротких зондов отражают распределение УЭС в прискважинной зоне. Интервал совпадения кажущихся сопротивлений с пластовым примыкает к подошве. Положение кровли пласта совпадает с точками пересечения кривых профилирования трехкатушечных зондов.

Водоплавающий нефтенасыщенный коллектор, перекрытый газонасыщенными отложениями (рис. 4.3.10): $\rho_{\text{вм}}=50 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; $\rho_{\text{зп}}=20 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; $r_{\text{зп}}=0,4 \text{ м}$; $\rho_{\text{п}}=8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Диаграммы длинных зондов правильно отражают истинное распределение УЭС по разрезу. На диаграммах двух коротких зондов видно распределение УЭС в зоне проникновения. Тонкий пласт практически не выделяется по показаниям трех длинных зондов, которые образуют «переходную зону», а на диаграммах коротких зондов заметен только по различиям в зоне проникновения. Влияние хорошо проводящих коллектора и подошвенного слоя распространяется в газонасыщенном интервале на расстояние, примерно равное полутора длинам зонда.

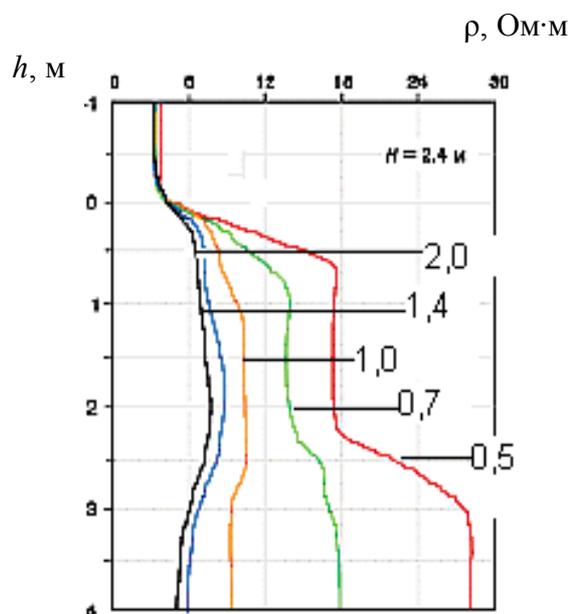


Рис. 4.3.9. Диаграммы для модели глина – нефтенасыщенный пласт – водонасыщенный пласт: шифр кривых – длина зонда, м

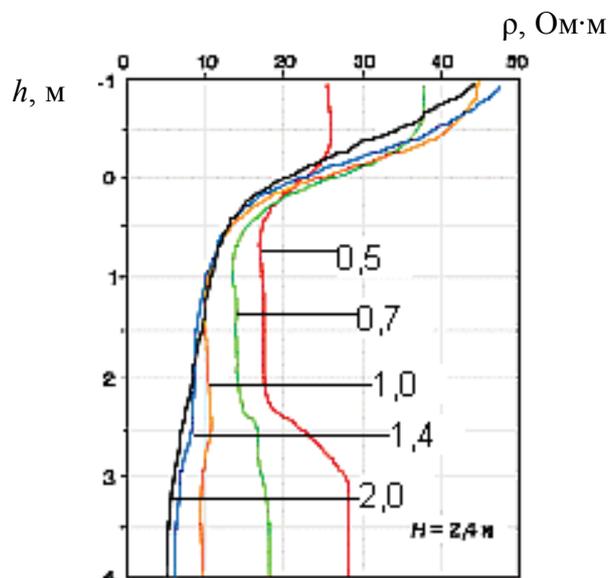


Рис. 4.3.10. Диаграммы для модели газонасыщенный пласт – нефтенасыщенный пласт – водонасыщенный пласт: шифр кривых – длина зонда, м

Интерпретация данных ВИКИЗ

При использовании индукционного возбуждения поля в среде и приема сигналов наибольшие ограничения связаны с изучением плохопроводящих геологических отложений. Наличие высокоомных пород приводит к уменьшению измеряемого сигнала, соответствующему возрастанию отношения шум/сигнал и относительной погрешности измерений. Неблагоприятным для применения ВИКИЗ является сочетание сильнопроводящего бурового раствора (менее 0,01 Ом·м), широкой зоны проникновения с низким УЭС и высокоомного пласта. Аналогичные проблемы по достоверному определению УЭС пласта возникают при широких (сравнимых с длиной зонда) зонах проникновения пониженного сопротивления.

Оценка значений удельного сопротивления пластов-коллекторов и зон проникновения выполняется по специальной программе МФС ВИКИЗ. Вместе с тем практические диаграммы могут дать достаточно полную информацию и без количественной обработки. Так, при относительно неглубоком проникновении фильтрата достаточно просто устанавливается соответствие кажущихся УЭС истинным значениям.

Обычно все пять измерений располагаются на одном поле каротажных диаграмм. Связь разности фаз с удельным сопротивлением является нелинейной. По разным соображениям шкала для данных может быть представлена в значениях либо разностей фаз (линейная шкала), либо кажущегося сопротивления (логарифмическая или линейная шкала).

Линейная шкала разностей фаз. В этом случае каротажные диаграммы прямо отображают измерения. Чем выше электропроводность среды, тем сильнее изменяются диаграммы. Такое представление данных создает определенные методические удобства. Так, низкоомные отложения (глины, насыщенные солеными водами коллекторы и т. п.) легко распознаются за счет больших значений разности фаз, соответствующих этим интервалам.

Логарифмическая шкала кажущихся сопротивлений. Логарифмическая шкала «сжимает» диаграммы кажущихся сопротивлений в диапазоне малых значений (до 10 Ом·м) и «растягивает» в интервале больших удельных сопротивлений. Это приводит к хорошему визуальному выделению пластов высокого сопротивления.

Общая схема интерпретации состоит из следующей последовательности действий: попластовая разбивка (выделение границ пластов); осреднение диаграмм на интервале пласта (снятие существенных значений); внесение поправок, снижающих влияние вмещающих пород, эксцентриситета зонда и его корпуса, отклонения ствола от вертикали и т. д.; формирование кривой зондирования для каждого из пластов; построение стартовой модели (экспресс-инверсия); инверсия кривых зондирования с использованием методов целенаправленного подбора модельных параметров; построение интервалов неопределенности для каждого из оцениваемых параметров; оценка качества интерпретации путем вычисления синтетических диаграмм для всего разреза и их сравнение с исходными данными.

Результаты интерпретации считаются удовлетворительными, если расхождение между синтетическими и экспериментальными диаграммами на том или ином интервале не превосходит погрешностей измерения. Вся приведенная схема лежит в основе системы компьютерной интерпретации МФС ВИКИЗ-98. Подавляющее большинство ее функций выполняется автоматически, однако всегда имеется возможность внести коррективы в промежуточные результаты.

Как известно, в основу ВИКИЗ положен принцип радиальных (от скважины к неизменной части пласта) зондирований. В силу изопараметричности зондов их показания в однородной среде совпадают между собой (с учетом погрешности измерений). Расхождение показаний для различных зондов в достаточно мощных пластах, вскрытых на обычном глинистом растворе (УЭС более 0,5 Ом·м), свидетельствует о наличии прискважинной неоднородности из-за

проникновения бурового раствора в пласт. На сигналы двух коротких зондов может влиять буровой раствор очень низкого УЭС ($p_c \approx 0,05 \text{ Ом}\cdot\text{м}$).

Использование метода ВИКИЗ позволяет решить ряд важных задач ГИС: расчленение разреза, в том числе тонкослоистого, с высоким пространственным разрешением; оценка положения водонефтяных и газоводяных контактов; определение удельного электрического сопротивления неизменной части пласта, зоны проникновения фильтрата бурового раствора с оценкой глубины вытеснения пластовых флюидов; выделение и оценка параметров радиальных неоднородностей в области проникновения, в том числе скоплений соленой пластовой воды («окаймляющие зоны»), как прямого качественного признака присутствия подвижных углеводородов в коллекторах. Малые зонды дают ρ_k , близкое к сопротивлению зоны проникновения бурового раствора в пласт ρ' .

В отличие от трехкатушечных зондов индукционного каротажа, в которых измеряются абсолютные значения сигналов на фоне скомпенсированного прямого поля, метод ВИКИЗ, базирующийся на измерении относительных фазовых характеристик, может использоваться для исследования в скважинах, заполненных сильнопроводящим (УЭС менее $0,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$) буровым раствором.

Сопоставление результатов ВИКИЗ и БКЗ показывает, что по величине сопротивления пласта оба метода дают очень близкие показания, а по величине ρ' и D имеются расхождения. При этом ВИКИЗ позволяет более детально изучить строение зоны проникновения и определить сопротивление ее различных частей, включая полностью промытые породы и зону «водяной оторочки» в нефтенасыщенных коллекторах.

4.4. Диэлектрический каротаж

В диэлектрическом каротаже (ДК) исследуется диэлектрическая проницаемость горных пород в скважине с помощью измерения характеристик распространения высокочастотного электромагнитного поля. Диэлектрическая проницаемость, являющаяся одной из основных электрических характеристик горной породы, показывает, во сколько раз уменьшается взаимодействие единичных зарядов в данной среде по отношению к вакууму. Диэлектрическая проницаемость горных пород, которые являются в общем случае многофазными многокомпонентными системами, определяется её минеральным составом и структурой, соотношением твердой, жидкой и газообразной фаз, типом насыщающего флюида, частотой поля и температурой. Например, ϵ воды равна 80 относительных единиц, а нефти – 2,5 относительных единиц, водонасыщенные и нефтенасыщенные породы заметно различаются по диэлектрической проницаемости. Эти различия сохраняются и в тех случаях, когда из-за слабой минерализации воды нефте- и водонасыщенные породы неразличимы по удельному сопротивлению. У осадочных пород диэлектрическая проницаемость в значительной мере зависит от их влажности (возрастая с её повышением). Таким образом, диэлектрический каротаж, основанный на исследовании диэлектрической проницаемости горных пород, позволяет получать сведения о физических свойствах горных пород при бескерновом исследовании разрезов скважин.

Физические основы метода

Изучение диэлектрической проницаемости пород в скважине основано на измерении фазовых и амплитудных характеристик переменного электромагнитного поля. Диэлектрическая проницаемость пород заметно влияет на поведение электромагнитного поля лишь на частотах в десятки мегагерц. Поэтому в методе диэлектрического каротажа используются высокие частоты, в отечественной аппаратуре – частота 43 мГц.

Для измерений в методе диэлектрического каротажа в скважину помещается зонд (рис. 4.4.1, *a*), с тремя разнесенными катушками – одной генераторной и двумя приемными. Все катушки соосны скважине. С помощью генераторной катушки возбуждается высокочастотное электромагнитное поле. Волна, распространяющаяся от источника, частично отражается от стенки скважины, а частично проникает в окружающие породы. Прямая волна 1, распространяющаяся в скважине, быстро затухает, поскольку диаметр скважины во много раз меньше длины волны. Хорошо проводящий буровой раствор также способствует затуханию волны, распространяющейся по скважине. Волна 2, прошедшая в окружающие скважину породы, напротив, может распространяться на значительное расстояние, определяемое электрическими параметрами пород. Проходящая волна, скользя вдоль поверхности раздела, образует в скважине преломленную (боковую) электромагнитную волну 3, скорость распространения которой вдоль оси скважины совпадает со скоростью распространения колебаний во вмещающих породах.

Если длина зонда (расстояние от генераторной катушки до середины между приемными) в несколько раз больше диаметра скважины, то поле в точке приема определяется боковой волной.

Пусть волны от источника до приемника слагаются из участков *ab*, *bc* и *cd* (рис. 4.4.1, *b*), на каждом из которых происходят затухание и фазовый сдвиг колебаний. Амплитуда и фаза поля в точке приема зависит от затухания и фазовых сдвигов на отдельных участках пути, пройденных волной.

Затухание и фазовый сдвиг на участке *bc* определяются электрическими параметрами пород, а набег фазы и затухание амплитуды на участках *ab* и *cd* зависят от скважины. Поскольку фазовая постоянная и коэффициент затухания для бурового раствора обычно выше, чем для горных пород, влияние скважины на амплитуду и фазу поля в точке приема может быть весьма значительным. От этого влияния можно освободиться, перейдя к измерению относительных величин – разности фаз $\Delta\varphi$ и отношения амплитуд $|hz_2| / |hz_1|$ с помощью трехкатушечного зонда с двумя приемными катушками, разнесенными на некоторое расстояние Δz (рис. 4.4.2). В этом случае пути волны от генератора до первой и второй приемных катушек будут различаться на величину Δz . Скважина вносит одинаковый фазовый сдвиг в сигнал, пришедший к первой и второй приемным катушкам, поэтому в разности ее влияние исчезает. Разность фаз $\Delta\varphi$ будет определяться свойствами окружающих пород на отрезке Δz . Подобное имеет место и при измерении другого относительного параметра – отношения амплитуд. Хотя влияние скважины сказывается на величине амплитуды сигнала в каждом из приемников, в отношении

амплитуд это влияние исключается, так как пути волн, переходящих к каждой из измерительных катушек, различаются только на интервал Δz . Отношение амплитуд характеризует затухание волны на этом интервале.

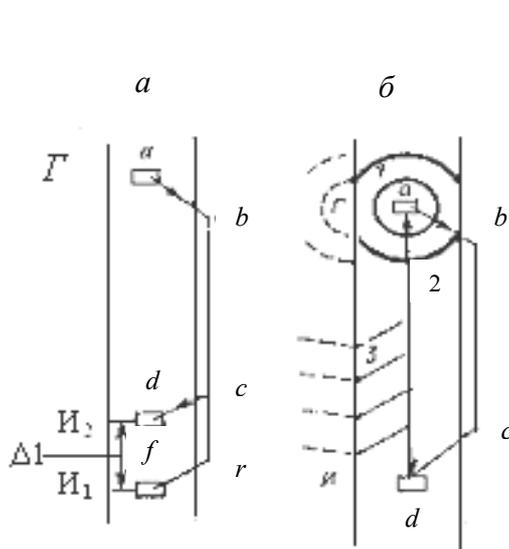


Рис. 4.4.1. Схема распространения высокочастотных электромагнитных колебаний в присутствии скважины и зонда диэлектрического каротажа

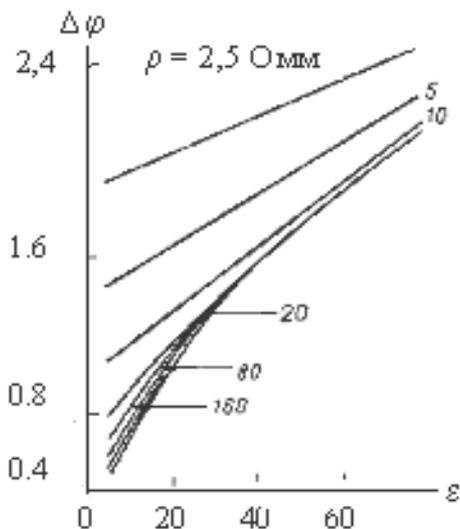


Рис. 4.4.2. Зависимость разности фаз $\Delta\varphi$ от диэлектрической проницаемости ϵ и удельного сопротивления ρ однородной среды. Зонд I_1 0,2 I_2 0,8Г. Частота 60 мГц

Зависимость измеряемых характеристик поля от параметров среды ϵ и ρ рассмотрим на примере однородной среды. Поскольку размеры катушек зонда малы по сравнению с расстоянием между ними, можно анализировать поведение поля магнитного диполя.

Поле на оси магнитного диполя в относительных единицах (долях поля в воздухе) определяется выражением:

$$hz = Hz / Hz_0 = e^{ikz} (1 - ikz), \quad (4.4.1)$$

где H_{z_0} – вертикальная компонента магнитного поля в воздухе; z – расстояние от магнитного диполя до точки наблюдения; k – волновое число среды, $k = (\omega^2 \epsilon_a \mu_a + i \sigma \mu_a \omega)^{1/2}$; ω – круговая частота; ϵ_a , μ_a , σ – параметры среды.

Комплексное выражение (4.4.1) как всякое комплексное число может быть представлено в виде $hz = |hz| e^{i\varphi}$, где $|hz|$ – амплитуда; φ – фаза поля. Представляя волновое число в форме $k = a + ib$, получим для амплитуды и фазы осевой составляющей поля магнитного диполя в однородной среде выражения:

$$|hz| = e^{-bz} \cdot [(1 + bz)^2 + (az)^2]^{1/2}; \quad (4.4.2)$$

$$\varphi = az - \text{arctg}(az / (1 + bz)). \quad (4.4.3)$$

Фазовый коэффициент a и коэффициент поглощения b определяются, в свою очередь, зависимостями:

$$a = (\sigma \mu_a \omega / 2)^{1/2} \cdot \{ [1 + (\omega \epsilon_a / \sigma)^2]^{1/2} + \omega \epsilon_a / \sigma \}^{1/2}; \quad (4.4.4)$$

$$b = (\sigma \mu_a \omega / 2)^{1/2} \cdot \{ [1 + (\omega \epsilon_a / \sigma)^2]^{1/2} - \omega \epsilon_a / \sigma \}^{1/2}, \quad (4.4.5)$$

Как видно из этих выражений, коэффициенты a и b , а следовательно, и влияние среды на поле в большой мере зависят от отношения плотности токов смещения к токам проводимости $\omega\epsilon_a / \sigma$.

При $\omega\epsilon_a / \sigma \gg 1$, то есть при преобладании токов смещения, зависимости (4.4.4) и (4.4.5) упрощаются:

$$a = \omega (\epsilon_a \mu_a)^{1/2} \text{ и } b = \sigma / 2 (\mu_a l / \epsilon_a)^{1/2}, \quad (4.4.6)$$

или, полагая: $\mu_a = \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн / м}$ и $\epsilon_0 = 1 / (36\pi) 10^{-9} \text{ Ф / м}$,

$$a = \omega \cdot (\epsilon)^{1/2} / c, \quad b = 188\sigma / (\epsilon)^{1/2}, \quad (4.4.7)$$

где $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м / с}$.

Таким образом, при преобладании токов смещения ($\omega\epsilon_a / \sigma \gg 1$) фазовый коэффициент не зависит от проводимости среды, а коэффициент поглощения b не зависит от частоты поля.

При $\omega\epsilon_a / \sigma \ll 1$, то есть при преобладании токов проводимости фазовая постоянная и коэффициент поглощения

$$a = b = (\sigma \mu_a \omega / 2)^{1/2}. \quad (4.4.8)$$

В этом случае диэлектрическая проницаемость среды не влияет на электромагнитное поле.

Для исключения влияния скважины, а частично и зоны проникновения в диэлектрическом каротаже с помощью трехкатушечного зонда измеряются относительные характеристики поля: $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, $|hz_2| / |hz_1|$ или $|hz_2 - hz_1| / |hz_1|$. Здесь $|hz_1|$, $|hz_2|$, φ_1 и φ_2 – амплитуды и фазы поля в точках расположения приемных катушек; z_1 – расстояние от генераторной до удаленной приемной катушки; z_2 – расстояние от генераторной до ближней приемной катушки.

В настоящее время используются два варианта диэлектрического каротажа. Первый, более простой, вариант предусматривает регистрацию в скважине одной относительной характеристики высокочастотного поля – разность фаз $\Delta\varphi$. Переход от измеренных значений $\Delta\varphi$ к величине $\epsilon_{эф}$ осуществляется с помощью расчетных градуировочных кривых. Необходимые при этом значения ρ породы берутся по данным электрического каротажа. Второй, более совершенный вариант основан на регистрации двух относительных характеристик высокочастотного поля и их совместной обработке, что позволяет определить оба параметра среды $\epsilon_{эф}$ и $\rho_{эф}$. В качестве двух характеристик поля используются разность фаз $\Delta\varphi$ и отношения амплитуд $|hz_2| / |hz_1|$ или $|hz_2 - hz_1| / |hz_1|$. Определение $\epsilon_{эф}$ и $\rho_{эф}$ по двум измеренным характеристикам поля может осуществляться с помощью соответствующих номограмм (рис. 4.4.3) или ЭВМ.

Влияние неоднородностей среды на результаты ДК исследовано в основном с помощью математического моделирования. Присутствие скважины постоянного диаметра не влияет на измеряемые относительные характеристики и отношение амплитуд. В то же время низкое удельное сопротивление бурового раствора уменьшает величину сигналов, приходящих к измерительным катушкам, тем самым ухудшая условия измерения. Значительно влияние на $\Delta\varphi$ и $|hz_2| / |hz_1|$ могут оказывать каверны, искажая измеряемые величины. Искажения на-

блюдаются в интервалах, соответствующих прохождению измерительных катушек вблизи краев каверны. Влияние каверн особенно заметно при низком удельном сопротивлении бурового раствора.

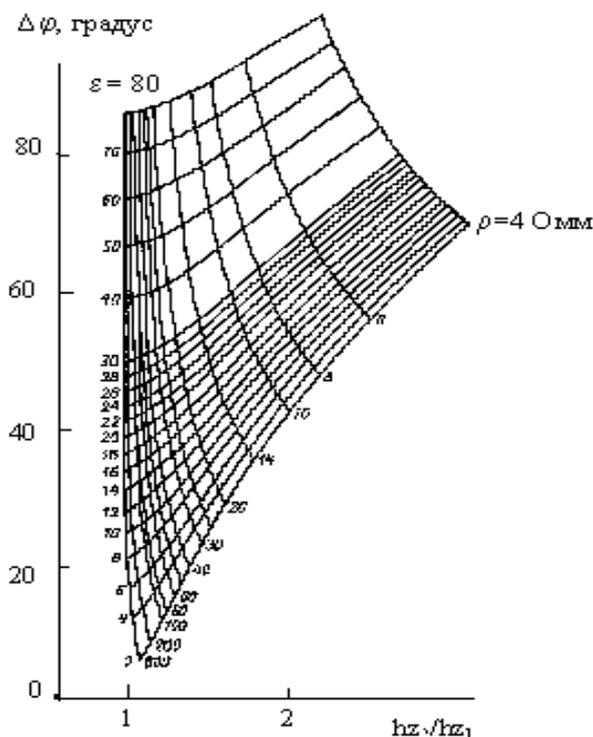


Рис. 4.4.3. Номограмма для определения диэлектрической проницаемости и удельного сопротивления пород:
зонд И₁0,2 И₂0,8Г, $f = 43$ МГц

На результаты ДК существенное влияние может оказать присутствие зоны проникновения. При диаметрах зоны проникновения, малых по сравнению с длиной зонда ($D_{зп} < 0,6$ м), колебания распространяются по неизменной части пласта и приходят в обе точки приема в виде боковой волны. В этом случае влияние зоны проникновения при измерении относительных параметров исключается. Разность фаз и отношение амплитуд характеризуют свойства неизменной части пласта $\epsilon_{эфп}$ и $\rho_{эфп}$. По мере увеличения диаметра зоны проникновения картина меняется. Волна, пришедшая к ближней приемной катушке, уже не является боковой, а превращается в полностью рефрагированную. Измеряемые относительные характеристики будут иметь значения, промежуточные между показаниями в пласте и промытой зоне. Наконец, при диаметрах зоны проникновения, превышающих длину зонда ($D_{зп} > 1 \div 2$ м), поле в точках приема будет полностью определяться рефрагированными волнами, проходящими в основном через промытую зону, и измеряемые величины будут приближаться к показаниям в однородной среде с параметрами промытой зоны.

При небольшом диаметре зоны проникновения трехкатушечный зонд исключает её влияние, при значительном $D_{зп}$ результаты измерений определяются параметрами этой зоны.

Под глубиной диэлектрического каротажа понимают расстояние от оси скважины до неизменной части пласта, при которой показания зонда отличаются от показаний в однородной среде с параметрами пласта не более чем на 20 %. Расчеты для разных моделей среды показывают, что глубина в значительной мере зависит от характера проникновения. При понижающем проникновении глубина может достигать 0,4 – 0,5 м, при повышающем – не превышает 0,3 м.

При резком повышающем проникновении ($\rho_{зп} / \rho_{п} \geq 10$) и $D_{зп} / 2 > 0,5$ м возможны резкие искажения измеряемых характеристик. В этих условиях длина волны в зоне проникновения становится меньше диаметра последней и может возникнуть волноводный эффект.

Кривые диэлектрического каротажа против пластов ограниченной мощности имеют обычно простую форму. Результаты расчетов показывают, что эффекты экранирования, в отличие от кривых КС, здесь выражены слабо либо вообще отсутствуют.

Аппаратура диэлектрического каротажа

Диэлектрический каротаж обычно выполняется с помощью аппаратуры АДК-1. Также есть более совершенные варианты аппаратуры КДК-1 и ДК-1-713. Аппаратура АДК-1 рассчитана на работу с одножильным кабелем и стандартной каротажной станцией, состоит из скважинного снаряда и наземной части. Рабочая частота 43 МГц. Зонд И10,25И20,75Г. Измеряемый параметр $\cos \Delta\varphi$. Максимально возможный диапазон однозначного измерения при регистрации 0 – 360°. Уровень сигнала в каждой приемной катушке, необходимый для нормальной работы прибора, не менее 5 % прямого поля. Уровень помехи из соседнего канала не более 3,5 % прямого поля. Фазовая погрешность при изменении уровня сигнала в приемных катушках зонда в диапазоне 5 – 200 % прямого поля не превышает 5 %. Максимальная температура, при которой возможно проводить измерения, составляет 120 °С. Скважинный прибор рассчитан на давление до 40 МПа. Диаметр снаряда 90 мм, длина 3980 мм, масса 90 кг. Питание скважинного прибора осуществляется переменным током 250 мА, частотой 300 Гц и постоянным током 330 мА. Калибруют аппаратуру путем установки нулевого фазового сдвига между сигналами на входах фазового детектора. При этом на выходе $\cos \Delta\varphi = 1$. Калибровка выполняется как перед спуском в скважину, так и в процессе измерений. В воздухе перед спуском в скважину и после работы в ней записывается стандарт-сигнал для оценки начального фазового сдвига. В скважине записывается только стандарт-сигнал $\cos \Delta\varphi = \pm 1$, по которому устанавливается масштаб записи.

Аппаратура ДК-1-713 рассчитана на работу с трехжильным бронированным кабелем. Рабочая частота 43 МГц. Зонд И10,3И20,7Г. Измеряемые характеристики высокочастотного поля $\sin \Delta\varphi/2$, $|hz2| / |hz1|$, $|hz1 - hz2| / |hz1|$ позволяют определить $\epsilon_{эф}$ и $\rho_{эф}$ пород. Диапазон измерений $\Delta\varphi$ 0 – 180 °С. Аппаратура рассчитана на работу при давлении до 60 МПа и температуре до 100 °С. Диаметр скважинного снаряда 73 мм. Для питания скважинного снаряда используется постоянный ток 0,5 А при напряжении 150 В. Ток в генераторной катушке регулируется автоматически в зависимости от свойств окружающей

среды. Перед спуском в скважину и после подъема прибора записывается смещение нуля в канале $\Delta\varphi$. В скважине производится запись сигнала $\sin \Delta\varphi/2 = 0,5$ для калибровки масштаба диаграмм.

Аппаратура КДК рассчитана на работу с трехжильным бронированным каротажным кабелем. Рабочая частота 40 МГц. Скважинный снаряд имеет два зонда разной глубинности исследования: И10,3И20,95Г и И10,3И20,45Г. Измерительные катушки I_1 и I_2 – общие для обоих зондов, излучающие катушки разнесены на 0,5 м. Измеряемые характеристики высокочастотного поля для каждого зонда: функция разности фаз $\Delta\varphi$ и отношения $|hz2| / |hz1|$, $|hz1 - hz2| / |hz1|$ и $|hz1 - hz2| / |hz2|$. Аппаратура позволяет проводить определение $\varepsilon_{эф}$ и $\rho_{эф}$ пород при $\rho_c \geq 0,5$ и $\rho_{п} \geq 5$ Ом·м. Аппаратура рассчитана на работу в диапазоне температур $-10 \dots +120$ °С при давлении до 60 МПа. Диаметр скважинного снаряда 82 мм.

Интерпретация результатов диэлектрического каротажа

В геофизический этап интерпретации данных диэлектрического каротажа осуществляется переход от зарегистрированных в процессе измерения величин $\varepsilon_{эф}$ и $\rho_{эф}$ отдельных пластов, выделяемых в исследуемом интервале скважины. Измеряемые величины могут быть подвержены влиянию ограниченной мощности пласта, зоны проникновения, скважины, что необходимо учитывать введением соответствующих поправок. Кроме того, измеряемые характеристики поля зависят не только от диэлектрической проницаемости пласта, но и от его проводимости. Поэтому на заключительной стадии геофизического этапа переходят от исправленных характеристик высокочастотного поля к $\varepsilon_{эф}$ и $\rho_{эф}$.

Границы пласта, то есть его кровлю и подошву, желательно определять по кривым, зарегистрированным короткими зондами. Границам пласта соответствуют точки перехода кривой регистрируемого параметра от плавного изменения к резкому.

После определения границ пластов снимаются характерные значения измеряемых параметров, для пластов большой мощности – значения в средней части пласта, близкие значениям регистрируемой характеристики против пластов неограниченной мощности. Против пластов малой мощности ($H \leq 1$ м) в качестве характерных снимаются экстремальные значения, в которые вносятся исправления по специальным палеткам.

Поправки за влияние скважины при измерении относительных характеристик $\cos \Delta\varphi$, $\sin \Delta\varphi$, $|hz1| / |hz2|$ обычно не вводятся. Влияние скважины, чаще всего проявляющееся при низком сопротивлении промывочной жидкости ($\rho_c < 0,5$ Ом·м), аналогично влиянию каверн. Наиболее простой способ учета подобных искажений – исключение соответствующих интервалов из интерпретации путем сопоставления диаграммы ДК с кавернограммой.

Для учета влияния зоны проникновения используют специальные палетки. При этом полагают, что $\rho_{зп}$, $D_{зп}$ и $\rho_{п}$ (или $\varepsilon_{зп}$) известны по данным электрокаротажа, а $\varepsilon_{п}$ и $\varepsilon_{зп}$ (или $\rho_{п}$) определяют по палеткам. При диаметре зоны проникновения менее 0,5 – 0,6 м учитывать её влияние не требуется. Более благоприятен

по сравнению с повышающим проникновением случай понижающего проникновения. Здесь при $D_{зп}/2 = 0,4 \div 1$ м $\epsilon_{эфп}$ определяется уверенно. При неглубокой зоне проникновения или её отсутствии в пластах достаточной ($H > 1$ м) мощности $\rho_{эф}$ и $\epsilon_{эф}$ пласта определяют по палеткам для однородной среды.

В геологический этап интерпретации проводится либо качественная интерпретация, когда по установленным значениям $\epsilon_{эф}$ судят о типе породы и характере её насыщения, либо количественная интерпретация, когда на основе аналитических зависимостей или эмпирических корреляционных зависимостей определяют объемную водонасыщенность породы, минерализацию влаги и др.

Объемное содержание и минерализация влаги, вкрапленность проводящих минералов влияют на диэлектрическую проницаемость породы не так, как на её электропроводность. Поэтому результаты измерения $\epsilon_{эф}$ содержат важную дополнительную информацию о породах по сравнению с данными метода КС и индукционного каротажа.

Диэлектрический каротаж – метод, получивший распространение в основном в промысловой геофизике и при исследовании инженерно-геологических и гидрогеологических скважин. В последнем случае метод оказывается полезным при решении таких задач, как выделение водоносных пластов и определение степени их водонасыщенности, детальное расчленение разреза и выделение глинистых интервалов, исследование сухих скважин, заполненных непроводящими асбоцементными и полимерными трубами, и др.

Методом ДК решаются задачи расчленения терригенного разреза. Глинистые слои выделяются на фазовых кривых четкими максимумами, поскольку значения ϵ для глин достигают 35 – 50. На кривых ДК по сравнению с любым другим методом каротажа глинистые прослои мощностью 0,1 м и более фиксируются четче. Высокая разрешающая способность метода позволяет уверенно определять мощность отдельных слоев, слагающих терригенный разрез. Расчленение разреза с помощью кривых ДК особенно эффективно в сухих скважинах и скважинах, пробуренных на непроводящем буровом растворе.

Исследование гидрогеологических и инженерно-геологических скважин методом ДК выполняют как при изучении зоны полного водонасыщения, так и при изучении зоны аэрации. Водоносные горизонты по данным ДК выделяют на основе критериев, указанных выше. Главный из них – повышенные (18 – 25) значения диэлектрической проницаемости соответствующих пластов. Методом ДК изучают влажность пород в зоне аэрации и в комплексе с другими методами – их засоленность. Основным методом получения требуемых данных – использование эмпирических корреляционных зависимостей между ϵ или измеряемыми параметрами, с одной стороны, и требуемыми инженерно-геологическими характеристиками.

Преимущество диэлектрического каротажа при двухкомпонентных измерениях – возможность независимого, без привлечения дополнительных данных – определения объемного содержания воды в исследуемой породе и ее проводимости. К техническим преимуществам ДК относится возможность исследования сухих скважин, скважин на проводящем буровом растворе и скважин, обсаженных непроводящими асбоцементными и полимерными трубами.

5. ДРУГИЕ МЕТОДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН (ГИС)

5.1. Акустический каротаж (АК)

Физические основы акустических методов каротажа

Акустические методы исследования разрезов скважин основаны на определении упругих свойств горных пород по данным наблюдений за распространением в них упругих волн [5.1.1].

Акустический каротаж (АК) основан на изучении характеристик упругих волн ультразвукового и звукового диапазона, прошедших через горные породы.

Возбуждение и регистрация упругих волн осуществляются зондом АК. Трехэлементный зонд АК состоит из одного излучателя и двух приемников (аппаратура типа ЛАК) или двух излучателей и приемника (аппаратура типа СПАК). Возбужденные излучателем упругие колебания после прохождения их через горные породы фиксируются приемниками.

В акустических методах используются упругие волны различных частот: инфразвуковые волны с частотами менее 16 Гц, звуковые – с диапазоном частот от 16 до $2 \cdot 10^4$ Гц и ультразвуковые – с частотами более $2 \cdot 10^4$ Гц. Хотя упругие колебания высоких частот быстро затухают с расстоянием и область их возможного применения ограничена, однако повышение диапазона частот позволяет добиться высокой разрешающей способности метода определения упругих свойств горных пород. В связи с этим при детальном акустическом изучении разрезов скважин чаще используются волны с промежуточными частотами 10-75 кГц и преобладанием ультразвуковых частот. Такие акустические исследования скважин называются ультразвуковым методом. Другие акустические работы в скважинах объединяются под названием «сейсмометрия скважин». В основе акустических методов лежит различие упругих свойств пород, слагающих разрезы скважин.

Горные породы в естественном залегании при тех напряжениях, которые возникают при ультразвуковом методе исследования разрезов скважин, являются практически упругими телами. Если на элементарный объем породы, условно принимаемый за точку, в течение некоторого времени действует какая-либо сила, то происходит деформация и перемещение частиц породы в этой области. Последнее приводит к возникновению напряжений в слое, окружающем область возбуждения, т. е. в этом слое также возникнут изменяющиеся во времени деформации. В результате во всех направлениях от точки приложения возбуждающей силы будет изменяться первоначальное состояние среды. После того как частица среды совершит колебания около своего первоначального положения, она успокоится.

Процесс последовательного распространения деформации называется упругой волной. В однородной среде упругие волны распространяются в радиальном направлении от источника колебаний (точки возбуждения). Передним фронтом волны является поверхность сферы с центром в источнике и непрерывно растущим во времени радиусом, отделяющая в данный момент времени

область среды, в которой волна уже вызвала колебания частиц, от той области, где возмущения еще не начались. В неоднородной среде пути распространения упругих волн и их фронт имеют более сложную картину.

Линия, вдоль которой происходит распространение волны, в каждой своей точке образующая прямой угол с фронтом волны в соответствующий момент времени, называется лучом.

Имеются два типа волн: продольные (P) и поперечные (S). Продольная волна вызывается деформацией объема, и ее распространение представляет собой перемещение зон растяжения и сжатия. Частицы среды при этом совершают колебания около своего первоначального положения в направлении, совпадающем с направлением распространения волны. Поперечная волна связана с деформацией формы, и распространение ее заключается в скольжении одного слоя среды относительно другого. Частицы среды при этом колеблются около своего первоначального положения в направлении, перпендикулярном к направлению распространения волны. Поперечные волны могут возникать только в твердых телах.

Величина скорости распространения упругой волны по ходу луча зависит от упругих свойств и плотности среды, а также от типа волны. Свойства упругих тел определяются модулем их продольного растяжения и коэффициентом поперечного сокращения.

Модуль продольного растяжения (модуль Юнга) E равен отношению приложенного напряжения p к вызванному относительному удлинению образца Δl :

$$E = p / \Delta l. \quad (5.1.1)$$

Коэффициент поперечного сокращения (коэффициент Пуассона) σ является коэффициентом пропорциональности между относительным поперечным сокращением Δl_c данного упругого тела и его относительным удлинением Δl :

$$\sigma = \Delta l_c / \Delta l. \quad (5.1.2)$$

Скорость распространения продольной упругой волны в породе:

$$V_p = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\delta_n(1+\sigma)(1-2\sigma)}}, \quad (5.1.3)$$

где δ_n – плотность породы.

Скорость распространения поперечной волны:

$$V_s = \sqrt{\frac{E}{2\sigma_n(1+\sigma)}}. \quad (5.1.4)$$

Для горных пород E обычно изменяется от 0,15 до 6 Па; коэффициент поперечного сокращения горных пород σ близок к 0,25. Для горных пород $V_p/V_s \approx 1,73$, т. е. скорость распространения поперечной волны приблизительно в 1,73 раза меньше скорости распространения продольной волны, следовательно, продольная волна приходит к удаленным точкам раньше, чем поперечная.

Сущность акустического каротажа сводится к возбуждению в скважине упругих колебаний, которые распространяются по горным породам и принимаются одним или более приемниками, расположенными в той же скважине. Зная рас-

стояние между приемниками (базу), по времени прихода первых вступлений определяют скорость распространения упругих колебаний. Конструктивно излучатель и приемники объединены в одном скважинном снаряде, перемещаемом по скважине. Обычно упругие колебания звукового или ультразвукового диапазона частот возбуждаются в виде импульсов конечной длительности, частота следования которых связана со скоростью перемещения снаряда. Суммируя данные о скоростях в отдельных точках, получают скоростной разрез вдоль всей скважины.

В настоящее время помимо кинематических параметров упругих волн, возбужденных в скважине, изучается и динамика их. По типу регистрируемых параметров, основным целям и назначению можно выделить три основные модификации акустического каротажа: а) непрерывный АК для детального изучения скоростных характеристик пород, вскрытых скважинами; б) АК по затуханию упругих волн для определения поглощения, зон трещиноватости и т. п.; в) АК цементного кольца для контроля технического состояния скважин.

АК по скорости

Для измерения скорости головной продольной волны регистрируют времена ее вступления t_1 и t_2 на первом и втором приемниках. Определяют интервальное время, мкс ($\Delta t = t_1 - t_2$) и интервальную скорость ($v_p - l/\Delta t$), где l – расстояние между приемниками. Данные используются для определения пористости, так как $k_{п} = (\Delta t - \Delta t_{ск}) / (\Delta t_{ж} - \Delta t_{ск})$, где $\Delta t_{ск}$ и $\Delta t_{ж}$ – интервальное время соответственно в скелете породы и в жидкости, заполняющей поры.

АК по затуханию

Регистрируют амплитуды колебаний A_1 и A_2 и определяют коэффициент поглощения энергии (параметр затухания) α (m^{-1}) на участке породы между элементами зонда: $\alpha = (1/l) \ln(A_1/A_2)$.

Наблюдения в большинстве случаев осуществляют над преломленными головными волнами.

При акустическом каротаже обычно применяются частоты 10-75 кГц, длины волн соответственно составляют 15-2 см при возбуждении в воде (буровом растворе), заполняющей скважину.

Общая схема измерений состоит из поверхностной аппаратуры с регистратором, телеизмерительного канала (кабеля) и скважинного прибора. В скважинном приборе происходит трансформация электрической энергии в механическую (излучатель) и обратно в электрические сигналы (приемник). В качестве излучателей широкое применение имели цилиндрические магнитострикционные преобразователи.

На рис. 5.1.1 схематично изображены три типа излучателей: цилиндрический, плоский (могут быть магнитострикционными, индукционными или пьезокерамическими) и точечный (например, электрогидравлический). Два первых излучателя (a и b) могут не иметь защитной цилиндрической оболочки 2, т. е. будут соприкасаться излучающей поверхностью непосредственно с жидкостью, заполняющей скважину.

В системах, изображенных на рис. 5.1.1, излучающей поверхностью является оболочка 2, возбуждаемая цилиндром (а) или плоским излучателем (б), эквивалентным сектору цилиндра, или точечным излучателем (в).

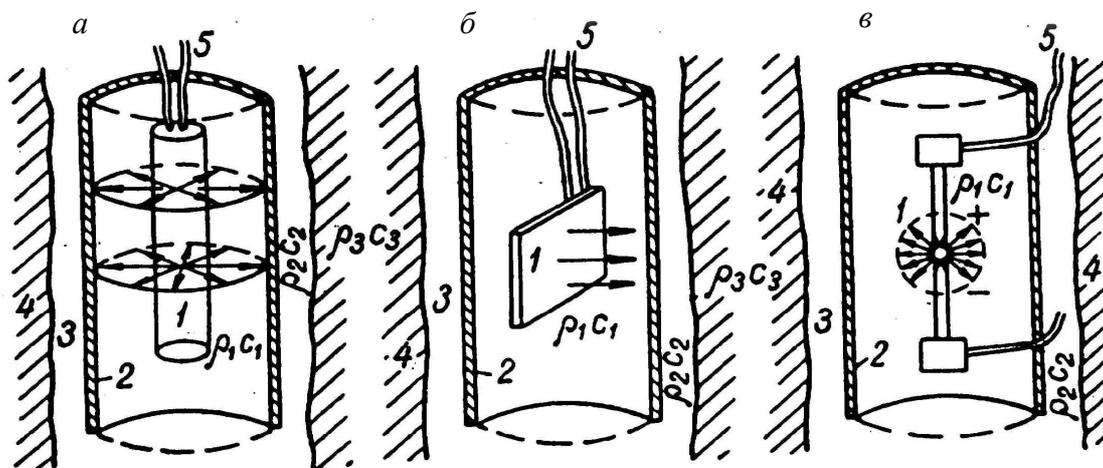


Рис. 5.1.1. Схематическое изображение трех типов излучателей:
 а – цилиндрический, б – плоский, в – точечный; 1 – излучатели; 2 – цилиндрическая оболочка, заполненная жидкостью; 3 – буровой раствор; 4 – стенки скважины;
 5 – электрические проводники; $\rho_i c_i$ – волновое сопротивление среды

В качестве приемника упругих колебаний (рис. 5.1.2) применяют так называемый сферический гидрофон. Сфера 7 диаметром 30 мм из пьезокерамики находится в масленополненной полости 1, образованной прозрачной для акустических колебаний резиновой оболочкой 6, которая укреплена на корпусе 5 узла приемника. Элементы 2 и 3 образуют ниппельное устройство, которое предназначено для выпуска газов, проникающих в полость путем диффузии через резиновую оболочку 6 при работе в скважинах с растворенным в заполняющих их жидкостях газом. При подъеме прибора вследствие уменьшения гидростатического давления растворенный в масле газ выделяется в виде пузырьков и скапливается в верхней части полости. Давление газа через отверстие воздействует на резиновую диафрагму 3 и при достижении определенного значения отжимает ее от корпуса 2 ниппельного устройства. Этим обеспечивается свободный выход газа в полость 4, сообщающуюся со скважинной жидкостью. Ниппельное устройство предотвращает прорыв резиновой оболочки 6.

При акустическом каротаже обычно применяются частоты 10-75 кГц, длины волн соответственно составляют 15-2 см при возбуждении в воде (буровом растворе), заполняющей скважину.

Во всех модификациях АК при интерпретации результатов используются головные волны, возникающие при скольжении преломленной волны по стенке скважины вдоль образующих цилиндра.

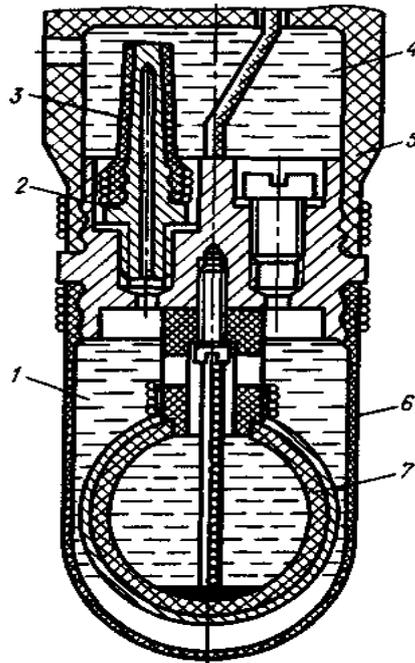


Рис. 5.1.2. Конструкция узла приемника аппаратуры акустического каротажа

В некоторый момент времени излучатель возбуждает в скважине импульс упругих колебаний. При возникновении упругих колебаний от излучателя по промывочной жидкости начинает распространяться только прямая продольная волна P_1 , имеющая сферический фронт. Через некоторое время прямая волна P_1 , достигнув стенки скважины, образует две проходящие волны: продольную P_{12} и обменную поперечную P_1S_2 . Кроме того, из-за разности волновых сопротивлений (произведение скорости распространения волны на плотность среды) породы и промывочной жидкости в последней возникает отраженная продольная волна P_{11} . Волна P_{12} распространяется в породе со скоростью $VP_{п}$, превышающей скорость распространения ее в промывочной жидкости $VP_{р}$. Обменная поперечная волна P_1S_2 распространяется с несколько меньшей (приблизительно в 1,73 раза) скоростью $VS_{п}$, чем $VP_{п}$, но обычно большей, чем $VP_{р}$.

С некоторого момента времени, когда фронт прямой продольной волны P_1 образует со стенкой скважины критический угол i ($\sin i = VP_{п}/VP_{р}$), фронт проходящей продольной волны P_{12} становится перпендикулярным к границе раздела скважина - пласт, и проходящая волна P_{12} начинает скользить со скоростью $VP_{п}$ вдоль этой границы по принципу полного внутреннего отражения, т. е. луч проходящей волны направлен параллельно оси скважины. В этом случае волна P_{12} еще больше обгоняет прямую P_1 и отраженную P_{11} волны.

При дальнейшем своем движении волна P_{12} вызывает в промывочной жидкости новую волну P_{121} , называемую *головной*, которая распространяется со скоростью $VP_{п}$ и при достаточно большом расстоянии между излучателем и приемником первой достигает приемника. Фронт этой волны образует коническую поверхность с вершиной на оси скважины. Следовательно, распространение колебаний от излучателя до приемника происходит по пути скважина - порода - скважина, который можно изобразить ломаным лучом.

Аналогично распространяется и обменная поперечная волна P_1S_2 , вызывая в промывочной жидкости образование головной волны $P_1S_2P_1$, которая проходит в породе со скоростью $VS_{\text{п}}$. Необходимо отметить, что головная волна $P_1S_2P_1$ в промывочной жидкости распространяется как продольная, так как поперечные волны могут существовать только в твердых телах.

Таким образом, от излучателя к приемнику распространяются волны трех типов: головная продольная волна P_{121} , головная поперечная волна $P_1S_2P_1$ и прямая продольная волна P_1 с соответствующим соотношением скоростей $VP_{\text{п}} > VS_{\text{п}} > VP_{\text{с}}$. Отраженная волна P_{11} обычно не наблюдается вследствие больших углов ее падения и малой энергии.

При достаточно большом расстоянии излучатель-приёмник волны P_{121} и $P_1S_2P_1$ обгоняют волну P_1 , и достигают приемника последовательно продольная и поперечная головные волны, а последней приходит прямая волна. В противном случае волновая картина, зарегистрированная приемником, трудночитаема.

В связи с этим целесообразно применять многоэлементные зонды, содержащие один излучатель и два или более приемников упругих колебаний или один приемник и два излучателя. Часто используют трехэлементные зонды с одним излучателем и двумя приемниками, расположенными на различных расстояниях от него. Для таких зондов базой измерения является расстояние между приемниками, а длиной зонда L – расстояние от излучателя до дальнего приемника. При использовании трехэлементных зондов в случае, если оба приемника находятся на одинаковом расстоянии от стенки скважины, время прохождения упругих колебаний по промывочной жидкости исключается, т. е. повышается достоверность регистрируемых параметров ультразвукового метода. В этом случае время пробега волны по породе $\tau = L / VP_{\text{п}}$ и не требует корректировки.

В стандартной аппаратуре типа СПАК используются зонды с двумя излучателями и одним приёмником. Зонд с двумя излучателями и одним приемником ПИ₁И₂ изображен на рис. 5.1.3. Излучатели периодически посылают пакеты 3-4 периодов УЗ колебаний с частотой 10-75 кГц с колоколообразной формой. Частота посылки самих пакетов – 12,5-25,0 Гц.

Упругие импульсы от источников, пройдя через буровой раствор, возбуждают колебания в стенках скважины. Упругие колебания, попадающие на стенку скважины под углом полного внутреннего отражения, возбуждают в ней скользящую волну, которая, распространяясь со скоростью, присущей данной горной породе, достигает приемника.

Путь волны от источника И₁ до приемника П составит И₁О₁ОП, а время пробега $\tau_1 = \tau_{\text{И}_1\text{О}_1} + \tau_{\text{О}_1\text{О}}$. Путь волны от источника И₂ будет И₂О₂О₁ОП, время пробега – $\tau_2 = \tau_{\text{И}_2\text{О}_2} + \tau_{\text{О}_2\text{О}_1} + \tau_{\text{О}_1\text{О}}$. Интервал времени между первыми вступлениями волны от первого и второго источников $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 = \tau_{\text{О}_2\text{О}_1}$. Расстояние О₂О₁ равно расстоянию между обоими источниками ΔL , называемому базой зонда. За точку записи принимают середину базы. Отсюда скорость распространения упругих волн: $V = \Delta L / \Delta\tau$. Обратное отношение $1/V = \Delta\tau / \Delta L$, мкс/м, называется интервальным временем.

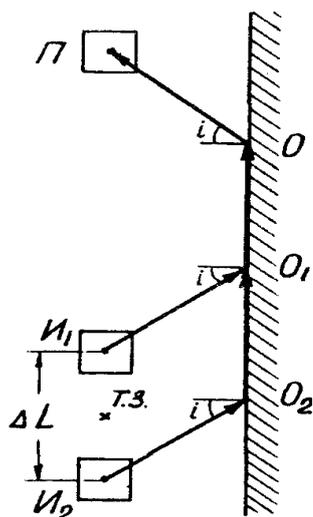


Рис. 5.1.3. Трехэлементный зонд АК и пути распространения упругих волн от источников к приемнику

Амплитуды колебаний от обоих источников одинаковы, поэтому отношение амплитуд A_1 и A_2 , зарегистрированных приемником, характеризует затухание упругих волн на участке ΔL . Коэффициент затухания $\alpha = \frac{\lg A_1/A_2}{\Delta L}$ (дБ/м).

Затухание упругих волн зависит от состава горных пород, пористости и состава флюида в порах (в газе затухание больше, чем в жидкости), а скорость их распространения – от состава и пористости.

База измерения трехэлементных зондов выбирается в соответствии с требуемой точностью расчленения разреза по мощности. Теоретические кривые для зонда с одним источником и двумя приемниками (рис. 5.1.4) показывают, что чем меньше база, тем более тонкие прослои могут быть выделены по диаграммам ультразвукового метода. При базе измерения меньше мощности пласта максимальное значение скорости VP_{II} будет соответствовать истинному ее значению.

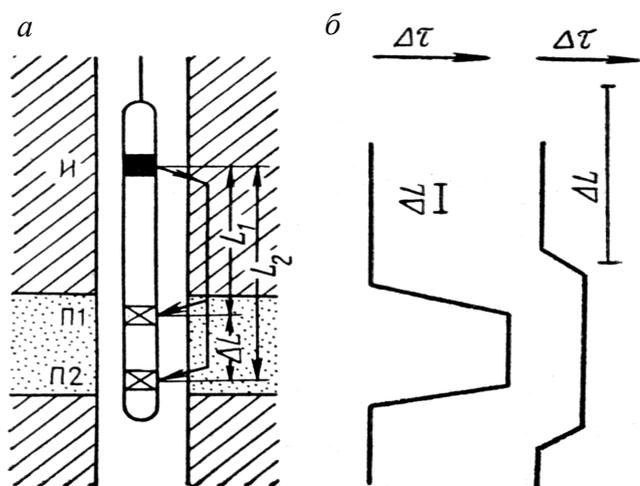


Рис. 5.1.4. Скважинная установка ультразвукового метода и ее разрешающая способность:

a – трехэлементный зонд; b – теоретические кривые ультразвукового метода для двух величин базы: $\Delta L = L_2 - L_1$ – база измерения; $\Delta \tau$ – время прохождения упругой волны

В ультразвуковом методе исследования разрезов скважин используется импульсная ультразвуковая установка: излучатель периодически посылает пакеты из трех – четырех периодов ультразвуковых колебаний частотой 10-75 кГц с колокольной формой огибающей, разделенные во времени (рис. 5.1.5, а).

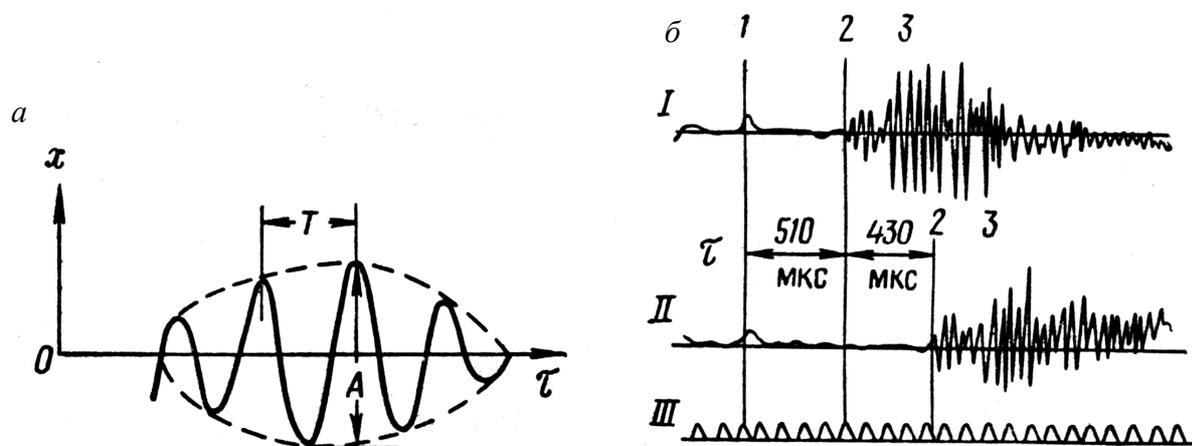


Рис. 5.1.5. График колебаний продольной волны (а) и волновая картина, полученная при записи упругих колебаний приемниками трехэлементного зонда (б): I – запись ближним приемником; II – запись дальним приемником; III – марки времени (через 100 мкс); 1 – отметка импульса; 2 – первое вступление головной продольной волны; 3 – поперечные колебания и волна, идущая по промывочной жидкости. Расстояние между излучателем и приемником 1,36 м; расстояние между приемниками 1,16 м
 T – период возбуждающего колебания

Современная аппаратура СПАК имеет два излучателя и один приёмник. Наибольший практический интерес представляют времена вступления сигналов τ_1 , τ_2 и интервальное время $\Delta\tau$, а также величины амплитуд A_1 и A_2 колебаний, регистрируемых ближним и дальним приемниками, и логарифм отношения $\lg A_1/A_2$, зарегистрированные в аналоговой форме.

Глубина исследований трехэлементным зондом определяется его базой, частотой посылки в окружающую среду пакетов упругих колебаний и скоростью распространения упругих волн в породах. Практически радиус исследования при базе 0,5 м и частоте посылки упругих колебаний 25 кГц изменяется по разрезу скважины от 18 до 90 см, в среднем составляя 25-30 см.

Исследования ультразвуковым методом проводят в открытом стволе скважины. Масштаб скоростных и амплитудных параметров зависит от литологии и упругих свойств горных пород. Масштабы параметров τ_1 , τ_2 , $\Delta\tau$, A_1 , A_2 и $\lg(A_1/A_2)$ устанавливаются по калибровочным устройствам наземных панелей аппаратуры по отклонениям блоков гальванометров фоторегистратора.

Результаты АК можно использовать для определения коэффициента пористости горных пород K_p . Связь между пористостью K_p и скоростью распространения V описывается так называемым «уравнением среднего времени»:

$$\frac{1}{V} = \frac{K_p}{V_{ж}} + \frac{1-K_p}{V_{ск}}, \quad (5.1.5)$$

где $V_{\text{ж}}$ – скорость упругих волн в жидкости, заполняющей поры породы; $V_{\text{ск}}$ – скорость упругих волн в минеральном скелете.

$V_{\text{ж}}$ и $V_{\text{ск}}$ определяют по результатам лабораторных измерений или берут из справочников; V определяют по данным АК.

Из этого уравнения можно найти пористость:

$$K_{\text{п}} = \frac{V_{\text{ж}}(V_{\text{ск}} - V)}{V(V_{\text{ск}} - V_{\text{ж}})}. \quad (5.1.6)$$

Интервальное время и скорость распространения упругих колебаний в твердой части скелета выбирают согласно литологии изучаемого разреза. Величины $\Delta\tau_{\text{ж}}$ или $V_{\text{ж}}$ выбирают исходя из типа флюида, заполняющего поровое пространство, и пластовых условий – температуры и давления.

В воде нормальной солености $V_{\text{ж}}$ изменяется от 1470-1530 м/с на глубине 0-600 м до 1580 м/с – на глубине 600-1200 м и до 1640 м/с – на глубине 1200-1800 м. В минерализованной воде эти величины на 10-20 % выше, чем в пресной. Скорость распространения упругих волн в нефти $V_{\text{ж}}$ зависит от ее вязкости, температуры и давления. В диапазоне изменения температуры 20-70 °С и давления 0,001 – 108 Па $V_{\text{ж}} = 1370 - 1035$ м/с. При расчетах часто принимают $V_{\text{н}} = 1310$ м/с. В газообразном заполнителе $V_{\text{г}}$ зависит от давления и температуры. Принимают $V_{\text{г}} = 365$ м/с. Когда радиус исследований не выходит за пределы промытой зоны, $V_{\text{ж}}$ принимают равной скорости распространения волн в фильтрате промывочной жидкости, т. е. от 1500 до 1650 м/с с поправкой на остаточную нефтенасыщенность.

Коэффициент поглощения упругих волн α , как и скорость $V_{\text{н}}$, зависит от литологии разреза. В плотных, хорошо сцементированных породах поглощение волн невелико. Коэффициент α возрастает в рыхлых и сильно глинистых породах. Поглощение упругих волн в нефтеносных и особенно в газоносных породах значительно больше, чем в водоносных. Однако газоносные и нефтеносные пласты на диаграммах α не выделяются в случае наличия в них больших зон проникновения фильтрата промывочной жидкости, в которых имеется лишь остаточная нефтегазонасыщенность.

Кроме пористости и характера насыщения по АК может быть определено положение контактов и мощность пластов, отличающихся по своим акустическим свойствам. Для пластов большой мощности ($h \geq \Delta L$) она определяется по правилу полумаксимума, для тонких – мощность, найденная по правилу полумаксимума, больше истинной на размер базы зонда.

Наряду с головными волнами в скважине образуются волны других типов. Важнейшие из них – гидроволны, многократно отраженные от стенок скважины и корпуса прибора Г, и трубные волны L , иногда именуемые волнами Лэмба. Амплитуда многократно отраженных волн быстро падает. К тому же проходимость ими путь велик, в связи с чем их можно не учитывать.

Трубная волна возникает, если в спектре излучения имеются частоты, длина волны для которых равна диаметру скважины или больше его. Фронт волны перпендикулярен к стенке скважины, в связи с чем не происходит отра-

жений, приводящих к потере энергии, и трубная волна распространяется по скважине без значительного затухания на большое расстояние. Если, однако, на пути трубной волны встречаются проницаемые участки, ее амплитуда падает за счет излучения энергии в окружающую среду. Это явление используют для определения проницаемости пластов.

При акустическом каротаже на головных волнах регистрируют аналоговые диаграммы кинематических $\tau_1P, \tau_2P, \Delta\tau P, \tau_1S, \tau_2S, \Delta\tau S$ и динамических параметров. Под динамическими параметрами понимают амплитуды волн $A_1P, A_2P, A_1S, A_2S, A_1L, A_2L$ на первом и втором приемниках, а также соответствующие коэффициенты затухания. Следует учесть, что при записи только аналоговых диаграмм часть информации, заложенная в акустическом сигнале, теряется.

Максимальный объем информации содержат волновые картины. Анализируя волновые картины, можно определить все кинематические и динамические характеристики. Толщина линии на современных ФКД позволяет оценить амплитуду сигнала. Анализируя такие ФКД, можно идентифицировать волны различных типов, оценить их кинематические и динамические параметры, расчленить (используя информацию других геофизических методов) разрез по литологии, выделить проницаемые породы.

Характер диаграмм АК в пределах залежи, содержащий гранулярный коллектор газа, нефти или воды, приведен на рис. 5.1.6.

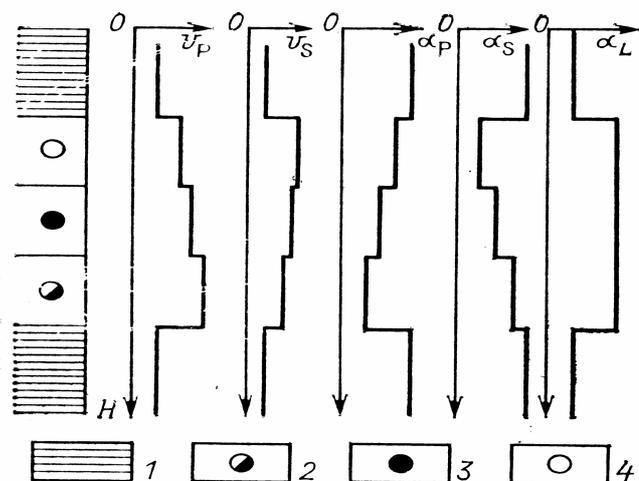


Рис. 5.1.6. Характер диаграммы АК в пределах нефтегазовой залежи:
1 – плотный пласт; 2 - 4 – водо-, нефте- и газоносные части коллектора

Условия распространения упругих волн

Упругие волны – это изменения состояния среды (упругие возмущения), распространяющиеся в твёрдой, жидкой и газообразной средах, сопровождающиеся переносом энергии упругой деформации без переноса вещества.

Известны две разновидности применяемых преобразователей – монополюсные и дипольные. Они предназначены для возбуждения и приёма объёмных и узконаправленных волн. Теоретические модели таких преобразователей представляют пульсирующая (преобразователь нулевого порядка) и осциллирующая (преобразователь первого порядка) сферы (рис. 5.1.7). При малых, по

сравнению с длиной возбуждаемой волны, размерах излучателей первый из них возбуждает в жидкости волну, фронт которой близок к сферическому, а второй – направленную волну, энергия которой быстро уменьшается по фронту с увеличением угла θ (см. рис. 5.1.7, б). Диаграмма направленности дипольного излучателя (и, соответственно, фронт возбуждаемой волны) имеет вид восьмерки. Преломившись на стенке скважины, эти волны возбуждают в высокоскоростных породах объёмные продольные и сдвиговые колебания (P - и S -волны) в первом случае и преимущественно сдвиговые колебания (S -волну) – во втором.

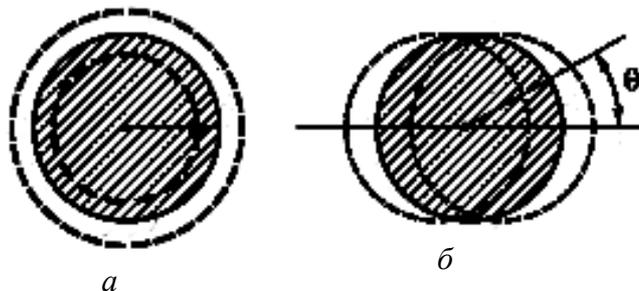


Рис. 5.1.7. Теоретические модели монопольного (а) и дипольного (б) преобразователей

Реализация в скважинном приборе дипольных преобразователей достигается применением двух монопольных преобразователей, пульсирующих в противофазе и расположенных друг от друга на расстоянии, малом по сравнению с длиной волны.

Упругие волны в безграничных средах

В однородной изотропной безграничной твёрдой среде, обладающей упругостью объёма и формы, распространяются упругие волны двух типов: продольные P и сдвиговые или поперечные S . По форме фронта волны они могут быть плоскими, сферическими и цилиндрическими. Форма фронта определяется отношением размеров источника излучения к длине волны λ . Если размеры (линейные или радиальные) излучающей поверхности превышают длину волны во много раз, то волна плоская. Вдоль пути распространения поверхность фронта плоской волны не изменяется; амплитуды колебаний и энергия волны в идеально упругой среде не изменяются; геометрический коэффициент расхождения равен нулю. Фронт цилиндрической волны, сформированной источником, протяжённость которого много больше его диаметра, увеличивается с расстоянием пропорционально удалению r от источника; убывание амплитуд пропорционально $r^{-1/2}$, убывание энергии – квадрату амплитуды. Размеры сферического излучателя много меньше длины волны; амплитуды волны убывают с удалением от источника пропорционально r^{-1} , энергия – r^{-2} . Направление (луч) распространения для любого фронта волны совпадает с нормалью к фронту. В условиях, когда длина волны достаточно мала по сравнению с излучаемым пространством и размерами препятствий, расчёт формы фронта распространяющейся волны можно заменить расчётом пути лучей (лучевое приближение в геометрической акустике).

В продольной волне направления колебаний частиц параллельны направлению её распространения (рис. 5.1.8, *a*), а деформация среды представляет собой комбинацию всестороннего сжатия-растяжения и чистого сдвига. Фазовая скорость V_P продольной волны определяется выражением: $V_P = \sqrt{(K + 4G/3)/\sigma}$, где K – модуль объёмного сжатия; G – модуль сдвига; σ – плотность среды.

В поперечной (сдвиговой) волне направления колебаний частиц перпендикулярны направлению распространения волны (рис. 5.1.8, *б*), а деформация среды является чистым сдвигом. Фазовая скорость V_S поперечной волны определяется выражением $V_S = \sqrt{G/\sigma}$.

В однородной изотропной безграничной среде все направления сдвиговых колебаний равноправны. Однако если имеется ограничивающая безграничную среду поверхность или поверхность разрыва в среде, под углом к которым распространяется поперечная волна (применительно к исследованиям скважин это будут стенка скважины, границы литологических пластов, крупные трещины или совокупности трещин), то возникает вопрос о направлении колебаний частиц среды по отношению к этим поверхностям. Волну, в которой направление колебаний частиц перпендикулярно ограничивающей поверхности, называют вертикально поляризованной или *SV*-волной. Если колебания происходят в плоскости, параллельной границе раздела, то это горизонтально поляризованная волна *SH*. Поперечная *SV*-волна образуется при преломлении продольной (*P*) волны на упомянутых поверхностях. Волну *SH* невозможно возбудить таким образом, так как в падающей *P* волне отсутствует компонента, перпендикулярная плоскости падения. В дальнейшем, если отсутствует специальная оговорка, будет идти речь о поперечной волне *SV* (или просто *S*) с вертикальной поляризацией.

В жидкостях и газах, которые обладают только упругостью объёма, распространяются лишь продольные волны. Колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны (см. рис. 5.1.8, *a*). Фазовая скорость продольной волны в жидкостях и газах: $V_P = \sqrt{K/\sigma}$.

Для идеально упругих сред $V_P/V_S > 1$. Фазовые и групповые скорости продольной и поперечной волн в таких средах не зависят от частоты и амплитуд колебаний и формы фронта волны; дисперсия скоростей отсутствует. Продольную и поперечные волны, распространяющиеся в изотропных безграничных средах без поверхностей раздела или при их присутствии, именуют объёмными волнами.

В неидеально упругих средах, к которым принадлежат даже самые плотные горные породы с исчезающей малой пористостью, распространение упругих волн сопровождается поглощением их энергии вследствие проявлений вязкости (неидеальная упругость) и неидеального теплообмена. Распространение объёмных *P*- и *S*-волн происходит с дисперсией фазовых скоростей. На частотах акустического каротажа (АК) значения дисперсии не превышают нескольких первых процентов, и обычно ими пренебрегают вследствие их малости и невозможности определения.

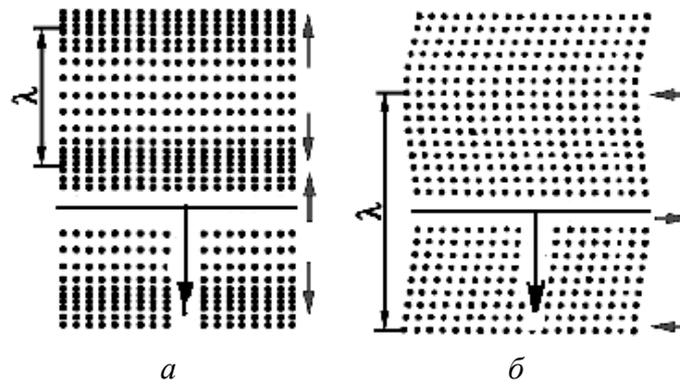


Рис. 5.1.8. Схематическое изображение движения частиц в однородной изотропной бесконечно протяжённой твёрдой среде при распространении продольной (а) и поперечной (б) упругих волн:

λ – длина волны; стрелками показаны направления смещения частиц от положения равновесия; линия — – фронт волны; стрелка ↓ – направление распространения волны

На основе законов механики сплошной среды теоретически показано, что в безграничной изотропной пористой среде существуют три типа объёмных волн: две продольные (первого и второго рода) и одна поперечная. На низких частотах ($f \rightarrow 0$) продольная волна первого рода и поперечная распространяются при отсутствии движения флюида относительно скелета твёрдой среды; их характеристики определяются в основном пористостью и коэффициентами сжимаемости фаз. Скелет и жидкость, заполняющая поры, колеблются синфазно и с равными скоростями. Коэффициенты затухания обеих волн на низких частотах пропорциональны квадрату частоты. При очень высоких частотах ($f \rightarrow \infty$) движение флюида отстаёт от движения твёрдого скелета, проявляются эффекты термической дисперсии скорости, вязко-инерционного и термического поглощения, а скорости P - и S -волн стремятся к их значениям в пористой среде, насыщенной невязким флюидом.

Продольная волна второго рода обязана своим существованием порам и эффектам переупаковки частиц твёрдой среды при распространении упругих колебаний. В этой волне флюид и скелет колеблются в противофазе. Скорость распространения продольной волны второго рода всегда меньше, чем скорости продольной волны в твёрдом теле и в жидкости, заполняющей поры. Коэффициент затухания продольной волны второго рода возрастает как корень квадратный из частоты. В цементированных породах из-за сильного поглощения эта волна распространяется (подобно диффузному звуку) на небольшое расстояние от источника. В последние годы образование продольной волны второго рода доказано экспериментально.

Поверхностные волны

Наличие границ и поверхностей раздела разных сред приводит к появлению поверхностных волн. Их свойства различаются на свободной границе изотропной непористой твёрдой среды, на ее границе с жидкостью и другой твёрдой средой, а также в случае, когда твёрдая среда оказывается пористой и соприкасается с другой пористой средой.

Свободная граница изотропной непористой твёрдой среды с газом

На свободной границе изотропной непористой твёрдой среды (граница с вакуумом или разрежённым газом) существует одна поверхностная волна – волна Рэлея [5.1.2]. Это плоская неоднородная волна, распространяющаяся без дисперсии, слабозатухающая в направлении распространения (затухание вызывается обычным затуханием объемных волн) и затухающая с глубиной. Волна является совокупностью продольной и поперечной волн, распространяющихся с одной и той же скоростью V_R . Частицы среды колеблются при прохождении волны по эллипсу (рис. 5.1.9, а). Одна из компонент смещения частиц (меньшая) направлена вдоль направления распространения волны, другая – перпендикулярно ему. Вытянутость эллипса увеличивается с глубиной. Толщина слоя распространения волны Рэлея составляет от одной до двух длин волн λ . На глубине одной длины волны плотность энергии волны составляет 0,05 плотности у поверхности. Фазовая скорость V_R волны Рэлея меньше фазовых скоростей V_P и V_S продольной и поперечной волн и определяется уравнением:

$$\eta^6 - 8\eta^4 + 8(3 - 2\xi^2)\eta^2 - 16(1 - \xi^2) = 0, \quad (5.1.7)$$

где $\eta = v_R/v_S$, $\xi = v_S/v_P$. Волне Рэлея соответствует вещественный корень этого уравнения, значения которого для твёрдых сред заключены между 0,874 и 0,955.

Приближенное выражение для v_R :

$$v_R/v_S = (0,87 + 1,12\nu) / (1 + \nu), \quad (5.1.8)$$

где ν – коэффициент Пуассона, $v_R \approx 0,9v_S$.

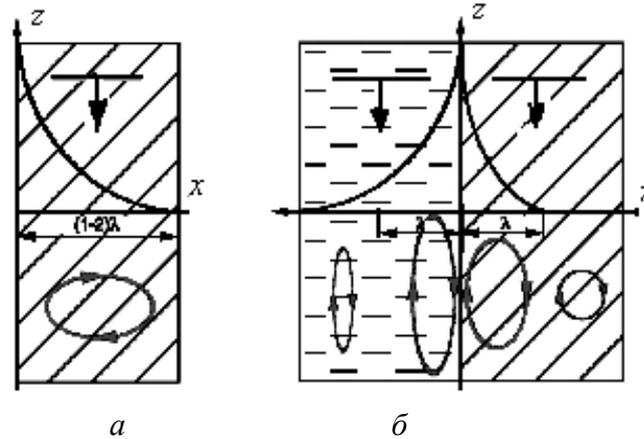


Рис. 5.1.9. Схематическое изображение поверхностных волн: Рэлея (а) на границе твёрдого тела и вакуума и Стоунли (б) на границе твёрдого тела и жидкости:

x, z – оси координат; λ – длина волны; стрелками показаны направления смещения частиц от положения равновесия; линия — – фронт волны; стрелка \downarrow – направление распространения волны

Волна, подобная волне Рэлея, может распространяться и вдоль искривленной поверхности. На вогнутых поверхностях она подвергается дополнительному затуханию вследствие излучения энергии вглубь. На границах раздела она отражается, преломляется и трансформируется в волны других типов.

Граница изотропной непористой твёрдой среды с жидкостью

На границе изотропной непористой твёрдой среды с жидкостью или другой твёрдой средой возникает две поверхностные волны: затухающая волна рэлеевского типа со скоростью, большей скорости $V_{ж}$ распространения упругой волны в жидкости, и незатухающая волна Стоунли St со скоростью, меньшей $V_{ж}$.

Если твёрдая среда граничит с жидкостью и скорость V_S поперечной волны больше $V_{ж}$, то вдоль границы распространяется поверхностная волна, аналогичная волне Рэлея на свободной границе. Её называют волной рэлеевского типа или обобщенной волной Рэлея [5.1.3]. Она представляет собой систему трёх волн: одной неоднородной волны в жидкости и двух – продольной и поперечной – в твёрдом теле. Распределение в твёрдом теле смещений и напряжений в такой волне подобно распределению в волне Рэлея (рис. 5.1.9, б).

Фазовая скорость с точностью до процентов равна V_R . При распространении волна непрерывно переизлучает часть энергии из твёрдого тела в жидкость, поэтому ее называют "вытекающей" поверхностной волной [5.1.3]. Вследствие перетока энергии через границу волна затухает вдоль направления распространения. Коэффициент затухания на длине волны примерно равен 0,1, т. е. на пути 10λ она затухает в e раз. На границе твёрдого и жидкого полупространств волна присутствует всегда независимо от свойств сред.

Волна Стоунли (так её принято называть по аналогии с первоначально определённой волной Стоунли на границе двух твёрдых сред) имеет совершенно другую структуру и скорость, чем обобщённая волна Рэлея. Она также состоит из слабонеоднородной волны в жидкости, амплитуды которой медленно убывают при удалении от границы, и двух сильно неоднородных волн – продольной и поперечной – в твёрдом теле. Движение частиц в обеих средах происходит по эллипсам (см. рис. 5.1.9, б); эллипсность уменьшается с увеличением частоты колебаний. В твёрдом теле при очень низких частотах длинная ось эллипса может стать перпендикулярной границе вместо обычного вертикального направления. Энергия волны локализована в основном в жидкости. В обеих средах волна распространяется параллельно границе без затухания (т. е. с затуханием, обычным для объёмных волн); её энергия убывает экспоненциально в направлениях от границы. В твёрдом теле волна локализована в слое толщиной $0,5\lambda_{ж}/\pi$ (где $\lambda_{ж}$ – длина этой волны в жидкости), а в жидкости – в слое толщиной, значительно превосходящей $\lambda_{ж}$ [5.1.4]. При стремлении V_S к $V_{ж}$ энергия и амплитуды волны уменьшаются.

Скорость V_{St} волны Стоунли меньше скоростей распространения упругих волн в обеих средах, то есть $V_{St} < V_P, V_S, V_{ж}$. Теоретически показано [5.1.1], что если $V_S > V_{ж}$ и частота колебаний стремится к нулю, то

$$V_{St} = V_{ж} / \sqrt{1 + \sigma_{ж} V_{ж}^2 / \sigma V_{SV}^2}, \quad (5.1.9)$$

где $\sigma_{ж}$ и σ – плотности жидкости и твёрдой среды соответственно. В этой формуле V_{SV} соответствует поперечной волне SV с вертикальной поляризацией (перпендикулярно к оси скважины), распространяющейся вдоль оси скважины.

Если $V_S < V_{ж}$, то для выполнения условия $V_{St} < V_S$ уравнение (5.1.5) необходимо переписать в виде:

$$\frac{V_{SV}}{V_{St}} = \sqrt{\frac{\sigma_{ж}}{\sigma} + \frac{V_{SV}^2}{V_{ж}^2}}. \quad (5.1.10)$$

Для распространения незатухающей волны Стоунли необходимо, чтобы выражение под корнем было больше единицы. Так как применительно к горным породам в большинстве случаев $\sigma_{ж}/\sigma \approx 1/2$, то условие распространения незатухающей волны определится, как $V_S > \approx 0,7V_{ж}$.

В низкоскоростных средах в волновых пакетах присутствуют колебания P и St волн и отсутствуют колебания поперечной волны SV , распространяющейся вдоль границы. При условии стремления частоты к нулю для таких сред можно рассчитать скорость поперечной волны SH с горизонтальной поляризацией:

$$V_{SH} = \frac{V_{ж}V_{St}}{\sqrt{V_{ж}^2 - V_{St}^2}} \sqrt{\frac{\sigma_{ж}}{\sigma}}. \quad (5.1.11)$$

Значения скоростей V_{SV} и V_{SH} поперечных волн, при распространении которых частицы среды колеблются *перпендикулярно* (SV) и *вдоль* (SH) границы раздела твёрдого тела с жидкостью, можно использовать для оценки анизотропии твёрдой среды, в первую очередь для определения преимущественной ориентации трещин. Если $V_{SV} < V_{SH}$, то трещины распространены преимущественно параллельно границе; если $V_{SV} > V_{SH}$, то они идут поперёк границы. При расчётах следует учитывать существенную дисперсию фазовой и групповой скоростей волны Стоунли с частотой. Расчёт значений скорости поперечной волны по измеренным значениям V_{St} имеет определённое практическое значение в диапазоне V_S от 1100 до 2000 м/с [5.1.5].

Граница пористой среды с вакуумом

Свойства поверхностных волн – обобщённой волны Рэлея и волны Стоунли – существенно изменяются на границе пористой среды с вакуумом (свободная граница), жидкостью или другой пористой средой вследствие наличия в пористой среде медленной продольной волны второго рода. Согласно [5.1.3], на границе "пористая среда – жидкость", что соответствует стенке скважины, существуют три типа поверхностных волн в противоположность классическому случаю границы "непористая упругая среда - жидкость", где этих волн две. Каждая из трёх поверхностных волн является комбинацией четырёх объёмных волн: трёх волн в пористой среде (P , S и медленной продольной второго рода) и одной волны в жидкости ($P_{ж}$):

– обобщённая ("вытекающая") волна Рэлея со скоростью, большей $V_{ж}$, локализована в пористой среде и переизлучает часть своей энергии также в пористую среду, а не в жидкость. Энергия волны передается медленной продольной волне второго рода. Вследствие излучения энергии в глубь пористой среды эта волна существует в ограниченной области (локализованная волна). Если $\sigma_{ж}$ стремится к нулю, обобщённая ("вытекающая") волна Рэлея переходит в обобщённую волну Рэлея на свободной границе пористой среды, которая также переизлучает часть

энергии в пористую среду. Видимо, по этой причине поверхностные волны со скоростью, большей $V_{ж}$, не регистрируются в скважине против пористых пород, к которым необходимо отнести практически все осадочные породы - песчаники, алевролиты, аргиллиты, карбонатные породы и др.;

– волна Стоунли распространяется с затуханием, равным по значению затуханию объёмных волн. Скорость ее распространения меньше скоростей объёмных волн в неограниченной пористой среде (V_P , V_S) и жидкости ($V_{ж}$) и зависит главным образом от коэффициента сжимаемости жидкости. Если граница поровой среды непроницаемая ("закрыта") и плотность жидкости стремится к нулю (переход к случаю "пористая среда - вакуум"), эта волна переходит в волну Стоунли на свободной границе пористой среды. Скорость распространения последней меньше, чем скорость волны Стоунли на границе поровой среды и жидкости;

- в отличие от непористых сред на границе "пористая среда - жидкость" возникает третья поверхностная волна - "вытекающая" псевдоволна Стоунли. Ее скорость немного больше скорости продольной волны второго рода и определяется коэффициентом сжимаемости жидкости. Если граница среды непроницаемая, эта волна вырождается в объёмную продольную волну второго рода.

Граница твёрдого полупространства с твёрдым слоем

К поверхностным волнам относят также волну Лява с горизонтальной поляризацией, которая распространяется вдоль границы твёрдого полупространства с твёрдым слоем (аналог – обсаженная скважина с хорошо зацементированной колонной). Она представляет собой чисто сдвиговую волну и обладает дисперсией скорости. Если толщина слоя (слоев) стремится к нулю, скорость волны Лява стремится к скорости V_S поперечной волны в неограниченном пространстве, а волна преобразуется в обычную объёмную S волну. В диапазоне частот 5-30 кГц, используемом в АК, в обсаженной скважине с зацементированной колонной должны регистрироваться неискажённые значения V_S .

Нормальные упругие волны в пластинах и стержнях

Нормальные волны – это упругие возмущения, распространяющиеся в пластинах и стержнях, размеры которых ограничены по одной или двум (декартовым) осям. В отличие от волн в неограниченных средах нормальные волны удовлетворяют не только уравнениям теории упругости, но и граничным условиям на поверхности пластины и стержня. Практически эти условия сводятся к отсутствию механических напряжений на поверхностях пластины или стержня. В нефтегазовых скважинах нормальные волны могут распространяться в обсадной колонне (свёрнутая в цилиндр пластина) и в столбе жидкости, заполняющей скважину (аналог стержня).

Нормальные волны в пластинах подразделяют на два класса: продольные волны (Лэмба), при прохождении которых частицы колеблются по эллипсу, то есть обладают смещениями, параллельными и перпендикулярными плоскости пластины (рис. 5.1.10, а), и поперечные, обладающие только компонентой смещения, параллельной плоскости пластины и перпендикулярной направлению распространения волны (рис. 5.1.10, б).

В общем случае при произвольном соотношении толщины пластины и длины волны количество симметричных и антисимметричных продольных (Лэмба) и поперечных волн значительно: оно тем больше, чем больше значение $\omega h/V_S$, где ω – круговая частота; h – толщина пластины. Однако при малых толщинах пластины ($\omega h \ll 1$), а это соответствует обсадной колонне в скважине, в ней (пластине, колонне) возможно распространение только волн нулевого порядка: двух продольных и одной поперечной.

Симметричная продольная волна Лэмба L соответствует P волне в неограниченном пространстве. В ней преобладает продольная компонента смещения, и только потому, что поверхности пластины свободные, появляется небольшое поперечное смещение, которое в $V_S/\omega h$ раз меньше продольного. Фазовая скорость волны Лэмба несколько меньше скорости продольной P волны в неограниченном пространстве и определяется выражением:

$$V_L = V_P \sqrt{(1-2\nu)/(1-\nu)^2}, \quad (5.1.12)$$

где ν – коэффициент Пуассона. В работах по акустической цементометрии волна Лэмба носит название "волны по колонне".

Нормальная поперечная волна нулевого порядка является симметричной; деформация частиц представляет чистый сдвиг (см. рис. 5.1.10, б); фазовая и групповая скорости равны V_S . То есть это такая же сдвиговая волна, как в неограниченном пространстве.

Волновой фронт нормальной волны нулевого порядка в жидкости (волна Лэмба $L_{ж}$) плоский и совпадает с поперечным сечением скважины (точнее, кольцевого зазора между стенками скважины и прибора). Фазовая скорость волны $L_{ж}$ не зависит от частоты и равна скорости $V_{ж}$ волны в неограниченном пространстве. Волна нулевого порядка в жидкости не характерна для волноводного распространения (столб низкоскоростной жидкости в окружении более высокоскоростных пород), поэтому она быстро затухает с расстоянием [5.1.5]. Следует обратить внимание на существенную разницу в параметрах волн Лэмба $L_{ж}$ и Стоунли St , которые препятствуют образованию единой волны Лэмба-Стоунли.

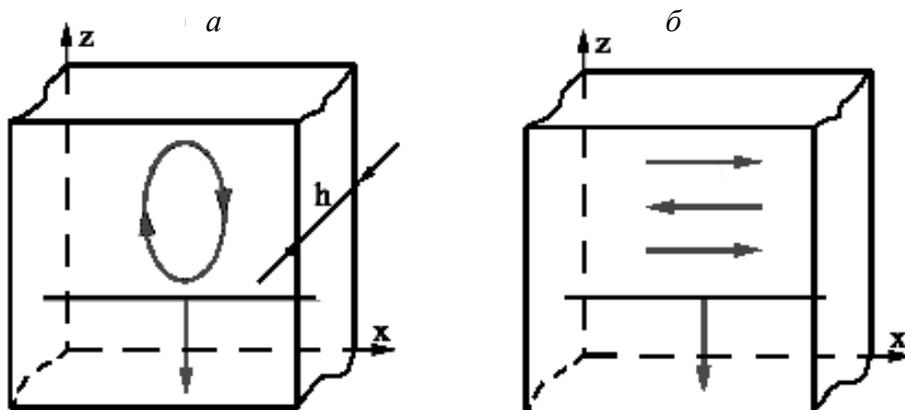


Рис. 5.1.10. Схематическое изображение нормальных волн, распространяющихся в пластине, продольных (волн Лэмба) (а) и поперечных (б): h – толщина пластины; остальные обозначения те же, что на рис. 5.1.8

Упругие волны, распространяющиеся в скважине. Схема образования упругих волн в скважине и околоскважинном пространстве

Типы и параметры упругих волн, регистрируемых в скважине приборами акустического каротажа, определяются условиями проведения измерений. Измерительный зонд (простейший из них содержит по одному излучателю и приемнику упругих колебаний) располагается по оси скважины на некотором удалении от ее стенки. Излучаемый упругий импульс представляет собой пакет затухающих колебаний (см. рис. 5.1.5). Волна $P_{ж}$, которую возбуждает излучатель И, распространяется в заполняющей скважину жидкости во всех направлениях со скоростью $V_{ж}$ и, достигнув стенки скважины, преломляется на ней. Если скорости распространения продольной V_P и поперечной V_S волн в породе больше, чем $V_{ж}$, то в сферическом фронте волны $P_{ж}$ всегда присутствуют колебания (лучи), для которых углы падения волны на стенку скважины равны первому ($\alpha_{кр1} = \arcsin V_{ж}/V_P$) и второму ($\alpha_{кр2} = \arcsin V_{ж}/V_S$) критическим углам. Форма фронта волны, близкая к сферической, определяется малыми размерами излучателя по сравнению с длиной волны $P_{ж}$. Преломленные под критическими углами продольная $P_{жP}$ и поперечная $P_{жS}$ волны скользят в породе вдоль стенки скважины. Вследствие того, что $V_P, V_S > V_{ж}$, передние фронты преломленных волн отрываются от фронта волны $P_{ж}$, обгоняя его.

Обладая наибольшей скоростью, волна P первой достигает любой достаточно удаленной (на 0,4-0,6 м от излучателя И) точки скважины (приёмника П скважинного прибора). Скорость распространения волны $P_{жP}$ в породах в первом приближении не зависит от частоты колебаний и определяется выражением

$$V_P = \sqrt{(K + 4G/3)/\sigma}.$$

За продольной головной волной следуют колебания волны S , которые распространяются в скважинной жидкости в виде волны сжатия, а в горных породах – в виде сдвиговых колебаний. Скорость распространения волны определяется выражением $V_S = \sqrt{G/\sigma}$. В крепко сцементированных породах $V_S = (0,45-0,65)V_P$, видимая частота волны в 1,1-1,3 раза меньше, а амплитуды в 2-5 раз больше, чем соответствующие параметры продольной головной волны.

Последующие колебания волны по жидкости $P_{ж}$ прерываются наиболее интенсивными в большей части разрезов низкочастотными колебаниями волны Стоунли St . На разрешённых записях, выполненных с малыми шагами квантования по длине волнового пакета и по глубине, первые колебания St волны модулируются высокочастотными, но малоамплитудными колебаниями волны $P_{ж}$ (рис. 5.1.11). Скорость волны Стоунли определяется приближенно выражением

$V_{St} = V_{ж} / \sqrt{1 + \sigma_{ж} V_{ж}^2 / \sigma V_{SV}^2}$. Видимая частота колебаний, регистрируемых приборами АК, находится в пределах 2-7 кГц. Амплитуды волны в 3-6 раз больше амплитуд поперечной головной волны в высокоскоростных разрезах и примерно во столько же раз больше амплитуд продольной головной волны в низкоскоростных разрезах.

В высокоскоростных разрезах (карбонатные и хемогенные, а также терригенные породы на больших глубинах) амплитуды продольной P - и поперечной S -волн и волны Стоунли St соотносятся в пропорции 1:(2-5):(6-30), энергии (пропорциональные квадрату амплитуды) – 1:8:200, видимые частоты – 1:0,8:0,1 (см. рис. 5.1.11).

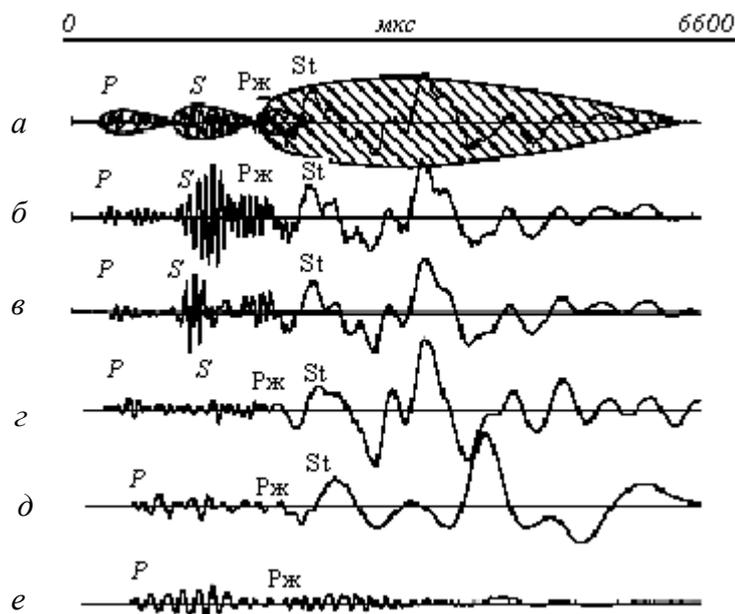


Рис. 5.1.11. Формы волновых пакетов, зарегистрированные в породах различного литологического состава измерительным зондом ИП длиной 4,0 м: $a, б$ – карбонатные породы; $в, г$ – песчаник крепко- и слабосцементированный; $д, е$ – аргиллиты; площади заштрихованных участков соответствуют энергиям $P, S, P_{ж}$ и St -волн

Экспериментальное подтверждение схемы образования упругих волн в скважине и околоскважинном пространстве

Безупречную идентификацию упругих волн, особенно распространяющихся с близкими скоростями, обеспечивает построение годографов (траекторий) волн при удалении приёмника (П) возмущений от источника (И) их происхождения. Для условий измерений в скважинах такую возможность предоставляет скважинный прибор с изменяющимися длинами измерительных зондов. В приборе, полностью воспроизводящем геометрию измерений АК, инициируется при его остановке в скважине движение (в винилпластовой трубе) приёмника П упругих колебаний, возбуждаемых двумя неподвижными излучателями, разнесёнными на 0,4 м. Минимальное расстояние между приёмником и ближним излучателем составляет 0,35 м. Такое расстояние обеспечивает изучение головных P, S и последующих за ними волн, начиная с момента их возникновения в породе, так как меньшие длины зонда не обеспечивают образование головных волн. Так, в скважинах, обсаженных колонной диаметром 146 мм, при минимальной длине зонда первые колебания в волновом пакете принадлежат волне Лэмба $P_{ж}$ ($L_{ж}$), распространяющейся в скважинной жидкости.

На годографах волн, зарегистрированных в интервале зацементированной обсадной колонны в низкоскоростном разрезе (в данном примере $P = 3300$ м/с), выделяют 4 типа волн:

– В первых вступлениях – это продольная (головная) волна, распространяющаяся в материале (сталь) обсадной колонны. При реальных соотношениях длин волн на частотах АК, находящихся в диапазоне 8-40 кГц, и толщин обсадных колонн (7-15 мм) эта волна определяется как нормальная продольная волна Лэмба L_k нулевого порядка. В литературе по акустической цементометрии её называют «волной по колонне». Она распространяется в обсадной колонне, как волноводе, с постоянной скоростью. Интервальное время ($\Delta t_k = 1/V_P$) распространения волны равно 184-187 мкс/м.

– Второй по времени прихода является продольная (головная) волна P_n (рис. 5.1.12), распространяющаяся в породе. На частотах АК её скорость и затухание (как и эти же параметры поперечной головной волны) равны значениям, измеренным в открытом стволе скважины, с погрешностью, не превышающей 1 %.

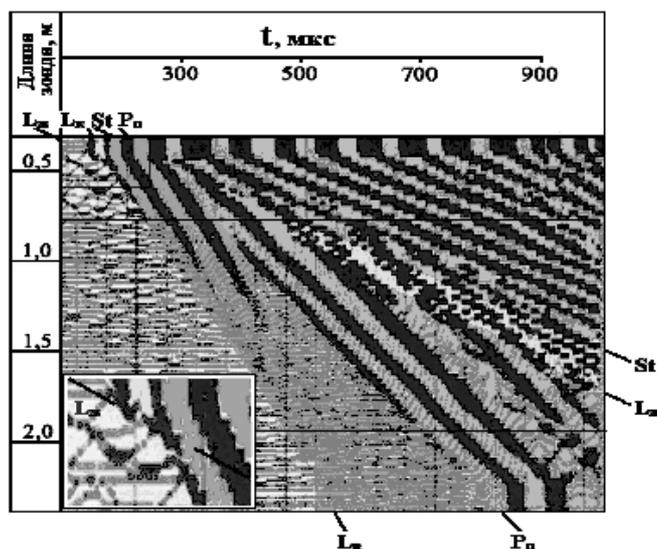


Рис. 5.1.12. Годографы упругих волн, полученные в зацементированном интервале обсаженной скважины прибором с изменяющимися длинами измерительных зондов

Поперечная головная волна в показанном примере отсутствует, так как отношение $V_S/V_{ж}$ не удовлетворяет условию образования скользящей вдоль стенки скважины преломленной поперечной волны. Во временном поле между первыми вступлениями волн L_k и P_n отсутствуют колебания каких-либо других волн, в том числе волны по цементу. Это свидетельствует, что обе волны не участвуют в образовании обобщённых волн в системе «колонна - цемент - порода».

– На фоне затухающих колебаний волны P_n следуют колебания волны $P_{ж}$, распространяющейся в жидкости, или, что то же, волны Лэмба $P_{ж}$ в жидкости. Они наиболее высокочастотные в волновом пакете. Волновой фронт нормальной волны нулевого порядка в жидкости плоский и совпадает с поперечным сечением скважины (точнее, кольцевого зазора между стенками скважины и прибора); фазовая скорость не зависит от частоты и равна скорости волны $V_{ж}$ в неограниченном пространстве. Волна нулевого порядка в жидкости не характерна для волноводного распространения. Она вырождается и быстро затухает при

увеличении отношения длины волны λ к величине зазора между стенкой скважины и прибором, что характерно для частот АК. В более высокоскоростном разрезе, в котором возможно образование поперечной головной волны, временной интервал волны L_k занимают колебания интенсивной поперечной волны S , распространяющейся в породе.

– Последние фазовые линии (см. рис. 5.1.12) принадлежат интенсивным колебаниям низкочастотной волны Стоунли, распространяющейся вдоль границы жидкости со стенкой скважины (обсадной колонной, горными породами в необсаженной скважине) в пределах одной длины волны в каждой среде.

5.2. Ядерно-магнитный каротаж

5.2.1. Ядерно-магнитный резонанс

В 1946 году было открыто явление ядерно-магнитного резонанса (ЯМР). С изобретением приборов ЯМР, использующих постоянные магниты и радиочастотные импульсы, стало возможным измерение свойств пластовых флюидов - детальное рассмотрение структуры порового пространства пород коллекторов, распределение воды в породе, определение связанной воды и характера насыщения. Эти способности метода ЯМР открыли новые возможности в оценке коллекторских свойств горных пород и анализе керн [18, 19].

Принцип измерения при исследовании скважин методом свободной прецессии [11, 13]

Для возбуждения и регистрации сигналов свободной прецессии (ССП) в условиях скважины используется аппаратура, блок-схема которой приведена на рис. 5.2.1. Катушка 1 прямоугольной формы попеременно служит для создания поляризующего поля и измерения ЭДС сигнала свободной прецессии. Измерение осуществляется циклами. До начала цикла измерения, когда в исследуемой среде действует только поле Земли H_z , вектор ядерной намагниченности M_z весьма мал по величине и не имеет поперечной составляющей. В начале каждого цикла катушка с помощью коммутатора 2 подключается к источнику питания б (см. рис. 5.2.1).

При этом ток, протекающий по катушке, создает в среде, окружающей скважину, поляризующее поле $H_{п}$, перпендикулярное к оси скважины и направленное по отношению к вектору H_0 под достаточно большим углом. Поляризующее поле действует в течение времени $t_{п}$, за которое вектор ядерной намагниченности среды M достигает определенной величины (см. рис. 5.2.2, а, б).

По прошествии времени в наземном устройстве с помощью реле остаточного тока (см. рис. 5.2.1) ток поляризации снижается до величины $I_{ос}$, называемой остаточным током. Время $t_{ос}$, в течение которого действует остаточный ток, достаточно велико, чтобы обеспечить затухание переходных процессов в катушке, вызванных снижением $I_{п}$ до величины $I_{ос}$. С другой стороны, оно намного меньше времени продольной релаксации, благодаря чему вектор ядерной намагниченности за время $t_{ос}$ снижается незначительно (рис. 5.2.2, а).

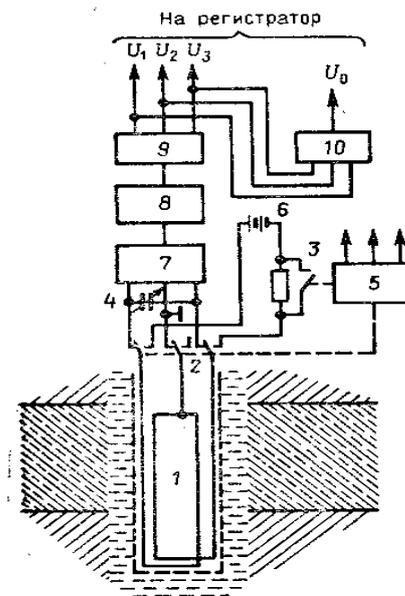


Рис. 5.2.1. Блок-схема аппаратуры для возбуждения сигналов свободной прецессии в скважине и их регистрации:

1 – катушка; 2 – коммутатор катушки; 3 – реле остаточного тока; 4 – конденсатор; 5 – устройство управления; 6 – источник тока поляризации; 7 – усилитель сигнала свободной прецессии; 8 – детектор огибающей ССП; 9 – измерительное устройство; 10 – вычислительное устройство [11]

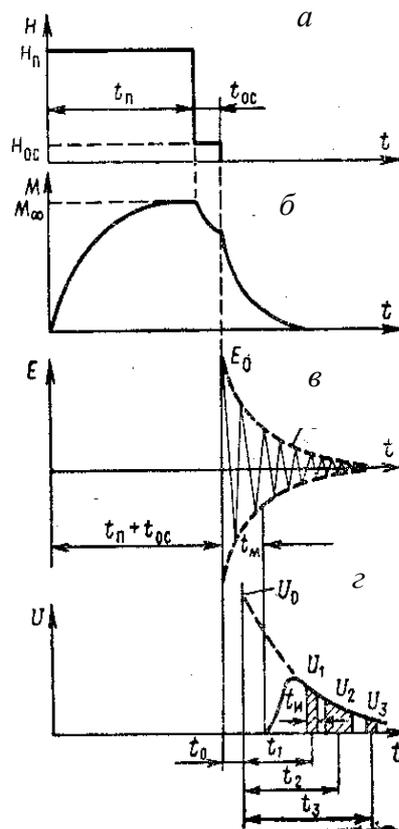


Рис. 5.2.2. Схема проведения ЯМК (по В. А. Мейеру, П. А. Ваганову [11]):
 а – изменение поляризирующего поля H_n вблизи катушки зонда ЯМК; б – изменение ядерной намагниченности M ; в – сигнал свободной прецессии (ССП); г – огибающая ССП;

U_1, U_2, U_3 – расположение интервалов измерения напряжений;
 t_m – время выдержки для уменьшения влияния переходных процессов

Возбуждение и регистрация сигналов свободной прецессии (ССП)

В исследуемом пласте с помощью токовой рамки, погруженной в скважину (зонд ЯМК), создают постоянное магнитное поляризующее поле $H_{п}$, направленное перпендикулярно к оси скважины и значительно (в 100 раз) превышающее земное магнитное поле H_3 . Магнитные моменты протонов ориентируются в направлении этого поля - возникает ядерная намагниченность M .

Измерения осуществляются циклами. До начала измерений, когда в среде действует только магнитное поле Земли H_0 , вектор ядерной намагниченности M очень мал и не имеет поперечной составляющей. В начале каждого цикла катушка I с помощью коммутатора 2 подключается к источнику питания $б$. Ток, протекающий в катушке, создает в среде, окружающей скважину, поляризующее поле $H_{п}$, перпендикулярное к оси скважины и направленное по отношению к вектору H_0 под достаточно большим углом. За время $t_{п}$ действия поляризующего поля вектор ядерной намагниченности M достигает значения, близкого к M_{∞} (рис. 5.2.2, б).

По истечении времени $t = t_{п}$ ток в катушке с помощью реле 3 снижается до некоторой остаточной величины I_{oc} , а поляризующее поле - до остаточной напряженности H_{oc} (см. рис. 5.2.2, а), которая действует еще в течение времени t_{oc} .

После этого по команде устройства управления 5 поляризующий ток полностью отключается. Ступенчатое выключение тока сначала до I_{oc} , а затем до нуля применяется для того, чтобы снизить влияние на СПП переходных процессов в катушке, которые при резком выключении тока создают интенсивные помехи. Время t_{oc} выбирается достаточно большим для затухания переходных процессов и намного меньшим времени продольной релаксации T_1 . Поэтому амплитуда вектора ядерной намагниченности M за время t_{oc} уменьшается незначительно (см. рис. 5.2.2, б).

После выключения остаточного тока катушка с помощью коммутатора 2 подключается к усилителю, и производится измерение СПП, представляющего собой напряжение частотой около 2000 Гц, экспоненциально затухающее в соответствии с формулой: $M_{яд} = M_{яд}^{\infty} e^{-t/T_2}$, где T_2 – период поперечной релаксации [29]. Ввиду остаточных переходных процессов в катушке, обусловленных выключением хотя и небольшого I_{oc} , присоединение катушки I к усилителю 7 и измерения сигнала свободной прецессии (рис. 5.2.2, в) начинают только по прошествии времени t_0 (рис. 5.2.2, г). Величина t_0 является мертвым временем в ЯМК: процессы, затухающие с постоянной, меньшей t_0 , не могут быть зарегистрированы.

Вектор M начинает прецессировать вокруг направления поля H_3 (см. рис. 5.2.2, в), индуцируя в рамке сигнал свободной прецессии (ССП) вида:

$$E_0 = \frac{E_t e^{\frac{t}{T_2}}}{\cos \omega t},$$

где E_t – амплитуда СПП, В, в момент времени t , с; T_2 – время поперечной релаксации, с. Начальная амплитуда E_0 пропорциональна количеству углерода в среде, окружающей зонд.

Частота прецессии ω ($\text{рад} \cdot \text{с}^{-1}$) определяется только напряженностью поля Земли H_3 : $\omega = \gamma_n H_3$ где γ_n – гиромагнитное отношение протона. В средних широтах гиромагнитное отношение составляет приблизительно 2 кГц.

Поскольку ССП весьма мал и действует на фоне помех, для надежного его выделения катушка при подключении к входу усилителя настраивается в резонанс на частоту прецессии заранее подобранным конденсатором 4 (см. рис. 5.2.1).

Наведенная в катушке экспоненциально затухающая ЭДС сигнала свободной прецессии (см. рис. 5.2.2, в) усиливается усилителем скважинного прибора и затем в наземной аппаратуре. При этом вследствие действия резонансных цепей форма ССП искажается (см. рис. 5.2.2, з) так, что начальное значение ССП можно установить лишь из анализа всего сигнала. Неискаженная часть усиленного сигнала как бы смещается относительно наведенной в катушке ЭДС на время τ . Огибающая усиленного сигнала (см. рис. 5.2.2, з), полученная путем его выпрямления детектором 8 (см. рис. 5.2.1), анализируется с помощью измерительного устройства, которое в определенные моменты времени t_1, t_2, \dots, t_n измеряет величины напряжения продетектированного сигнала U_1, U_2, \dots, U_n , необходимые для определения начальной амплитуды ССП. Определение начальной амплитуды ССП U_0 осуществляется с помощью соответствующего вычислительного устройства 10 (см. рис. 5.2.1). Помимо определения начальной амплитуды ССП, аппаратура, работающая по описанному принципу, используется и для определения времени продольной релаксации T_1 в сильном и слабом полях (рис. 5.2.3).

Для измерения T_1 в сильном поле (в поле поляризации) определенное число циклов измерения повторяется при последовательно и закономерно изменяющемся времени поляризации t_n (см. рис. 5.2.3, б, в).

При этом в каждом цикле во время поляризации вектор ядерной намагниченности успевает достичь величины M_i , зависящей от времени поляризации t_{ni} в данном цикле и времени T_1 исследуемой среды. Пропорционально достигнутому значению M_i изменяется и начальная амплитуда ССП U_{0i} (или амплитуда U_i , соответствующая фиксированному моменту измерения t_i). Анализируя зависимость амплитуды ССП от t_n , можно определить время продольной релаксации в сильном поле.

При измерении T_1 в слабом поле (в поле остаточного тока) измерения проводятся при фиксированном времени поляризации, но при последовательно изменяющемся времени действия остаточного тока (рис. 5.2.4, з-е). В зависимости от последнего изменяется степень снижения ядерной намагниченности и пропорционально последнему изменяется амплитуда измеряемого ССП. Анализ зависимости амплитуды ССП от t_{oc} дает возможность установить время продольной релаксации в слабом поле. Режим работы аппаратуры как при измерении U_0 , так и при измерении T_1 задается устройством управления.

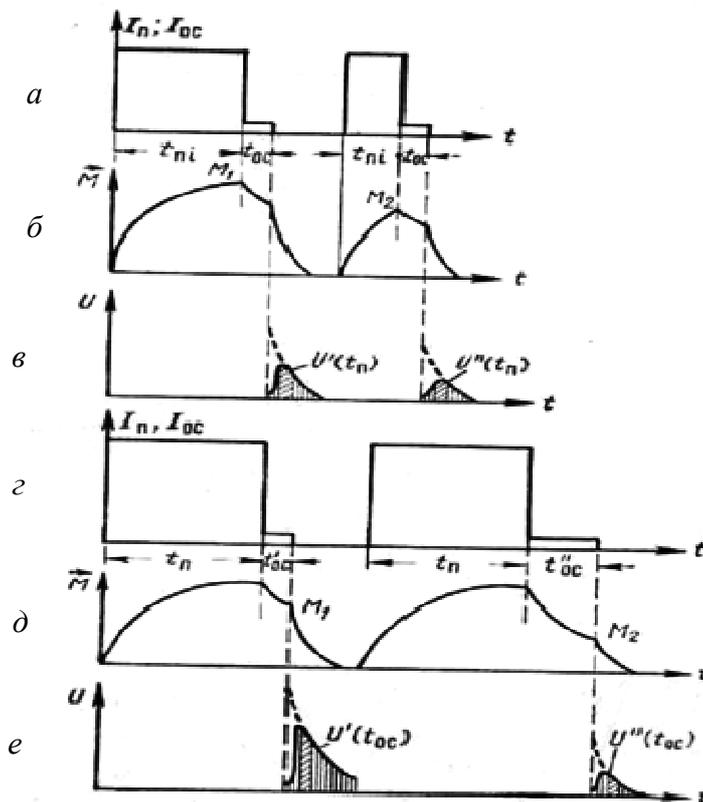


Рис. 5.2.3. Схематическое изображение процессов при измерении T_1 в сильном и слабом полях:

- a – изменение I_n и I_{oc} во времени при измерении в сильном поле; b – изменение вектора ядерной намагниченности во времени; e – огибающая протектированных ССП;
 c – изменение I_n и I_{oc} во времени при измерении T_1 в слабом поле; d – изменение вектора ядерной намагниченности во времени; e – огибающая протектированных ССП

Спиновое эхо

В условиях неоднородного поля H_0 используется иная методика возбуждения и регистрации сигналов – *спиновое эхо* (спин-эхо), основанная на особенностях процесса затухания вектора ядерной намагниченности, вызванных неоднородностью поля. Явление спинового эха состоит в том, что если воздействовать на систему спинов кратковременным наложением поля H_1 (импульсом поля), а затем через время τ после первого импульса – вторым импульсом, то по истечении времени 2τ в измерительном датчике появляется кратковременный сигнал спин-эха. Существуют также многоимпульсные методики, при которых после первого импульса через равные промежутки времени 2τ налагают ряд импульсов, после каждого из которых наблюдается сигнал спин-эха.

Рассмотрим последовательные этапы образования сигналов спин-эха, применив систему координат, вращающуюся с частотой ω_0 . В начальный момент времени t_a находящаяся в тепловом равновесии в поле H_0 система спинов характеризуется вектором M (рис. 5.2.4, a , e). Под действием поля H_1 , включаемого на время t , так называемого 90° -го импульса, вектор M поворачивается на 90° и ориентируется вдоль оси y вращающейся системы координат.

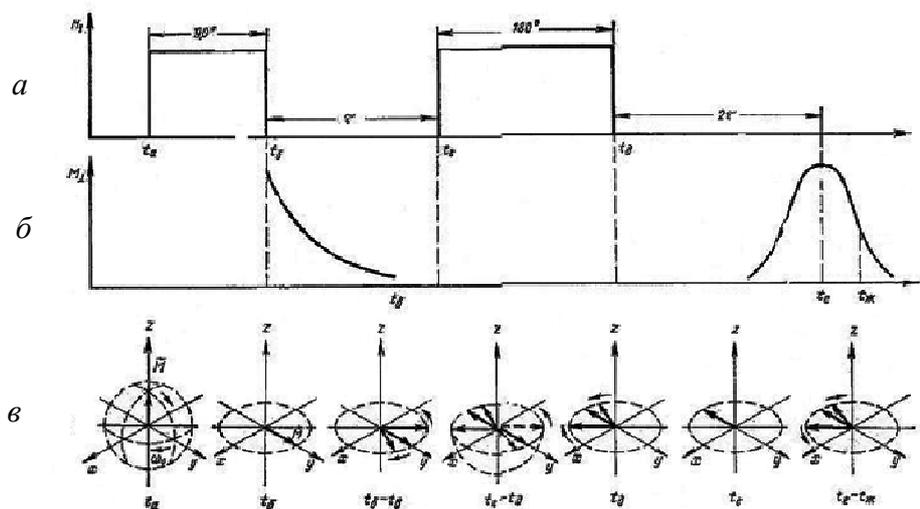


Рис. 5.2.4. Схематическое изображение процесса возбуждения сигнала спин-эха: *a* – изменение напряженности радиочастотного поля H_1 во времени; *б* – изменение поперечной составляющей вектора ядерной намагниченности M_{\perp} (или амплитуды измеряемого сигнала) во времени; *в* – положение вектора ядерной намагниченности в различные моменты времени

Продолжительность 90° -го импульса t мала, и релаксацией, происходящей за это время, можно пренебречь. После окончания 90° -го импульса (момент времени t_6) векторы ядерной намагниченности отдельных элементов объема образца продолжают прецессировать и вследствие неоднородности поля *рассыпаются в веер* за время $t_6 - t_b$ (см. рис. 5.2.4, *в*) так, что поперечная составляющая M_{\perp} оказывается сильно уменьшенной, возможно, до нуля. По прошествии времени τ после 90° -го импульса в момент времени t_r (см. рис. 5.2.4, *a*) налагается так называемый 180° -й импульс продолжительностью $2t$. Под его действием за время $t_r - t_d$ вся система спинов поворачивается на 180° вокруг оси y вращающейся системы координат (см. рис. 5.2.4, *a, в*). Вследствие этого спины, продолжая прецессировать в прежнем направлении, уже не рассыпаются далее, а собираются, и через время 2τ после первого импульса векторы ядерной намагниченности отдельных элементов объема складываются, образуя сильный суммарный момент ядерной намагниченности, который и наблюдается в виде сигнала спинового эха (время t_e на рис. 5.2.4, *б, в*). После этого, как и ранее, вектор ядерной намагниченности вновь рассыпается на веер в плоскости $x'Oy'$ и суммарное значение M_{\perp} вновь становится равным нулю ($t_{ж}$). Процесс образования сигналов спин-эха можно повторять, налагая через равные промежутки времени 2τ последовательность 180° -х импульсов. Амплитуда сигнала спин-эха изменяется со временем вследствие *спин-спиновой релаксации* пропорционально $e^{-2\tau/T_2}$. Это дает возможность определения времени поперечной релаксации T_2 , не искаженного влиянием неоднородностей поля.

Описанная картина возникновения сигнала спинового эха справедлива при условии, что положение спинов не изменяется в пространстве во время измерения. Это условие выдерживается достаточно полно лишь в твердых телах. В жидкостях и газах из-за диффузии спины с течением коротких промежутков времени могут попасть в точки, в которых значение поля неодинаково. Это

приводит к дополнительной и необратимой потере когерентности, и интенсивность затухания сигнала спинового эха возрастает. Согласно теории затухание сигнала спинового эха описывается выражением

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{2\tau}{T_2} - \frac{2}{3} \tau^3 \gamma^2 G^2 D},$$

где G – среднее значение градиента изучаемого поля в образце; D – константа диффузии.

Имеется большое число процедур, позволяющих получить сигнал спинового эха. Можно отметить модификацию метода, которая реализуется при изучении поля Земли и состоит в том, что предварительно, как и в методе свободной прецессии, исследуемый объект поляризуется полем H_p , направленным под прямым углом к полю Земли, затем поле H_p плавно выключают, а через время τ налагают 90° -й импульс. После этого импульса наблюдается ССП в поле Земли, а затем через время 2τ создают 180° -й импульс, после которого наблюдают сигнал спинового эха.

5.2.2. Ядерно-магнитный каротаж

Ядерный магнитный каротаж (ЯМК) основан на измерении величин, связанных с ядерно-магнитными свойствами пород, которые обусловлены присутствием флюидов, содержащих водород (см. табл. 2.5.1). ЯМК предназначен для определения в пластах жидкости, способной перемещаться (свободного флюида), и ее вида. Измерения при ЯМК осуществляют методом наблюдения свободной прецессии протонов в земном магнитном поле. Возможны два вида измерений: регистрация кривых индекса свободного флюида (ИСФ) и определение времени продольной релаксации (T_1) протонов флюида, насыщающего пласт. Кроме того, регистрируется время поперечной релаксации (T_2) протонов, которое определяет постоянную времени затухания сигнала ЯМК.

Методика измерений и обработка результатов

Задачей геофизической интерпретации результатов ядерного магнитного каротажа является переход от результатов измерения, выполненных в скважинах, к величинам ИСФ и времени продольной релаксации T_1 , характеризующим пересеченные скважиной пласты.

Решение этой задачи возможно на базе теоретического анализа зонда ЯМК и при условии, что измерения в скважине выполнены в соответствии с оптимальной методикой скважинных исследований. Поэтому проведение скважинных исследований и геофизическую интерпретацию полученных результатов следует рассматривать как единый информационно-измерительный процесс.

Эталонирование аппаратуры ядерно-магнитного каротажа (ЯМК)

При эталонировании прибор ЯМК помещается в эталонировочное устройство, расположенное вертикально, так как в противном случае пришлось бы учитывать ориентацию эталонировочного устройства относительно магнитного поля Земли. Эталонирование начинается с настройки аппаратуры на частоту

прецессии, которая осуществляется следующим образом: наблюдается сигнал свободной прецессии, и его частота сравнивается с частотой звукового генератора (ЗГ), которая регулируется до совпадения с частотой ССП. Затем сигнал от ЗГ подается последовательно на все резонансные контуры аппаратуры ЯМК, точная настройка которых осуществляется путем подбора соответствующих емкостей. При настройке на частоту вблизи эталонировочного устройства не должно быть ферромагнитных масс, которые могли бы исказить напряженность магнитного поля Земли в точке измерения.

Количественная интерпретация результатов ЯМК предусматривает определение ИСФ. Это может быть осуществлено путем сопоставления величины ССП, зарегистрированного в пласте, с ССП, полученным от эталонирующего устройства. При этом требуется учитывать все факторы, влияние которых может изменяться при переходе от измерений в эталонировочном устройстве к измерению в скважине, а также в процессе исследования скважины.

Эталонирование аппаратуры ЯМК позволяет установить масштаб кривых ЯМК в единицах ИСФК (кажущийся индекс свободного флюида). Понятие кажущегося ИСФ аналогично применяющемуся в промышленной геофизике понятию кажущегося удельного сопротивления и может служить для определения истинного значения ИСФ пласта путем проведения соответствующей интерпретационной процедуры, а также для ориентировочной предварительной оценки ИСФ.

Установка масштаба записи в единицах ИСФ (%/см) обеспечивается путем такой регулировки пишущего устройства канала U_1 при помещении прибора ЯМК в эталонирующее устройство, при которой отклонение ИСФ (в см) пишущего устройства определяется выражением $\text{ИСФ} = \frac{U_0^n \cdot K_3}{U_0^3 \cdot K_n}$, где K_3 и K_n – коэффициенты усиления при эталонировании и измерении в скважине.

Запись кривых ЯМК

При записи кривых должен быть обеспечен оптимальный режим измерения, а именно необходимые времена поляризации, времена измерения и интегрирования, а также скорость перемещения прибора по стволу скважины. Времена измерения t_1 , t_2 и t_3 устанавливаются в зависимости от характерного для исследуемого разреза кажущегося времени поперечной релаксации так, чтобы обеспечить минимум ошибки при переходе от измеренных U_1 , U_2 и U_3 к начальной амплитуде U_0 . В соответствии с величинами T_2 выбирается и время интегрирования.

Скорость движения прибора ЯМК не должна превышать 250 м/ч. Более высокая скорость допустима только при обзорных измерениях. Запись кривых ЯМК производится со скоростью, при которой на интервале длины зонда осуществляется измерение ССП в трех-пяти точках.

Если ЯМК производится с целью определения ИСФ, то записываются кривые U_1 , U_2 , U_3 и U_0 . Если же ЯМК производится для выделения коллекторов, характеризующихся низкой эффективной пористостью, то для снижения влияния помех необходимо записывать одну кривую U_2 в режиме максимального времени интегрирования и с пониженной скоростью каротажа (120–200 м/ч).

Определение времени T_1 может быть осуществлено наиболее точно при установке прибора на заданной глубине и измерении амплитуд ССП при различных временах поляризации (измерение T_1 в сильном поле) или различных временах действия остаточного тока (измерение T_1 в слабом поле). Выполнение перечисленных операций является необходимым условием получения кривых ЯМК, пригодных для интерпретации.

Выделение пластов

На кривой ЯМК пласту-коллектору или группе таких пластов соответствует интервал глубин, в пределах которого индекс свободного флюида отличается от нуля. Выделение таких интервалов не представляет сложности, когда ИСФ достаточно велик и соответствующая аномалия на кривой ЯМК четко выделяется на фоне помех. Более сложен случай, когда аномалии соизмеримы по величине с помехами и за пласт может быть ошибочно принят интервал, где имело место флуктуационное возрастание помехи. Анализ показывает, что аномалии, характеризующиеся отношением сигнал/помеха, равным 1,5 или менее, не могут быть четко выявлены на кривой ЯМК, если при ЯМК не были применены специальные приемы записи кривых и их последующего контроля.

Уровень помех определяется по отклонению кривой ЯМК от нулевой линии в интервале разреза, где отсутствуют пласты-коллекторы. Это отклонение является минимальным и против всех пластов-неколлекторов смещено одинаково относительно нулевой линии кривой ЯМК. При стабильной работе аппаратуры уровень помех не изменяется по стволу скважины и легко может быть определен по кривой ЯМК, когда интервал измерения составляет, по крайней мере, 150–200 м. При меньших интервалах измерения или когда пласты-неколлекторы сосредоточены лишь в одной части интервала, уровень помех устанавливается по минимальным отклонениям кривой ЯМК в той части интервала, где по геологическим и геофизическим данным заведомо отсутствуют пласты-коллекторы. Если аномалия характеризуется отношением сигнал/помеха, меньшим 1,5, то выполняется ряд повторных измерений одной из кривых, обычно U_2 . Результаты повторных измерений усредняются. Если на осредненной кривой имеются участки, на которых отклонения кривой от нулевой линии превышают вероятную величину среднеквадратического отклонения осредненной кривой, то эти участки соответствуют пластам-коллекторам.

Определение границ пластов

Границы одиночного однородного пласта соответствуют точкам, в которых ординаты равны полусумме ординат против средней части аномалии и вмещающих пород. Поскольку интервал монотонного изменения ординат при переходе от вмещающих пород к пласту или, наоборот, от пласта к вмещающим породам равен длине зонда, то точка, в которой отбивается граница пласта, находится на расстоянии половины длины зонда от начала аномалии.

Определение границ неоднородных пластов, представленных частым чередованием прослоев с различным ИСФ, требует в первую очередь установле-

ния критерия для объединения нескольких прослоев в единый пласт, которому должны быть приписаны кажущиеся значения (ИСФК). Критерий объединения прослоев в единый пласт базируется на следующих соображениях. Независимо от соотношения мощности прослоев и длины зонда, осредненное на интервале измерения значение амплитуды всегда соответствует средневзвешенному на том же интервале значению ИСФ. Это положение снимает любые ограничения на объединение и последующее совместное рассмотрение нескольких пластов или прослоев, если по каким-либо соображениям их целесообразно представить как единый пласт. Наоборот, выделение отдельных прослоев из смежных для последующего их рассмотрения в качестве самостоятельных пластов ограничено возможностью надежного считывания ИСФК для этих прослоев и введения поправок на влияние ограниченной мощности и вмещающих пород.

На величину ИСФК пласта мощностью менее длины зонда существенно влияет ИСФ вмещающих пород. Анализ большого числа кривых ЯМК в неоднородных пластах и сопоставление их с кривыми других методов, обладающих высокой вертикальной разрешающей способностью, позволили сформулировать следующие правила выделения пластов по кривым ЯМК в разрезах с неоднородными коллекторами. Если в пределах выделенного интервала ИСФК изменяется не более чем на 10 %, то интервал можно считать однородным и выделять как единый пласт. Аномалии протяженностью более 1,5 м выделяются как самостоятельные пласты, если ИСФК этих аномалий отличается более чем на 10 % относительно среднего значения ИСФК смежных аномалий. Аномалии протяженностью менее 1,5 м рассматриваются как самостоятельные пласты только в случаях, когда они расположены отдельно.

Считывание характерных значений

Необходимым требованием корректного определения характерного значения ИСФК является учёт степени однородности пласта и отношения амплитуды аномалии к уровню шумов. Для одиночных однородных пластов характерным значением ИСФК является амплитуда аномалии против середины пласта. При мощности одиночного пласта, меньшей длины зонда, должна быть введена поправка на ограниченную мощность. Для неоднородных пластов из чередующихся прослоев в качестве характерного значения принимается среднее значение ИСФК, вычисленное для части пласта, удаленной от его кровли и подошвы на половину длины зонда.

Учет влияния помех при считывании характерных значений ИСФК осуществляется следующим образом. При отношении сигнал/помеха, большем 2,5, влиянием помех можно пренебречь и отсчет ИСФК вести от нулевой линии кривой. При величине отношения 1,5-2,5 из ИСФК, отсчитанного от нулевой линии, необходимо вычесть поправку, численно равную половине отклонения уровня помех от нулевой линии. При отношении сигнал/помеха, меньшем 1,5, считывание характерных значений по пласту не производится. Если условия измерения и эталонирования идентичны, то ИСФ равен отношению начальных амплитуд сигналов свободной прецессии, полученных при измерении в скважине и в эталоне.

Особенности наблюдений ЯМР в скважинах

Параметры w_0 , M , T_1 , T_2 , по которым можно идентифицировать ядра химических элементов, определяются по измерениям наведенного электромагнитного поля. Особенность ЯМР состоит в том, что связанная и адсорбированная вода практически не дает ССП. Это позволяет с помощью ЯМК определять подвижную (способную перемещаться в пласте) воду или нефть, т. е. свободные флюиды. Поскольку наличие свободных жидкостей служит основным признаком коллекторов нефти и газа, ЯМК имеет преимущества перед другими методами каротажа при изучении коллекторских свойств пластов.

Измерения сигнала свободной прецессии протонов осуществляются при поляризации их импульсным магнитным полем, что позволяет проводить ЯМК в движении.

Огибающая ССП, получаемая путем выпрямления сигнала детектором 8 (см. рис. 5.2.1), анализируется измерениями напряжений U_1 , U_2 , U_3 , соответствующих трем интервалам времени: t_1 , t_2 , t_3 , которые отличаются на 15-20 мс (см. рис. 5.2.2, з). С помощью вычислительного устройства 10 (см. рис. 5.2.1) по напряжениям U_1 , U_2 , U_3 рассчитывается начальная амплитуда сигнала свободной прецессии U_0 .

Стандартная диаграмма ЯМК представляет собой комплекс кривых U_1 , U_2 , U_3 , U_0 в функции глубины скважины. Масштаб указанных кривых устанавливается в значениях так называемого индекса свободного флюида - ИСФ. Под ИСФ понимают объем свободного флюида в пласте, определенный по концентрации протонов, отнесенный к общему объему воды в пласте и измеряемый в процентах. Значениям ИСФ, равным нулю и 100 %, соответствуют начальные амплитуды ССП, получаемые при замерах в отсутствие свободного флюида и при погружении зонда ЯМК в чистую воду.

Кроме U_0 , которое пропорционально содержанию водорода в породе, при ЯМК может определяться время продольной релаксации T_1 . Измерения T_1 ведутся при остановках зонда в пласте и производятся в сильном и слабом полях. *Слабым* называется поле, энергия взаимодействия которого с магнитным моментом электронной оболочки m_s много меньше энергии взаимодействия атомных электронов с магнитным моментом ядра. Для определения времени продольной релаксации $T_{1(c. п)}$ в сильном поле поляризации выполняется несколько циклов измерений при различном времени поляризации t_p . В каждом цикле за время $t_p(i)$ вектор ядерной намагниченности и соответственно сигнал свободной прецессии успевают достичь величин $M_{яд(i)}$, U_{oi} и U_i , зависящих от $t_p(i)$ и времени продольной релаксации T_1 в данной среде.

При определении времени продольной релаксации $T_{1(сл. п)}$ в слабом поле остаточного тока измерения выполняются при фиксированном времени поляризации t_p , но закономерно изменяющемся времени действия остаточного тока t_{oc} . В зависимости от t_{oc} изменяется степень снижения ядерной намагниченности, и пропорционально ей уменьшаются и ССП. По значениям времени продольной релаксации можно судить об энергетическом состоянии молекул, в которые входят ядра водорода, и характере взаимодействия жидкости с твердой фазой.

Определение индекса свободного флюида (ИСФ) пластов

Индекс свободного флюида пласта в принципе может определяться эталонированием аппаратуры ЯМК в моделях. Однако из-за различия условий измерений в скважине и эталоне в величины отношений начальных амплитуд в пласте и эталоне необходимо вносить соответствующие поправки:

$$\text{ИСФ} = \frac{U_0^n}{U_0^э} \cdot \frac{K_э}{K_n}$$

С помощью поправок K_n , $K_э$ в скважине и эталоне учитывают различия в геометрии и режиме измерений, скорость движения скважинного прибора, температуру, угол между H_n и H_0 и ряд других факторов. Таким образом, поправки состоят из многих сомножителей, каждый из которых может определяться довольно сложными соотношениями. При вычислении поправок учитывают данные ряда дополнительных исследований скважин, таких как измерения температуры, диаметра, искривления скважин. Учитывают также различия в уровнях шумов и др. Поэтому вычисления ИСФ ведут на ЭВМ по специально разработанным для этого программам.

Дифференциация разрезов скважин по ИСФ позволяет выделять коллекторы нефти и газа и определять такой важный параметр их, как эффективная пористость в сложных геологических условиях. По времени продольной релаксации T_1 , которое в нефтеносных и водоносных пластах может отличаться в несколько раз (см. табл. 2.5.1), с помощью ЯМК можно оценивать характер флюидов в пластах, определять остаточную нефтеносность, знание которой позволяет судить об извлекаемых запасах нефти. Таким образом, ЯМК является одним из наиболее эффективных методов исследования нефтяных скважин.

Особенность ЯМК состоит в том, что граничное значение ИСФ, соответствующее разделу коллекторов и неколлекторов, соответствует ИСФ, равному нулю. Это положение обосновано результатами лабораторных исследований образцов пород. Согласно данным, из образцов пород с ИСФ, близким к уровню помех (1-1,5 %), представляется возможным вытеснить флюид при том же градиенте давления, что и для образцов с высокими значениями ИСФ. Именно поэтому все пласты, которые выделяются на кривых ЯМК на фоне помех, относятся к коллекторам. Величина превышения ИСФ над уровнем помех характеризует при этом коллекторские свойства данного пласта, но не принадлежность его к коллекторам. Правильность отнесения к коллекторам пластов, характеризующихся низкими значениями ИСФ, подтверждается и результатами испытаний скважин, при которых из пластов с ИСФ в 2-3 % получали приток флюида.

Главная особенность ЯМК состоит в том, что по его данным в разрезе скважин выделяют только пласты-коллекторы. Кривые ЯМК характеризуют исследуемый разрез лишь по одному его свойству – содержанию в пластах флюида, способного перемещаться при реальных градиентах давления.

Из-за переходных процессов в рамке при быстром выключении поля время наблюдения сигнала должно быть отдалено от момента начала прецессии. Поэтому непосредственно измеряемыми величинами в ЯМР являются значения огибающей сигнала (U_1 , U_2 и U_3), соответствующие временам 35, 50 и 70 мс после начала пре-

цессии. По этим значениям счетно-решающее устройство вычисляет начальную амплитуду U_0 , которая регистрируется в функции глубины наряду с измеренными значениями U_1 , U_2 и U_3 . Эти кривые называются кривыми ЯМК (рис. 5.2.5). Масштаб указанных кривых устанавливают в значениях *индекса свободного флюида* (ИСФ). Под ИСФ понимают относительный объем свободного флюида в породе, приведенный по концентрации протонов к объему воды и измеренный в процентах. Значениям ИСФ, равным нулю и 100 %, соответствуют начальные амплитуды сигнала, получаемые при замерах при отсутствии свободного флюида и при погружении зонда ЯМК в неограниченный объем воды.

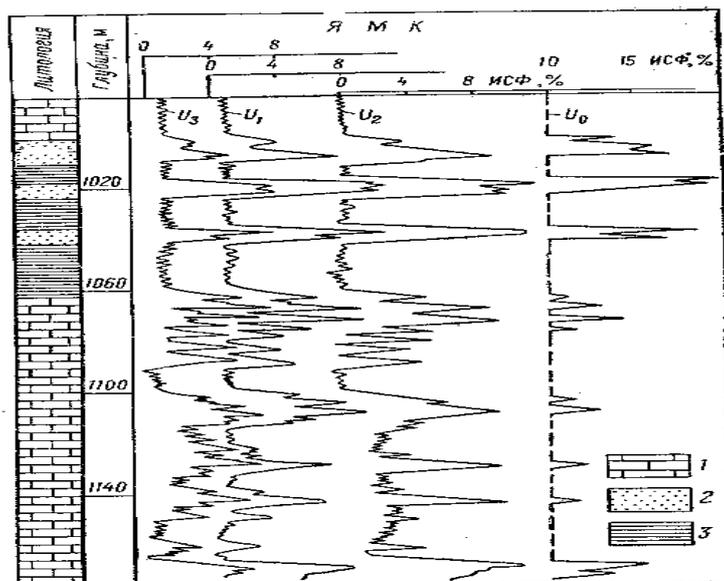


Рис. 5.2.5. Изображение результатов ЯМК:
1 – известняк; 2 – песчаник; 3 – глина [11]

Общая характеристика разрезов скважин по данным ЯМК [19]

Выделение коллекторов скважин и оценка их коллекторских свойств в настоящее время осуществляется комплексом промыслово-геофизических методов. Для сопоставления характеристик разреза, получаемых по данным ЯМК и других методов каротажа, использованы материалы, полученные фирмой Шлюмберже на фирменной аппаратуре CMR [19].

Благодаря разработкам Американской национальной лаборатории в Лос-Аламосе, штат Нью-Мексико, в конце 80-х годов на нефтяных месторождениях был внедрен новый класс приборов - эхо-импульсные ЯМК-зонды. Это придало новую динамику использованию метода ЯМК. В настоящее время полярирующие поля создаются мощными постоянными магнитами, встроенными в зонды.

В настоящее время в промышленности применяются каротажные зонды двух типов. Они отличаются способами создания полярирующего поля. Для получения достаточно сильного сигнала в приборах корпорации NUMAR используется комбинация стержневого магнита и продольных приемных катушек, создающая зону исследования длиной 60 см. Эта зона концентрична оси скважины и распространяется примерно на пять сантиметров за стенки скважины в породе.

В ЯМК-зондах компании Шлюмберже (СМР и СМР-200) используется направленная антенна, заключенная между двумя стержневыми магнитами с целью фокусировки замеров ЯМК в 15-сантиметровой зоне внутри породы, то есть в том же объеме породы, который исследуется и при других основных видах каротажа. Для повышения качества интерпретации и лучшей оценки свойств пласта дополнительно к ЯМК могут быть использованы следующие данные: плотность и фотоэлектрический фактор при литоплотностном каротаже и фотоэлектрическом плотностном каротаже, диэлектрические свойства, микросопротивление по микрокаротажу и пористость по НКК-НТ. Кроме того, высокое разрешение зонда СМР по вертикали позволяет выявлять изменения пористости в тонкопереслаивающихся разрезах.

К настоящему времени достигнуты успехи в использовании данных ЯМК для выявления и дифференциации всех пластовых флюидов, таких как свободная вода и связанная вода, а также газ и нефть. Сегодня информацию о достижениях в ЯМК можно найти в Интернете.

Интерес к достижениям ЯМК связан с тем, что аппаратура ЯМК в значительной степени усовершенствована. Качество промысловых исследований приближается к такому, которое обеспечивают лабораторные приборы. Эти исследования позволяют петрофизикам, специалистам по разработке месторождений и геологам узнать то, что им нужно: типы флюидов и их объем в пласте, вскрытом скважиной. ЯМК позволяет достаточно просто выделить интервалы, в которых присутствуют углеводороды, и прогнозировать их извлекаемость. И наконец, несмотря на всю сложность процессов, на которых основан ЯМК, принципы измерений относительно просты для понимания.

Пористость песчаных коллекторов

Песчаники формируются путем осаждения четко ограниченных частиц, поэтому между отдельными зернами сохраняются большие пустоты. Углеводороды могут находиться только в пористых породах. Такие породы могут быть сформированы процессами выветривания и эрозии больших массивов плотных пород и осаждения продуктов эрозии при помощи ветра и воды. При переносе обломков от источника происходит их естественное распределение по размеру зерен (рис. 5.2.6). Геологов интересует, как влияют на начальную пористость, определяемую характером упаковки зерен, постседиментационные процессы.

Переносу на наибольшие расстояния подвержены самые мелкие обломки, составляющие мелкозернистые пески и ил. Другие минералы, как, например, слюда, быстро разрушаются эрозией и также переносятся на большие расстояния. Составляющие слюду алюмосиликатные чешуйки служат основой для глинистых минералов, образующихся в процессе выветривания, переноса и отложения. Глины могут формироваться также во флюидосодержащих осадках в результате диагенеза - химического, например осаждения вследствие изменения параметров раствора, биологического, например в результате жизнедеятельности животных, или физического, в процессе обезвоживания глин под действием сил сжатия. В конечном счете, пористость пласта определяется объемом пространства между зернами.

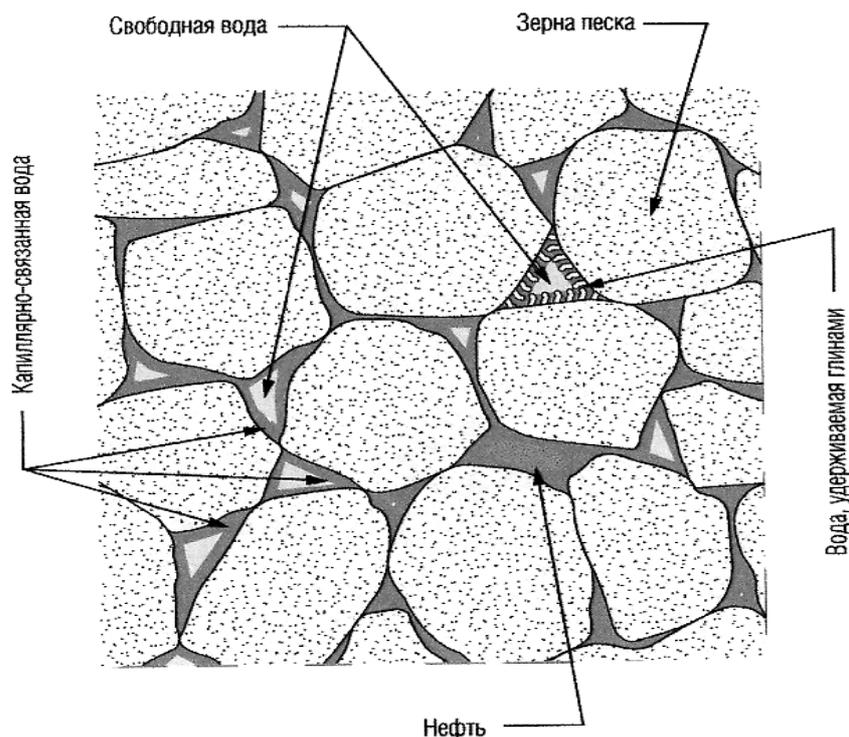


Рис. 5.2.6. Межзерновая пористость [19]

Однако пористость бывает различной. Особенностью исследований методом ядерно-магнитного каротажа (ЯМК) является то, что они позволяют не только замерить объем пустотного пространства, предполагая, что оно заполнено водородсодержащей жидкостью, но и сделать некоторые выводы о размерах пор по результатам измерения скорости релаксации. Таким образом, появляется возможность разделить содержимое пор на такие составляющие, как подвижные флюиды в крупных порах и связанные флюиды - в мелких.

В пластах песчаника пространство, окружающее поры, может быть занято различными минеральными зернами. В простом случае хорошо отсортированного гидрофильного песчаника вода, которая смачивает поверхность песчаных зерен, крепко связана силой поверхностного натяжения. В таких пластах пространство между зернами песка часто бывает заполнено глинистыми частицами. Вода связывается также с поверхностью глинистых частиц, а поскольку глины характеризуются высоким отношением поверхности к объему, то относительные объемы удерживаемой глинами воды велики. Такая вода всегда остается в породе и называется связанной. В случае чистых неглинистых песков ее называют также капиллярно удерживаемой или капиллярной водой. На всей открытой поверхности минерального скелета имеется адсорбированная вода, что дает возможность увязать размер зерен с объемом связанной воды.

Влияние выветривания и переноса частиц изменяет размер отложенных частиц (см. рис. 2.6.10). Разрушение горных массивов приводит к формированию кластических осадочных пород. На наибольшие расстояния ветром и водой перемещаются самые мелкие обломки. Многие материалы, которые устойчивы по отношению к воде и химическим изменениям, превращаются в частицы пес-

ка и глины, постепенно формирующие осадочные породы. Другие минералы исходных вулканических пород со сложной межзерновой структурой, такие как слюда и другие силикаты, превращаются в тонкодисперсные глины под воздействием выветривания и гидротермических процессов.

На рис. 5.2.6 изображена межзерновая пористость. Поры между смоченными водой зернами песчаника заполнены флюидами и тонкими слоями глины. Остаточная вода (темно-синий цвет) удерживается на поверхности зерен силой поверхностного натяжения и не может быть извлечена. Удерживаемая глинами вода также не может быть извлечена. Более крупные поры могут содержать свободную воду (голубой цвет). В некоторых случаях в них может содержаться и нефть (зеленый цвет), изолированная от зерен песка капиллярной водой. Частицы глины и ассоциированные с ними слои удерживаемой глиной воды заметно уменьшают диаметр поровых каналов. Таким образом, уменьшается способность породы пропускать сквозь себя поток жидкости, т. е. проницаемость.

На рис. 5.2.7 изображена амплитуда эхо-сигналов при ЯМК. Амплитуда эхо-сигналов прямо пропорциональна пористости, а время релаксации T_2 связано с размерами пор и типом порового флюида. Короткие времена T_2 обычно характеризуют мелкие поры низкой проницаемости с большими отношениями поверхности к объему, тогда как длительные времена T_2 указывают на крупные поры высокой проницаемости. На рисунке показаны данные замеров на двух образцах с примерно равной амплитудой эхо-сигнала, что указывает на одинаковую пористость, но с различными временами релаксации, что позволяет уверенно выделить образец с более высокой проницаемостью.

Исследования методом ЯМК позволяют выявить два следующих важных момента. Амплитуды эхо-сигналов зависят от объема каждого флюида. Время релаксации T_2 для каждой компоненты характеризует скорость релаксации, в которой главную роль играет релаксация, вызванная поверхностью зерен породы, или поверхностная релаксация. Значение T_2 зависит, главным образом, от отношения поверхности к объему порового пространства. В силу различного характера заполнения порового пространства (капиллярная или связанная глиной вода не может быть извлечена из породы, тогда как свободная вода может) зоны с одинаковым значением пористости, но резко отличающиеся по продуктивности, можно различить на основании распределения времен T_2 (см. рис. 5.2.7).

Ядра водорода в тонких прослоях воды в глине имеют высокие значения скорости релаксации, так как протоны воды находятся близко к поверхности зерен и часто сталкиваются с ней. Таким образом, вода в малых порах имеет большую скорость релаксации и, следовательно, короткое время T_2 . С другой стороны, в крупных порах с небольшой величиной отношения поверхности к объему диффузия свободного водорода через поры требует большего времени. Таким образом, уменьшается количество столкновений с поверхностью и снижается скорость релаксации, что приводит к увеличению компонент T_2 на диаграмме ЯМК. Свободная вода, находящаяся в крупных порах, непрочно связана с поверхностью зерен силами поверхностного натяжения. Более длительные времена T_2 отражают объем свободных флюидов в пласте.

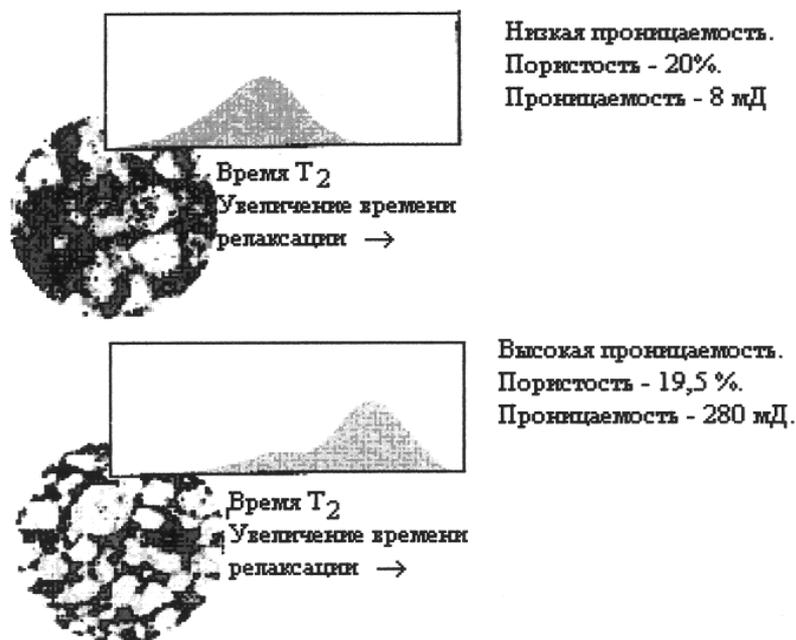


Рис. 5.2.7. Амплитуда эхо-сигналов при ЯМК:
верхний образец - пористость 20 %, проницаемость 8 мД;
нижний образец – пористость 19,5 %, проницаемость 280 мД [19]

Другим примером флюидов с большими временами T_2 , отмечаемыми при исследованиях ЯМР, является нефть, сильно удерживаемая внутри гидрофильной поры. В этом случае молекулы нефти не могут проникнуть сквозь поверхность раздела нефть-вода к поверхности зерен. В результате этого ядра водорода в нефти релаксируют с такой же скоростью, как в свободном объеме. Скорость обычно невелика и зависит от вязкости нефти. Это дает возможность легко различать сигналы нефти и воды на распределении T_2 .

Распределения T_2 , по данным ЯМК, позволяют определять тип пластового флюида (рис. 5.2.8). Поскольку флюиды, заключенные в малых порах, близкие к поверхности зерен породы, характеризуются коротким временем релаксации T_2 , а свободные флюиды в крупных порах – длительным временем T_2 , анализ распределения времен T_2 дает возможность дифференцировать флюиды, содержащиеся в породе. Сложение записанных амплитуд эхо-сигналов для разных флюидов позволяет определить значение общей пористости по ЯМК, которое в водонасыщенных песчаниках обычно соответствует значениям пористости по ГГК-П. В газонасыщенных интервалах величина пористости по ЯМК, так же как и по ННК, зависит от общего содержания водорода и, следовательно, невысока. Таким образом, наблюдается расхождение кривых литоплотностного каротажа и ЯМК, являющееся признаком газоносного интервала.

Распределения времен T_2 при ЯМК (см. рис. 5.2.8) дают ясное представление о природе флюидов. В водонасыщенных пластах песчаника распределение времен T_2 отражает распределение пор пласта по размеру. Более короткие компоненты T_2 относятся к воде, находящейся вблизи поверхности зерен.

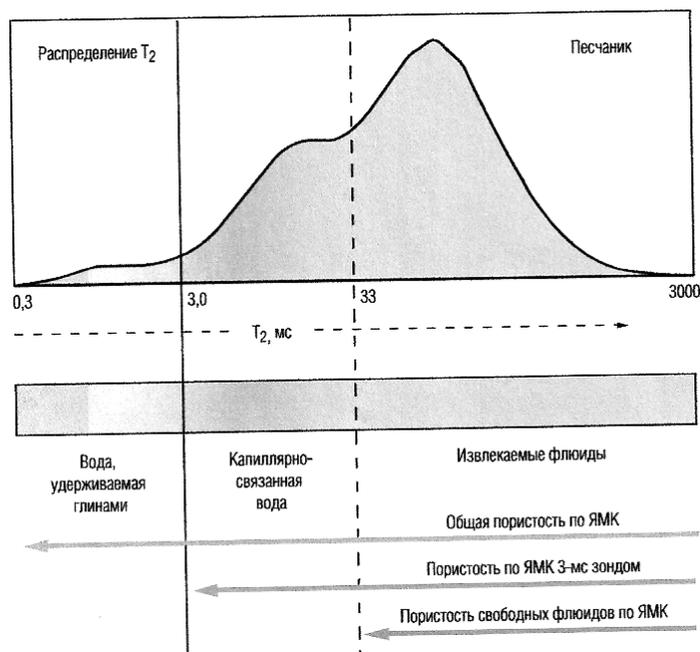


Рис. 5.2.8. Распределения времен T_2 при ЯМК [19]

Метод ЯМК позволяет различать капиллярные или удерживаемые глинами флюиды с их короткими компонентами T_2 от свободных изолированных флюидов с более длительными компонентами T_2 , тогда как нейтронный каротаж дает общее содержание водорода в породе и не позволяет различать флюиды разной подвижности.

Ядерно-магнитный каротаж (ЯМК) в скважине

Скважинные исследования могут дать разнообразную информацию о пористости пластов. Во-первых, они дают возможность оценить, какое количество флюидов содержится в пласте. Во-вторых, они дают подробное представление о размере и структуре пор, что невозможно при обычных видах каротажа пористости. Это позволяет лучше изучить подвижность флюида и ответить на вопрос: является ли он связанным породой или может свободно перемещаться. Наконец, в ряде случаев с помощью ЯМК можно определить, какого типа этот флюид – нефть, газ или вода.

Первые приборы эхо-импульсного ЯМК, появившиеся в начале 90-х годов, не были способны регистрировать быстрые компоненты распределения времен релаксации. Наиболее короткие времена T_2 ограничивались диапазоном 3-5 мс, что позволяло выявлять капиллярную воду и свободные флюиды, с которыми связана эффективная пористость. Однако вода, удерживаемая глинами, связана намного сильнее, и она характеризуется гораздо более высокой скоростью релаксации, чем замеренная с помощью этих зондов. Усовершенствования зондов, сделанные в последние годы, позволяют измерять в десять раз более высокие скорости релаксации. Сейчас поддаются измерениям времена T_2 в диапазоне 0,1-0,5 мс. К числу таких усовершенствований относятся развитие электронных схем, более эффективный сбор информации и новые методики обработки, которые используют преимущества быстрого получения информации.

Компания Шлюмберже усовершенствовала как сам прибор, так и программы обработки сигнала [19]. Отношение сигнал – шум на эхо-импульс в новом приемнике сигналов было увеличено на 50 %. Скорость регистрации эхо-импульсов была увеличена на 40 %, при этом интервал приема уменьшился с 0,32 до 0,2 мс. Таким образом была улучшена способность прибора SMR регистрировать короткие времена релаксации. Кроме того, оптимизированные программы обработки сигнала обеспечивают максимальную способность регистрировать короткие времена релаксации T_2 . В итоге новый эхо-импульсный ЯМК-зонд, названный SMR-200, способен регистрировать времена T_2 не менее 0,3 мс в режиме непрерывной записи и 0,1 мс в стационарном режиме.

На рис. 5.2.9 изображены результаты увеличения частоты эхо-импульсов в разведочных скважинах Канады, вскрывших меловые отложения. Исследования проводили с тремя различными значениями интервала между эхо-импульсами - 0,32 мс, 0,28 мс и 0,20 мс. С уменьшением интервала между эхо-импульсами значения общей пористости (средняя колонка) SMR увеличиваются в сланцах, имеющих мелкие поры. Это обусловлено тем, что с увеличением частоты эхо-импульсов возрастает способность зонда регистрировать значения T_2 меньше 3 мс (правая колонка). Это подтверждается отклонением в сторону больших значений кривой BFV, полученной зондом SMR-200 (левая колонка).

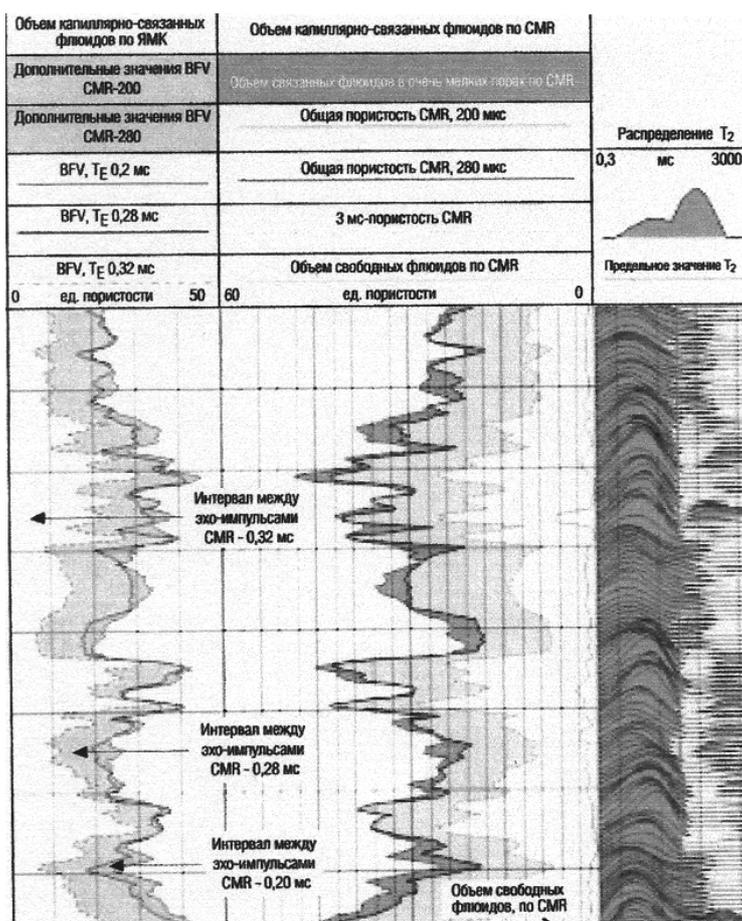


Рис. 5.2.9. Увеличение частоты эхо-импульсов улучшает способность ЯМК регистрировать короткие времена T_2 , относящиеся к мелким порам [19]

На рис. 5.2.10 приведены кривые общей пористости по данным усовершенствованного прибора CMR-200. Кривые пористости показаны в средней колонке полевой каротажной диаграммы. Значения пористости по данным как нейтронного так и плотностного каротажа были получены в предположении, что матрица представлена песчаником. Значения CMR позволяют правильно выделить пористость плотносцементированных сланцев, которая характеризуется короткими компонентами распределений T_2 (правая колонка). НК дает завышенные значения пористости в интервале глинистого сланцев (зона А) из-за присутствия в нем сильных поглотителей нейтронов. Данные гамма-каротажа и BFV (вся пористость с T_2 менее 2 мс) показывают, что исследования зондом CMR являются альтернативным методом выделения интервалов глинистых сланцев.

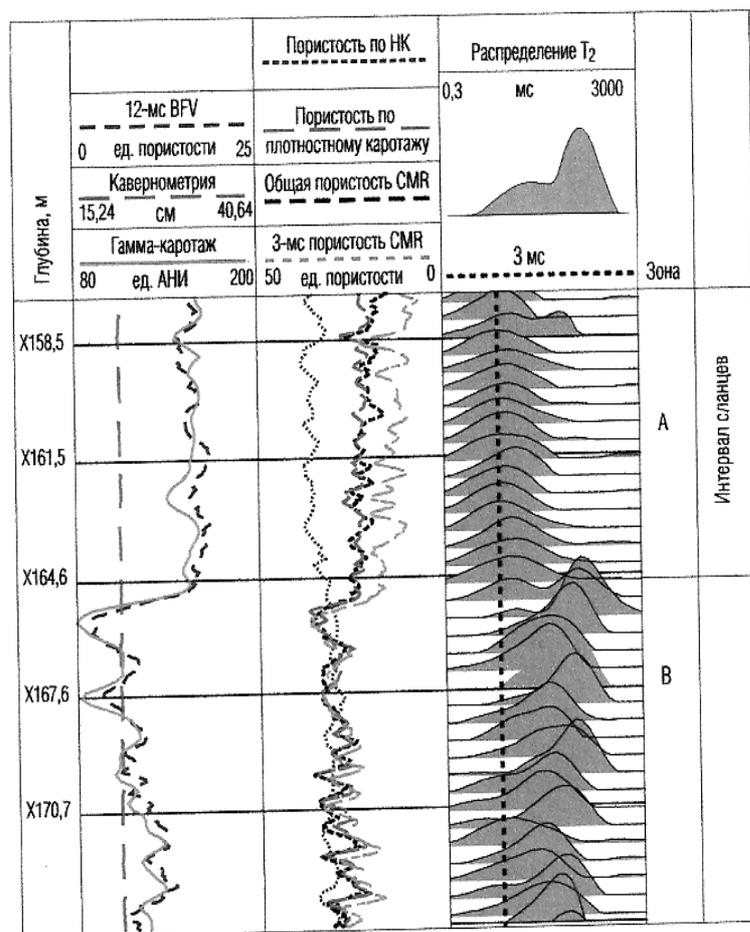


Рис. 5.2.10. Кривая общей пористости по данным усовершенствованного прибора CMR-200 (Южная Америка) [19]

Общая пористость

Теперь измерения методом ЯМК позволяют выдавать больше информации о флюидах в пласте, включая микропористость, относящуюся к илам и глинам, и межзерновую пористость, имеющуюся в некоторых карбонатах (T_2 менее 3 мс). Таким образом, действия, выполняемые зондами ЯМК при изучении пластов сложного строения, приближаются к решению задачи измерения полной пористости, не зависящей от литологии.

Значение общей пористости, определяемое методом ЯМК по временам поперечной релаксации T_2 , зависит от содержания водорода в пласте. Таким образом, в газонасыщенных зонах пористость по ЯМК получается заниженной, поскольку содержание водорода в газе ниже, чем в воде или нефти, и к тому же для газа характерна неполная поляризация. Разность значений общей пористости по ЯМК и плотностному каротажу является признаком присутствия газа.

Простой пример из Южной Америки показывает повышенную чувствительность к сланцам благодаря улучшенной способности замерять короткие времена релаксации (рис. 5.2.10). Пористость по плотностному каротажу рассчитали, принимая плотность матрицы песчаника равной $2,65 \text{ г/см}^3$, и пористость по ННК-Т - исходя из предположения, что матрица сложена песчаником. Для расчета общей пористости по данным CMR-200 использовали распределения T_2 .

Все кривые пористости, показанные в колонке 2, совпадают в зоне В, что указывает на наличие в ней довольно чистого водонасыщенного песчаника. Эта зона, свободная от сланцев, вносит относительно небольшой вклад в распределение времен релаксации в области ниже 3-мс предела чувствительности эхоимпульсных зондов CMR ранних моделей. Однако в глинистых сланцах, (зона А) картина меняется. Основная часть распределения времен T_2 , характеризующих пористость, смещается в сторону более коротких значений. В зоне сланцев кривая общей пористости в колонке 2, записанная новым зондом CMR-200, отражает короткие времена релаксации и хорошо согласуется с пористостью по данным плотностного каротажа.

Выявление газа в глинистых песчаниках

На рис. 5.2.11 показаны результаты выявления газоносных интервалов с использованием общей пористости по данным CMR и пористости по плотностному каротажу. Разрез представлен газонасыщенным глинистым песчаником, перекрытым прослоями глинистого сланца. Большая доля значений менее 3 мс в распределении T_2 дает основания считать, что сланцы содержат глинистые минералы с высоким содержанием связанной воды. ННК-Т в интервале глинистых сланцев показывает завышенное значение пористости в связи с высоким сечением захвата тепловых нейтронов, характерного для сланцев. Возможно, это обусловлено присутствием в сланцах некоторого количества сильных поглотителей, связанных с глинами, таких как бор или гадолиний. Разность между общей пористостью и пористостью по плотностному каротажу в интервале глинистых песчаников (средняя колонка) позволяет идентифицировать газонасыщенную зону. Традиционное расхождение кривых нейтронного и плотностного каротажей подавляется присутствием глин, ослабляющим признаки присутствия газа на диаграмме ННК-Т. Короткие (меньше 3 мс) времена релаксации, обусловленные присутствием воды, связанной глинами в сланцах, вносят большой вклад в распределение T_2 . Пористость с учетом присутствия газа (черная штриховая линия) всегда меньше пористости по плотностному каротажу и больше общей пористости по CMR.

На рис. 5.2.11 (зона В), значения пористости CMR снижаются и оказываются меньше значений пористости по плотностному каротажу. Расхождения в данных пористости ЯМК и плотностного каротажа являются признаком присутствия газа. Амплитуды сигналов ЯМК уменьшаются в газоносном интервале из-за пониженного содержания водорода в газе и более длительного времени поляризации газа.

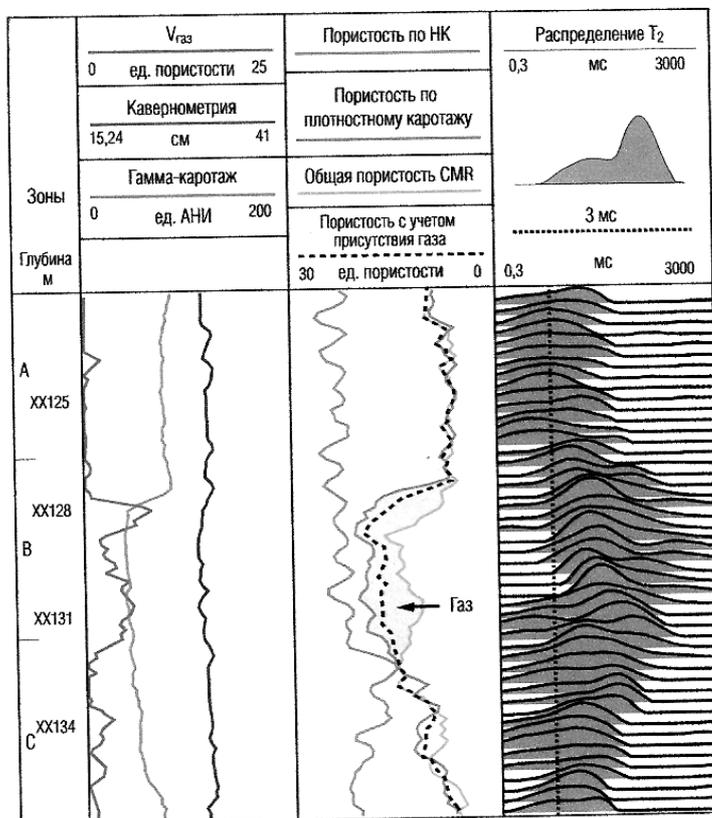


Рис. 5.2.11. Выявление газоносных интервалов в глинистых песчаниках Южного Техаса [19]

Определение проницаемости по общей пористости

Интерпретация пористости и анализ проницаемости слюдистых песчаников в Северном море по данным плотностного каротажа особенно сложны ввиду того, что плотность скелета породы точно не известна. В этих условиях общая пористость CMR соответствует пористости по керну намного лучше, чем пористость по данным традиционных методов каротажа (рис. 5.2.12). Кроме того, большое значение имеет возможность определения проницаемости по данным CMR. Другие методы получения этой крайне важной информации о коллекторе, такие как отбор керна и испытания скважин, связаны с большими затратами или с большой неопределенностью.

Как показывает опыт, в описанных выше условиях расчет пористости и проницаемости, по данным CMR, непосредственно на скважине с принимаемыми по умолчанию значениями параметров хорошо согласуется с данными по керну по меньшей мере в 75 % скважин. В большинстве этих скважин применение зонда

CMR частично заменяет отбор керна. Особенно часто его используют в морском бурении и в отдаленных районах

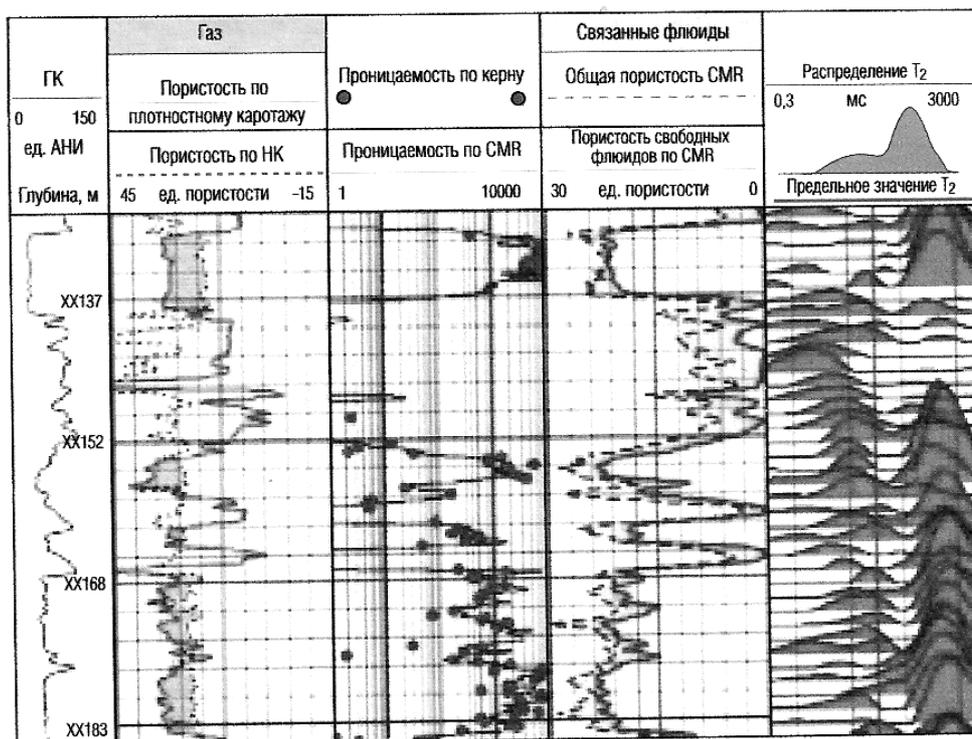


Рис. 5.2.12. Определение проницаемости по значениям общей пористости CMR в слюдистых песчаниках в Северном море [19]

В любом случае, когда в гидрофобной породе используют глинистый раствор на нефтяной основе, легко различить связанную и свободную воду. Связанная вода имеет короткое время T_2 , а раствор на нефтяной основе, проникающий в поровое пространство, занятое свободной водой, имеет продолжительное время T_2 . Граничное значение T_2 очевидно, и различить связанные и свободные флюиды не представляет труда.

6. РАДИОМЕТРИЯ СКВАЖИН

Ядерно-физические методы ГИС связаны с измерением естественной и искусственной радиоактивности горных пород. К радиометрии скважин отнесем методы, связанные с измерением естественной радиоактивности горных пород. В 1932 году Дж. Чэдвик открыл нейтрон (Нобелевская премия, 1935). Открытие нейтрона привело к появлению ядерной геофизики и исследованию искусственной радиоактивности горных пород. Поэтому все, что связано с нейтронами и искусственной радиоактивностью горных пород, отнесем к ядерно-физическим методам ГИС.

6.1. Теоретические предпосылки радиометрии скважин

Естественной радиоактивностью называют самопроизвольный распад или, точнее, превращение ядер атомов некоторых элементов, сопровождающееся изменением строения, состава и энергии этих ядер.

Элементы теории переноса гамма-излучения

Для описания переноса гамма-излучения в веществе используют функцию $\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$, которую называют дифференциальной функцией распределения плотности потока гамма-квантов по направлениям и энергиям или дифференциальным потоком гамма-излучения [6.1.1].

Дифференциальный поток гамма-излучения характеризует поле гамма-излучения в каждой точке пространства и является функцией шести параметров: трех пространственных координат $r(x, y, z)$, двух координат направления движения $\vec{\omega}(\vartheta, \varphi)$ и энергии E . Произведение $\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{r} d\vec{\omega} dE$ равно числу квантов с энергией в интервале $(E, E + dE)$, двигающихся в направлении $\vec{\omega}$ в элементе телесного угла $d\vec{\omega}$ и пересекающих в единицу времени единичную площадку, расположенную в точке \vec{r} с нормалью $\vec{\omega}$.

Для характеристики гамма-излучения часто пользуются понятием дифференциального потока энергии $J(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$, который связан с дифференциальным потоком гамма-квантов соотношением $J(\vec{r}, \vec{\omega}, E) = E\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$ и характеризует количество энергии, переносимое гамма-квантами в единицу времени через единичную площадку. Для изотропных детекторов, не обладающих способностью различать гамма-кванты по направлению переноса, используют понятие дифференциальной по энергиям плотности потока гамма-излучения, которая называется спектральной плотностью потока или спектром гамма-излучения. Спектральная плотность потока определяется соотношением

$$\Phi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{\omega}. \quad (6.1.1)$$

Произведение $\Phi(\vec{r}, E) dE$ равно числу гамма-квантов с энергией в интервале $(E, E + \Delta E)$, пересекающих в единицу времени сферу единичного сечения, располагающуюся в точке \vec{r} .

Аналогично вводится понятие спектральной плотности потока энергии или энергетического спектра:

$$J(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} J(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{\omega}. \quad (6.1.2)$$

Произведение $J(\vec{r}, E)dE$ равно количеству энергии, переносимой в единицу времени гамма-квантами с энергией в интервале $(E, E + dE)$, через поверхность сферы единичного сечения, помещенной в точку \vec{r} .

На практике часто используют детекторы, не различающие гамма-кванты по энергии. Для таких детекторов вводят понятие потока гамма-квантов $\Phi(\vec{r})$ и потока энергии $J(\vec{r})$, которые определяются соотношениями:

$$\Phi(\vec{r}) = \int_{(E)} \Phi(\vec{r}, E) dE; \quad J(\vec{r}) = \int_{(E)} J(\vec{r}, E) dE. \quad (6.1.3)$$

Поток квантов и поток энергии характеризуют соответственно число гамма-квантов, пересекающих в единицу времени сферу единичного сечения, помещенную в точку \vec{r} , и количество энергии, переносимое этими квантами. Поток гамма-излучения выражают в $(\text{см}^2\text{с})^{-1}$, а поток энергии – в Вт/см^2 .

Кроме дифференциальных потоков в теории переноса гамма-излучения используются понятия дифференциальных токов гамма-квантов. Дифференциальным током квантов в направлении $\vec{\omega}$ называется произведение

$$\vec{J}_N(\vec{r}, \vec{\omega}, E) = \vec{\omega} \Phi_N(\vec{r}, \vec{\omega}, E). \quad (6.1.4)$$

Для изотропных детекторов вводится понятие спектрального тока квантов с энергией E в точке \vec{r} :

$$\vec{J}_N(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \vec{\omega} \Phi_N(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{\omega}. \quad (6.1.5)$$

Направление вектора $\vec{J}_N(\vec{r}, E)$ совпадает со средним направлением движения фотонов с энергией E , а его величина равна числу гамма-квантов с энергией E в единичном интервале энергий $(E, E + dE)$, которые пересекают в единицу времени единичную площадку, нормаль к которой совпадает со средним направлением движения квантов в данной точке \vec{r} .

Аналогично спектральному потоку гамма-квантов вводится понятие спектрального тока квантов:

$$\vec{J}_E(\vec{r}, E) = E \vec{J}_N(\vec{r}, E), \quad (6.1.6)$$

и тока энергии гамма-излучения:

$$J(\vec{r}) = \int_E \vec{J}_E(\vec{r}, E) dE. \quad (6.1.7)$$

Ток энергии называется *интенсивностью гамма-излучения*. Под интенсивностью гамма-излучения понимают количество энергии, проходящей в единицу времени через сферу единичного поперечного сечения, помещенную в точку \vec{r} .

Для описания ионизирующего действия гамма-лучей в воздухе используют понятие экспозиционной дозы гамма-излучения, равной количеству энергии гамма-квантов, поглощенной в единице объема сухого воздуха при нормальном давлении и нормальной температуре. Доза, создаваемая в единицу времени, называется мощностью дозы.

Связь между мощностью экспозиционной дозы P , создаваемой в единице объема в воздухе и интенсивностью узкого пучка гамма-квантов J , падающего на площадку единичного сечения, может быть представлена в виде выражения [6.1.2]:

$$P = J - J e^{-\mu_b}, \quad (6.1.8)$$

где μ_b – линейный коэффициент поглощения гамма-излучения в воздухе; $J e^{-\mu_b}$ – интенсивность гамма-излучения, покидающего единичный объем.

Учитывая, что поглощение гамма-излучения на единице пути невелико $\mu_b = 3,46 \cdot 10^{-5} \text{ см}^{-1} \ll 1$, выражение для мощности экспозиционной дозы можно приближенно переписать в виде

$$P = J - J(1 - \mu_b) = J\mu_b.$$

Таким образом, мощность экспозиционной дозы, численно равная количеству энергии гамма-излучения, поглощенной в единичном объеме воздуха в единицу времени, пропорциональна интенсивности гамма-излучения. Имея в виду прямую пропорциональную зависимость между интенсивностью и мощностью экспозиционной дозы гамма-излучения, принято интенсивность выражать в единицах мощности экспозиционной дозы гамма-излучения – ампер на килограмм (А/кг).

На практике при измерении потока гамма-излучения регистрируют частоту следования импульсов, которая отличается как от числа зарегистрированных квантов (потока гамма-излучения), так и от количества энергии, переносимой гамма-квантами (интенсивности гамма-излучения). Частота регистрации импульсов зависит от типа детектора гамма-квантов и определяется эффектом взаимодействия гамма-излучения с веществом детектора.

Основной характеристикой детектора является эффективность регистрации гамма-излучения, под которой понимают отношение частоты импульсов к числу моноэнергетических квантов, падающих на детектор. Пусть $\epsilon(E, E')$ – отношение числа зарегистрированных импульсов с энергией в интервале $(E', E' + \Delta E)$ к числу гамма-квантов с энергией E , падающих на детектор. Тогда частота импульсов, согласно [6.1.2]:

$$J_\epsilon(\vec{r}, E') = \int_{E'}^{E'+\Delta E'} \Phi(\vec{r}, E) \epsilon(E, E') dE.$$

Если $\Delta E'$ мало, то это выражение определяет дифференциальный аппаратный спектр, при $\Delta E' \rightarrow \infty$ это выражение определяет интегральный спектр.

Если эффективность регистрации постоянна для гамма-квантов любых энергий, то частота импульсов пропорциональна потоку гамма-излучения. Если эффективность регистрации с ростом энергии гамма-излучения линейно возрастает, то частота импульсов пропорциональна потоку энергии, т. е. интенсивности гамма-излучения.

При прохождении гамма-квантов через вещество их энергия передается электронам, поэтому энергию гамма-излучения удобно выражать в долях энергии

покоя электрона (комптоновских единицах) $\alpha = \frac{E}{E_0}$, где $E_0 = m_0c^2 = 0,511$ МэВ;

m_0 – масса покоя электрона; c – скорость распространения гамма-излучения, равная скорости света.

Основными характеристиками переноса гамма-квантов являются эффективные сечения взаимодействия гамма-излучения с веществом. Для естественного гамма-излучения основную роль играют фотоэффект, комптоновское рассеяние и эффект образования пар. Полное эффективное сечение взаимодействия гамма-квантов с горными породами σ представляет собой сумму эффективных сечений фотоэффекта $\sigma_{\text{ф}}$, комптоновского рассеяния $\sigma_{\text{к}}$ и эффекта образования пар $\sigma_{\text{п}}$, т. е. $\sigma = \sigma_{\text{ф}} + \sigma_{\text{к}} + \sigma_{\text{п}}$. Эффективное сечение взаимодействия гамма-излучения с веществом определяется площадью поперечного сечения ядра атома или частицы, с которой взаимодействует гамма-квант. Поэтому размерность эффективных сечений принято выражать в единицах площади. Обычно эффективное сечение выражают в барнах ($1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2$).

Произведение эффективного сечения отдельного процесса взаимодействия на число электронов (атомов) в 1 см^3 вещества называют линейным коэффициентом взаимодействия или макроскопическим сечением взаимодействия. Полное макроскопическое сечение взаимодействия гамма-кванта с электроном μ представляет собой сумму макроскопических сечений фотоэффекта τ , комптоновского взаимодействия σ и образования пар χ , т. е. $\mu = \tau + \sigma + \chi$.

Макроскопическое сечение комптоновского взаимодействия формально делится на сечение комптоновского рассеяния σ_s и сечение комптоновского поглощения σ_a , причем $\sigma = \sigma_s + \sigma_a$. Комптоновское сечение рассеяния характеризует выбывание кванта из узкого пучка в результате изменения направления его движения, а комптоновское сечение поглощения определяет вероятность выбывания кванта из пучка в результате потери энергии, которая после взаимодействия уносится электроном. Указанное обстоятельство приводит к тому, что полное макроскопическое сечение взаимодействия также делится на сечение поглощения μ_a и сечение рассеяния μ_s , причем полный коэффициент ослабления $\mu = \mu_a + \mu_s$, где $\mu_a = \tau + \sigma_a + \chi$, а $\mu_s = \sigma_s$.

Макроскопические сечения взаимодействия гамма-квантов с веществом характеризуют вероятность соответствующих процессов на 1 см пути и имеют размерность обратной длины (см^{-1}). Коэффициент ослабления гамма-излучения прямо пропорционален плотности среды ρ . Поэтому часто используют понятие массового коэффициента ослабления μ/ρ , который не зависит от плотности и имеет размерность $\text{см}^2/\text{г}$.

Интегро-дифференциальное уравнение переноса гамма-излучения

Распространение гамма-излучения в веществе можно описать интегро-дифференциальным уравнением, которое часто называют кинетическим или транспортным уравнением переноса излучения. Уравнение переноса представляет собой уравнение баланса гамма-квантов в элементе объема $d\tau = d\vec{r}d\vec{\omega}dE$

шестимерного фазового пространства $(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$, которое характеризуется тремя пространственными координатами $\vec{r}(x, y, z)$, двумя координатами направления движения кванта $\vec{\omega}(\vartheta, \varphi)$ и координатной энергии E .

В стационарном случае уравнение переноса имеет вид [6.1.3]:

$$\operatorname{div} \vec{\omega} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E) + \mu(E) \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E) = \int_{4\pi} d\vec{\omega}' \int_E^{E_0} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}', E') \sigma_s(\vec{\omega}' \rightarrow \vec{\omega}, E' \rightarrow E) dE' + A(\vec{r}, \vec{\omega}, E), \quad (6.1.9)$$

где $\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$ – дифференциальная функция распределения плотности потока гамма-квантов по направлениям и энергиям; $\mu(E)$ – полное макроскопическое сечение взаимодействия гамма-квантов с веществом; $\sigma_s(\vec{\omega}' \rightarrow \vec{\omega}, E' \rightarrow E)$ – дифференциальное (по углам и энергиям) макроскопическое сечение перехода гамма-квантов из состояния $(\vec{\omega}', E')$ в состояние $(\vec{\omega}, E)$, характеризующее вероятность комптоновского взаимодействия с изменением направления $\vec{\omega}'$ на $\vec{\omega}$ и энергии E' на E ; $A(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$ – дифференциальная функция распределения источников гамма-излучения, определяемая числом квантов, испускаемых источниками в единицу времени в единице объема около точки, определяемой радиус-вектором \vec{r} , в единичном интервале энергии около энергии E и в единице телесного угла около направления $\vec{\omega}$.

Слагаемые в левой части уравнения (6.1.9) характеризуют утечку квантов из элемента объема шестимерного фазового пространства в результате соответственно свободного движения и взаимодействия с веществом. Первое слагаемое правой части выражает приток квантов в элемент объема $d\vec{r}d\vec{\omega}dE$ из элемента $d\vec{r}d\vec{\omega}'dE'$ в результате комптоновского процесса с изменением направления $\vec{\omega}'$ на $\vec{\omega}$ и энергии E' на E . Второе слагаемое правой части характеризует приток квантов с энергией E и направлением движения $\vec{\omega}$ за счет источников излучения, находящихся в элементе обычного объема $d\vec{r}$.

Для изотропных детекторов, не обладающих способностью различать кванты, двигающиеся в различных направлениях, угловое распределение потока гамма-излучения не представляет интереса. Поэтому уравнение переноса (6.1.9) можно проинтегрировать по $\vec{\omega}$. Если рассеяние в лабораторной системе координат изотропно, то

$$\sigma_s(\vec{\omega}' \rightarrow \vec{\omega}, E' \rightarrow E) = \frac{1}{4\pi} \sigma_s(E' \rightarrow E). \quad (6.1.10)$$

Заметим, что сферическая симметрия рассеяния гамма-квантов по углам достигается уже после нескольких актов комптоновского взаимодействия.

Выполнив в первом слагаемом правой части уравнения (6.1.9) интегрирование по $\vec{\omega}$ с учетом соотношения (6.1.10), получим:

$$\int_{4\pi} d\vec{\omega}' \int_E^{E_0} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}', E') \sigma_s(\vec{\omega}' \rightarrow \vec{\omega}, E' \rightarrow E) dE' = \int_E^{E_0} \Phi(\vec{r}, E') \sigma_s(E' \rightarrow E) dE'. \quad (6.1.11)$$

После интегрирования выражения (6.1.9) по $\bar{\omega}$ уравнение переноса принимает более простой вид:

$$\operatorname{div} J(\bar{r}, E) + \mu(E) \Phi(\bar{r}, E) = \int_E^{E_0} \Phi(\bar{r}, E') \sigma_s(E' \rightarrow E) dE' + A(\bar{r}, E), \quad (6.1.12)$$

где $J(\bar{r}, E) = \int_{4\pi} \bar{\omega} \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}, E) d\bar{\omega}$ – вектор спектральной плотности тока гамма-квантов с энергией E в точке \bar{r} ; $\Phi(\bar{r}, E) = \int_{4\pi} \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}, E) d\bar{\omega}$ – спектральная плотность потока гамма-излучения с энергией E в точке \bar{r} ; $A(\bar{r}, E) = \int_{4\pi} A(\bar{r}, \bar{\omega}, E) d\bar{\omega}$ – функция распределения источников гамма-излучения с энергией E в точке \bar{r} .

Интегро-дифференциальное уравнение в виде (6.1.12) является исходным для анализа пространственно-энергетических закономерностей переноса гамма-излучения применительно к спектрометрической модификации гамма-измерений. В ряде случаев, например, при использовании радиометров интегрального типа, измерения выполняются в интегральном режиме без учета энергии гамма-квантов. Для детекторов интегрального типа, не обладающих способностью различать гамма-кванты по энергии, спектральное распределение потока гамма-излучения не представляет интереса. Поэтому для анализа закономерностей переноса гамма-излучения применительно к интегральному гамма-каротажу уравнение (6.1.12) перед использованием следует предварительно проинтегрировать по энергиям.

Точное решение уравнения переноса для реальной геометрии измерений получить трудно, поэтому на практике используют приближенные методы расчета. Чаще всего для интегрального гамма-каротажа используют диффузионное приближение, а для спектрометрической модификации гамма-измерений – лучевое приближение теории переноса гамма-излучения.

Диффузионный перенос предполагает многократное рассеяние гамма-квантов и равную вероятность движения во всех направлениях после рассеяния. При использовании лучевого приближения, наоборот, предполагается, что гамма-кванты двигаются по лучам, не меняя направления своего движения.

Диффузионное приближение теории переноса гамма-излучения

В интегральном варианте гамма-каротажа измерение выполняется без учета энергии гамма-квантов. При этом регистрируются все кванты, попадающие в детектор и имеющие энергию от E_0 до E_n , где E_0 – начальная энергия гамма-квантов; E_n – пороговая энергия, которая задается уровнем дискриминации регистрируемого гамма-излучения.

В процессе своего замедления от энергии E_0 до энергии E_n кванты претерпевают многократные рассеивающие столкновения (до 10 столкновений при $E_0 = 1$ МэВ, $E_n = 25$ КэВ). Большое число актов рассеяния в сочетании с изотропным распределением по углам при единичных актах рассеяния позволяет считать процесс переноса близким к диффузионному и использовать для описания переноса закон Фика:

$$\vec{J}(\bar{r}, E) = -D(E) \operatorname{grad} \Phi(\bar{r}, E), \quad (6.1.13)$$

где $\vec{J}(\vec{r}, E)$ – вектор спектральной плотности тока гамма-излучения; $\Phi(\vec{r}, E)$ – спектральная плотность потока гамма-излучения; $D(E)$ – коэффициент диффузии, определяемый выражением: $D(E) = \frac{\sigma_s}{3\mu(E)^2}$; $\mu(E) = \mu_a + \mu_s$ – полный коэффициент ослабления гамма-излучения.

Для горных пород макроскопическое сечение поглощения на порядок меньше, чем сечение рассеяния $\mu_a < 0,1\mu$. Поэтому коэффициент диффузии можно подсчитать по более простой формуле

$$D(E) = \frac{1}{3\sigma_s(E)}. \quad (6.1.14)$$

Следует заметить, что для интервала энергий естественного гамма-излучения макроскопическое сечение образования пар пренебрежимо мало. Поэтому при расчетах макроскопического сечения поглощения учитывают только два слагаемых: $\mu_a(E) = \tau(E) + \sigma_a(E)$.

Выведем уравнение переноса для потока рассеянного гамма-излучения применительно к интегральной модификации гамма-измерений детекторами с низким порогом дискриминации регистрируемого гамма-излучения. С этой целью проинтегрируем уравнение (6.1.12) по всем энергиям от начальной энергии гамма-излучения E_0 до пороговой энергии $E_{\text{п}}$, которая задается уровнем дискриминации регистрируемого гамма-излучения. При этом будем считать, что пространственно-энергетическое распределение потока $\Phi(\vec{r}, E)$ можно представить в виде мультипликации функций, одна из которых зависит только от пространственных координат, а другая от энергии:

$$\Phi(\vec{r}, E) = \varphi(\vec{r})\Phi(E), \quad (6.1.15)$$

где функция энергии $\Phi(E)$ не зависит от расстояния.

Предположение о мультипликативном характере пространственно-энергетического распределения потока гамма-излучения, определяемом выражением (6.1.12), справедливо на расстояниях, превышающих одну-две средние длины пробега гамма-квантов от контрастных по отношению к переносу гамма-излучения границ раздела, локализованных сильных поглотителей и сосредоточенных источников излучения, а также в бесконечных излучающе-поглощающих средах с постоянным или слабоменяющимся характером оруденения, когда спектральный состав рассеянного гамма-излучения стремится к равновесию. Подставляя закон Фика (6.1.13) в (6.1.12) и выполняя интегрирование (6.1.12) по всем энергиям в интервале от E_0 до $E_{\text{п}}$ с учетом (6.1.15) получим:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(\vec{r}) \int_{E_{\text{п}}}^{E_0} D(E)\Phi(E)dE + \varphi(\vec{r}) \int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \mu(E)\Phi(E)dE = \\ = \varphi(\vec{r}) \int_{E_{\text{п}}}^{E_0} dE \int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \Phi(E')\sigma_s(E' \rightarrow E)dE' + \int_{E_{\text{п}}}^{E_0} A(\vec{r}, E)dE, \end{aligned} \quad (6.1.16)$$

где Δ – оператор Лапласа.

Для того чтобы охватить все значения, которые может принимать энергия E , нижний предел интегрирования по E принят равным $E_{\text{п}}$. При соблюдении условия $E' > E$ такая запись справедлива для всех значений $E_{\text{п}} < E$.

Введем понятие интегрального потока регистрируемого гамма-излучения, представив его как суммарный по всем энергиям поток, регистрируемый детектором в диапазоне энергий от E_0 до $E_{\text{п}}$:

$$\Phi(\vec{r}) = \int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \Phi(\vec{r}, E) dE. \quad (6.1.17)$$

С учетом соотношения (6.1.15)

$$\Phi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}) \int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \Phi(E) dE. \quad (6.1.18)$$

Отсюда следует:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{\Phi(\vec{r})}{\int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \Phi(E) dE}. \quad (6.1.19)$$

Заметим также:

$$\int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \sigma_s(E' \rightarrow E) dE = \sigma_s(E'). \quad (6.1.20)$$

С учетом выражений (6.1.19) и (6.1.20) уравнение (6.1.16) можно записать в виде:

$$-D\Delta\Phi(\vec{r}) + \mu\Phi(\vec{r}) = \sigma_s\Phi(\vec{r}) + A(\vec{r}), \quad (6.1.21)$$

где

$$D = \frac{\int_{E_{\text{п}}}^{E_0} D(E)\Phi(E) dE}{\int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \Phi(E) dE}; \quad (6.1.22)$$

$$\mu = \frac{\int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \mu(E)\Phi(E) dE}{\int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \Phi(E) dE}; \quad (6.1.23)$$

$$\sigma_s = \frac{\int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \sigma_s(E)\Phi(E) dE}{\int_{E_{\text{п}}}^{E_0} \Phi(E) dE}. \quad (6.1.24)$$

Параметры переноса D , μ , σ_s представляют собой усредненные по энергиям в диапазоне от E_0 до $E_{\text{п}}$ характеристики гамма-излучения: коэффициент диффузии, полное макроскопическое сечение взаимодействия с веществом и макроскопиче-

ское сечение комптоновского рассеяния гамма-квантов. $A(\vec{r})$ – интегральная по энергиям функция распределения источников гамма-излучения, которая определяется соотношением

$$A(\vec{r}) = \int_{E_{\text{п}}}^{E_0} A(\vec{r}, E) dE \quad (6.1.25)$$

и характеризует объемную активность источников в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} .

Учитывая, что $\mu = \mu_a + \sigma_s$, уравнение (6.1.21) можно записать в виде:

$$D\Delta\Phi(\vec{r}) - \mu_a\Phi(\vec{r}) = -A(\vec{r}), \quad (6.1.26)$$

где μ_a – усредненное по энергиям макроскопическое сечение поглощения гамма-квантов.

Уравнение диффузии гамма-излучения в бесконечной излучающе-поглощающей среде можно также получить более простым способом, записав уравнение баланса гамма-квантов в единичном объеме среды:

$$G(\vec{r}) + \mu_a\Phi(\vec{r}) = A(\vec{r}), \quad (6.1.27)$$

где $G(\vec{r})$ – скорость утечки гамма-квантов из элемента объема среды вследствие диффузии; $\Phi(\vec{r})$ – поток гамма-излучения; μ_a – макроскопическое сечение поглощения гамма-квантов; $\mu_a\Phi(\vec{r})$ – скорость поглощения гамма-излучения в элементе объема среды; $A(\vec{r})$ – скорость прироста гамма-квантов в элементе объема за счет источников излучения.

Утечка гамма-квантов выражается через ток гамма-квантов соотношением $G(\vec{r}) = \text{div}\vec{J}(\vec{r})$.

Подставляя выражение для утечки в уравнение баланса (6.1.27), получим:

$$\text{div}\vec{J}(\vec{r}) + \mu_a\Phi(\vec{r}) = A(\vec{r}). \quad (6.1.28)$$

Комбинируя уравнение баланса (6.1.28) с законом Фика:

$$\vec{J}(\vec{r}) = -D\text{grad}\Phi(\vec{r}),$$

получим элементарное уравнение диффузии гамма-излучения в виде (6.1.26).

Выражение (6.1.26) представляет собой дифференциальное уравнение диффузионного типа, которое характеризует перенос рассеянного гамма-излучения применительно к интегральной модификации гамма-каротажа детекторами без свинцовых экранов с низким порогом дискриминации регистрируемого гамма-излучения.

Для гамма-излучения естественного происхождения максимальная энергия гамма-квантов не превосходит 2,7 МэВ, и поглощением, связанным с эффектом образования электрон-позитронных пар, можно пренебречь. С учетом сказанного усредненное по энергиям макроскопическое сечение поглощения гамма-квантов $\mu_a = \tau + \sigma_a = \mu - \sigma_s$. Горные породы относятся к средам, слабо поглощающим гамма-излучение ($\mu_a \ll \mu$), поэтому для усредненного по энергиям

коэффициента диффузии справедливо соотношение (6.1.14) $D = \frac{1}{3\sigma_s}$.

Таким образом, макроскопическое сечение поглощения характеризует поглощающие, а коэффициент диффузии – рассеивающие свойства среды.

При выводе уравнения диффузии использовался ряд предположений, которые ограничивают область применения диффузионного приближения. Сформулируем еще раз эти ограничения.

Диффузионное приближение применимо в предположении слабой анизотропии рассеяния частиц в слабопоглощающих средах ($\mu_a \ll \mu$) на расстояниях, превышающих одну-две средние длины свободного пробега от сосредоточенных источников излучения, локализованных сильных поглотителей и контрастных по отношению к переносу гамма-квантов границ раздела. При соблюдении указанных условий диффузионное приближение дает возможность не только правильно оценить закономерности переноса, но и количественно оценить величину потока гамма-излучения с погрешностью не более $\delta \leq \frac{\mu_a}{\mu}$ [6.1.5].

Требование слабого поглощения гамма-излучения обычно ($\mu_a \leq 0,1\mu$) обеспечивает применимость диффузионного приближения с погрешностью $\frac{\mu_a}{\mu} \leq 0,1$, т. е. не более 10 %. Воспользуемся этим требованием, чтобы установить энергетический критерий применимости диффузионного приближения. Потребуем, чтобы до момента своего поглощения гамма-кванты претерпевали многократное рассеяние, например, испытывали не менее 10 рассеивающих столкновений ($\mu_a \leq 0,1\mu_s$), где $\mu_a = \tau + \sigma_a + \chi$, $\mu_s = \sigma_s$. Такое условие соблюдается в комптоновской области энергий. Для горных пород среднего атомного номера ($Z = 13-14$) начальная энергия гамма-излучения должна лежать в области $0,125 \text{ МэВ} \leq E_0 \leq 3,75 \text{ МэВ}$. Эта область соответствует основным гамма-излучателям естественного и искусственного происхождения. Таким образом, применимость диффузионного приближения распространяется на большинство гамма-методов, в том числе гамма-каротаж, гамма-гамма-каротаж, нейтронный активационный каротаж и нейтронный гамма-каротаж.

Вблизи границ раздела неоднородных сред, контрастных по отношению к переносу гамма-излучения, точность диффузионного приближения может снизиться из-за неполного выполнения условий диффузионного переноса. Чтобы избежать этого решения уравнений диффузии для отдельных гомогенных участков неоднородной среды на границе раздела должны быть сшиты. Для этого к уравнению диффузии необходимо добавить граничные условия. На поверхности раздела G между двумя средами A и B в силу непрерывности должны выполняться условия равенства потоков Φ и нормальных составляющих плотностей токов J_n гамма-квантов:

$$\Phi_A(\vec{r}_G) = \Phi_B(\vec{r}_G); \quad (6.1.29)$$

$$J_{nA}(\vec{r}_G) = J_{nB}(\vec{r}_G), \quad (6.1.30)$$

где \vec{r}_G – радиус-вектор поверхности раздела G .

Опытная проверка применимости теории диффузии в гетерогенных средах свидетельствует о том, что при соблюдении граничных условий (6.1.29) и (6.1.30) результаты расчетов в диффузионном приближении хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Лучевое приближение теории переноса гамма-излучения

Для спектрометрической модификации гамма-измерений, когда необходимо найти распределение нерассеянного излучения, используют лучевое приближение теории переноса гамма-квантов. На практике такая ситуация встречается при регистрации высокоэнергетического гамма-излучения в узких интервалах энергий.

Дифференциальный поток гамма-излучения точечного изотропного источника мощностью S квант/с с энергией гамма-квантов E_0 для указанного случая определяется соотношением [6.1.1]:

$$\Phi(\vec{r}, \bar{\omega}, E) = S \frac{e^{-\mu_0 r}}{4\pi r^2} \frac{\delta(\omega - 1)}{2\pi} \delta(E - E_0), \quad (6.1.31)$$

где μ_0 – линейный коэффициент поглощения нерассеянного гамма-излучения с энергией E_0 ; $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

Интегрируя выражение (6.1.31) по углам и энергиям, получим выражение для пространственного распределения потока гамма-излучения в узком интервале энергий около энергии E_0 :

$$\Phi(\vec{r}) = S \frac{e^{-\mu_0 r}}{4\pi r^2}. \quad (6.1.32)$$

Формула (6.1.32) является исходным аналитическим выражением, характеризующим лучевой перенос нерассеянных гамма-квантов высоких энергий.

При лучевом переносе поток нерассеянных гамма-квантов убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника до детектора гамма-излучения.

В основе лучевого приближения лежит представление о переносе гамма-квантов по лучам. В действительности, по лучам двигаются только нерассеянные гамма-кванты, а рассеянные быстро теряют связь с ориентировкой своего первоначального движения. Для учета рассеяния гамма-квантов в рамках лучевого приближения используют понятие фактического коэффициента поглощения гамма-излучения μ_ϕ . При этом лучевой перенос гамма-излучения точечного источника мощностью S квант/с определяется выражением

$$\Phi(\vec{r}) = S \frac{e^{-\mu_\phi r}}{4\pi r^2}, \quad (6.1.33)$$

где μ_ϕ – фактический коэффициент поглощения гамма-квантов, учитывающий их рассеяние.

Фактический коэффициент поглощения характеризует вероятность ослабления гамма-излучения на единице пути в бесконечной однородной среде с учетом первичного и рассеянного излучения. Заметим, что μ_ϕ всегда меньше μ_0 , так как в точку измерения дополнительно к первичному нерассеянному гамма-излучению поступают гамма-кванты, рассеянные из окрестности детектора, т. е. происходит накопление гамма-излучения.

Спектры естественных гамма-излучателей отличаются многочисленностью линий первичного гамма-излучения, каждая из которых характеризуется своей энергией. Закон ослабления гамма-излучения сложного энергетического состава для точечного источника в однородной бесконечной среде можно представить в виде:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi r^2} \sum_{l=1}^n \lambda_l e^{-\mu_{\phi l} r}, \quad (6.1.34)$$

где Q – активность источника, распад/с; n – число линий энергетического спектра гамма-излучения; λ_l – количество гамма-квантов с энергией E_{0l} на распад; $\mu_{\phi l}$ – фактический коэффициент поглощения l -й линии спектра.

Выражение (6.1.34) не удобно для расчетов, так как представляет собой сумму большого количества экспонент. Однако его можно записать в виде одной экспоненты с некоторым эффективным коэффициентом поглощения гамма-квантов в показателе, средним для всех линий спектра гамма-квантов. Вводя понятие эффективного коэффициента поглощения гамма-излучения сложного энергетического состава $\mu_{\text{эф}}$, выражение (6.1.34) можно переписать в виде

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{S}{4\pi r^2} e^{-\mu_{\text{эф}} r}, \quad (6.1.35)$$

где $S = Q \sum_{l=1}^n \lambda_l$,

$$\mu_{\text{эф}} = \frac{1}{r} \ln \frac{\sum_{l=1}^n \lambda_l}{\sum_{l=1}^n \lambda_l e^{-\mu_{\phi l} r}}. \quad (6.1.36)$$

Для гетерогенных сред расчеты потока гамма-излучения в лучевом приближении усложняются. Можно представить, что экспоненциальный закон поглощения гамма-квантов сохраняется для всех гомогенных участков гетерогенной среды. Это предположение применительно к гамма-каротажу скважин было впервые использовано А. П. Казанским [6.1.4], который предложил для численных расчетов использовать следующее выражение для потока гамма-излучения точечного источника в гетерогенной среде:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{S}{4\pi r^2} e^{-\sum_i \mu_{\text{эф}i} r_i}, \quad (6.1.37)$$

где i – индекс гомогенного участка гетерогенной среды; $\mu_{\text{эф}i}$ – эффективный коэффициент поглощения гамма-излучения в i -й среде; r_i – отрезок пути, проходимый гамма-квантами в границах i -го гомогенного участка среды, причем $\sum_i r_i = r$.

Основные положения и границы применимости лучевого приближения можно сформулировать следующим образом. Лучевое приближение справедливо при выполнении следующих предположений. Ослабление гамма-излучения в пределах гомогенных участков среды описывается с помощью эффективных коэффициентов поглощения, постоянных для каждого отдельного участка. На

граница раздела гомогенных участков влиянием краевых эффектов (рассеяние, альбедо) можно пренебречь. Запись потока гамма-излучения в виде (6.1.37) предполагает возможность перестановки слагаемых в показателе экспоненты, т. е. постулируется предположение о независимости величины потока от порядка прохождения гамма-квантами отдельных гомогенных участков среды. Отмеченные предположения ограничивают область применения лучевого приближения, оставляя, однако, его пригодным для описания переноса нерассеянного или слаборассеянного гамма-излучения. Поэтому лучевое приближение целесообразно использовать при выполнении численных расчетов применительно к спектрометрической модификации гамма-каротажа.

Интенсивность гамма-излучения точечного источника гамма-квантов в лучевом приближении

В лучевом приближении считается, что покинувшие источник гамма-кванты летят по прямой линии. При этом интенсивность гамма-излучения J убывает обратно пропорционально квадрату расстояния между источником и детектором (6.1.35):

$$J = \frac{k_{\text{Ra}} m}{r^2} e^{-\mu r}, \quad (6.1.38)$$

где k_{Ra} – гамма-постоянная радия; m – масса радия в граммах; r – расстояние между источником и детектором гамма-квантов; μ – эффективный коэффициент ослабления гамма-излучения в веществе, окружающем источник излучения; в вакууме $\mu = 0$.

Гамма-постоянная радия численно равна интенсивности гамма-излучения от 1 г радия в единицах мощности экспозиционной дозы гамма-излучения (мкр/час) на расстоянии 1 м в вакууме:

$$k_{\text{Ra}} = 0,84 \frac{P \cdot \text{м}^2}{\text{час} \cdot \text{гRa}} = 0,84 \cdot 10^{10} \frac{\text{мкР} \cdot \text{см}^2}{\text{час} \cdot \text{гRa}}.$$

Если источником гамма-излучения является уран, то

$$k_{\text{U}} = 0,84 \cdot 10^{10} \cdot 3,4 \cdot 10^{-7} = 2,86 \cdot 10^3 \frac{\text{мкР} \cdot \text{см}^2}{\text{час} \cdot \text{гU}}.$$

Если источником гамма-излучения является торий, то

$$k_{\text{Th}} = 0,43 \cdot 2,86 = 1,23 \cdot 10^3 \frac{\text{мкР} \cdot \text{см}^2}{\text{час} \cdot \text{гTh}}.$$

Из выражения (6.1.38) следует, что для элементарного объема dV , содержащего dm радиоактивного вещества, интенсивность гамма-излучения

$$dJ = \frac{k_{\text{Ra}} dm}{r^2} e^{-\mu r}, \quad (6.1.39)$$

где dm – масса элементарного объема; μ – эффективный коэффициент ослабления гамма-излучения. Масса элементарного объема $dm = \rho q dV$, где q – массовая доля радиоактивного вещества, г/г; ρ – плотность вещества, г/см³.

В сферической системе координат (r, ϑ, φ) элементарный объем имеет вид (рис. 6.1.1):

$$dV = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi dr.$$

Гамма-поле в бесконечной излучающей среде находится интегрированием по всем излучающим объемам:

$$J_{\infty} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{\infty} kqr e^{-\mu r} dr = \frac{4\pi kqr}{\mu} = k_0 q, \quad (6.1.40)$$

где $k_0 = \frac{4\pi kq}{\mu}$ – пересчетный коэффициент от интенсивности гамма-излучения к содержанию радиоактивного элемента.

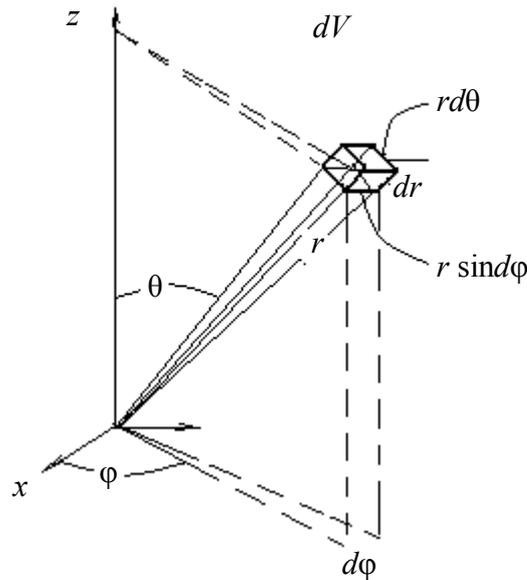


Рис. 6.1.1. Элемент объема в сферической системе координат

Интенсивность гамма-излучения точечного источника гамма-квантов в диффузионном приближении

Подсчитаем теперь пространственное распределение гамма-излучения точечного источника гамма-квантов в диффузионном приближении.

Введем сферическую систему координат (r, ϑ, φ) . Уравнение диффузии в сферической системе координат будет иметь вид:

$$D\Delta\Phi(r) - \Sigma_a\Phi(r) = 0, \quad (6.1.41)$$

где D и Σ_a – коэффициент диффузии и линейный коэффициент поглощения гамма-излучения; Δ – оператор Лапласа; $\Phi(r)$ – поток гамма-излучения.

В сферической системе координат уравнение диффузии принимает вид:

$$\frac{d^2\Phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Phi(r)}{dr} - v^2\Phi(r) = 0, \quad (6.1.42)$$

где $v^2 = \frac{1}{L^2}$ – квадрат обратной длины диффузии гамма-излучения.

Введем новую функцию:

$$\Phi(r) = \frac{U(r)}{r}. \quad (6.1.43)$$

Тогда

$$\Phi'_r(r) = \frac{U'(r)r - U(r)}{r};$$

$$\Phi''_{rr}(r) = \left(\frac{U'}{r}\right)'_r - \left(\frac{U}{r^2}\right)'_r = \frac{U''r - U'}{r^2} - \frac{U'r^2 - U2r}{r^4} = \frac{U''r^2 - 2U'r + 2U}{r^3}.$$

После подстановки (6.1.43) в (6.1.42) получим:

$$\frac{U''r^2 - 2U'r + 2U}{r^3} + \frac{2}{r} \left(\frac{U'r - U}{r^2}\right) - v^2 \frac{U}{r} = 0;$$

$$\frac{1}{r}(U'' - v^2U) = 0. \quad (6.1.44)$$

Решение уравнения (6.1.44) имеет вид экспоненты:

$$U(r) = Ae^{vr} + Be^{-vr}, \quad (6.1.45)$$

где A, B – постоянные коэффициенты, которые определяются из начальных физических условий. При $r \rightarrow \infty$ решение уравнения должно стремиться к нулю. Поэтому коэффициент A следует положить равным нулю. Второй коэффициент B находится из условий нормировки:

$$Q = \int_V \Sigma_a \Phi(r) dv = \Sigma_a B \int_0^\infty \frac{e^{-vr}}{r} 4\pi r^2 dr = 4\pi \Sigma_a B L^2, \quad (6.1.46)$$

где L – длина диффузии гамма-излучения. Из выражения (6.1.46) следует:

$$B = \frac{Q}{4\pi D}. \quad (6.1.47)$$

Подставляя (6.1.47) и (6.1.45) в (6.1.43), получим пространственное распределение потока гамма-излучения от точечного источника гамма-квантов в диффузионном приближении:

$$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi \Sigma_a L^2} \frac{e^{-\frac{r}{L}}}{r} = \frac{Q}{4\pi D} \frac{e^{-\frac{r}{L}}}{r}. \quad (6.1.48)$$

В отличие от лучевого переноса нерассеянных гамма-квантов в диффузионном приближении поток рассеянного гамма-излучения убывает обратно пропорционально расстоянию от источника до детектора гамма-квантов. В этом отличие переноса рассеянного и нерассеянного гамма-излучения.

6.2. Гамма-каротаж скважин (ГК)

При гамма-каротаже измеряют поток естественного гамма-излучения в скважине. Схема измерений ГК приведена на рис. 6.2.1.

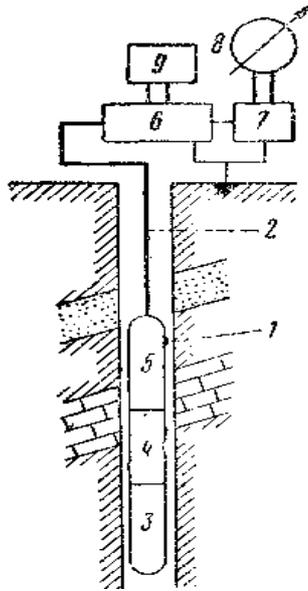


Рис. 6.2.1. Принципиальная схема измерений естественного гамма-излучения: 1 – скважинный снаряд; 2 – кабель; 3 – счетчик гамма-квантов; 4 – генератор высокого напряжения; 5 и 6 – усилители; 7 – интегрирующая ячейка; 8 – регистрирующий прибор; 9 – блок питания

6.2.1. Прямая задача интегрального гамма-каротажа в диффузионном приближении

Параметры диффузионного переноса гамма-излучения

Расчет параметров переноса гамма-излучений в диффузионном приближении осуществляется по методике, предложенной Г. М. Воскобойниковым. Для расчета сечения увода гамма-квантов за пороговую энергию Σ и коэффициента диффузии D используются известные соотношения [6.2.1]:

$$\Sigma = \frac{1}{\bar{l}}; \quad D = \frac{\bar{l}}{3(\lambda_{\text{п}} - \lambda_0)}, \quad (6.2.1)$$

где \bar{l} – полный средний пробег гамма-квантов до пороговой энергии; λ_0 , $\lambda_{\text{п}}$ – начальная и пороговая длины волн гамма-излучения, выраженные в комптоновских единицах.

Длина волны, выраженная в комптоновских единицах, является величиной, обратной безразмерной энергии $\lambda = 1/\alpha$, где $\alpha = E/0,511$ – энергия, выраженная в единицах массы покоя электрона; E – энергия в МэВ.

Таким образом, расчет параметров диффузионного переноса гамма-излучения сводится, по существу, к расчету среднего полного пробега гамма-квантов от начальной энергии E_0 до пороговой энергии $E_{\text{п}}$. Средний пробег рассчитывается по формуле

$$\bar{l} = \int_{\lambda_0}^{\lambda_{\text{п}}} \frac{d\lambda}{\sigma_{\kappa}(\lambda)(1 - \cos \vartheta)}, \quad (6.2.2)$$

$$\overline{\cos \vartheta} = \frac{3}{8} \frac{\sigma_0^e}{\sigma_{\kappa}^e(\lambda)} \lambda \left[6\lambda(\lambda + 1) - 2 + \frac{2}{(\lambda + 2)^2} + (1 - \lambda - 6\lambda^2 - 3\lambda^3) \ln \frac{\lambda + 2}{\lambda} \right],$$

$\overline{\cos \vartheta}$ – средний косинус угла комптоновского рассеяния гамма-излучения;
 $\sigma_0^e = \frac{8}{3} \pi r_0^2$ – томсоновское сечение рассеяния на электрон; r_0 – классический радиус
электрона; $\sigma_\kappa(\lambda)$ – полное комптоновское сечение взаимодействия, которое имеет
вид:

$$\sigma_\kappa(\lambda) = 0,2\rho \frac{\sigma_\kappa^e(\lambda)}{\sigma_0^e}. \quad (6.2.3)$$

Комптоновское сечение взаимодействия на электрон подсчитывается по
формуле Клейна-Нишины-Тамма:

$$\frac{\sigma_\kappa^e(\lambda)}{\sigma_0^e} = \frac{3}{4} \lambda \left\{ \left[\frac{1}{2} - \lambda(\lambda + 1) \right] \ln \frac{\lambda + 2}{\lambda} + \frac{2\lambda^2(\lambda + 4) + 9\lambda + 1}{(1 + \lambda)^2} \right\}. \quad (6.2.4)$$

При расчете параметров переноса гамма-излучения нижняя пороговая
энергия принимается равной уровню дискриминации регистрируемых гамма-
квантов. Диффузионные параметры переноса гамма-излучения в двухкомпо-
нентных смесях, например, в горной породе и воде, заполняющей поры, рас-
считываются в приближенной однородной эквивалентной смеси с помощью
обычной процедуры усреднения. Зная макроскопическое сечение увода гамма-
квантов и коэффициент диффузии гамма-излучения, можно подсчитать длину
диффузии гамма-излучения: $L = \sqrt{D/\Sigma}$.

У основоположников теории ГК первые работы по теории гамма-каротажа
выполнялись в лучевом приближении (И. М. Хайкович, В. Л. Шашкин [6.2.2-
6.2.4]). В современной аппаратуре ГК уровень дискриминации естественного гам-
ма-излучения можно регулировать. Поэтому различают две модификации гамма-
каротажа. Для количественного гамма-каротажа (ГКк) устанавливают уровень
дискриминации регистрируемого гамма-излучения $E_{\text{п}} = 270$ кэВ. На счетчик наде-
вают фильтр 1,5 мм свинца. При этом всё низкоэнергетическое гамма-излучение
при регистрации срезается. Для изучения литологии горных пород свинцовый
фильтр удаляют. При литологическом гамма-каротаже (ГКл) регистрируются все
кванты, начиная с энергий $E_{\text{п}} = 25$ кэВ. При этом доля рассеянного гамма-
излучения в интегральном потоке возрастает в разы.

Большое число актов рассеяния в сочетании с изотропным распределени-
ем по углам при каждом акте рассеяния позволяет при расчетах интегрального
потока для литологического гамма-каротажа ГКл использовать диффузионное
приближение теории переноса гамма-квантов. Поэтому дальнейшие расчеты
интегрального потока рассеянного гамма-излучения выполнены в основном для
литологической модификации гамма-каротажа ГКл.

На рис. 6.2.2 приведена расчетная зависимость длины диффузии естест-
венного гамма-излучения $L(\text{см})$ от плотности горных пород и водонасыщенной
пористости ω %.

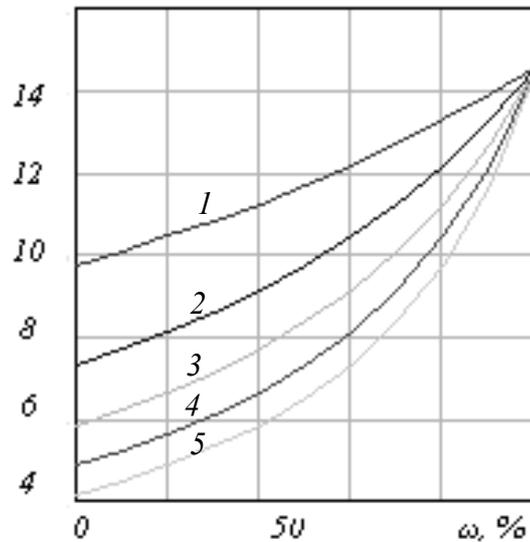


Рис. 6.2.2. Расчетная зависимость длины диффузии естественного гамма-излучения L (см) от плотности горных пород и водонасыщенной пористости ω (%) для условий литологического гамма-каротажа (ГКл):
Сцинтилляционный детектор открыт.
Плотность, г/см³: 1,5 – (1); 2,0 – (2); 2,5 – (3); 3,0 – (4); 3,5 – (5)

Поток гамма-излучения в однородной бесконечной радиоактивной среде

Поток рассеянного гамма-излучения в бесконечной однородной радиоактивной среде Φ_∞ квант/см²·с зависит от объемной активности источников излучения A квант/см³·с и поглощающих свойств среды, которые определяются макроскопическим сечением поглощения μ_a см⁻¹.

Объемная активность источников A пропорциональна весовой концентрации радиоактивного элемента в среде q и связана с ней соотношением:

$$A = aqr, \quad (6.2.5)$$

где a – весовая активность радиоактивного элемента, квант/с·г; ρ – плотность вещества, г/см³.

Из условия баланса излучения следует, что скорости возникновения и поглощения гамма-излучения в единице объема среды:

$$A = \Phi_\infty \mu_a. \quad (6.2.6)$$

Таким образом, величина потока рассеянного гамма-излучения в бесконечной среде определяется соотношением

$$\Phi_\infty = \frac{A}{\mu_a} = k_0 q, \quad (6.2.7)$$

где k_0 – пересчетный коэффициент, численно равный потоку гамма-излучения в бесконечной однородной среде с единичным содержанием радиоактивного элемента. Учитывая физический смысл пересчетного коэффициента, его часто называют также коэффициентом бесконечной среды.

На практике принято выражать весовую концентрацию радиоактивного элемента в сотых долях процента. Поэтому для практических целей используют

значение пересчетного коэффициента, определенное по величине потока в бесконечной среде, содержащей 0,01 % радиоактивного элемента.

В настоящее время при выполнении гамма-измерений прибор эталонируется в единицах мощности экспозиционной дозы гамма-излучения от радиового источника, мкр/час. В этом случае пересчетный коэффициент имеет размерность мкр/час на 0,01 % равновесного урана.

Для изучения конкретных закономерностей переноса рассеянного гамма-излучения рассмотрим пространственное распределение интегрального потока гамма-излучения в радиоактивной среде при исчезающе малом влиянии скважины. Для этого пренебрегаем влиянием диаметра скважины и скважинного прибора.

Предположим, что среда имеет сложную структуру и что содержание радиоактивного элемента изменяется только в направлении, перпендикулярном границам слоев $q = q(z)$, где z – профиль измерений, совпадающий с осью скважины.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , начало которой расположим в точке измерения, а ось z совместим с осью скважины. Поглощающие свойства радиоактивных рудных пропластков и вмещающих горных пород по отношению к гамма-излучению будем считать одинаковыми.

Перенос рассеянного гамма-излучения применительно к интегральной модификации гамма-каротажа с низким порогом дискриминации регистрируемого гамма-излучения для рассматриваемого случая определяется уравнением диффузии. В силу симметрии задачи по r и φ оператор Лапласа в уравнении диффузии содержит только производную по z :

$$D \frac{d^2 \Phi(z)}{dz^2} - \mu_a \Phi(z) = -A(z), \quad (6.2.8)$$

где $A(z)$ – объемная активность источников, определяемая соотношением $A(z) = \mu_a k_0 q(z)$.

В дальнейшем будем различать координаты точки измерения и координаты источников гамма-излучения. Координаты источников гамма-излучения для удобства будем отмечать штрихами.

Решение уравнения для произвольного закона распределения содержания радиоактивного элемента $q = q(z')$ находим методом функции Грина. Задача решается в два этапа. Сначала находится поток рассеянного гамма-излучения от элементарного радиоактивного рудного пропластка бесконечно малой мощности, а затем для произвольного закона распределения содержания путем интегрирования по всему промежутку распределения источников в слоистой среде.

С учетом сказанного полный поток рассеянного гамма-излучения в слоистой среде:

$$\Phi(z) = k_0 \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') \Psi(z - z') dz', \quad (6.2.9)$$

где $\Psi(z - z')$ – функция Грина для уравнения (6.2.8), которая представляет собой решение задачи для радиоактивного пласта бесконечно малой мощности.

Для отыскания функции Грина найдем распределение потока рассеянного гамма-излучения от элементарного рудного пропластка бесконечно малой

мощности, пересекающего скважину в точке $z = z'$ нормально к ее оси. В рассматриваемом случае распределение источников гамма-излучения аналитически задается с помощью дельта-функции.

Подставляя дельта-функцию в правую часть (6.2.8) и решая уравнение, находим:

$$\Psi(z - z') = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{v^2 \cos k(z - z') dk}{k^2 + v^2} = \frac{v}{2} e^{-v(z - z')}, \quad (6.2.10)$$

где $v = \sqrt{\mu_a/D}$ – обратная длина диффузии рассеянного гамма-излучения.

Из сказанного следует, что ядро интегрального уравнения (6.2.9) одновременно является функцией Грина для уравнения (6.2.8) и представляет собой интегральный поток рассеянного гамма-излучения от пропластка бесконечно малой мощности, пересекающего скважину в точке $z = z'$.

Пласт конечной мощности

В частном случае для пласта конечной мощности $2h$ с постоянным содержанием радиоактивного элемента $q(z') = q$, $[z'] \leq h$ распределение потока рассеянного гамма-излучения принимает вид:

$$\Phi(z, h) = k_0 q \int_{-h}^h \Psi(z - z') dz' = \Phi_{\infty} f(z, h), \quad (6.2.11)$$

где $\Phi_{\infty} = k_0 q$ – поток гамма-квантов в однородной бесконечной радиоактивной среде; $f(z, h)$ – функция распределения потока гамма-излучения от пласта конечной мощности, определяемая соотношением

$$f(z, h) = \int_{-h}^h \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{v^2 \cos k(z - z') dk}{k^2 + v^2} \right] dz'. \quad (6.2.12)$$

Выполняя в выражении (6.2.12) интегрирование по z' , находим:

$$f(z, h) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{v^2 \cos kz \sin kh}{k(k^2 + v^2)} dk. \quad (6.2.13)$$

После интегрирования по k получаем:

$$f(z, h) = \begin{cases} e^{-vz} \operatorname{sh} vk, & |z| > h \\ 1 - e^{-vh} \operatorname{ch} vz, & |z| \leq h \end{cases} \quad (6.2.14)$$

где $\operatorname{sh} x$ и $\operatorname{ch} x$ – гиперболические синус и косинус. Функцию распределения потока гамма-излучения от пласта конечной мощности, исходя из физического смысла и для удобства, будем называть функцией влияния пласта.

Из соображений симметрии ясно, что интегральный поток рассеянного гамма-излучения в центре пласта конечной мощности достигает своего максимального значения. Из выражений (6.2.11) и (6.2.14) следует:

$$\Phi_{\max}(h) = \Phi_{\infty} (1 - e^{-vh}), \quad (6.2.15)$$

где h – полумощность пласта.

Для расчета потока рассеянного гамма-излучения в других точках по оси скважины можно воспользоваться принципом аддитивности гамма-излучения.

Согласно принципу аддитивности, поток рассеянного гамма-излучения от пласта мощностью $2h$ с постоянным содержанием радиоактивного элемента q на расстоянии z от его середины определяется выражением:

$$\Phi(z, h) = \frac{\Phi_{\infty}}{2} \begin{cases} f[2(h+z)] + f[2(h-z)], & |z| < h \\ f[2(z+h)] - f[2(z-h)], & |z| \geq h \end{cases} \quad (6.2.16)$$

где $f(x)$ – функция насыщения пласта по рассеянному гамма-излучению, которая определяется соотношением $f(x) = \Phi_{\max}(h) / \Phi_{\infty}$; $\Phi_{\max}(h)$ – интегральный поток рассеянного гамма-излучения в центре пласта мощностью $2h$, определяемый соотношением (6.2.16).

На рис. 6.2.3 приведены результаты расчета функции насыщения пласта по гамма-излучению в режиме ГКл.

Скважина нарушает однородность исследуемой среды и оказывает существенное влияние на результаты каротажа рассеянного гамма-излучения, особенно в тех случаях, когда она заполнена поглощающей гамма-излучение промывочной жидкостью, заполняющей пространство между стенкой скважины и скважинным прибором. Поэтому возникает вопрос об определении содержания радиоактивных элементов с учетом влияния скважины. Оценим влияние скважины, заполненной промывочной жидкостью, на результаты каротажа рассеянного гамма-излучения. Для этого рассмотрим слоистую среду с произвольным законом распределения содержания радиоактивного элемента $q(z')$, пересеченную скважиной радиусом r_0 в направлении, нормальном к границе радиоактивного оруденения. Цилиндрическая граница радиусом $r = r_0$ отделяет внутреннюю среду (скважину) от внешней радиоактивной среды (пласта). Для простоты пренебрежем влиянием скважинного прибора. Требуется найти пространственное распределение рассеянного гамма-излучения в гетерогенной среде, состоящей из скважины $r < r_0$ и радиоактивного пласта $r \geq r_0$.

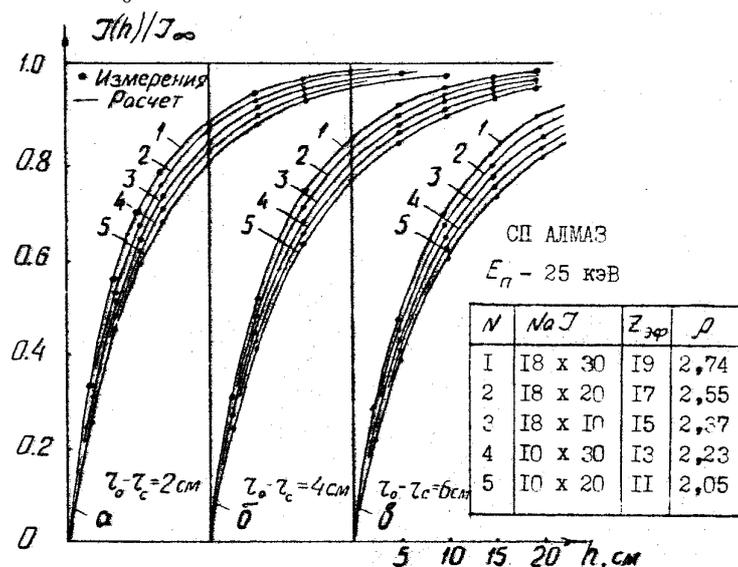


Рис. 6.2.3. Результаты расчета функции насыщения пласта по гамма-излучению в режиме ГКл:

толщина промежуточной зоны между стенкой скважины и скважинным прибором $d = r_0 - r_c$:
 $d = 2$ см (а); $d = 4$ см (б); $d = 6$ см (в)

Как и в предыдущем случае, введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , начало которой совместим с точкой измерения, а ось z направим вдоль оси скважины.

Задача сводится к решению системы уравнений диффузионного типа:

$$D_c \Delta \Phi_c(r, z) - \mu_{ac} \Phi_c(r, z) = 0; \quad (6.2.17)$$

$$D_r \Delta \Phi_r(r, z) - \mu_{ar} \Phi_r(r, z) = -\mu_{ar} k_0 q(z), \quad (6.2.18)$$

при граничных условиях:

$$\begin{aligned} \Phi_c(r, z)|_{r \rightarrow \infty} < \infty; \\ \Phi_r(r, z)|_{r \rightarrow \infty} < \infty \end{aligned} \quad (6.2.19)$$

и условиях сопряжения на границе раздела $r = r_0$:

$$\Phi_c(r, z) = \Phi_r(r, z), \quad (6.2.20)$$

$$D_c \frac{\partial \Phi_c(r, z)}{\partial r} = D_r \frac{\partial \Phi_r(r, z)}{\partial r}, \quad (6.2.21)$$

где c, r – индексы, относящиеся к скважине и радиоактивной горной породе; Δ – оператор Лапласа; $\Phi_n(r, z)$ – интегральный поток рассеянного гамма-излучения в n -й среде ($n = c, r$); D_n, μ_{an} – коэффициент диффузии и макроскопическое сечение поглощения рассеянного гамма-излучения в n -й среде; k_0 – пересчетный коэффициент.

Решение задачи находится методом функции Грина с использованием интегрального преобразования Фурье и имеет вид:

$$\Phi_n(r, z) = k_0 \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') \Psi_n(r, z - z') dz' \quad (n = c, r), \quad (6.2.22)$$

где $\Psi_n(r, z - z')$ – ядро интегрального уравнения (6.2.22), которое одновременно является функцией Грина, т. е. представляет собой решение задачи (6.2.17) - (6.2.21) для бесконечно тонкого радиоактивного пропластка ($r = r'$), пересеченного скважиной радиусом r_0 .

Для нахождения функции Грина запишем (6.2.17) и (6.2.18) в виде:

$$\Delta \Phi_c(r, z) - v_c^2 \Phi_c(r, z) = 0; \quad (6.2.23)$$

$$\Delta \Phi_r(r, z) - v_r^2 \Phi_r(r, z) = -v_r^2 k_0 q(z), \quad (6.2.24)$$

где v_r^2 – квадрат обратной длины диффузии для интегрального потока рассеянного гамма-излучения.

Распределение источников в случае бесконечно тонкого радиоактивного пропластка зададим дельта-функцией $k_0 q(z) = \delta(z - z')$.

Решение задачи получаем методом интегральных преобразований. Воспользуемся интегральным преобразованием Фурье по z и перейдем от потока рассеянного гамма-излучения к его Фурье-изображениям $\Phi_n(r, k)$. В пространстве Фурье-изображений решение задачи имеет вид:

$$\Phi_c(r, k) = \beta_c(k) I_0(m_c r); \quad (6.2.25)$$

$$\Phi_r(r, k) = \beta_r(k) K_0(m_r r) + f(k), \quad (6.2.26)$$

где

$$f(k) = \frac{v_r^2}{m_r^2} e^{-ikz'}; \quad m_n^2 = k^2 + v_n^2 \quad (n = c, r). \quad (6.2.27)$$

Из условий сопряжения на границе раздела $r = r_0$ (6.2.20) и (6.2.21) находим:

$$\beta_c(k) = f(k) D_r m_r K_1(m_r r_0) \cdot \frac{1}{\Delta}; \quad (6.2.28)$$

$$\beta_r(k) = -f(k) D_c m_c I_1(m_c r_0) \cdot \frac{1}{\Delta}; \quad (6.2.29)$$

$$\Delta = D_r m_r I_0(m_c r_0) K_1(m_r r_0) + D_c m_c K_0(m_r r_0) I_1(m_c r_0); \quad (6.2.30)$$

$$m_n^2 = k^2 + v_n^2 \quad (n = c, r); \quad (6.2.31)$$

$$v_n^2 = \frac{\mu_{an}}{D_n} \quad (n = c, r), \quad (6.2.32)$$

$I_0(x), I_1(x), K_0(x), K_1(x)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого и первого порядков.

Функция $f(k)$ является частным решением неоднородного уравнения в пространстве Фурье-изображений (6.2.26). Она не зависит от радиальной координаты и, таким образом, характеризует распределение потока в пространстве изображений при исчезающе малом влиянии скважины. Поэтому ее можно назвать функцией влияния плоского источника.

Поток гамма-излучения в Фурье-представлении целесообразно представить в виде мультипликации функции влияния плоского источника $f(k)$ и функции влияния скважины $\varphi_n(r, k)$, аналитический вид которой находится из соотношения:

$$\Phi_n(r, k) = \varphi_n(r, k) f(k). \quad (6.2.33)$$

Из соотношения (6.2.33) следует, что функция влияния скважины в (r, k) -представлении $\varphi_n(r, k)$ определяется соотношением:

$$\varphi_n(r, k) = \frac{1}{f(k)} \Phi_n(r, k). \quad (6.2.34)$$

Выполняя обратное преобразование Фурье с учетом выражений (6.2.33) и (6.2.34), находим функцию Грина, характеризующую поток рассеянного гамма-излучения от бесконечно тонкого радиоактивного пропластка, пересекающего скважину в точке $z = z'$:

$$\Psi_n(r, z - z') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_n(r, k) e^{ikz} dk = \frac{v_r^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{m_r^2} \varphi_n(r, k) e^{-ik(z-z')} dk. \quad (6.2.35)$$

Учитывая симметрию распределения потока относительно радиоактивной плоскости $z = z'$, получим:

$$\Psi_n(r, z - z') = \frac{v_r^2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{m_r^2} \varphi_n(r, k) \cos k(z - z') dk. \quad (6.2.36)$$

Измерения потока гамма-излучения выполняются в скважине чаще всего по ее оси $r = 0$ или у стенки $r \rightarrow r_0$. Поэтому для получения конкретных методических рекомендаций представляет интерес изучение закономерностей переноса интегрального потока рассеянного гамма-излучения непосредственно в самой скважине, которой соответствует случай $n = c$. Для этого случая выражение для ядра интегрального уравнения (6.2.36) принимает вид:

$$\Psi_c(r, z - z') = \frac{v_r^2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\varphi_c(r, k) \cos k(z - z') dk}{k^2 + v_r^2}. \quad (6.2.37)$$

Функция влияния скважины $\varphi_c(r, k)$ на интервале, ограниченном фактором обрезания $\cos k(z - z')$, меняется мало. Поэтому ее можно разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $k = 0$ и ограничиться первым членом разложения:

$$\varphi_c(r, k) \approx \varphi_c(r, 0). \quad (6.2.38)$$

С учетом (6.2.38) ядро (6.2.37) принимает вид:

$$\Psi_c(r, z - z') = \frac{v_r^2}{\pi} \varphi_c(r, 0) \int_0^{\infty} \frac{\cos k(z - z') dk}{k^2 + v_r^2}. \quad (6.2.39)$$

В частном случае для пласта конечной мощности $2h$ с постоянным содержанием радиоактивного элемента $q(z') = q$ распределение интегрального потока рассеянного гамма-излучения в скважине находим, выполняя в выражении (6.2.22) интегрирование по z' в пределах от $-h$ до $+h$:

$$\Phi_c(r, z, h) = k_0 q \int_{-h}^{+h} \Psi_c(r, z - z') dz'. \quad (6.2.40)$$

Подставляя в (6.2.40) выражение для ядра интегрального уравнения в виде (6.2.39), находим:

$$\Phi_c(r, z, h) = \frac{k_0 q v_r^2 \varphi_c(r, 0)}{\pi} \int_{-h}^{+h} \left[\int_0^{\infty} \frac{\cos k(z - z') dk}{k^2 + v_r^2} \right] dz'. \quad (6.2.41)$$

После выполнения интегрирования по z' получим:

$$\Phi_c(r, z, h) = k_0 q v_r^2 \varphi_c(r, 0) \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos kz \sin kh}{k(k^2 + v_r^2)}. \quad (6.2.42)$$

После интегрирования по k получим:

$$\Phi_c(r, z, h) = \Phi_{\infty} \varphi_c(r, 0) f(z, h), \quad (6.2.43)$$

где $f(z, h)$ – функция распределения потока гамма-излучения от пласта конечной мощности, определяемая соотношением (6.2.14).

Выражение (6.2.43) отличается от (6.2.11) только наличием множителя $\varphi_c(r, 0)$, который характеризует влияние скважины и определяется соотношением:

$$\varphi_c(r, 0) = \frac{1}{\Delta} v_r D_r K_1(v_r r_0) I_0(v_r r), \quad (6.2.44)$$

где Δ подсчитывается по формуле (6.2.30).

Функция влияния скважины в виде (6.2.44) позволяет учесть поглощение гамма-излучения в промывочной жидкости при расположении точечного детектора в любой точке внутри скважины. Для детектора конечного размера радиу-

сом r_c необходимо предварительно подсчитать толщину слоя промывочной жидкости между стенками скважины и скважинного прибора $d = r_0 - r_c$ и использовать значение d вместо r_0 .

На рис. 6.2.4 приведена расчетная функция поглощения гамма-излучения в буровом растворе.

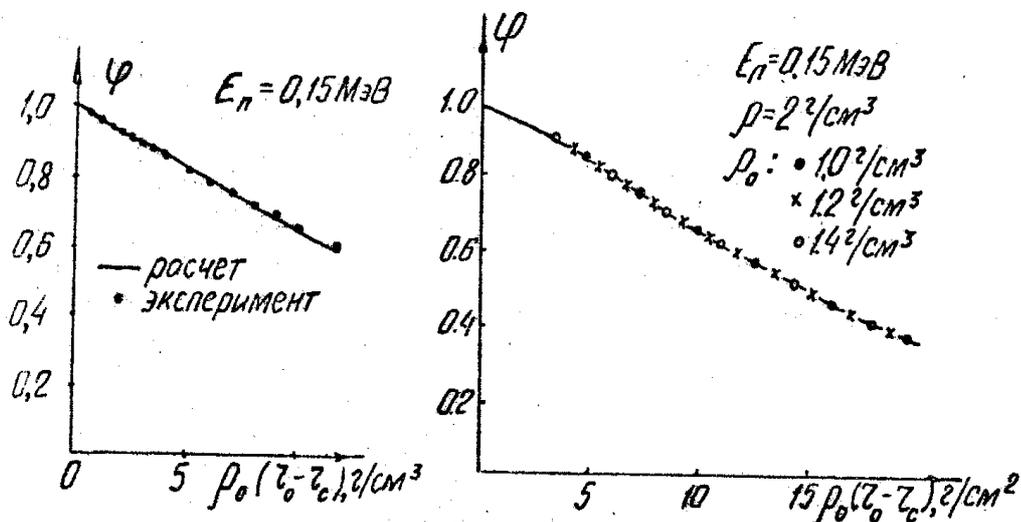


Рис. 6.2.4. Функция поглощения гамма-излучения в буровом растворе

6.2.2. Обратная задача гамма-каротажа

При решении обратной задачи гамма-каротажа требуется найти распределение источников в пласте при известном распределении гамма-поля в скважине. Поскольку плотность источников пропорциональна содержанию радиоактивного элемента в горной породе, то конечным результатом решения обратной задачи является получение информации о границах оруденения и содержании радиоактивного элемента.

В некоторых случаях решение обратной задачи считают законченным, если определены линейные запасы радиоактивного элемента. При этом под линейными запасами подразумевается произведение мощности рудного тела на среднее содержание радиоактивного элемента, соответствующее данной мощности. Однако информация о линейных запасах не содержит сведений о границах оруденения и содержании радиоактивного элемента в отдельности и в этом смысле не дает полного решения обратной задачи. Линейные запасы определяют по площади, ограниченной кривой гамма-каротажа и осью глубин.

Теорема о площади аномалии ГК

Площадь аномалии ГК подсчитывается по формуле

$$S(h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(z, h) dz = 2 \int_0^{\infty} \Phi(z, h) dz = \begin{cases} \int_0^{\infty} \Phi_{\max} [2(z+h)] + \Phi_{\max} [2(h-z)] dz, & z \leq h, \\ \int_h^{\infty} \Phi_{\max} [2(z+h)] - \Phi_{\max} [2(z-h)] dz, & z \geq h. \end{cases} \quad (6.2.45)$$

Заменим в выражении (6.2.45) переменные в круглых скобках на t , тогда:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \Phi_{\max} [2(z+h)] dz &= \int_h^{z'+h} \Phi_{\max} 2tdt \quad z' \rightarrow \infty; \\ \int_h^{\infty} \Phi_{\max} [2(z-h)] dz &= \int_0^{z'-h} \Phi_{\max} 2tdt, \quad z' \rightarrow \infty; \\ \int_0^h \Phi_{\max} [2(h-z)] dz &= \int_0^h \Phi_{\max} 2tdt. \end{aligned} \quad (6.2.46)$$

С учетом того, что при бесконечной мощности пласта Φ_{\max} стремится к величине потока гамма-квантов в однородной бесконечной среде, получим:

$$S(h) = \lim_{z' \rightarrow \infty} \int_{z'-h}^{z'+h} \Phi_{\max} 2tdt = \Phi_{\infty} 2h = k_n q 2h. \quad (6.2.47)$$

где $\Phi_{\infty} = k_0 q$ – величина потока гамма-квантов в бесконечной однородной среде; k_0 – пересчетный коэффициент от содержания урана q к величине потока гамма-квантов в бесконечной однородной среде Φ_{∞} .

Таким образом, зная площадь аномалии ГК и мощность урансодержащего пласта, можно найти содержание урана в пласте по формуле:

$$q = \frac{S}{k_n 2h}. \quad (6.2.48)$$

С учетом поправок на поглощение гамма-квантов в буровом растворе и обсадных трубах содержание урана определяется по формуле:

$$q = \frac{Sc_1 c_2}{k_n 2h}, \quad (6.2.49)$$

где c_1 – поправка за влияние бурового раствора; c_2 – поправка за поглощение гамма-квантов в обсадных трубах.

Использование площади аномалии ГК основано на известном соотношении между площадью аномалии S и линейным запасом радиоактивного элемента C :

$$S = k_0 C, \quad (6.2.50)$$

где k_0 – пересчетный коэффициент.

Соотношение (6.2.50) носит название обобщенной теоремы о площади аномалии.

Для гамма-излучения доказательство обобщенной теоремы получено Г. М. Воскобойниковым [6.2.1]. Теорема о площади устанавливает прямую пропорциональную зависимость между площадью аномалии ГК и линейным запасом радиоактивного элемента.

В частном случае для пласта конечной мощности $2h$ с постоянным обогащением $q(z) = q$ теорема о площади принимает вид:

$$S(h) = k_0 q 2h, \quad (6.2.51)$$

т. е. площадь кривой каротажа пропорциональна содержанию радиоактивного элемента и мощности пласта.

Площадь аномалии гамма-каротажа не зависит от длины детектора, используемого при каротаже. Можно показать также, что площадь аномалии ГК не зави-

сит от скорости каротажа. Указанные свойства площади кривой гамма-каротажа характеризуют этот параметр как наиболее устойчивый по отношению к аппаратным и методическим особенностям измерения и делают его удобным средством для подсчета линейных запасов радиоактивного элемента.

На рис. 6.2.5 дана оценка влияния мощности пласта (а), диаметра скважины (б), плотности горных пород (в) и уровня дискриминации регистрируемого гамма-излучения (г) на результаты решения обратной задачи литологического гамма-каротажа по площади аномалии ГК.

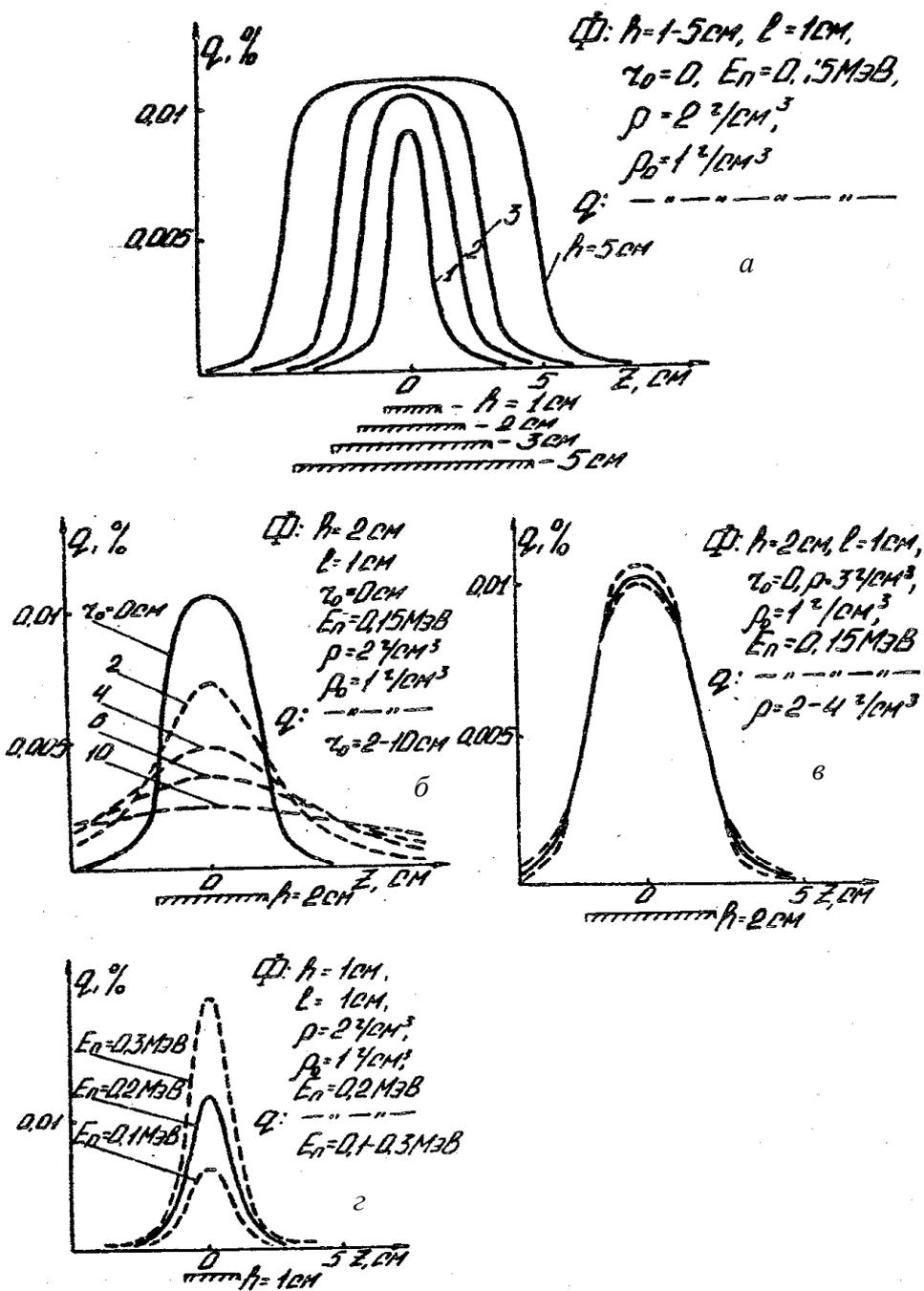


Рис. 6.2.5. Оценка влияния мощности пласта (а), диаметра скважины (б), плотности горных пород (в) и уровня дискриминации регистрируемого гамма-излучения (г) на результаты решения обратной задачи ГКл

Дифференциальные методы решения обратной задачи гамма-каротажа

Дифференциальная интерпретация диаграмм гамма-каротажа основана на исследовании дифференциальных характеристик гамма-поля в скважине. Радиоактивное рудное тело, пересеченное скважиной, представляется в виде набора тонких радиоактивных пластов, плотно прилегающих друг к другу. Зная распределение гамма-поля от отдельного тонкого пласта, можно методом подбора или, исследуя форму кривых гамма-каротажа, найти содержание радиоактивного элемента в отдельных пластах и получить, таким образом, детальную информацию о характере оруденения.

В последние годы предложен ряд алгоритмов, реализующих идею дифференциальной интерпретации результатов гамма-каротажа, которая базируется на решении интегрального уравнения первого рода (6.2.9):

$$\Phi(z) = k_0 \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') \Psi(z-z') dz', \quad -\infty < z, z' < +\infty, \quad (6.2.52)$$

где $q(z')$ – функция распределения источников излучения; $\Psi(z-z')$ – ядро интегрального уравнения; $\Phi(z)$ – функция распределения гамма-поля по оси скважины z ; k_0 – пересчетный коэффициент.

За рубежом, в США, часто используют методику последовательных приближений, предложенную Дж. Скоттом [6.2.5]. Для решения задачи Дж. Скотт использовал линейный интегральный процесс, заключающийся в многократном подборе содержаний радиоактивного элемента в пропластках. Удовлетворительные результаты получены при толщине элементарных пропластков, равной 15 см. Подбор содержаний продолжается до тех пор, пока распределение гамма-поля в скважине не приближается к истинному в пределах заданной погрешности измерений.

Идея дифференциальной интерпретации результатов гамма-каротажа в нашей стране предложена в работах И. М. Хайковича [6.2.6], который для решения интегрального уравнения (6.2.52) предложил использовать интегральное преобразование Фурье.

Действительно, подействовав на обе части уравнения (6.2.52) оператором Фурье и воспользовавшись теоремой о свертках, получим:

$$\tilde{\Phi}(i\omega) = k\sqrt{2\pi} \tilde{\Psi}(i\omega) \tilde{q}(i\omega). \quad (6.2.53)$$

отсюда следует:

$$q(z) = \frac{1}{k\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{\Phi}(i\omega)}{\tilde{\Psi}(i\omega)} \exp(-i\omega z) d\omega, \quad (6.2.54)$$

где $\tilde{\Psi}(i\omega)$, $\tilde{q}(i\omega)$, $\tilde{\Phi}(i\omega)$ – преобразование Фурье функций $\Psi(z)$, $q(z)$, $\Phi(z)$.

Ядро интегрального уравнения (6.2.52) имеет сложный вид, являясь функцией длины детектора, положения его в скважине, толщины обсадных труб, поглощающих свойств горных пород и бурового раствора, конструкции скважинного прибора и других факторов. Поэтому интегрирование при выполнении прямого и обратного преобразования Фурье осуществляется численно, а

вычислительная процедура по определению содержания радиоактивного элемента сводится к суммированию со сдвигом. Интерпретация данных гамма-каротажа производится с помощью ЭВМ по программам [6.2.7], реализующим счет по формуле:

$$q(z_n) = \frac{1}{k_0 \Pi_{\text{бур}} \Pi_{\text{обс}}} \sum_{k=-N}^N B_k \Phi(z_n + k\Delta), \quad (6.2.55)$$

где $q(z_n)$ – концентрация радиоактивного элемента (урана) в точках с координатами z_n по оси скважины; $\Pi_{\text{бур}}$ и $\Pi_{\text{обс}}$ – поправки на поглощение гамма-излучения в буровом растворе и обсадных трубах; $\Phi(z_n + k\Delta)$ – скорость счета импульсов в точках с координатами $z = z_n + k\Delta$, выраженная в мкР/ч по радиоисточнику; Δ – интервал между соседними точками; B_k – коэффициенты, зависящие от плотности руды, плотности бурового раствора, диаметра скважины, диаметра скважинного прибора, толщины обсадных труб и угла встречи скважины с рудным телом.

Коэффициенты B_k подсчитываются заранее для условий, соответствующих условиям проведения каротажа для $\Delta = 10$ см. Число точек для подсчета содержания по формуле (6.2.72) обычно не превышает 15 ($N = 7$). Шаг квантования, равный 10 см, считается оптимальным.

Известны также более простые и не менее точные приемы дифференциальной интерпретации диаграмм гамма-каротажа [6.2.8-6.2.11].

В ряде случаев количество точек отсчета и вывода информации о величине потока гамма-излучения может быть уменьшено до пяти и даже до трех точек. Один из возможных вариантов дифференциальной интерпретации по трем точкам предложен С. С. Малаховым и Л. Ф. Зиминим [6.2.8]. Этот способ в соответствии с общими правилами дифференциальной интерпретации базируется на аппроксимации рудной зоны суммой равномошных элементарных пропластков, внутри которых содержание радиоактивного элемента распределено равномерно. Результаты гамма-каротажа представляются массивом дискретных значений потока гамма-излучения по оси скважины, соответствующих центрам этих гипотетических пропластков. Шаг квантования (расстояние по оси глубин между соседними значениями потока гамма-излучения) равен мощности элементарного пропластка h .

В нашей стране наибольшее распространение получила методика дифференциальной интерпретации результатов гамма-каротажа по многоточечной схеме (15 точек), предложенная И. М. Хайковичем. За рубежом, особенно в США и Канаде, используют методику дифференциальной интерпретации по трехточечной схеме [6.2.12]. Трехточечная схема дифференциальной интерпретации результатов гамма-каротажа представляется наиболее простой.

Преимуществом трехточечной схемы интерпретации является возможность ее соединения с трехточечной схемой измерений. Аппаратурная реализация измерений в трех точках по оси скважины с помощью трех идентичных детекторов не вызывает затруднений. Таким образом, трехточечные измерения и обработка результатов с помощью бортового компьютера по правилам дифференциальной ин-

терпретации по трем точкам создают предпосылки для определения содержания радиоактивного элемента в непрерывном режиме измерений в процессе каротажа. Указанные преимущества измерений по трем точкам свидетельствуют в пользу выбора трехточечной схемы в качестве базовой для разработки алгоритмов дифференциальной интерпретации результатов гамма-каротажа.

Решение обратной задачи ГК по трехточечной схеме

Методикой литологического гамма-каротажа предусматриваются измерения потока гамма-излучения горных пород без использования свинцовых экранов. При этом регистрируется интегральный поток гамма-излучения в широком диапазоне энергий, включающем и низкоэнергетическую область спектра. Вместе с тем не исключается возможность измерений с пороговой отсечкой низкоэнергетического гамма-излучения или спектрометрических измерений на отдельных участках спектра, содержащих фотопики нерассеянного гамма-излучения радиоактивных элементов.

Литологический гамма-картаж (ГКл)

Современные каротажные радиометры снабжены сцинтилляционными счетчиками, которые характеризуются низким порогом и высокой эффективностью регистрации мягкого рассеянного гамма-излучения. Широкое использование низкоэнергетического гамма-излучения в сочетании с применением сцинтилляционной регистрирующей аппаратуры приводит к тому, что в общем потоке регистрируемого гамма-излучения эффект отдвигающихся по лучам нерассеянных гамма-квантов резко уменьшается. Подавляющее большинство регистрируемых гамма-квантов претерпевает многократное рассеяние. При этом перенос потока подчиняется уравнению диффузионного типа, которое в цилиндрической системе координат (r, z, φ) с учетом симметрии по r и φ имеет вид (6.2.8). Используя понятие длины диффузии $L = \sqrt{\frac{D}{\mu_a}}$ уравнение (6.2.8) можно переписать в виде:

$$\frac{d^2\Phi(z)}{dz^2} - \nu\Phi(z) = -A(z)/D, \quad (6.2.56)$$

где $\nu = \frac{1}{L}$ – обратная длина диффузии потока гамма-излучения.

Объемная активность источников гамма-излучения определяется соотношением

$$A(z) = aq(z)\rho, \quad (6.2.57)$$

где a – массовая активность источников; $q(z)$ – содержание радиоактивного элемента в среде в массовых долях; ρ – плотность среды.

С учетом сказанного уравнение диффузии можно записать в виде:

$$\frac{d^2\Phi(z)}{dz^2} - \nu^2\Phi(z) = k_0\nu^2q(z), \quad (6.2.58)$$

где $k_0 = \frac{a\rho}{\mu_a}$ – пересчетный коэффициент от потока гамма-излучения к содержанию радиоактивного элемента.

Решение уравнения (6.2.58) находится методом функции Грина, которая представляет собой функцию влияния плоского источника, заданного в виде дельта-функции $k_0q(z) = \delta(z)$. С помощью функции Грина решение уравнения (6.2.58) можно записать в виде:

$$\Phi(z) = k_0 \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') \Psi(z - z') dz', \quad (6.2.59)$$

где z – координата точки измерения; z' – координата излучающего слоя; dz' – элемент профиля наблюдений с содержанием радиоактивного элемента $q(z')$; $\Psi(z - z')$ – функция Грина для уравнения (6.2.58), которая для рассматриваемого случая имеет вид:

$$\Psi(z - z') = \frac{\nu}{2} e^{-\nu|z - z'|}. \quad (6.2.60)$$

В основе решения обратной задачи гамма-каротажа в случае одномерного оруденения $q = q(z')$ лежит связь между величиной потока гамма-излучения $\Phi(z)$ и содержанием радиоактивного элемента $q(z)$, которая выражается дифференциальным уравнением диффузионного типа (6.2.58) или интегральным уравнением типа свертки (6.2.59). Решая уравнение (6.2.58) относительно содержания радиоактивного элемента, получим:

$$q(z) = \frac{1}{k_0} \left[\Phi(z) - \frac{1}{\nu^2} \Phi''(z) \right]. \quad (6.2.61)$$

Таким образом, для определения содержания радиоактивного элемента по величине интегрального потока гамма-излучения необходимо знать распределение потока и его вторую производную по профилю измерений. Иначе говоря, решение обратной задачи интегрального гамма-каротажа сводится к вычислению дифференциального оператора второго порядка от функции потока гамма-излучения.

Приведем удобное для вычислений приближенное решение задачи. Для этого воспользуемся формулами численного дифференцирования. Заменим вторую производную потока гамма-излучения симметричной формулой численного дифференцирования по трем равноотстоящим узлам z_{i-1} , z_i и z_{i+1} :

$$\Phi''(z) = \frac{1}{h^2} [\Phi(z_{i-1}) - 2\Phi(z_i) + \Phi(z_{i+1})], \quad (6.2.62)$$

где h – интервал квантования профиля наблюдений по глубине, равный расстоянию между узлами разностной сетки.

Подставляя (6.2.62) в (6.2.61), получим расчетную формулу для вычисления содержания радиоактивного элемента по трехточечной схеме:

$$q(z_i) = \frac{1}{\nu^2 h^2 k_0} [-\Phi(z_{i-1}) + (2 + \nu^2 h^2) \Phi(z_i) - \Phi(z_{i+1})]. \quad (6.2.63)$$

Таким образом, для определения содержания радиоактивного элемента достаточно знать интегральный поток гамма-излучения в трех смежных равноотстоящих друг от друга точках. Относительная погрешность содержания, возни-

кающая при замене дифференциального оператора разностным, пренебрежимо мала. Например, при расстоянии между точками, равном 10 см, погрешность расчета не превосходит 0,1 %.

Учет влияния скважины

Для произвольного закона распределения радиоактивного элемента поток гамма-излучения определяется интегральным уравнением типа свертки (6.2.9):

$$\Phi_n(r, z) = k_0 \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') \Psi_n(r, z - z') dz', \quad (6.2.64)$$

где $n = c$, r – индекс, соответствующий скважине ($n = c$) и пласту ($n = r$).

При выполнении измерений в скважине ($n = c$) ядро интегрального уравнения (6.2.64) можно приближенно представить в виде:

$$\Psi_c(r, z - z') = \frac{v_r^2}{\pi} \varphi_c(r, 0) \int_0^{\infty} \frac{\cos k(z - z') dk}{k^2 + v_r^2}. \quad (6.2.65)$$

В частном случае для пласта конечной мощности $2h$ с постоянным содержанием радиоактивного элемента $q(z) = q$ распределение потока гамма-излучения в скважине находим, выполняя в выражении (6.2.22) интегрирование по z' в пределах от $-h$ до $+h$:

$$\Phi_c(r, z, h) = k_0 q \int_{-h}^{+h} \Psi_c(r, z - z') dz'. \quad (6.2.66)$$

Подставляя в (6.2.66) выражение для ядра интегрального уравнения в виде (6.2.65), находим:

$$\Phi_c(r, z, h) = \frac{k_0 q v_r^2 \varphi_c(r, 0)}{\pi} \int_{-h}^{+h} \left[\int_0^{\infty} \frac{\cos k(z - z') dk}{k^2 + v_r^2} \right] dz'. \quad (6.2.67)$$

После выполнения интегрирования по z' получим:

$$\Phi_c(r, z, h) = k_0 q v_r^2 \varphi_c(r, 0) \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos kz \sinh kh}{k(k^2 + v_r^2)}. \quad (6.2.68)$$

После интегрирования по k получим:

$$\Phi_c(r, z, h) = \Phi_{\infty} \varphi_c(r, 0) f(z, h), \quad (6.2.69)$$

где $f(z, h)$ – функция распределения потока гамма-излучения от пласта конечной мощности, определяемая соотношением (6.2.14):

$$f(z, h) = \begin{cases} e^{-vz} \operatorname{sh} vk, & |z| > h \\ 1 - e^{-vh} \operatorname{ch} vz, & |z| \leq h \end{cases}. \quad (6.2.70)$$

Выражение (6.2.69) отличается от (6.2.11) только наличием множителя $\varphi_c(r, 0)$, который характеризует влияние скважины и определяется соотношением:

$$\varphi_c(r, 0) = \frac{1}{\Delta} v_r D_r K_1(v_r r_0) I_0(v_c r). \quad (6.2.71)$$

Применим теперь к интегральному уравнению (6.2.64) двустороннее преобразование Лапласа, используя теорему о свертке, и совершим обратное преобразование. В результате получим:

$$q(z) = \frac{1}{k_0 \varphi_c(r, 0)} \left[\Phi_c(r, z) - \frac{1}{v_r^2} \Phi_c''(r, z) \right]. \quad (6.2.72)$$

Выражение (6.2.72) является решением обратной задачи гамма-каротажа с учетом влияния скважины. Так же, как в случае малого влияния скважины (6.2.61), определение содержания радиоактивного элемента осуществляется путем вычисления дифференциального оператора второго порядка от потока гамма-излучения. Поглощение гамма-излучения в буровом растворе учитывается с помощью сомножителя $1/\varphi_c(r, 0)$. При малом влиянии скважины поправка за поглощение гамма-излучения в буровом растворе равна 1 и выражение (6.2.72) совпадает с выражением (6.2.61).

6.3. Гамма-спектрометрия природных сред

Физические основы гамма-спектрометрического метода определения содержания радиоактивных элементов в породе

В практике геологоразведочных работ кроме интегральной радиоактивности горных пород оказываются полезными сведения о парциальных вкладах калиевой, урановой и ториевой составляющих интегрального гамма-поля. Получение информации о массовых долях естественных радиоактивных элементов (ЕРЭ) калия, урана и тория возможно с помощью гамма-спектрометрических измерений. Для изучения спектра гамма-излучения используются детекторы, регистрирующие гамма-излучение и передающие сигналы на анализатор импульсов в виде различных амплитуд, соответствующих определенному энергетическому уровню.

На рис. 6.3.1 приведены энергетические линии спектров естественных гамма-излучателей равновесных рядов урана, тория и радионуклида калия-40.

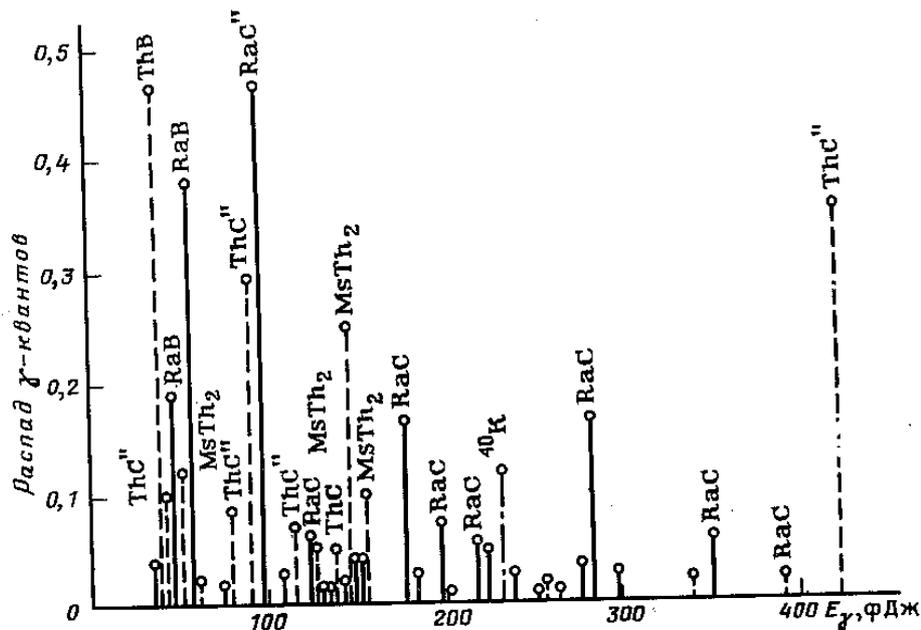


Рис. 6.3.1. Энергетические линии спектров гамма-излучения природных радиоактивных семейств урана, тория и изотопа калия-40

Регистрация импульсов, поступающих от детекторов, осуществляется многоканальными анализаторами импульсов. Каждый канал способен накапливать импульсы определенной амплитуды, соответствующие установленной энергии гамма-квантов. Определение содержания урана, радия, тория и калия заключается в регистрации спектров гамма-излучения рудного интервала скважины, эталонов перечисленных элементов и фона с последующей количественной обработкой результатов измерений.

Спектр гамма-излучения, зарегистрированный амплитудным анализатором импульсов, называется аппаратным спектром. Этот спектр существенно отличается от первичного спектра гамма-излучения радиоизотопов вследствие сложных процессов взаимодействия гамма-квантов с веществом сцинтиллятора, а также из-за статистических процессов, возникающих в фотоумножителе и анализаторе.

Для изучения спектров гамма-излучения используются сцинтилляционные детекторы. На рис. 6.3.2 приведены аппаратные спектры гамма-излучения естественных радиоактивных элементов.

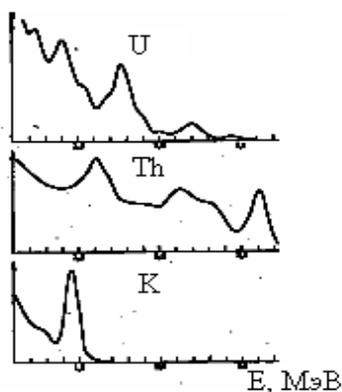


Рис. 6.3.2. Аппаратурные спектры гамма-излучения урана, тория и калия-40 для сцинтилляционного детектора [6.3.1]

Дифференциальные аппаратные спектры гамма-излучения, полученные на ненасыщенных моделях радиоактивных руд, содержащих радий, торий и калий приведены на рис. 6.3.3.

Идентификация радиоактивных элементов осуществляется по энергиям фотопиков анализируемого аппаратного спектра. Градуировка энергетической шкалы спектрометра осуществляется по зависимости номера канала спектрометра от энергии эталонных излучателей: Cs-137 ($E_{\gamma} = 0,662$ МэВ), Co-60 ($E_{\gamma} = 1,17$ и $1,33$ МэВ), а также эталонов Ra, Th и их изотопов RaC, RaC'', ThC, ThC'', MsTh₂, ThB.

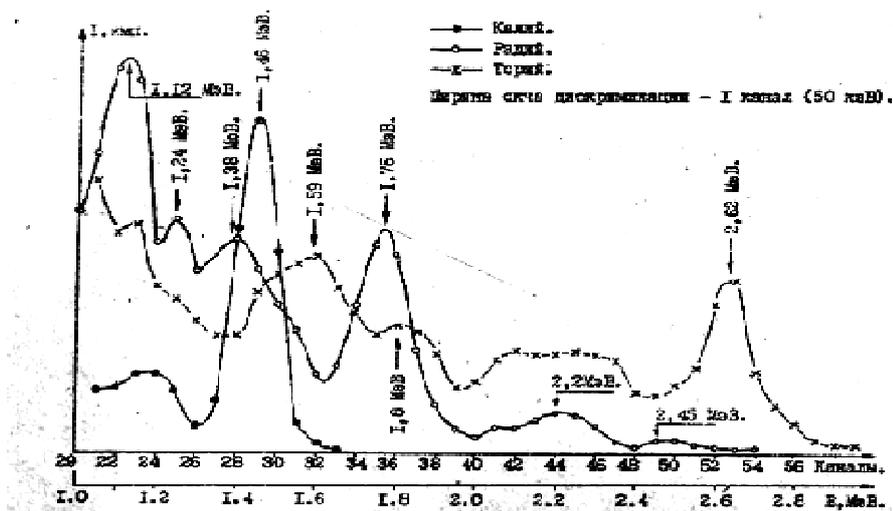


Рис. 6.3.3. Дифференциальные аппаратные спектры гамма-излучения, полученные на ненасыщенных моделях радиоактивных руд, содержащих радий, торий и калий-40

Раздельное определение урана (радия) и тория по гамма-излучению

В комплексных ураноториевых рудах содержания урана и тория определяют путем решения системы двух уравнений с двумя неизвестными: массовыми содержаниями урана $U(\text{Ra})$ и Th :

$$\begin{aligned} J_{\text{Ra}} &= J_{\text{Ra}} - J_{\text{Ra}}^{\phi} = a_1 \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6 + b_1 \text{Th}, \\ J_{\text{Th}} &= J_{\text{Th}} - J_{\text{Th}}^{\phi} = a_2 \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6 + b_2 \text{Th}, \end{aligned} \quad (6.3.1)$$

где J_{Ra} , J_{Th} – скорости счета импульсов по каналам радия и тория после вычета фоновых значений; a_1 , a_2 – пересчетные коэффициенты, характеризующие удельную скорость счета в радиевом и ториевом каналах на 1 % равновесного урана; b_1 , b_2 – удельные скорости счета в радиевом и ториевом каналах на 1 % тория; Ra , Th – содержание урана и тория в руде; α – коэффициент эманирования руды; $2,9 \cdot 10^6$ – переход от содержаний радия к содержанию урана.

Выразим скорости счета по каналам в единицах содержания равновесного урана:

$$\begin{aligned} Q_{\text{Ra}} &= \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6 + \gamma_1 \text{Th}, \\ Q_{\text{Th}} &= \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6 + \gamma_2 \text{Th}, \end{aligned} \quad (6.3.2)$$

где $Q_{\text{Ra}} = J_{\text{Ra}} / a_1$; $Q_{\text{Th}} = J_{\text{Th}} / a_2$ – эквивалентные содержания в единицах равновесного урана по каналам радия и тория, $\gamma_1 = b_1 / a_1$, $\gamma_2 = b_2 / a_2$ – урановые эквиваленты тория по гамма-лучам.

Эквивалентные содержания по каналам в единицах содержаний равновесного урана находят путем сравнения с содержанием в эталоне равновесного урана:

$$Q_{\text{Ra}} = J_{\text{Ra}} q_{\text{этU}} / J_{\text{этU}}, \quad Q_{\text{Th}} = J_{\text{Th}} q_{\text{этU}} / J_{\text{этU}}.$$

Урановые эквиваленты тория по гамма-лучам подсчитывают по формулам:

$$\gamma_1 = J_{\text{этTh}} q_{\text{этU}} / J_{\text{этU}} q_{\text{этTh}}, \quad \gamma_2 = J_{\text{этTh}} q_{\text{этU}} / J_{\text{этU}} q_{\text{этTh}}. \quad (6.3.3)$$

Решения системы уравнений (6.3.2) имеют вид:

$$\text{Ra} = \frac{(\gamma_2 Q_{\text{Ra}} - \gamma_1 Q_{\text{Th}}) \cdot 3,4 \cdot 10^{-7}}{(\gamma_2 - \gamma_1)(1 - \alpha)}; \quad \text{Th} = \frac{Q_{\text{Th}} - Q_{\text{Ra}}}{\gamma_2 - \gamma_1}. \quad (6.3.4)$$

После этого можно перейти от содержания радия к содержанию урана по формуле:

$$U = \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6. \quad (6.3.5)$$

Содержание ЕРЭ радия Q_{Ra} , тория Q_{Th} и калия Q_{K} рассчитывают путем решения системы уравнений:

$$\begin{aligned} J_{\text{Ra}} &= J_{\text{Ra}} - J_{\text{Ra}}^{\phi} = k_1 \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6 + l_1 \text{Th} + m_1 \text{K}; \\ J_{\text{Th}} &= J_{\text{Th}} - J_{\text{Th}}^{\phi} = k_2 \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6 + l_2 \text{Th} + m_2 \text{K}; \\ J_{\text{K}} &= J_{\text{K}} - J_{\text{K}}^{\phi} = k_3 \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6 + l_3 \text{Th} + m_3 \text{K}, \end{aligned} \quad (6.3.6)$$

где J_{Ra} , J_{Th} , J_{K} – скорости счета по каналам радия, тория и калия после вычета фоновых значений; k_1 , k_2 , k_3 – пересчетные коэффициенты (удельные скорости счета по каналам на единицу содержания равновесного урана); l_1 , l_2 , l_3 – удельные скорости счета по каналам на единицу содержания тория; m_1 , m_2 , m_3 – удельные скорости счета по каналам на единицу содержания калия.

Числовые значения спектральных коэффициентов k_j , l_j , m_j ($j = 1, 2, 3$), входящих в уравнение (6.3.6), определяют экспериментально при регистрации спектров гамма-излучения радиевого, ториевого и калиевого эталонов и рассчитывают по соотношению:

$$k_i, l_i, m_i = \frac{(J_{\text{эти}j} - J_{\text{ф}j})}{m_{\text{эти}i} Q_{\text{эти}i}}, \quad (6.3.7)$$

где $J_{\text{эти}j}$ – интенсивность гамма-излучения, регистрируемая от данного i -го эталона в j -м энергетическом интервале; $J_{\text{ф}j}$ – фоновая интенсивность гамма-излучения в том же j -м энергетическом интервале (имп\мин); $m_{\text{эти}i}$ – масса соответствующих эталонов, г; $Q_{\text{эти}i}$ – концентрация соответствующего элемента в i -м эталоне, г\г, или %.

Решение системы (6.3.6) имеет вид:

$$\begin{aligned} \text{Ra}(1 - \alpha) \cdot 2,9 \cdot 10^6 &= A_1 J_{\text{Ra}} + A_2 J_{\text{Th}} + A_3 J_{\text{K}}; \\ \text{Th} &= B_1 J_{\text{Ra}} + B_2 J_{\text{Th}} + B_3 J_{\text{K}}; \\ \text{K} &= C_1 J_{\text{Ra}} + C_2 J_{\text{Th}} + C_3 J_{\text{K}}. \end{aligned} \quad (6.3.8)$$

Коэффициенты обратной матрицы для системы (6.3.6), составленные из коэффициентов k_i , l_i , m_i , имеют вид:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{l_2 m_3 - l_3 m_2}{\Delta}, \quad A_2 = \frac{k_3 m_2 - k_2 m_3}{\Delta}, \quad A_3 = \frac{k_2 l_3 - k_3 l_2}{\Delta}; \\ B_1 &= \frac{l_3 m_1 - l_1 m_3}{\Delta}, \quad B_2 = \frac{k_1 m_3 - k_3 m_1}{\Delta}, \quad B_3 = \frac{k_3 l_1 - k_1 l_3}{\Delta}; \\ C_1 &= \frac{l_1 m_2 - l_2 m_1}{\Delta}, \quad C_2 = \frac{k_2 m_1 - k_1 m_2}{\Delta}, \quad C_3 = \frac{k_1 l_2 - k_2 l_1}{\Delta}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} k_1 & l_1 & m_1 \\ k_2 & l_2 & m_2 \\ k_3 & l_3 & m_3 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (6.3.9)$$

Если однокомпонентных эталонировочных моделей нет, то использовать пересчетные коэффициенты (6.3.7) нельзя из-за примесей других естественных радионуклидов в моделях. Для определения пересчетных коэффициентов в случае смешанных моделей эталонов необходимо иметь три модели с известными содержаниями урана, тория и калия U_i^j, Th_i^j, K_i^j ($i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$). Для каждого канала составляется своя система из трех уравнений относительно трех неизвестных для этого канала пересчетных коэффициентов.

Оптимальное положение и ширина энергетических окон выбираются из условия минимума общей погрешности анализа содержаний урана(радия), тория и калия. Наиболее подходящими для определения содержания U(Ra), Th и K являются энергетические интервалы: U(Ra) = 1,65 – 1,85 МэВ (264 – 296 фДж); Th = 2,5 – 2,8 МэВ (400 – 448 фДж); K = 1,35 – 1,55 МэВ (216 – 248 фДж).

При спектрометрии естественного гамма-излучения горных пород с помощью сцинтилляционных детекторов для определения радия обычно используют один из фотопиков: радия – 1,761 МэВ; тория – 2,62 МэВ и калия – 1,46 МэВ.

Для регистрации спектра гамма-излучения естественных радиоактивных элементов (ЕРЭ) можно использовать любой многоканальный спектрометр гамма-излучения, например аппаратуру СГСЛ.

Естественное гамма-излучение изотопов радия, тория и калия разлагается в спектр по энергиям с помощью NaI(Tl)-детектора размером 30×70 мм, имеющего оптический контакт с фотоэлектронным умножителем ФЭУ-85. В комплект каротажной аппаратуры входит скважинный прибор, анализатор импульсов АИ-128 и цифropечатающее устройство (рис. 6.3.4).

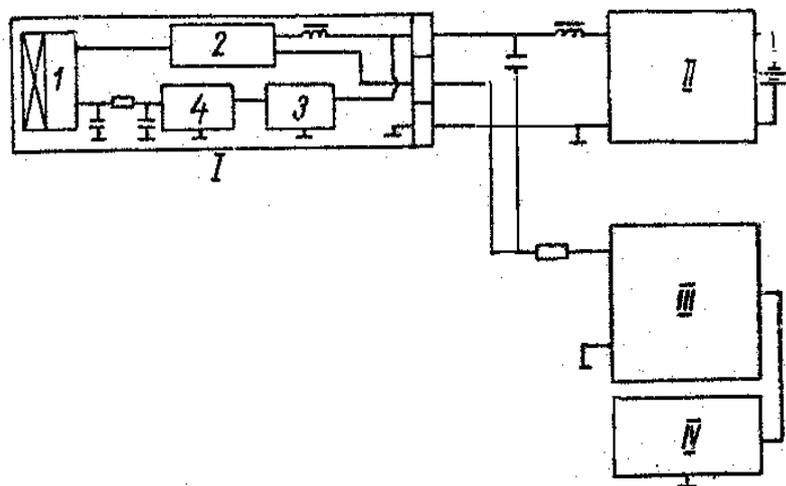


Рис. 6.3.4. Блок-схема аппаратуры СГСЛ: I – скважинный прибор; II – наземный пульт; III – анализатор импульсов; IV – цифropечатающее устройство; 1 – счетчик гамма-квантов; 2 – усилитель импульсов; 3 – стабилизатор напряжения; 4 – блок высокого напряжения питания ФЭУ

Сигналы, поступающие с блока детектирования, усиливаются и подаются на поверхность по кабелю, соединяющему скважинный прибор с наземной измерительной аппаратурой.

Градуировка скважинного прибора СГСЛ осуществляется на маломерных ненасыщенных моделях урана, тория и калия (эталолах). Зарегистрированные спектры гамма-излучения эталонов сохраняются на распечатках или на жестком диске компьютеризированной каротажной станции. Выделяются энергетические окна урана, тория и калия. Во всех трех окнах записывается интенсивность гамма-излучения от каждого эталона и спектр фонового гамма-излучения. Вычисляется интенсивность гамма-излучения в выбранных энергетических окнах за вычетом фонового гамма-излучения.

Составляется система из трех уравнений с тремя неизвестными содержаниями ЕРЭ: урана, тория и калия. Вычисляются спектральные коэффициенты на однокомпонентных эталонных моделях. Подсчитываются коэффициенты обратной матрицы (коэффициенты разделения урана, тория и калия). Регистрируются спектры гамма-излучения исследуемых рудных интервалов. Записываются для каждого рудного интервала интенсивность гамма-излучения J_{Ra} , J_{Th} , J_K во всех трех энергетических окнах. Зная коэффициенты раздельного определения для урана, тория и калия, определяют содержание этих элементов в исследуемых рудных интервалах.

Теоретические предпосылки спектрометрического гамма-каротажа (ГК-С). Прямая задача ГК-С

Для спектрометрической модификации гамма-каротажа расчет потока нерассеянного гамма-излучения в узких энергетических интервалах спектра из физических соображений целесообразно выполнять в лучевом приближении. Для оценки основных закономерностей переноса нерассеянного гамма-излучения в излучающе-поглощающей среде рассмотрим сначала наиболее простой случай, когда влиянием диаметра скважины и скважинного прибора можно пренебречь.

Предположим, что среда имеет слоистую структуру, и содержание радиоактивного элемента меняется только в направлении, перпендикулярном к границам рудных пластов. Скважина пересекает среду в направлении оси z нормально к границам оруденения. Содержание радиоактивного элемента изменяется произвольно: $q = q(z)$. Поток нерассеянного гамма-излучения в соответствии с принципом аддитивности будем рассматривать как сумму потоков от бесконечно тонких пластов, расположенных нормально к оси скважины.

Выделим в радиоактивной среде элемент объема dV , расположенный на расстоянии R от детектора гамма-квантов. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , ось z которой направим вдоль оси скважины. Величина потока нерассеянного гамма-излучения связана с содержанием радиоактивного элемента q , находящегося в элементарном объеме dV , соотношением:

$$d\Phi = \frac{kq\rho e^{-\mu R} dV}{R^2}, \quad (6.3.10)$$

где k – гамма-постоянная радиоактивного элемента; ρ – плотность среды; μ – эффективный коэффициент поглощения гамма-излучения.

Для удобства источники гамма-излучения отметим штрихами, а детектор расположим на оси скважины в точке с координатами $(0, z)$. При этом элементарный рудный объем будет $dV = r' dr' dz' d\varphi'$, а расстояние от элементарного объема до детектора $R = \sqrt{r'^2 + (z' - z)^2}$.

Задача решается путем интегрирования (6.3.10) по всему пространству распределения источников. После интегрирования по φ получим:

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') \Psi(z' - z) dz'; \quad (6.3.11)$$

$$\Psi(z' - z) = 2\pi k\rho \int_0^{\infty} \frac{e^{-\mu \sqrt{r'^2 + (z' - z)^2}}}{r'^2 + (z' - z)^2} dr'. \quad (6.3.12)$$

Ядро интегрального уравнения (6.3.11) представляет собой поток нерассеянного гамма-излучения от бесконечно тонкого рудного пласта, пересекающего ось скважины в точке $z = z'$.

После интегрирования по r' получим:

$$\Psi(z' - z) = 2\pi k\rho E_1(\mu(z - z')), \quad (6.3.13)$$

где $E_1(x)$ – интегральная показательная функция, определяемая соотношением:

$$E_1(x) = -E_i(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt. \quad (6.3.14)$$

Если ядро интегрального уравнения (6.3.12) пронормировать по величине пересчетного коэффициента k_0 , то выражение (6.3.11) совпадает с (6.2.9). Из этого следует, что расчет нерассеянного и рассеянного гамма-излучения осуществляется по сходным формулам.

Подставив ядро интегрального уравнения (6.3.13) в (6.3.11), получим выражение для потока нерассеянного гамма-излучения в слоистой среде с произвольным распределением содержания радиоактивного элемента $q = q(z')$ в виде:

$$\Phi(z) = 2\pi k\rho \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') E_1(\mu(z' - z)) dz'. \quad (6.3.15)$$

Поток гамма-излучения связан с содержанием радиоактивного элемента с помощью пересчетного коэффициента, который численно равен величине потока в бесконечной однородной среде с единичным содержанием определяемого элемента. Для определения величины пересчетного коэффициента подсчитаем величину потока в бесконечной среде с постоянным содержанием радиоактивного элемента $q(z') = q$. С этой целью выполним в выражении (6.3.15) интегрирование по z' в бесконечных пределах. После интегрирования получим:

$$\Phi_{\infty} = \frac{4\pi k\rho}{\mu} q = k_0 q, \quad (6.3.16)$$

где $k_0 = \frac{4\pi k\rho}{\mu}$ по определению является пересчетным коэффициентом.

В случае пласта конечной мощности $2h$ с постоянным содержанием радиоактивного элемента $q(z') = q$, $(z') \leq h$ распределение потока рассеянного гамма-излучения по оси скважины находится путем выполнения в выражении (6.3.23) интегрирования по z' в пределах от $-h'$ до $+h'$:

$$\Phi(z, h) = 2\pi kq\rho \int_{-h}^{+h} E_1[\mu(z' - z)z'] dz'. \quad (6.3.17)$$

Введем новую переменную $\mu|z' - z| = t$ и выполним интегрирование по t

$$\Phi(z) = \frac{k_0 q}{2} \begin{cases} E_2[\mu(z-h)] - E_2[\mu(z+h)], & (z) > h \\ 2 - E_2[\mu(z+h)] - E_2[\mu(h-z)], & (z) \leq h, \end{cases} \quad (6.3.18)$$

где $E_2(x)$ – экспоненциальный интеграл второго порядка, который часто называют функцией Кинга:

$$E_2(x) = \int_x^{\infty} E_1(x) dx = \exp(-x) + xE_1(-x). \quad (6.3.19)$$

При изменении x от 0 до ∞ $E_2(x)$ убывает от 1 до 0.

Из выражения (6.3.18) следует, что поток нерассеянного гамма-излучения в центре пласта при $z = 0$ достигает максимального значения:

$$\Phi_{\max}(h) = k_0 q [1 - E_2(\mu h)]. \quad (6.3.20)$$

Для расчета потока гамма-излучения по оси скважины в случае пласта конечной мощности достаточно знать функции насыщения $f(h) = \frac{\Phi_{\max}(h)}{\Phi_{\infty}}$, а затем воспользоваться выражением (6.2.16). Из выражения (6.3.20) следует, что функция насыщения для рассматриваемого случая имеет вид:

$$f(h) = 1 - E_2(\mu h). \quad (6.3.21)$$

Оценим теперь влияние поглощающих свойств промывочной жидкости на величину потока нерассеянного гамма-излучения в скважине. Для этого рассмотрим бесконечный радиоактивный пласт с постоянным содержанием определяемого элемента $q(z') = q$, пересеченный скважиной радиусом r_0 , заполненной промывочной жидкостью. Влиянием размеров детектора пренебрежем: $r_c = 0$, где r_c – радиус скважинного прибора.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , ось которой совместим с осью скважины. Для расчета величины потока нерассеянного гамма-излучения в гетерогенной среде, состоящей из скважины и пласта, воспользуемся соотношением

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{kq\rho}{4\pi R^2} e^{-\sum_i \mu_i R_i} dV, \quad (6.3.22)$$

где k – гамма-постоянная радиоактивного элемента; ρ – плотность среды; i – индекс гомогенного участка гетерогенной среды; μ_i – эффективный коэффициент поглощения гамма-излучения в i -й среде; R – расстояние от элементарного излучающего объема до детектора; R_i – отрезок пути, проходимый гамма-квантами в пределах i -го гомогенного участка среды; dV – элементарный объем, излучающий гамма-кванты.

Для рассматриваемого случая поток нерассеянного гамма-излучения по оси скважины после интегрирования по φ будет иметь вид:

$$\Phi = 2\pi k q \rho \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int_{r_0}^{\infty} \frac{\exp\left\{-\frac{1}{r'}[\mu_c r_0 + \mu(r' - r_0)]\sqrt{r'^2 + (z' - z)^2}\right\}}{r'^2 + (z' - z)^2}, \quad (6.3.23)$$

где μ , μ_c – эффективные коэффициенты поглощения гамма-излучения в горной породе и промывочной жидкости.

Введем новую переменную интегрирования соотношением $t = \frac{z' - z}{r'}$ и, учитывая симметрию задачи по t , заменим интеграл по t от $-\infty$ до $+\infty$ удвоенным интегралом от нуля до ∞ :

$$\Phi = 4\pi k q \rho \int_{r_0}^{\infty} dr' \int_0^{\infty} \frac{\exp\left\{-[\mu_c r_0 + \mu(r' - r_0)]\sqrt{1+t^2}\right\}}{1+t^2} dt. \quad (6.3.24)$$

После интегрирования по r' получим:

$$\Phi = k_0 q F(\mu_c r_0), \quad (6.3.25)$$

где $k_0 = 4\pi k \rho / \mu$ – пересчетный коэффициент; $F(\mu_c r_0)$ – функция, табулированная И. М. Хайковичем [6.2.3], которая имеет вид

$$F(x) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-x\sqrt{1+t^2}}}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}} dt = x \left[K_1(x) - \int_x^{\infty} K_0(x) dx \right], \quad (6.3.26)$$

где $K_0(x)$, $K_1(x)$ – модифицированные функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядков.

Множитель $F(\mu_c r_0)$ в формуле (6.3.25) характеризует поглощение гамма-излучения в промывочной жидкости. При $\mu_c r_0 = 0$ множитель равен единице и поглощение отсутствует. При увеличении $\mu_c r_0$ функция $F(\mu_c r_0)$ монотонно убывает до нуля. Для детекторов конечного размера толщина слоя промывочной жидкости $d = r_0 - r_c$, и поглощение в жидкости определяется множителем $F(\mu_c d)$.

При расчетах потока гамма-излучения в скважине часто считают, что функция поглощения не зависит от геометрии оруденения. Такое предположение с достаточной точностью соблюдается в действительности, так как внутри активных интервалов погрешность приближения достаточно мала, вне активных интервалов, где погрешность возрастает, малы абсолютные величины потока. В результате погрешность приближения мала во всех случаях, и функцию поглощения гамма-излучения в скважине, подсчитанную для пласта бесконечно большой мощности, можно использовать при любой геометрии оруденения.

В общем случае для произвольного одномерного распределения содержания радиоактивного элемента $q = q(z')$ выражение для потока нерассеянного гамма-излучения по оси скважины можно записать в виде:

$$\Phi(z) = 2\pi k \rho \int_{r_0}^{\infty} q(z') dr' \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left\{-[\mu_c r_0 + \mu(r' - r_0)]\sqrt{1+t^2}\right\}}{1+t^2} dt. \quad (6.3.27)$$

В частном случае для радиоактивного пласта конечной мощности $2h$ с центром в начале координат с постоянным содержанием радиоактивного элемента $q(z') = q, |z'| \leq h$ выражение для потока гамма-излучения по оси скважины найдено И. М. Хайковичем [6.2.3] путем выполнения в выражении (6.3.27) интегрирования по z' в пределах от $-h$ до $+h$.

Обратная задача ГК-С

Решение обратной задачи спектрометрического гамма-каротажа по трехточечной схеме базируется на решении интегрального уравнения первого рода типа свертки. Ядро интегрального уравнения физически представляет собой функцию распределения потока гамма-излучения от бесконечно тонкого радиоактивного пласта, пересекающего под прямым углом ось скважины в точке $z = z'$. Выражение для потока гамма-излучения тонкого радиоактивного пласта находится расчетным методом для конкретных условий измерения или экспериментально на моделях тонких радиоактивных пластов.

Для спектрометрической модификации гамма-каротажа расчеты базируются на лучевом приближении теории переноса гамма-излучения. Закономерности лучевого переноса справедливы в том случае, когда речь идет о регистрации нерассеянного гамма-излучения в отдельных энергетических интервалах спектра, соответствующих фотопикам гамма-излучения определяемых элементов или в том случае, когда информация о низкоэнергетическом рассеянном гамма-излучении подавляется путем энергетической селекции импульсов или с помощью свинцового экрана.

В последние годы предложен ряд алгоритмов, реализующих идею дифференциальной интерпретации результатов гамма-каротажа, которая базируется на решении интегрального уравнения первого рода вида (6.2.9) для рассеянного и (6.3.11) для нерассеянного гамма-излучения. В общем случае решение обратной задачи гамма-каротажа сводится к решению интегрального уравнения:

$$\Phi(z) = k_0 \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') \Psi(z-z') dz', \quad -\infty < z, z' < +\infty, \quad (6.3.28)$$

где $q(z')$ – функция распределения источников излучения; $\Psi(z-z')$ – ядро интегрального уравнения; $\Phi(z)$ – функция распределения гамма-поля по оси скважины z ; k_0 – пересчетный коэффициент.

Недостатком расчетов потока гамма-излучения в лучевом приближении является сложный вид аналитических зависимостей потока от геометрии измерений, физических свойств горных пород и руд, конструктивных особенностей скважины и аппаратуры. Выражение для потока гамма-излучения тонкого радиоактивного пласта содержит несколько квадратур [6.2.3], что затрудняет решение интегрального уравнения (6.3.28).

Вместе с тем с хорошей точностью ядро интегрального уравнения для лучевого переноса гамма-излучения аппроксимируется экспоненциальной зависимостью

$$\Psi_{\delta}(z-z') = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha(z-z')}, \quad (6.3.29)$$

где α – параметр аппроксимации, который находится из условия максимального приближения аппроксимирующей функции (6.3.29) к ядру интегрального уравнения (6.3.28).

Наилучшей аппроксимации добиваются методом среднеквадратичного приближения. Если вид ядра найден экспериментально, то используется дискретный вариант приближения по методу наименьших квадратов.

Для решения обратной задачи спектрометрического гамма-каротажа воспользуемся двусторонним преобразованием Лапласа. Пусть $\tilde{\Psi}_s(p)$, $\tilde{q}(p)$ и $\tilde{\Phi}(p)$ - двустороннее преобразование Лапласа для функций $\Psi_s(z)$, $q(z)$ и $\Phi(z)$. Используя теорему о свертках, получим следующее уравнение для изображений:

$$\tilde{\Phi}(p) = k_0 \tilde{\Psi}_s(p) \tilde{q}(p), \quad (6.3.30)$$

откуда следует:

$$\tilde{q}(p) = \frac{\tilde{\Phi}(p)}{k_0 \tilde{\Psi}_s(p)}. \quad (6.3.31)$$

Найдем двустороннее Лаплас-изображение ядра интегрального уравнения. Для этого вычислим интеграл:

$$\tilde{\Psi}_s(p) = \frac{\alpha}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-pz - \alpha(z)} dz = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - p^2}. \quad (6.3.32)$$

После подстановки выражения (6.3.32) в (6.3.31) получим следующее уравнение для изображений:

$$\tilde{q}(p) = \frac{\alpha^2 - p^2}{\alpha^2 k_0} \tilde{\Phi}(p). \quad (6.3.33)$$

Возвращаясь к оригиналам, находим решение интегрального уравнения:

$$q(z) = \frac{1}{k_0} \left[\Phi(z) - \frac{1}{\alpha^2} \Phi''(z) \right]. \quad (6.3.34)$$

Таким образом, решение интегрального уравнения (6.3.28) сводится к решению дифференциального уравнения второго порядка относительно функции потока гамма-излучения. Для определения содержания радиоактивного элемента необходимо знать вторую производную потока гамма-излучения в каждой точке по профилю измерений. Выражение (6.3.34) является решением обратной задачи гамма-каротажа для его спектрометрической разновидности. Полученное выражение аналогично решению обратной задачи интегрального гамма-каротажа для рассеянного гамма-излучения (6.2.61). Отличие заключается только в том, что параметр переноса интегрального потока гамма-излучения ν заменяется на параметр лучевого переноса гамма-квантов в заданном интервале энергий α .

Приведем удобное для вычислений приближенное решение задачи. Так же как в случае диффузионного переноса, вторую производную потока гамма-излучения в выражении (6.3.34) можно заменить симметричной формулой численного дифференцирования по трем равноотстоящим узлам z_{i-1} , z_i и z_{i+1} (6.2.62). После подстановки (6.2.62) в (6.3.34) получаем расчетную формулу для вычисления содержания радиоактивного элемента по трехточечной схеме:

$$q(z_i) = \frac{1}{\alpha^2 h^2 k_0} \left[-\Phi(z_{i-1}) + (2 + \alpha^2 h^2) \Phi(z_i) - \Phi(z_{i+1}) \right], \quad (6.3.35)$$

где h – шаг квантования профиля измерений по глубине.

Выражение (6.3.35) аналогично (6.2.63), если параметр диффузионного переноса ν заменить на α . Таким образом, для решения обратной задачи спектрометрического гамма-каротажа так же, как и в случае интегрального гамма-каротажа, достаточно знать величину потока нерассеянного гамма-излучения в заданном интервале энергий в трех смежных точках, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга по оси скважины.

Поскольку (6.3.35) и (6.2.63) аналитически совпадают, если положить $\nu = \alpha$, то с физической точки зрения параметр аппроксимации α близок к обратной длине диффузии гамма-излучения ν . Отличие заключается в том, что параметр α характеризует перенос нерассеянного гамма-излучения в заданном интервале энергий, а параметр ν характеризует перенос интегрального потока, состоящего преимущественно из рассеянного гамма-излучения. Тем не менее диффузионный формализм, справедливый для рассеянного гамма-излучения, можно использовать и в случае переноса нерассеянного гамма-излучения. Для этого параметр диффузионного переноса ν следует заменить на параметр лучевого переноса α , понимая под ним обратную длину переноса нерассеянного гамма-излучения. Таким образом, формально лучевой перенос нерассеянного и диффузионный перенос рассеянного гамма-излучения подчиняются одинаковым закономерностям. Поэтому как для интегральной, так и для спектрометрической модификаций гамма-каротажа можно использовать один и тот же прием решения обратной задачи гамма-каротажа.

Ранее при решении обратной задачи спектрометрического ГК было сделано предположение, что поглощающим влиянием бурового раствора можно пренебречь. Однако в действительности влиянием скважины пренебрегать нельзя. Поэтому возникает вопрос об определении содержания радиоактивного элемента с учетом влияния скважины. Решение этой задачи было рассмотрено на примере интегрального гамма-каротажа рассеянного гамма-излучения. Заменяя параметр диффузионного переноса ν на α , все полученные результаты можно распространить на случай лучевого переноса гамма-излучения с целью интерпретации данных спектрометрического гамма-каротажа.

Поэтому учет влияния скважины для спектрометрического ГК выполняется так же, как в случае интегрального ГК по формуле (6.2.72):

$$q(z) = \frac{1}{k_0 \varphi_c(r, 0)} \left[\Phi_c(r, z) - \frac{1}{\nu_r^2} \Phi_c''(r, z) \right], \quad (6.3.36)$$

где

$$\varphi_c(r, 0) = \frac{1}{\Delta} \nu_r D_r K_1(\nu_r r_0) I_0(\nu_c r). \quad (6.3.37)$$

6.4. Метод изотопного датирования горных пород

Впервые идею о возможности использования радиоактивного распада элементов в качестве мерила геологического времени высказал в 1903 году Пьер Кюри, обративший внимание на постоянство скорости радиоактивного распада, происходящего независимо от внешних условий.

В настоящее время разработано несколько методов определения геологического возраста, основанных на явлениях радиоактивного распада [6.4.1, 6.4.2]. Наиболее перспективными являются следующие методы измерения абсолютного возраста пород: свинцово-урано-ториевый; аргон-калиевый и кальций-калиевый; стронций-рубидиевый и радиоуглеродный.

В основе любого из радиоактивных методов определения абсолютного возраста горных пород лежит закон радиоактивного распада, определяющий зависимость между числом атомов (N_0) в закрытой системе (минерале) в момент ее образования и числом атомов нераспавшихся (N_t) по прошествии времени t :

$$N_0 = N_t e^{\lambda t}, \quad (6.4.1)$$

где λ – постоянная радиоактивного распада; e – основание натуральных логарифмов.

Из уравнения (6.4.1) следует другое уравнение:

$$\frac{N_0 - N_t}{N_t} = e^{\lambda t} - 1, \quad (6.4.2)$$

где $N_0 - N_t$ – число распавшихся атомов за время t , равное числу образовавшихся атомов – продуктов конечного распада данного элемента.

Иначе говоря, если рассматривать в качестве закрытой системы минерал, то чем больше в нем находится атомов - продуктов распада присутствующего в нем радиоактивного элемента, тем древнее, естественно, окажется его возраст. Следовательно, зная число образовавшихся атомов - продуктов распада радиоактивного элемента ($N_0 - N_t$) в минерале (в случае уранового минерала таковым будет свинец) и число нераспавшихся атомов (N_t) самого радиоактивного элемента (в рассматриваемом случае - урана), зная константу его распада (λ), легко вычислить возраст минерала (t).

В случае если исследуемый минерал входит в состав горной породы или руды, одновременно с которой он образовался, то, определив возраст минерала, устанавливается и абсолютный возраст самой породы или руды.

Уран-торий-свинцовый метод

Уран-торий-свинцовый метод основан на радиоактивном распаде урана и тория [6.4.1]. В настоящее время известно три ряда радиоактивных превращений, в результате которых два изотопа урана – U-238 и U-235 – и изотоп тория Th-232, составляющие основную массу этих элементов, в природе превращаются в конечные продукты распада – атомы гелия (альфа-излучение) и изотопы свинца, соответственно Pb-206, Pb-207 и Pb-208.

На основании уравнений (6.4.1) и (6.4.2) можем написать для минерала, содержащего уран и торий, три независимых уравнения, устанавливающих зависимость между количеством накопившегося в минерале свинца (Pb), количеством нераспавшегося урана (U) или тория (Th) и его возрастом:

$$\begin{aligned} \text{Pb}^{206} &= U(e^{\lambda_{\text{U}^{238}}t} - 1); \\ \text{Pb}^{207} &= \frac{1}{137,7} U(e^{\lambda_{\text{U}^{235}}t} - 1); \\ \text{Pb}^{208} &= \text{Th}(e^{\lambda_{\text{Th}^{232}}t} - 1), \end{aligned} \quad (6.4.3)$$

где Pb-206, Pb-207, Pb-208 – количество изотопов свинца в минерале в атомных количествах; U, U/137,7, Th – количество изотопов урана и тория в минерале в атомных количествах; $\lambda_{\text{U}^{238}}$, $\lambda_{\text{U}^{235}}$, $\lambda_{\text{Th}^{232}}$ – соответственно константы распада изотопов урана и тория.

Константы радиоактивного распада берутся из справочников: λ (урана-238) – $1,541 \cdot 10^{-10}$ лет⁻¹; λ (урана-235) – $9,722 \cdot 10^{-10}$ лет⁻¹; λ (тория-232) – $4,987 \cdot 10^{-11}$ лет⁻¹.

Если разделить в уравнении (6.4.3) разделить среднее уравнение на верхнее, то может быть выведено еще одно уравнение:

$$\frac{\text{Pb}^{207}}{\text{Pb}^{206}} = \frac{1}{137,7} \frac{(e^{\lambda_{\text{U}^{235}}t} - 1)}{(e^{\lambda_{\text{U}^{238}}t} - 1)}. \quad (6.4.4)$$

В датировании горных пород наиболее часто используются следующие пары материнских и дочерних изотопов: U²³⁸-Pb²⁰⁶; U²³⁵-Pb²⁰⁷; Th²³²-Pb²⁰⁸; K⁴⁰-Ar⁴⁰; Rb⁸⁷-Sr⁸⁷; Sm¹⁴⁷-Nd¹⁴⁴; Re¹⁸⁷-Os¹⁸⁷; Lu¹⁷⁶-Hf¹⁷⁶.

Считается, что процесс радиоактивного распада не зависит от окружающих условий и характеризуется так называемым периодом полураспада $T_{1/2}$ – временем, за которое распадается половина атомов исходного (материнского) изотопа. В практике датирования чаще используется другой параметр – λ , который связан с периодом полураспада простым соотношением: $\lambda T_{1/2} = \ln 2$.

Для замкнутой системы, в которой в некий начальный момент времени был только материнский изотоп, из законов радиоактивного распада следует, что количество атомов дочернего изотопа D , образовавшегося за время t , прошедшее с этого начального момента, связано с количеством атомов оставшегося материнского изотопа M следующим соотношением:

$$D = M(e^{\lambda t} - 1), \quad (6.4.5)$$

откуда легко определяется время, прошедшее с начального момента - момента образования такой замкнутой системы:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{D}{M}\right). \quad (6.4.6)$$

Это соотношение может быть использовано для определения возраста какого-либо минерала t при соблюдении двух важных условий.

Во-первых, в течение всей своей истории система должна быть замкнутой – в минерале не должно происходить ни выноса, ни привноса как дочерних, так

и материнских изотопов. Во-вторых, в момент своего образования (например, при кристаллизации) минерал не должен содержать атомов дочернего изотопа.

Это очень жесткие условия, которые в реальности не всегда соблюдаются. Попытки минимизировать возможные ошибки, связанные с нарушением первого условия, сводятся главным образом к использованию для определения абсолютного возраста лишь ограниченной группы минералов, а именно тех, которые сохраняют свой состав неизменным, несмотря на потенциально возможные в прошлом внешние воздействия.

Поскольку второе условие соблюдается крайне редко, для минимизации ошибок, связанных с его нарушением, часто применяют метод изохрон, в котором используется тот факт, что помимо радиогенного (получившегося в результате радиоактивного распада) изотопа в минерале практически всегда присутствует какое-то количество стабильного изотопа того же химического элемента. Если система замкнута (то есть первое условие выполняется), то количество стабильного изотопа со временем не меняется, что ясно из элементарных соображений.

Пусть количество стабильного изотопа равно D_2 , а радиогенного D_1 . Допустим, что в самый начальный момент времени в минерал попало некоторое количество дочернего изотопа $(D_1)_0$. Тогда для текущего содержания дочернего и материнского изотопов будет справедливо соотношение:

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)_0 + \frac{M}{D_2} (e^{\lambda t} - 1). \quad (6.4.7)$$

Изохроной называется прямая линия, проведенная в координатах D_1/D_2 и M/D_2 по точкам изотопных составов одновозрастных минералов, различающихся по содержанию материнского элемента M (рис. 6.4.1). Эта прямая пересекает ось ординат в точке, соответствующей составу захваченного при кристаллизации элемента $(D_1/D_2)_0$. Угол наклона прямой α будет функцией возраста минерала. Таким образом, метод изохрон позволяет по нескольким образцам, имеющим общее происхождение, определить возраст минерала и начальное изотопное отношение дочернего элемента в нем. Если же образцы имеют неодинаковый возраст, точки их изотопных составов не лягутся на одну прямую.

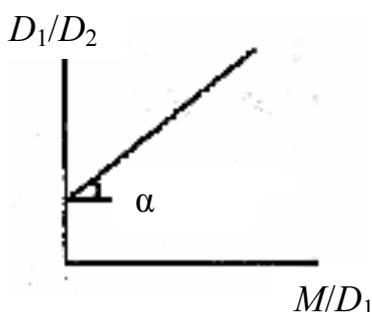


Рис. 6.4.1. Пример изохроны [6.4.1]

Для широко распространенного уран-торий-свинцового метода задействовано сразу несколько процессов распада.

Первичные изотопы урана и тория - уран-238, уран-235 и торий-232 - в процессе радиоактивных превращений образуют длинные цепочки переходящих друг в друга изотопов – радиоактивные ряды распада. Конечными продуктами распада всех трех рядов являются изотопы свинца. Поскольку геология работает с довольно продолжительными интервалами времени, сравнительно короткоживущими промежуточными членами рядов можно пренебречь и рассматривать упрощенные системы: $U^{238} - Pb^{206}$; $U^{235} - Pb^{207}$ и $Th^{232} - Pb^{208}$.

Отношение урана-238 к урану-235 считается постоянным и равно 137,88. Поэтому изотопный анализ урана заменяют определением его общего содержания.

Следует учитывать, что помимо радиогенных изотопов свинца в природе существует ещё один стабильный изотоп свинца – свинец-204. Концентрация этого изотопа не меняется со временем.

Основным условием пригодности образцов для определения возраста является закрытость системы. Поэтому для уран-торий-свинцового метода применяют минералы, максимально устойчивые к воздействию внешних процессов: цирконы, сфены, монациты, ортиты, ураниниты и др.

Если система оставалась закрытой всё время существования минерала, значения возраста должны быть одинаковыми. Однако, как правило, они различаются. Поэтому нельзя получить достоверные значения возраста по единичному минералу. Обычно исследуют серию минералов, имеющих одинаковое происхождение. Затем строят изохроны и выполняют интерпретацию с применением графических приемов.

Например, если урансодержащий минерал в течение своего существования не испытывал ни привноса, ни выноса U и Pb, то значения возраста, определенные по отношениям Pb^{207}/U^{235} и Pb^{206}/U^{238} должны совпадать (рис. 6.4.2)

На диаграмме в координатах Pb^{207}/U^{235} - Pb^{206}/U^{238} точки для таких возрастов лягут на единую кривую, которая называется конкордией (см. рис. 6.4.2). Конкордия – это геометрическое место точек всех согласующихся U- Pb-систем.

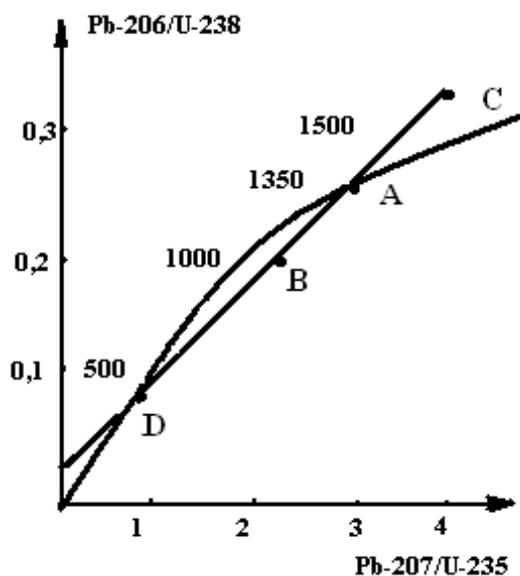


Рис. 6.4.2. Конкордия и дискордия [6.4.1]

Если минерал испытал потерю свинца или привнос урана, то точка будет располагаться на диаграмме ниже конкордии (точка *B*). Для обратного процесса точки располагаются выше конкордии (точка *C*), что происходит значительно реже. Если процесс перераспределения элементов в одновозрастной U-Pb-системе произошел однократно, то точки для когенетичных (имеющих общее происхождение) минералов расположатся на прямой, которая носит название дискордии. Верхняя точка *A* пересечения конкордии и дискордии дает, как считается, истинный возраст минералов, нижняя точка *D* пересечения указывает на время метаморфизма (преобразования состава и структуры минералов), приведшего к перераспределению элементов.

Полученное значение в 4,4 миллиарда для планеты Земля соотносится со временем образования исходных атомов урана лишь условно. Эти условия рассмотрены в монографии А. Склярова [6.4.1]. Таким образом, результаты «датирования» с применением указанной формулы требуют дальнейшего уточнения.

Конечно, далеко не все результаты получены уран-ториево-свинцовыми методами. Есть и другие изотопы. Например, калий-аргоновый или рубидий-стронциевый методы также широко используются в геологии.

Аргон-калиевый и кальций-калиевый методы

Помимо радиоактивных элементов U-238, U-235 и Th-232, характеризующихся многоступенчатым процессом радиоактивного распада, приводящим к появлению многочисленных промежуточных продуктов распада, составляющих радиоактивные семейства каждого из названных элементов - известны иные формы естественной радиоактивности. Отличительной чертой их является прямое превращение радиоактивного элемента в конечный продукт распада без образования промежуточных продуктов.

Из изотопов, прямо превращающихся в конечный продукт, наиболее пригодны для изучения абсолютного возраста минералов элементы K-40 и Rb-87 [6.4.2].

Аргон-калиевый и кальций-калиевый методы основаны на радиоактивном превращении K-40, присутствующего в естественном калии в количестве 0,0119 (атомных %) или 0,0122 (весовых %). K-40 претерпевает два различных радиоактивных превращения: благодаря эффекту K-захвата небольшая часть K-40 (около 12 %) превращается в Ar-40. Большая часть K-40 (около 88 %) в результате β -излучения превращается в Ca-40. По последним данным, $\lambda_K = 0,55 \cdot 10^{-10} \text{ лет}^{-1}$, а $\lambda_\beta = 4,72 \cdot 10^{-10} \text{ лет}^{-1}$.

Таким образом, обе ядерные реакции могут быть использованы для определения возраста калиевых минералов. Однако практически первая из них оказалась более удобной ($K^{40} \rightarrow (K, e) Ar^{40}$), поскольку присутствующий в минерале аргон обычно является исключительно радиогенным по своему происхождению, в то время как кальций весьма широко распространен в горных породах и установить долю радиогенного кальция весьма сложно.

Для определения содержания радиогенного аргона в исследуемом минерале или породе его удаляют из пробы породы прокаливанием при температуре 1200-1400 °C в специальной установке, в которой предварительно создается

высокий вакуум. После очистки выделенного аргона от посторонних газов, выделяющихся вместе с ним из пробы породы, в серии специально предназначенных для этого ловушек измеряется парциальное давление аргона, позволяющее судить о выделившемся его количестве.

Исследуемый материал содержит определенное количество воздушного аргона в результате сорбционных процессов или недостаточно тщательной эвакуации воздуха из установки перед началом эксперимента. Поэтому на содержание воздушного аргона вносятся соответствующие поправки.

Авторами аргон-калиевого метода являются советские ученые Э. К. Герлинг и В. Г. Хлопин, впервые в 1948 г. предложившие его для определения возраста горных пород и минералов.

Широкая распространенность в природе калиевых минералов и простота определения аргона и калия являются положительными чертами аргон-калиевого метода определения возраста горных пород.

Если у свинцовых методов проблема с лишним «начальным» свинцом, то у калий-аргонового метода сложности противоположного характера. Аргон - газ. А обеспечить удержание газа внутри минерала, да еще и на протяжении длительной геологической истории, чрезвычайно сложно. И ни один честный геолог не даст гарантии того, что какой-то конкретный минерал удержал в себе весь радиогенный аргон. Наоборот, в соответствии с пресловутым законом Мэрфи: если есть возможность утечки, она обязательно будет. А раз аргон мог покинуть минерал, то и результаты датирования калий-аргоновым методом могут быть ошибочными.

Стронций-рубидиевый метод

Важным дополнением для аргон-калиевого метода, по существу контрольным для него, служит стронций-рубидиевый метод, поскольку все калиевые минералы в тех или иных количествах содержат изоморфно присутствующий в них рубидий.

Естественный рубидий состоит из двух изотопов - Rb-85 и Rb-87 с относительной распространенностью 72,8 % и 27,2 %. Rb-87 является радиоактивным и в результате β -излучения превращается в Sr-87, составляющий приблизительно 7 % обычного стронция, в составе которого известны еще три нерадиоактивных изотопа: Sr-84, Sr-86, Sr-88.

Поскольку рубидий широко распространен в калиевых минералах, возможность определения возраста двумя независимыми параллельными методами весьма целесообразна, тем более, что Sr-87 не обладает такой подвижностью при изменении минералов, как Ar-40.

Серьезным препятствием в развитии этого метода является отсутствие точных сведений о величине периода полураспада Rb-87 и малое содержание рубидия, а соответственно и радиогенного стронция в породообразующих минералах. Рубидий-стронциевый метод обходится без газа. Соответственно, и «аргоновых» проблем у него быть не должно.

Однако, как показали исследования, даже при сравнительно низких температурах может происходить частичный обмен стронцием между минералами. А это прямая предпосылка к нарушению одного из базовых требований при изотопном датировании минералов - к нарушению условия изолированности системы.

Радиоуглеродный метод

Этот метод в отличие от предыдущих применим только для самых юных геологических образований, возраст которых не превышает 30 тыс. лет и не меньше 2000 лет. Метод основан на радиоактивном распаде С-14, образующегося в атмосфере в результате воздействия на N-14 космического излучения и не менявшегося, как предполагают, по своей интенсивности в течение последних 50 тыс. лет. Период полураспада С-14 составляет около 5600 лет. В результате постоянно идущего обмена между углеродом углекислоты атмосферы и органического вещества растений и животных – содержание в последних С-14 поддерживается все время на определенном уровне. Поэтому гамма-активность углерода органического живого вещества все время сохраняется постоянной - около 10 β-распадов в минуту на 1 г углерода.

При умирании организма или растения обмен с углеродом атмосферы прекращается и концентрация С-14, а следовательно, и удельная активность органического вещества начинает падать согласно закону: $I_0 = I_t e^{\lambda_c t}$, где I_0 – современная удельная активность углерода; I_t – наблюдаемая удельная активность ископаемого; λ_c – константа β -распада С-14; t – возраст исследуемого объекта.

В настоящее время этим методом установлен абсолютный возраст эпох оледенения. Советским ученым Трофимовым А. В. измерен возраст обнаруженного на Таймыре мамонта, оказавшийся равным 12 тыс. лет. Найденные вблизи него остатки древесины показали близкое к нему значение возраста.

7. ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСТОЧНИКОВ НЕЙТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Под ядерно-физическими методами ГИС понимают ядерную геофизическую разведку по стволу буровых скважин (радиоактивный каротаж). По типу источников излучения и характеру ядерных реакций радиоактивный каротаж можно разделить на две группы: с использованием источников нейтронного излучения и с использованием источников гамма-излучения.

7.1. Теоретические предпосылки ядерно-физических методов геофизических исследований скважин с использованием источников нейтронов

Открытие нейтрона принадлежит Дж. Чэдвику. Он бомбардировал ядра бериллия альфа-частицами полония. Нейтроны появились в результате ядерной реакции $\text{Be}(\alpha, n)\text{C}$: ${}_4\text{Be}^9 + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_6\text{C}^{12} + {}_0n^1$. В качестве источника альфа-частиц использовался полоний ${}_{84}\text{Po}^{210}$. Полоний, распадаясь, выбрасывает положительно заряженные ядра гелия. Врываясь в атомы бериллия, они выбивают из их ядер нейтроны, а затем, сливаясь с ядрами бериллия, создают ядра углерода.

Источники нейтронов [3]

При исследовании скважин наиболее широко применяются полониево-бериллиевые, плутониево-бериллиевые и радиево-бериллиевые источники, в которых альфа-частицы, излучаемые полонием, радием или плутонием, поглощаются ядрами бериллия, которые затем превращаются в углерод -12 с испусканием нейтронов: ${}_4\text{Be}^9 + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_0n^1 + {}_6\text{C}^{12} + 5,76 \text{ МэВ}$. Выход нейтронов на 1 кюри Po^{210} составляет 2 – 3 млн нейтрон/с. Период полураспада полония 139 дней, у плутония он достигает 24400 лет, но выход нейтронов меньше – 1,7 млн нейтрон/с.

Эти изотопные источники нейтронов выполнены как миниатюрные ампулы, наполненные порошком бериллия, смешанного с альфа-излучателем: полонием, торием, плутонием или радием. Выпускаемые промышленностью источники типа (α, n) излучают нейтроны с энергиями примерно от 1 до 10 МэВ (рис. 7.1.1). Источники изготавливаются в виде цилиндров диаметром 20 мм и длиной 40 мм. Герметическая ампула с активной смесью α -излучателя и бериллия заключена в двойную (из латуни и стали) запаянную оболочку.

Для исследования скважин используют ампульные источники и нейтронные генераторы. В ампульных источниках нейтронное излучение получают на основе ядерных реакций (α, n) и (γ, n) . Выход реакции (α, n) определяется проницаемостью потенциального барьера. Для получения нейтронов по (α, n) реакции в качестве мишеней используются лишь легкие ядра. Наиболее распространенным и важным источником нейтронов этого типа является реакция $\text{Be}(\alpha, n)\text{C}$.

На рис. 7.1.1 приведены спектры нейтронов изотопных источников.

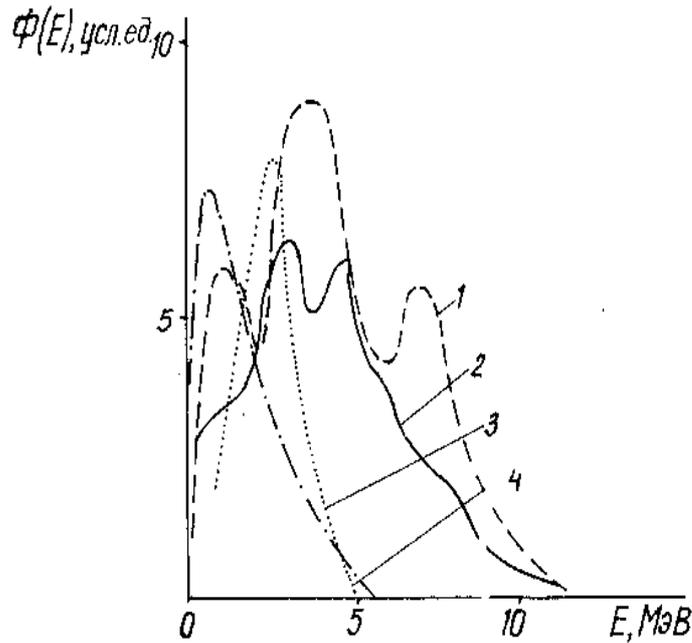


Рис. 7.1.1. Спектры нейтронов изотопных источников:
1 – Po-Be; 2 – Pu-Be; 3 – Cf-252; 4 – Po-B

Радий-бериллиевый источник. Тонкий порошок металлического бериллия в количестве 3 - 5 г на 1 г Ra заливается раствором соли радий RaBr_2 . Затем раствор выпаривается, а порошок Be с осадком Ra растирается, засыпается в металлическую ампулу и герметизируется. В такой смеси α -частицы Ra и его дочерних α -излучателей, пронизывая порошок, образуют свободные нейтроны по реакции: ${}_4\text{Be}^9 + {}_2\alpha^4 \rightarrow {}_6\text{C}^{13} \rightarrow {}_6\text{C}^{12} + {}_0n^1$.

Выход нейтронов составляет около 10^7 нейтрон/с на 1 г Ra (1 Ки), или $5 \cdot 10^{-5}$ нейтронов на одну α -частицу. В этом источнике имеется 5 групп α -частиц с различными энергиями. Главным недостатком Ra-Be-источника является очень сильное и жесткое гамма-излучение. По этой причине он в настоящее время используется редко.

Полоний-бериллиевый источник. Для этого источника характерен меньший выход нейтронов на 1 Ки α -излучателя, чем у Ra-Be-источника, но он выгодно отличается своей дешевизной и очень слабым гамма-излучением (1 гамма-квант на 10^5 актов распада ${}_{84}\text{Po}^{210}$). Для изготовления источника полоний высаживается тонким слоем на металлическую поверхность, а затем приводится в контакт с металлическим бериллием. Выход нейтронов на 1 Ки полония составляет $2 \cdot 10^6$ нейтрон/с. Нейтронная активность Po-Be-источника уменьшается по экспоненте с периодом полураспада ${}_{84}\text{Po}^{210}$ (138,4 суток). Короткий период полураспада полоний-бериллиевого источника является его недостатком, так как заставляет периодически заменять источник, перезаряжая аппаратуру. Более удобными являются плутониево-бериллиевые Pu-Be-источ-

ники (период полураспада плутония $2,4 \cdot 10^4$ лет). Они имеют преимущество в том, что фон гамма-излучения у них слабый и они более долговечны.

Плутоний-бериллиевый источник. Изотоп ${}_{94}\text{Pu}^{238}$ является α -излучателем с энергией α -частиц около 5,5 МэВ, что достаточно для преодоления кулоновского барьера, который в реакции (α, n) на ядрах Ве составляет 4 МэВ. Значительный период полураспада ${}_{94}\text{Pu}^{238}$ (86,4 года) позволяет поддерживать нейтронную активность источника в течение длительного времени. Долговечность и очень мягкое гамма-излучение (~ 45 КэВ) - главное преимущество Pu-Ве-источника, получившего более широкое распространение, чем источник на основе ${}_{84}\text{Po}^{210}$.

Полоний-борный источник. Другой мишенью α -частиц может служить мишень из бора. Выход нейтронов по реакции ${}_5\text{B}^{10} + {}_2\alpha^4 \rightarrow {}_7\text{N}^{13} + {}_0n^1$ значительно ниже, чем в реакции ${}_4\text{Be}^9 (\alpha, n) {}_6\text{C}^{12}$ из-за большей высоты кулоновского барьера. Несмотря на малый выход, Po-В-источник имеет важную особенность, которая заключается в том, что верхняя граница спектра обрывается вблизи 4 МэВ (см. рис. 7.1.1), что важно иметь в виду в тех случаях, когда необходимо исключить помехи, образующиеся с энергетическим порогом более 4 МэВ на быстрых нейтронах.

Гамма-нейтронный источник. Расщепление ядер γ -лучами (фото-расщепление) с вылетом нейтрона используется в тех случаях, когда необходимо получить монохроматическое нейтронное излучение. Суть реакции (γ, n) состоит в вырывании нейтрона из ядра, связанного с ним ядерными силами. Среди стабильных ядер наименьшей энергией связи нейтрона с ядром являются ядра ${}_{4}\text{Be}^9$ (1,67 МэВ). Этот изотоп обычно и используется в качестве мишеней для получения фотонейтронов. Энергия фотонейтронного излучения для Sb-Ве-источника определяется гамма-излучением радионуклида Sb^{124} . В спектре гамма-излучения нуклида Sb^{124} имеются две линии, превышающие энергию связи нейтрона в ядре. Для Ве – 1,69 и 2,09 МэВ. В этом случае в спектре фотонейтронов должны быть две линии – 18 и 300 КэВ.

Калифорниевый источник нейтронов. Калифорний - трансурановый химический элемент с порядковым номером 98. Один из его изотопов ${}_{98}\text{Cf}^{252}$ является не только альфа-излучателем, но и спонтанно делящимся радионуклидом. В результате спонтанного деления ядер ${}_{98}\text{Cf}^{252}$ образуются нейтроны деления с большим выходом. В среднем на один акт спонтанного деления ${}_{98}\text{Cf}^{252}$ приходится 3,82 нейтрона. Главное применение калифорния – изготовление мощных и компактных источников нейтронов. Один грамм ${}_{98}\text{Cf}^{252}$ испускает $3 \cdot 10^{12}$ нейтрон/с. Период спонтанного деления ядер ${}_{98}\text{Cf}^{252}$ составляет 85,5 лет, но из-за α -распада его нейтронная активность убывает быстрее с периодом 2,2 года.

Скважинные нейтронные генераторы. В нейтронных генераторах вместо быстрых частиц, испускаемых радиоактивными элементами, используют частицы больших энергий, получаемые при помощи ускорителей. Одним из наиболее распространенных типов нейтронных генераторов является установка, основанная на использовании ядерной реакции в тритиевой мишени, бомбарди-

руемой ядрами дейтерия ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^3 = {}_2\text{He}^4 + {}_0n^1$. При этом получают быстрые нейтроны с энергией около 14 МэВ. Схема нейтронной трубки скважинного генератора нейтронов приведена на рис. 7.1.2.

Образование ионов дейтерия, их ускорение до энергий, при которых возможна реакция синтеза и бомбардировка мишени осуществляется в нейтронной трубке (рис. 7.1.3), являющейся основной частью генератора нейтронов. Трубка выполняется в виде стеклянного баллона, заполненного дейтерием под низким давлением ($5 \cdot 10^{-4}$ мм рт. ст.). При таком давлении промежуток между цилиндрическим анодом 2 и электродом 3, равный нескольким сантиметрам, выдерживает напряжение до 150 кВ.

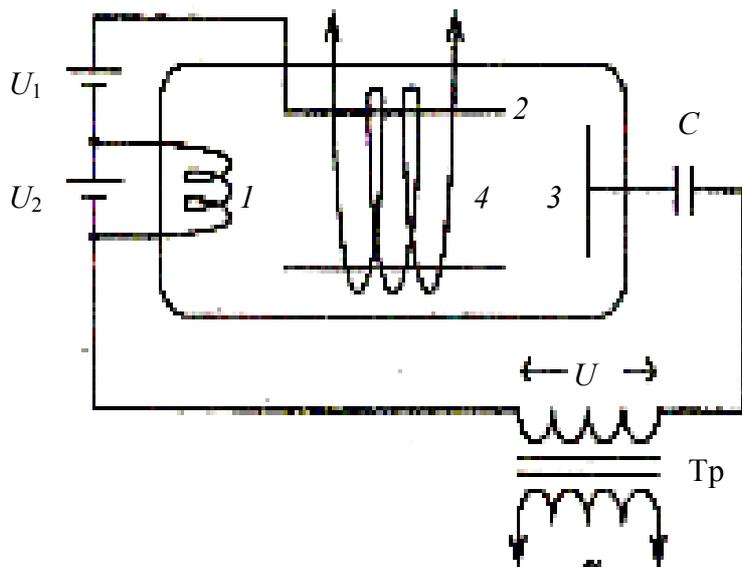


Рис. 7.1.2. Схема нейтронной трубки скважинного генератора нейтронов [4]:
 1 – W-катод; 2 – цилиндрический анод; 3 – электрод с тритиевой мишенью; 4 – катушка, образующая магнитное поле; U_1 – источник анодного напряжения; U_2 – источник катодного напряжения; C – конденсатор; Тр – высоковольтный трансформатор

Ионизация дейтерия осуществляется благодаря колебательным движениям электронов, эмиттируемых вольфрамовым катодом накаливания 1. Электроны ускоряются цилиндрическим анодом 2 и под действием фокусирующего магнитного поля, образованного катушкой 4, перемещаются вдоль анода по винтовым траекториям. При подаче на электрод 3, питаемый от высоковольтного трансформатора отрицательного напряжения, электроны совершают колебательные движения внутри цилиндра, что приводит к ионизации дейтерия. При подаче на электрод 3 положительного напряжения колебательное движение электронов внутри трубки прекращается, и они устремляются к электроду 3. Нейтронная трубка в этом случае играет роль электронного ускорителя. Емкость C удваивает ускоряющее напряжение между вторичной обмоткой Тр и электродом 3. Потенциал на электроде мишени пульсирует с частотой, задаваемой трансформатором. Положительно заряженные дейтроны под дейст-

вию поля электрода 3 ускоряются и, бомбардируя мишень из циркония или титана, насыщенного тритием, генерируют нейтроны с энергией около 14 МэВ.

Импульсный режим трубки осуществляется подачей положительного потенциала на цилиндрический электрод 2 в виде импульсов длительностью 1-100 мкс от специального генератора, синхронизированного по частоте с переменным напряжением на Тр. Короткие импульсы (моменты вылета свободных нейтронов) могут периодически повторяться с частотой $10-10^4$ Гц. При частоте следования импульсов, более высокой, чем разрешающая способность аппаратуры, импульсный генератор можно считать работающим в стационарном режиме. В современных генераторах выход нейтронов в импульсном режиме составляет 10^7-10^8 или даже 10^9 н/с.

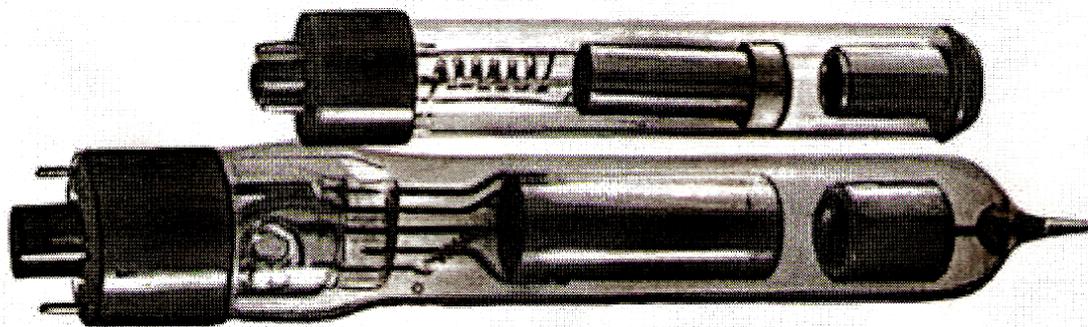


Рис. 7.1.3. Ускорительная трубка генератора нейтронов

Помимо нейтронной трубки, генератор нейтронов включает: блок высокого напряжения, управляемый генератор с цепями синхронизации, схему наблюдения ионного и электронного токов трубки, схему регистрации нейтронов, схему дистанционного управления и блок силового питания.

Детекторы нейтронов

Для регистрации нейтронов применяют те же приборы, что и для заряженных частиц и гамма-лучей, но в рабочее вещество приборов добавляют бор, кадмий, литий или водород, которые при захвате нейтронов порождают быстрые заряженные частицы или гамма-лучи. Эти последние и регистрируются счетчиками.

Нейтроны сами по себе непосредственно не вызывают ионизации, так как не взаимодействуют с электронами. Однако нейтроны легко вступают в реакции с ядрами атомов, в результате которых появляются заряженные частицы или фотоны, энергично ионизирующие соседние атомы.

Если внутри газоразрядного счетчика или ионизационной камеры поместить вещество, имеющее большое эффективное сечение реакции с нейтронами, то, измеряя ионизацию, вызванную вторичными частицами, возникшими при реакциях с нейтронами, можно определить, сколько нейтронов проходит сквозь вещество. Применяя различные вещества, реагирующие с нейтронами различных энергий, можно определять не только количество нейтронов, но и их энергию.

Вещество, охотно реагирующее с нейтронами, вводится в счетчик в виде газа или твердой пленки, покрывающей электроды или стенки как в счетчике, так и в ионизационной камере. Особенно большое распространение получили борные счетчики.

Измерения, произведенные с этим элементом, показали, что его изотоп бор-10 особенно жадно поглощает нейтроны с испусканием α -частиц. В естественной смеси изотопов бора содержится около 20 % изотопа B^{10} . Увеличив содержание B^{10} , повышают чувствительность счетчика в 5 раз. Величина сечения для тепловых нейтронов всей естественной смеси изотопов бора равна 750 барн, а для B^{10} будет 4100 барн. Сечение этой реакции изменяется по закону $1/v$, т. е. чем выше скорость нейтронов, тем меньше вероятность взаимодействия.

Часто применяют изотоп B^{10} в виде газообразного соединения BF_3 . При захвате нейтрона бором происходит реакция ${}_5B^{10}(n, \alpha){}_3Li^7$ с выделением энергии около 2,8 МэВ, которая распределяется между α -частицей (1,47 МэВ) и ядром лития (0,84 МэВ), ионизирующих на своем пути многочисленные атомы газа, вызывая импульс тока в газоразрядном счетчике.

Борная камера регистрирует в основном медленные нейтроны. Окружая ее слоем замедлителя воды или парафина, можно регистрировать также быстрые нейтроны, которые будут замедлены перед тем, как они проникнут через этот слой парафина в камеру, где они прореагируют с бором, а сопутствующие им в потоке медленные нейтроны не попадут в камеру, так как уже раньше будут сильно рассеяны в слое замедлителя и захвачены водородом. Слой замедлителя следует подбирать тем большим, чем больше энергия замедляемых нейтронов.

Для регистрации нейтронного излучения чаще всего используются газоразрядные счетчики, работающие в режиме пропорциональности, и сцинтилляционные детекторы.

Пропорциональные счетчики нейтронов. Из-за отсутствия электрического заряда нейтроны могут регистрироваться газоразрядными счетчиками с помощью заряженных частиц, образующихся в результате взаимодействия нейтронов с ядрами материала катода или наполнителя счетной трубки. Различают две разновидности пропорциональных счетчиков нейтронов: борные и гелиевые.

В основе работы борных счетчиков нейтронов лежит ядерная реакция ${}_5B^{10}(n, \alpha){}_3Li^7$. С увеличением энергии нейтронов сечение уменьшается, поэтому нередко борные счетчики снаружи окружаются парафиновым чехлом, «смягчающим» спектр нейтронного излучения. Поскольку эффективность регистрации α -частиц, появляющихся в рабочем объеме счетчика, приближается к 100 %, то эффективность измерения нейтронного излучения определяется выходом ядерной реакции (n, α) . В борных детекторах бор может находиться в виде твердого покрытия внутренней поверхности трубки или в виде газообразного соединения BF_3 . Серийно выпускается несколько модификаций борных счетчиков с твердым покрытием. В счетчиках типа СНМ-9 и СНМ-10 (счетчики нейтронов медленных) покрытие изготавливается из обычного бора, в котором содержание ${}_5B^{10}$ равно 18,8 %. Счетчики СНМ-11, СНМ-12, СНМ-32 и др. выполнены на ос-

нове бора, обогащенного изотопом ${}^5\text{B}^{10}$ до 80-85 %. Максимальная эффективность детекторов с твердым покрытием из обогащенного бора составляет около 20 %, а в случае использования обычного бора она не превышает 4 %. Существенный недостаток счетчиков с твердым покрытием состоит в значительном разбросе пути α -частиц, что приводит к дисперсии ионизационной способности α -частиц, следовательно, к непрерывному распределению амплитуд импульсов, снимаемых с анодной нагрузки счетчика, работающего в режиме пропорциональности. Отмеченный недостаток устранен в борных счетчиках с наполнителем из трехфтористого бора. Детекторы типа СНМ-3 содержат фтористое соединение обычного бора, а счетчики СНМ-8, СНМО-5 и др. наполняются газом BF_3 , в котором бор обогащен изотопом ${}^5\text{B}^{10}$ до 85 %. Максимальная эффективность счетчиков с BF_3 , обогащенным ${}^5\text{B}^{10}$, составляет около 35 %. Амплитуда импульса от α -частицы значительно превышает амплитуды импульсов от электронов, что делает борный счетчик малочувствительным к фоновому гамма-излучению.

В гелиевых счетчиках нейтроны регистрируются в результате ядерной реакции ${}^2\text{He}^3 (n, p) {}^2\text{He}^4$, идущей на тепловых нейтронах с сечением ~ 5000 барн. Применение редкого изотопа гелия для наполнения счетчиков сдерживается его высокой стоимостью. К настоящему времени проблема получения ${}^2\text{He}^3$ решена, серийно выпускаются несколько разновидностей нейтронных детекторов: СНМ-16, СНМ-17, СНМ-18. Важное достоинство гелиевых счетчиков заключается в том, что у продуктов ядерной реакции ${}^2\text{He}^3 (n, p) {}^2\text{He}^4$ отсутствуют возбужденные состояния, поэтому гелиевые детекторы используются для спектрометрии быстрых нейтронов. Недостатком гелиевых счетчиков является малая амплитуда выходного импульса, что затрудняет их использование для регистрации тепловых нейтронов в условиях повышенного фона гамма-излучения.

Сцинтилляционные детекторы нейтронов. Явление, положенное в основу сцинтилляционного метода, заключается в том, что под воздействием заряженных частиц в люминесцирующих кристаллах возникает мгновенная вспышка света (сцинтилляция, связанная с испусканием гамма-кванта).

Ученик Резерфорда Х. В. Гейгер предложил вести счет сцинтилляционных вспышек с помощью изобретенного им специального прибора - фотоумножителя, в котором вспышки света вызывают импульс тока, регистрируемый автоматически. Фотоумножитель состоит из фотокатода и промежуточных электродов, покрытых веществом, легко испускающим электроны. Каждая вспышка света вызывает явление фотоэффекта. Вырываемые из фотокатода электроны затем ускоряются электрическим полем. Попадая на промежуточный электрод, каждый электрон выбивает с его поверхности несколько вторичных электронов. При попадании вторичных электронов на следующие электроды вновь каждый электрон выбивает по нескольку новых электронов. Этот процесс, повторяясь на каждом электроде, вызывает лавину из миллионов электронов.

В качестве детекторов нейтронного излучения служат люминофоры на основе сернистого цинка с бором, монокристаллы йодистого лития, литиевые стекла и специальные пластики. Под действием нейтронов в веществе датчика появляются заряженные частицы, которые дают вспышку света (сцинтилля-

цию), усиливающуюся затем фотоумножителем. Эффективность регистрации сцинтилляционным детектором медленных нейтронов составляет десятки процентов, а в отдельных случаях близка к 100 %. Другое положительное качество - их быстрое действие, поскольку временное разрешение у сцинтилляционных детекторов на два порядка выше, чем у газоразрядных. Недостатком является трудность защиты от гамма-излучения.

Наиболее распространены сцинтилляторы, в которых в качестве люминофоров используются монокристаллы $\text{LiI}(\text{Eu})$ и $\text{LiI}(\text{Tl})$. Ядерная реакция ${}^6_3\text{Li}(n, \alpha){}^3_1\text{H}$ идет с высоким выходом энергии ($Q = 4,78$ МэВ), которая распределяется между α -частицей и ядром трития. Сечение реакции (n, α) растет с уменьшением энергии нейтронов и на ядрах ${}^6_3\text{Li}$ составляет для тепловых нейтронов около 900 барн.

Эффективным детектором медленных нейтронов является литий-силикатное сцинтилляционное стекло состава $\text{Li}_2\text{O}\cdot 3\text{SiO}_2\cdot 0,08\text{Al}_2\text{O}_3(\text{Ce})$. Входящий в состав стекла литий обогащается до 90,5 % изотопом ${}^6_3\text{Li}$. У литиевых стекол очень короткое время высвечивания фотонов $5\cdot 10^{-9}$ с. Эффективность регистрации по отношению к тепловым нейтронам близка к 100 %, а для нейтронов с энергией 1 КэВ составляет 25 % при толщине чувствительного слоя 4 см.

Для регистрации быстрых нейтронов используются водородсодержащие сцинтилляторы. Так как сами нейтроны сцинтилляций не вызывают, то в сцинтиллятор приходится вводить вещество, создающее при прохождении нейтронов ионизирующее излучение. Этим излучением являются протоны отдачи, которые возникают под действием быстрых нейтронов в органических кристаллах (антрацен, нафталин, стильбен, терфенил), в пластмассах (полистирол) и в растворах.

Метод радиоактивных индикаторов. О величине нейтронных потоков можно судить по радиоактивности, вызванной нейтронами в специальном веществе. Такое вещество должно обладать большим сечением захвата нейтронов. В результате захвата должен образовываться радиоактивный изотоп. Период полураспада возникшего изотопа должен быть не очень мал, чтобы его активность можно было успеть измерить, и не очень велик, чтобы активность не была столь малой, что чувствительность такого индикатора была бы низка.

В лабораторной практике употребляют в качестве индикаторов марганец Mn^{55} , в котором под действием нейтронов происходит реакция: $\text{Mn}^{55}(n, \gamma)\text{Mn}^{56}$.

Mn^{56} обладает периодом полураспада 2,58 часа. Кроме марганца применяют также золото, индий, медь и ряд других веществ. Метод измерения нейтронов заключается в том, что индикатор нейтронов в виде фольги, пластинок, кассет вводят в поток нейтронов. После некоторого времени облучения индикатор извлекают и затем производят измерение радиоактивности индикатора.

Зная характеристику индикатора, свойства счетчика и учитывая время облучения, рассчитывают величину нейтронного потока. Применяя набор индикаторов, чувствительных к нейтронам разной энергии, можно определить не только величину потока, но и энергетический спектр нейтронов.

7.1.1. Основные характеристики нейтронного излучения

Дифференциальная функция распределения плотности нейтронов

Пространство, каждой точке которого соответствует значение физической характеристики нейтронного излучения, называют полем нейтронного излучения. Для описания поля нейтронного излучения следует в каждой точке пространства указать распределение нейтронов по энергиям и направлениям движения, т. е. представить поток нейтронов как функцию шести параметров: трех пространственных координат \vec{r} , двух координат направления движения $\vec{\omega}(\vartheta, \varphi)$ и энергии E .

Основной характеристикой нейтронного поля является функция $N(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$, которую называют дифференциальной функцией распределения плотности нейтронов по направлениям и энергиям или дифференциальной плотностью нейтронов. Произведение $N(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{r} d\vec{\omega} dE$ представляет собой число нейтронов в единице объема около точки \vec{r} с энергией в интервале $(E, E + dE)$ и направлением движения в элементе телесного угла $d\vec{\omega}$ около направления $\vec{\omega}$.

Интегрируя дифференциальную плотность нейтронов по всем возможным направлениям их движения, приходим к понятию дифференциальной по энергии плотности нейтронов или спектральной плотности нейтронов, которая определяется соотношением

$$N(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} N(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{\omega}. \quad (7.1.1)$$

Произведение $N(\vec{r}, E) dE$ равно числу нейтронов в единице объема около точки \vec{r} с энергией в интервале $(E, E + dE)$.

Для получения информации об угловом распределении нейтронного поля используют понятие векторной плотности нейтронов, которую можно найти, интегрируя дифференциальную плотность по всем энергиям нейтронов:

$$N(\vec{r}, \vec{\omega}) = \int_E N(\vec{r}, \vec{\omega}, E) dE. \quad (7.1.2)$$

Произведение $N(\vec{r}, \vec{\omega}) d\vec{\omega}$ равно числу нейтронов в единице объема среды около точки \vec{r} , двигающихся в единице телесного угла $d\vec{\omega}$ около вектора $\vec{\omega}$.

На практике часто используют детекторы, не различающие нейтроны по энергиям и направлениям их движения. Если спектральную плотность нейтронов проинтегрировать по всей области изменения энергий или векторную плотность проинтегрировать по всем возможным направлениям движения нейтронов, то получим плотность нейтронов в точке \vec{r} :

$$N(\vec{r}) = \int_E N(\vec{r}, E) dE = \int_{4\pi} N(\vec{r}, \vec{\omega}) d\vec{\omega}. \quad (7.1.3)$$

Произведение $N(\vec{r}) d\vec{r}$ равно числу нейтронов в единице объема около точки \vec{r} .

Наряду с дифференциальной плотностью нейтронов часто используют понятия дифференциального потока нейтронов. Дифференциальный по направ-

лениям движения и энергиям поток нейтронов $\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$ связан с дифференциальной плотностью нейтронов $N(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$ соотношением:

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E) = N(\vec{r}, \vec{\omega}, E)v(E), \quad (7.1.4)$$

где $v(E) = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ – скорость нейтронов; m – масса нейтрона.

При расчетах полезно иметь в виду следующее соотношение между скоростью нейтрона v см/с и его энергией E эВ:

$$v = 1,38 \cdot 10^6 \sqrt{E}. \quad (7.1.5)$$

Произведение $\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)d\vec{\omega}dE$ представляет собой число нейтронов с энергией в интервале $(E, E + dE)$, двигающихся со скоростью $v(E)$ в направлении $\vec{\omega}$ в элементе телесного угла $d\vec{\omega}$ и пересекающих в единицу времени единичную площадку с нормалью $\vec{\omega}$, расположенную в точке \vec{r} . Дифференциальный поток, так же как и дифференциальная плотность, исчерпывающим образом характеризует абсолютную величину нейтронного поля в среде. Для изотропных детекторов, не обладающих способностью различать нейтроны по направлению движения, используют понятие дифференциального по энергиям потока нейтронов, который называется спектральным потоком или спектром нейтронного излучения. Спектральный поток определяется соотношением

$$\Phi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)d\vec{\omega}. \quad (7.1.6)$$

Произведение $\Phi(\vec{r}, E)dE$ равно числу нейтронов с энергией в интервале $(E, E + dE)$, пересекающих в единицу времени сферу единичного сечения, расположенную в точке \vec{r} .

Угловое распределение нейтронов характеризуется понятием векторного потока, который можно найти, интегрируя дифференциальный поток по всем энергиям нейтронов:

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}) = \int_E \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)dE. \quad (7.1.7)$$

Произведение $\Phi(\vec{r}, \vec{\omega})d\vec{\omega}$ равно числу нейтронов, двигающихся со скоростью $v(E)$ в направлении $\vec{\omega}$ в элементе телесного угла $d\vec{\omega}$ и пересекающих в единицу времени единичную площадку с нормалью $\vec{\omega}$, расположенную в точке \vec{r} .

Для детекторов, не различающих нейтроны по энергиям и направлениям движения, используют понятие потока нейтронов $\Phi(\vec{r})$. Поток нейтронов получим, интегрируя спектральный поток по всей области изменения энергий или векторный поток по всем направлениям движения нейтронов:

$$\Phi(\vec{r}) = \int_E \Phi(\vec{r}, E)dE = \int_{4\pi} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega})d\vec{\omega}. \quad (7.1.8)$$

Поток нейтронов характеризует число нейтронов, пересекающих во всевозможных направлениях в единицу времени сферу единичного сечения, помещенную в точку \vec{r} . Его выражают в $\text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$. Он связан с плотностью нейтронов соотношением $\Phi(\vec{r}) = N(\vec{r})\bar{v}$, где \bar{v} – усредненная по энергетическому спектру скорость нейтронов. Из этого следует, что величина потока численно равна

сумме путей, которые проходят все нейтроны, находящиеся в единице объема, за единицу времени, т. е. поток можно рассматривать как суммарную длину треков всех нейтронов.

В большинстве случаев описание пространственного распределения нейтронов с помощью понятия плотности $N(\vec{r})$ или потока нейтронов $\Phi(\vec{r})$ достаточно для выяснения основных закономерностей распределения нейтронного поля, так как детекторы, позволяющие анализировать спектральные и угловые характеристики нейтронного поля, при каротаже используются редко.

Для характеристики движения нейтронов в заданном направлении используют понятие тока нейтронов $J(\vec{r})$, который имеет размерность ($\text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$). В отличие от плотности $N(\vec{r})$ и потока нейтронов $\Phi(\vec{r})$, которые являются скалярными величинами, ток нейтронов является векторной величиной, которая определяется соотношением

$$\vec{J}(\vec{r}) = \int_{4\pi} \vec{\omega} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}) d\vec{\omega}. \quad (7.1.9)$$

Модуль вектора плотности тока характеризует количество нейтронов в точке \vec{r} , которые пересекают в единицу времени единичную площадку, нормаль которой совпадает со средним направлением движения нейтронов в данной точке. Направление вектора совпадает со средним направлением движения нейтронов в точке \vec{r} .

При исследовании энергетического распределения нейтронов используют также понятие спектральной плотности тока $\vec{J}(\vec{r}, E)$. Спектральная плотность является векторной величиной. Модуль этого вектора равен количеству нейтронов с энергией в интервале $(E, E + dE)$ в точке \vec{r} , которые пересекают в единицу времени единичную площадку, нормаль которой совпадает со средним направлением движения нейтронов в данной точке. Направление вектора совпадает со средним направлением движения нейтронов с энергией E в точке \vec{r} .

С дифференциальным потоком спектральная плотность тока связана соотношением

$$\vec{J}(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \vec{\omega} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{\omega}. \quad (7.1.10)$$

Подчеркнем разницу между потоком $\Phi(\vec{r})$ и плотностью тока нейтронов $J(\vec{r})$. Поток характеризует те нейтроны, которые в данной точке \vec{r} двигаются во всевозможных направлениях, а плотность тока – только те нейтроны, которые в данной точке \vec{r} двигаются через единичную площадку, нормаль которой совпадает со средним направлением движения нейтронов около точки \vec{r} . Например, в случае точечного источника вектор тока совпадает с направлением вектора \vec{r} .

Движение нейтронов в горных породах сопровождается их взаимодействием с ядрами горных пород. Ядерные столкновения могут происходить без изменения состава сталкивающихся частиц, например, упругое и неупругое рассеяние, и с изменением состава. В последнем случае столкновения называются ядерными реакциями.

В ядерных реакциях, как правило, участвуют бомбардирующие частицы и ядра-мишени, из которых состоит окружающая среда. В результате каждой реакции возникает ядро-продукт и вылетающая частица. Ядро-продукт может оказаться радиоактивным. Тогда в итоге ядерной реакции образуется несколько частиц. Часто ядро-продукт оказывается в возбужденном состоянии. Возвращаясь к основному состоянию, такое ядро испускает гамма-кванты.

Реакции с участием нейтронов можно разделить на реакции, в которых нейтрон является вылетающей частицей, и реакции, в которых нейтрон участвует в качестве бомбардирующей частицы. Реакции, продуктом которых являются нейтроны, представляют интерес при изучении процессов образования нейтронов в горных породах, а реакции с бомбардирующими нейтронами рассматриваются при изучении взаимодействия нейтронов с веществом. Перечислим основные ядерные реакции, ответственные за образование нейтронов в горных породах.

7.1.2. Ядерные реакции с образованием нейтронов

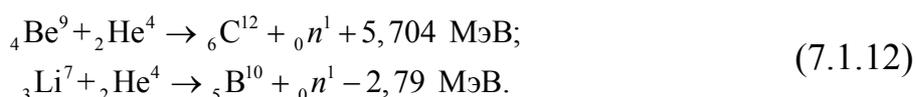
Реакция (α, n) – захват ядром альфа-частицы с испусканием нейтрона. Иногда ядро-продукт оказывается возбужденным и, возвращаясь в исходное состояние, испускает гамма-кванты. Реакция (α, n) осуществляется по следующей схеме:



где Z – порядковый номер элемента X ; A – массовое число; Q – энергия реакции.

Значение Q может быть больше нуля для экзотермических реакций или меньше нуля для эндотермических.

Экзотермические реакции возможны при любой энергии бомбардирующих частиц, превышающей некоторый предел, которые называются порогом реакции. Примером реакции (α, n) могут служить реакции на легких ядрах бериллия и лития:



Реакция (γ, n) – захват ядром гамма-кванта с испусканием нейтрона или ядерный фотоэффект. Реакция (γ, n) осуществляется по следующей схеме:



Примером может служить реакция:



Фотонейтронные реакции всегда эндотермичны, причем порог фоторасщепления практически равен энергии связи нейтрона в ядре.

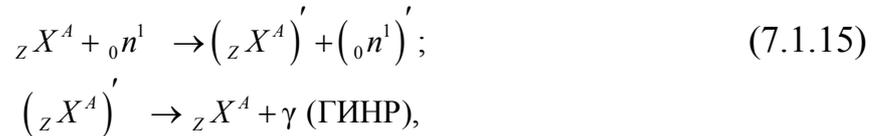
Реакция деления тяжелых ядер. Различают спонтанное деление тяжелых ядер, т. е. самопроизвольное расщепление ядер на осколки с образованием двух-трех нейтронов и индуцированное деление тяжелых ядер (n, f) , т. е. захват ядром нейтрона, сопровождающийся расщеплением ядра-продукта на осколки с образованием двух-трех новых нейтронов.

7.1.3. Взаимодействие нейтронов с веществом

Для бомбардирующих нейтронов характерны простейшие столкновения, не приводящие к изменению состава ядра. Эти столкновения обычно заканчиваются рассеянием. С точки зрения динамики столкновения рассеяние делится на упругое (n, n), когда конечное ядро не возбуждается, и неупругое (n, n'), когда конечное ядро возбуждается. При упругом столкновении нейтрона с ядром происходит отклонение нейтрона от первоначального направления движения, и часть его кинетической энергии передается ядру. Кинетическая энергия ядра-мишени пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией бомбардирующего нейтрона. Ядро-мишень испытывает отдачу, а энергия бомбардирующего нейтрона уменьшается. Изменение энергии нейтрона происходит только за счет изменения кинетической энергии рассеивающего ядра. Внутренняя энергия рассеивающего ядра остается без изменения. Таким образом, при упругом рассеянии суммарная кинетическая энергия соударяющихся частиц не изменяется. С точки зрения механизма рассеяния упругое рассеяние делится на потенциальное, когда отклонение нейтрона происходит в поле ядерных сил, и резонансное, связанное с образованием составного ядра.

В результате неупругого рассеяния нейтрона (n, n') происходит изменение не только кинетической, но и внутренней энергии ядра-мишени. Образуется нейтрон и ядро отдачи с более высокой внутренней энергией. Из возбужденного состояния ядро-продукт переходит в основное состояние путем испускания гамма-квантов неупругого рассеяния быстрых нейтронов (ГИНР).

Реакцию (n, n') можно представить в виде:



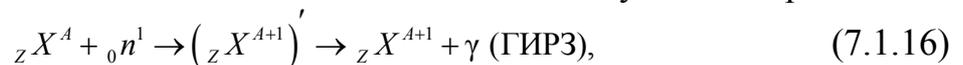
где ${}_Z X^A, ({}_Z X^A)'$ – ядра исходного и возбужденного элемента X ; ${}_0 n^1, ({}_0 n^1)'$ – поглощенный и выброшенный нейтроны с энергиями $E > E'$; γ – гамма-квант (ГИНР).

Реакция (n, n') наиболее вероятна для больших энергий нейтронов и тяжелых ядер. Собственно ядерные реакции для бомбардирующих нейтронов можно подразделить на захват нейтронов без деления с образованием гамма-квантов, альфа-частиц и протонов и захват нейтронов, сопровождающийся делением.

При столкновении нейтрона с ядром чаще всего происходят следующие собственно ядерные реакции.

Реакция (n, γ) – захват ядром нейтрона, сопровождающийся вылетом гамма-кванта. Возбужденное составное ядро, возникающее при захвате теплового нейтрона, может перейти в основное состояние путем испускания гамма-излучения радиационного захвата теплового нейтрона (ГИРЗ).

Реакцию радиационного захвата можно записать следующим образом:



где $({}_Z X^{A+1})'$ – возбужденное ядро элемента.

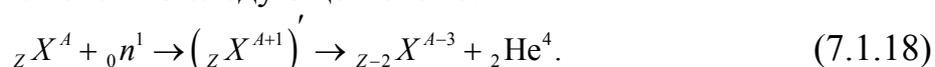
Примером может служить реакция



Радиационный захват возможен для любой энергии нейтрона, однако с уменьшением энергии вероятность этой реакции возрастает. Для быстрых нейтронов радиационным захватом можно пренебречь. В областях энергий $E < 10$ эВ захват является основным преобладающим процессом. Вероятность радиационного захвата в интервале энергий 0,1-1 МэВ следует закону $1/E$.

Реакция (n, α) – захват ядром нейтрона с испусканием альфа-частицы. В результате реакции часто образуется возбужденное ядро, переходящее в основное состояние путем излучения гамма-кванта.

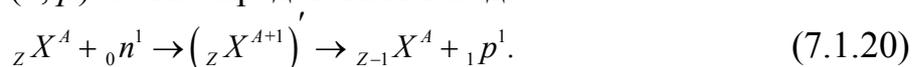
Реакция осуществляется по следующей схеме:



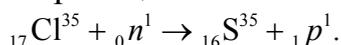
Примером может служить реакция



Реакция (n, p) – захват ядром нейтрона с испусканием протона. Ядро-продукт часто бывает радиоактивным, претерпевает бета-распад и испускает гамма-кванты. Реакцию (n, p) можно представить в виде:



Примером может служить реакция:



Реакция (n, f) – захват ядром нейтрона, сопровождающийся нейтронно-индуцированным расщеплением ядра-продукта на осколки с образованием двух-трех новых нейтронов. Осколки часто бывают радиоактивными. Деление ядер может происходить при любых энергиях нейтронов.

Реакция $(n, 2n)$ – захват ядром нейтрона с испусканием двух нейтронов. Вероятность этой реакции мала. Поэтому при изучении естественного нейтронного поля горных пород ее влиянием можно пренебречь.

Ядерные реакции (n, α) и (n, p) характерны, главным образом, для быстрых нейтронов, энергия которых достаточна для того, чтобы сообщить протону или альфа-частице импульс, необходимый для преодоления потенциального барьера ядра. Эти реакции идут при энергиях $E > 1$ МэВ.

В результате взаимодействия нейтронов с ядрами вещества энергия нейтронов уменьшается. Когда энергия нейтронов становится сравнимой с тепловым движением нейтронов окружающей среды, то каждый нейтрон с одинаковой вероятностью может получить или потерять энергию. Устанавливается тепловое равновесие нейтронов с атомами среды. Поэтому в тепловой области нейтроны будут сохранять свою энергию постоянной до тех пор, пока не будут, наконец, захвачены ядрами вещества.

Процесс последовательного уменьшения энергии нейтронов за счет рассеяния на ядрах вещества получил название процесса замедления. В результате замедления нейтроны могут приобрести любую энергию вплоть до тепловой.

В процессе замедления условно выделяют два последовательных этапа: этап собственного замедления до энергий порядка 1 эВ и этап термализации при энергиях меньше 1 эВ, который имеет ряд специфических особенностей. На этапе замедления средняя энергия нейтронов значительно больше энергии теплового движения и химической связи атомов замедлителя, поэтому ядра мишени можно считать свободными и независимыми рассеивающими центрами. На этапе термализации приходится учитывать химическую связь атомов вещества.

7.1.4. Классификация нейтронов по энергии

Поскольку характер взаимодействия нейтронов с веществом зависит от их энергии, целесообразно разделить нейтроны различных энергий на несколько групп так, чтобы внутри групп нейтроны мало отличались друг от друга по своим свойствам.

Классификация нейтронов по энергии может быть проведена различными способами. Поэтому границы отдельных групп являются условными. Мы будем придерживаться упрощенной классификации, в основе которой лежат основные процессы взаимодействия нейтронов с атомными ядрами. Согласно этой классификации, нейтроны с энергией выше 1 эВ относятся к быстрым нейтронам, от 1 до 0,025 эВ к надтепловым и с энергией 0,025 эВ – к тепловым. При таком разделении нейтронов по энергиям основными процессами взаимодействия для быстрых, надтепловых и тепловых нейтронов являются, соответственно, замедление, термализация и диффузия нейтронов.

В практике ГИС используют еще более простую классификацию нейтронов по энергии. Все нейтроны по энергии делят на две группы. Нейтроны, энергия которых превышает тепловую, относят к быстрым, а остальные - к тепловым. Основными типами взаимодействия для быстрых нейтронов остаются рассеяние и замедление, для тепловых нейтронов – рассеяние и поглощение.

По упрощенной классификации история жизни любого нейтрона начинается с процесса замедления, который продолжается до тех пор, пока нейтрон не приобретает тепловой энергии, и кончается процессом диффузии нейтрона с последующим захватом его ядрами среды, т. е. в основу классификации положены два основных процесса – замедление и диффузия нейтронов.

Процессы замедления быстрых нейтронов и диффузия тепловых подчиняются различным законам и поэтому обычно рассматриваются отдельно. В дальнейшем при изучении нейтронного поля горных пород мы будем придерживаться упрощенной классификации нейтронов по энергиям.

Характер взаимодействия нейтрона с ядром зависит от энергии нейтрона и массы ядра-мишени. Атомные ядра горных пород разделяют на легкие ($A < 25$), средние ($25 < A < 80$) и тяжелые ($A > 80$). Горные породы состоят в основном из легких ядер. Поэтому наибольший интерес для практических приложений представляет взаимодействие нейтронов с легкими ядрами.

Для быстрых нейтронов с энергией более 1 МэВ основным типом взаимодействия нейтронов с ядрами горных пород является рассеяние, которое может быть как упругим, так и неупругим. Однако при рассмотрении пространственно-энергетического распределения быстрых нейтронов неупругим рассеянием обычно пренебрегают. Вероятность захвата быстрых нейтронов пренебрежимо мала. Для тепловых нейтронов основными типами взаимодействия являются рассеяние на молекулах горных пород и поглощение нейтронов, которое чаще всего сводится к реакции радиационного захвата.

7.1.5. Эффективные сечения взаимодействия нейтронов с ядрами горных пород

Процессы рассеяния и поглощения нейтронов носят вероятностный характер, т. е. характеризуются вероятностью поглощения или рассеяния нейтронов на ядрах горных пород. Мерой взаимодействия нейтронов с веществом является эффективное нейтронное сечение. Каждое взаимодействие нейтронов может быть описано определенным типом сечения. Сечение можно рассматривать как эффективную поперечную площадь ядра, которая определяет геометрическую вероятность взаимодействия нейтрона с данным ядром. Простое представление сечения как площади является не только наглядным, но и достаточно точным. В соответствии с определением сечение измеряется в единицах площади, причем за единицу обычно принимают $1 \text{ барн} = 1 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$, так как радиусы ядер имеют порядок 10^{-12} см .

Сечение, определенное как вероятность столкновения нейтрона с ядром безотносительно к тому, что произойдет после столкновения, называется полным эффективным сечением. Полное сечение можно разделить на парциальные эффективные сечения, каждое из которых определяет вероятность одного из возможных результатов столкновения нейтрона с ядром. Все парциальные сечения измеряются в единицах площади, и сумма их равна полному эффективному сечению взаимодействия нейтрона с ядром.

Большому многообразию типов взаимодействия нейтронов с веществом соответствует такое же количество типов парциальных эффективных сечений. При изучении пространственного распределения нейтронного поля представляют интерес лишь те из них, численные значения которых во много раз превосходят величину сечения остальных типов взаимодействия. К таким основным типам сечений относятся сечение рассеяния σ_s и сечение поглощения нейтрона ядром σ_a , которые связаны с полным сечением соотношением:

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_a. \quad (7.1.21)$$

Сечением рассеяния и поглощения называются вероятности такого взаимодействия нейтрона с ядром, в результате которого опять испускается нейтрон или происходит захват нейтрона ядром. Наряду с сечениями рассеяния и поглощения большое значение имеет реакция активации. Вероятность реакции активации характеризуется поперечным сечением активации $\sigma_{\text{ак}}$.

Один и тот же тип взаимодействия может происходить с большей или меньшей вероятностью в зависимости от энергии нейтрона и типа ядра-мишени. Поэтому нейтронные сечения являются функцией энергии нейтронов и состава среды.

Для быстрых нейтронов рассеяние на ядрах легких элементов изотропно в системе центра масс и анизотропно в лабораторной системе координат. С уменьшением энергии нейтронов рассеяние становится изотропным и в лабораторной системе.

Поскольку в общем случае рассеяние в лабораторной системе координат анизотропно, то используют понятие дифференциального сечения рассеяния $\sigma_s(E' \rightarrow E, \vec{\omega}' \rightarrow \vec{\omega})$, которое определяет вероятность процесса, при котором нейтрон с энергией E' , имеющий направление $\vec{\omega}'$, приобретает энергию E и рассеивается в направлении $\vec{\omega}$. Интеграл от дифференциального сечения рассеяния по всем энергиям и полному телесному углу равен полному сечению рассеяния.

Подсчитаем эффективную площадь поперечных сечений всех ядер, которые содержатся в 1 см^3 вещества. Пусть пучок моноэнергетических нейтронов падает нормально одной из боковых поверхностей выделенного кубика. Если выделенный кубический сантиметр вещества содержит N ядер с одинаковым поперечным сечением, то эффективная площадь всех ядер мишени при условии их пренебрежимо малого взаимного затемнения

$$\Sigma = N\sigma. \quad (7.1.22)$$

Величина Σ , равная полному поперечному сечению всех ядер в 1 см^3 вещества, носит название макроскопического поперечного сечения. Ее можно рассматривать как вероятность того, что нейтрон испытает акт взаимодействия с веществом на отрезке длиной 1 см . Макроскопическое сечение взаимодействия имеет размерность обратной длины.

Число ядер вещества в 1 см^3 среды, целиком состоящей из этого вещества, определяется соотношением

$$N = \frac{A_0 \rho}{A}, \quad (7.1.23)$$

где ρ – плотность вещества; A_0 – число Авогадро, равное количеству ядер в одной моли вещества; A – атомная масса вещества.

В соответствии с типом реакций взаимодействия различают макроскопические сечения рассеяния Σ_s и захвата Σ_a , сумма которых равна полному макроскопическому сечению взаимодействия:

$$\Sigma = \Sigma_s + \Sigma_a. \quad (7.1.24)$$

Аналогично сечениям рассеяния и захвата вводится понятие макроскопического сечения активации $\Sigma_{ак}$, которое характеризует вероятность реакции активации.

Подсчитаем число взаимодействий, которые происходят с нейтронами в 1 см^3 вещества. Предположим, что коллимированный ток нейтронов J падает нормально к поверхности вещества, содержащего N идентичных атомных ядер в 1 см^3 вещества. Предполагая, что ток нейтронов проникает через вещество

практически без ослабления, получаем общее число взаимодействий, которые произойдут с нейтронами в единицу времени в 1 см^3 вещества:

$$\Psi = JN\sigma = J\Sigma. \quad (7.1.25)$$

Очевидно, что число взаимодействий в единицу времени не изменится, если число нейтронов, попадающих в 1 см^3 , останется прежним, а направление их скоростей будет произвольным. Поэтому выражение остается справедливым и для потока нейтронов:

$$\Psi = \Phi\Sigma. \quad (7.1.26)$$

Полученное выражение с одинаковым успехом относится к любым реакциям взаимодействия: рассеянию, захвату, активации ядер и т. д.

Для пород сложного химического состава, состоящих из n элементов, макросечения взаимодействия нейтронов подсчитывают по формуле:

$$\Sigma = \frac{A_0\rho}{100} \sum_{i=1}^n \frac{p_i\sigma_i}{A_i}, \quad (7.1.27)$$

где ρ – плотность горной породы; A_0 – число Авогадро; p_i , σ_i , A_i – процентное весовое содержание, поперечное сечение взаимодействия и атомный вес i -го элемента.

Для пористых горных пород, поровое пространство которых полностью заполнено влагой, макросечения взаимодействия нейтронов определяются соотношением

$$\Sigma = \frac{A_0}{100} \left[\rho_r (1 - K_p) \sum_{i=1}^n \frac{p_{ri}\sigma_{ri}}{A_{ri}} + K_p \rho_{ж} \sum_{i=1}^m \frac{p_{ji}\sigma_{ji}}{A_{ji}} \right], \quad (7.1.28)$$

где K_p – коэффициент пористости; ρ_r , $\rho_{ж}$ – плотность твердой и жидкой частей горных пород; p_{ri} , σ_{ri} , A_{ri} – процентное весовое содержание, поперечное сечение взаимодействия и атомный вес i -го элемента твердой части горных пород; p_{ji} , σ_{ji} , A_{ji} – процентное весовое содержание, поперечное сечение взаимодействия и атомный вес i -го элемента жидкой части горных пород.

Таким образом, для подсчета макросечения взаимодействия нейтронов необходимо знать химический состав горных пород, их пористость, плотность твердой и жидкой фазы и микроскопические поперечные сечения взаимодействия нейтронов с ядрами элементов, слагающих горные породы.

7.1.6. Замедление быстрых нейтронов

Появляющиеся в горных породах свободные нейтроны имеют высокую энергию. В интервале времени между моментом своего рождения и поглощения они блуждают в веществе окружающей среды. Первоначальная кинетическая энергия нейтронов в результате актов упругого рассеяния уменьшается. Происходит замедление нейтронов. Поэтому в каждом малом объеме среды находятся нейтроны всех энергий.

Замедление нейтронов хронологически предшествует всем остальным процессам взаимодействия и играет важную роль в установлении их пространственного распределения, так как расстояния, проходимые нейтронами в про-

цессе замедления, превосходят расстояния, проходимые при последующих процессах термализации и диффузии.

Перечислим основные характеристики процесса замедления и приведем формулы для расчета параметров замедления нейтронов в горных породах [7.1.1].

Свободный пробег нейтронов

Условились считать, что между столкновениями, которые испытывает нейтрон в процессе прохождения через вещество, он движется по прямой линии. Отрезок траектории между двумя последовательными соударениями носит название свободного пробега. Для практических приложений обычно используют понятие средней длины свободного пробега, которая подсчитывается следующим образом.

Пусть на материальную плоскопараллельную пластину толщиной x нормально к ее поверхности падает параллельный пучок моноэнергетических нейтронов J_0 . В процессе прохождения нейтронов через вещество происходит выывание нейтронов из пучка вследствие реакций рассеяния и поглощения. Вероятность того, что произойдет столкновение нейтрона с ядром вещества, пропорциональна длине пути dx в веществе и равна Σdx . Число взаимодействий нейтронов с ядрами вещества на пути dx равно $J\Sigma dx$. Провзаимодействовавшие нейтроны оказываются выведенными из первичного пучка, поэтому ослабление пучка можно представить в виде $dJ = -J\Sigma dx$. Решая полученное уравнение при граничном условии $J = J_0$ при $x = 0$, находим:

$$J(x) = J_0 e^{-\Sigma x}. \quad (7.1.29)$$

Таким образом, доля $e^{-\Sigma x}$ падающих нейтронов проходит расстояние x без столкновений, т. е. величина $e^{-\Sigma x}$ равна вероятности прохождения нейтронами слоя вещества толщиной x без столкновений. Нас интересует средняя длина того пути, который нейтроны проходят без столкновений. Используя обычный метод вычисления средней величины, находим среднюю длину свободного пробега до столкновения λ в виде:

$$\lambda = \frac{\int_0^{\infty} x e^{-\Sigma x} \Sigma dx}{\int_0^{\infty} e^{-\Sigma x} \Sigma dx} = \frac{1}{\Sigma}. \quad (7.1.30)$$

Таким образом, средняя длина свободного пробега равна обратной величине макроскопического поперечного сечения. Из полученного соотношения следует, что Σ имеет смысл среднего числа столкновений на единицу длины пройденного пути.

При расчетах предполагают, что наиболее часто происходят реакции рассеяния и поглощения нейтрона ядром. Поэтому различают среднюю длину пробега до рассеяния λ_s и до поглощения λ_a , которые связаны с величиной свободного пробега λ соотношением:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_a}. \quad (7.1.31)$$

Потеря энергии нейтрона при столкновении с ядром

При рассмотрении упругих столкновений обычно используют две системы координат: лабораторную систему L , в которой покоящимся считается ядро, и систему центра инерции C , в которой покоящимся считается центр инерции системы нейтрон – ядро. Взаимодействие нейтрона с ядром рассматривается в более удобной для расчета системе C с последующим переходом к лабораторной системе L , в которой производятся измерения.

Взаимодействие нейтрона с ядром до и после столкновения в системах L и C показаны на рис. 7.1.4. Воспользуемся законами сохранения импульса и энергии, которые имеют место при упругом столкновении.

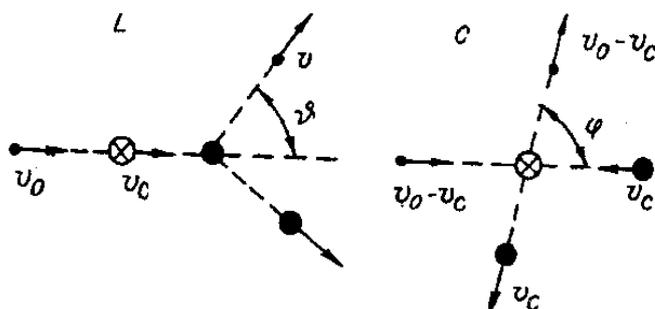


Рис. 7.1.4. Кинематика упругого столкновения нейтрона с ядром в лабораторной системе координат L и системе центра масс C

Обозначим скорость движения нейтрона в системе L до столкновения через v_0 , после столкновения через v , скорость центра инерции через v_c и угол рассеяния нейтрона через ϑ . Массу нейтрона примем равной единице, а массу ядра равной A . Из закона сохранения импульса следует, что скорость центра инерции в системе L

$$v_c = \frac{v_0}{A+1}. \quad (7.1.32)$$

В системе C , где покоящимся является центр инерции, ядро до столкновения движется со скоростью v_c , а нейтрон со скоростью

$$v_0 - v_c = \frac{Av_0}{A+1}. \quad (7.1.33)$$

Как показали эксперименты для реальных энергий нейтронов и реальных рассеивающих ядер, в системе центра инерции рассеяние сферически симметрично, поэтому после взаимодействия с ядром нейтрон может двигаться в любом направлении. Обозначим угол рассеяния нейтрона в системе C через φ . В силу закона сохранения импульса частицы после столкновения разлетаются в строго противоположных направлениях, так как центр инерции всегда лежит на прямой, соединяющей обе эти частицы. Если столкновение упругое, т. е. сохраняется кинетическая энергия системы, то скорости частиц после столкновения остаются теми же, что и до столкновения, так как изменение скоростей означало бы изменение кинетической энергии частиц. Таким образом, конечный результат столкновения в системе C заключается только в изменении направления скоростей.

Для подсчета убыли энергии нейтрона после столкновения возвратимся к системе L . Скорость нейтрона после столкновения в системе L является векторной суммой скорости нейтрона в системе S и центра инерции, как показано на рис. 7.1.5.

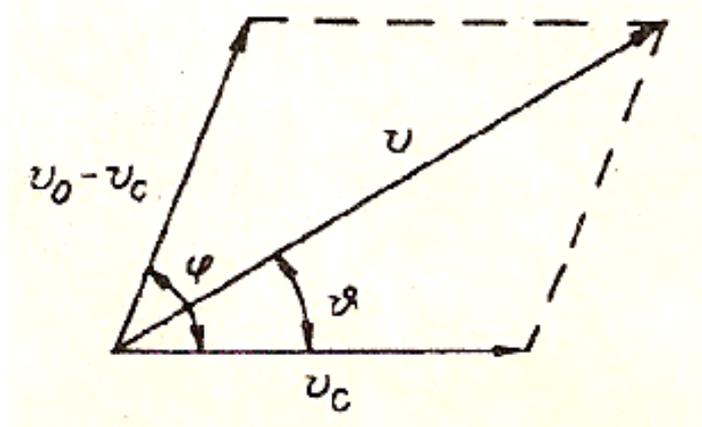


Рис. 7.1.5. К вопросу определения скорости нейтрона в лабораторной системе координат

По теореме косинусов имеем:

$$\begin{aligned} v^2 &= (v_0 - v_c)^2 + v_c^2 - 2(v_0 - v_c)v_c \cos(\pi - \varphi) = \\ &= \left(\frac{Av_0}{A+1}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{A+1}\right)^2 + 2\frac{Av_0^2}{(A+1)^2} \cos\varphi = \frac{v_0^2(A^2 + 2A\cos\varphi + 1)}{(A+1)^2}. \end{aligned} \quad (7.1.34)$$

Отношение энергии нейтрона после столкновения E к энергии до столкновения E_0

$$\frac{E}{E_0} = \frac{v^2}{v_0^2} = \frac{(A^2 + 2A\cos\varphi + 1)}{(A+1)^2}. \quad (7.1.35)$$

Обозначая $\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$ через α , выражение (7.1.35) можно переписать в виде:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{2}[(1+\alpha) + (1-\alpha)\cos\varphi]. \quad (7.1.36)$$

Таким образом, потеря энергии нейтрона при столкновении его с ядром зависит от массы ядра A и угла рассеяния φ . При скользящем ударе $\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$ и $E/E_0 = 1$, т. е. нейтрон не теряет энергии и продолжает движение с прежней скоростью в первоначальном направлении. При лобовом ударе нейтрон отскакивает в направлении, противоположном первоначальному движению $\varphi = \pi$, $\cos\varphi = -1$, $E/E_0 = \alpha$. В этом случае потеря энергии максимальна:

$$\frac{E_0 - E}{E_0} = 1 - \alpha. \quad (7.1.37)$$

Таким образом, потеря энергии нейтрона при столкновении его с ядрами одного сорта постоянна и не зависит от начальной энергии нейтрона. Поэтому для расчета потери энергии удобно использовать логарифмическую шкалу энергий.

В тяжелых замедлителях $A \gg 1$ нейтроны практически не теряют энергии при упругих столкновениях. С уменьшением массы ядер эффективность замедлителя возрастает. Например, при столкновении с ядром водорода $A = 1$ ($\alpha = 0$) нейтрон может потерять всю свою энергию. Поэтому водородсодержащие среды обладают аномально высокой замедляющей способностью по отношению к переносу нейтронов.

Угловое распределение нейтронов при замедлении

В лабораторной системе координат сферическая симметрия рассеяния нейтронов отсутствует. Связь между углом рассеяния в системе центра масс φ с углом рассеяния в лабораторной системе координат изображена на рис.7.1.5.

Из рисунка следует:

$$v \cos \vartheta = \frac{v_0 A}{A+1} \cos \varphi + \frac{v_0}{A+1}. \quad (7.1.38)$$

Учитывая соотношение (7.1.35), получим:

$$\cos \vartheta = \frac{A \cos \varphi + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \varphi + 1}}. \quad (7.1.39)$$

Для тяжелых ядер $A \gg 1$, $\vartheta \approx \varphi$ и системы S и L почти тождественны, т. е. в тяжелых средах рассеяние сферически симметрично не только в системе S , но и в системе L . Однако в общем случае симметрия рассеяния в системе L отсутствует. Отклонение от сферической симметрии в системе L измеряется средним по всем возможным столкновениям значением $\overline{\cos \vartheta}$:

$$\overline{\cos \vartheta} = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \cos \vartheta d\omega, \quad (7.1.40)$$

где $\cos \vartheta$ задается выражением (7.1.39).

Выполняя интегрирование, получим:

$$\overline{\cos \vartheta} = \frac{2}{3A}. \quad (7.1.41)$$

Для тяжелых ядер $A \gg 1$, $\overline{\cos \vartheta}$ мал, $\overline{\vartheta} \approx \frac{\pi}{2}$ и распределение по углам в лабораторной системе координат изотропно, что совпадает с предыдущим результатом. Системы S и L мало отличаются по угловому распределению нейтронов. Для легких ядер в лабораторной системе координат рассеяние происходит преимущественно вперед, оставаясь симметричным в системе центра масс. Например, для водорода $A = 1$, $\overline{\cos \vartheta} = \frac{2}{3}$ и нейтрон рассеивается вперед.

Для учета преобладающего рассеяния вперед, которое имеет место для реальных энергий свободных нейтронов в природных рассеивающих средах, вместо средней длины рассеяния λ_s используется новая величина, которая называется средней длиной переноса λ_{tr} .

Под средней длиной переноса понимают среднее расстояние, которое проходит нейтрон в первоначальном направлении после бесконечного числа соударений.

В соответствии с определением длины переноса:

$$\lambda_{tr} = \lambda_s \left(1 + \overline{\cos \vartheta} + \overline{\cos^2 \vartheta} + \dots \right) = \frac{\lambda_s}{1 - \overline{\cos \vartheta}}. \quad (7.1.42)$$

Для пояснения физического смысла длины переноса заметим, что если рассеяние направлено преимущественно вперед, то $\overline{\cos \vartheta}$ положителен, и средняя длина переноса больше, чем средняя длина рассеяния, т. е. нейтрон при том же числе столкновений передвинется вперед на большее расстояние.

Аналогично длине переноса вводится понятие макроскопического сечения переноса Σ_{tr} , которое определяется соотношением

$$\Sigma_{tr} = \Sigma_s (1 - \overline{\cos \vartheta}). \quad (7.1.43)$$

Макроскопическое сечение переноса совпадает с сечением рассеяния только тогда, когда все направления движения нейтрона после соударения равновероятны и не совпадает, если преобладает рассеяние вперед, т. е. при наличии анизотропии рассеяния.

Средняя логарифмическая потеря энергии и летаргия

Для нейтронов с энергией $E \leq 10$ МэВ и малых A рассеяние в системе S можно считать сферически симметричным. Это значит, что вероятность рассеяния $p(\varphi)d\varphi$ внутри телесного угла $d(\Omega)$, заключенного между конусами при вершине φ и $\varphi + d\varphi$, равна $d(\Omega)/4\pi$, т. е. все направления равновероятны и, следовательно, вероятность равна величине интервала $d(\Omega)$, деленный на весь интервал 4π (геометрическая вероятность) $p(\varphi)d\varphi = d(\Omega)/4\pi = 2\pi \sin\varphi d\varphi/4\pi = \sin\varphi d\varphi/2$.

Вероятность $P(E_0, E)dE$ того, что нейтрон при одном столкновении потеряет энергию от начального значения E_0 до значения, лежащего в интервале от E до $E + dE$, равна величине интервала dE , деленной на полный интервал возможных значений энергии $E_0 - \alpha E_0$, т. е.

$$P(E_0, E)dE = \frac{dE}{E_0(1-\alpha)}. \quad (7.1.44)$$

Учитывая удобство логарифмической шкалы энергий, вводят понятие средней логарифмической потери энергии при одном столкновении ξ , которая определяется соотношением

$$\xi = \overline{\ln E_0 - \ln E} = \overline{\ln \frac{E_0}{E}}. \quad (7.1.45)$$

Пользуясь обычным способом нахождения средней величины, подсчитаем среднюю логарифмическую потерю энергии:

$$\xi = \frac{\int_{\alpha E_0}^{E_0} \ln \frac{E_0}{E} P(E_0, E) dE}{\int_{\alpha E_0}^{E_0} P(E_0, E) dE}. \quad (7.1.46)$$

Выполняя интегрирование с учетом (7.1.44), находим:

$$\xi = 1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha}. \quad (7.1.47)$$

Поскольку $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$, выражение (7.1.47) можно переписать в виде:

$$\xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1}. \quad (7.1.48)$$

Таким образом, величина ξ полностью определяется массовым числом A ядра-мишени. Для значений $A > 10$ с точностью до 1 % справедливо соотношение

$$\xi = \frac{2}{A + \frac{2}{3}}. \quad (7.1.49)$$

Для $A = 1$ и $A = \infty$ функция ξ неопределенна. Поэтому для этих двух значений она доопределяется: $\xi = 1$ для $A = 1$ и $\xi = 0$ для $A = \infty$. Первый случай соответствует использованию в качестве замедлителя ядер водорода, второй - ядер тяжелых элементов, например урана. Для водорода значение $\xi = 1$ означает, что при каждом столкновении энергия нейтрона в среднем уменьшается в e раз, т. е. после столкновения остается только 37% первоначальной энергии нейтрона. Значение $\xi = 0$ для $A = \infty$ означает, что при упругом столкновении с тяжелыми ядрами нейтрон практически не теряет энергии.

Из выражения (7.1.49) следует, что средняя логарифмическая потеря энергии не зависит от начальной энергии нейтрона и постоянна при одном столкновении. Это обстоятельство обуславливает введение логарифмической шкалы энергий при описании процесса замедления. В качестве переменной в этом случае используется величина, которая называется *летаргией* и определяется соотношением

$$u = \ln \frac{E_0}{E}, \quad (7.1.50)$$

где E_0 – начальная энергия нейтрона.

Таким образом, под летаргией подразумевают логарифмический декремент энергии. В начальный момент летаргия равна нулю и возрастает непрерывно в процессе замедления.

Средняя логарифмическая потеря энергии характеризует замедляющие свойства рассеивающей среды. Чем больше ξ , тем эффективнее замедлитель. Однако параметр ξ определяет потерю энергии лишь при одном столкновении. Частота же столкновений характеризуется величиной сечения Σ_s . Для полной характеристики замедляющих свойств среды используют понятие замедляющей способности среды, под которой понимают произведение $\xi \Sigma_s$. Поскольку Σ_s есть вероятность столкновения на пути 1 см, а ξ – средняя логарифмическая потеря энергии на одно столкновение, то замедляющая способность равна логарифмической потере энергии на пути 1 см.

Хороший замедлитель должен обладать малым сечением поглощения Σ_a . Поэтому часто для характеристики замедлителя используют понятие коэффициента замедления, определяемого соотношением $\xi\Sigma_s / \Sigma_a$.

Среднюю логарифмическую потерю энергии на одно столкновение можно использовать для подсчета числа столкновений. Количество столкновений n , необходимое для замедления нейтрона от энергии E_0 до энергии E , определяется соотношением

$$n = \frac{\ln \frac{E_0}{E}}{\xi}. \quad (7.1.51)$$

Длина замедления

Мерой пространственного перемещения нейтрона при замедлении является средний квадрат расстояния \bar{R}^2 , на которое удаляется нейтрон в процессе замедления от начальной энергии E_0 до энергии E .

Подсчитаем величину среднего квадрата расстояния \bar{R}^2 , которое проходит нейтрон в процессе замедления до энергии E . Квадрат длины смещения нейтрона по прямой

$$R^2 = \left(\sum_{i=1}^n \vec{r}_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n r_i^2 + 2 \sum_{i \neq k}^n \vec{r}_i \vec{r}_k = \sum_{i=1}^n r_i^2 + 2 \sum_{i \neq k}^n r_i r_k \cos(ik), \quad (7.1.52)$$

где \vec{r}_i – вектор смещения нейтрона в i -й точке траектории; $\cos(ik)$ – косинус угла между векторами \vec{r}_i , \vec{r}_k .

Усредним (7.1.52) по длинам пробегов, углам рассеяния и числу всех столкновений:

$$\overline{R^2} = \overline{\sum_{i=1}^n r_i^2 + 2 \sum_{i \neq k}^n r_i r_k \cos(ik)}. \quad (7.1.53)$$

Для сферически симметричного рассеяния усреднение выражения для R^2 приводит к тому, что $\sum_{i \neq k}^n$ исчезает за счет равной вероятности движения нейтрона в любом направлении. Таким образом, после усреднения по всем столкновениям и длинам пробегов получим:

$$\overline{R^2} = n \overline{r^2}, \quad (7.1.54)$$

где $\overline{r^2}$ – средний квадрат расстояния между двумя столкновениями, который определяется обычным способом:

$$\overline{r^2} = \frac{\int_0^{\infty} r^2 e^{-\frac{r}{\lambda_s}} dr}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{\lambda_s}} dr} = 2\lambda_s^2. \quad (7.1.55)$$

С учетом выражения для числа столкновений n (7.1.51) окончательно получим:

$$\overline{R^2} = \frac{2\lambda_s^2}{\xi} \ln \frac{E_0}{E}. \quad (7.1.56)$$

В лабораторной системе координат для реальных энергий нейтронов и ядер порообразующих элементов наблюдается преимущественное рассеяние вперед. Вследствие этого среднее удаление нейтрона от начальной точки будет больше, чем при изотропном рассеянии. С учетом анизотропии рассеяния выражение для среднего квадрата длины принимает вид [7.1.1]:

$$\overline{R^2} = \frac{2\lambda_s \lambda_{tr}}{\xi} \ln \frac{E_0}{E}, \quad (7.1.57)$$

где λ_{tr} – средняя длина переноса нейтрона, определяемая соотношением (7.1.42).

С понятием среднего квадрата длины замедления тесно связаны параметры L_s и τ , определяемые соотношением

$$L_s^2 = \tau = \frac{\overline{R^2}}{6}. \quad (7.1.58)$$

Параметр L_s называется длиной замедления, а τ – возрастом нейтронов. Смысл введенных величин состоит в том, что они являются мерой переноса нейтронов в веществе в процессе замедления.

Плотность замедления

Для описания процесса замедления часто используется понятие плотности замедления g , которая представляет собой число нейтронов в единице объема среды, пересекающих в единицу времени заданное значение энергии E , т. е. характеризует скорость, с которой нейтроны, замедляясь, пересекают энергию E . Подсчитаем плотность замедления нейтронов при отсутствии поглощения для средних по атомному весу ядер элементов, слагающих горные породы.

Число нейтронов в единице объема, замедленных за единицу времени ниже энергии E и рассеянных из интервала dE' , равно числу актов рассеяния в dE' , т. е. выражению $\Phi(E')\Sigma'_s dE'$, умноженному на вероятность $P(E', E)$ того, что рассеянный нейтрон теряет энергию большую, чем $(E' - E)$. В соответствии с определением плотности замедления получим:

$$g(E) = \int_E^{\frac{E}{\alpha}} P(E', E) \Phi(E') \Sigma'_s(E') dE'. \quad (7.1.59)$$

Вероятность $P(E', E)$ того, что нейтрон с начальной энергией $(E' > E)$ окажется после столкновения в области $(E'' < E)$, определяется соотношением

$$P(E', E) = \int_{\alpha E'}^E P(E', E'') dE'', \quad (7.1.60)$$

где $P(E', E'')$ определяется выражением (7.1.44).

После интегрирования выражение для $P(E', E)$ принимает вид:

$$P(E', E) = \int_{\alpha E'}^E \frac{dE''}{E''(1-\alpha)} = \frac{E - \alpha E'}{(1-\alpha)E'}. \quad (7.1.61)$$

Подставляя выражение (7.1.61) в (7.1.59), находим:

$$g(E) = \int_E^{\frac{E}{\alpha}} \frac{E - \alpha E'}{(1-\alpha)E'} \Phi(E') \Sigma_s(E') dE'. \quad (7.1.62)$$

Используя подстановку $\Phi(E') \Sigma_s(E') = \frac{C}{E'}$ и выполняя интегрирование, получим:

$$g(E) = C \left[1 - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha \right] = C \xi, \quad (7.1.63)$$

откуда следует:

$$g(E) = \xi \Sigma_s(E) \Phi(E) E. \quad (7.1.64)$$

Для логарифмической шкалы энергий $g(E) = g(u)$. Кроме того, справедливо соотношение

$$\Phi(E) = \Phi(u) \left| \frac{du}{dE} \right| = \Phi(u) \frac{1}{E}, \quad (7.1.65)$$

т. е. $E\Phi(E) = \Phi(u)$, поэтому при переходе к летаргиям связь между плотностью замедления и потоком принимает вид:

$$g(u) = \xi \Sigma_s \Phi(u). \quad (7.1.66)$$

Таким образом, плотность замедления при отсутствии поглощения равна произведению потока нейтронов на замедляющую способность вещества.

Этот же результат можно получить и более простым способом. Для этого следует подсчитать полное число рассеяний в единице объема за единицу времени для тех нейтронов, энергия которых лежит в интервале du . Это число равно $g(u) du / \xi$, так как величина du / ξ определяет среднее число рассеяний, необходимых для увеличения летаргии на du , т. е. среднее число рассеяний, выводящих нейтрон из интервала du . С другой стороны, полное число рассеяний в единице объема за единицу времени равно $\Sigma_s(u) \Phi(u) du$. Сравнивая полученные величины, получим соотношение (7.1.66).

7.1.7. Закон Фика

В процессе своего беспорядочного движения свободные нейтроны перемещаются из области с повышенной плотностью в места с меньшей плотностью нейтронов [7.1.1].

Найдем результирующий ток нейтронов через единичную площадку dS , расположенную в начале координат нормально к оси Z , как показано на рис. 7.1.6. Для этого необходимо подсчитать величину тока нейтронов, пересекающих эту площадку сверху и снизу.

Рассмотрим однородную изотропно рассеивающую среду, в которой направление движения после рассеяния не зависит от направления движения до рассеяния.

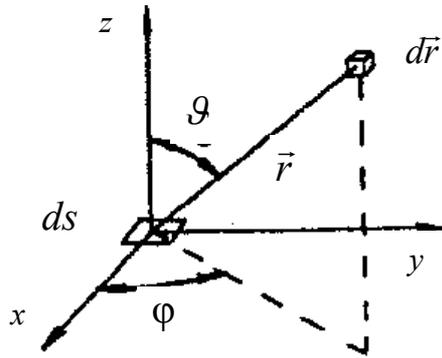


Рис. 7.1.6. К выводу закона Фика

Число рассеивающихся столкновений в элементе объема равно $\Sigma_s \Phi(\vec{r}) d\vec{r}$. Ослабление пучка нейтронов по пути из объема $d\vec{r}$ к единичной площадке происходит по закону $e^{-\Sigma r}/4\pi r^2$, где $1/4\pi r^2$ – фактор геометрического ослабления нейтронов, $e^{-\Sigma r}$ – фактор ослабления в результате взаимодействия с ядрами вещества или вероятность прохождения пути r без столкновений. Таким образом, величину тока, пересекающего единичную площадку dS сверху вниз, можно вычислить:

$$\vec{J}_\downarrow dS = dS \int_{Z>0} \Sigma_s \Phi(\vec{r}) \frac{e^{-\Sigma r} \cos \vartheta}{4\pi r^2} d\vec{r}, \quad (7.1.67)$$

где ϑ – угол между направлением движения нейтрона и осью Z .

Область интегрирования в выражении (7.1.67) распространяется на все верхнее полупространство $Z > 0$. Величина тока нейтронов, пересекающих единичную площадку снизу вверх, определяется тем же интегралом, но областью интегрирования будет нижнее полупространство $Z < 0$:

$$\vec{J}_\uparrow dS = dS \int_{Z<0} \Sigma_s \Phi(\vec{r}) \frac{e^{-\Sigma r} \cos \vartheta}{4\pi r^2} d\vec{r}. \quad (7.1.68)$$

Наличие под интегралом члена $e^{-\Sigma r}$ позволяет произвести приближенное вычисление интегралов, так как функция $e^{-\Sigma r}$ играет роль обрезывающего фактора. При интегрировании экспоненты основной вклад в интеграл вносит область, близкая к нулю. Поэтому для достаточно медленно меняющегося потока можно вычислить приближенное значение интегралов, разлагая функцию потока в ряд Маклорена.

Предполагая, что поток медленно меняется в пространстве, ограничимся первыми двумя членами ряда Маклорена:

$$\Phi(\vec{r}) = \Phi(0) + \vec{r} \text{grad} \Phi(\vec{r}), \quad (7.1.69)$$

Подставляя это разложение в выражение для \vec{J}_\downarrow и \vec{J}_\uparrow и интегрируя результат, получим:

$$\vec{J}_\downarrow = \frac{\Sigma_s}{4\Sigma} \Phi(0) + \frac{\Sigma_s}{6\Sigma^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0;$$

$$\vec{J}_\uparrow = \frac{\Sigma_s}{4\Sigma} \Phi(0) - \frac{\Sigma_s}{6\Sigma^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0.$$

Плотность результирующего тока нейтронов в направлении оси z будет:

$$\vec{J}_z = \vec{J}_\uparrow - \vec{J}_\downarrow = -\frac{\Sigma_s}{3\Sigma^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0 \quad (7.1.70)$$

Аналогично определяются плотности тока в направлении осей x и y .

Обобщая выражение для плотности тока на случай произвольного направления и произвольной точки пространства, получим закон Фика:

$$\vec{J}(\vec{r}) = -D \text{grad} \Phi(\vec{r}). \quad (7.1.71)$$

Коэффициент $D = \Sigma_s / 3\Sigma^2$ носит название коэффициента диффузии. Для слабопоглощающих сред $\Sigma_a \ll \Sigma_s$, $\Sigma \approx \Sigma_s$ запишем выражение для коэффициента диффузии: $D = 1/3\Sigma_s$.

Закон Фика для нейтронов справедлив в областях с медленно меняющимся потоком, т. е. на достаточном удалении от источников нейтронного излучения, и нарушается вблизи источников, поверхностей раздела и различных границ, где поле резко меняется, так как в этом случае воспользоваться разложением в ряд Маклорена при выводе закона Фика уже нельзя.

Кроме того, при выводе закона Фика было использовано предположение об отсутствии корреляции между направлением движения нейтрона до и после столкновения, т. е. предполагалась сферическая симметрия рассеяния в лабораторной системе координат. Однако сферически симметричное рассеяние справедливо только для тяжелых ядер. Для легких ядер необходимо внести поправку за преобладающее рассеяние вперед. Для этого вместо макроскопического сечения рассеяния Σ_s следует использовать макроскопическое сечение переноса Σ_{tr} , которое связано со средней длиной переноса λ_{tr} соотношением $\Sigma_{tr} = 1/\lambda_{tr}$, где λ_{tr} определяется соотношением (7.1.42).

Коэффициент диффузии для слабопоглощающих сред с учетом анизотропии рассеяния приобретает вид:

$$D = \frac{1}{3\Sigma_{tr}} = \frac{\lambda_{tr}}{3}. \quad (7.1.72)$$

Для характеристики пространственного распределения тепловых нейтронов используют понятие длины диффузии L . Для слабопоглощающих сред, состоящих из не слишком легких ядер, длина диффузии с учетом анизотропии рассеяния с точностью до постоянного множителя равна среднему геометрическому между средней длиной переноса λ_{tr} и средней длиной свободного пробега до поглощения λ_a и определяется выражением:

$$L = \sqrt{\frac{\lambda_{tr} \lambda_a}{3}}. \quad (7.1.73)$$

С понятием средней длины свободного пробега до поглощения λ_a тесно связано понятие среднего времени жизни нейтрона τ . Если нейтрон движется с

постоянной скоростью v , то среднее время жизни от момента рождения до поглощения определяется соотношением

$$\tau = \frac{\lambda_a}{v} = \frac{1}{\Sigma_a v}. \quad (7.1.74)$$

Реальный процесс перемещения нейтронов в пространстве включает в себя замедление быстрых нейтронов и диффузию тепловых. Для характеристики полного перемещения нейтрона в процессе переноса вводится понятие длины миграции, которая определяется соотношением $M = \sqrt{L_s^2 + L^2}$, или площади миграции $M^2 = L_s^2 + L^2$. Обе величины являются мерой среднего расстояния, на которое перемещается нейтрон за время своего существования.

7.1.8. Уравнение переноса нейтронного излучения

Распределение нейтронов в веществе можно описать интегро-дифференциальным уравнением, которое часто называют кинетическим или транспортным уравнением переноса излучения. Уравнение переноса представляет собой уравнение баланса нейтронов в элементе объема $d\tau = d\vec{r}d\vec{\omega}dE$ шестимерного фазового пространства $(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$, которое характеризуется тремя пространственными координатами $\vec{r}(x, y, z)$, двумя координатами направления движения нейтрона $\vec{\omega}(\vartheta, \varphi)$ и координатой энергии E . Уравнение баланса нейтронов в стационарном режиме выражает равенство числа нейтронов, покидающих в единицу времени элементарный объем фазового пространства $d\tau$, числу нейтронов, прибывающих в этот объем.

Убыль нейтронов из $d\tau$ происходит в результате диффузии нейтронов из объема $d\vec{r}$ и вследствие соударений, которые выводят нейтроны из $d\vec{\omega}$ и dE . Ток нейтронов с энергией в интервале $(E, E + dE)$ через площадку с нормалью $\vec{\omega}$, расположенную в точке \vec{r} , определяется соотношением $\vec{J}(\vec{r}, \vec{\omega}, E) = \vec{\omega}\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$.

Утечка нейтронов из единицы объема $d\vec{r}$ характеризуется расходимостью вектора тока нейтронов $\text{div } \vec{J}(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{r}d\vec{\omega}dE = \text{div} [\vec{\omega} \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E)] d\vec{r}d\vec{\omega}dE$. Убыль нейтронов вследствие поглощения и рассеяния в элементарном объеме $d\vec{r}$ равна $\Sigma\Phi(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{r}d\vec{\omega}dE$, где $\Sigma = \Sigma_a + \Sigma_s$ – полное макроскопическое сечение, являющееся суммой макроскопических сечений поглощения Σ_a и рассеяния Σ_s .

Увеличение числа нейтронов в $d\tau$ может происходить из-за возникновения их, обусловленного наличием в этом объеме источников нейтронов с плотностью $S(\vec{r}, \vec{\omega}, E)$, и вследствие рассеяния в объеме $d\tau$ тех нейтронов, которые до соударения имели направление $\vec{\omega}'$ и энергию E' , а после рассеяния $\vec{\omega}$ и энергию E . Прибыль нейтронов в результате их генерации источниками равна $S(\vec{r}, \vec{\omega}, E) d\vec{r}d\vec{\omega}dE$. Прирост нейтронов, вызванный рассеиванием, определяется соотношением:

$$\int_{4\pi} \int_E^{E_0} \Sigma_s(\vec{\omega}' \rightarrow \vec{\omega}, E' \rightarrow E) \Phi(\vec{r}, \vec{\omega}', E') d\vec{\omega}' dE' d\vec{r}d\vec{\omega}dE, \quad (7.1.75)$$

где $\Sigma_s(\bar{\omega}' \rightarrow \bar{\omega}, E' \rightarrow E) d\bar{\omega} dE$ – сечение процесса, при котором нейтрон с энергией E' , двигающийся в направлении $\bar{\omega}'$, рассеивается в элемент телесного угла $d\bar{\omega}$ около направления $\bar{\omega}$, приобретая при этом энергию E в интервале dE , а интегрирование выполняется по штрихованным координатам $\bar{\omega}'$ и E' , характеризующим все возможные состояния нейтронов до рассеяния.

Поскольку в состоянии равновесия убыль нейтронов в элементе объема $d\tau$ должна быть равна их прибыли, то, приравняв выражение для убыли и прибыли и сократив на $d\tau = dr d\bar{\omega} dE$, получим стационарное кинетическое уравнение переноса нейтронов:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}[\bar{\omega} \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}, E)] + \Sigma(E) \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}, E) = \\ = \int_{4\pi} \int_E^{E_0} \Sigma_s(\bar{\omega}' \rightarrow \bar{\omega}, E' \rightarrow E) \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}', E') d\bar{\omega}' dE' + S(\bar{r}, \bar{\omega}, E). \end{aligned} \quad (7.1.76)$$

Если равновесие отсутствует, то сумма вкладов от всех процессов должна равняться скорости изменения дифференциальной плотности нейтронов во времени. Учитывая сказанное, получим нестационарное уравнение переноса нейтронов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N(\bar{r}, \bar{\omega}, E, t)}{\partial t} = \frac{\partial \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}, E, t)}{v \partial t} = -\operatorname{div} \bar{\omega} \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}, E, t) - \Sigma(E) \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}, E, t) + \\ + \int_{4\pi} \int_E^{E_0} \Sigma_s(\bar{\omega}' \rightarrow \bar{\omega}, E' \rightarrow E) \Phi(\bar{r}, \bar{\omega}', E', t) d\bar{\omega}' dE' + S(\bar{r}, \bar{\omega}, E, t). \end{aligned} \quad (7.1.77)$$

К уравнению переноса (7.1.76) необходимо добавить граничные условия. На поверхности раздела G между двумя рассеивающими средами A и B для всех $\bar{r}_G, \bar{\omega}$ и E в силу непрерывности должно выполняться соотношение:

$$\Phi_A(\bar{r}_G, \bar{\omega}, E) = \Phi_B(\bar{r}_G, \bar{\omega}, E). \quad (7.1.78)$$

Часто используют также условие равенства нормальных составляющих плотности тока нейтронов:

$$J_{nA}(\bar{r}_G, \bar{\omega}, E) = J_{nB}(\bar{r}_G, \bar{\omega}, E), \quad (7.1.79)$$

где J_n – нормальная составляющая вектора плотности тока в точках поверхности \bar{r}_G .

К нестационарному уравнению переноса (7.1.77) необходимо, кроме того, добавить начальное условие в момент времени $t = 0$:

$$\Phi(\bar{r}, \bar{\omega}, E, 0) = \Phi_0(\bar{r}, \bar{\omega}, E), \quad (7.1.80)$$

где $\Phi_0(\bar{r}, \bar{\omega}, E)$ – некоторая заданная функция.

Для определения поля нейтронного излучения по уравнению (7.1.76) необходимо знать вероятность рассеяния нейтронов $\Sigma_s(\bar{\omega}' \rightarrow \bar{\omega}, E' \rightarrow E) d\bar{\omega} dE$ из состояния $(\bar{\omega}', E')$ в состояние $(\bar{\omega}, E)$. Горные породы относятся к изотропным средам, в которых полное сечение рассеяния не зависит от направления движения нейтронов, поэтому

$$\int_{4\pi} \int_0^E \Sigma_s(\bar{\omega}' \rightarrow \bar{\omega}, E' \rightarrow E) d\bar{\omega} dE = \Sigma_s(E'). \quad (7.1.81)$$

Если рассеяние изотропно в лабораторной системе координат,

$$\Sigma_s(\bar{\omega}' \rightarrow \bar{\omega}, E' \rightarrow E) dE = \frac{1}{4\pi} \Sigma_s(E' \rightarrow E) dE, \quad (7.1.82)$$

где $\Sigma_s(E' \rightarrow E)$ – вероятность процесса, при котором нейтрон с энергией E' в результате рассеяния приобретает энергию в интервале $(E, E + dE)$.

При использовании детекторов, не обладающих способностью различать нейтроны по направлению, угловое распределение потока нейтронов не представляет интереса. Поэтому уравнение переноса (7.1.76) можно проинтегрировать по $\bar{\omega}$. При этом уравнение переноса приобретает более простой вид. После интегрирования по $\bar{\omega}$ для изотропно рассеивающихся нейтронов с учетом (7.1.82) получим:

$$\text{div} \vec{J}(\vec{r}, E) + \Sigma(E) \Phi(\vec{r}, E) = \int_E^{E_0} \Phi(\vec{r}, E') \Sigma_s(E' \rightarrow E) dE' + S(\vec{r}, E), \quad (7.1.83)$$

где $\vec{J}(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \bar{\omega} \Phi(\vec{r}, \bar{\omega}, E) d\bar{\omega}$ – плотность тока нейтронов с энергией E в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} :

$$\Phi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} \Phi(\vec{r}, \bar{\omega}, E) d\bar{\omega}; \quad (7.1.84)$$

$$S(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} S(\vec{r}, \bar{\omega}, E) d\bar{\omega}. \quad (7.1.85)$$

Горные породы по отношению к переносу нейтронов можно считать изотропными, поэтому пространственно распределенные источники нейтронов излучают изотропно, т. е.

$$S(\vec{r}, \bar{\omega}, E) = \frac{1}{4\pi} S(\vec{r}, E). \quad (7.1.86)$$

Это предположение справедливо во многих практических случаях, не накладывает существенных ограничений и не нарушает общности.

Для моноэнергетических объемных источников, испускающих нейтроны с начальной энергией E_0 , функция распределения источников задается соотношением

$$S(\vec{r}, E) = S(\vec{r}) \delta(E_0 - E), \quad (7.1.87)$$

где $\delta(E_0 - E)$ – дельта-функция Дирака.

Точное решение кинетического уравнения переноса можно получить лишь для простейших случаев. Поэтому в ядерной геофизике широкое распространение получили приближенные методы расчета нейтронных полей. К таким методам относится возрастное и диффузионное приближение теории переноса нейтронов. Для широких пределов изменения энергии и глубины проникновения нейтронов в вещество ни один из приближенных методов не может считаться удовлетворительным, однако каждый из них пригоден для решения частных задач переноса нейтронов.

Возрастное приближение

Рождающиеся нейтроны имеют высокую кинетическую энергию. В процессе движения нейтроны теряют энергию и замедляются до тепловой энергии. Для описания процесса замедления часто используют возрастное приближение теории переноса, в основе которого лежит представление о непрерывном характере процесса замедления.

Возрастное приближение успешно применяется при исследовании сред, содержащих не слишком легкие ядра, так как при наличии легких ядер процесс потери нейтроном энергии происходит скачкообразно, и представление о непрерывном характере замедления не соответствует действительности. Поэтому в том случае, когда в среде присутствуют ядра легких элементов, например ядра водорода, используют многогрупповое приближение теории переноса, в основе которого лежит представление о скачкообразном характере потери энергии в процессе замедления.

Для горных пород, состоящих из не слишком легких ядер $A > 10$, средняя логарифмическая потеря энергии при одном соударении ξ является малой величиной. Это позволяет сделать предположение о непрерывном характере изменения энергии замедляющихся нейтронов.

Энергия замедляющихся нейтронов в горных породах зависит от процессов рассеяния и поглощения. Однако для высокоэнергетических нейтронов наибольшее влияние оказывает процесс рассеяния. Поглощение играет роль второстепенную, так как сечение поглощения для быстрых нейтронов значительно меньше сечения рассеяния, поэтому влиянием поглощения в первом приближении можно пренебречь.

Рассмотрим процесс замедления моноэнергетических нейтронов в горных породах, придерживаясь следующих предположений. Среда изотропна и однородна. Макроскопическое сечение поглощения много меньше сечения рассеяния ($\Sigma_a \ll \Sigma_s$). Размеры среды много меньше средней длины свободного пробега нейтронов в веществе. Рассеяние нейтронов изотропно в системе центра масс. Среда не содержит пустот, локализованных поглотителей, состоит из не очень легких ядер ($A > 0$) и является активной, т. е. содержит источники нейтронов. Плотность источников $S(\vec{r})$ постоянна или мало меняется с расстоянием. Нейтроны тепловых энергий будем рассматривать как отдельную группу.

Запишем стационарное уравнение баланса нейтронов для плотности замедления $g(\vec{r}, u)$, имея в виду, что поглощением нейтронов в процессе замедления можно пренебречь.

Рассмотрим малый объем и выберем те нейтроны, летаргия которых лежит в интервале от u до $u + du$. Увеличение числа таких нейтронов происходит за счет притока из области меньших летаргий $g(\vec{r}, u)d\vec{r}$ и того количества нейтронов, которые генерируются источниками $S(\vec{r}, u)d\vec{r}du$. Уменьшение числа нейтронов происходит за счет тех нейтронов, которые уходят в область больших летаргий $g(\vec{r}, u + du)d\vec{r}$ и утечки нейтронов из объема $d\vec{r}$, которая определяется выражением $G(\vec{r}, u)d\vec{r}du$.

Составим уравнение баланса нейтронов и разделим каждый его член на $d\vec{r}du$. Учитывая, что

$$\frac{g(\vec{r}, u + du) - g(\vec{r}, u)}{du} = \frac{\partial g(\vec{r}, u)}{\partial u},$$

уравнение баланса нейтронов с летаргией от u до $u + du$ в единице объема $d\vec{r}$ за единицу времени принимает вид:

$$\frac{\partial g(\vec{r}, u)}{\partial u} + G(\vec{r}, u) = S(\vec{r}, u). \quad (7.1.88)$$

Утечка нейтронов $G(\vec{r}, u)$ выражается через спектральную плотность тока нейтронов $\vec{J}(\vec{r}, u)$. Для установления связи между утечкой $G(\vec{r}, u)$ и плотностью тока $\vec{J}(\vec{r}, u)$ необходимо рассмотреть малый элемент объема $d\vec{r}$, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда $dxdydz$. Число нейтронов, входящих в $d\vec{r}$ за единицу времени через нижнюю грань, равно $J_z(z)dxdy$, где $J_z(z)$ – ток нейтронов в направлении оси z , а число выходящих через верхнюю грань из $d\vec{r}$ равно $J_z(z + dz)dxdy$. Тогда утечка нейтронов через грани, нормальные к оси z :

$$[J_z(z + dz) - J_z(z)]dxdy = \frac{\partial J_z}{\partial z} d\vec{r}. \quad (7.1.89)$$

Аналогично вводятся составляющие тока нейтронов в направлении осей x и y , J_x и J_y и подсчитывается утечка в направлении этих осей. Обобщая выражение для утечки на случай произвольного направления тока нейтронов, получим выражение:

$$G(\vec{r}, u) = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = \text{div} \vec{J}(\vec{r}, u). \quad (7.1.90)$$

Заметим, что при выводе уравнения (7.1.90) на интервал du должны быть наложены определенные ограничения. Пространственное перемещение нейтронов определяется в основном процессом диффузии. Поскольку все вычисления производятся в четырехмерном пространстве (\vec{r}, u) , то интервал летаргий du должен быть достаточно большим, чтобы удовлетворять применимости диффузионного процесса, т. е. нейтроны, пребывающие в интервале летаргий du , должны испытать достаточно много актов рассеяния, прежде чем уйти в область более высоких летаргий. Вместе с тем интервал du должен быть достаточно малым, чтобы можно было рассматривать все нейтроны в интервале du как единую группу, нейтроны которой двигаются с одинаковой скоростью.

Подставляя выражение для утечки в уравнение баланса (7.1.88), получим:

$$\frac{\partial g(\vec{r}, u)}{\partial u} + \text{div} \vec{J}(\vec{r}, u) = S(\vec{r}, u). \quad (7.1.91)$$

Предполагая, что утечка определяется диффузионным процессом, воспользуемся законом Фика (7.1.71), согласно которому имеет место соотношение

$$\vec{J}(\vec{r}, u) = -D(u) \text{grad} \Phi(\vec{r}, u). \quad (7.1.92)$$

Подставляя выражение (7.1.92) в уравнение баланса (7.1.91), находим:

$$\frac{\partial g(\vec{r}, u)}{\partial u} - D(u) \Delta \Phi(\vec{r}, u) = S(\vec{r}, u), \quad (7.1.93)$$

где Δ – оператор Лапласа.

Учитывая, что для слабопоглощающих сред справедливо соотношение (7.1.66):

$$g(\vec{r}, u) = \xi \Sigma_s(u) \Phi(\vec{r}, u). \quad (7.1.94)$$

Уравнение (7.1.93) можно переписать:

$$\frac{\partial g(\vec{r}, u)}{\partial u} - \frac{D(u)}{\xi \Sigma_s(u)} \Delta g(\vec{r}, u) = S(\vec{r}, u). \quad (7.1.95)$$

Опуская источники и вводя новую переменную соотношением

$$\tau(u) = \int_0^u \frac{D(u)}{\xi \Sigma_s(u)} \partial u, \quad (7.1.96)$$

получим уравнение возраста:

$$\frac{\partial g(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = \Delta g(\vec{r}, \tau). \quad (7.1.97)$$

Величина $\tau(u)$ называется фермиевским возрастом нейтронов. Термин «возраст» введен в связи с тем, что $\tau(u)$ входит в уравнение (7.1.97) аналогично тому, как входит время в уравнение теплопроводности. Кроме того, между возрастом и временем существует функциональная связь. Для того чтобы убедиться в этом, воспользуемся предположением о непрерывном характере замедления.

Число столкновений в единицу времени равно $v\Sigma_s$, где v – скорость нейтронов, а Σ_s – количество столкновений на пути 1 см. Если среднее увеличение летаргии при одном столкновении соответствует ξ , связь между летаргией и временем замедления в дифференциальной форме:

$$\frac{du}{dt} = \xi \Sigma_s v. \quad (7.1.98)$$

С другой стороны, связь между возрастом и летаргией в дифференциальной форме, согласно выражению (7.1.96), имеет вид:

$$\frac{d\tau}{du} = \frac{D}{\xi \Sigma_s}, \quad (7.1.99)$$

откуда следует:

$$d\tau = D v dt$$

или

$$\tau = \int_0^t D v dt. \quad (7.1.100)$$

Таким образом, каждому моменту времени t однозначно соответствует свой возраст $\tau(t)$. Эта прямая связь между τ и t явилась причиной введения термина «возраст».

Возраст нейтронов имеет, однако, не временную размерность, а размерность квадрата длины. Физический смысл возраста τ становится более ясным, если вычислить средний квадрат расстояния $\overline{r^2}$, которое проходит нейтрон при замедлении до летаргии u .

Решением уравнения возраста для точечного источника нейтронов активностью Q в бесконечной среде является кривая распределения Гаусса:

$$g(\vec{r}, \tau) = \frac{Q}{(4\pi\tau)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{r^2}{4\tau}}. \quad (7.1.101)$$

Выражение (7.1.101) характеризует вероятность приобретения нейтроном летаргии u на расстоянии r .

Используя обычную методику нахождения средних величин, получим:

$$\overline{r^2} = \frac{\int_0^{\infty} r^2 g(\vec{r}, \tau) d\vec{r}}{\int_0^{\infty} g(\vec{r}, \tau) d\vec{r}}, \quad (7.1.102)$$

где $d\vec{r} = 4\pi r^2 dr$ – объем сферического слоя толщиной dr .

Подставляя выражение (7.1.101) в (7.1.102), находим:

$$\overline{r^2} = 6\tau. \quad (7.1.103)$$

Таким образом, возраст нейтрона $\tau(u)$ с точностью до постоянного множителя равен среднему квадрату расстояния, проходимого нейтроном при замедлении до летаргии u . Этим объясняется появление у возраста размерности квадрата длины. На практике часто используется также понятие длины замедления L_s , которая связана с возрастом соотношением $L_s^2 = \tau$.

Для описания пространственно-временного распределения нейтронов в процессе замедления исходят из уравнения баланса нейтронов в единице объема среды. В слабопоглощающих средах скорость изменения потока нейтронов в единице объема равна утечке нейтронов в результате диффузии, убыли в результате ухода из интервала летаргий $(u, u + du)$ и увеличению числа нейтронов за счет источников:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, u, t)}{\partial t} = -\text{div} \vec{J}(\vec{r}, u, t) - \frac{\partial g(\vec{r}, u, t)}{\partial u} + S(\vec{r}, u, t). \quad (7.1.104)$$

В тяжелых замедлителях, например, маловлажных горных породах, замедление обусловлено столкновениями с тяжелыми ядрами $A > 10$ и справедлив закон Фика в его элементарном виде (7.1.92). Из уравнения баланса нейтронов (7.1.104) с учетом закона Фика вытекает диффузионное уравнение для замедляющихся нейтронов, зависящее от времени:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, u, t)}{\partial t} = -D(u) \Delta \Phi(\vec{r}, u, t) - \frac{\partial g(\vec{r}, u, t)}{\partial u} + S(\vec{r}, u, t). \quad (7.1.105)$$

Для моноэнергетических нейтронов функция распределения источников задается соотношением $S(\vec{r}, u, t) = S(\vec{r}, t) \delta u$, где δu – дельта-функция Дирака. Кроме того, если источник импульсный и точечный, то $S(\vec{r}, u, t) = \delta(\vec{r}) \delta(u) \delta(t)$, где $\delta(\vec{r})$ и $\delta(t)$ – дельта-функции по пространству и времени.

Перечислим основные предположения, которые были использованы при выводе уравнения возраста, и тем самым сформулируем основные условия применимости возрастного приближения.

Среда бесконечна, гомогенна и изотропна, состоит из не слишком легких ядер, не имеет пустот и поглотителей. Ядра элементов, слагающих среду, можно считать свободными и покоящимися. Сечение рассеяния слабо зависит от

энергии замедляющихся нейтронов и обусловлено только упругими столкновениями. Упругое рассеяние изотропно в системе центра масс. Неупругое рассеяние пренебрежимо мало. Вероятность поглощения много меньше вероятности рассеяния. Число столкновений, испытываемых нейтроном при замедлении в интервале du , достаточно велико. Источники нейтронов распределены равномерно, их активность постоянна или слабо меняется в пространстве.

Анализ границ применимости возрастного приближения для сред произвольного изотопного состава был выполнен Д. А. Кожевниковым [7.1.2], который показал, что на малых расстояниях от источника возрастное приближение хорошо согласуется с экспериментальными данными. При решении задач нейтронного каротажа горных пород с малым водородсодержанием в границах применимости приближения оказываются размеры всех практических используемых зондов. В горных породах с повышенным водородсодержанием использование возрастного приближения справедливо лишь для зондов малого размера.

Диффузионное приближение теории переноса нейтронов

В основе диффузионного приближения теории переноса нейтронов лежит представление о диффузии нейтронов как процессе беспорядочного перемещения нейтронов в пространстве из областей с повышенной плотностью в области с пониженной плотностью нейтронов. Диффузионное приближение наиболее эффективно для описания переноса тех нейтронов, которые можно объединить в одну моноэнергетическую группу, например для тепловых нейтронов.

В процессе диффузии нейтроны перемещаются в области пониженной плотности в соответствии с законом Фика. Для однородных изотропно рассеивающихся сред закон Фика имеет вид (7.1.92): $\vec{J}(\vec{r}, E) = -D(E) \text{grad}\Phi(\vec{r}, E)$,

где $D(E) = \frac{\Sigma_s(E)}{3\Sigma^2(E)}$ – коэффициент диффузии. Для слабопоглощающих сред

$\Sigma_a \ll \Sigma_s$ (обычно достаточно $\Sigma_a \leq 0,1\Sigma_s$) коэффициент диффузии принимает вид

$D(E) = \frac{1}{3\Sigma_s(E)}$. При выводе закона Фика использовано предположение о доста-

точно медленном изменении потока частиц, поэтому вблизи источников излучения, границ раздела и сильных поглотителей он нарушается.

Подставляя закон Фика в уравнение переноса без угловой зависимости (7.1.83), получим:

$$-D(E)\Delta\Phi(\vec{r}, E) + \Sigma(E)\Phi(\vec{r}, E) = \int_E^{E_0} \Phi(\vec{r}, E')\Sigma_s(E' \rightarrow E)dE' + S(\vec{r}, E). \quad (7.1.106)$$

Проинтегрируем уравнение (7.1.106) по всем энергиям от нуля до начальной энергии частиц E_0 , предполагая, что пространственно-энергетическое распределение потока $\Phi(\vec{r}, E)$ можно представить в виде мультипликации пространственной и энергетической функции $\Phi(\vec{r}, E) = \Phi(\vec{r})\Phi(E)$, где функция энергии не зависит от расстояния. Такое предположение справедливо на расстояниях, превышающих 1-2 средних длины пробега нейтронов от контрастных

по отношению к переносу границ, локализованных сильных поглотителей и сосредоточенных источников излучения, когда спектральный состав рассеянного излучения стремится к равновесию. После интегрирования выражения (7.1.106) получим уравнение диффузии в виде:

$$-D\Delta\Phi(\vec{r}) + \Sigma_a\Phi(\vec{r}) = S(\vec{r}), \quad (7.1.107)$$

где $\Phi(\vec{r}) = \int_0^{E_0} \Phi(\vec{r}, E) dE$, $S(\vec{r}) = \int_0^{E_0} S(\vec{r}, E) dE$; D , Σ_a – коэффициент диффузии и макро-сечение поглощения, усредненные по энергии частиц, которые определяются соотношениями:

$$D = \frac{\int_0^{E_0} D(E)\Phi(E) dE}{\int_0^{E_0} \Phi(E) dE}; \quad \Sigma_a = \frac{\int_0^{E_0} \Sigma_a(E)\Phi(E) dE}{\int_0^{E_0} \Phi(E) dE}. \quad (7.1.108)$$

Уравнение диффузии в бесконечно однородной среде можно получить также из простых соображений, не используя для этой цели кинетическое уравнение переноса. Для этого достаточно записать уравнение баланса нейтронов в единичном объеме среды:

$$G(\vec{r}) + \Sigma_a\Phi(\vec{r}) = S(\vec{r}), \quad (7.1.109)$$

где $G(\vec{r})$ – скорость утечки нейтронов вследствие диффузии; $\Sigma_a\Phi(\vec{r})$ – скорость поглощения нейтронов; $S(\vec{r})$ – скорость прироста нейтронов за счет источников.

Так же как и в случае замедления, утечка нейтронов выражается через ток нейтронов соотношением (7.1.90):

$$G(\vec{r}) = \text{div}\vec{J}(\vec{r}). \quad (7.1.110)$$

Подставляя выражение для утечки в уравнение баланса (7.4.109), получим:

$$\text{div}\vec{J}(\vec{r}) + \Sigma_a\Phi(\vec{r}) = S(\vec{r}). \quad (7.1.111)$$

Комбинируя уравнение баланса (7.1.111) с законом Фика (7.1.71), получим элементарное уравнение диффузии в виде (7.1.107).

Кроме коэффициента диффузии D и сечения поглощения Σ_a часто используют понятие диффузионной длины L , которая определяется соотношением $L = \sqrt{D/\Sigma_a}$.

Используя понятие длины диффузии, уравнение (7.1.107) можно переписать в виде:

$$\Delta\Phi(\vec{r}) - \frac{\Phi(\vec{r})}{L^2} = -\frac{S(\vec{r})}{D}. \quad (7.1.112)$$

Понятие длины диффузии имеет простой физический смысл, который становится ясным, если подсчитать средний квадрат расстояния $\overline{r^2}$, проходимого нейтроном по прямой от момента рождения до момента захвата.

Воспользуемся распределением нейтронов от точечного источника активностью Q в бесконечной однородной среде, которое имеет вид:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi D} \frac{e^{-\frac{r}{L}}}{r}. \quad (7.1.113)$$

Выражение (7.1.114) характеризует вероятность перемещения нейтрона на расстояние r , поэтому, используя обычную методику нахождения средних величин, получим:

$$\overline{r^2} = \frac{\int_0^\infty r^2 \Phi(\vec{r}) d\vec{r}}{\int_0^\infty \Phi(\vec{r}) d\vec{r}} = 6L^2. \quad (7.1.114)$$

Таким образом, квадрат длины диффузии с точностью до постоянного множителя равен среднему квадрату расстояния, проходимого нейтроном по прямой от момента рождения до захвата.

При выводе закона Фика и уравнения диффузии использовалось предположение о том, что рассеяние в лабораторной системе координат изотропно. На самом деле, для реальных энергий нейтронов и легких ядер, из которых преимущественно состоят горные породы, преобладает рассеяние вперед, которое характеризуется средним косинусом угла рассеяния $\overline{\cos\vartheta}$. Для учета преобладающего рассеяния вперед вместо средней длины пробега до рассеяния λ_s используется *транспортная длина* $\overline{\lambda_{tr}} = \lambda_s (1 + \overline{\cos\vartheta} + \overline{\cos^2\vartheta} + \dots) = \frac{\lambda_s}{(1 - \overline{\cos\vartheta})}$.

Средняя длина свободного пробега нейтрона до взаимодействия с ядром связана с макросечением соотношением (7.1.30). Поэтому транспортное макросечение переноса определяется соотношением $\overline{\lambda_{tr}} = 1 / \Sigma_s (1 - \overline{\cos\vartheta})$, а коэффициент диффузии с учетом анизотропии рассеяния приобретает вид $D = \frac{1}{3\Sigma_{tr}}$.

Вопрос о применимости диффузионного приближения можно решить, оценивая соотношение между количеством многократно рассеянных нейтронов и тех нейтронов, которые, не испытав ни одного акта рассеяния, двигаются по лучам. Для этого воспользуемся уравнением переноса без энергетической и угловой зависимости.

В случае изотропного рассеяния в лабораторной системе координат уравнение переноса без энергетической и угловой зависимости можно переписать в интегральном виде [7.1.1]:

$$\Phi(\vec{r}) = \int_{V'} [\Sigma_s \Phi(\vec{r}') + S(\vec{r}')] \frac{e^{-\Sigma(\vec{r}-\vec{r}')}}{4\pi(\vec{r}-\vec{r}')^2} dV', \quad (7.1.115)$$

где V' – область распределения источников нейтронного излучения.

Общее решение уравнения (7.1.115) для точечного источника $S(\vec{r}) = Q\delta(\vec{r})$ находится с помощью преобразования Фурье и представляет собой сумму двух слагаемых: $\Phi(r) = \Phi_n(r) + \Phi_d(r)$. Первое характеризует вклад первого пролета частиц, которые, двигаясь по лучам, достигают точки \vec{r} , не испытав ни одного столк-

новения (лучевое приближение), а второе – долю частиц, которые после многократных столкновений на больших расстояниях от источника достигают асимптотического распределения (диффузионное приближение).

Решение получено Г. Плачком и имеет вид:

$$\begin{aligned}\Phi_n(r) &= Q\varepsilon \exp(-\Sigma r)/4\pi r^2; \\ \Phi_d(r) &= Q\beta \chi^2 \exp(-\chi r)/4\pi\Sigma_a r,\end{aligned}\tag{7.1.116}$$

где ε – слабо меняющаяся в зависимости от Σ_a/Σ функция; β – доля частиц, переходящих в асимптотическое распределение; χ – обратная длина диффузии излучения, $\chi = 1/L$.

Лучевой перенос дает заметный вклад только в непосредственной близости от источника. На расстояниях, превышающих $(1\div 2)\lambda$, превалирует асимптотическое диффузионное распределение. В слабопоглощающих замедлителях ($\Sigma_a \ll \Sigma_s$) $\beta = 1 - \frac{4\Sigma_a}{5\Sigma_s}$ и при $\Sigma_a \rightarrow 0$ все частицы достигают асимптотического распределения. В случае $\Sigma_a \approx \Sigma_s$ обе компоненты имеют одинаковое значение на расстоянии, равном $1,5\lambda$. В случае сильного поглощения $\Sigma_a \gg \Sigma_s$ асимптотическое значение потока частиц практически не достигается. Таким образом, элементарная теория диффузии справедлива асимптотически при $r \gg \lambda$ в слабопоглощающих средах. Для указанных условий диффузионное приближение дает не только правильную функциональную зависимость, но и абсолютное значение потока с погрешностью не более Σ_a/Σ_s [7.1.1].

Полученные результаты справедливы также и в том случае, когда среда содержит гомогенно распределенные источники, т. е. для описания процесса переноса нейтронов в активном пласте с постоянной или слабоменяющейся плотностью нейтронов. В случае постоянной пространственной плотности источников это утверждение является прямым следствием линейности уравнения диффузии, так как оно в этом случае может быть сведено к однородному уравнению линейной заменой функции распределения нейтронов.

Для исследования нестационарных процессов переноса и описания пространственно-временного распределения нейтронов используют диффузионное уравнение, зависящее от времени, которое получают из уравнения баланса нейтронов для моноэнергетического нейтронного поля, зависящего от времени:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\text{div} \vec{J}(\vec{r}, t) - \Sigma_a \Phi(\vec{r}, t) + S(\vec{r}, t).\tag{7.1.117}$$

Правая часть этого уравнения представляет собой сумму вкладов от всех процессов образования и поглощения нейтронов, а левая часть равна скорости изменения потока нейтронов в единице объема среды. Если предположить, что ток нейтронов и градиент потока связаны законом Фика, то из уравнения баланса нейтронов (7.1.117) непосредственно вытекает диффузионное уравнение, зависящее от времени:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = D\Delta\Phi(\vec{r}, t) - \Sigma_a \Phi(\vec{r}, t) + S(\vec{r}, t).\tag{7.1.118}$$

Это уравнение справедливо при достаточном удалении от границ раздела, локализованных источников и сильных поглотителей при условии $\Sigma_a \ll \Sigma_s$. С учетом этих ограничений его можно использовать для исследования нестационарной диффузии моноэнергетических нейтронов.

При использовании импульсных источников нейтронов $S(\vec{r}, t) = S(\vec{r})\delta(t)$, слагаемое, соответствующее поглощению, исключается с помощью подстановки $\Phi(\vec{r}, t) = \Phi_0(\vec{r}, t)e^{-\nu\Sigma_a t}$ и уравнение (7.1.118) приобретает более простой вид:

$$\frac{1}{\nu} \frac{\partial \Phi_0(\vec{r}, t)}{\partial t} = D\Delta\Phi_0(\vec{r}, t) + S(\vec{r})\delta(t). \quad (7.1.119)$$

Формально уравнение (7.1.119) сходно с уравнением возраста. Вводя подстановки $\tau = D\nu t$ и $g = \Phi/\nu$, получаем уравнение, совпадающее по форме с уравнением возраста (7.1.97). Поэтому можно воспользоваться решением уравнения (7.1.101) и получить пространственно-временное распределение моноэнергетических нейтронов для импульсного источника в виде:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{Q\nu}{(4\pi D\nu t)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{r^2}{4D\nu t} - \nu\Sigma_a t}. \quad (7.1.120)$$

Уравнение диффузии в виде (7.1.107) справедливо в бесконечной однородной среде. При использовании уравнения диффузии в гетерогенных, кусочно-однородных средах приходится сталкиваться с рядом трудностей, обусловленных ограничениями диффузионной теории, которые связаны с наличием в гетерогенных средах источников, сильных поглотителей и границ раздела. Решение диффузионного уравнения внутри гомогенной компоненты гетерогенной среды не представляет труда, но отдельные решения должны быть соответствующим образом подогнаны друг к другу на границе раздела гомогенных участков среды, т. е. должны выполняться граничные условия.

Строгая формулировка граничных условий в рамках диффузионной теории невозможна. Поэтому обычно используют такие граничные условия, которые не противоречат физической очевидности и при которых решения не сильно отличаются от решений, полученных на основе более точных расчетов. Эти граничные условия можно сформулировать следующим образом: 1) поток нейтронов должен быть конечным и положительным во всех областях, где выполняется диффузионное уравнение, 2) поток нейтронов и плотность тока должны быть непрерывными на поверхности раздела двух сред.

7.1.9. Многогрупповое диффузионное приближение

Многогрупповая диффузионная теория переноса сводится к тому, что вся область изменения энергий нейтронов разбивается на ряд интервалов, в каждом из которых нейтроны объединяются в группы. Группы нейтронов характеризуются некоторыми усредненными константами, которые носят название групповых постоянных.

В основу вывода многогрупповой системы уравнений положено уравнение баланса нейтронов для плотности замедления (7.1.93). Ограничимся рассмотрением бесконечной, однородной активной среды, в которой замедление обусловлено упругим рассеянием, рассеяние изотропно в системе центра масс, и влиянием поглощения при замедлении можно пренебречь.

Всю область летаргий замедляющихся нейтронов разобьем на n интервалов. Интегрируя уравнение (7.1.93) по интервалам изменения летаргий, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$g(\vec{r}, u_i) - g(\vec{r}, u_{i-1}) - \int_{u_{i-1}}^{u_i} D(u) \Delta\Phi(\vec{r}, u) du = \int_{u_{i-1}}^{u_i} S(\vec{r}, u) du, \quad (7.1.121)$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, n$ – номер группы нейтронов. Введем сокращенные обозначения:

$$\Phi_i(\vec{r}) = \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_{i-1}}^{u_i} \Delta\Phi(\vec{r}, u) du; \quad (7.1.122)$$

$$S_i(\vec{r}) = \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_{i-1}}^{u_i} S(\vec{r}, u) du; \quad (7.1.123)$$

$$D_i = \frac{\int_{u_{i-1}}^{u_i} D(u) \Phi(\vec{r}, u) du}{\int_{u_{i-1}}^{u_i} \Phi(\vec{r}, u) du}; \quad (7.1.124)$$

$$q_i(\vec{r}) = q(\vec{r}, u_i). \quad (7.1.125)$$

$$\Delta u_i = u_i - u_{i-1}. \quad (7.1.126)$$

Тогда систему (7.1.121) можно переписать в виде:

$$D_i \Delta\Phi_i(\vec{r}) \Delta u_i - g_i(\vec{r}) + g_{i-1}(\vec{r}) = -S_i(\vec{r}) \Delta u_i. \quad (7.1.127)$$

Предполагая справедливым соотношение (7.1.94), перепишем его в виде:

$$g_i(\vec{r}) = \xi \Sigma_{si} \Phi_i(\vec{r}), \quad (7.1.128)$$

где

$$\Sigma_{si} = \frac{\int_{u_{i-1}}^{u_i} \Sigma_s(u) \Phi(\vec{r}, u) du}{\int_{u_{i-1}}^{u_i} \Phi(\vec{r}, u) du}. \quad (7.1.129)$$

Подставляя выражение (7.1.128) в (7.1.127), находим:

$$D_i \Delta\Phi_i(\vec{r}) - \Sigma_{yi} \Delta\Phi_i(\vec{r}) = -\Sigma_{yi-1} \Delta\Phi_{i-1}(\vec{r}) - S_i(\vec{r}). \quad (7.1.130)$$

где $\Sigma_{yi} = \xi \Sigma_{si} / \Delta u_i$. Величина Σ_{yi} называется сечением замедления или сечением увода нейтронов в группу с более высокой летаргией, т. е. является мерой скорости увода нейтронов в результате процесса замедления из одной группы в другую. Таким образом, Σ_{yi} играет роль своего рода сечения поглощения для i -й группы нейтронов, хотя истинным сечением поглощения при замедлении, как уже отмечалось, мы пренебрегаем.

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikz} dk}{\prod_{i=1}^n [D_i(\alpha^2 + k^2) + \Sigma_{yi}]} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\cos kz dk}{\prod_{i=1}^n D_i(\alpha^2 + k^2 + \chi_i^2)}, \quad (7.1.136)$$

где $\chi_i^2 = \frac{\Sigma_{oi}}{D_i}$ – квадрат обратной длины диффузии нейтронов i -й группы.

Заметим:

$$\frac{1}{\prod_{i=1}^n (\alpha^2 + k^2 + \chi_i^2)} = \sum_{m=1}^n \frac{1}{(\alpha^2 + k^2 + \chi_m^2) \prod_{i=1, i \neq m}^n (\chi_i^2 - \chi_m^2)}.$$

Для интегрирования по k используем соотношение:

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos kz dk}{k^2 + b^2} = \frac{\pi}{2b} e^{-b|z|}.$$

После интегрирования по k получим:

$$\frac{1}{\pi \prod_{i=1}^n D_i} \int_0^{\infty} \frac{\cos kz dk}{\prod_{i=1}^n (\alpha^2 + k^2 + \chi_i^2)} = \frac{1}{2 \prod_{i=1}^n D_i} \sum_{m=1}^n \frac{e^{-|z|\sqrt{\alpha^2 + \chi_m^2}}}{\prod_{i=1, i \neq m}^n (\chi_i^2 - \chi_m^2) \sqrt{\alpha^2 + \chi_m^2}}.$$

Учитывая соотношение

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-|z|\sqrt{\alpha^2 + \chi_i^2}}}{\sqrt{\alpha^2 + \chi_i^2}} J_0(\alpha r) \alpha d\alpha = \frac{e^{-\chi_i \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}},$$

выполним в выражении (7.1.136) интегрирование по α . После интегрирования получим выражение, характеризующее пространственное распределение потока нейтронов n -й группы в однородной бесконечной среде:

$$\Phi_n(r, z) = \frac{Q \prod_{i=1}^n \chi_i^2}{4\pi \Sigma_{yn}} \sum_{m=1}^n \frac{e^{-\chi_m \sqrt{r^2 + z^2}}}{\prod_{i=1, i \neq m}^n (\chi_i^2 - \chi_m^2) \sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (7.1.137)$$

Анализ выражения (7.1.137) позволяет сделать следующие выводы.

Поток нейтронов убывает по мере удаления от источника по экспоненциальному закону и обратно пропорционально расстоянию до источника. Величина потока определяется линейной комбинацией экспонент, количество которых равно количеству групп нейтронов. Вклад отдельной экспоненты зависит от длины диффузии нейтронов данной группы.

7.2. Каротаж нейтронов спонтанного деления ядер урана (СНДК)

Каротаж нейтронов спонтанного деления ядер урана (СНДК) является разновидностью каротажа естественного нейтронного излучения горных пород в скважинах (НК) [4]. Каротаж СНДК заключается в измерении потока нейтронного излучения урановых руд в скважинах. Его проводят с целью определения мощности рудных (урановых) пересечений и содержания в них урана. Результаты интерпретации используют для подсчета запасов урана в недрах.

Поток нейтронов для руд с рядовым содержанием урана весьма мал. В однородной бесконечной излучающе-поглощающей среде с содержанием урана 0,01 % поток нейтронов не превышает 100 нейтрон/(см²·сут). Поэтому для улучшения статистики отсчетов используют счётчики нейтронов больших размеров и измеряют поток тепловых нейтронов, эффективность регистрации которых с помощью пропорциональных и сцинтилляционных борных счетчиков на порядок выше, чем быстрых. Для анализа количественных закономерностей переноса нейтронов удобно использовать абсолютные единицы потока Φ , нейтрон/(см²·сут). Переход от потока к скорости счета нейтронов N имп/сут осуществляется с помощью масштабного коэффициента η по формуле $N = \eta \cdot \Phi$, где η – эффективность детектора нейтронов, имп/нейтрон см⁻².

Эффективность η зависит от типа детектора и его размеров. Она определяется экспериментально на моделях урановых руд с известным потоком нейтронов. Для сцинтилляционного В + ZnS-детектора тепловых нейтронов размером 30 × 70 мм эффективность равна 1,8 имп/сут на нейтрон/(см²·сут). С увеличением размеров детектора его эффективность возрастает пропорционально площади его рабочей поверхности.

Поток нейтронов в однородной бесконечной урансодержащей среде подсчитывается по формуле: $\Phi_{\infty} = 100k_{п}q$, где $k_{п}$ – коэффициент пропорциональности, численно равный потоку нейтронов в среде с содержанием урана 0,01 %; q – содержание урана в процентах. Этот коэффициент зависит от скважинных условий измерения (диаметра, заполнения и обсадки скважины), свойств урансодержащей среды (элементного состава, плотности и влажности горных пород) и аппаратурных параметров (размеров и типа детектора).

Результаты нейтронных измерений приводят к условиям сухой необсаженной скважины. Определенный для таких условий коэффициент пропорциональности называется пересчетным коэффициентом и обозначается $k_{п}$. Он зависит от типа детектора и свойств урансодержащей среды. При этом связь между потоком нейтронов в однородной активной бесконечной среде Φ_{∞} и содержанием урана принимает вид: $\Phi_{\infty} = 100\phi k_{п}q$, где ϕ – функция влияния скважины, которая характеризует поглощение нейтронного излучения в буровом растворе и обсадных трубах.

Таким образом, пересчетный коэффициент численно равен потоку нейтронов в однородной активной бесконечной среде, содержащей 0,01 % урана, при отсутствии влияния скважины. Если пересчетный коэффициент известен, то при расчете потока необходимо учитывать только влияние скважины.

7.2.1. Пересчетный коэффициент

Величина пересчетного коэффициента для тепловых нейтронов оценивается расчетным методом или экспериментально на моделях урановых руд. Расчет выполняется на основании данных о химическом составе руды по формуле $k_{\text{п}} = a\rho / \Sigma_a$, где $k_{\text{п}}$ – пересчетный коэффициент, нейтрон/(см²·сут) на 0,01 % урана; a – массовая активность источников, нейтрон/(г·сут); ρ – плотность руды, г/см³; Σ_a – сечение поглощения тепловых нейтронов.

Массовая активность источников при содержании урана в среде $q = 10^{-4}$ г/г $a = 0,13$ нейтрон/(г·сут). Для силикатных урановых руд плотностью 2,75 г/см³ расчетные значения пересчетного коэффициента для тепловых нейтронов будут $k_{\text{п}} = 81,2$ нейтрон/(см²·сут) на 0,01 % урана. Для карбонатных урановых руд плотностью 2,7 г/см³ расчетные значения пересчетного коэффициента для тепловых нейтронов $k_{\text{п}} = 50,6$ нейтрон/(см²·сут) на 0,01 % урана.

При увеличении влажности и плотности урансодержащей среды пересчетный коэффициент уменьшается [7]. Величина пересчетного коэффициента определяется экспериментально на моделях рудных тел или эталонных рудных пересечениях с известным содержанием урана путем измерений в центре пласта мощностью $2h$ с постоянным содержанием урана q или по результатам измерений по профилю, пересекающему этот пласт.

Для пластов, насыщенных по нейтронному излучению, пересчетный коэффициент определяют по формуле $k_{\text{п}} = \Phi_{\infty}/q$, где q – содержание урана в сотых долях процента. Содержание урана в модельных устройствах и эталонных пересечениях определяют по данным химического анализа вещества модели и керна, поднятого с эталонного (урансодержащего) интервала. Преимуществом экспериментального определения пересчетного коэффициента является суммарный учет влияния всех факторов, которые воздействуют на результаты каротажа через соответствующие нейтронные характеристики среды.

Кроме изменчивости нейтронных характеристик среды на результаты каротажа нейтронов спонтанного деления ядер урана (СНДК) существенное влияние оказывают скважинные условия измерений. Скважина нарушает однородность исследуемой среды. В результате происходит перераспределение потока нейтронов в системе скважина – пласт. Особенно сильно влияние скважины проявляется в том случае, когда она заполнена водой или буровым раствором. Результаты расчетов свидетельствуют о том, что с увеличением диаметра обводненной скважины поток быстрых нейтронов уменьшается, а тепловых – сначала возрастает, а затем тоже убывает, т. е. зависимость потока тепловых нейтронов от диаметра носит экстремальный характер. Таким образом, поведение быстрых и тепловых нейтронов в скважине различно.

Расчетные значения функции влияния скважины ϕ на результаты каротажа спонтанных нейтронов деления приведены на рис. 7.2.1 [7]. Под функцией влияния скважины понимают зависимость величины потока нейтронов в обводненной скважине от толщины слоя воды между стенкой скважины и скважинным прибором $d = r_0 - r_c$, где r_0 и r_c – радиусы скважины и скважинного прибора.

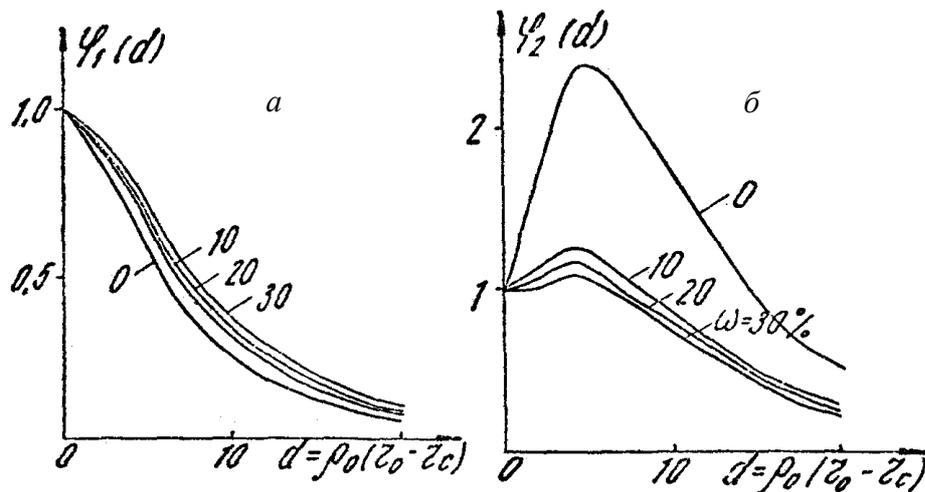


Рис. 7.2.1. Функция влияния бурового раствора для надтепловых φ_1 (а) и тепловых φ_2 (б) спонтанных нейтронов деления:

ρ_0 – плотность бурового раствора, г/см³; r_0, r_c – радиус скважины и скважинного прибора, см; ω – водонасыщенность урансодержащей среды, %

7.2.2. Пространственно-энергетическое распределение замедляющихся нейтронов

Поскольку возникающие в горных породах свободные нейтроны имеют высокую энергию для нахождения пространственного распределения тепловых нейтронов, необходимо, прежде всего, рассмотреть процесс замедления быстрых нейтронов до надтепловой энергии. Поэтому решение задачи о распределении естественного нейтронного поля в скважине осуществляется в два этапа. Сначала находится распределение замедляющихся быстрых нейтронов, а затем тепловых.

При использовании возрастного приближения распределение замедляющихся нейтронов характеризуется плотностью замедления $q(\vec{r}, u)$, которая определяется путем решения уравнения возраста. Пространственное распределение плотности замедления используется затем для решения уравнения диффузии тепловых нейтронов.

Для практических приложений представляет интерес изучение спектрального потока нейтронов в скважине $\Phi(\vec{r}, u)$, который связан с плотностью замедления соотношением

$$\Phi(\vec{r}, u) = g(\vec{r}, u) / \xi \Sigma_s, \quad (7.2.1)$$

где u – летаргия нейтронов.

Анализ экспериментальных данных свидетельствует о том, что возрастное приближение достаточно точно описывает поведение нейтронного поля на малых расстояниях от источника в средах произвольного изотопного состава. В горных породах с повышенным водородосодержанием возрастное приближение является точным до расстояния порядка 10 см от источника. Для пород с малым водородосодержанием границы применимости возрастного приближения расширяются и точность расчета возрастает.

Рассмотрим решение прямой задачи теории нейтронного каротажа в среде с произвольным одномерным оруденением для случая, когда возмущающим влиянием скважины можно пренебречь.

Пусть задана однородная среда с произвольным одномерным распределением источников: $S = S(z, \tau)$, где $S(z, \tau)$ – плотность источников, являющаяся функцией координаты z и возраста τ . Предполагается, что оруденение не влияет на замедляющие и диффузионные свойства среды. Скважина пересекает среду в направлении оси z . Требуется найти распределение замедляющихся нейтронов по оси скважины. Пренебрегая процессом термализации, будем считать, что замедление быстрых нейтронов происходит до тепловых энергий. Миграция быстрых нейтронов подчиняется уравнению возраста. Тепловые нейтроны рассматриваются как отдельная группа. Их миграция подчиняется уравнению диффузии.

Задача о распределении замедляющихся нейтронов формулируется следующим образом. Решить уравнение возраста:

$$\frac{\partial^2 g(z, \tau)}{\partial z^2} - \frac{\partial g(z, \tau)}{\partial \tau} = -S(z, \tau), \quad (7.2.2)$$

где $g(z, \tau)$ – плотность замедления нейтронов.

Для решения задачи наложим некоторые упрощающие ограничения на функцию источников $S(z, \tau)$. Будем считать, что все нейтроны, образующиеся в горных породах, имеют одну и ту же начальную энергию. За начальную энергию можно принять среднюю по спектру энергию нейтронов деления $E_0 = 2$ МэВ.

Начальной энергии нейтронов E_0 соответствуют нулевые значения лётаргии и возраста. Учитывая это, плотность источников можно представить в виде: $S(z, \tau) = A(z)\delta(\tau)$, где $A(z)$ – объемная активность источников; $\delta(\tau)$ – дельта-функция Дирака.

Решение уравнения (7.2.2) находим методом функции Грина по переменной z . Для этого представим объемную активность источников в виде $A(z) = A\delta(z)$. При этом плотность источников:

$$S(z, \tau) = A\delta(z)\delta(\tau). \quad (7.2.3)$$

Решение уравнения (7.2.2) при плотности источников, заданной в виде (7.2.3):

$$G(z, \tau) = \frac{A}{\sqrt{4\pi\tau}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\tau}\right). \quad (7.2.4)$$

Выражение (7.2.4) характеризует распределение плотности замедления нейтронов для плоского источника, расположенного в начале координат $z = 0$, и является функцией Грина по координате z для уравнения (7.2.2). Поэтому окончательное решение для произвольного закона распределения источников $A = A(z')$ будет:

$$g(z, \tau) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\tau}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(z-z')^2}{4\tau}} A(z')d(z'). \quad (7.2.5)$$

На практике часто реализуется случай пласта конечной мощности $2h$ с постоянным оруденением $A(z') = A$, $|z'| \leq h$. Для указанного случая распределение плотности замедления описывается выражением:

$$g(z, h, \tau) = \frac{A}{\sqrt{4\pi\tau}} \int_{-h}^{+h} e^{-\frac{(z-z')^2}{4\tau}} d(z') = \frac{A}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{z+h}{2\sqrt{\tau}} - \operatorname{erf} \frac{z-h}{2\sqrt{\tau}} \right), \quad (7.2.6)$$

где

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (7.2.7)$$

Выражение (7.2.6) можно использовать для построения функции насыщения для плотности замедления спонтанных нейтронов $f(h, \tau)$. Исследуя выражение (7.2.6) на экстремум, находим, что максимальные значения плотности замедления нейтронов достигаются в центре пласта в точке $z = 0$:

$$g_{\max}(h) = g(0, h, \tau). \quad (7.2.8)$$

Величина плотности замедления нейтронов в бесконечной активной среде находится из выражения (7.2.6) предельным переходом $h \rightarrow \infty$:

$$g_{\infty} = g(0, \infty, \tau).$$

Для оценки насыщения пласта по нейтронному излучению используем понятие функции насыщения пласта по нейтронному излучению. Под функцией насыщения понимается зависимость потока нейтронов в центре пласта конечной мощности с равномерным оруденением от его мощности H . Для практических приложений удобно строить зависимость потока нейтронов от полумощности пласта $h = H/2$.

Используя определение функции насыщения:

$$f(h, \tau) = \frac{g_{\max}(h, \tau)}{g_{\infty}(\tau)}, \quad (7.2.9)$$

получим следующее выражение для кривой насыщения:

$$f(h, \tau) = \operatorname{erf} \frac{h}{2\sqrt{\tau}}. \quad (7.2.10)$$

В качестве иллюстрации на рис. 7.2.2 приведены результаты расчета распределения замедляющихся нейтронов по оси скважины $\Phi(z, \tau)$. Пласт сложен кварцевым песчаником плотностью $\rho = 2,65 \text{ г/см}^3$. Начальная энергия нейтронов деления принята $E_0 = 2 \text{ МэВ}$. Содержание урана в песчанике $q = 0,01 \%$.

Результаты расчета свидетельствуют о том, что распределение замедляющихся нейтронов существенно зависит от их энергии. Распределение высокоэнергетических нейтронов ($u < 1$) практически повторяет распределение источников. С увеличением летаргии облако распределения нейтронов расплывется. Для надтепловых нейтронов ($u_{\text{нт}} = 18$) длина релаксации нейтронного поля наибольшая.

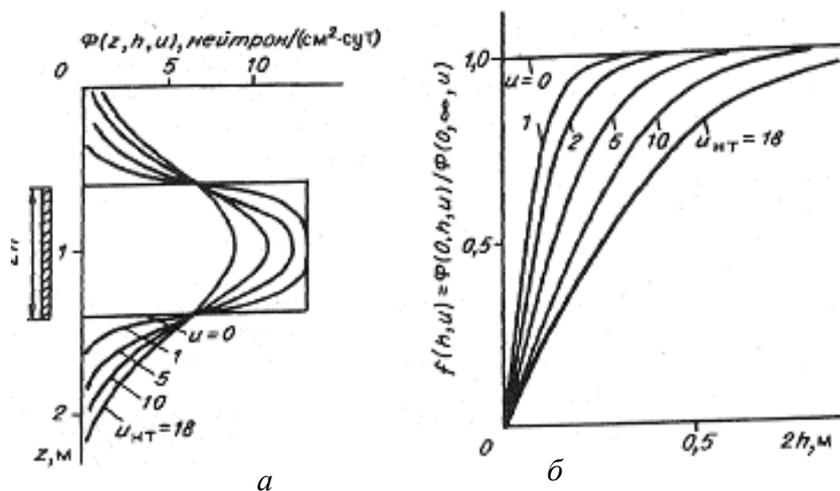


Рис. 7.2.2. Распределение спектрального потока нейтронов по оси скважины $\Phi(z, \tau)$ для пласта мощностью $2h = 1$ м (а) и нормированные функции насыщения для нейтронов различных летаргий (б)

Результаты решения уравнения (7.2.2) можно использовать для изучения пространственного распределения тепловых нейтронов. Для этого необходимо решить уравнение диффузии, где в качестве источников задана плотность замедления надтепловых спонтанных нейтронов:

$$\frac{d^2\Phi(z)}{dz^2} - \frac{\Sigma_a}{D}\Phi(z) = -\frac{g(z, \tau_{HT})}{D}, \quad (7.2.11)$$

где $\Phi(z)$ – поток тепловых нейтронов; $g(z, \tau_{HT})$ – плотность замедления надтепловых нейтронов; Σ_a, D – сечение захвата и коэффициент диффузии тепловых нейтронов.

Решение уравнения (7.2.11) для плотности источников, заданной в виде (7.2.3), находится методом интегральных преобразований [7].

Для оценки влияния скважины на результаты каротажа спонтанных нейтронов рассмотрим распределение поля спонтанных нейтронов в безграничной однородной активной среде, пересеченной круговой цилиндрической скважиной. Активная среда характеризуется постоянной объемной активностью A . Необходимо найти закономерности пространственно-возрастного распределения замедляющихся нейтронов в гетерогенной системе, состоящей из скважины и активной среды.

Введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) , начало которой поместим на оси скважины, а ось z направим по оси скважины. Нейтроны замедляются в двухслойной бесконечной среде с цилиндрической границей раздела радиусом r_0 . Внутренняя среда ($r < r_0$) физически моделирует скважину, внешняя ($r > r_0$) – активную среду. Ось симметрии рассматриваемой гетерогенной системы совпадает с осью z цилиндрической системы координат.

Математически задача о замедлении нейтронов в рассматриваемом случае сводится к решению системы уравнений возраста:

$$L^k g_k(r, \tau_k) = 0, \quad k = c, r \quad (7.2.12)$$

при соответствующих граничных условиях и условиях сопряжения потоков на границе раздела сред, где $k = c, r$ – индекс среды соответственно скважины и

рудного пласта; $g_k(r, \tau_k)$ – плотность замедления спонтанных нейтронов в k -й среде; $\tau_k(u)$ – возраст нейтронов; u – летаргия; L_k – дифференциальный оператор Лапласа.

Решение системы уравнений возраста (7.2.12) возможно лишь в том случае, когда возраст является независимой переменной, общей для всей системы в целом. Поэтому при решении задач о замедлении спонтанных нейтронов в гетерогенной среде на возраст нейтронов приходится накладывать упрощающие ограничения. Обычно используется предположение о линейной зависимости между значениями возраста нейтронов для отдельных гомогенных участков среды для всех величин летаргий.

Решение задачи получаем последовательным применением преобразования Лапласа по τ с последующим применением обратного преобразования.

В интегральной форме решение задачи имеет вид [7]:

$$g_k(r, p) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{pt} G_k(r, p) dp, \quad k = c, r, \quad (7.2.13)$$

где i – мнимая единица, $\sigma > 0$, $G_k(r, p)$ – функция влияния плоского источника в (r, p) – представлении.

Решение задачи в интегральном виде неудобно для численных расчетов. Точное решение задачи можно заменить удобным для вычислений приближенным решением. Для перехода к явному виду решения, не содержащему квадратур, воспользуемся приближенными методами интегрирования. С этой целью воспользуемся известной свободой в выборе контура интегрирования и расположим его справа от начала координат так, чтобы $\text{Re } p = \sigma > \sigma_0$, где σ_0 – достаточно большая величина, позволяющая воспользоваться асимптотикой функций Бесселя при больших значениях аргумента. При этом получаем решение задачи для скважины в виде рядов:

$$g_c(r, \tau) = \frac{A_0 \xi_c \Sigma_{sc}}{\xi_r \Sigma_{sr}} \cdot \left[1 + \frac{2}{r_0} \sum_{s=1}^{\infty} e^{-\alpha_s^2 \tau} \frac{J_0(\alpha_s r)}{J_0'(\alpha_s r_0)} \right], \quad (7.2.14)$$

где $\pm \alpha_s$ – корни уравнения $J_0(\alpha r_0) = 0$; A_0 – активность среды на границе раздела $r = r_0$, определяемая выражением:

$$A_0 = \frac{AD_r \sqrt{\tau_c}}{D_r \sqrt{\tau_c} + D_c \sqrt{\tau_r}}.$$

Использование асимптотических соотношений для функций Бесселя при больших значениях аргумента позволяет также получить решение задачи для внешней среды ($r > r_0$):

$$g_r(r, \tau) = A \left[1 - \frac{D_c \sqrt{\tau_r}}{D_r \sqrt{\tau_c} + D_c \sqrt{\tau_r}} \sqrt{\frac{r_0}{r}} \text{erfc} \frac{r - r_0}{2\sqrt{\tau_r}} \right]. \quad (7.2.15)$$

В качестве иллюстрации на рис. 7.2.3 изображено радиальное распределение замедляющихся нейтронов для скважины радиусом $r_0 = 6$ см. При расчете предполагалось, что пласт сложен плотным кварцевым песчаником, содержащим 0,01 % урана, скважина заполнена пресной водой. Результаты расчета представлены в виде спектрального потока замедляющихся нейтронов $\Phi(\vec{r}, \tau)$, который свя-

зан с плотностью замедления $g(\vec{r}, u)$ соотношением $\Phi(\vec{r}, u) = g(\vec{r}, u)/\xi\Sigma_s$. Результаты расчета свидетельствуют о том, что нейтроны больших энергий ($n < 1$) локализованы в непосредственной близости от источников излучения. С уменьшением энергии спектральный поток нейтронов в скважине возрастает.

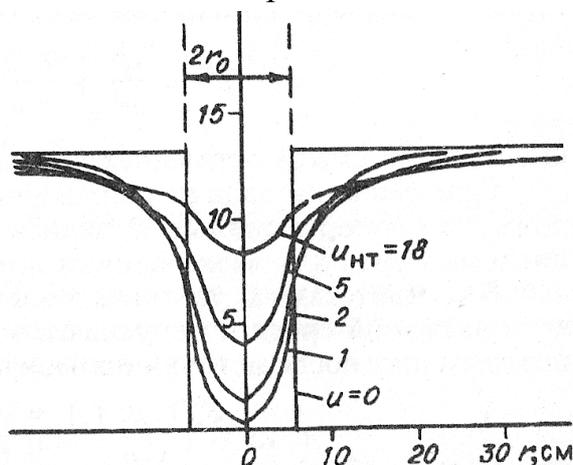


Рис. 7.2.3. Радиальное распределение замедляющихся спонтанных нейтронов различных летаргий u в скважине радиусом $r_0 = 6$ см

В природных условиях пласты с постоянным содержанием источников нейтронного излучения встречаются редко. Чаще распределение источников согласуется с напластованием горных пород, особенно для урановых месторождений гидrogenного типа. При этом содержание урана изменяется в одном направлении нормально к напластованию горных пород. Назовем такое оруденение одномерным. Задача формулируется так же, как в случае пласта с постоянным оруденением. Рассматриваются две среды, разделенные бесконечным круговым цилиндром с радиусом r_0 который отделяет скважину $r < r_0$ от пласта $r \geq r_0$, содержащего источники нейтронов. Ось симметрии рассматриваемой гетерогенной системы совпадает с осью z цилиндрической системы координат (r, z, φ) .

Объемная активность источников зависит от одной координаты z , т. е. $A = A(z)$. Предполагается, что оруденение не влияет на свойства рудного пласта по отношению к переносу нейтронов, т. е. замедляющие параметры рудных и вмещающих пород одинаковы. Требуется найти плотность замедления нейтронов в системе скважина – пласт. Математическая задача о замедлении нейтронов в случае одномерного оруденения формулируется так же, как в предыдущем случае. При решении задачи предполагается прямая пропорциональная зависимость между возрастaми рассматриваемых сред для всех величин летаргий.

В соответствии с условиями задачи источники присутствуют только в активной среде и испускают нейтроны только нулевого возраста, поэтому плотность источников можно записать в виде: $S_k(r, z, \tau_k) = A_k(z)\delta(\tau_k)\delta_{rk}$, где $A_k(z)$ – объемная активность источников, равная плотности замедления нейтронов нулевого возраста в k -й среде; $\delta(\tau_k)$ – дельта-функция Дирака; δ_{mn} – символ Кронекера-Вейерштрасса, равный единице при $m = n$ и нулю при $m \neq n$.

Решение задачи получаем последовательным применением прямых преобразований Лапласа по τ и Фурье по z с последующим применением обратных преобразований.

Для решения задачи при произвольном одномерном распределении источников нейтронов $A_r(z) = A(z)$ воспользуемся методом функции Грина, т. е. сначала найдем распределение нейтронов для плоского источника, а затем проинтегрируем полученный результат по всему промежутку распределения источников. Для этого представим объемную активность источников в виде $A(z) = \delta(z - z')$, где $\delta(z - z')$ – дельта-функция Дирака, т. е. предположим, что источники расположены на плоскости $z = z'$.

Введем Лаплас-Фурье-изображение $G_k(r, k, p)$ плотности замедления нейтронов $g_k(r, z, \tau)$. Решение задачи в случае плоского источника, т. е. выражение для функции Грина $G(r, z - z', \tau)$ имеет вид:

$$G_k(r, z - z', \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} e^{p\tau} dp \int_0^{\infty} G_k(r, k, p) \cos k(z - z') dk, \quad (7.2.16)$$

где $G_k(r, k, p)$ – Лапласа-Фурье-изображение плотности замедления спонтанных нейтронов деления ядер урана.

Применяя к функциям $G_k(r, k, p)$ обратные преобразования Лапласа и интегрируя функцию Грина (7.2.16) по всему промежутку распределения источников, находим решение задачи в интегральной форме:

$$g_k(r, z, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(z') dz' \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} e^{p\tau} dp \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_k(r, k, p) \cos k(z - z') dk, \quad k = c, r. \quad (7.2.17)$$

В частности, можно получить решение для случая пласта конечной мощности $2h$, центр которого совпадает с началом координат, а объемная активность источников в пределах пласта постоянна: $A(z') = A, |z'| \leq h$.

Из выражения (7.2.17) можно получить все рассмотренные ранее частные случаи. Например, если возмущающим влиянием скважины можно пренебречь, то распределение плотности замедления нейтронов можно найти, осуществляя в выражении (7.2.17) предельный переход $r_0 \rightarrow 0$. С другой стороны, осуществляя в выражении (7.2.17) предельный переход $h \rightarrow \infty$, получаем распределение плотности замедления нейтронов для случая урансодержащего пласта бесконечной мощности с постоянным оруденением, которое совпадает с решением задачи о замедлении нейтронов в однородной бесконечной урансодержащей среде, пересеченной цилиндрической скважиной.

Решение задачи в виде контурного интеграла (7.2.17) неудобно для расчетов, поэтому приведем пригодное для вычислений приближенное решение задачи. Ограничимся рассмотрением области скважины ($k = c$), которая доступна для экспериментальных исследований. Для этого представим решение задачи в (r, k, p) -представлении $G_c(r, k, p)$ в виде произведения двух функций, одна из которых характеризует влияние скважины $\varphi_c(r, k, p)$, а другая влияние пласта $f(k, p)$. Аналитический вид этих функций можно найти, осуществляя в выражении для $G_c(r, k, p)$ предельный переход $r_0 \rightarrow 0$. В результате получим:

$$G_c(r, k, p) = \varphi_c(r, k, p) f(k, p);$$

$$\varphi_c(r, k, p) = \frac{\xi_c \Sigma_{sc}}{\xi_r \Sigma_{sr}} \cdot \frac{D_r v_r K_1(v_r r_0) I_0(v_c r)}{\Delta};$$

$$f(k, p) = \frac{1}{a_r k^2 + p}, \quad v_k^2 = k^2 + \frac{p}{a_k};$$

$$\Delta = D_r v_r \cdot I_0(v_c r_0) K_1(v_c r_0) + D_c v_c \cdot K_0(v_r r_0) I_1(v_c r_0).$$

Тригонометрические функции, входящие в подынтегральное выражение для функции Грина в (r, k, p) -представлении, при больших значениях k играют роль обрезającego фактора, так как в результате осцилляций их среднее значение стремится к нулю. Функция влияния скважины $\varphi_c(r, k, p)$ на интервале, ограниченном фактором обрезания, изменяется слабо, поэтому ее можно разложить в ряд Маклорена и ограничиться первым членом ряда $n = 1$:

$$\varphi_c(r, k, p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^{2n}}{n!} \varphi_c^{(n)}(r, 0, p). \quad (7.2.19)$$

Воспользуемся далее известной свободой в выборе контура интегрирования L и расположим его так, чтобы $\text{Re} p = \sigma \geq \sigma_0$, где σ_0 – достаточно большая величина, которая выбирается с таким расчетом, чтобы можно было воспользоваться асимптотикой функций Бесселя при больших значениях аргумента. При этом плотность замедления для внутренней области скважины принимает вид несобственного интеграла. В этом интеграле подынтегральная функция является аналитической и однозначной со счетным множеством полюсов. Поэтому можно воспользоваться замкнутым контуром, состоящим из прямой, параллельной мнимой оси L , и окружности большого радиуса Γ , и применить теорию вычетов. Выполняя затем контурное интегрирование, получаем аналитическое выражение для плотности замедления спонтанных нейтронов $g_c(r, z, \tau)$. Аналогично находится решение и для внешней среды (ураноносного пласта) $g_r(r, z, \tau)$.

Если принять начальную энергию нейтронов спонтанного деления равной 2 МэВ, то возраст надтепловых нейтронов для различных сред колеблется от $\tau_{нт} = 30 \text{ см}^2$ для воды до $\tau_{нт} = 700 \text{ см}^2$ для плотных горных пород. Для больших значений τ решение задачи о распределении замедляющихся нейтронов можно привести к удобному для практических вычислений виду. Для этого надо перейти к решению задачи на асимптотике по возрасту и воспользоваться известной из операционного исчисления связью между поведением оригинала $f(\tau)$ при больших значениях аргумента τ и поведением его Лаплас-изображения $F(p)$ в окрестности точки $p = 0$: $\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau) \approx \lim_{p \rightarrow 0} p F(p)$.

Для перехода к явному виду решения необходимо выполнить интегрирование по k и p , т. е. совершить обратный переход от изображения плотности замедления $G_k(r, k, p)$ к оригиналу.

При выполнении обратного преобразования Лапласа рассмотрим область энергий нейтронов, которая характеризуется большими значениями возраста, $\tau \rightarrow \infty$, т. е. будем искать решение на асимптотике по возрасту.

Воспользуемся известной из операционного исчисления связью между поведением оригинала $f(\tau)$ при больших значениях аргумента τ и поведением его

Лаплас-изображения $F(p)$ в окрестности точки $p = 0$. Закон стремления $p \rightarrow 0$ в общем случае может быть произвольным, однако при рассмотрении конкретных задач выбор закона определяется физическими соображениями и не должен противоречить физическому смыслу. Поэтому при выборе закона стремления $p \rightarrow 0$ используем соотношение $p = 1/\tau$.

Тогда на асимптотике по возрасту:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau) \approx pF(p) \Big|_{p=\frac{1}{\tau}} = \frac{1}{\tau} F\left(\frac{1}{\tau}\right). \quad (7.2.20)$$

Результаты численного расчета потока спонтанных нейтронов на асимптотике по возрасту приведены на рис. 7.2.4. Расчет выполнен для активных пластов различной мощности силикатного состава, содержащих 0,01 % урана. Скважина радиусом $r_0 = 6$ см заполнена пресной водой. Активный пласт сложен пористым песчаником. Поры полностью заполнены пресной водой.

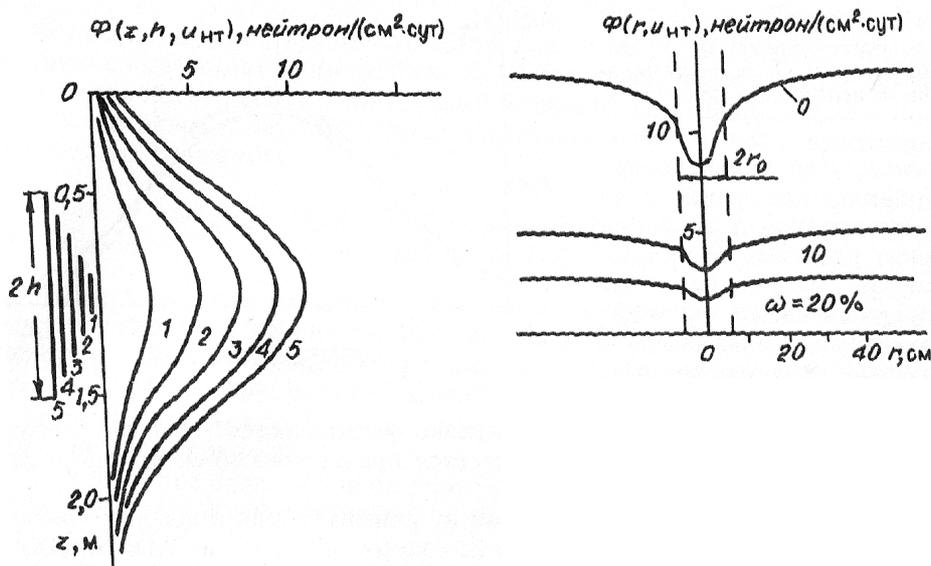


Рис. 7.2.4. Решение задачи о распределении нейтронов спонтанного деления ядер урана в скважине на асимптотике по возрасту:

h – мощность урансодержащего пласта: 1 – $2h = 20$ см; 2 – $2h = 40$ см; 3 – $2h = 60$ см;
4 – $2h = 80$ см; 5 – $2h = 100$ см; ω – объемная водонасыщенность пласта, %

С увеличением мощности урансодержащего пласта величина потока СНДК в центре пласта возрастает. Результаты расчета радиального распределения потока надтепловых нейтронов в скважине свидетельствуют о том, что абсолютная величина потока надтепловых спонтанных нейтронов существенно зависит от водородсодержания урансодержащей среды. С увеличением пористости, а вместе с ней и водородсодержания, наблюдается уменьшение величины потока СНДК-НТ. Наличие воды в скважине также приводит к местному аномальному уменьшению потока надтепловых нейтронов в скважине из-за наличия в воде ядер водорода.

7.2.3. Закономерности диффузионного переноса спонтанных нейтронов

В основе возрастного приближения лежит представление о непрерывном характере замедления. Однако для водородсодержащих сред это предположение не соблюдается. Поэтому наряду с возрастным приближением теории переноса часто используется групповое диффузионное приближение, в основе которого лежит представление о скачкообразном характере перехода нейтронов из одной группы в другую. Для практических приложений часто оказывается достаточным использование двух групп нейтронов. Деление нейтронов на две группы соответствует упрощенной классификации нейтронов по энергии, когда все нейтроны делятся на быстрые или надтепловые нейтроны (первая группа) и тепловые нейтроны (вторая группа).

Поток нейтронов деления в однородной бесконечной активной среде

Поток быстрых нейтронов в бесконечной активной среде определяется тремя параметрами: полным числом нейтронов, образующихся в единице объема в единицу времени A , макроскопическим сечением увода Σ_y и коэффициентом размножения на быстрых нейтронах ε , учитывающим воспроизводство нейтронов под действием нейтронно-индуцированного деления урана-238.

Уравнение баланса для быстрых нейтронов в бесконечной однородной урансодержащей среде с учетом размножения на быстрых нейтронах можно записать в виде:

$$\Phi_1 \Sigma_{y1} = \Phi_1 \Sigma_{y1} \varepsilon + A.$$

Для природных объектов коэффициент размножения на быстрых нейтронах ε даже для высококонцентрированных руд пренебрежимо мал. Полагая $\varepsilon = 0$, находим простое соотношение между потоком быстрых нейтронов и полной скоростью образования нейтронов в методе (СНДК-НТ):

$$\Phi_1 = A / \Sigma_{y1}. \quad (7.2.21)$$

Полный поток тепловых нейтронов Φ_2 в методе СНДК-Т в бесконечной урансодержащей среде находится из уравнения баланса:

$$\Phi_2 \Sigma_a = \Phi_2 \Sigma_a K_\infty + Ap,$$

где A – объемная активность источников; p – доля быстрых нейтронов, избежавших резонансного захвата; Σ_a – макроскопическое сечение поглощения тепловых нейтронов; K_∞ – коэффициент размножения тепловых нейтронов, учитывающих воспроизводство нейтронов в результате деления урана-235.

Из уравнения баланса следует:

$$\Phi_2 = \frac{Ap}{\Sigma_a(1 - K_\infty)}. \quad (7.2.22)$$

Вероятность избежать резонансного захвата на ядрах горных пород p определяется суммой резонансных интегралов поглощения для основных резонансных поглотителей, обычно состоящих из ядер тяжелых элементов ($A > 50$). Для природных подкритических систем вероятность p лежит в интервале от 0,6 до 0,9 и обычно принимается 0,8. Кроме того, для руд и минералов заметную роль может играть коэффициент размножения на тепловых нейтронах. Однако

для природных объектов содержание урана, как правило, не превосходит 10 %. Для таких содержаний значение коэффициента размножения на тепловых нейтронах практически равно нулю ($K_\infty = 0$), поэтому выражение для потока тепловых нейтронов можно записать в более простом виде: $\Phi_2 = A\rho / \Sigma_a$.

Среда с одномерным урановым оруденением

Распределение поля спонтанных нейтронов в среде с произвольным одномерным оруденением, когда возмущающим влиянием скважины можно пренебречь, будем искать в i -групповом диффузионном приближении. Разобьем множество всех энергий нейтронов на n энергетических групп, предполагая при этом, что каждый нейтрон попадает только в одну группу и свойства нейтронов, принадлежащих одной группе, одинаковы.

Задача формулируется следующим образом. Задана однородная ураносодержащая среда с произвольным одномерным оруденением $A = A(z)$, где $A(z)$ – объемная активность источников быстрых нейтронов. Из-за низких концентраций урана (кларковые содержания урана составляют 10^{-4} %) оруденение не влияет на диффузионные свойства среды, т. е. параметры диффузии рудных и вмещающих пород предполагаются одинаковыми. Скважина пересекает рудовмещающую среду в направлении оси z . Требуется найти распределение потока нейтронов i -й группы в скважине.

Миграция нейтронов i -й группы описывается уравнением диффузии [7]:

$$\frac{d^2\Phi_i(z)}{dz^2} - \nu^2\Phi_i(z) = \mu_i^2\Phi_{i-1}(z) - \frac{A_i(z)}{D_i}; \quad (7.2.23)$$

$$\nu_i^2 = \frac{\Sigma_{yi}}{D_i}, \quad \mu_i^2 = \frac{\Sigma_{yi-1}}{D_i},$$

где $\Phi_i(z)$ – поток нейтронов i -й энергетической группы; D_i , Σ_{yi} и $A_i(z)$ – соответственно коэффициент диффузии, сечение увода и плотность источников i -й группы.

Функцию $A_i(z)$ можно представить в виде $A_i(z) = A(z)\delta_{li}$, где δ_{mn} – символ Кронекера - Вейерштрасса, равный единице при $m = n$ и нулю при $m \neq n$. Это означает, что свободные источники нейтронов имеются только в первой группе. Нейтроны остальных групп образуются за счет перехода нейтронов из групп с большей энергией.

Задача решается методом построения функции распределения нейтронов i -й группы для пласта бесконечно малой мощности и последующего интегрирования полученной функции по всему промежутку распределения источников.

Представим распределение источников по оси z в виде $A(z) = \delta(z)$, где $\delta(z)$ – дельта-функция Дирака, которую можно представить в виде несобственного интеграла:

$$\delta(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos kz dk. \quad (7.2.24)$$

В соответствии с видом функции распределения источников, поток нейтронов i -й группы найдем в виде:

$$\Phi_i(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty C_i(k) \cos kz dk, \quad (7.2.25)$$

где $C_i(k)$ – произвольная константа относительно z .

Подставляя выражение (7.2.25) в (7.2.23), находим рекуррентное соотношение для коэффициентов $C_i(k)$:

$$C_i(k) = \frac{\mu_i^2 C_{i-1}(k)}{k^2 + \nu_i^2}. \quad (7.2.26)$$

Нетрудно убедиться в том, что

$$C_1(k) = \frac{1}{D_1(k^2 + \nu_1^2)}. \quad (7.2.27)$$

Учитывая рекуррентное соотношение (7.2.26) и формулу (7.2.27), найдем следующее выражение для потока нейтронов i -й группы для плоского источника:

$$\Phi_i(z) = \frac{1}{D_1 \pi} \prod_{m=2}^i \mu_m^2 \int_0^\infty \frac{\cos kz dk}{\prod_{m=1}^i (k^2 + \nu_m^2)}. \quad (7.2.28)$$

Для вычисления интеграла (7.2.28) используем теорию вычетов.

Для этого заметим, что функция

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\prod_{m=1}^i (\omega^2 + \nu_m^2)}, \quad \omega = k + il$$

является четной и аналитической в верхней полуплоскости $\text{Im } \omega > 0$, за исключением конечного числа полюсов $\omega_m = i\nu_m$ ($m = 1, 2, \dots, i$), не имеет полюсов на действительной оси и стремится к нулю при $\omega \rightarrow 0$ в замкнутой верхней полуплоскости. В этом случае, используя теорему о вычетах, получим:

$$\Phi_i(z) = \frac{1}{D_1 \pi} \prod_{m=2}^i \mu_m^2 \int_0^\infty \frac{\cos kz dk}{\prod_{m=1}^i (k^2 + \nu_m^2)} = \frac{1}{D_1 \pi} \prod_{m=2}^i \mu_m^2 \cdot \pi i \sum_{m=1}^i \text{Выч} \left[e^{iz\omega} \omega \Phi(\omega) \right].$$

Вычет функции $e^{iz\omega} \Phi(\omega)$ в точке $i\nu_m$

$$\text{Выч}_{\omega=i\nu_m} \left[e^{iz\omega} \Phi(\omega) \right] = \frac{e^{-\nu_m z}}{2i\nu_m \prod_{t \neq m} (\nu_t^2 - \nu_m^2)}.$$

Учитывая симметрию решения относительно плоскости $z = 0$, находим:

$$\Phi_i(z) = \frac{1}{D_1} \prod_{m=2}^i \mu_m^2 \sum_{m=1}^i \frac{e^{-\nu_m |z|}}{2\nu_m \prod_{t \neq m} (\nu_t^2 - \nu_m^2)}. \quad (7.2.29)$$

Распределение нейтронов i -й группы (7.2.29) соответствует пласту бесконечно малой мощности. Поэтому окончательное выражение для плотности спонтанных нейтронов при произвольном законе распределения источников $A = A(z')$ находим, интегрируя функцию (7.2.29) по всему промежутку распределения источников:

$$\Phi_i(z) = \frac{1}{D_1} \prod_{m=2}^i \mu_m^2 \sum_{m=1}^i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\nu_m |z-z'|} A(z') dz'}{2\nu_m \prod_{t \neq m} (\nu_t^2 - \nu_m^2)}. \quad (7.2.30)$$

В качестве примера рассмотрим распределение нейтронов i -й группы при наличии пласта мощностью $2h$ с центром в начале координат $z = 0$. Пусть плотность источников в пределах пласта остается постоянной, $A(z') = A$, тогда из выражения (7.2.30) следует:

$$\Phi_i(z, h) = \frac{A}{D_1} \prod_{m=2}^i \mu_m^2 \sum_{m=1}^i \int_{-h}^{+h} \frac{e^{-v_m |z-z'|} dz'}{2v_m \prod_{t \neq m} (v_t^2 - v_m^2)}. \quad (7.2.31)$$

При использовании двухгруппового приближения потоки быстрых спонтанных нейтронов первой группы СНДК-НТ ($i = 1$) и тепловых спонтанных нейтронов второй группы СНДК-Т ($i = 2$) имеют вид:

$$\Phi_1(z, h) = \frac{A}{\Sigma_{y1}} \begin{cases} e^{-v_1 z} \operatorname{sh} v_1 h, & |z| \geq h, \\ 1 - e^{-v_1 h} \operatorname{ch} v_1 z, & |z| \leq h, \end{cases} \quad (7.2.32)$$

$$\Phi_2(z, h) = \frac{A}{\Sigma_{y2}} \left\{ \frac{v_2^2}{v_2^2 - v_1^2} e^{-v_1 z} \operatorname{sh} v_1 h - \frac{v_1^2}{v_2^2 - v_1^2} e^{-v_2 z} \operatorname{sh} v_2 h \right\}, \quad |z| \geq h, \quad (7.2.33)$$

$$\Phi_2(z, h) = \frac{A}{\Sigma_{y2}} \left\{ 1 - \left(\frac{v_2^2}{v_2^2 - v_1^2} e^{-v_1 h} \operatorname{ch} v_1 z - \frac{v_1^2}{v_2^2 - v_1^2} e^{-v_2 h} \operatorname{ch} v_2 z \right) \right\}, \quad |z| \leq h.$$

На рис. 7.2.5 приведены результаты расчета потока быстрых и тепловых спонтанных нейтронов по оси скважины в двухгрупповом диффузионном приближении.

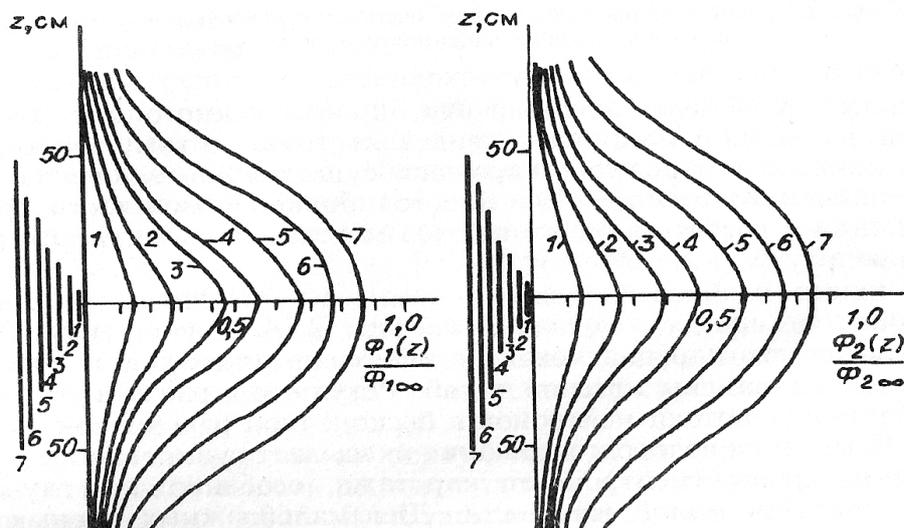


Рис. 7.2.5. Распределение потока надтепловых Φ_1 (СНДК-НТ) и тепловых Φ_2 (СНДК-Т) спонтанных нейтронов над рудными пластами различной мощности:

1 – 10 см; 2 – 20 см; 3 – 30 см; 4 – 40 см; 5 – 60 см; 6 – 80 см; 7 – 100 см

Результаты расчета, произведенного для урансодержащих пластов различной мощности, свидетельствуют о том, что конфигурация кривых СНДК существенно зависит от мощности активного пласта. Для пластов большой мощности границы оруденения с достаточной точностью можно определить по правилу полумаксима.

Влияние водородосодержания среды на конфигурацию кривых СНДК показано на рис. 7.2.6. Расчет проведен для пористой урансодержащей среды в предположении, что поры полностью заполнены пресной водой. Результаты расчета представлены в единицах потока нейтронов в бесконечной однородной активной среде. Изменение водородосодержания оказывает существенное влияние на форму кривых СНДК, особенно для случая активных пластов малой мощности. Для маловлажных горных пород распределение нейтронов более пологое, что объясняется увеличением длины релаксации нейтронного поля в сухих горных породах.

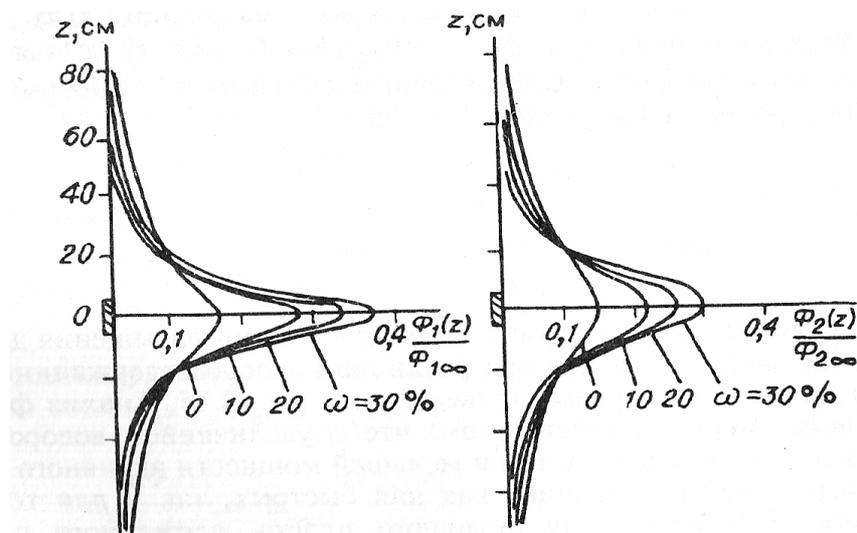


Рис. 7.2.6. Распределение потока надтепловых Φ_1 (СНДК-НТ) и тепловых Φ_2 (СНДК-Т) спонтанных нейтронов над пластом мощностью 10 см при различной водонасыщенности среды ω

Выражения (7.2.32) и (7.2.33) можно использовать для построения функции насыщения пласта по нейтронному излучению $f_i(h)$, которая определяется соотношением $f_i(h) = \Phi_{i\max}(h) / \Phi_{i\infty}$. Из выражений (7.2.32) и (7.2.33) следует, что нормированные функции насыщения для быстрых и тепловых нейтронов можно записать в виде:

$$f_1(h) = 1 - e^{-v_1 h};$$

$$f_2(h) = 1 - \left\{ \frac{v_2^2}{v_2^2 - v_1^2} e^{-v_1 h} - \frac{v_1^2}{v_2^2 - v_1^2} e^{-v_2 h} \right\}. \quad (7.2.34)$$

Результаты расчета нормированных функций насыщения для быстрых и тепловых нейтронов при различной водонасыщенности пористых коллекторов урана приведены на рис. 7.2.7.

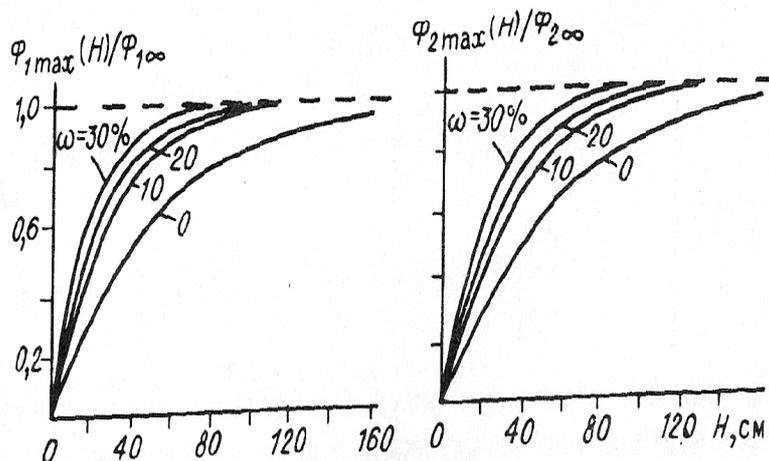


Рис. 7.2.7. Функция насыщения для быстрых Φ_1 и тепловых Φ_2 спонтанных нейтронов при различной водонасыщенности пласта ω , %

Анализ функций насыщения для метода СНДК свидетельствует о том, что с увеличением водородосодержания насыщение наступает при меньшей мощности урансодержащего пласта. Это утверждение справедливо как для быстрых, так и для тепловых нейтронов. Мощность, при которой активный пласт достигает насыщения, является нижней границей для использования метода определения границ оруденения по способу полумаксимума для метода СНДК.

Скважина в среде с постоянным урановым оруденением

В буровых скважинах урановых месторождений имеется несколько сред, имеющих коаксиальные цилиндрические границы раздела: детектор, стенка скважинного прибора, буровой раствор, стенка скважины, обсадная труба, зона проникновения бурового раствора в пласт и урансодержащий пласт. Поэтому возникает вопрос об учете влияния ближней к детектору зоны на результаты каротажа нейтронов спонтанного деления ядер урана.

Рассмотрим решение цилиндрически-симметричной краевой задачи о распределении нейтронов при наличии нескольких коаксиальных цилиндрических поверхностей раздела [7]. Используем диффузионное приближение теории переноса спонтанных нейтронов деления ядер урана. При решении задачи за первую группу нейтронов принимаем быстрые нейтроны деления (СНДК-НТ), вплоть до надтепловых (1 эВ), а за вторую тепловые нейтроны (СНДК-Т) (0,025 эВ). Введем цилиндрическую систему координат так, чтобы ось z совпадала с осью скважины. Приведем решение задачи о распределении надтепловых СНДК-НТ и тепловых СНДК-Т нейтронов деления при наличии одной и двух границ раздела.

Случай одной границы раздела соответствует необсаженной скважине при отсутствии зоны проникновения фильтра бурового раствора, т. е. имеются внутренняя среда - скважина и внешняя среда - рудный пласт, разделенные цилиндрической поверхностью раздела радиусом $r = r_0$.

Опуская вывод аналитических выражений, приведем результаты численного расчета пространственного распределения быстрых и тепловых спонтанных нейтронов.

На рис. 7.2.8 показано распределение спонтанных нейтронов по радиусу скважины при различном водородосодержании пористого ураноносного пласта. Поры полностью заполнены пресной водой.

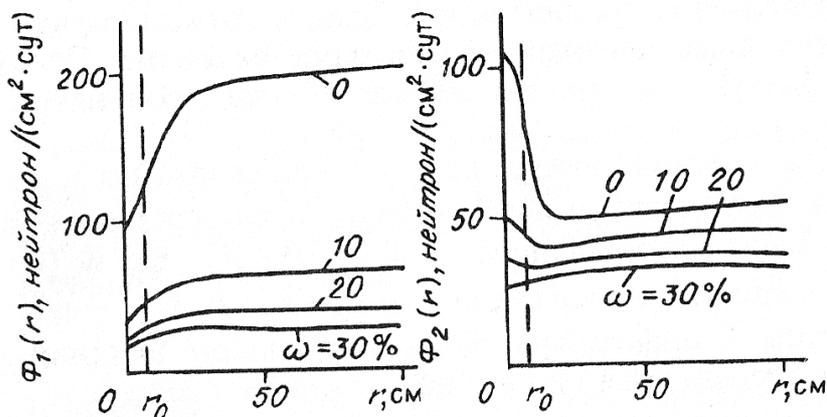


Рис. 7.2.8. Радиальное распределение потока надтепловых спонтанных нейтронов Φ_1 и тепловых спонтанных нейтронов Φ_2 при различной водонасыщенности урансодержащей среды ω , %

На рис. 7.2.9 приведена функция влияния скважины для надтепловых (СНДК-НТ) и тепловых (СНДК-Т) спонтанных нейтронов деления ядер урана.

Анализ функции влияния скважины свидетельствует о том, что с увеличением радиуса обводненной скважины поток надтепловых спонтанных нейтронов (СНДК-НТ) уменьшается. Для тепловых спонтанных нейтронов (СНДК-Т) при увеличении толщины промежуточного слоя бурового раствора d до 4 – 5 см наблюдается возрастание потока тепловых нейтронов, а затем следует уменьшение потока тепловых нейтронов. Рост потока особенно интенсивен для маловлажных ураноносных пластов. Экстремальный характер зависимости потока тепловых спонтанных нейтронов объясняется резким уменьшением потока надтепловых нейтронов, которые являются источниками для тепловых нейтронов второй группы и приводят к резкому возрастанию количества тепловых спонтанных нейтронов. Затем проявляется конкурирующий процесс поглощения тепловых спонтанных нейтронов в буровом растворе и величина потока тепловых нейтронов уменьшается.

Случай двух границ раздела соответствует обсаженной скважине при отсутствии зоны проникновения бурового раствора в пласт, т. е. имеется три среды: внутренняя - скважина, промежуточная – обсадная труба и внешняя – ураноносный пласт. Первая граница раздела делит внутреннюю и промежуточную среды ($r = r_1$), вторая – промежуточную и внешнюю ($r = r_2$).

Опуская аналитические выкладки, приведем результаты расчета потока спонтанных нейтронов в системе скважина – пласт. На рис. 7.2.10 приведена функция влияния пласта конечной мощности с постоянным содержанием урана: $A(z') = A$, $|z'| \leq h$. Начало цилиндрической системы координат расположено в центре пласта мощностью $2h$.

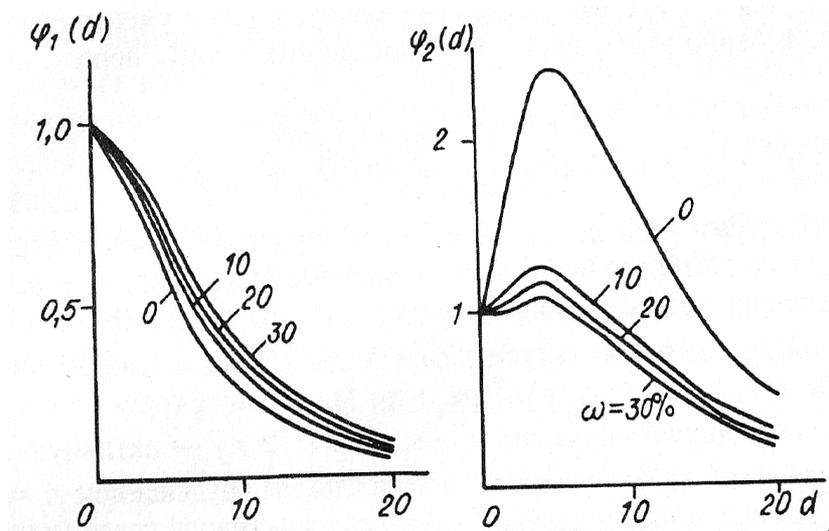


Рис. 7.2.9. Функция влияния скважины, заполненной буровым раствором, для надтепловых $\varphi_1(d)$ и тепловых $\varphi_2(d)$ спонтанных нейтронов:
 $d = \rho_0(r_0 - r_c)$ – толщина слоя бурового раствора, см; ρ_0 – плотность бурового раствора, г/см³;
 r_0 и r_c – радиус скважины и скважинного прибора, см;
 ω – водонасыщенность урансодержащего пласта, %

Аналогичные расчеты выполнены для наклонного ураноносного пласта. Задача о переносе спонтанных нейтронов деления в системе скважина - пласт с учетом угла встречи скважины с пластом решена методом двухгруппового диффузионного приближения. На рис. 7.2.11 приведено распределение нейтронов спонтанного деления ядер урана для случая, когда скважина радиусом $r_0 = 6$ см пересекает рудный пласт мощностью $2h = 10$ см под углом $\alpha = 60^\circ$. Поток спонтанных нейтронов нормирован к потоку нейтронов в бесконечной активной среде. Скважина заполнена пресной водой.

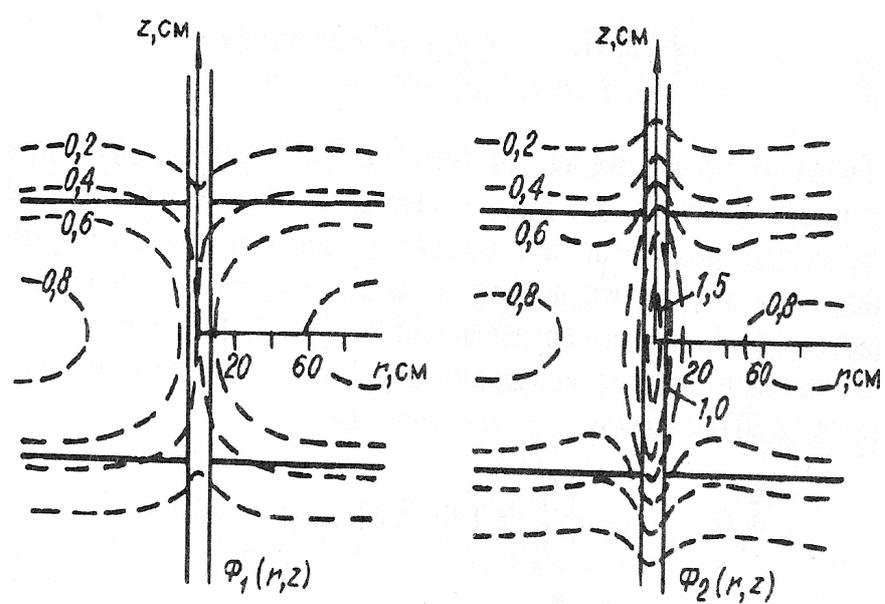


Рис. 7.2.10. Пространственное распределение нормированного к единице потока надтепловых спонтанных нейтронов Φ_1 (СНДК-НТ) и тепловых спонтанных нейтронов Φ_2 (СНДК-Т) в системе скважина – пласт

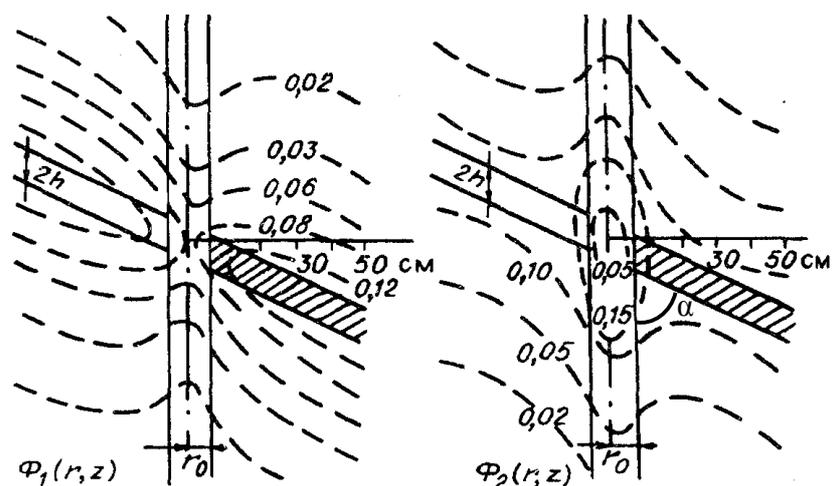


Рис. 7.2.11. Распределение нейтронов деления в системе скважина - пласт для надтепловых спонтанных нейтронов $\Phi_1(r, z)$ и тепловых спонтанных нейтронов $\Phi_2(r, z)$: $\alpha = 60^\circ$ – угол встречи скважины с пластом

Радиальное распределение нейтронов в многослойной среде с цилиндрическими границами раздела

Для практических приложений полезно знать характер и степень влияния ближней к детектору зоны на результаты каротажа. Химический состав и физические свойства ближней зоны резко отличаются от свойств активного урансодержащего пласта. В общем случае влияние ближней зоны определяется конструкцией скважины, составом и физическими свойствами бурового раствора, наличием обсадки и зоны проникновения фильтра бурового раствора в пласт. Геометрически ближнюю зону можно представить в виде нескольких кольцевых зон, разделенных коаксиальными цилиндрическими границами раздела. Каждая из этих зон характеризуется своими параметрами переноса нейтронов.

Для гетерогенных сред точное решение диффузионных уравнений имеет сложный вид. Поэтому аналитические методы теряют свою целесообразность и уступают место более эффективным численным методам расчета, которые были разработаны для расчета ядерных реакторов. В основу численных расчетов положен метод разностной факторизации, сущность которого состоит в замене дифференциальных операторов конечно-разностными. Воспользуемся общим методом построения конечно-разностных уравнений диффузии, который был разработан Г. И. Марчуком. Процесс вычисления сводится к прямой и обратной прогонке коэффициентов по рекуррентным формулам [7.2.1].

На рис. 7.2.12 представлены результаты расчета потока спонтанных нейтронов для гетерогенной системы, состоящей из скважины, обсадной трубы и ураносодержащего пласта. При расчете использовано двухгрупповое диффузионное приближение теории переноса нейтронов. Аппроксимация диффузионных уравнений конечно-разностными осуществлена по схеме, разработанной Г. И. Марчуком.

Распределение потока нормировано к величине потока в бесконечной урансодержащей среде. Пласт сложен плотным песчаником, скважина радиусом $r_0 = 6$ см заполнена пресной водой. В качестве обсадки использована стальная труба переменной толщины $d = 0, 1, 2$ см.

Анализ кривых распределения свидетельствует о том, что поле надтепловых спонтанных нейтронов в скважине (СНДК-НТ) уменьшается. Это объясняется процессом интенсивного перехода быстрых нейтронов в тепловую группу. Поток тепловых нейтронов (СНДК-Т) в скважине больше, чем в бесконечной ураносодержащей среде, т. е. тепловые спонтанные нейтроны в скважине накапливаются.

На рис. 7.2.13 приведено распределение потока надтепловых спонтанных нейтронов деления СНДК-НТ (1) и тепловых спонтанных нейтронов деления СНДК-Т (2) в системе скважина – обсадка – зона цементации – ураноносный пласт.

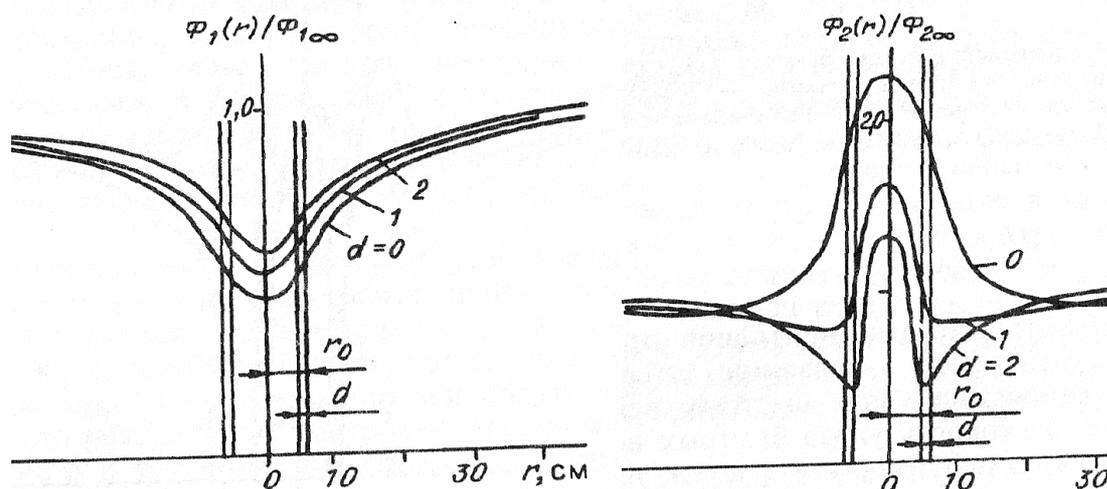


Рис. 7.2.12. Радиальное распределение потока надтепловых Φ_1 (СНДК-НТ) и тепловых Φ_2 (СНДК-Т) спонтанных нейтронов в системе скважина – обсадка – ураноносный пласт: $r_0 = 6$ см радиус обводненной скважины; $d = 0, 1, 2$ см – толщина стальной обсадной трубы

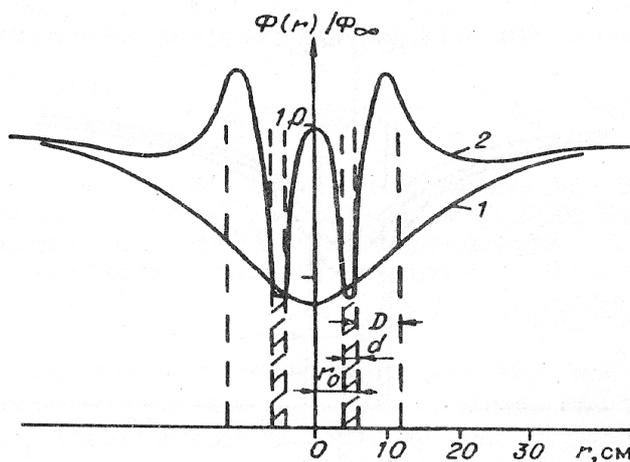


Рис. 7.2.13. Распределение потока надтепловых СНДК-НТ (1) и тепловых спонтанных нейтронов деления СНДК-Т (2) в системе скважина – обсадка – зона цементации – ураноносный пласт: радиус скважины $r_0 = 6$ см; обсадная труба $d = 2$ см; толщина зоны цементации $D = 6$ см

Наличие обсадки приводит к появлению минимума радиального распределения потока надтепловых спонтанных нейтронов и локальных максимумов тепловых спонтанных нейтронов в скважине и в зоне цементации.

7.2.4. Количественная интерпретация диаграмм каротажа нейтронов спонтанного деления (СНДК)

В настоящее время при решении обратной задачи нейтронного каротажа скважин используются два метода, один из которых можно назвать интегральным, а второй – дифференциальным.

В интегральном методе используется площадь, ограниченная кривой СНДК и осью глубин, или сокращенно площадь кривой каротажа. Выбор площади кривой нейтронного каротажа объясняется тем, что площадь кривой СНДК прямо пропорциональна линейному запасу урана в пласте.

Интегральная интерпретация диаграмм СНДК

Для описания процесса замедления быстрых нейтронов спонтанного деления ядер урана в средах различного состава используют возрастное или групповое диффузионное приближения теории переноса нейтронов.

Можно показать, что во всех рассмотренных ранее случаях площадь кривой каротажа спонтанных нейтронов, возраст которых не превосходит τ , пропорциональна линейному запасу урана, что является доказательством применимости теоремы о площади для интерпретации результатов каротажа быстрых нейтронов деления при любом уровне энергетической отсечки регистрируемого потока нейтронов [13]: $S(h, r, \tau) = k_n q \varphi_c(r, \tau) 2h$, где $k_n = ap / \xi \Sigma_{sr}$ – пересчетный коэффициент для нейтронов спонтанного деления ядер урана; $\varphi_c(r, \tau)$ – функция влияния скважины.

Аналогичные результаты получаются при диффузионном переносе спонтанных нейтронов: $S = k_n q 2h \varphi_c$ где k_n – пересчетный коэффициент для потока спонтанных нейтронов n -й группы; φ_c – функция влияния скважины. При известной мощности пласта $2h$ содержание урана определяется по формуле:

$$q = S / k_n 2h \varphi_c .$$

Эта формула является исходной для интегральной интерпретации результатов каротажа СНДК при исследовании рудных интервалов с резкими границами оруденения. Методика интерпретации диаграмм СНДК аналогична методике интерпретации диаграмм каротажа естественного гамма-излучения (ГК).

Дифференциальная интерпретация диаграмм каротажа нейтронов спонтанного деления ядер урана

Для сред с произвольным одномерным оруденением $q = q(z')$ использование площади кривой СНДК малоэффективно, поскольку информация о границах оруденения либо отсутствует, либо произвольна. Поэтому необходимо разработать алгоритм дифференциальной интерпретации, который позволял бы определять содержание урана без привлечения информации о границах оруденения.

Алгоритм дифференциальной интерпретации для потока замедляющихся спонтанных нейтронов, возраст которых не превосходит τ , имеет вид [7]:

$$q(z) = \frac{1}{k_n \varphi_c(r, \tau)} \left[\Phi(r, z, \tau) - \tau_r \frac{\partial^2 \Phi(r, z, \tau)}{\partial z^2} \right]. \quad (7.2.35)$$

где множитель $1/\varphi_c(r, \tau)$, характеризует поправку на влияние скважины.

В случае СНДК для обводненных урансодержащих горных пород, позволяющих использовать двухгрупповое диффузионное приближение теории переноса нейтронов, алгоритм дифференциальной интерпретации принимает вид: для надтепловых спонтанных нейтронов Φ_{1c} :

$$q(z) = \frac{1}{k_{n1} \varphi_{1c}(r, 0)} \left(1 - \frac{d^2}{v_{1r}^2 dz^2} \right) \Phi_{1c}(r, z), \quad (7.2.36)$$

для тепловых спонтанных нейтронов Φ_{2c} :

$$q(z) = \frac{1}{k_{n2} \varphi_{2c}(r, 0)} \left(1 - \frac{d^2}{v_{1r}^2 dz^2} \right) \left(1 - \frac{d^2}{v_{2r}^2 dz^2} \right) \Phi_{2c}(r, z), \quad (7.2.37)$$

где $\varphi_{1c}(r, 0)$ и $\varphi_{2c}(r, 0)$ – функции влияния скважины на потоки быстрых и тепловых спонтанных нейтронов.

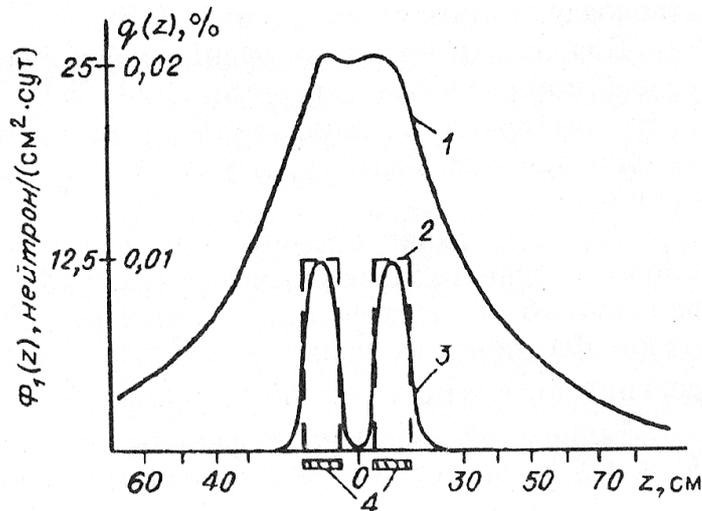


Рис. 7.2.14. Результаты решения обратной задачи СНДК:
 1 – поток быстрых спонтанных нейтронов; 2 – истинное содержание урана;
 3 – результаты расчета по формуле (7.2.36); 4 – урансодержащие пласты

Выражения (7.2.36) и (7.2.37) представляют собой решение обратной задачи СНДК с учетом влияния скважины соответственно для быстрых и тепловых спонтанных нейтронов. На рис. 7.2.14 приведено решение обратной задачи СНДК-НТ для двух урансодержащих пластов мощностью 10 см, сближенных на расстояние 10 см.

7.3. Нейтрон-нейтронный каротаж по надтепловым нейтронам (ННК-НТ)

Нейтрон-нейтронный каротаж по надтепловым нейтронам (ННК-НТ) заключается в облучении стенки скважины быстрыми нейтронами точечного источника и последующей регистрации надтепловых нейтронов, рассеянных окружающей горной породой. Если детектор регистрирует не только надтепловые, но и тепловые нейтроны, то измерения выполняются дважды. Сначала измеряют сумму быстрых и тепловых нейтронов, затем поток нейтронов с кадмиевым фильтром и вычитают из суммы быстрых и тепловых нейтронов поток нейтронов с кадмиевым фильтром. Разность этих потоков называется кадмиевой разностью. Кадмиевая разность не содержит тепловых нейтронов, так как все тепловые нейтроны поглощаются в кадмиевом фильтре толщиной 1 мм. Методом кадмиевой разности можно из суммарного потока выделить все надтепловые (надкадмиевые) нейтроны.

7.3.1. Пространственное распределение быстрых нейтронов точечного источника в однородной безграничной среде без учета влияния скважины

Для решения задачи о пространственном распределении первичного нейтронного излучения точечного источника в однородной безграничной среде воспользуемся диффузионным приближением теории переноса нейтронов.

Объединим все быстрые нейтроны источника в одну группу, предполагая, что перенос их характеризуется некоторой средней для группы скоростью.

Выражение, характеризующее пространственное распределение потока нейтронов n -й группы в однородной бесконечной среде, имеет вид (7.1.137). Полагая в этом выражении $i = 1$, получим формулу, характеризующую пространственное распределение потока быстрых нейтронов точечного источника в однородной бесконечной среде:

$$\Phi_1(r, z) = \frac{Q}{2\pi D_1} \frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + (z-z^*)^2}}}{\sqrt{r^2 + (z-z^*)^2}}. \quad (7.3.1)$$

Амплитуда аномалий ННК-НТ при исследовании слоистых сред зависит от содержания влаги и вещественного состава среды. Форма аномалий определяется многими факторами, в том числе взаимным расположением источника и детектора, расстоянием между источником и детектором (длиной зонда) и мощностью исследуемого продуктивного пласта.

В процессе каротажа зонд двигается от забоя к устью скважины и может приближаться к границе раздела последовательно: сначала источник, затем детектор или, наоборот, сначала детектор, затем источник. В соответствии с этим различают зонды двух типов: последовательный, когда первым к границе раздела приближается источник нейтронов, и обращенный, когда первым приближается детектор.

Для оценки влияния плоских границ раздела на величину потока нейтронов выполнен численный расчет потока для следующих условий измерения.

Кварцевый песчаник характеризуется повышенной пористостью. Поры полностью заполнены водой, т. е. исследуемая среда представляет собой двухкомпонентную однородную смесь кварцевого песчаника и воды. Влажность среды характеризуется объемным содержанием воды ω . Состав исследуемой среды можно представить в виде $(1-\omega)\text{SiO}_2\omega\text{H}_2\text{O}$. При полном заполнении пор водой влажность среды равна коэффициенту пористости. Случай $\omega = 0$ соответствует плотному сухому кварцевому песчанику.

7.3.2. Картаж ННК-НТ в среде с плоскопараллельными границами раздела

Рассмотрим задачу о пространственном распределении потока надтепловых нейтронов точечного источника по оси скважины в неоднородной среде с двумя плоскопараллельными границами раздела p и q .

Введем цилиндрическую систему координат, начало которой совместим с точкой расположения источника, а ось z ориентируем нормально плоскостям раздела. Расстояние между плоскостями раздела обозначим через h . Поверхности раздела разбивают все пространство на три слоя, каждый из которых характеризуется своими параметрами. Верхний слой представляет собой полупространство, внешнее относительно плоскости p (расположен выше плоскости p), второй слой – пласт мощностью h , ограниченный плоскостями p и q , третий слой является полупространством, расположенным ниже плоскости q . Зонд движется по оси скважины и приближается к границам раздела снизу вверх (от забоя к устью скважины), так что впереди находится источник нейтронов (последовательный зонд). Введем цилиндрическую систему координат, начало которой совместим с точкой расположения источника, а ось z направим нормально к поверхностям раздела вверх.

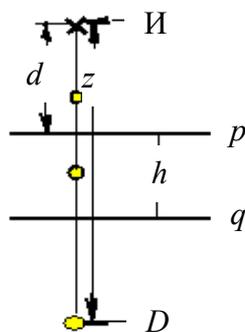


Рис. 7.3.1. К вопросу о решении краевой задачи ННК-НТ слоистых сред:

$И$ – источник нейтронов; D – детектор нейтронов; p, q – границы раздела сред;

h – расстояние между границами раздела; d – расстояние от точки расположения источника нейтронов до границы раздела p

Пусть источник расположен в верхней среде. Расстояние от источника до первой границы раздела p обозначим через d (рис. 7.3.1). В этом случае решение задачи сводится к решению системы уравнений диффузии [7]:

$$\Delta\Phi_{11}^1(r, z) - \nu_{11}^2\Phi_{11}^1(r, z) = -\frac{Q\delta(r)\delta(z)}{D_{11}2\pi r}, \quad z \leq d; \quad (7.3.2)$$

$$\Delta\Phi_{11}^2(r, z) - \nu_{12}^2\Phi_{11}^2(r, z) = 0, \quad d \leq z \leq d + h; \quad (7.3.3)$$

$$\Delta\Phi_{11}^3(r, z) - \nu_{13}^2\Phi_{11}^3(r, z) = 0, \quad z \geq d + h \quad (7.3.4)$$

при соответствующих условиях сопряжения потоков и нормальных составляющих плотностей токов на границах раздела $z = d$ и $z = d + h$. $\Phi_{1k}^k(r, z)$ – поток надтепловых нейтронов в k -й среде (верхний индекс) при расположении источника нейтронов в k -й среде (нижний индекс), $k = 1, 2, 3$ – индекс среды, Δ – оператор Лапласа, v_{1k} – обратная длина диффузии надтепловых нейтронов в k -й среде.

Решение задачи получаем применением прямого и обратного преобразований Ганкеля по r . Решение задачи имеет вид:

$$\Phi_{1k}^k(r, z) = \int_0^{\infty} \Phi_{1k}^k(\alpha, z) J_0(\alpha, r) \alpha d\alpha, \quad (7.3.5)$$

где $\Phi_{1k}^k(\alpha, z)$ – изображения Ганкеля для потока надтепловых нейтронов, которые имеют вид:

$$\Phi_{1k}^k(\alpha, z) = \int_0^{\infty} \Phi_{1k}^k(r, z) J_0(r, \alpha) r dr. \quad (7.3.6)$$

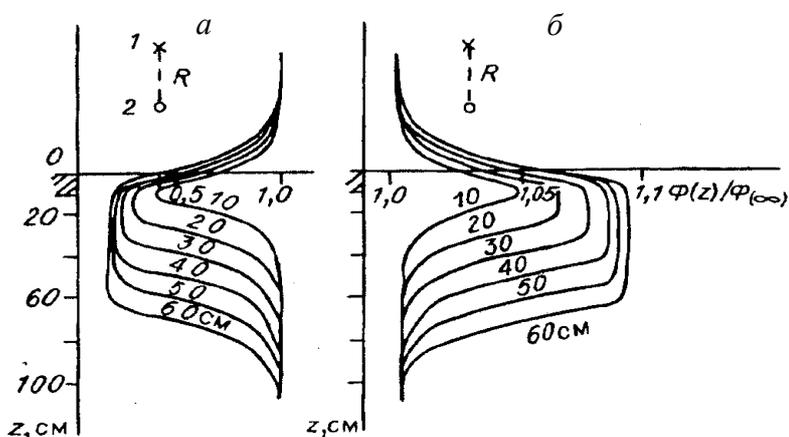


Рис. 7.3.2. Распределение потока надтепловых нейтронов точечного источника (ННК-НТ) в пористом песчаном пласте мощностью 10 см при насыщении пор пресной водой (а) и воздухом (б):

1 – источник; 2 – детектор; штриховкой показано расположение пласта; R – длина зонда, см

Аналогичным образом можно найти величину потока надтепловых нейтронов, когда источник находится во второй среде, между поверхностями раздела p и q .

Пусть источник расположен в третьей среде. Обозначим через d расстояние от источника до второй границы раздела q . Тогда величина потока в третьей среде $\Phi_{13}^3(\alpha, z)$ будет иметь вид, аналогичный величине потока $\Phi_{11}^1(\alpha, z)$, где индексы сред 1 и 3 поменяны местами и вместо z взято $-z$.

Аналогичным образом можно найти величину потока надтепловых нейтронов в трехслойной среде, когда первым к границам раздела приближается источник нейтронов, т. е. когда для измерений используется обращенный зонд.

Опуская решение задачи в (α, z) – представлении и возвращаясь к оригиналам, находим решение задачи для потока надтепловых нейтронов в (r, z) – представлении $\Phi_{1k}^k(r, z)$.

На рис. 7.3.2 показаны результаты расчета кривых ННК-НТ при профилировании по оси скважины в среде с плоскопараллельными границами раздела.

7.3.3. Пространственное распределение быстрых нейтронов точечного источника в гетерогенной среде с цилиндрической границей раздела

Задача формулируется следующим образом. Задана гетерогенная среда с круговой цилиндрической границей раздела радиусом $r = r_0$. Внутренняя среда ($r < r_0$) соответствует скважине, внешняя ($r \geq r_0$) представляет собой бесконечный по радиусу продуктивный пласт, окружающий скважину со всех сторон. На оси скважины помещен $(D-T)$ – источник нейтронов мощностью Q нейтронов в секунду. Необходимо найти пространственное распределение нейтронов генератора в скважине и продуктивном пласте.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ее начало совпадало с точкой расположения источника, а ось z была направлена вдоль оси скважины. Разобьем множество всех энергий первичных нейтронов генератора на две группы ($i = 1, 2$) и обозначим все величины, относящиеся к скважине и продуктивному пласту, соответственно индексами c и r ($k = c, r$).

Решение задачи сводится к решению системы уравнений диффузии для первой группы нейтронов $i = 1$:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_{1c}(r, z)}{\partial r} \right) - \mu_{1c}^2 \Phi_{1c}(r, z) = \frac{Q \delta(r) \delta(z)}{2\pi r D_{1c}}; \quad (7.3.7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_{1r}(r, z)}{\partial r} \right) - \mu_{1r}^2 \Phi_{1r}(r, z) = 0, \quad (7.3.8)$$

где $\Phi_{1k}(r, z)$ – поток быстрых нейтронов первой группы соответственно в скважине ($k = c$) и пласте ($k = r$).

Решение задачи получаем применением прямого и обратного преобразования Фурье по z .

Перейдем от потоков нейтронов к их Фурье-изображениям по переменной z . В результате получим:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{\Phi}_{1c}(r, k)}{\partial r} \right) - \mu_{1c}^2 \tilde{\Phi}_{1c}(r, k) = \frac{Q \delta(r)}{2\pi r D_{1c}}; \quad (7.3.9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{\Phi}_{1r}(r, k)}{\partial r} \right) - \mu_{1r}^2 \tilde{\Phi}_{1r}(r, k) = 0, \quad (7.3.10)$$

где $\tilde{\Phi}_{1k}(r, k)$ – Фурье-изображения потока нейтронов $\Phi_{1k}(r, z)$ по переменной z :

$$\tilde{\Phi}_{1k}(r, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{1k}(r, z) e^{-ikz} dz, \quad (7.3.11)$$

$\mu_{1k}^2 = k^2 + \chi_{1k}^2$, $\chi_{1k}^2 = \frac{\Sigma_{y1k}}{D_{1k}}$ – квадрат обратной длины диффузии нейтронов первой группы.

При решении задачи (7.3.9) - (7.3.10) в пространстве Фурье-изображений используем соответствующие начальные условия, и условия сопряжения на границе раздела $r = r_0$. Возвращаясь к оригиналам потока быстрых нейтронов генератора $\Phi_{1k}(r, z)$, получим решение задачи в виде:

$$\Phi_{1c}(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \beta_{1c}(k) I_0(\mu_{1c} r) \cos kz dk + \frac{Q}{4\pi D_{1c} \sqrt{r^2 + z^2}} e^{-k_{1c} \sqrt{r^2 + z^2}}; \quad (7.3.12)$$

$$\Phi_{1r}(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \beta_{1r}(k) K_0(\mu_{1r} r) \cos kz dk. \quad (7.3.13)$$

На рис. 7.3.3 приведено пространственное распределение быстрых нейтронов генератора в гетерогенной среде с цилиндрической границей раздела.

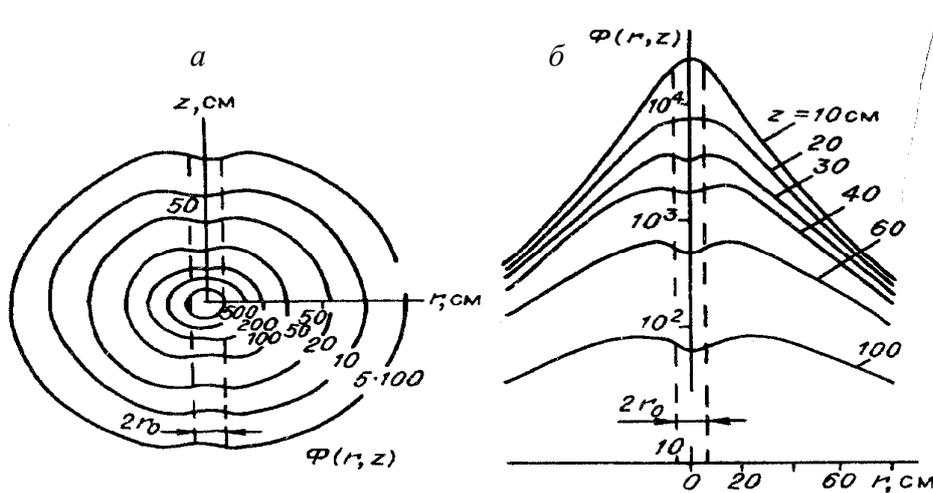


Рис. 7.3.3. Пространственное (а) и радиальное (б) распределения потока быстрых нейтронов точечного источника (ННК-НТ) в силикатной среде, пересеченной обводненной буровой скважиной:

$$r_0 = 6 \text{ см}; z - \text{длина зонда, см}$$

Основные закономерности переноса надтепловых нейтронов точечного источника в однородной бесконечной среде и в скважине можно получить расчетным методом. В качестве примера приведем результаты расчета поток быстрых ($D-T$)-нейтронов генератора в скважине радиусом $r = r_0$ в зависимости от длины зонда z , см (рис. 7.3.4) и водонасыщенной пористости пласта ω , % (рис. 7.3.5).

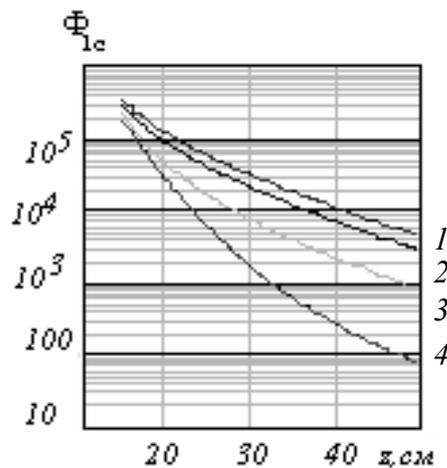


Рис. 7.3.4. Зависимость потока быстрых нейтронов точечного источника (ННК-НТ) Φ_{1c} от длины зонда z , см: глинистость $p = 15\%$; водонасыщенная пористость $\omega = 22,75\%$; длина зонда: 1 – $z = 10$ см; 2 – $z = 20$ см; 3 – $z = 40$ см; 4 – $z = 60$ см

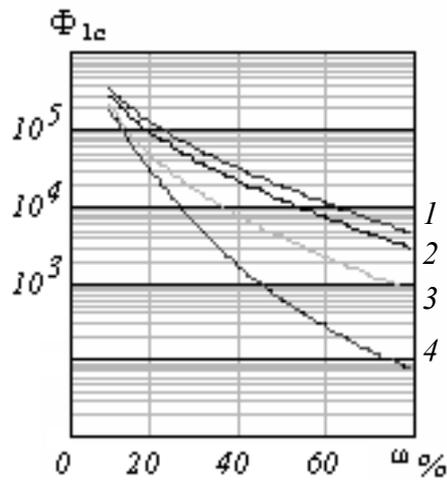


Рис. 7.3.5. Зависимость потока быстрых нейтронов генератора (ННК-НТ) Φ_{1c} от влажности горных пород ω , %: глинистость $p = 15$ %; ω – водонасыщенная пористость; длина зонда: 1 – $z = 10$ см; 2 – $z = 20$ см; 3 – $z = 40$ см; 4 – $z = 60$ см

Зависимость потока быстрых нейтронов генератора от радиуса обводненной скважины приведена на рис. 7.3.6.

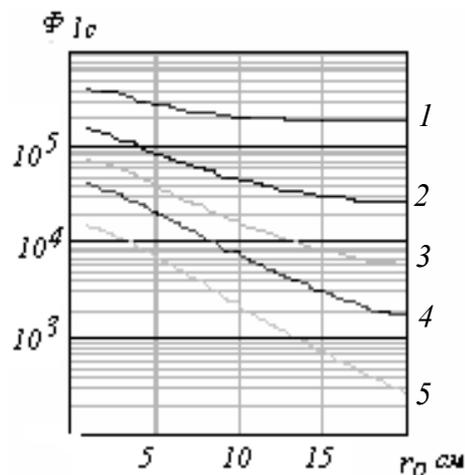


Рис. 7.3.6. Зависимость потока быстрых нейтронов точечного источника (ННК-НТ) Φ_{1c} от радиуса обводненной скважины r_0 , см. Исходные данные для расчета: глинистость $p = 15$ %; водонасыщенная пористость $\omega = 22,75$ %; шифр кривых – длина зонда: 1 – $z = 10$ см; 2 – $z = 20$ см; 3 – $z = 30$ см; 4 – $z = 40$ см; 5 – $z = 50$ см

Результаты расчетов проверены экспериментально. На рис. 7.3.7 приведены результаты расчета функции влияния скважины $\varphi(d)$ (а) и эксперимента $\varphi(d)$ (б) при расположении зонда на оси скважины и на стенке скважины. Все результаты представлены в единицах потока в бесконечной водной среде $\Phi(\infty)$. В эксперименте использованы насыпные модели силикатного состава (кварцевый песок). При полном заполнении пор водой влажность среды равна коэффициенту пористости. Случай $\omega = 0$ соответствовал сухому кварцевому песчанику.

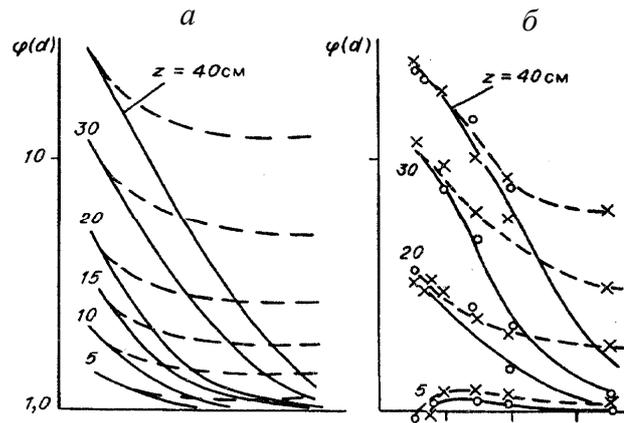


Рис. 7.3.7. Сопоставление результатов расчета $\varphi(d)$ (а) и эксперимента (б) для надтепловых нейтронов генератора (ННК-НТ) в силикатной среде при центральном (сплошные кривые) и эксцентричном положении зонда (штриховые кривые): влажность среды $\omega = 0\%$

Сопоставление результатов расчета и эксперимента свидетельствует о хорошем соответствии расчетных и экспериментальных данных.

7.3.4. Численный расчет потока быстрых нейтронов генератора в скважине при наличии стальной обсадной колонны

Сформулируем задачу следующим образом. Задана бесконечная среда, содержащая две коаксиальные цилиндрические поверхности раздела, имеющие вид круговых цилиндров с радиусами $r = r_1$ и $r = r_2$, причем $r_2 > r_1$ (рис. 7.3.8). Внутренняя среда $r < r_1$ моделирует скважину, промежуточная среда $r_1 \leq r \leq r_2$ соответствует обсадной трубе, внешняя среда $r \geq r_2$ соответствует исследуемой горной породе. На оси скважины расположен точечный источник быстрых нейтронов. Требуется найти пространственное распределение надтепловых нейтронов точечного источника в скважине. Поскольку речь идет о каротаже водонасыщенных горных пород, воспользуемся диффузионным приближением теории переноса нейтронов. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ее начало совпало с точкой расположения источника, а ось z была направлена вдоль оси скважины. Всем надтепловым нейтронам присвоим индекс 1.

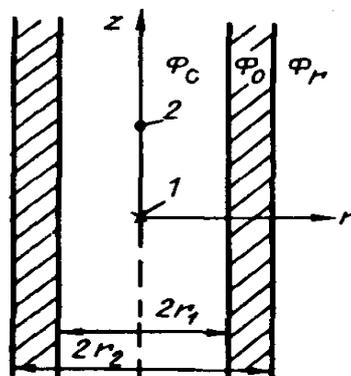


Рис. 7.3.8. К расчету потока нейтронов в обсаженной скважине: 1 – источник нейтронов; 2 – детектор нейтронов; Φ_c , Φ_0 и Φ_r – потоки нейтронов в скважине, обсадной трубе и пласте силикатного состава

Пространственное распределение надтепловых нейтронов точечного источника находится путем решения системы уравнений диффузии при соответствующих граничных условиях и условиях сопряжения на границах раздела $r = r_1$ и $r = r_2$:

$$D_{1c}\Delta\Phi_{1c}(r, z) - \Sigma_{1c}\Phi_{1c}(r, z) = -Q\delta(\vec{r}); \quad (7.3.14)$$

$$D_{10}\Delta\Phi_{10}(r, z) - \Sigma_{10}\Phi_{10}(r, z) = 0; \quad (7.3.15)$$

$$D_{1r}\Delta\Phi_{1r}(r, z) - \Sigma_{1r}\Phi_{1r}(r, z) = 0, \quad (7.3.16)$$

где $\Phi_{1j}(r, z)$ – поток надтепловых нейтронов точечного источника в j -й среде; j – индекс среды соответственно скважины $j = c$, обсадной трубы $j = o$ и исследуемой среды $j = r$; Δ – оператор Лапласа; D_{1j} , Σ_{1j} – коэффициент диффузии и макроскопическое сечение увода надтепловых нейтронов в j -й среде; $\delta(\vec{r})$ – дельта-функция Дирака; \vec{r} – радиус-вектор точки измерения $|\vec{r}| = \sqrt{r^2 + z^2}$.

Решение краевой задачи (7.3.14)-(7.3.16) получаем методом интегральных преобразований, применяя прямое, а затем обратное преобразования Фурье по z .

Опуская подробности решения, запишем выражения для расчета потока надтепловых нейтронов в скважине $j = c$, обсадной трубе $j = o$ и горной породе $j = r$, которые имеют вид:

$$\Phi_{1c}(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} c_1(k) I_0(\mu_{1c}r) \cos kz dk + e^{\frac{-\mu_{1c}\sqrt{r^2+z^2}}{4\pi D_{1c}\sqrt{r^2+z^2}}}; \quad (7.3.17)$$

$$\Phi_{10}(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [c_2(k) I_0(\mu_{10}r) + c_3(k) K_0(\mu_{10}r)] \cos kz dk; \quad (7.3.18)$$

$$\Phi_{1r}(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} c_4(k) K_0(\mu_{1r}r) \cos kz dk, \quad (7.3.19)$$

где $\mu_{1j}^2 = k^2 + \nu_{1j}^2$, $\nu_{1j}^2 = \frac{\Sigma_{1j}}{D_{1j}}$ – квадрат обратной длины диффузии надтепловых нейтронов в j -й среде; $j = c, o, r$; $I_\nu(x)$, $K_\nu(x)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода порядка ν ; $c_i(k)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) – постоянные относительно r коэффициенты. Коэффициенты $c_i(k)$ находятся из условий сопряжения на границах раздела сред.

Параметры переноса нейтронов подсчитаны для пористых пластов типичного состава (глинистость - p %, влажность ω %). Состав пласта: песок $(1-\omega)(1-p)$ + глина $(1-\omega)p$ + вода ω .

Пример расчета зависимости потока быстрых нейтронов генератора от длины зонда в обсаженной скважине приведен на рис. 7.3.9

Увеличение длины зонда в обсаженной скважине приводит к монотонному уменьшению потока быстрых (надтепловых) нейтронов точечного источника при любой водонасыщенной пористости пласта. С увеличением длины зонда влияние водонасыщенности горных пород увеличивается.

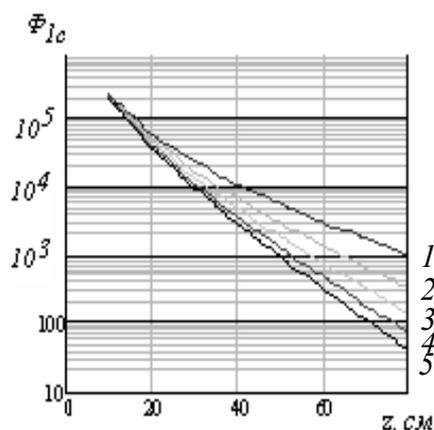


Рис. 7.3.9. Зависимость потока быстрых нейтронов генератора Φ_{1c} от длины зонда z , см в обсаженной скважине. Зонд расположен на оси скважины: Исходные данные для расчета: глинистость $p = 15\%$; ω – водонасыщенная пористость ω (%); шифр кривых - водонасыщенная пористость: 1 – $\omega = 0\%$; 2 – $\omega = 10\%$; 3 – $\omega = 20\%$; 4 – $\omega = 30\%$; 5 – $\omega = 40\%$

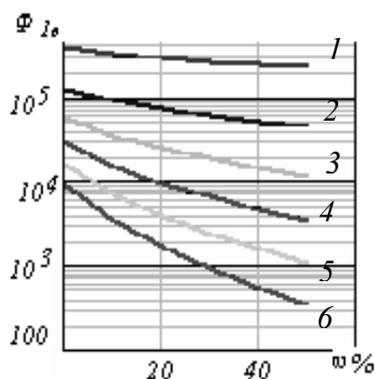


Рис. 7.3.10. Зависимость потока быстрых нейтронов генератора Φ_{1c} от водонасыщенной пористости продуктивного пласта ω , % в обсаженной скважине: исходные данные для расчета: зонд расположен на оси скважины; глинистость $p = 15\%$; ω – водонасыщенная пористость, %; толщина стенки обсадной трубы 8 мм; шифр кривых – длина зонда, см: 1 – $z = 10$ см; 2 – $z = 20$ см; 3 – $z = 30$ см; 4 – $z = 40$ см; 5 – $z = 50$ см; 6 – $z = 60$ см

Из рис. 7.3.10 видно, что за стенкой обсадной колонны можно определять водонасыщенную пористость среды, особенно для зондов большой длины.

Увеличение толщины стенки стальной обсадной трубы приводит к уменьшению потока быстрых (надтепловых) нейтронов точечного источника в обсаженной скважине. Пример расчета потока быстрых нейтронов генератора в зависимости от толщины стенки стальной обсадной трубы приведен на рис. 7.3.11.

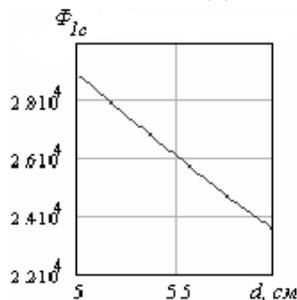


Рис. 7.3.11. Зависимость потока быстрых нейтронов генератора Φ_{1c} от толщины стенки стальной обсадной трубы d , см при толщине слоя бурового раствора, равного 5 см: Исходные данные для расчета: длина зонда $z = 31$ см; глинистость $p = 15\%$; водонасыщенная пористость $\omega = 0\%$; зонд расположен на оси скважины

7.4. Нейтрон-нейтронный каротаж по тепловым нейтронам (ННК-Т)

Нейтрон-нейтронный каротаж по тепловым нейтронам (ННК-Т) заключается в облучении стенки скважины быстрыми нейтронами точечного источника и последующей регистрации тепловых нейтронов окружающих горных пород детектором, регистрирующим тепловые нейтроны. Если детектор регистрирует не только тепловые, но и быстрые нейтроны, то, вычитая из суммарного потока надкадмиевую разность, можно получить поток тепловых нейтронов. Надкадмиевая разность на порядок меньше суммарного потока. Поэтому часто суммарный поток принимают за поток тепловых нейтронов.

7.4.1. Пространственное распределение тепловых нейтронов точечного источника в однородной безграничной среде без учета влияния скважины

Для решения задачи о пространственном распределении первичного нейтронного излучения точечного источника в однородной безграничной среде воспользуемся n -групповым диффузионным приближением теории переноса нейтронов.

Выражение, характеризующее пространственное распределение потока нейтронов n -й группы в однородной бесконечной среде, имеет вид (7.1.137). Полагая в этом выражении $i = 2$, получим формулу, характеризующую пространственное распределение потока тепловых нейтронов точечного источника в однородной бесконечной среде:

$$\Phi_2(r, z) = \frac{Q\chi_2^2\chi_1^2}{4\pi\Sigma_{y2}\sqrt{r^2+z^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1\sqrt{r^2+z^2}}}{(\chi_2^2-\chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2\sqrt{r^2+z^2}}}{(\chi_1^2-\chi_2^2)} \right]. \quad (7.4.1)$$

Анализ выражения (7.4.1) позволяет сделать вывод о том, что поток тепловых нейтронов в бесконечной однородной среде убывает по мере удаления от источника по экспоненциальному закону и обратно пропорционально расстоянию до источника. Величина потока определяется линейной комбинацией экспонент, количество которых равно количеству групп нейтронов. Вклад отдельной экспоненты зависит от длины диффузии нейтронов данной группы. Основной вклад в распределение тепловых нейтронов вносит экспонента, которая соответствует группе нейтронов с наибольшей длиной диффузии.

Для горных пород силикатного состава основной вклад в распределение потока тепловых нейтронов вносит экспонента, соответствующая группе быстрых нейтронов, длина диффузии которых больше, чем у тепловых $L_1 > L_2$.

Таким образом, распределение тепловых нейтронов определяется в основном процессом замедления быстрых нейтронов до тепловой энергии, а процесс диффузии тепловых нейтронов имеет подчиненное значение. Иначе говоря, тепловые нейтроны недалеко уходят от места своего образования.

Рассмотрим пространственное распределение тепловых нейтронов ($D - T$)-генератора в однородной бесконечной среде без учета влияния скважины. Пространственное распределение тепловых нейтронов ($D - T$)-генератора в однород-

ной бесконечной среде без учета влияния скважины получено расчетным методом в двухгрупповом диффузионном приближении по формуле (7.4.1) и приведено на рис. 7.4.1.

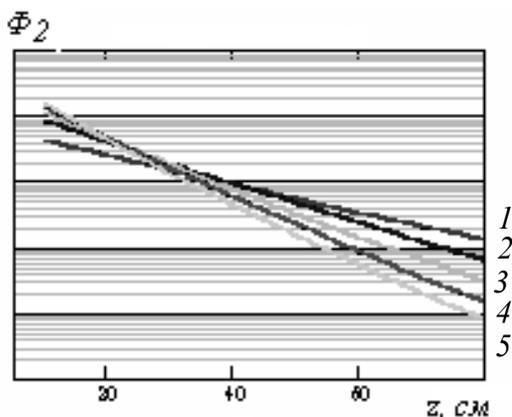


Рис. 7.4.1. Зависимость потока тепловых нейтронов генератора от длины зонда z , см в однородной бесконечной среде исходные данные для расчета: глинистость $p = 15\%$; 1 – $\omega = 0\%$; 2 – $\omega = 10\%$; 3 – $\omega = 20\%$; 4 – $\omega = 30\%$; 5 – $\omega = 40\%$

Следует отметить, что в отличие от быстрых нейтронов зависимость потока тепловых нейтронов от влажности среды для зондов разной длины имеет инверсионный характер. Длина зонда, при которой влияние влажности отсутствует, называется инверсионной. На явление инверсии впервые обратил внимание Ю. П. Булашевич в 1948 году.

7.4.2. Плоскопараллельные границы раздела

Рассмотрим решение краевой задачи каротажа ННК-Т в среде с плоской границей раздела. Задача формулируется следующим образом. Задана двухслойная среда с плоской границей раздела $z = 0$. Среде выше границы раздела присвоим индекс 1, ниже границы раздела – индекс 2. Зонд длиной R перемещается нормально к границе раздела. Необходимо найти величину потока ННК-Т при профилировании через контакт.

Конфигурация кривых ННК-Т над контактом горных пород

Пусть имеется две среды, разделенные плоской границей раздела. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , начало которой совместим с точкой расположения источника нейтронов, а ось z ориентируем нормально к границе раздела, совместим с осью скважины и направим вверх к устью скважины. Расстояние от источника до плоской границы раздела обозначим через d . Для обращенного зонда, когда при подъёме первым к контакту приближается детектор нейтронов, решение задачи сводится к решению системы дифференциальных уравнений [7]:

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_{21}^1(r, z) - \nu_{21}^2 \Phi_{21}^1(r, z) &= -\frac{\Sigma_{y11} \Phi_{11}^1(r, z)}{D_{21}}, \quad z \leq d; \\ \Delta \Phi_{21}^2(r, z) - \nu_{22}^2 \Phi_{21}^2(r, z) &= -\frac{\Sigma_{y12} \Phi_{11}^2(r, z)}{D_{22}} 0, \quad z \geq d \end{aligned} \quad (7.4.2)$$

при следующих условиях сопряжения на границе раздела $z = 0$:

$$\begin{aligned} \Phi_{21}^1(r, z) &= \Phi_{21}^2(r, z), \quad z = 0; \\ D_{21} \frac{\partial \Phi_{21}^1(r, z)}{\partial z} &= D_{22} \frac{\partial \Phi_{21}^2(r, z)}{\partial z}, \quad z = 0, \end{aligned} \quad (7.4.3)$$

где $\Phi_{1k}^k(r, z)$ – поток тепловых нейтронов в k -й среде (верхний индекс) при расположении источника нейтронов в k -й среде (нижний индекс); $k = 1, 2$ – индекс среды; Δ – оператор Лапласа; Σ_{y1k} – макроскопическое сечение увода быстрых нейтронов в k -й среде; D_{2k} и v_{2k} – коэффициент диффузии и обратная длина диффузии тепловых нейтронов в k -й среде.

Решение задачи находится применением прямого и обратного преобразования Ханкеля по r . Распределение потока тепловых нейтронов имеет вид:

$$\Phi_{2k}^k(r, z) = \int_0^{\infty} \tilde{\Phi}_{2k}^k(\alpha, z) J_0(r\alpha) \alpha d\alpha, \quad (7.4.4)$$

где $\tilde{\Phi}_{2k}^k(\alpha, z)$ – поток тепловых нейтронов в представлении Ханкеля.

На рис. 7.4.2 приведены результаты расчета потока тепловых нейтронов при выполнении измерений обращенными зондами разной длины над контактом двух видов кварцевых песчаников, отличающихся друг от друга содержанием влаги. Влажность среды ниже контакта 20 %, а выше контакта изменяется от 0 до 15 %. Величина потока тепловых нейтронов зависит от водосодержания среды (7.4.3, а). Уменьшение водосодержания приводит к росту потока тепловых нейтронов в слабозамедляющей среде.

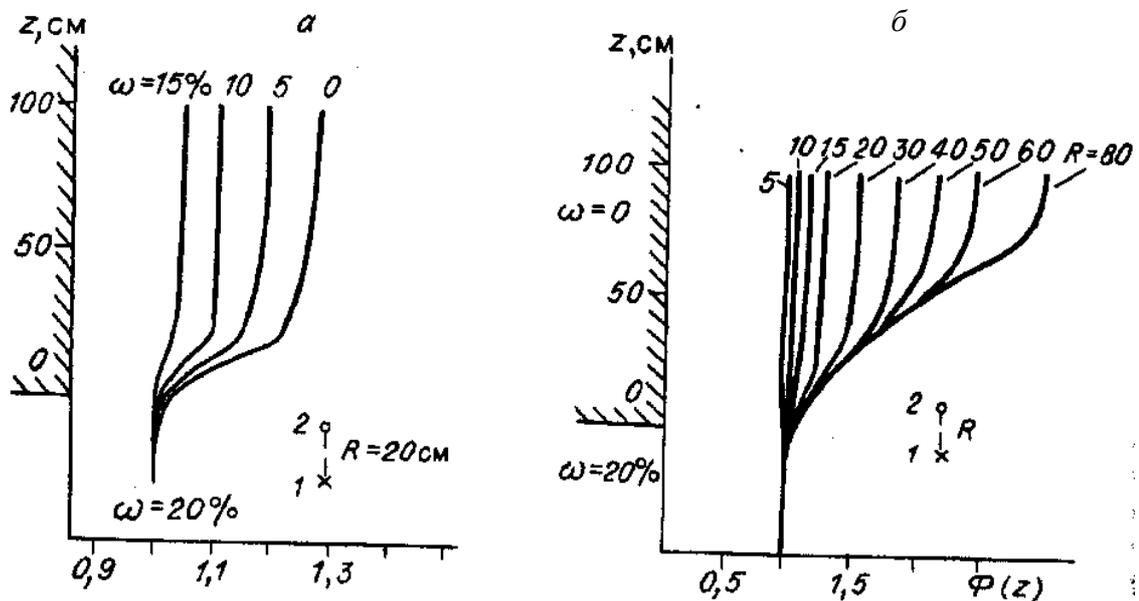


Рис. 7.4.2. Распределение потока тепловых нейтронов (ННК-Т) при профилировании над контактом горных пород с различным содержанием влаги ω (а) для зондов разной длины R , см (б):

Штриховкой показан верхний пласт; водонасыщенность нижнего пласта $\omega = 20\%$;
1 – источник; 2 – детектор

7.4.3. Распределение нейтронов в гетерогенной среде с цилиндрической границей раздела

В гетерогенной среде с круговой цилиндрической границей раздела радиусом $r = r_0$ внутренняя среда ($r < r_0$) соответствует скважине, внешняя ($r \geq r_0$) представляет собой бесконечный по мощности пласт горных пород с известными по отношению к переносу нейтронов свойствами. На оси скважины помещен точечный источник нейтронов мощностью Q нейтронов в секунду. Необходимо найти пространственное распределение нейтронов источника в скважине и горной породе.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ее начало совпадало с точкой расположения источника, а ось z была направлена вдоль оси скважины. Разобьем множество всех энергий источника нейтронов на две группы ($i = 1, 2$) и обозначим все величины, относящиеся к скважине и горной породе, соответственно индексами c и r ($k = c, r$).

Решение задачи сводится к решению системы уравнений диффузии при соответствующих граничных условиях и условиях сопряжения на границе раздела $r = r_0$ [7]:

$$L_{ik}\Phi_{ik}(r, z) = -A_{ik}(r, z) - A_{ik}^*(r, z), \quad i = 1, 2; \quad k = c, r, \quad (7.4.5)$$

где i – индекс группы быстрых ($i = 1$) и тепловых ($i = 2$) нейтронов; L_{ik} – линейный дифференциальный оператор вида:

$$L_{ik} = D_{ik} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) - \Sigma_{yik}; \quad (7.4.6)$$

$\Phi_{ik}(r, z)$ – поток нейтронов i -й группы в k -среде; $A_{ik}(r, z)$ – объемная активность свободных источников нейтронов; $A_{ik}^*(r, z)$ – объемная активность источников, образующихся в результате перехода нейтронов из группы с более высокой энергией; D_{ik} , Σ_{yik} – коэффициент диффузии и макроскопическое сечение увода нейтронов i -й группы в k -среде.

Из условий задачи следует, что на свободные источники нейтронов следует наложить ограничение:

$$A_{ik}(r, z) = \frac{Q\delta(r)\delta(z)}{2\pi r} \delta_{1c}, \quad (7.4.7)$$

где $\delta(r)$, $\delta(z)$ – дельта-функции Дирака; δ_{mn} – символ Кронекера-Вейерштрасса, равный единице при $m = n$ и нулю при $m \neq n$. Равенство (7.4.7) означает, что точечный источник нейтронов мощностью Q находится в начале координат и испускает только быстрые нейтроны ($i = 1$).

Объемная активность источников, образующихся в результате перехода из группы с более высокой энергией, определяется соотношением:

$$A_{ik}^*(r, z) = \Sigma_{y(i-1)k} \Phi_{(i-1)k}(r, z). \quad (7.4.8)$$

В группе быстрых нейтронов ($i = 1$) эти источники отсутствуют.

Решение задачи сводится к решению системы уравнений диффузии:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_{1c}(r, z)}{\partial r} \right) - \mu_{1c}^2 \Phi_{1c}(r, z) = \frac{Q \delta(r) \delta(z)}{2\pi r D_{1c}}; \quad (7.4.9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_{1r}(r, z)}{\partial r} \right) - \mu_{1r}^2 \Phi_{1r}(r, z) = 0; \quad (7.4.10)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_{2c}(r, z)}{\partial r} \right) - \mu_{2c}^2 \Phi_{2c}(r, z) = -\frac{\Sigma_{y1c}}{D_{2c}} \Phi_{1c}(r, z); \quad (7.4.11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_{2r}(r, z)}{\partial r} \right) - \mu_{2r}^2 \Phi_{2r}(r, z) = -\frac{\Sigma_{y1r}}{D_{2r}} \Phi_{1r}(r, z). \quad (7.4.12)$$

Перейдем от потоков нейтронов $\Phi_{ik}(r, z)$ к их Фурье-изображениям $\Phi_{ik}(r, k)$ по переменной z . Затем решим задачу для Фурье-изображений при соответствующих начальных условиях и условиях сопряжения потоков на границе раздела сред $r = r_0$. Применяя обратное преобразование Фурье к функциям потока в (r, k) – представлении $\Phi_{ik}(r, k)$, находим решение задачи для быстрых нейтронов в виде (7.3.12) и (7.3.13) и тепловых нейтронов в виде:

$$\begin{aligned} \Phi_{2c}(r, z) = & \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [\beta_{2c}(k) I_0(\mu_{2c} r) + a_{2c} \beta_{1c}(k) I_0(\mu_{1c} r)] \cos kz dk + \\ & + \frac{a_{2c} Q}{4\pi D_{1c}} \left(\frac{e^{-\kappa_{1c} \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \frac{e^{-\kappa_{2c} \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right); \end{aligned} \quad (7.4.13)$$

$$\Phi_{2r}(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [\beta_{2r}(k) K_0(\mu_{2r} r) + a_{2c} \beta_{1r}(k) K_0(\mu_{1r} r)] \cos kz dk. \quad (7.4.14)$$

В предельном случае, когда диаметр скважины стремится к бесконечности $r \rightarrow \infty$, получим выражение для потока тепловых нейтронов в однородной бесконечной среде (7.4.1).

7.4.4. Численная оценка влияния скважины на пространственное распределение потока тепловых нейтронов

Наглядное представление о характере влияния скважины на распределение потока тепловых нейтронов можно получить расчетным методом. На рис. 7.4.3 изображено пространственное (а) и радиальное (б) распределение потока тепловых нейтронов Ро-Ве-источника активностью 10^7 нейтрон/с в силикатной среде, пересеченной буровой скважиной радиусом 6 см. Видно, что поток тепловых нейтронов наиболее медленно убывает в направлении оси скважины. В результате тепловые нейтроны накапливаются в скважине, что особенно заметно в дальней от источника области.

Накопление тепловых нейтронов в скважине объясняется аномально высокой замедляющей способностью воды, заполняющей скважину. Активное замедление быстрых нейтронов точечного источника в воде увеличивает скорость увода быстрых и возникновения тепловых нейтронов в скважине.

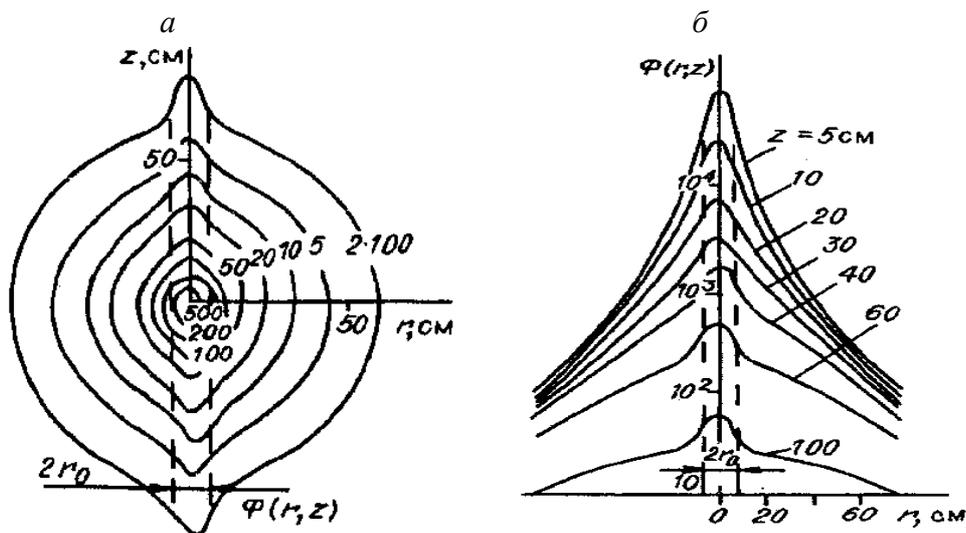


Рис. 7.4.3. Пространственное (а) и радиальное (б) распределения потока тепловых нейтронов точечного источника в силикатной среде, пересеченной обводненной буровой скважиной радиусом 6 см

Расчетным методом исследованы основные закономерности переноса тепловых нейтронов точечного источника в обводненной буровой скважине.

На рис. 7.4.4 приведены результаты расчета потока тепловых ($D - T$)-нейтронов генератора в зависимости от радиуса обводненной скважины.

Результаты расчетов проверены экспериментально. На рис. 7.4.5 приведены результаты расчета функции влияния скважины $\phi(d)$ (а, в) и эксперимента (б, г) при расположении зонда на оси скважины и на стенке скважины. Все результаты представлены в единицах потока в бесконечной водной среде $\Phi(\infty)$.

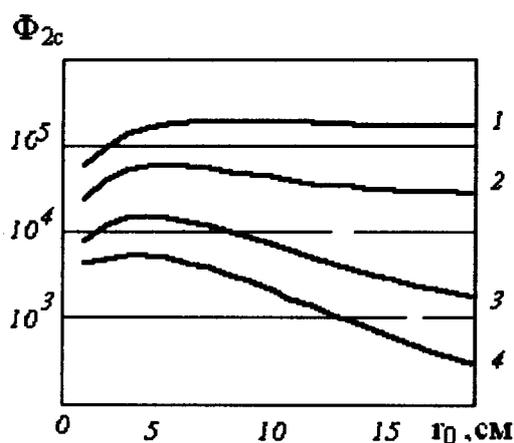


Рис. 7.4.4. Зависимость потока тепловых нейтронов генератора Φ_{2c} от радиуса скважины r_0 , см, заполненной пресной водой для зондов разной длины z , см.

Исходные данные для расчета: водонасыщенная пористость $\omega = 22,75\%$; глинистость $p = 15\%$; длина зонда: 1 - $z = 10$ см; 2 - $z = 20$ см; 3 - $z = 30$ см; 4 - $z = 60$ см

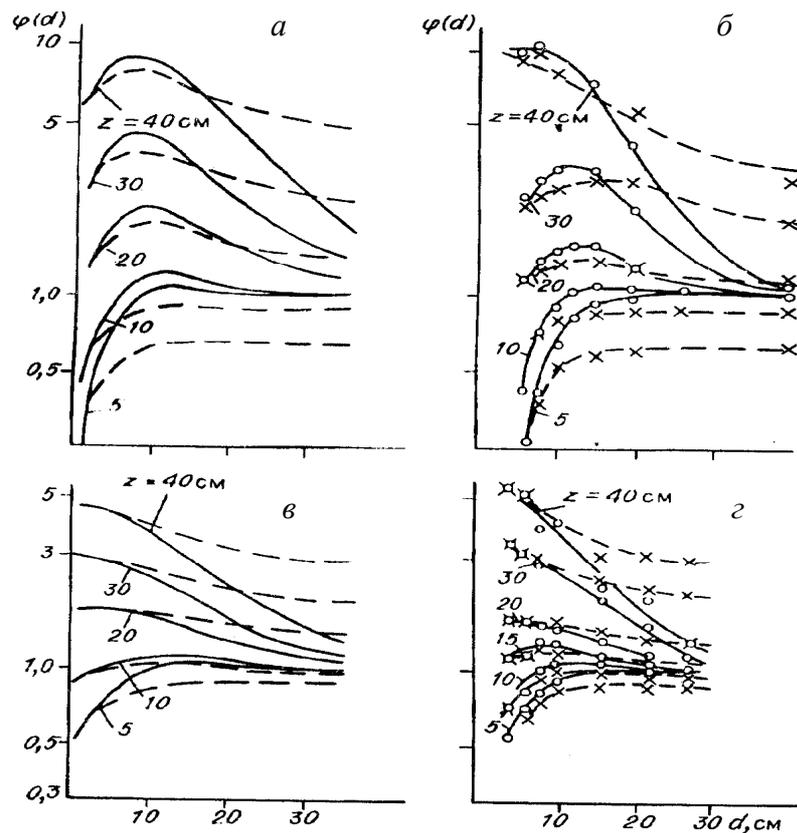


Рис. 7.4.5. Сопоставление результатов расчета (а, в) и эксперимента (б, г) для тепловых нейтронов в силикатной среде при влажности $\omega = 0\%$ (а, б) и $\omega = 20\%$ (в, г)

7.4.5. Нейтрон-нейтронный картаж в обсаженной скважине

Геометрия задачи приведена на рис. 7.3.8. Наличие обсадной трубы в скважине оказывает существенное влияние на результаты ННК-Т. Скважины обычно наполнены водой или буровым раствором. Вода окружает скважинный прибор со всех сторон и оказывает более сильное влияние на результаты ННК-Т, чем вода в порах исследуемых горных пород, находящаяся в дальней от прибора области. Поэтому представляет интерес исследование вопроса об оценке влияния бурового раствора и обсадной трубы на результаты ННК-Т.

Ниже расчетным методом исследуются возможности определения водонасыщенности горных пород и содержания элементов, поглощающих тепловые нейтроны, по данным ННК-Т через стенку обсадной трубы. Буровой раствор и стенки обсадной трубы ослабляют поток тепловых нейтронов в скважине. Для оценки поглощающих свойств бурового раствора и обсадки необходимо решить прямую задачу ННК-Т для условий обсаженной скважины.

Сформулируем задачу так же, как в случае потока для быстрых нейтронов генератора. Задана неоднородная бесконечная среда, содержащая две коаксиальные цилиндрические границы раздела (см. рис. 7.3.8), имеющие вид круговых цилиндров с радиусами $r = r_1$ и $r = r_2$, причем $r_1 < r_2$. Внутренняя среда $r < r_1$ модели-

рует скважину, промежуточная среда $r_1 \leq r \leq r_2$ соответствует обсадной трубе (или буровому инструменту), внешняя среда $r \geq r_2$ соответствует исследуемой горной породе. На оси скважины расположен точечный источник быстрых нейтронов мощностью Q . Требуется найти пространственное распределение тепловых нейтронов источника в обсаженной скважине.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ее начало совпало с точкой расположения источников, а ось z была направлена вдоль оси скважины. Разобьем нейтроны источника на группы по энергии. Объединим все быстрые нейтроны источника в первую группу, а тепловые нейтроны – во вторую группу.

Возможности нейтрон-нейтронного каротажа обсаженных скважин по тепловым нейтронам исследованы расчетным методом. На рис. 7.4.6 приведена зависимость потока тепловых нейтронов генератора от длины зонда z , см, в обсаженной скважине.

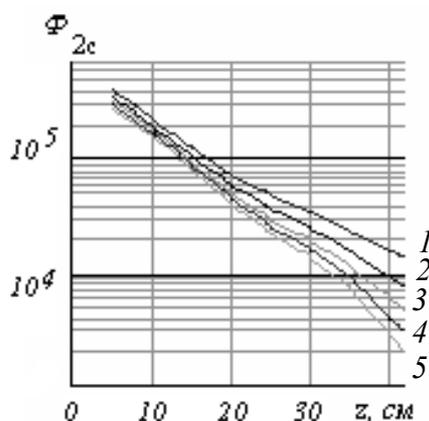


Рис. 7.4.6. Зависимость потока тепловых нейтронов генератора Φ_{2c} от длины зонда z , см, в обсаженной скважине: исходные данные для расчета:

водонасыщенная пористость $\omega = 22,75\%$; глинистость $p = 15\%$;
длина зонда; 1 – $z = 10$ см; 2 – $z = 20$ см; 3 – $z = 30$ см; 4 – $z = 40$ см; 5 – $z = 50$ см

Из рисунка видно, что с увеличением длины зонда величина потока тепловых нейтронов генератора в обсаженной скважине убывает. На рис. 7.4.7 приведена зависимость потока тепловых нейтронов генератора от толщины стенки обсадной трубы h , см:

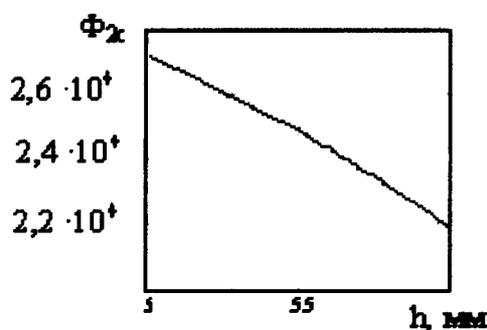


Рис. 7.4.7. Зависимость потока тепловых нейтронов генератора Φ_{2c} от толщины стенки обсадной трубы h , см: исходные данные для расчета: длина зонда $z = 30$ см; водонасыщенная пористость $\omega = 0\%$; глинистость $p = 15\%$

Зависимость потока тепловых нейтронов от водонасыщенной пористости в обсаженной скважине приведена на рис. 7.4.8. Увеличение водонасыщенной пористости песчаника приводит к уменьшению потока тепловых нейтронов.

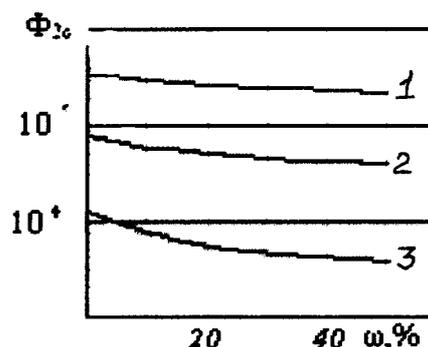


Рис. 7.4.8. Зависимость потока тепловых нейтронов генератора Φ_{2c} от водонасыщенной пористости пласта ω , % в обсаженной скважине: глинистость $p = 15\%$; $1 - z = 10$ см; $2 - z = 30$ см и $3 - z = 60$ см

Поглощающие свойства породообразующих элементов различны. Для оценки относительной способности различных элементов к поглощению тепловых нейтронов можно воспользоваться понятием их эквивалентных содержаний, т. е. таких содержаний, при которых поглощающие свойства среды будут одинаковы и равны содержанию бора, равному 0,01 %.

В табл. 7.4.1 приведены эквивалентные содержания нейтронопоглощающих элементов, нормированные к содержанию бора, равному 0,01 %.

Используя табл. 7.4.1, можно оценить влияние основных нейтронопоглощающих элементов на величину потока тепловых нейтронов в скважине.

Таблица 7.4.1

Эквивалентные содержания нейтронопоглощающих элементов

Элемент	σ_s , барн	Σ_s / ρ , см ² /г на 100 % элемента	Эквивалентное содержание, вес %
B	757	42,0	0,01
TR	44000	210	0,002
Cd	2537	17,5	0,024
Li	71,0	6,15	0,068
In	194	1,02	0,41
Hg	374	10,7	0,39
Co	38	0,39	1,09
Ag	648	0,36	1,17
Cl	33	0,56	0,75

Расчетным методом исследованы возможности нейтрон-нейтронного каротажа по тепловым нейтронам для оценки водонасыщенности горных пород и содержания в них элементов, поглощающих тепловые нейтроны. Расчеты выполнены для случая, когда детектор нейтронов расположен на оси скважины, пересекающей пористую породу силикатного состава в предположении, что поры полностью заполнены водой. Для облучения среды использовался

Ро-Ве-источник нейтронов мощностью $Q = 10^7$ нейтрон/с. Расстояние между источником и детектором изменялось в пределах от 10 до 60 см через 10 см.

Зависимость потока тепловых нейтронов в необсаженной скважине от водонасыщенности горных пород при толщине слоя воды в скважине $h = 1$ см для зондов разной длины изображена на рис. 7.4.9. Из рисунка видно, что зависимость от влажности носит инверсионный характер. Для малых зондов $z < 25$ см с ростом влажности возрастает величина потока тепловых нейтронов. Для больших зондов $z > 30$ см рост влажности среды приводит к уменьшению потока тепловых нейтронов. Величина потока на расстоянии 25-30 см слабо зависит от влажности среды. Кроме того, эта зависимость неоднозначна и носит экстремальный характер. Сначала с ростом влажности поток увеличивается, а в дальнейшем уменьшается. С увеличением диаметра обводненной скважины и толщины слоя воды между стенкой скважины и стенкой скважинного прибора длина инверсионного зонда уменьшается.

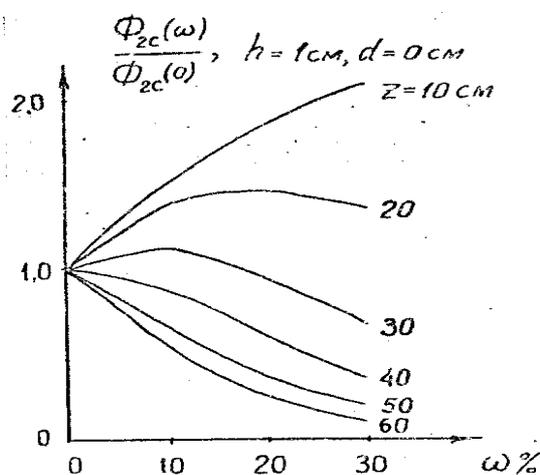


Рис. 7.4.9. Зависимость потока тепловых нейтронов в необсаженной скважине от водонасыщенности горных пород ω , %, при толщине слоя воды в скважине $h = 1$ см для зондов различной длины z , см

Зависимость потока тепловых нейтронов в необсаженной скважине от содержания бора в среде при толщине слоя воды в скважине $h = 1$ см на различном расстоянии от источника нейтронов изображена на рис. 7.4.10. Расчет выполнен для маловлажных горных пород $\omega = 0$ %. Из рисунка видно, что зависимость потока от содержания бора носит монотонный характер. С увеличением содержания бора на любых расстояниях от источника поток убывает. Инверсионные свойства по отношению к содержанию бора исчезают. В этом заключается существенное отличие влияния поглощающих элементов от влияния водонасыщенности среды на результаты нейтрон-нейтронного каротажа. Для оценки влияния других поглощающих элементов (TR, Cd, Li, Cl, Mn и т. д.) следует использовать табл. 7.4.1, где приведены содержания основных поглощающих элементов, эквивалентные 0,01 % бора.

Поскольку влияние водонасыщенности среды и содержания поглощающих элементов различно, это обстоятельство можно использовать для разра-

ботки методики нейтрон-нейтронного каротажа. Например, инверсионный к изменению водонасыщенности среды зонд можно использовать для определения содержания поглощающих элементов. С другой стороны, если измерения выполнить на двух зондах, один из которых инверсионный относительно влажности среды, то отношение потоков, измеренных на этих зондах, не будет зависеть от содержания поглощающих элементов и в то же время будет зависеть от водонасыщенности среды. Таким образом, разностные измерения на двух зондах можно использовать для определения влажности среды.

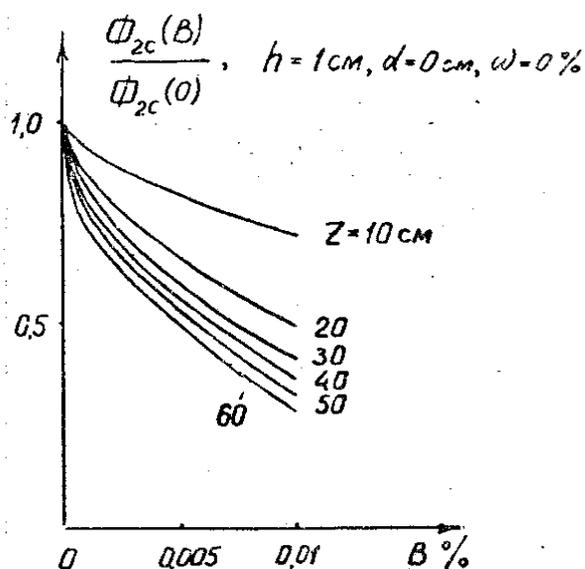


Рис. 7.4.10. Зависимость потока тепловых нейтронов в необсаженной скважине от содержания бора в среде B % при толщине слоя воды в скважине $h = 1$ см на различном расстоянии от источника нейтронов z , см

С увеличением диаметра скважины и толщины слоя воды между стенкой скважины и скважинным прибором монотонная зависимость потока тепловых нейтронов от содержания поглощающих элементов сохраняется, однако чувствительность метода к определению содержания поглощающих элементов снижается.

Результаты расчета свидетельствуют о хороших перспективах использования ННК-Т обсаженных скважин для оценки водонасыщенности горных пород и содержания в них элементов, поглощающих тепловые нейтроны. Относительная погрешность измерения при решении указанных задач по данным ННК-Т через стенку обсадной трубы не превышает общепринятой погрешности геофизических измерений $\pm 10\%$.

7.5. Импульсный нейтрон-нейтронный каротаж

К импульсным методам нейтронного каротажа (ИНК) относят методы, основанные на исследовании временного распределения нейтронного излучения, возникающего под действием пульсирующего источника нейтронов.

Существует несколько разновидностей ИНК. Наиболее широко применяется импульсный нейтрон-нейтронный каротаж (ИННК) и импульсный нейтрон-гамма каротаж (ИНГК), в котором регистрируются гамма-лучи радиационного захвата тепловых нейтронов (ГИРЗ) и гамма-лучи, связанные с неупругим рассеянием нейтронов (ГИНР). Кроме того, в импульсном варианте можно регистрировать наведенное гамма-излучение ядер, ставших радиоактивными в результате реакций, вызванных нейтронами (ИНАК).

Физические основы импульсного нейтрон-нейтронного каротажа

Импульсы быстрых нейтронов, создаваемых источником, кратковременны, их длительность составляет обычно единицы-десятки микросекунд. Источником нейтронов служит миниатюрный скважинный ускоритель (нейтронный генератор), в котором ускоренные до энергии 100-150 кэВ ядра дейтерия бомбардируют тритиевую мишень. В результате ядерной реакции $\text{H}^3(d, n) \text{He}^4$ испускаются нейтроны с энергией 14,1 МэВ.

В процессе взаимодействия с веществом горной породы быстрые нейтроны замедляются. Став тепловыми, они распространяются путем диффузии практически без изменения скорости. Диффузия сопровождается поглощением тепловых нейтронов. Все нейтроны, относящиеся к одному и тому же импульсу источника, «вымирают» в результате захвата их ядрами горной породы.

Таким образом, если на некотором расстоянии R от источника наблюдать временное распределение тепловых нейтронов, то будет получена картина, представленная на рис. 7.5.1. Сразу после окончания импульса число замедлившихся нейтронов невелико, однако в точке, удаленной на расстояние R от источника, оно возрастает со временем. Затем все в большей степени сказывается поглощение тепловых нейтронов: их распределение во времени проходит через максимум. Наиболее информативен спад во времени потока тепловых нейтронов. Темп этого спада непосредственно связан со средним временем жизни тепловых нейтронов τ .

Если детектор включается для регистрации нейтронов спустя время t_1 , t_2 и т. д. после окончания импульса (переменное время задержки), то по числу импульсов, полученных за интервалы Δt («временные окна»), можно количественно судить о затухании потока нейтронов и среднем времени жизни тепловых нейтронов τ , с.

Частота следования нейтронных импульсов должна быть такой, чтобы до появления каждого очередного импульса нейтроны, относящиеся к предыдущему импульсу, успели полностью исчезнуть. Величина периода импульсов источника T обычно составляет несколько миллисекунд.

Ранее основы теории импульсного нейтрон-нейтронного каротажа рассмотрены И. И. Тальянским [7.5.1].

Рассмотрим случай нестационарного переноса нейтронов точечного источника в n -групповом диффузионном приближении. Для этого разобьем множество всех энергий нейтронов источника на n энергетических групп. Предположим, что каждый нейтрон попадает только в одну группу и свойства нейтронов, объединенных в группу, одинаковы. Все нейтроны в группе считаются моноэнергетическими, и им присваивается некоторая средняя для группы скорость их перемещения. Такое предположение позволяет для описания переноса нейтронов каждой из групп использовать диффузионное уравнение с усредненными по энергии групповыми нейтронными параметрами среды.

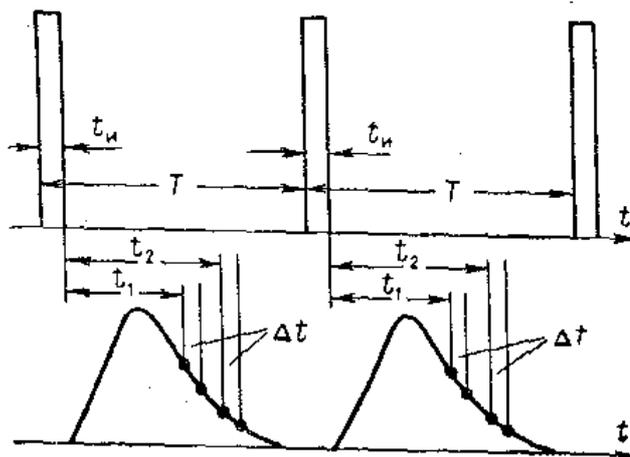


Рис. 7.5.1. Схема импульсов генератора t_n и временного распределения тепловых нейтронов в методе ИННК

Переход нейтронов из одной энергетической группы в другую, с более низкой средней энергией, происходит скачкообразно. Убыль нейтронов j -й группы в единице объема среды за счет перехода в соседнюю $(j + 1)$ -ю группу с меньшей энергией нейтронов характеризуется макроскопическим сечением увода нейтронов Σ_{yj} .

Предположение о скачкообразном переходе оправдывается на практике при исследовании водородсодержащих природных сред, например обводненных горных пород. Изменение энергии нейтронов в таких средах происходит скачкообразно из-за столкновений нейтронов с ядрами водорода. При этом возможность скачкообразного перехода нейтронов через одну или несколько групп маловероятна, и этот случай из рассмотрения исключается.

Все группы нейтронов генетически связаны друг с другом, так как нейтроны каждой группы после перехода в соседнюю низкоэнергетическую группу становятся для последней источниками излучения, т. е. попадают в правую часть уравнения диффузии. Свободный точечный источник нейтронов имеется только в первой группе. Нейтроны остальных групп образуются за счет перехода из групп с большей энергией, а исчезают из-за перехода (увода) в группу с меньшей энергией. Последняя группа представляет собой группу тепловых нейтронов. В ней убыль нейтронов обусловлена процессом поглощения тепловых нейтронов ядрами среды. В каждой i -й группе макроскопическое сечение увода нейтронов Σ_{yi} , коэффициент диффузии D_i и скорость перемещения v_i усредняются по энергии.

После выполнения прямых преобразований получим:

$$\prod_{j=1}^n [(D_j(\rho^2 + k^2) + \Sigma_j + p)] N_n(\rho, k, p) = Q \prod_{j=1}^n \frac{\Sigma_j}{2\pi\Sigma_n}, \quad (7.5.4)$$

где $N_n(\rho, k, p)$ – функция плотности нейтронов в (ρ, k, p) -представлении:

$$N_n(\rho, k, p) = \int_0^\infty J_0(\rho r) \rho dr \int_{-\infty}^\infty e^{-ikz} dz \int_0^\infty e^{-pt} N_n(r, z, t) dt. \quad (7.5.5)$$

Обратные преобразования выполняются в следующей последовательности. Сначала обратное преобразование Фурье, затем Фурье - Бесселя и, наконец, Лапласа:

$$N_n(r, z, t) = \frac{Q \prod_{j=1}^n \Sigma_j}{2\pi\Sigma_n} \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{pt} dp \int_0^\infty J_0(\rho z) \rho d\rho \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikz} dk}{\prod_{j=1}^n [(D_j(\rho^2 + k^2) + \Sigma_j + p)]} \quad (7.5.6)$$

Выполним обратное преобразование Фурье. Для этого проведем интегрирование по k в выражении (7.5.6). С учетом симметрии распределения нейтронов относительно начала координат изображения плотности нейтронов должны быть четными относительно координаты z . Поэтому

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikz} dk}{\prod_{j=1}^n [(D_j(\rho^2 + k^2) + \Sigma_j + p)]} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\cos kz dk}{\prod_{j=1}^n D_j \prod_{j=1}^n (\rho^2 + k^2 + \beta_j)}; \quad (7.5.7)$$

$$\beta_j = (\Sigma_j + p) / D_j.$$

Можно показать:

$$\frac{1}{\prod_{j=1}^n (x + \beta_j)} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(x + \beta_k) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (\beta_j - \beta_k)}. \quad (7.5.8)$$

Учитывая (7.5.8), после интегрирования по k получим:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\cos kz dk}{\prod_{j=1}^n D_j \prod_{j=1}^n (\rho^2 + k^2 + \beta_j)} &= \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (\beta_j - \beta_k)} \\ \int_0^\infty \frac{\cos kz dk}{k^2 + \rho^2 + \beta_k} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{e^{-|\rho| \sqrt{\rho^2 + \beta_k}}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (\beta_j - \beta_k) \sqrt{\rho^2 + \beta_k}}. \end{aligned} \quad (7.5.9)$$

Выполним теперь интегрирование по ρ . После интегрирования получим:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \sum_{k=1}^n \frac{e^{-|\rho| \sqrt{\rho^2 + \beta_k}}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (\beta_j - \beta_k) \sqrt{\rho^2 + \beta_k}} J_0(\rho r) \rho d\rho &= \sum_{k=1}^n \frac{e^{-\sqrt{\beta_k} (r^2 + z^2)}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (\beta_j - \beta_k) \sqrt{r^2 + z^2}}; \\ \beta_j - \beta_k &= \frac{(D_k - D_j)(p + \alpha_{jk})}{D_j D_k}; \\ \alpha_{jk} &= \frac{\Sigma_j D_k - \Sigma_k D_j}{(D_k - D_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (7.5.10)$$

Согласно выражению (7.5.8):

$$\frac{1}{\prod_{j=1}^n (\beta_j - \beta_k)} = \frac{D_k^{n-1} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n D_j}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (D_k - D_j)(p + \alpha_{jk})} = \frac{D_k^{n-1} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n D_j}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (D_k - D_j) \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n (p + \alpha_{lk}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l, j \neq k}}^n (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})}.$$

Таким образом, выражение (7.5.6) принимает вид:

$$N_n(r, z, t) = \frac{Q \prod_{j=1}^n \Sigma_j}{2\pi \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^n \frac{D_k^{n-2}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (D_k - D_j)} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l, j \neq k}}^n (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})} \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{e^{-\sqrt{\beta_k(r^2+z^2)}}}{p + \alpha_{lk}} dp. \quad (7.5.11)$$

Обозначим $p + \Sigma_k = p_1$, тогда $\beta_k = p_1 / D_k$, $p + \alpha_{lk} = p_1 + \alpha_{lk} - \Sigma_k$, $dp = dp_1$. При этом

$$N_n(r, z, t) = \frac{Q \prod_{j=1}^n \Sigma_j}{2\pi \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^n \frac{D_k^{n-2}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (D_k - D_j)} \times \\ \times \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n \frac{e^{-\Sigma_l t}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l, j \neq k}}^n (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})} \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{e^{-\sqrt{p_1} \sqrt{(r^2+z^2)/D_k}}}{p_1 + \alpha_{lk} - \Sigma_k} e^{p_1 t} dp_1. \quad (7.5.12)$$

После выполнения обратного преобразования Лапласа получим:

$$N_n(r, z, t) = \frac{Q \prod_{j=1}^n \Sigma_j}{2\pi \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^n \frac{D_k^{n-2}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (D_k - D_j)} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n \frac{e^{\alpha_{lk} t}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l, j \neq k}}^n (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})} \times \\ \times \left[e^{-i \sqrt{\frac{r^2+z^2}{D_k}} \sqrt{\alpha_{lk} - \Sigma_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} - i \sqrt{(\alpha_{lk} - \Sigma_k)t} \right) + \right. \\ \left. + e^{i \sqrt{\frac{r^2+z^2}{D_k}} \sqrt{\alpha_{lk} - \Sigma_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} + i \sqrt{(\alpha_{lk} - \Sigma_k)t} \right) \right], \quad (7.5.13)$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt, \quad \alpha_{lk} = \frac{\Sigma_l D_k - \Sigma_k D_l}{D_k - D_l}; \\ \alpha_{jk} - \alpha_{lk} = D_k \frac{\Sigma_k (D_l - D_j) + \Sigma_l (D_j - D_k) + \Sigma_j (D_k - D_l)}{(D_k - D_j)(D_k - D_l)}; \\ \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l, j \neq k}}^n (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})} = \frac{1}{D_k^{n-2}} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l, j \neq k}}^n \frac{(D_k - D_j)(D_k - D_l)}{\Sigma_k (D_l - D_j) + \Sigma_l (D_j - D_k) + \Sigma_j (D_k - D_l)}.$$

С учетом выражения (7.5.13) после несложных преобразований получим выражение для плотности нейтронов n -й группы от точечного импульсного источника в однородной бесконечной среде:

$$N_n(r, z, t) = \frac{Q \prod_{j=1}^n \Sigma_j}{8\pi \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n \frac{e^{-\frac{\Sigma_l D_k - \Sigma_k D_l t}{D_k - D_l}}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq l \neq k}}^n \Sigma_k (D_l - D_j) + \Sigma_l (D_j - D_k) + \Sigma_j (D_k - D_l)} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} e^{-i \sqrt{\frac{\Sigma_l - \Sigma_k}{D_k - D_l} (r^2 + z^2)}} \Phi\left(\sqrt{\frac{r^2 + z^2}{4D_k t}} - i \sqrt{\frac{\Sigma_l - \Sigma_k}{D_k - D_l} D_k t}\right) + \\ + e^{i \sqrt{\frac{\Sigma_l - \Sigma_k}{D_k - D_l} (r^2 + z^2)}} \Phi\left(\sqrt{\frac{r^2 + z^2}{4D_k t}} + i \sqrt{\frac{\Sigma_l - \Sigma_k}{D_k - D_l} D_k t}\right) \end{bmatrix}. \quad (7.5.14)$$

Если нейтроны точечного источника разделены на две группы – первую (быстрые нейтроны с энергией выше тепловых) $N_1(r, z, t)$ и вторую (тепловые нейтроны) $N_2(r, z, t)$, то решение задачи нестационарного переноса нейтронов принимает вид:

$$N_1(r, z, t) = \frac{1}{(4\pi D_1 t)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{r^2 + z^2}{4D_1 t} + \Sigma_1 t}; \quad (7.5.15)$$

$$N_2(r, z, t) = \frac{Q \Sigma_1}{8\pi \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^2 \frac{e^{-\alpha_{jk} t}}{D_k - D_j} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} e^{-i \sqrt{\frac{r^2 + z^2}{D_k}} \sqrt{\alpha_{jk} - \Sigma_k}} \Phi\left(\sqrt{\frac{r^2 + z^2}{4D_k t}} - i \sqrt{(\alpha_{jk} - \Sigma_k) t}\right) + \\ + e^{i \sqrt{\frac{r^2 + z^2}{D_k}} \sqrt{\alpha_{jk} - \Sigma_k}} \Phi\left(\sqrt{\frac{r^2 + z^2}{4D_k t}} + i \sqrt{(\alpha_{jk} - \Sigma_k) t}\right) \end{bmatrix}. \quad (7.5.16)$$

На рис. 7.5.2 приведены расчетные значения временного распределения потока нейтронов от импульсного генератора нейтронов.

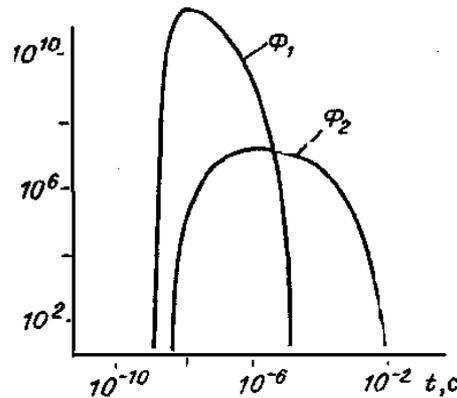


Рис. 7.5.2. Временное распределение потоков нейтронного излучения точечного источника на расстоянии 10 см от импульсного генератора нейтронов:

Φ_1 – поток быстрых нейтронов; Φ_2 – поток тепловых нейтронов

Аппаратура импульсного нейтрон-нейтронного каротажа

Аппаратура ИННК состоит из скважинного прибора и наземных блоков. Скважинный прибор содержит импульсный генератор нейтронов, детектор нейтронов, а также другие блоки, имеющиеся во всех радиометрах. Наземная аппаратура включает в себя источники питания и панель управления с временным анализатором. Модель скважинного прибора для работы методом ИННК представлена на рис. 7.5.3.

Серийный генератор нейтронов (ИГН-4) состоит из источника высокого напряжения ИВН, ускорительной нейтронной трубки НТ и блока управления БУ. Основной частью генератора нейтронов является нейтронная трубка (см. рис. 7.1.3). Работа источника высокого напряжения в импульсном режиме обеспечивается подачей импульса положительного напряжения на анод ионного источника НТ. Лишь в течение времени действия этого импульса происходит образование ионов дейтерия, а следовательно, и нейтронов. Управляющая схема ВУ обеспечивает подачу импульсов заданной длительности ($1-10^2$ мкс) через определенные (2500 мкс) интервалы времени. Выход нейтронов составляет обычно 10^7-10^8 с⁻¹. Расход дейтерия восполняется из хранилища, представляющего собой титановую проволоку, насыщенную дейтерием. Для выделения сорбированного дейтерия из хранилища последний нагревается электрическим током. Нейтронная трубка и ИВН расположены в отдельном отсеке скважинного прибора, заполненного трансформаторным маслом или другой электроизоляционной жидкостью (рис. 7.5.4).

Детектор нейтронов Д представляет собой блок параллельно включенных пропорциональных счетчиков. Существуют приборы для импульсных методов со сцинтилляционными счетчиками, позволяющими путем смены люминофоров осуществлять по желанию регистрацию нейтронов (ИННК) или гамма-квантов (ИНГК или активационный каротаж ИНАК). Импульсы от счетчиков, а также маркерный импульс, указывающий момент срабатывания генератора нейтронов, передаются на поверхность по одной из жил трехжильного кабеля. Совмещение этих составляющих сигнала осуществляется в смесителе См. По второй жиле кабеля в скважинный прибор подается питающее напряжение от унифицированного генератора УГ-1, третья жила - общая («Земля»).

В наземной панели происходит разделение маркерных и счетных импульсов с помощью селектора Сел. Счетные импульсы усиливаются, формируются специальными блоками и поступают на входы дифференциальных каналов ДК-1 - ДК-4 временного анализатора, каждый из которых регистрирует лишь импульсы, приходящие в заданном интервале времени после маркерного импульса. Этот интервал различен для разных каналов, что позволяет определить изменение скорости счета в зависимости от времени задержки (см. рис. 7.5.4).

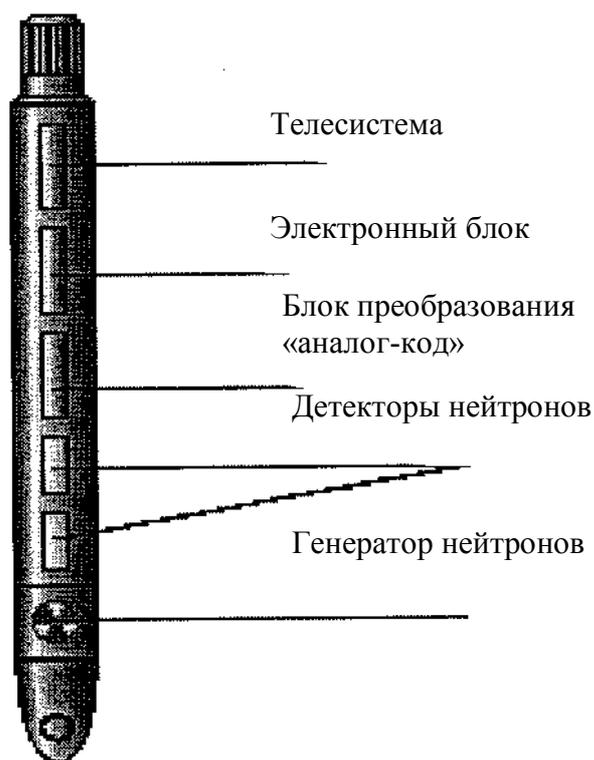


Рис. 7.5.3. Модель скважинного прибора ИННК

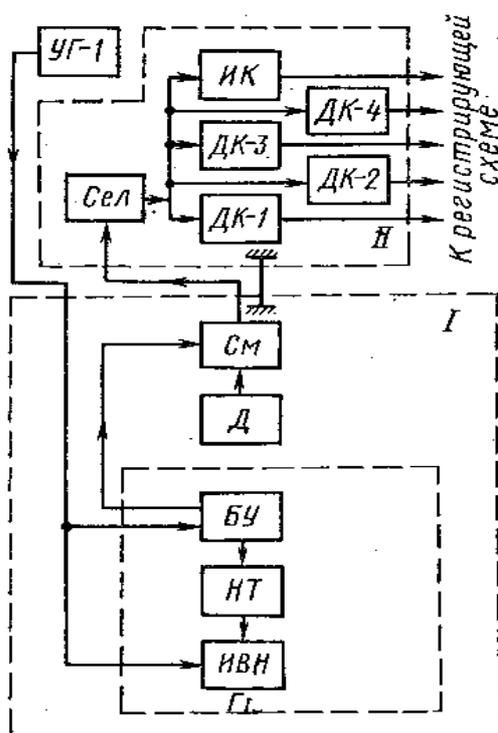


Рис. 7.5.4. Блок-схема аппаратуры импульсного нейтрон-нейтронного каротажа:
 I – блок генератора; ИВН – источник высокого напряжения; НТ – ускорительная нейтронная трубка; БУ – блок управления; СМ – смеситель; Д – детектор нейтронов; П – панель управления; УГ-1 – унифицированный генератор питающего напряжения скважинного прибора; Сел – селектор; ДК-1 – ДК-4 – дифференциальные каналы временного анализатора импульсов; ИК – канал интегрального счета импульсов

Один из каналов ИК регистрирует интегральный счет, т. е. интенсивность всех нейтронов независимо от времени их прихода к индикаторам. Эта величина представляет собой по существу показание стационарного ННК-Т.

Работа каналов управляется маркерным импульсом. Маркерный импульс запускает одновибраторы задержки дифференциальных каналов после заданного времени задержки. Импульсы каждого канала, нормируются и подаются на интеграторы, далее на многоканальный регистрирующий прибор. Предусмотрена также возможность счета числа импульсов в каждом канале с помощью пятиканального блока пересчета. Для установки масштабов имеется калибратор.

Интерпретация диаграмм ИННК

Пространственно-временное распределение плотности потока нейтронов в случае импульсного источника рассчитывается теоретически. Теория дает следующее выражение для пространственно-временной зависимости плотности потока нейтронов, вылетевших из точечного источника и замедляющихся в однородной безграничной среде $N(R, t)$, н/см³:

$$N(R, t) = \frac{Q}{[4\pi(L_3^2 + Dt)]^{3/2}} e^{-\frac{R^2}{4(L_3^2 + Dt)}} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}, \quad (7.5.17)$$

где Q – число нейтронов, испущенных источником; L_3 – длина замедления нейтронов в данной среде, см; D – коэффициент диффузии тепловых нейтронов, см²/с; τ – среднее время жизни тепловых нейтронов, с.

Величина $4\pi(L_3^2 + Dt)$ называется обобщенным, или символическим, возрастом нейтронов и обозначается θ . Если при исследовании данной породы измеряется затухание плотности тепловых нейтронов со временем в двух различных точках, лежащих на одной прямой, но удаленных от источника на расстояния R_1 и R_2 , то отношение $N(R_1, t) / N(R_2, t)$

$$\frac{N(R_1, t)}{N(R_2, t)} = e^{-\frac{R_1^2 - R_2^2}{4\theta}}. \quad (7.5.18)$$

Из выражения (7.5.18) следует, что обобщенный возраст нейтронов

$$\theta = L_3^2 + Dt = \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln \frac{N(R_1, t)}{N(R_2, t)}}. \quad (7.5.19)$$

Нестационарный перенос нейтронов точечного источника начинается с замедления быстрых нейтронов источника, которые превращаются в тепловые, и заканчивается процессом диффузии тепловых нейтронов. Время замедления быстрых нейтронов t_3 равно 10^{-5} с (10 мкс). Тепловые нейтроны живут на три порядка дольше ($\tau = 5 - 10$ мс) и удаляются от источника дальше, чем быстрые.

В том случае, когда замедление нейтронов уже закончилось к началу измерений $N(R_1, t)$ и $N(R_2, t)$, в горной породе остаются только тепловые нейтроны и зависимость $\theta(t)$ будет линейной. В координатах θ и t измеренные значения обобщенного возраста ложатся на прямую линию, наклон которой определяется коэффициентом диффузии D , а отрезок оси ординат, отсекаемый этой прямой, –

квадратом длины замедления L_3^2 . Следовательно, использование в ИННК двух зондов с длинами R_1 и R_2 дает возможность определить нейтронные свойства породы, ответственные за процесс замедления и диффузии нейтронов, т. е. те ее характеристики, которые связаны с содержанием в ней водорода.

При выполнении условий $t \gg t_3$ и $Dt \gg L_3^2$ выражение (7.5.17) принимает вид:

$$N(R, t) = \frac{Q}{[4\pi Dt]^{3/2}} e^{-\frac{R^2}{4Dt}} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (7.5.20)$$

В этом выражении экспонента $e^{-\frac{R^2}{4Dt}}$ определяет «подток» нейтронов к точке пространства, находящейся на расстоянии R от источника, т. е. характеризует увеличение плотности тепловых нейтронов в данной точке за счет их диффузии из области с большей плотностью, расположенной ближе к источнику. Множитель $\frac{Q}{[4\pi Dt]^{3/2}}$ характеризует убывание плотности в данной точке за счет дальнейшей диффузии нейтронов в сторону больших расстояний от источника («растекание» нейтронов). Экспонента $e^{-\frac{t}{\tau}}$ определяет убыль тепловых нейтронов за счет поглощения их ядрами горных пород.

Таким образом, начиная с некоторого значения времени $t \gg t_3$ распределение нейтронов не зависит от замедляющих свойств среды, а определяется только процессами диффузии и поглощения тепловых нейтронов. При достаточно большом значении t вклад первых двух сомножителей в формуле (7.5.20) становится малым, и плотность потока тепловых нейтронов будет зависеть лишь от величины среднего времени жизни их в данной породе $N(t) \approx e^{-t/\tau}$. Таким образом, измерения скорости убывания нейтронов, выполненные при больших задержках, дают информацию о способности горных пород поглощать тепловые нейтроны.

Контроль над разработкой нефтяных и газовых месторождений

Контроль над разработкой нефтяных и газовых месторождений включает комплекс геофизических исследований в скважинах, размещенных в пределах эксплуатируемой залежи для изучения процесса вытеснения нефти в пласте и закономерностей перемещения водонефтяного (ВНК), газонефтяного (ГНК) и газоводяного (ГВК) контактов.

Благодаря большой энергии нейтронов, испускаемых скважинным генератором нейтронов (14 МэВ), при соответствующем выборе времени задержки (1000-1200 мкс) радиус исследования ИННМ-Т (60-80 см) намного превышает глубинность нейтронных методов с ампульными нейтронными источниками. В этом существенное преимущество ИННМ-Т.

Влияние на величину плотности тепловых нейтронов в ИННМ-Т положения прибора в скважине относительно ее оси, обсадной стальной колонны и цементного кольца зоны проникновения фильтра промывочной жидкости и других факторов подчинено примерно тем же законам, что и в стандартной модификации ННМ-Т. Однако при достаточно больших временах задержки на ха-

рактуре временного распределения плотности тепловых нейтронов скважинные условия почти не сказываются.

Результаты практического применения метода ИННК-Т на нефтяных и газовых месторождениях приведены на рис. 7.5.5 (для определения водонефтяного контакта) и рис. 7.5.6 (для отбивки газоводяного контакта).

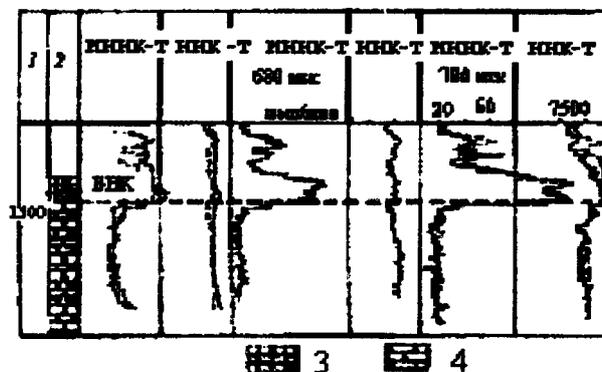


Рис. 7.5.5. Определение ВНК в песчаном коллекторе по диаграмме ННК-Т и ИННК-Т с разными задержками:
 1 – глубина, м; 2 – геологическая колонка;
 3 – нефтеносный песчаник; 4 – водоносный песчаник

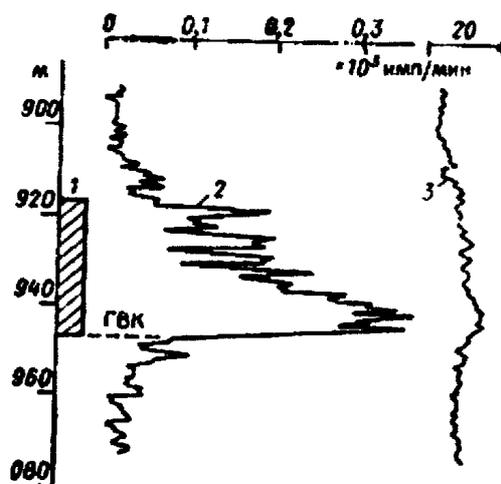


Рис. 7.5.6. Применение ИННК для отбивки газоводяного контакта (ГВК) [11]:
 1 – газонасыщенный песчано-глинистый пласт; 2 – ИННК-Т; 3 – ННК-Т

Приведенные примеры свидетельствуют о преимуществах использования импульсного нейтрон-нейтронного каротажа по тепловым нейтронам (ИННК-Т) по сравнению со стандартной стационарной модификацией интегрального нейтрон-нейтронного каротажа по тепловым нейтронам (ННК-Т).

7.6. Каротаж нейтронов вынужденного деления ядер урана (КНД)

Опробование радиоактивных руд по скважинам, основанное на химическом анализе керна, является трудоемкой и дорогостоящей операцией. Качество такого опробования и его оперативность не всегда соответствуют требованиям производства из-за неполного выхода керна и разрыва во времени между его отбором и получением результатов анализа. При отработке месторождений урана методом подземного выщелачивания подъем керна вообще исключается. От указанных недостатков свободны ядерно-физические методы опробования урановых руд, среди которых большое значение имеет каротаж нейтронов вынужденного деления ядер урана (КНД). Преимуществом КНД является возможность определения содержания урана вне зависимости от радиоактивного равновесия и эманирования руд.

При разведке месторождений урана основной проблемой является нарушение радиоактивного равновесия между ураном и радием в природном уран-радиевом семействе радионуклидов.

В молодых отложениях урана равновесие между дочерними продуктами распада ядер урана ^{234}Th , ^{234}Pa и ураном-238 обычно не достигается. Период полураспада ядер урана-238 – 4,5 млрд лет. Самый долгоживущий дочерний изотоп, уран-234, имеет период полураспада 240 тыс. лет. Таким образом, урановая залежь должна находиться в естественном залегании, по крайней мере, 2,4 млн лет, чтобы достичь равновесия, которое наступает после 10 периодов полураспада изотопа урана-234. Если уран переотложен, т. е. имеет вторичное происхождение, то отношение содержания урана к ^{234}Th и ^{234}Pa изменяется, поэтому содержание урана, определяемое по гамма-излучению, будет содержать ошибку. Измерить содержание урана-238 по гамма-лучам можно только косвенно, приблизительно и с ошибкой. Метод КНД позволяет оценить коэффициент радиоактивного равновесия между ураном и радием (K_{pp}) и точно определить содержание урана-235 в неравновесных урановых рудах.

Открытие вынужденного деления ядер урана О. Ганом, Ф. Штрассманом (1938 г.) подготовило почву для разработки прямых методов опробования урановых руд по запаздывающим [7.6.1, 7.6.2] и мгновенным [7.6.3] нейтронам деления.

Регистрация нейтронов вынужденного деления ядер урана ранее использовалась для дистанционного непрерывного ядерно-физического контроля делящихся веществ в ядерных реакторах [7.6.4, 7.6.5], определения природы индуцированных нейтронов и анализа изотопного состава подкритических систем [7.6.6]. В дальнейшем указанные методы контроля делящихся веществ стали применять в ядерной геофизике для определения содержания урана в природных размножающих средах [7.6.7-7.6.10].

В основе каротажа нейтронов вынужденного деления лежит изучение нейтронного поля, индуцированного точечным источником первичных нейтронов в урансодержащей среде. Ядра урана делятся под действием первичных нейтронов и испускают вторичные мгновенные и запаздывающие нейтроны деления.

Первые публикации по идентификации урана в пробах горных пород появились в 70-е годы прошлого века [7.6.1]. Скважинный вариант метода предло-

жен в 1966 г. С. А. Игумновым [7.6.2]. В 80-е годы прошлого века начались систематические исследования возможностей КНД в лаборатории каротажа и опробования ВИРГа, которую долгие годы возглавлял А. К. Овчинников. Практическое использование нейтронов вынужденного деления для идентификации урана в скважинах подземного выщелачивания на инфильтрационных месторождениях урана началось в 1984 г.

В 1997 году исследования по разработке и изготовлению аппаратурно-программного комплекса КНД были инициированы Институтом испытаний и сертификации минерального сырья (ИИиСМС) [7.6.11, 7.6.13], ИНГЕО (Е. С. Кучурин, В. Т. Перелыгин, А. И. Машкин). Финансирование разработки на всех этапах НИР и ОКР осуществляли ИИиСМС и ИНГЕО. В качестве субподрядчиков были привлечены организации: ВНИИГИС, УГГУ, ВНИИМ им. Менделеева, комбинат «Электрохимприбор» и физические лица (проф. А. Л. Поляченко и др.). Первый аппаратурно-программный комплекс КНД был изготовлен в 2002 году.

Каротаж индуцированных нейтронов выполняется в двух модификациях по мгновенным (КНДМ) и запаздывающим (КНДЗ) нейтронам деления. Методика каротажа мгновенных нейтронов сводится к регистрации быстрых нейтронов деления ядер актиноурана ${}_{92}\text{U}^{235}$ под действием тепловых первичных нейтронов ($D - T$ -генератора (рис. 7.6.1) При каротаже запаздывающих нейтронов измеряют суммарный поток тепловых нейтронов, возникающих при делении ядер урана-238 на быстрых нейтронах и урана-235 на тепловых нейтронах.

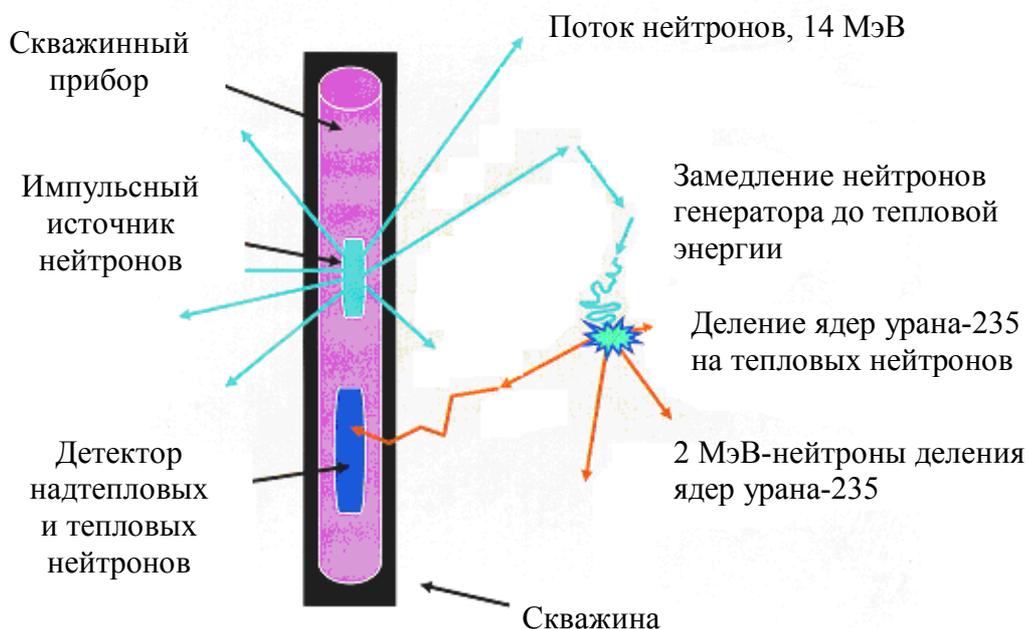


Рис. 7.6.1. Методика каротажа мгновенных нейтронов деления (КНДМ) [17]

Каротаж нейтронов деления дает принципиально новую возможность идентификации урана в скважинах. В связи с этим представляет интерес изучение основных закономерностей распределения нейтронов деления, возникающих в урансодержащей среде под действием первичного нейтронного излучения. Для определения содержания урана могут быть использованы как мгновенные, так и запаздывающие нейтроны деления.

Количество нейтронов деления, возникающих в исследуемой уран-содержащей среде, мало по сравнению с количеством первичных нейтронов скважинного генератора нейтронов. Для реальных содержаний урана в среде поток первичных нейтронов превосходит поток индуцированных нейтронов на несколько порядков. Поэтому измерение нейтронов деления возможно лишь при условии исключения влияния первичного нейтронного излучения генератора. Подавление первичного нейтронного поля осуществляется с помощью специальных методических приемов.

Для разделения первичного и индуцированного нейтронного излучения используют временную и энергетическую селекцию нейтронов. В основе временной селекции лежит импульсное облучение среды первичными нейтронами и регистрация нейтронов деления после временной задержки, подобранной так, чтобы быстрые первичные нейтроны генератора успели поглотиться в среде [7.6.3, 7.6.10]. Временная селекция используется как для мгновенных, так и для запаздывающих нейтронов деления. Первичное нейтронное излучение создается с помощью импульсного генератора нейтронов. Энергетическая селекция применяется для усиления дискриминации первичного нейтронного излучения [7.6.3] и может быть использована как самостоятельный метод для осуществления непрерывного каротажа мгновенных нейтронов деления.

Добыча урана на месторождениях гидрогенного типа чаще всего осуществляется методом подземного выщелачивания (ПВ). При добыче урана методом ПВ содержание урана в продуктивной залежи все время изменяется. Рудная залежь представляет собой пористый проницаемый пласт-коллектор, водонасыщенность которого изменяется в зависимости от пористости и глинистости ураноносной залежи. Поэтому необходим постоянный контроль над изменением содержания урана в процессе его выщелачивания из рудной залежи и контроль водонасыщенной пористости пласта, его глинистости и проницаемости. Для управления технологическим процессом выщелачивания необходимо иметь сведения о текущей ураноносности эксплуатируемых залежей в условиях естественного залегания, водонасыщенной пористости, глинистости и других свойствах ураноносного коллектора, которые позволяют контролировать качество и промышленную ценность руды, разделять кондиционные и забалансовые руды.

На рис. 7.6.2 сопоставлены результаты определения содержания урана по данным КНДМ и ГК по скважине подземного выщелачивания. Различие данных ГК и КНДМ показывает неприемлемость использования ГК для подсчета запасов и контроля над обработкой месторождений урана методом ГК, так как содержания урана и радия в процессе выщелачивания урана изменяются. Для определения содержания урана по радию требуются дополнительные исследования по изучению радиологических условий каждого месторождения ПВ, а в отдельных случаях конкретных залежей и даже отдельных подсчетных блоков на месторождениях гидрогенного типа.

Из рис. 7.6.2 видно, что уран на некоторых участках продуктивного пласта практически полностью выщелочен и остался только радий. Коэффициент радиоактивного равновесия (K_{pp}) между ураном и радием в скважинах ПВ меняется в широких пределах – от 0,4 до 2, составляя в среднем 0,78 (рис. 7.6.3).

При таком разбросе значений K_{pp} определять содержание урана по радию, используя результаты ГК, становится невозможным.

Таким образом, целесообразно переходить к технологии прямого определения урана по данным каротажа нейтронов деления. Часто для количественного определения содержания урана используют отношение потока надтепловых нейтронов деления к потоку первичных тепловых нейтронов генератора. Это отношение более устойчиво, так как частично учитывает влияние скважины и других мешающих факторов (влажности и плотности среды, содержания высокобарных элементов и др.)

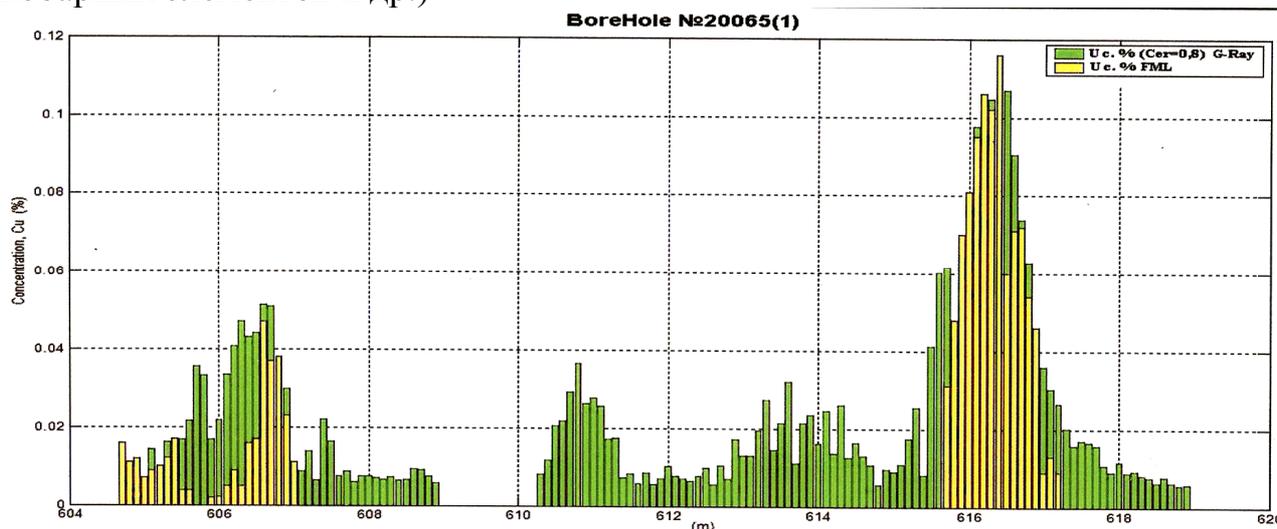


Рис. 7.6.2. Пример сопоставления данных гамма-каротажа (выделены зеленым цветом) и каротажа КНД (выделены желтым цветом), показывающий различия в ореолах распределения радия и урана в пределах скважины ПВ [7.6.13]

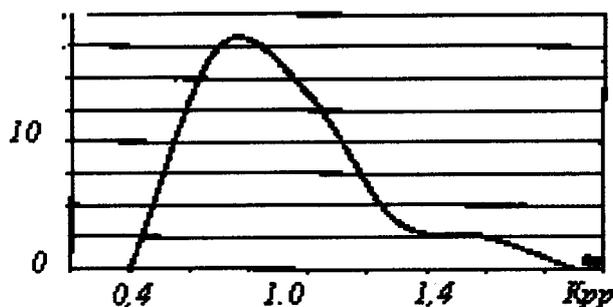


Рис. 7.6.3. Частотное распределение значений коэффициента радиоактивного равновесия (K_{pp}) по данным совместной обработки КНДМ и ГК на месторождениях урана гидрогенного типа

7.6.1. Геологические предпосылки для постановки метода КНДМ

По запасам наибольшими масштабами (до 100 тыс. т) характеризуются стратиформные месторождения урана. Содержания урана в них низкие (в среднем 0,06 %), но руды пригодны для подземного выщелачивания и дешевые. Наиболее распространены стратиформные инфильтрационные месторождения пластового окисления в песчаниках. Часто такие месторождения формируются в результате переотложения урана в открытых водопроницаемых пластах (рис. 7.6.4). По запасам урана первое место – у стран содружества СНГ (Россия,

Украина, Казахстан, Узбекистан), второе место – у Австралии, затем ЮАР, Бразилия, Канада, США.

На рис. 7.6.4 изображено геологическое строение переотложенной урановой залежи в проницаемых песчаниках.



Рис. 7.6.4. Геологическое строение ролла (переотложенной урановой залежи) в проницаемых песчаниках [17]

Большое значение имеют также экзогенные месторождения коры выветривания гидротермального происхождения в песчаниках (Уч-Кудук, Мынкудук, Меловое и др.).

7.6.2. Физические основы катоджа нейтронов деления

Традиционная регистрация гамма-излучения урановых руд чревата потенциальной опасностью в отношении несбалансированности урана с дочерними продуктами его распада. Проблема несбалансированности заключается в отсутствии радиоактивного равновесия между ураном и радием в уран-радиевом семействе радионуклидов.

На рис. 7.6.5 изображена цепочка распадов в уран-радиевом ряду радиоактивных элементов. По интенсивности гамма-излучения отдельные продукты сильно отличаются друг от друга. Основные гамма-излучатели в ряду уран-радий находятся в дочерних продуктах распада урана (98 %), образующихся после распада радия и радона (рис. 7.6.6). Поэтому для оценки содержания урана по гамма-излучению его дочерних продуктов необходимо точно знать K_{pp} между ураном и радием и коэффициент эманирования руды, который может достигать 10-15 %. При нарушении радиоактивного равновесия правильные определения содержания урана по гамма-излучению его дочерних продуктов распада невозможны.

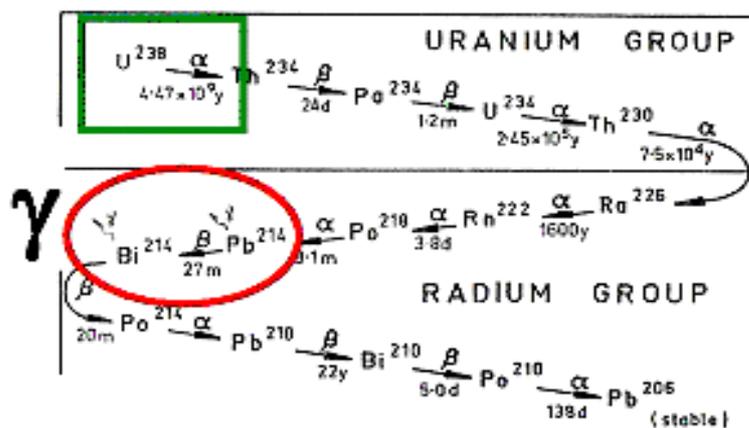


Рис. 7.6.5. Цепочка распадов в уран-радиевом ряду [17]

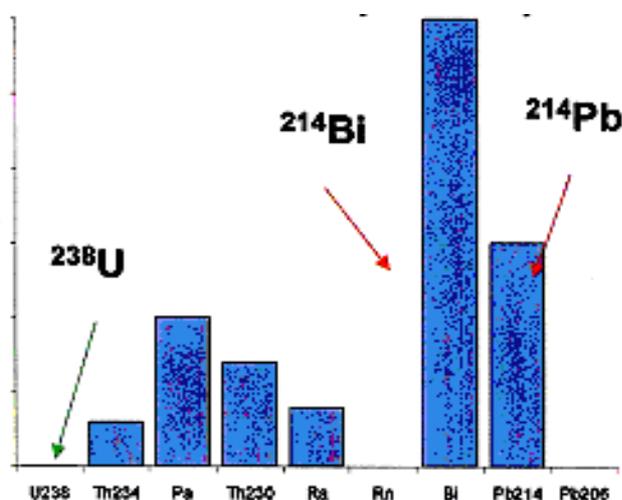


Рис. 7.6.6. Выход гамма-квантов от продуктов распада урана в уран-радиевом ряду [17]

Особенности разведки месторождений урановых руд по данным ГК

В передней части переотложенной песчаной залежи урана-238 не может быть радиоактивного равновесия между ураном и радием, особенно если это молодая залежь (см. рис. 7.6.4). Действительно, переотложенные урановые залежи являются слишком молодыми и дочерние продукты уран-радиевого ряда, испускающие гамма-кванты, не достигают равновесия с ядрами урана (7 периодов полураспада самого долгоживущего гамма-излучающего дочернего продукта равны 560 тыс. лет). За это время уран под влиянием подземных вод может переместиться далеко от его дочерних продуктов из-за химических процессов, возникающих при переносе его подземными водами. На рис. 7.6.7 видно, что гамма-картаж «пропускает» богатую урановую зону. Поэтому следует использовать прямые методы определения содержания урана в руде, например, картаж нейтронов деления (КНД).

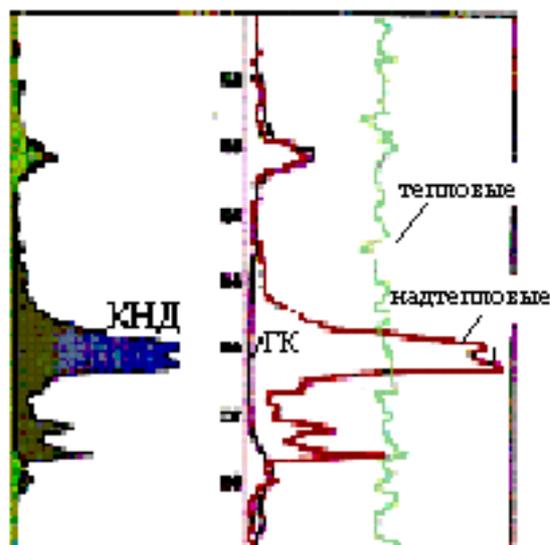


Рис. 7.6.7. Сопоставление результатов ГК и КНД на месторождении неравновесных урановых руд. Результаты каротажа нейтронов деления (красный цвет), каротажа тепловых нейтронов генератора (зеленый цвет) и гамма-каротажа (фиолетовый цвет) [17]

Геологический разрез фронта переотложенной песчаной залежи урановой руды приведен на рис. 7.6.4. Результаты гамма-каротажа для переотложенной песчаной залежи урана, изображенной на рис. 7.6.4, приведены на рис. 7.6.8.

Урановая рудная залежь, по данным ГК, практически пропущена. На рис. 7.6.9 та же залежь исследована методом КНД. Нетрудно увидеть, что прямой метод определения содержания урана, по данным КНД, позволяет уверенно выделить переотложенную песчаную залежь урановой руды.

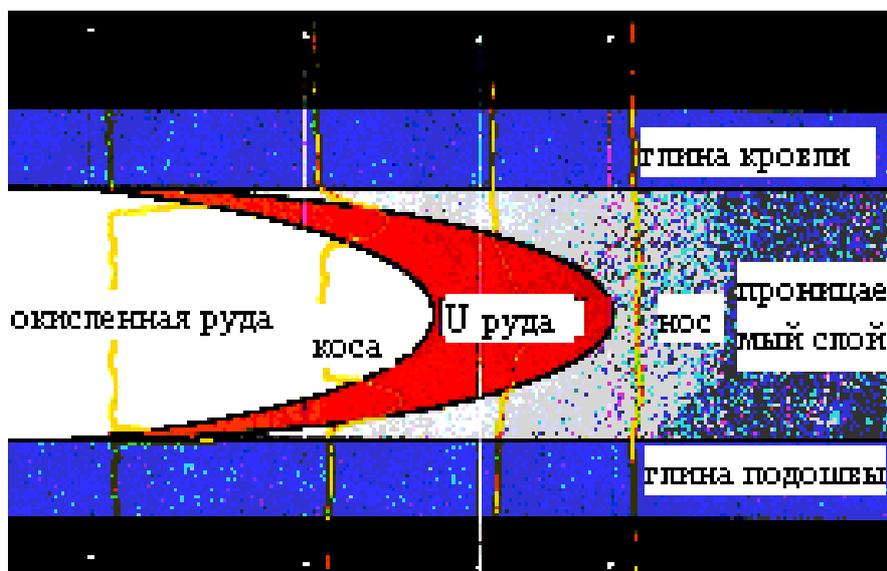


Рис. 7.6.8. Гамма-отклик для переотложенной песчаной залежи урановой руды: ГК – желтый цвет [17]

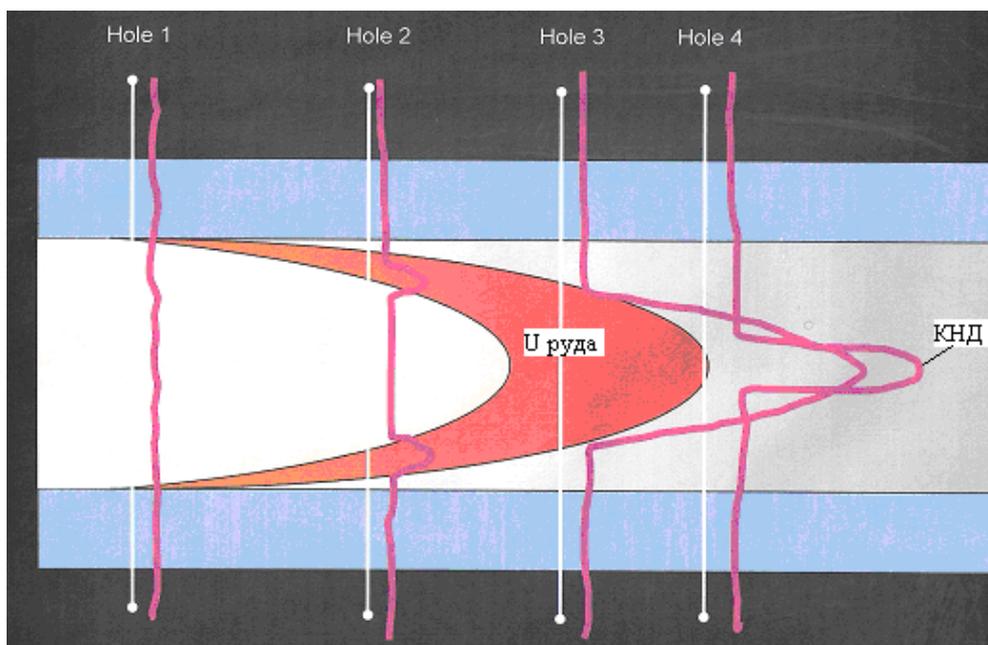


Рис. 7.6.9. КНД-отклик для переотложенной песчаной залежи урановой руды [17]

Сопоставление результатов гамма-каротажа и каротажа нейтронов деления позволяет оценить коэффициент радиоактивного равновесия (K_{pp}) урановых руд. Если $K_{pp} \leq 1$, то урановую залежь, по данным ГК, можно пропустить. На рис. 7.6.10 приведены результаты определения K_{pp} на переотложенной залежи урановой руды. Следует отметить отсутствие урана на глубине гамма-аномалии 35,8 м. Полученные результаты свидетельствуют о необходимости применения КНД для количественного определения содержания урана в среде.

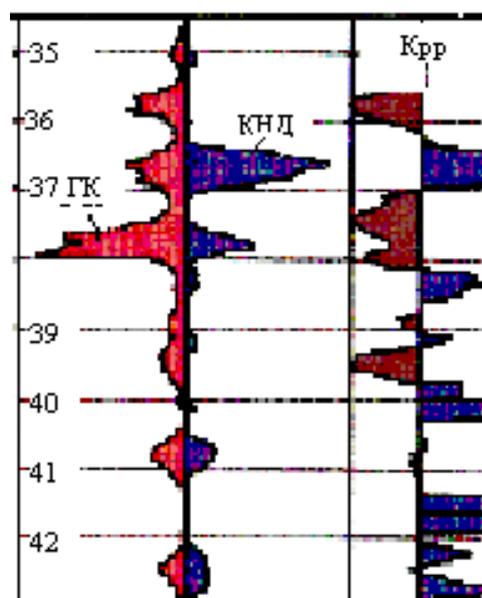


Рис. 7.6.10. Результаты совместных измерений ГК и КНД неравновесных урановых руд: $K_{pp} \leq 1$ (коричневый цвет), $K_{pp} \geq 1$ (синий цвет) [17]

7.6.3. Нестационарный перенос нейтронов деления

Оценку закономерностей пространственно-временного переноса индуцированного нейтронного излучения в размножающих природных средах с учетом влияния скважины можно получить расчетным методом [7].

При разведке и опробовании радиоактивных руд, по данным каротажа нейтронов деления, измерения обычно выполняются в импульсной модификации. При этом содержание урана определяется путем регистрации быстрых (надтепловых) нейтронов мгновенного деления ядер урана-235 тепловыми нейтронами импульсного источника первичного нейтронного излучения. Порог чувствительности каротажа надтепловых нейтронов мгновенного деления оценивается в 0,1 % урана при выходе нейтронов генератора $3,5 \cdot 10^7$ нейтрон/с.

Задача формулируется так же, как в случае импульсного нейтрон-нейтронного каротажа. Среда, содержащая ядра урана, активируется импульсным (D-T)-генератором быстрых первичных нейтронов мощностью Q нейтронов в секунду. Присутствующие в среде ядра урана под воздействием первичного нейтронного излучения делятся и создают вторичное нейтронное излучение, т. е. являются источниками нейтронов деления. Поток нейтронов деления, индуцированных импульсным источником первичных нейтронов, пропорционален содержанию урана. Требуется найти пространственно-временное распределение нейтронов деления в исследуемой среде.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , начало которой совместим с точкой расположения источника первичных нейтронов, а ось z – с осью скважины. При этом будем считать, что влиянием скважины можно пренебречь.

Разобьем множество всех энергий первичного нейтронного излучения на две энергетические группы. В первую объединим все быстрые нейтроны, а во вторую – тепловые первичные нейтроны. Методикой измерений предусматривается регистрация быстрых мгновенных нейтронов деления, которые можно объединить в третью энергетическую группу. Внутри каждой группы все нейтроны считаются моноэнергетическими, и им присваивается некоторая средняя для группы скорость их перемещения. Такое предположение позволяет для описания переноса нейтронов каждой группы использовать диффузионное уравнение с усредненными по энергии групповыми нейтронными параметрами среды.

С учетом сказанного нестационарный перенос первичного нейтронного излучения и мгновенных нейтронов деления определяется системой зацепленных дифференциальных уравнений диффузионного типа [7]:

$$\begin{aligned} D_1^0 \Delta \Phi_1(r, z, t) - \Sigma_{y1} \Phi_1(r, z, t) - \frac{\partial \Phi_1(r, z, t)}{v_1 \partial t} &= -Q \delta(t) \delta(r, z); \\ D_2^0 \Delta \Phi_2(r, z, t) - \Sigma_{y2} \Phi_2(r, z, t) - \frac{\partial \Phi_2(r, z, t)}{v_2 \partial t} &= -\Sigma_{y1} \Phi_1(r, z, t); \\ D_3^0 \Delta \Phi_3(r, z, t) - \Sigma_{y3} \Phi_3(r, z, t) - \frac{\partial \Phi_3(r, z, t)}{v_3 \partial t} &= -k_f \Sigma_{y2} \Phi_2(r, z, t) \end{aligned} \quad (7.6.1)$$

при соответствующих начальных и граничных условиях:

$$\Phi_j(r, z, t)_{t \rightarrow 0} = 0, \quad \Phi_j(r, z, t)_{r, z \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad j = 1, 2, 3, \quad (7.6.2)$$

где $\Phi_1(r, z, t)$ и $\Phi_2(r, z, t)$ – потоки быстрых и тепловых первичных нейтронов; $\Phi_3(r, z, t)$ – поток быстрых нейтронов деления; D_j^0, Σ_{yj} и v_j – соответственно коэффициент диффузии, макросечение увода и скорость перемещения нейтронов j -й группы ($j = 1, 2, 3$), причем макросечение увода тепловых нейтронов второй группы Σ_{y2} следует понимать как макросечение поглощения тепловых первичных нейтронов Σ_a ; $\delta(t)$ и $\delta(r, z)$ – дельта-функции Дирака по времени и пространству; k_f – коэффициент размножения нейтронов на ядрах урана-235; Δ – оператор Лапласа.

Каждое из дифференциальных уравнений (7.6.1) представляет собой уравнение баланса нейтронов j -й группы в единице объема среды. Правая часть каждого уравнения соответствует функции распределения источников излучения. В первой группе быстрых первичных нейтронов ($j = 1$) имеется свободный точечный источник быстрых нейтронов мощностью Q , который задается дельта-функцией. В остальных группах свободные источники отсутствуют. В группе тепловых первичных нейтронов ($j = 2$) источниками являются нейтроны, переходящие из первой группы быстрых первичных нейтронов ($j = 1$) в результате их замедления. В группе быстрых нейтронов деления ($j = 3$) источниками являются первичные тепловые нейтроны второй группы ($j = 2$), вызывающие деление ядер урана-235.

Коэффициент размножения нейтронов определяется как число быстрых нейтронов деления, появляющихся на каждый поглощенный тепловой нейтрон первичного нейтронного излучения. Коэффициент размножения нейтронов на ядрах урана-235 связан с массовым содержанием урана q соотношением $k_f = \Sigma_f q v / \Sigma_a$, где Σ_f – макросечение деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах в среде с единичным содержанием урана; v – выход нейтронов деления на акт деления ядра урана; Σ_a – макросечение поглощения первичных тепловых нейтронов в урансодержащей среде, см^{-1} . Дельта-функция по пространству в цилиндрической системе координат имеет вид: $\delta(r, z) = \delta(r) \delta(z) / 2\pi r$.

Перейдем в системе (7.6.1) от потока $\Phi(r, z, t)$ к плотности нейтронов $N(r, z, t)$, которая связана с потоком соотношением $N_j(r, z, t) = \Phi_j(r, z, t) / v_j$, где j – номер группы нейтронов; v_j – скорость нейтронов, $\text{см}/\text{с}$; $D_j = D_j^0 v_j$ – коэффициент диффузии нейтронов j -й группы, $\text{см}^2/\text{с}$. Затем применим к левой и правой частям третьего уравнения (7.6.1) дифференциальные операторы второго и первого уравнений и запишем уравнение переноса для нейтронов деления ($j = 3$) в виде:

$$\prod_{j=1}^3 (D_j \Delta - \Sigma_j - \frac{\partial}{\partial t}) N_3(r, z, t) = -k_f \Sigma_1 \Sigma_2 Q \delta(t) \delta(r, z), \quad (7.6.3)$$

где $\Sigma_j = \Sigma_{yj} v_j$ – обратное время жизни нейтронов j -й группы.

Решение уравнения (7.6.3) получаем применением преобразований Ханкеля по r , Фурье по z и Лапласа по t с последующим проведением обратных преобразо-

ваний. Перейдем в пространство изображений и решим поставленную задачу, используя соответствующие граничные условия. Затем выполним обратные преобразования в следующей последовательности: сначала обратное преобразование Фурье, затем Ханкеля и, наконец, Лапласа. В итоге получаем решение нестационарной задачи переноса нейтронов деления в интегральном виде:

$$N_3(r, z, t) = \frac{k_f Q \Sigma_1 \Sigma_2}{2\pi} \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{pt} dp \int_0^\infty J_0(\rho r) \rho d\rho \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikz} dk}{\prod_{j=1}^3 [D_j(k^2 + \rho^2) + \Sigma_j + p]}. \quad (7.6.4)$$

Начнем с интегрирования по k . С учетом симметрии распределения плотности нейтронов относительно начала координат функция $N_3(r, z, t)$ должна быть четной по z . Поэтому

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikz} dk}{D_1 D_2 D_3 \prod_{j=1}^3 (k^2 + \rho^2 + \beta_j)} = \frac{1}{\pi D_1 D_2 D_3} \int_0^{+\infty} \frac{\cos kz dk}{\prod_{j=1}^3 (k^2 + \rho^2 + \beta_j)}; \quad \text{где } \beta_j = (\Sigma_j + p) / D_j.$$

Заметим:

$$\frac{1}{\prod_{j=1}^3 (x + \beta_j)} = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{(x + \beta_k) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (\beta_j - \beta_k)}. \quad (7.6.5)$$

С учетом выражения (7.6.5), получим:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikz} dk}{\prod_{j=1}^3 [D_j(k^2 + \rho^2) + \Sigma_j + p]} = \frac{1}{2D_1 D_2 D_3} \sum_{k=1}^3 \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (\beta_j - \beta_k)} e^{-|z| \sqrt{\rho^2 + \beta_k}}. \quad (7.6.6)$$

Выполним теперь интегрирование по ρ :

$$\int_0^\infty \rho J_0(\rho r) \sum_{k=1}^3 \frac{e^{-|z| \sqrt{\rho^2 + \beta_k}}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (\beta_j - \beta_k) \sqrt{\rho^2 + \beta_k}} d\rho = \sum_{k=1}^3 \frac{e^{-\sqrt{\beta_k} \sqrt{r^2 + z^2}}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (\beta_j - \beta_k) \sqrt{r^2 + z^2}}.$$

При этом оригинал функции плотности нейтронов (7.6.4) принимает вид:

$$N_3(r, z, t) = \frac{k_f Q \Sigma_1 \Sigma_2}{4\pi D_1 D_2 D_3} \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \sum_{k=1}^3 \frac{e^{-\sqrt{\beta_k} \sqrt{r^2 + z^2}}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (\beta_j - \beta_k) \sqrt{r^2 + z^2}} e^{pt} d\rho, \quad (7.6.7)$$

где

$$\beta_i - \beta_k = \frac{(D_k - D_j)(p + \alpha_{jk})}{D_j D_k}; \quad \alpha_{jk} = \frac{\Sigma_j D_k - \Sigma_k D_j}{D_k - D_j}. \quad (7.6.8)$$

Согласно выражению (7.6.5):

$$\frac{1}{\prod_{j=1}^3 (x + \beta_j)} = \frac{D_k^2 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 D_j}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (D_k - D_j)(p + \alpha_{jk})} = \frac{D_k^2 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 D_j}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (D_k - D_j)} \sum_{k=1}^3 \frac{1}{(p + \alpha_{lk}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k, l}}^3 (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})}.$$

Поэтому

$$N_3(r, z, t) = \frac{k_f Q \Sigma_1 \Sigma_2}{8\pi D_1 D_2 D_3 \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^3 \frac{D_k^2 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 D_j}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (D_k - D_j)} \times$$

$$\times \sum_{l=1}^3 \frac{e^{\alpha_{lk} t}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k \neq l}}^3 (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})} \left[e^{-i \sqrt{\frac{r^2+z^2}{\alpha_k}} \cdot \sqrt{\alpha_{lk} - \Sigma_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} - i \sqrt{(\alpha_{lk} - \Sigma_k)t} \right) + \right. +$$

$$\left. + e^{-i \sqrt{\frac{r^2+z^2}{\alpha_k}} \cdot \sqrt{\alpha_{lk} - \Sigma_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} + i \sqrt{(\alpha_{lk} - \Sigma_k)t} \right) \right], \quad \text{где } \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt.$$

Для удобства обозначим $p + \Sigma_k = p_1$, тогда

$$\beta_k = p_1 / D_k, \quad p + \alpha_k = p_1 + \alpha_{lk} - \Sigma_k, \quad dp = dp_1.$$

После выполнения обратного преобразования Лапласа получим:

$$N_3(r, z, t) = \frac{k_f Q \Sigma_1 \Sigma_2}{8\pi D_1 D_2 D_3 \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^3 \frac{D_k^2 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 D_j}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (D_k - D_j)} \times$$

$$\times \sum_{l=1}^3 \frac{e^{\alpha_{lk} t}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k \neq l}}^3 (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})} \left[e^{-i \sqrt{\frac{r^2+z^2}{\alpha_k}} \cdot \sqrt{\alpha_{lk} - \Sigma_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} - i \sqrt{(\alpha_{lk} - \Sigma_k)t} \right) + \right. +$$

$$\left. + e^{-i \sqrt{\frac{r^2+z^2}{\alpha_k}} \cdot \sqrt{\alpha_{lk} - \Sigma_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} + i \sqrt{(\alpha_{lk} - \Sigma_k)t} \right) \right], \quad \text{где } \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt. \quad (7.6.9)$$

Окончательное решение задачи пространственно-временного распределения быстрых мгновенных нейтронов деления (МНДК) принимает вид:

$$N_3(r, z, t) = \frac{k_f Q \Sigma_1 \Sigma_2}{4\pi D_1 D_2 D_3 \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^3 \frac{D_k^2 \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 D_j}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 (D_k - D_j)} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^3 \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k, l}}^3 (\alpha_{jk} - \alpha_{lk})} \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{e^{-\sqrt{\beta_k(r^2+z^2)} p}}{p + \alpha_{lk}} e^{pt} dp.$$

Наконец, с учетом выражения (7.6.8) получим окончательное решение задачи пространственно-временного распределения быстрых мгновенных нейтронов деления для каротажа (МНДК):

$$\begin{aligned}
N_3(r, z, t) = & \frac{k_f Q \Sigma_1 \Sigma_2}{8\pi \sqrt{r^2 + z^2}} \sum_{k=1}^3 \frac{1}{\Sigma_k (D_m - D_l) + \Sigma_l (D_k - D_m) + \Sigma_m (D_l - D_k)} \times \\
& \times \left\{ -e^{-\alpha_{lk} t} \left[e^{-i\sqrt{r^2+z^2}} - \sqrt{\frac{\alpha_{lk} - \Sigma_k}{D_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} - i\sqrt{(\alpha_{lk} - \Sigma_k)t} \right) + \right. \right. \\
& + e^{+i\sqrt{r^2+z^2}} \left. \sqrt{\frac{\alpha_{lk} - \Sigma_k}{D_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} + i\sqrt{(\alpha_{lk} - \Sigma_k)t} \right) \right] + \\
& + e^{-\alpha_{mk} t} \left[e^{-i\sqrt{r^2+z^2}} - \sqrt{\frac{\alpha_{mk} - \Sigma_k}{D_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} - i\sqrt{(\alpha_{mk} - \Sigma_k)t} \right) \right] + \\
& + e^{+i\sqrt{r^2+z^2}} \left. \sqrt{\frac{\alpha_{mk} - \Sigma_k}{D_k}} \Phi \left(\sqrt{\frac{r^2+z^2}{4D_k t}} + i\sqrt{(\alpha_{mk} - \Sigma_k)t} \right) \right] \}.
\end{aligned} \tag{7.6.10}$$

Результаты численного расчета временного распределения потоков быстрых и тепловых первичных нейтронов импульсного генератора и быстрых мгновенных нейтронов деления (МНДК) приведены на рис. 7.6.11.

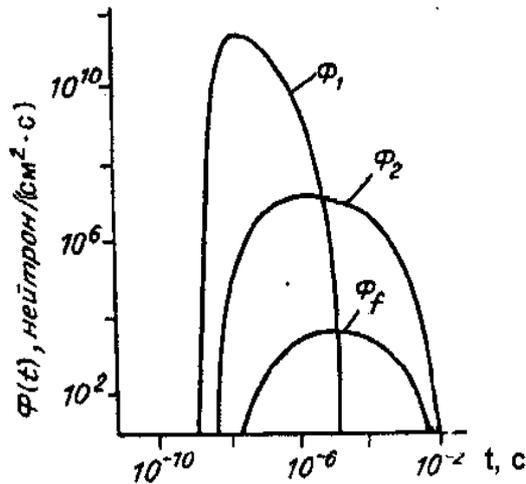


Рис. 7.6.11. Временное распределение потоков быстрых Φ_1 и тепловых Φ_2 первичных нейтронов генератора и быстрых нейтронов деления Φ_f в силикатной среде, содержащей 0,01 % урана, на расстоянии 10 см от импульсного генератора первичных нейтронов:

Φ_1 – поток быстрых первичных нейтронов генератора; Φ_2 – поток тепловых первичных нейтронов генератора; Φ_f – поток быстрых мгновенных нейтронов деления (МНДК)

Из рисунка видно, что быстрые первичные нейтроны появляются через 10 нс и вымирают через 10 мкс после окончания импульса генератора нейтронов. Первичные тепловые нейтроны живут на 3 порядка дольше. Тепловые нейтроны появляются несколько позже быстрых и вымирают через 5-10 мс после окончания импульса генератора нейтронов. Поток мгновенных нейтронов деления появляется в среде несколько позже потоков быстрых и тепловых первичных нейтронов, примерно через 10^{-8} с после окончания импульса нейтронов генератора. Живут нейтроны деления несколько меньше первичных тепловых нейтронов и вымирают через 3 мс после окончания импульса нейтронов генератора.

7.6.4. Аппаратура КНД

Зарубежная аппаратура КНД [17]

Особенность каротажных приборов КНД заключается в том, что кроме традиционного сцинтилляционного счетчика гамма-квантов прибор содержит дейтерий-третиевый излучатель нейтронов с энергией 14,1 МэВ (нейтронную трубку, рис. 7.6.12) и детектор надтепловых нейтронов деления ядер урана-235.

В качестве регистрируемого параметра в методе КНД выбирают отношение надтепловых нейтронов деления к тепловым нейтронам генератора, которые играют роль монитора.



Рис. 7.6.12. Нейтронная трубка

В нейтронной трубке ядра дейтерия разгоняются под действием напряжения 120 кВ и атакуют третиевую мишень. По реакции ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^3 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_0n^1$ в третиевой мишени возникает гелий и быстро движущийся нейтрон с энергией 14,1 мэВ. Если в горной породе присутствуют ядра урана-235, то в результате их деления появляются мгновенные надтепловые нейтроны деления с энергией 2 мэВ.

Так как на урановых месторождениях уран-235 является единственным изотопом, делящимся на тепловых нейтронах, то отношение потока надтепловых нейтронов деления к тепловым нейтронам генератора будет пропорционально концентрации урана-235. В результате метод КНД является методом прямого определения содержания урана-235 в горных породах. В дальнейшем, поскольку отношение весового содержания урана-235 к содержанию урана-238 постоянно (711/99284), можно определить содержание закиси-окиси урана в среде U_3O_8 и изотопный состав (сортность) урановых руд.

Нейтроны генератора с энергией 14 МэВ в результате столкновения с ядрами горных пород замедляются до тепловой энергии. Тепловые нейтроны генератора сталкиваются с ядрами урана-235, вызывая их деление (рис. 7.6.13). В результате деления возникают надтепловые нейтроны деления (2 МэВ). Технология КНД заключается в измерении отношения потока надтепловых (быстрых) нейтронов деления к потоку тепловых нейтронов генератора.

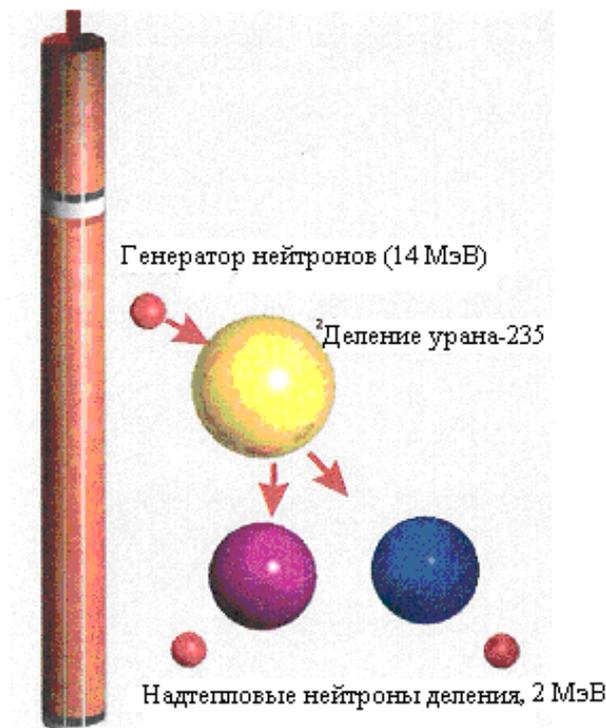


Рис. 7.6.13. Вид скважинного генератора нейтронов (14 мэВ) мощностью 10^8 нейтрон/с [17]

Для перехода от потока нейтронов деления к содержанию урана в среде необходимо знать величину пересчетного коэффициента от величины потока к содержанию урана в среде. Для этого прибор необходимо проградуировать на моделях рудных тел с известным содержанием урана. На рис. 7.6.14 приведены результаты градуировки аппаратуры КНД.

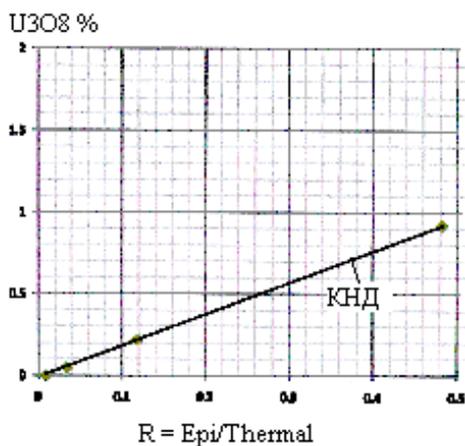


Рис. 7.6.14. Градуировка аппаратуры КНД

Пересчетный коэффициент от потока нейтронов деления к содержанию урана в среде зависит от влияния ближней зоны (диаметра скважины и флюида, заполняющего скважину). На рис. 7.6.15 приведена поправка за влияние скважины, заполненной водой.

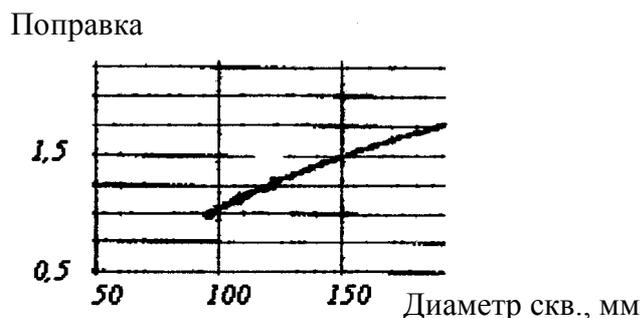


Рис. 7.6.15. Введение поправки за влияние скважины в результаты КНД

Сухая скважина уменьшает поправочный коэффициент, но трудно определить наличие каверн. С повышением минерализации воды поправочный коэффициент для обводненной скважины возрастает. При более высокой пористости поправочный коэффициент растет аналогично коэффициенту для обводненной скважины.

Отечественная аппаратура КНД

Современным вариантом однозондовой аппаратуры КНД является аппаратура АИНК-60 [7.6.12]. Использование современных генераторов нейтронов позволило значительно снизить статистические погрешности измерений, однако оставался нерешенным вопрос об учете при интерпретации влажности рудных интервалов. Поправки за влажность принимались общими по месторождению и вносились на основании априорных полученных данных по монолитам керна. В случае достаточно больших вариаций влажности по продуктивным интервалам такой подход приводил к возникновению неконтролируемых погрешностей. Согласно методике интерпретации КНДМ с прибором АИНК-60, коэффициент вариации при определении влажности не должен превышать $\pm 10\%$. Пример возникновения погрешностей из-за недоучета этого фактора приведен на рис. 7.6.16.

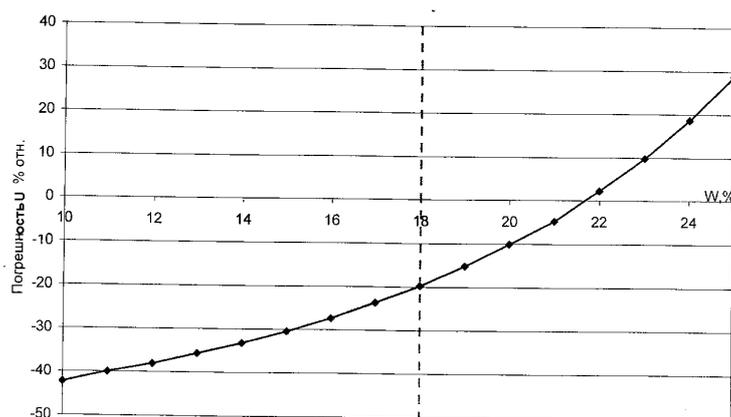


Рис. 7.6.16. Ошибки в интерпретации данных КНДМ (АИНК-60) при различных значениях априорно заданной влажности [7.6.11]

В скважинах гидрогенных месторождение урана, которые обрабатываются методом подземного выщелачивания (ПВ), влажность изменяется в широ-

ких пределах. Из рис. 7.6.16 видно, что погрешность может достигать большой величины и не контролируется. Поэтому группой сотрудников ОАО НПП «ВНИИГИС» (г. Октябрьский) совместно с ИИиСМС УГГУ (г. Екатеринбург) под руководством проф. А. Г. Талалая был разработан двухзондовый вариант метода КНДМ [7.6.14, 7.6.15], учитывающий изменение влажности урановых залежей по данным ИННК-Т (рис. 7.6.17).



Рис. 7.6.17. Блок-схема скважинного прибора аппаратуры КНДМ (двухзондовый стандарт) [7.6.14]

К концу 2002 года была создана программа комплексной интерпретации данных КНДМ. В основу программного обеспечения положены интерпретационные зависимости для методов КНДМ и ИННК-Т. Эти зависимости получены в ходе математического моделирования скважинного прибора КНД-48, выполненного доктором физико-математических наук, проф. А. Л. Поляченко.

За счет использования дополнительного зонда появилась возможность определения влажности и глинистости урансодержащих горных пород. Исходя из предположения о том, что плотность глинистых минералов равна плотности скелета горной породы, можно оценить открытую пористость. Зависимость открытой пористости от времени жизни тепловых нейтронов τ , мкс, изображена на рис. 7.6.18.

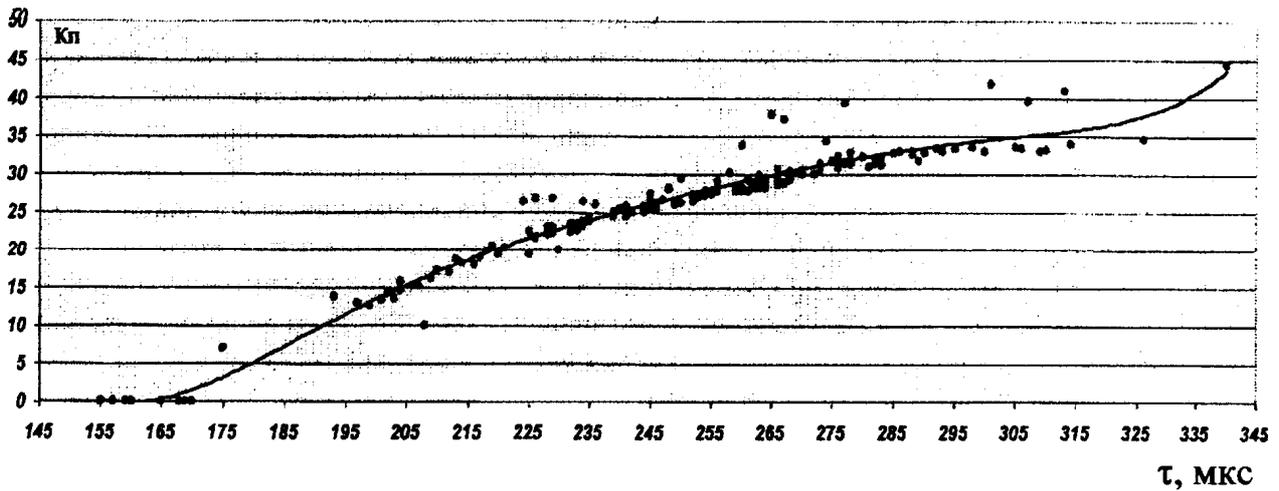


Рис. 7.6.18. Экспериментальная зависимость открытой пористости $k_{п}$, % от времени жизни тепловых нейтронов τ , мкс, по данным ИННК-Т [7.6.11]

Разработанный программно-аппаратурный комплекс КНДМ, реализующий двухзондовую методику измерений параметров уранового оруденения, позволяет за одну операцию спуска-подъема получить следующие данные: при проходе снаряда к забою скважины осуществляется гамма-каротаж со скоростью до 600 м/ч, по которому выделяется рудный интервал; при обратном ходе проводится КНД каротаж со скоростью до 50 м/ч, по результатам которого определяются массовая доля природного урана (0,05 - 0,5 %); массовая доля радия (в эквиваленте урана); проницаемость, влажность, пористость, глинистость с погрешностью определения, не превышающей погрешности их определения геологическими методами (рис. 7.6.19).

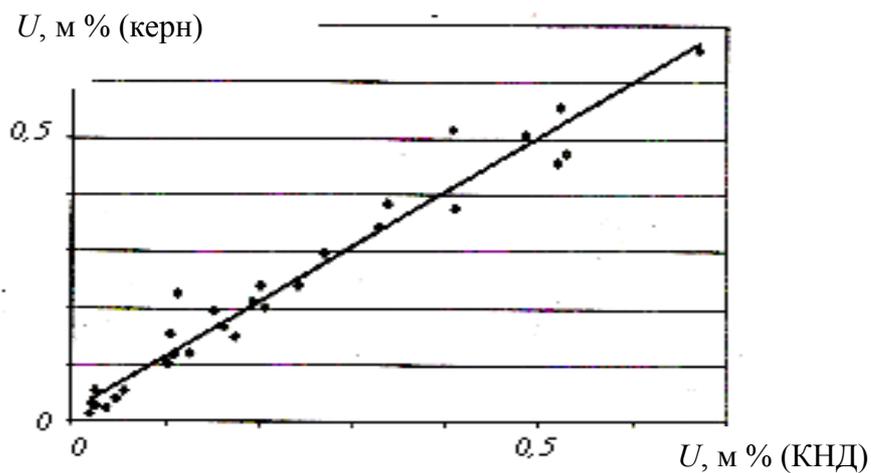


Рис. 7.6.19. Сопоставление результатов интерпретации КНДМ (с учетом влажности) с результатами исследований керна по продуктивным интервалам (месторождение Буденновское) [7.6.11]

7.6.5. Методические особенности картожа мгновенных нейтронов деления (КНДМ)

Логарифмический масштаб времени, использованный для изображения результатов расчета на рис. 7.6.11, не удобен для детального анализа временно-го режима измерений мгновенных нейтронов деления. На рис. 7.6.20 изображены результаты расчета временного распределения потоков быстрых и тепловых первичных нейтронов генератора и быстрых нейтронов деления в силикатной среде, содержащей 1 % урана на расстоянии 10 см от импульсного генератора первичных нейтронов.

Кроме мгновенных нейтронов деления Φ_m на рисунке показан поток запаздывающих нейтронов деления Φ_3 , которые образуются в результате реакции деления ядер урана-238 на быстрых нейтронах и урана-235 на тепловых нейтронах. Запаздывающие нейтроны деления регистрируют после полного вымирания первичных быстрых и тепловых нейтронов генератора через 5-10 мс после окончания импульса первичных нейтронов.

Из рис. 7.6.20 видно, что после вымирания потока быстрых первичных нейтронов в среде, не содержащей урана, остаются только тепловые нейтроны генератора. В среде, содержащей 1 % урана, кроме того, присутствуют быстрые нейтроны мгновенного деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах Φ_m , которые вымирают через 3 мс после окончания импульса нейтронов генератора. Через 5 мс после окончания импульса нейтронов генератора в урансодержащей среде остаются только запаздывающие нейтроны деления Φ_3 .

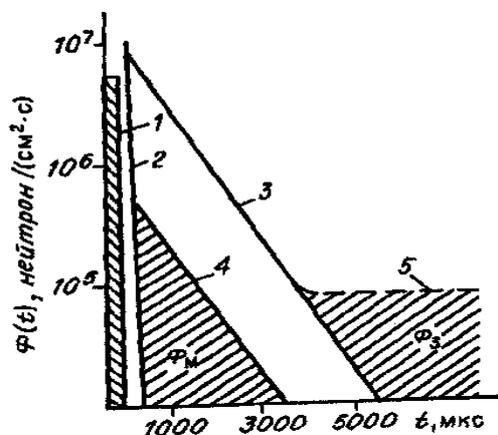


Рис. 7.6.20. Временное распределение потоков первичного нейтронного излучения и нейтронов деления в силикатной среде, содержащей 1 % урана, на расстоянии 10 см от источника нейтронов [7]:

- 1 — импульс первичных нейтронов генератора; 2 — поток быстрых нейтронов генератора; 3 — поток тепловых нейтронов генератора; 4 — поток нейтронов мгновенного деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах генератора; 5 — поток запаздывающих нейтронов деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах и урана-238 на быстрых нейтронах генератора

Результаты численного расчета временного распределения потоков первичного нейтронного излучения и нейтронов деления сопоставлены с данными экспериментальных измерений на моделях урансодержащих горных пород, выполненных во французском центре ядерных исследований в Сеи-Сакли.

Для эксперимента использовался бетонный блок размером $70 \times 70 \times 70$ см, содержащий уран. В качестве детектора использовался гелиевый счетчик тепловых нейтронов. Для регистрации быстрых (надтепловых) нейтронов применялся тот же детектор, экранированный кадмиевой фольгой толщиной 1 мм.

На рис. 7.6.21 изображены результаты экспериментальных измерений потока быстрых и тепловых нейтронов в моделях сред, не содержащих урана и содержащих 1 % урана. При отсутствии урана в среде быстрые нейтроны генератора вымирают через 700-800 мкс после окончания импульса, а тепловые – через 2,5-3,0 мс. В модели урансодержащей среды возникают быстрые нейтроны мгновенного деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах N_m , которые вымирают через 2000 мкс после окончания импульса первичных нейтронов генератора. После вымирания тепловых нейтронов генератора в среде остаются тепловые запаздывающие нейтроны деления ядер урана-238 на быстрых нейтронах N_2 и урана-235 на тепловых нейтронах N_3 . С учетом сказанного для измерений мгновенных нейтронов деления оптимальным является интервал времени от 800 до 2000 мкс шириной 1200 мкс после задержки $\Delta t_{мнд} = 800$ мкс. Запаздывающие нейтроны деления целесообразно измерять после задержки $\Delta t_{знд} = 2500$ мкс.

Сопоставление результатов эксперимента (см. рис. 7.6.21) с расчетными данными (см. рис. 7.6.20) свидетельствует о хорошем согласии расчета и эксперимента. Это позволяет в дальнейшем использовать расчетные данные для выбора временных режимов измерений при каротаже нейтронов деления. Результаты эксперимента подтверждают достоверность теоретических результатов и позволяют в ряде случаев рекомендовать замену громоздкого и дорогого моделирования быстрым и дешевым расчетом.

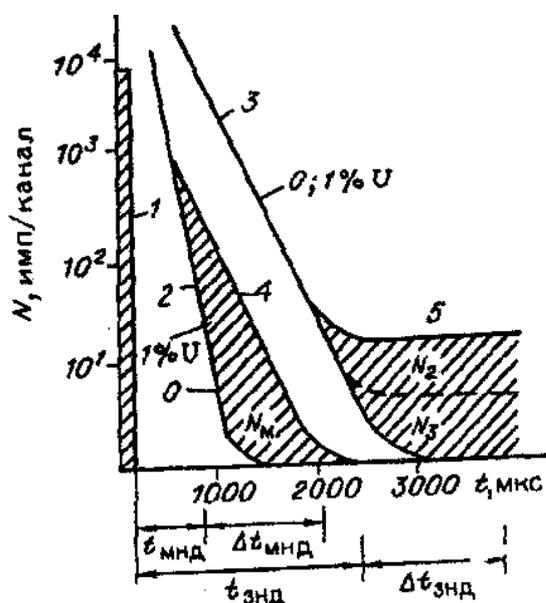


Рис. 7.6.21. Экспериментальное временное распределение нейтронов в урансодержащей среде [7]:

1 – импульс первичных нейтронов; 2 – быстрые первичные нейтроны; 3 – тепловые первичные нейтроны; 4 – мгновенные нейтроны деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах; 5 – запаздывающие нейтроны деления ядер урана-238 на быстрых нейтронах (N_2) и урана-235 на тепловых нейтронах (N_3)

7.6.6. Пересчетный коэффициент для методов КНД

Под пересчетным коэффициентом понимается скорость счета нейтронов деления N , имп/мин, скважинным прибором аппаратуры КНД, возникающая при содержании урана в среде, равном 0,01 %. Скорость счета аппаратуры прямо пропорциональна потоку нейтронов деления Φ , нейтрон/см²с, в районе расположения детектора быстрых нейтронов деления в методе КНДМ и запаздывающих тепловых нейтронов деления в методе КНДЗ. Скорость счета нейтронов деления N , имп/мин (аппаратурный параметр), отличается от потока нейтронов деления Φ , нейтрон/см²с (физический параметр), только постоянным множителем $N = A\Phi$, где A – коэффициент пропорциональности, имп/мин на нейтрон/см²с. Для перехода от физического к аппаратурному параметру необходимо и достаточно выполнить замер на одной из рудных урансодержащих моделей уранового месторождения.

С учетом сказанного значения величины пересчетного коэффициента будем представлять в физических единицах потока нейтронов деления Φ , нейтрон/см²с. Для перехода к аппаратурному параметру достаточно умножить физический параметр на чувствительность аппаратуры к потоку нейтронов деления A , имп/мин на нейтрон/см²с. Величину пересчетного коэффициента для конкретного уранового месторождения можно найти расчетным методом.

Численный расчет пересчетного коэффициента выполнен для скважин подземного выщелачивания (ПВ) месторождения Мынкудук. Типичный состав руд Мынкудука: трехфазная кремнезем-глинозем-окисная часть песков – 62,25 %, трехфазная кремнезем-глинозем-окисная часть глинистого цемента – 15 % и водный наполнитель пор – 22,75 %.

В методе КНДМ для численного расчета пересчетного коэффициента k_{Π} необходимо знать коэффициент размножения быстрых нейтронов деления ядер урана-235 на тепловых первичных нейтронах генератора k_f . Ядра урана содержатся только в скелете продуктивного пласта. Поэтому коэффициент размножения будет уменьшаться с увеличением водонасыщенности пласта ω из-за поглощения быстрых нейтронов деления ядрами водорода. Для подсчета коэффициента размножения k_f содержание урана в среде принимается 0,01 %.

Для расчета коэффициента размножения использовано выражение $k_f = 2,47 \cdot \Sigma_f(1 - \omega) / \Sigma_2$, где Σ_f – макроскопическое сечение реакции деления ядер урана-235 под действием тепловых нейтронов; Σ_2 – макроскопическое сечение поглощения тепловых нейтронов генератора в среде данного состава.

Расчеты пересчетного коэффициента k_{Π} от потока нейтронов деления, н/см²с, к содержанию урана выполнены для стандартных условий каротажа: зонда длиной 30 см и мощности источника нейтронов $Q = 2 \cdot 10^8$ н/с. Результаты численного расчета пересчетного коэффициента в рудах типичного состава для зонда, расположенного на оси скважины, на стенке и в промежуточном положении между осью и стенкой скважины в зависимости от толщины слоя воды в скважине приведены на рис. 7.6.22. Значения пересчетного коэффициента представлены в физических единицах потока нейтронов деления Φ , н/см²с.

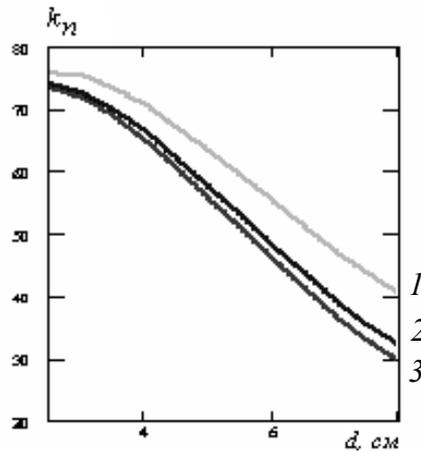


Рис. 7.6.22. Зависимость пересчетного коэффициента для нейтронов деления k_n в скважине для типичного зонда, расположенного на оси скважины, на стенке и в промежуточном положении между осью и стенкой скважины от толщины слоя воды в скважине d , см: длина зонда $z = 30$ см; на оси скважины (1); промежуточное положение (2); на стенке скважины (3)

Из рисунка 7.6.22 видно, что по мере приближения скважинного прибора к стенке скважины пересчетный коэффициент увеличивается. Это объясняется приближением скважинного прибора к стенке скважины, содержащей источник нейтронов деления (ядра урана).

Результаты численного расчета пересчетного коэффициента в зависимости от длины зонда z , см приведены на рис. 7.6.23. Расчеты выполнены для типичной руды и зонда на стенке скважины при содержании глинистого цемента $p = 15\%$, для толщины слоя бурового раствора в скважине 4,5 см, при различной влажности руды $\omega\%$.

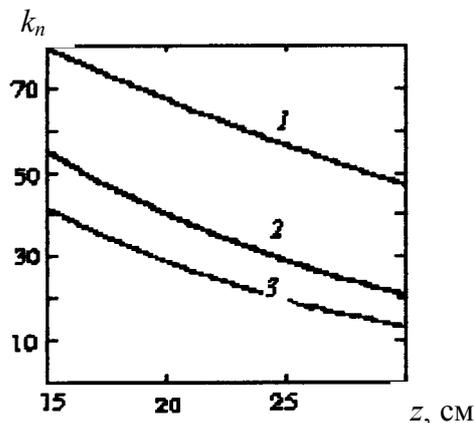


Рис. 7.6.23. Зависимость пересчетного коэффициента k_n в единицах потока нейтронов деления на стенке скважины для типичной руды с содержанием глинистого цемента $p = 15\%$, для типичной толщины слоя бурового раствора в скважине $d = 4,5$ см, при различной влажности руды (водонасыщенной пористости $\omega, \%$), от длины зонда $z = \text{var}$ ($15 \text{ см} < z < 30 \text{ см}$):
 1 – $\omega = 0\%$; 2 – $\omega = 20\%$; 3 – $\omega = 30\%$

Оценка влияния водонасыщенной пористости на коэффициент пересчета в методе КНДМ в ураноносных рудных песчаниках выполнена расчетным ме-

тодом. Результаты расчета для руды типичного состава в зависимости от толщины слоя воды в скважине d , см, приведены на рис. 7.6.24.

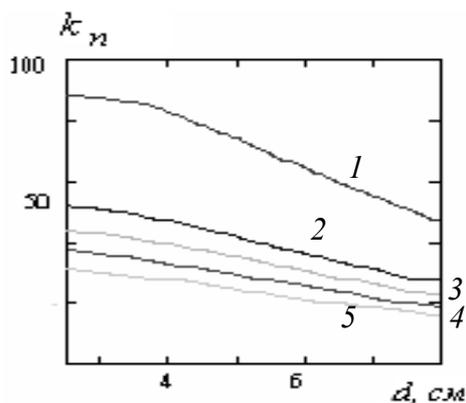


Рис. 7.6.24. Зависимость пересчетного коэффициента k_n от толщины слоя воды в скважине d , см: длина зонда $z = 30$ см; $\omega = 0\%$ (1); $\omega = 20\%$ (2); $\omega = 25\%$ (3); $\omega = 30\%$ (4); $\omega = 35\%$ (5)

Оценка влияния глинистости на параметры переноса нейтронов деления в ураноносных рудных песчаниках также получена расчетным методом.

Водно-физические свойства ураноносных горизонтов изменяются в широких пределах. Для проницаемых песчаников среднее содержание глинистых частиц $p = 15\%$. Для слабопроницаемых пород $p = 33\%$. Для непроницаемых пород (глинистые алевриты и алевритистые глины) содержание глинисто-алевритовых частиц поднимается до 90% . При этом средняя естественная влажность среды $\omega = 15\%$.

Результаты численного расчета пересчетного коэффициента в зависимости от глинистости руды p , %, приведены на рис. 7.6.25. Расчет выполнен для слоя бурового раствора между стенками скважины и прибора $4,5$ см.

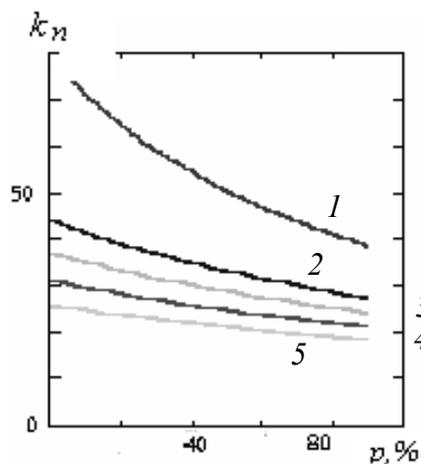


Рис. 7.6.25. Зависимость пересчетного коэффициента k_n от глинистости руды p %: длина зонда $z = 30$ см; $\omega = 0\%$ (1); $\omega = 20\%$ (2); $\omega = 25\%$ (3); $\omega = 30\%$ (4); $\omega = 35\%$ (5)

Аналогичные расчеты выполнены для обсаженных скважин. Установленные зависимости от длины зонда, водонасыщенной пористости и глинистости в обсаженных скважинах сохраняются.

7.6.7. Прямая задача КНД

Однородная бесконечная урансодержащая среда

Для правильного истолкования результатов КНД необходимо знать количественные закономерности переноса индуцированного нейтронного излучения в урансодержащих природных средах с учетом влияния скважины, геологических условий залегания рудных тел и геометрии измерений. Особенно важно оценить влияние промежуточной зоны между стенкой скважины и скважинным прибором. Эта зона оказывает наибольшее влияние на результаты каротажа. Оценить влияние этих факторов можно расчетным методом. При расчете предполагалось, что продуктивный пласт содержит ядра урана, которые под действием первичных нейтронов ($D-T$)-генератора делятся и испускают быстрые нейтроны деления.

Закономерности переноса первичных нейтронов генератора

Для оценки пространственного распределения мгновенных нейтронов деления, индуцированных точечным источником быстрых первичных нейтронов генератора в однородной бесконечной среде с равномерным оруденением, необходимо знать закономерности переноса первичных нейтронов генератора, которые являются источниками для вторичных нейтронов деления ядер урана.

Закономерности переноса первичных нейтронов генератора в однородной бесконечной среде исследованы расчетным методом. Для этого использовано многогрупповое диффузионное приближение теории переноса первичных нейтронов.

В бесконечной однородной среде пространственное распределение n -й группы первичных нейтронов генератора имеет вид (7.1.137):

$$\Phi_n(r, z) = \frac{Q \prod_{i=1}^n \chi_i^2}{4\pi \Sigma_{yn}} \sum_{m=1}^n \frac{e^{-\chi_m \sqrt{r^2+z^2}}}{\prod_{i=1, i \neq m}^n (\chi_i^2 - \chi_m^2) \sqrt{r^2+z^2}}.$$

Объединим все быстрые первичные нейтроны генератора в одну группу, предполагая, что перенос их характеризуется некоторой средней для группы скоростью. Тепловые первичные нейтроны генератора объединим во вторую группу. В методе КНДМ эта группа является источниками для быстрых мгновенных нейтронов деления ядер урана-235 в урансодержащих горных породах.

При $n = 2$ пространственное распределение потока тепловых первичных нейтронов генератора имеет вид:

$$\Phi_2(r, z) = \frac{Q \chi_2^2 \chi_1^2}{4\pi \Sigma_{y2} \sqrt{r^2+z^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2+z^2}}}{(\chi_2^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2 \sqrt{r^2+z^2}}}{(\chi_1^2 - \chi_2^2)} \right].$$

В средах с повышенным водородосодержанием изменение энергии нейтронов в процессе переноса происходит скачкообразно ввиду их столкновений с ядрами водорода. В этом случае результаты, хорошо совпадающие с данными эксперимента, могут быть получены путем использования при расчете метода групп, который предполагает скачкообразный переход нейтронов из одной энергетической группы в другую.

Закономерности переноса нейтронов деления

Задача о пространственном распределении нейтронов деления в однородной бесконечной размножающей среде с повышенным водородосодержанием формулируется следующим образом. Точечный источник быстрых первичных нейтронов активностью Q нейтрон/с помещен в скважину, которая пересекает однородную бесконечную урансодержащую среду с повышенной водонасыщенной пористостью. Первичные нейтроны вызывают реакцию деления ядер урана, которая сопровождается появлением быстрых мгновенных нейтронов деления. В скважине на некотором расстоянии от источника первичных нейтронов помещен детектор нейтронов деления. Требуется найти поток нейтронов деления в точке расположения детектора нейтронов.

Разобьем множество всех энергий первичных нейтронов на i энергетических групп, а нейтронов деления на j энергетических групп. Будем считать, что каждый нейтрон попадает только в одну группу и свойства нейтронов, объединенных в группу, одинаковы. Нейтронам, принадлежащим одной группе, присваивается средняя для группы энергия. Такое предположение позволяет для описания переноса нейтронов каждой группы использовать уравнение диффузии, в котором макроскопическое сечение увода и коэффициент диффузии усреднены по энергии нейтронов данной группы. Для скважинных условий измерения удобно использовать цилиндрическую систему координат (r, z, φ) . Начало координат совместим с точкой расположения источника первичных нейтронов, а ось z направим вдоль оси скважины.

Миграция нейтронов деления в j -групповом диффузионном приближении определяется уравнением диффузии

$$\prod_{n=1}^j (v_n^2 - \Delta) \Phi_{ij}(r, z) = \frac{1}{\Sigma_{fi}} \prod_{n=1}^i v_n^2 A_i(r, z), \quad (7.6.11)$$

где $\Phi_{ij}(r, z)$ – поток индуцированных нейтронов деления в j -групповом диффузионном приближении; Σ_{fi} – макроскопическое сечение увода индуцированных нейтронов j -й группы; Δ – оператор Лапласа; v_n – обратная длина диффузии n -й группы индуцированных нейтронов; n – номер группы индуцированных нейтронов, $n = 1, 2, 3, \dots, j$; $A_i(r, z)$ – объемная активность источников нейтронов деления, определяемая выражением: $A_i(r, z) = k_f \Phi_i(r, z) \Sigma_{yi}$, где $\Phi_i(r, z)$ – i -групповое диффузионное приближение потока первичных тепловых нейтронов точечного источника, которое имеет вид [7.1.137]:

$$\Phi_i(r, z) = \frac{Q \prod_{m=1}^i \chi_m^2}{4\pi \Sigma_{yi}} \sum_{m=1}^n \frac{e^{-\chi_m \sqrt{a^2 + z^2}}}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) \sqrt{r^2 + z^2}}, \quad (7.6.12)$$

где k_f – коэффициент размножения индуцированных нейтронов, который подсчитывается по формуле $k_f = \Sigma_f v / \Sigma_{yi}$; Σ_f – макроскопическое сечение деления ядер урана; Σ_{yi} – полное сечение поглощения первичных нейтронов i -й группы;

ν – среднее число индуцированных нейтронов деления, вылетающих при каждом акте деления.

Макроскопическое сечение деления Σ_f пропорционально массовому содержанию урана q и связано с ним соотношением $\Sigma_f = q\rho\nu A_0\sigma_f / A$, где ρ – плотность радиоактивного вещества; q – относительное содержание актиноурана в природной смеси изотопов урана; A_0 – число Авогадро; σ_f – микроскопическое поперечное сечение деления; A – атомная масса вещества.

Таким образом, макросечение деления Σ_f и постоянная размножения k_f несут информацию о содержании урана и, следовательно, могут быть использованы при решении обратной задачи каротажа нейтронов деления.

Миграция тепловых нейтронов генератора $\Phi_i(r, z)$ подчиняется уравнению диффузии, которое для i -группового диффузионного приближения можно переписать в виде:

$$\prod_{m=1}^i (v_m^2 - \Delta) \Phi_i(r, z) = (-1)^i \frac{Q}{\Sigma_{yi}} \prod_{m=1}^i \chi_m^2 \delta(r, z), \quad (7.6.13)$$

где χ_m^2 – квадрат обратной длины диффузии для m -й группы нейтронов генератора; $\delta(r, z) = \frac{\delta(r)\delta(z)}{2\pi r}$ – дельта-функция Дирака по пространству.

Применяя к левой и правой частям уравнения (7.6.11) дифференциальный оператор уравнения (7.6.13), получим:

$$\prod_{m=1}^i (v_m^2 - \Delta) \prod_{n=1}^j (v_n^2 - \Delta) \Phi_{ij}(r, z) = \frac{k_f}{\Sigma_{ff}} \frac{Q}{\Sigma_{yi}} \prod_{m=1}^i \chi_m^2 \prod_{n=1}^j v_n^2 \delta(r, z). \quad (7.6.14)$$

Решение уравнения (7.6.14) находим применением преобразования Ханкеля по r и преобразования Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований. Конечный результат имеет вид:

$$\Phi_{ij}(r, z) = \frac{k_f Q}{4\pi \Sigma_{ff}} \frac{\prod_{m=1}^i \chi_m^2 \prod_{n=1}^j v_n^2}{\sqrt{r^2 + z^2}} \cdot \left[\sum_{m=1}^i \frac{e^{-\chi_m \sqrt{r^2 + z^2}}}{\prod_{\substack{t=1 \\ t \neq m}}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) \prod_{t=1}^j (v_t^2 - \chi_m^2)} + \sum_{n=1}^j \frac{e^{-v_n \sqrt{r^2 + z^2}}}{\prod_{\substack{t=1 \\ t \neq n}}^j (v_t^2 - v_n^2) \prod_{t=1}^i (\chi_t^2 - v_n^2)} \right]. \quad (7.6.15)$$

Анализ выражения (7.6.15) свидетельствует о том, что максимальной величины поток достигает в предельном случае, когда точка измерения нейтронов деления приближается к источнику первичных нейтронов, т. е. при минимальной длине зонда. Устремляя в выражении (7.6.15) $r \rightarrow 0$, находим выражение для максимальной величины потока нейтронов деления в виде:

$$\Phi_{ij}(0) = \frac{k_f Q}{4\pi \Sigma_{ff}} \prod_{m=1}^i \chi_m^2 \prod_{n=1}^j v_n^2 \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^j \frac{1}{\prod_{\substack{t=1 \\ t \neq m}}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) \prod_{\substack{t=1 \\ t \neq n}}^j (v_t^2 - v_n^2) (\chi_m + v_n)}. \quad (7.6.16)$$

Из выражения (7.6.15) следует, что пространственное распределение потока нейтронов деления характеризуется линейной комбинацией экспонент, каждая из которых соответствует определенной группе первичных и индуциро-

ванных нейтронов. Выражение (7.6.15) удовлетворяет условию нормировки. Это нетрудно показать, если проинтегрировать плотность вымирания нейтронов деления по всему размножающему пространству. Таким образом, плотность вымирания нейтронов деления любой группы равна плотности их появления. Основной вклад в распределение нейтронов деления вносят экспоненты, которым соответствуют группы нейтронов с наибольшей длиной диффузии.

Каротаж нейтронов деления на практике реализуется с помощью скважинного импульсного генератора нейтронов. Энергия нейтронов генератора равна 14 МэВ, т. е. на порядок превышает энергию нейтронов деления, равную 2 МэВ. При этом длина диффузии быстрых нейтронов генератора превосходит длину диффузии быстрых нейтронов деления. Поэтому при использовании скважинного генератора распределение индуцированных нейтронов деления определяется в основном процессом миграции нейтронов генератора. Отмеченное обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что основные закономерности распределения нейтронов генератора остаются справедливыми и для индуцированных нейтронов деления.

Каротаж нейтронов деления дает принципиально новую возможность идентификации урана в скважинах. Содержание урана определяется по мгновенным (КНДМ) и запаздывающим (КНДЗ) нейтронам деления.

Методика каротажа мгновенных нейтронов деления сводится к регистрации быстрых (надтепловых) нейтронов деления ядер актиноурана. Поскольку ядра актиноурана делятся на тепловых нейтронах генератора, при расчете потока мгновенных нейтронов деления можно использовать двухгрупповое диффузионное приближение для потока первичных тепловых нейтронов генератора и одногрупповое для надтепловых мгновенных нейтронов деления урана-235.

С учетом сказанного пространственное распределение потока мгновенных нейтронов деления имеет вид:

$$\Phi_{21}(r, z) = \frac{k_f Q}{4\pi\Sigma_{f1}} \frac{\chi_1^2 \chi_2^2 \nu_1^2}{\sqrt{r^2 + z^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(\nu_1^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2 \sqrt{r^2 + z^2}}}{(\chi_1^2 - \chi_2^2)(\nu_1^2 - \chi_2^2)} + \frac{e^{-\nu_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{(\chi_1^2 - \nu_1^2)(\chi_2^2 - \nu_1^2)} \right], \quad (7.6.17)$$

где k_f – коэффициент размножения для мгновенных нейтронов деления ядер урана-235. Максимальной величины поток достигает в начале координат в точке расположения источника первичных нейтронов. В этой точке

$$\Phi_{21}(0, 0) = \frac{k_f Q}{4\pi\Sigma_{f1}} \frac{\chi_1^2 \chi_2^2 \nu_1^2}{(\chi_2 + \chi_1)(\chi_1 + \nu_1)(\chi_2 + \nu_1)}. \quad (7.6.18)$$

Результаты расчета потока мгновенных нейтронов деления в однородной бесконечной урансодержащей среде без учета влияния диаметра скважины приведены на рис. 7.6.26.

Важной модификацией каротажа нейтронов деления является каротаж запаздывающих нейтронов деления (КНДЗ). Поток запаздывающих нейтронов находится как сумма потоков, возникающих при делении двух основных изотопов урана: тяжелого изотопа урана-238 на быстрых нейтронах и легкого изотопа урана-235 на тепловых нейтронах.

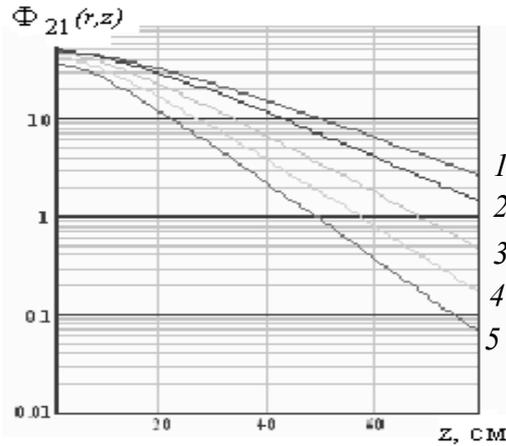


Рис. 7.6.26. Зависимость потока мгновенных нейтронов деления от длины зонда z , см, без учета влияния диаметра скважины для горных пород различной влажности ω : $\omega = 0\%$ (1); $\omega = 10\%$ (2); $\omega = 20\%$ (3); $\omega = 30\%$ (4); $\omega = 40\%$ (5)

При подсчете потока запаздывающих нейтронов деления ядер урана-238 на быстрых нейтронах можно использовать одногрупповое приближение для потока быстрых первичных нейтронов и двухгрупповое для запаздывающих нейтронов. Расчет потока запаздывающих нейтронов деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах осуществляется путем использования двухгруппового диффузионного приближения для потоков тепловых первичных нейтронов генератора и двухгруппового диффузионного приближения для запаздывающих нейтронов деления.

С учетом сказанного распределение потока надтепловых запаздывающих нейтронов деления имеет вид: $\Phi_{\text{нт}}(r, z) = \Phi_{11}(r, z) + \Phi_{21}(r, z)$, где $\Phi_{11}(r, z)$ – поток надтепловых запаздывающих нейтронов деления, образовавшихся в результате деления ядер урана-238 на быстрых нейтронах; $\Phi_{21}(r, z)$ – поток надтепловых запаздывающих нейтронов деления, появившихся за счет деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах.

Согласно выражению (7.6.15):

$$\Phi_{11}(r, z) = \frac{k_f(U^{238})Q}{4\pi\Sigma_{f1}} \frac{\chi_1^2 v_1^2}{\sqrt{r^2 + z^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{(v_1^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-v_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{(\chi_1^2 - v_1^2)} \right]; \quad (7.6.19)$$

$$\Phi_{21}(r, z) = \frac{k_f(U^{235})Q}{4\pi\Sigma_{f1}} \frac{\chi_1^2 \chi_2^2 v_1^2}{\sqrt{r^2 + z^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(v_1^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2 \sqrt{r^2 + z^2}}}{(\chi_1^2 - \chi_2^2)(v_1^2 - \chi_2^2)} + \frac{e^{-v_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{(\chi_1^2 - v_1^2)(\chi_2^2 - v_1^2)} \right], \quad (7.6.20)$$

где $k_f(U^{238})$ – коэффициент размножения для запаздывающих нейтронов деления ядер урана-238 на быстрых нейтронах; $k_f(U^{235})$ – коэффициент размножения для запаздывающих нейтронов деления ядер урана-235 на тепловых нейтронах.

Максимальная величина потока надтепловых запаздывающих нейтронов деления имеет вид:

$$\Phi_{\text{нт}}(0,0) = \frac{k_f(U^{238})Q}{4\pi\Sigma_{f1}} \frac{\chi_1^2 v_1^2}{(\chi_1 + v_1)} + \frac{k_f(U^{235})Q}{4\pi\Sigma_{f1}} \frac{\chi_1^2 \chi_2^2 v_1^2}{(\chi_2 + \chi_1)(\chi_1 + v_1)(\chi_2 + v_1)}. \quad (7.6.21)$$

Распределение потока тепловых запаздывающих нейтронов деления имеет вид:

$$\Phi_T = \Phi_{12}(r, z) + \Phi_{22}(r, z), \quad (7.6.22)$$

где $\Phi_{12}(r, z)$ и $\Phi_{22}(r, z)$ – потоки тепловых запаздывающих нейтронов деления, образовавшихся, соответственно, в результате деления ядер урана-238 на быстрых и урана-235 на тепловых нейтронах.

Максимальная величина потока тепловых запаздывающих нейтронов деления:

$$\begin{aligned} \Phi_T(0,0) = & \frac{k_f(U^{238})Q}{4\pi\Sigma_{f2}} \frac{\chi_1^2 v_1^2 v_2^2}{(\chi_1 + v_1)(\chi_1 + v_2)(v_1 + v_2)} + \\ & + \frac{k_f(U^{235})Q}{4\pi\Sigma_{f2}} \frac{\chi_1^2 \chi_2^2 v_1^2 v_2^2 (\chi_1 + \chi_2 + v_1 + v_2)}{(\chi_1 + \chi_2)(v_1 + v_2)(\chi_1 + v_1)(\chi_1 + v_2)(\chi_2 + v_1)(\chi_2 + v_2)}. \end{aligned} \quad (7.6.23)$$

Возможности каротажа мгновенных нейтронов деления (КНДМ) исследованы расчетным методом. Результаты расчета приведены на рис. 7.6.27. Предполагалось, что содержание воды в порах горной породы изменяется от 0 до 30 %. Поровая вода содержит соли. Содержание соли NaCl в поровой воде изменялось от 0 до 200 г/л.

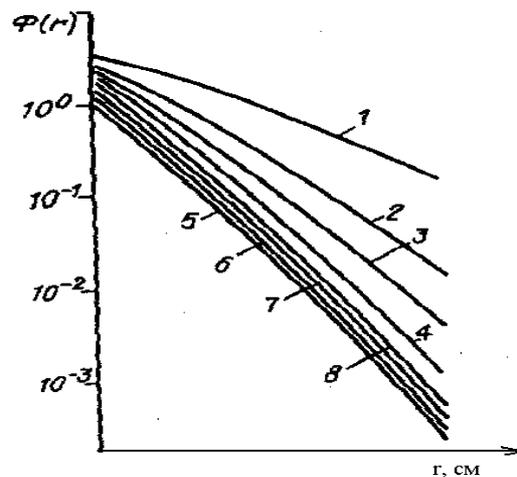


Рис. 7.6.27. Распределение мгновенных нейтронов деления ядер урана (КНДМ) в безграничной среде, содержащей влагу, ω , %, и соль в поровых водах, NaCl, г/л: 1 – $\omega = 0$ %; 2 – $\omega = 10$ %, 3 – $\omega = 20$ %; 4–8 – $\omega = 30$ %; содержание соли: 4 – 0 г/л; 5 – 50 г/л; 6 – 100 г/л; 7 – 150 г/л; 8 – 200 г/л

Из рисунка видно, что на любом расстоянии от импульсного генератора первичных нейтронов увеличение влажности среды приводит к монотонному уменьшению потока быстрых мгновенных нейтронов деления ядер урана. Таким образом, водородосодержание одинаково влияет на результаты (КНДМ) при использовании зондов любой длины.

Осолонение грунтовых вод приводит к уменьшению потока мгновенных нейтронов деления при использовании зондов любой длины. Уменьшение потока

быстрых нейтронов деления объясняется поглощением первичных тепловых нейтронов генератора ядрами хлора, содержащимися в соленой поровой воде.

Максимальной величины поток быстрых мгновенных нейтронов достигает в плотной маловлажной среде на малых расстояниях от источника первичных нейтронов. Поэтому для увеличения чувствительности способа и точности определения содержания урана по данным КНДМ можно рекомендовать использование зондов малой длины.

При каротаже нейтронов деления в модификации КНДЗ целесообразно измерять поток тепловых нейтронов, эффективность регистрации которых больше, чем для надтепловых. Перенос и пространственное распределение тепловых запаздывающих нейтронов деления в однородной размножающей среде зависит от ее вещественного состава, влажности и осолонения грунтовых вод. Для правильной оценки влияния отдельных факторов выполнены численные расчеты потока тепловых запаздывающих нейтронов.

Наглядное представление о влиянии вещественного состава горных пород на пространственное распределение тепловых запаздывающих нейтронов деления ядер урана позволяет получить рис. 7.6.28, где изображены результаты расчета потока первичных тепловых нейтронов генератора и запаздывающих тепловых нейтронов на различных расстояниях от источника первичных нейтронов. Объемная влажность исследуемых сред принята равной нулю.

Из рисунка видно, что вещественный состав среды существенно влияет на распределение тепловых первичных и тепловых запаздывающих нейтронов деления. Наибольшее затухание нейтронного поля наблюдается в гипсе, наименьшее – в песчанике.

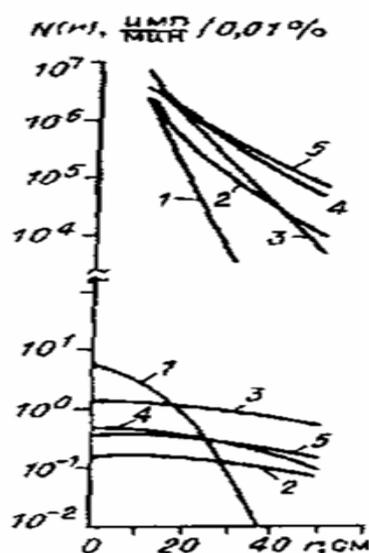


Рис. 7.6.28. Распределение первичных тепловых нейтронов генератора (верхняя часть рисунка) и тепловых запаздывающих нейтронов деления (КНДЗ) в средах различного вещественного состава:

1 – гипс; 2 – ангидрит; 3 – известняк; 4 – доломит; 5 – песчаник

В природных условиях горные породы, как правило, обводнены.

Переменная влажность и осолонение грунтовых вод изменяют картину пространственного распределения как первичных, так и запаздывающих нейтронов деления.

Оценка влияния водонасыщенности горных пород на пространственное распределение запаздывающих нейтронов деления получена расчетным методом. При этом предполагалось, что запаздывающие нейтроны возникают в урансодержащей среде с различной объемной влажностью и степенью осолонения грунтовых вод под действием первичных нейтронов генератора мощностью 10^7 нейтрон/с. Результаты численного расчета потока первичных нейтронов генератора и запаздывающих тепловых нейтронов деления на различном расстоянии от генератора первичных нейтронов приведены на рис. 7.6.29.

Из рисунка видно, что поток запаздывающих нейтронов на шесть порядков меньше потока первичных нейтронов, однако закономерности пространственного распределения первичных и запаздывающих нейтронов близки между собой.

При изменении влажности среды наблюдается инверсия поля тепловых нейтронов как для первичных нейтронов, так и для запаздывающих нейтронов деления. Увеличение влажности вызывает увеличение потока на малых расстояниях от генератора и уменьшение на больших. Таким образом, существует расстояние, на котором влияние влажности на результаты каротажа будет наименьшим. Это расстояние называют инверсионным. Для инверсионного зонда КНДЗ (примерно 30 см) зависимость от влажности среды наименьшая.

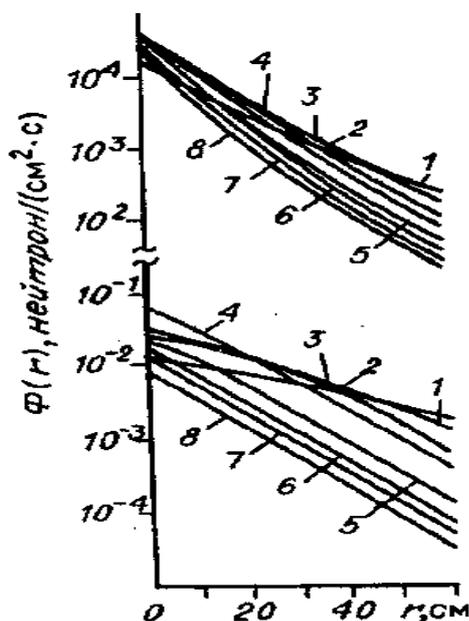


Рис. 7.6.29. Распределение первичных тепловых нейтронов генератора (верхняя часть рисунка) и тепловых запаздывающих нейтронов деления КНДЗ (внизу) в средах, содержащих влагу:

1 – 0%; 2 – 10%; 3 – 20%; (4 – 8) – 30%; содержание соли в поровых водах:
4 – 0 г/л; 5 – 50 г/л; 6 – 100 г/л; 7 – 150 г/л и 8 – 200 г/л

Из рис. 7.6.29 видно, что вариации содержания поглощающих элементов, входящих в состав грунтовых вод, не вызывают инверсии нейтронного поля.

7.6.8. Квазиоднородная среда с произвольным одномерным оруденением

Сформулируем задачу следующим образом. Задана однородная пористая среда с произвольным одномерным оруденением $q = q(z)$, где $q(z)$ – массовое содержание урана в среде. Предполагается, что изменение химического состава среды, вносимое урановым оруденением, не влияет на ее физические свойства, определяющие перенос нейтронов. Скважина пересекает ураносодержащую среду в направлении оси z . В скважине в точке $z = z^*$ помещен точечный источник нейтронов активностью Q нейтронов в секунду. Требуется, пренебрегая влиянием скважины, найти распределение потока нейтронов деления.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ось z совпадала с осью скважины. Согласно групповому методу расчета миграция нейтронов деления j -й группы подчиняется уравнению диффузии (7.6.11).

Решение уравнения (7.6.11) для плоского источника нейтронов деления $z = z'$ получаем методом интегральных преобразований Фурье-Бесселя по r и комплексного преобразования Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований. Решение имеет вид [7]:

$$G_{ij}(r, z) = \frac{\Sigma_f v Q}{4\pi \Sigma_{yi} \Sigma_{jf}} \prod_{m=1}^i \chi_m^2 \prod_{n=1}^j v_n^2 \frac{1}{2} \int_0^\infty \sum_{m=1}^i \frac{e^{-|z'-z \pm R| \sqrt{\alpha^2 + \chi_m^2}}}{\prod_{t \neq m} (\chi_t^2 - \chi_m^2) \sqrt{\alpha^2 + \chi_m^2}} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^j \frac{e^{-|z-z'| \sqrt{\alpha^2 + v_n^2}}}{\prod_{t \neq n} (v_t^2 - v_n^2) \sqrt{\alpha^2 + v_n^2}} J_0(r\alpha) \alpha d\alpha, \quad (7.6.24)$$

где $G_{ij}(r, z)$ – поток нейтронов деления для ураноносного пласта малой мощности (функция Грина); $J_0(r\alpha)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $R = |z^* - z|$ – длина зонда, расстояние от источника первичных нейтронов генератора до точки измерения нейтронов вынужденного деления ядер урана.

Распределение нейтронов деления для произвольного одномерного уранового оруденения находим интегрированием функции Грина по всему промежутку распределения источников:

$$\Phi_{ij}(r, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') G_{ij}(r, z - z') dz'. \quad (7.6.25)$$

В выражении (7.6.25) штрихами обозначены координаты ядер урана, являющихся источниками нейтронов деления.

Физический смысл такого решения заключается в том, что рудный пласт представляется в виде совокупности пластов малой мощности, плотно заполняющих весь активный ураноносный интервал. Справедливость такого решения вытекает из выполнения принципа аддитивности нейтронного излучения, который можно считать доказанным при содержании урана не выше 1 %. При

более высоких содержаниях влияние эффекта самоэкранирования нарушает линейную связь между содержанием урана и потоком нейтронов деления.

Выражение (7.6.25) можно использовать для расчета потока нейтронов деления в некоторых частных случаях. Например, полагая $q = \text{const}$ и выполняя интегрирование по z' в бесконечных пределах, получим выражение для потока нейтронов деления в однородной бесконечной активной среде с постоянным содержанием урана (7.6.15).

Измерения зондами малой длины

Максимальная величина потока нейтронов деления достигается в предельном случае при нулевой длине зонда ($R \rightarrow 0$), поэтому указанный случай представляет непосредственный интерес для практических приложений.

Рассмотрим решение задачи для указанного частного случая. Для этого достаточно найти выражение для плоского источника при $R \rightarrow 0$. На оси скважины при $r = 0$ выражение (7.6.24) после несложных преобразований можно привести к виду [7]:

$$G_{ij}(0, z) = \frac{\Sigma_f v Q}{4\pi \Sigma_{yi} \Sigma_{jf}} \prod_{m=1}^i \chi_m^2 \prod_{n=1}^j v_n^2 \frac{1}{2} \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^j \int_0^\infty \frac{e^{-\chi_m \sqrt{\alpha^2 + (z' - z \pm R)^2}}}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) \sqrt{\alpha^2 + (z' - z \pm R)^2}} \times$$

$$\times \frac{e^{-v_n \sqrt{\alpha^2 + (z - z')^2}}}{\prod_{t=1, t \neq n}^j (v_t^2 - v_n^2) \sqrt{\alpha^2 + (z - z')^2}} \alpha d\alpha. \quad (7.6.26)$$

Полагая в выражении (7.6.26) $R = 0$ и выполняя интегрирование, получим:

$$G_{ij}(0, z) = \frac{\Sigma_f v Q}{4\pi \Sigma_{yi} \Sigma_{jf}} \prod_{m=1}^i \chi_m^2 \prod_{n=1}^j v_n^2 \frac{1}{2} \sum_{m,n}^{i,j} \frac{E_1 [(\chi_m + v_n |z - z'|)]}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) \prod_{t=1, t \neq n}^j (v_t^2 - v_n^2)}, \quad (7.6.27)$$

где $E_1(x)$ – интегральная показательная функция.

Распределение нейтронов деления j -й группы по оси скважины для произвольного одномерного оруденения находим путем интегрирования выражения (7.6.27) по всему промежутку распределения источников.

Размножающий пласт конечной мощности

На практике мощность урансодержащих рудных тел, как правило, ограничена. В частном случае для пласта конечной мощности H с постоянным оруденением $q(z) = q$, $0 \leq z' \leq H$, выражение для потока нейтронов деления принимает вид:

$$\Phi_{ij}(r, z, H) = \int_0^H q(z') G_{ij}(r, z - z') dz'. \quad (7.6.28)$$

В случае малой длины зонда ($R \rightarrow 0$) выражение для потока нейтронов деления можно представить в виде табулированных функций.

Подставляя выражение (7.6.27) в (7.6.28) и выполняя интегрирование, получим:

$$\Phi_{ij}(z, H) = \frac{k_f Q}{4\pi \Sigma_{fj}} \prod_{m=1}^i \chi_m^2 \prod_{n=1}^j v_n^2 \frac{1}{2} \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^j \frac{1}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) \prod_{t=1, t \neq n}^j (v_t^2 - v_n^2) (\chi_m + v_n)} \times$$

$$\times \begin{cases} \Phi[-(\chi_m + v_n)z] - \Phi[(\chi_m + v_n)(H - z)], & z \leq 0; \\ 2 - \Phi[(\chi_m + v_n)z] - \Phi[(\chi_m + v_n)(H - z)], & 0 \leq z \leq H; \\ \Phi[(\chi_m + v_n)(z - H)] - \Phi[(\chi_m + v_n)z], & H \leq z; \end{cases} \quad (7.6.29)$$

где $\Phi(x)$ – функция Кинга.

Приняв в выражении (7.6.29) $z = H/2$ и устремляя $H \rightarrow \infty$, можно найти максимальную величину потока нейтронов деления при малом (нулевом) зонде в бесконечной однородной активной среде.

Анализ решения прямой задачи для случая малой длины зонда свидетельствует о том, что распределение нейтронов деления симметрично относительно центра пласта $z = H/2$, где амплитуда поля достигает своего максимального значения.

Из принципа аддитивности нейтронного излучения и симметрии нейтронного поля относительно центра пласта следует, что при использовании малых зондов можно с успехом применять приемы интерпретации, разработанные в теории гамма-метода.

7.6.9. Конфигурация кривых КНД в слоистых средах с плоскопараллельными границами раздела

Конфигурация кривых КНД в слоистых средах с плоскопараллельными границами раздела исследована расчетным методом. Рассмотрим результаты численного расчета потока нейтронов деления в скважине на примере запаздывающих нейтронов (КНДЗ). Расчет проведен для пористой силикатной урансодержащей среды плотностью $2,7 \text{ г/см}^3$ в предположении, что поры полностью заполнены пресной водой. При расчете были использованы следующие исходные данные: активность генератора первичных нейтронов $Q = 10^7$ нейтрон/с; начальная энергия первичных нейтронов генератора – 14 МэВ, нейтронов деления ядер урана – 2 МэВ; суммарный выход запаздывающих нейтронов деления на акт деления $\nu = 0,0158$. При расчете использовались двухгрупповые диффузионные приближения для первичных нейтронов генератора и индуцированных нейтронов деления.

При каротаже скважин детектор нейтронов деления может быть расположен ниже и выше нейтронной трубки генератора. В соответствии с этим введем понятия последовательного и обращенного зондов, соответствующие расположению детектора ниже и выше источника.

Распределение тепловых запаздывающих нейтронов над контактом урансодержащего пласта для обращенного (а) и последовательного (б) зондов различной длины R представлены на рис. 7.6.30.

Из рис. 7.6.30 видно, что с увеличением длины зонда поток тепловых запаздывающих нейтронов деления (КНДЗ) убывает, поэтому для определения низких содержаний урана лучше использовать более чувствительные малые зонды. Технически осуществимой следует считать длину зонда 10 см. Поток нейтронов деления, измеренный таким зондом, отличается от максимально возможного потока не более чем на 10 %.

Величина потока нейтронов деления на границе рудного тела близка к половине максимальной, поэтому для малых зондов для определения границы оруденения можно использовать правило полумаксимума амплитуды независимо от типа зонда.

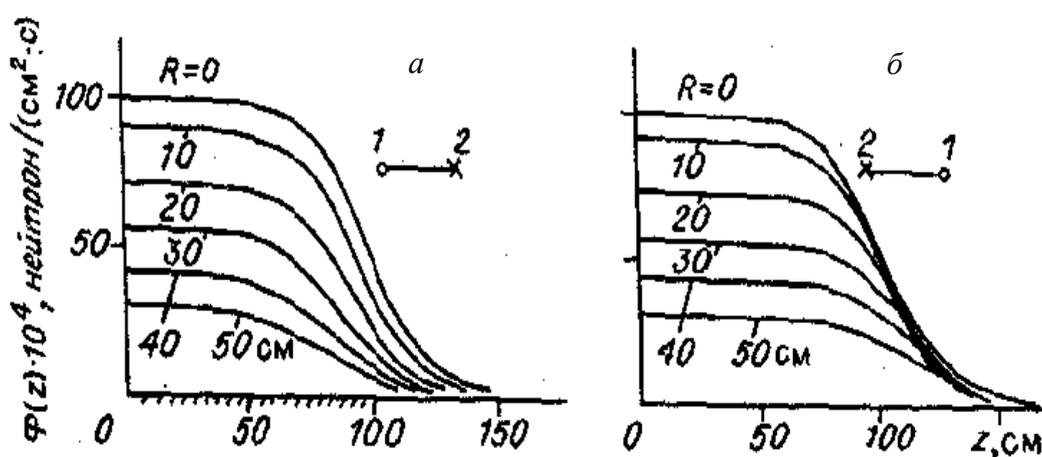


Рис. 7.6.30. Распределение тепловых запаздывающих нейтронов над контактом урансодержащего пласта для обращенного (а) и последовательного (б) зондов различной длины R , см:

1 – детектор нейтронов деления; 2 – генератор первичных нейтронов; штриховкой показано расположение ураноносного пласта

При исследовании ураноносных пластов конфигурация кривых каротажа КНДЗ зависит от их мощности. Кривые каротажа запаздывающих нейтронов над активными ураноносными пластами различной мощности H для обращенных зондов различной длины изображены на рис. 7.6.31.

Видно, что с увеличением мощности ураноносного пласта величина потока запаздывающих нейтронов растет, амплитуда и площадь аномалии увеличиваются. Если длина зонда меньше или равна мощности пласта, то кривая каротажа симметрична относительно центра пласта. Для тонких пластов, мощность которых не превышает длины зонда, симметрия кривых каротажа нарушается. Максимум потока запаздывающих нейтронов смещается от центра пласта в направлении от источника к детектору.

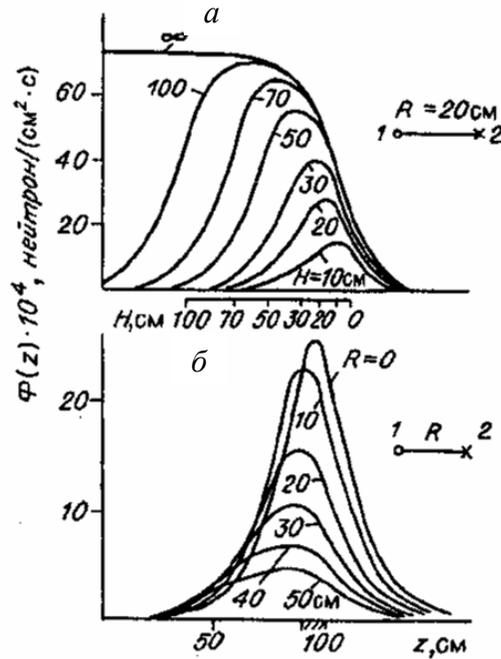


Рис. 7.6.31. Кривые каротажа запаздывающих нейтронов (КНДЗ) над ураноносными пластами различной мощности (а) для обращенных зондов различной длины (б)

Влияние водонасыщенности ураноносных горных пород и осолонения грунтовых вод на конфигурацию кривых каротажа запаздывающих нейтронов оценено расчетным методом и для зондов нулевой длины изображено на рис. 7.6.32.

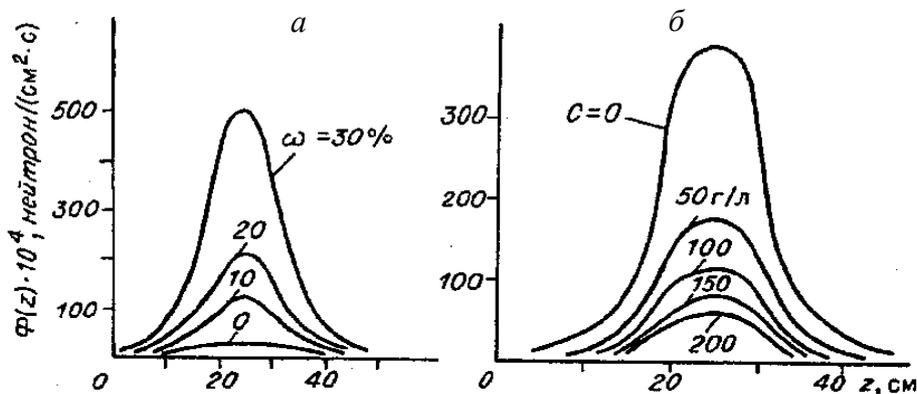


Рис. 7.6.32. Влияние водонасыщенности (а) и осолонения грунтовых вод (б) на конфигурацию кривых каротажа запаздывающих нейтронов (КНДЗ) для зонда малой длины: ω – водонасыщенность среды, % ; C – содержание NaCl в поровых водах; ураноносный пласт заштрихован

Увеличение влажности среды при использовании малых зондов приводит к возрастанию величины потока нейтронов деления, что согласуется с явлением инверсии поля тепловых нейтронов, изображенным на рис. 7.6.29.

Осолонение поровых вод при прочих равных условиях уменьшает поток запаздывающих нейтронов из-за их поглощения ядрами хлора. Конфигурация кривых каротажа КНДЗ при этом сохраняется.

Введем Фурье-изображения для потока нейтронов деления $\Phi_{ijk}(r, k)$ и решим задачу в пространстве Фурье-изображений. Затем совершим обратное косинус-преобразование Фурье. В результате получим решение задачи о распределении нейтронов деления ядер урана в скважине и урансодержащем пласте с учетом влияния скважины.

Особенности переноса нейтронов деления в размножающих средах, пересеченных обводненной буровой скважиной, исследованы расчетным методом в диффузионном приближении.

Распределение мгновенных нейтронов деления ядер урана-235 с учетом диаметра скважины

Наглядное представление о характере влияния скважины на распределение мгновенных нейтронов деления можно получить из рис. 7.6.33, где изображены пространственное и радиальное распределения потока быстрых мгновенных нейтронов деления в силикатной среде, содержащей 0,01 % урана, пересеченной обводненной буровой скважиной радиусом 6 см. Предполагалось, что источником первичных нейтронов является генератор первичных нейтронов мощностью 10^7 нейтрон/с. Результаты расчета представлены в единицах потока нейтронов в бесконечной однородной урансодержащей среде.

Наличие скважины приводит к уменьшению потока мгновенных нейтронов деления ядер урана-235 в области скважины на любом расстоянии от источника, т. е. при любой длине зонда. Уменьшение потока объясняется высокой замедляющей способностью воды, заполняющей скважину. В скважине образуется дефицит мгновенных нейтронов деления, который хорошо заметен на кривых радиального распределения потока. Максимальной величины поток мгновенных нейтронов достигает в размножающей среде, в той ее области, которая подвергается наиболее интенсивному облучению, т. е. в ближайшей окрестности генератора первичных нейтронов. При радиусе обводненной скважины 6 см величина потока в этой области достигает 0,4 Φ_∞ , т. е. в 2,5 раза меньше, чем в безграничной однородной урансодержащей среде при исчезающе малом влиянии скважины.

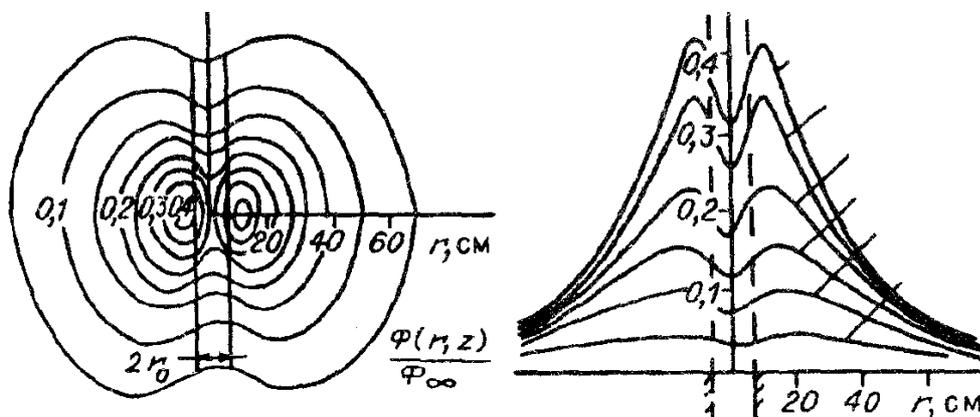


Рис. 7.6.33. Пространственное и радиальное распределения мгновенных нейтронов деления КНДМ с учетом влияния скважины: длина зонда $z = 10$ см; 20 см и далее увеличивается через 10 см

На рис. 7.6.34 приведены кривые осевого распределения потока мгновенных нейтронов деления. Максимальной величины поток мгновенных нейтронов достигает у стенки скважины в окрестности генератора. Отсюда следует, что для увеличения чувствительности и точности определения содержания урана по данным КНДМ целесообразно использование малых зондов и прижимных устройств.

Увеличение влажности урансодержащей среды приводит к уменьшению потока мгновенных нейтронов деления в скважине. Причиной является усиление замедляющей способности урансодержащей среды из-за увеличения ее водородосодержания.

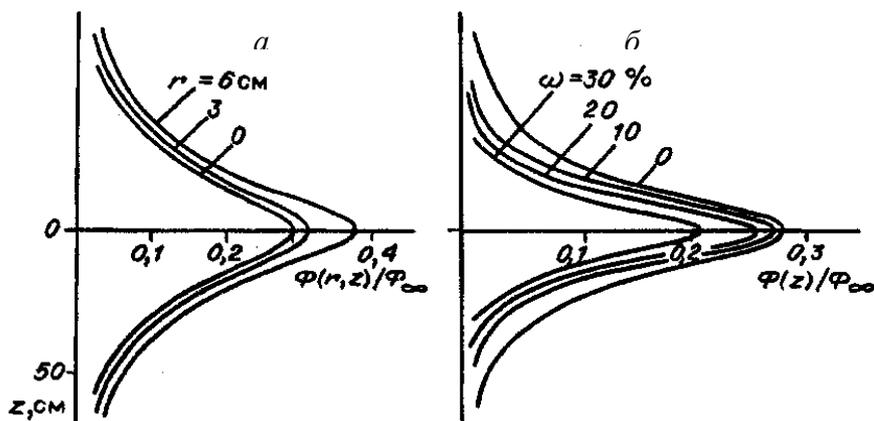


Рис. 7.6.34. Осевое распределение потока мгновенных нейтронов деления (КНДМ) на различном расстоянии от оси скважины (а) в горных породах различной влажности (б):

r – расстояние от оси скважины; ω – водонасыщенная пористость, %

Распределение запаздывающих нейтронов деления с учетом влияния скважины

На рис. 7.6.35 изображены пространственное (а) и радиальное (б) распределения потока тепловых запаздывающих нейтронов деления в силикатной среде, содержащей 0,01 % урана. Результаты расчета нормированы к величине потока в бесконечной однородной урансодержащей среде Φ_{∞} .

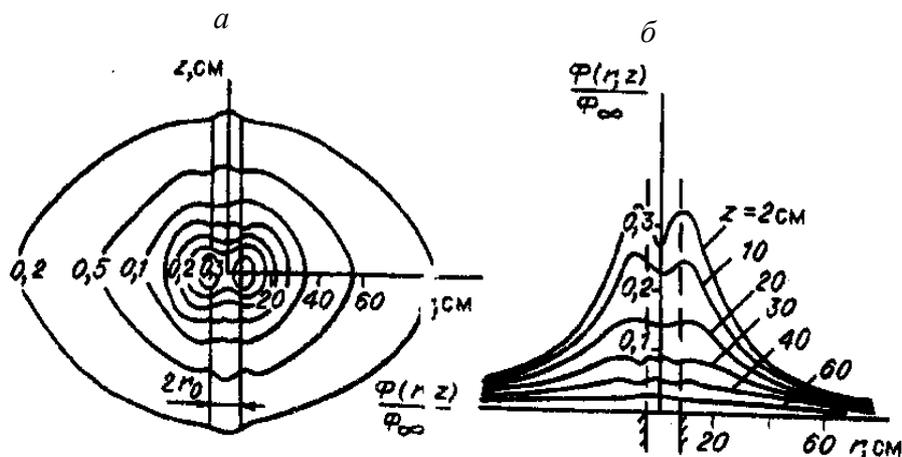


Рис. 7.6.35. Пространственное (а) и радиальное (б) распределения потока тепловых запаздывающих нейтронов деления с учетом влияния скважины

Пространственное распределение тепловых запаздывающих нейтронов имеет свои особенности, которые проявляются на больших расстояниях от источника первичных нейтронов и заключаются в накоплении запаздывающих нейтронов в скважине. Накопление тепловых запаздывающих нейтронов в дальней от источника области скважины объясняется активным замедлением быстрых и возникновением тепловых запаздывающих нейтронов в воде, заполняющей скважину.

Величина потока запаздывающих нейтронов в обводненной скважине зависит от расстояния до источника первичных нейтронов и влажности среды. Характер влияния указанных факторов изображен на рис. 7.6.36, где приведены кривые осевого распределения потока тепловых запаздывающих нейтронов. Максимальной величины поток запаздывающих нейтронов достигает у стенки скважины вблизи источника первичных нейтронов. В дальней от источника области наблюдается обратное явление. Величина потока у стенки скважины меньше, чем на её оси.

Увеличение влажности урансодержащей среды приводит к уменьшению потока тепловых запаздывающих нейтронов деления в скважине. Из рис. 7.6.36 следует, что при регистрации запаздывающих нейтронов, так же как и мгновенных нейтронов деления, целесообразно использование малых зондов и прижимных устройств.

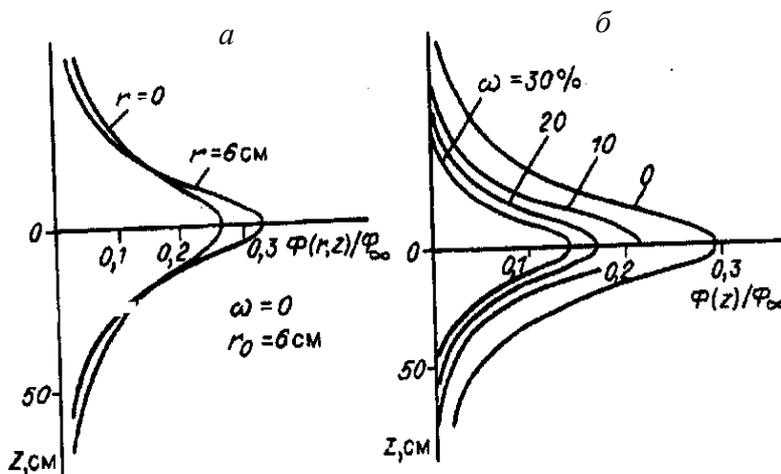


Рис. 7.6.36. Осевое распределение потока тепловых запаздывающих нейтронов деления (КНДЗ) на различном расстоянии от оси скважины (а) в породах различной влажности (б): r – расстояние от оси скважины; ω – водонасыщенная пористость ураноносного пласта, %

Для учета влияния скважины на результаты каротажа нейтронов деления и введения соответствующих поправок используется функция влияния скважины, которая характеризует зависимость величины потока нейтронов деления от толщины слоя бурового раствора между стенкой скважины и скважинным прибором. Величина потока обычно нормируется к потоку в бесконечной размножающей среде.

На рис. 7.6.37 приведены результаты расчета функции влияния скважины для быстрых мгновенных (а) и тепловых запаздывающих (б) нейтронов деления на различном расстоянии от источника первичных нейтронов z . Толщина слоя бурового раствора выражена в массовых единицах и находится по формуле $d = \rho_0(r_0 - r_c)$, где r_0 и r_c – радиусы скважины и скважинного прибора; ρ_0 – плотность бурового раствора.

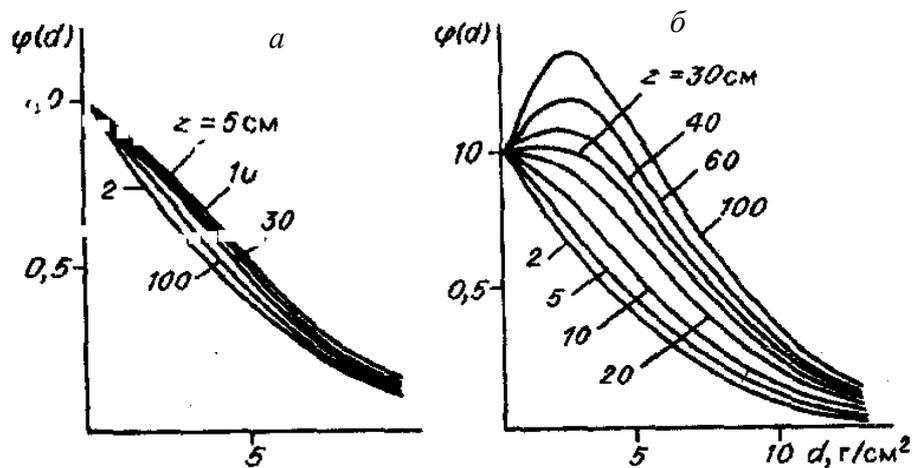


Рис. 7.6.37. Влияние толщины слоя бурового раствора на величину потока быстрых мгновенных нейтронов деления (а) (КНДМ) и тепловых запаздывающих нейтронов деления (б) (КНДЗ) на различном расстоянии z от генератора первичных нейтронов: z – длина зонда, см; d – толщина слоя бурового раствора в скважине, г/см²

Как видно, функция влияния скважины для быстрых мгновенных нейтронов деления монотонно убывает на любых расстояниях от источника, т. е. характер влияния скважины одинаков при использовании зондов любой длины.

Характер влияния скважины на величину потока тепловых запаздывающих нейтронов деления ЗНДК зависит от длины зонда. На малых расстояниях от источника для зондов длиной 20 см и менее увеличение толщины слоя бурового раствора вызывает монотонное уменьшение потока тепловых запаздывающих нейтронов деления. Для больших зондов функция влияния скважины теряет монотонность и приобретает экстремальный характер.

Экстремальные свойства функции влияния скважины для тепловых запаздывающих нейтронов деления в области больших зондов объясняются взаимодействием двух конкурирующих процессов: образованием и накоплением тепловых запаздывающих нейтронов из замедляющихся быстрых нейтронов деления и поглощением тепловых нейтронов деления в воде, заполняющей скважину. При малых диаметрах скважин преобладает процесс накопления тепловых нейтронов из-за интенсивного замедления быстрых запаздывающих нейтронов деления в воде. При больших диаметрах начинает преобладать процесс поглощения тепловых нейтронов в воде.

Результаты каротажа нейтронов деления изменяются в зависимости от влажности размножающей среды. Для учета влияния переменной влажности среды используется понятие функции влияния водонасыщенности среды, под которой понимается зависимость потока нейтронов деления от объемной водо-

насыщенности среды. Значения функции водонасыщенности среды обычно нормируются к величине потока нейтронов в среде с нулевой влажностью.

На рис. 7.6.38 изображена зависимость величины потока быстрых мгновенных (а) и тепловых запаздывающих (б) нейтронов деления от водонасыщенности урансодержащей среды. За единицу измерений принята величина потока, которая достигается при той же геометрии измерений в среде с нулевой влажностью.

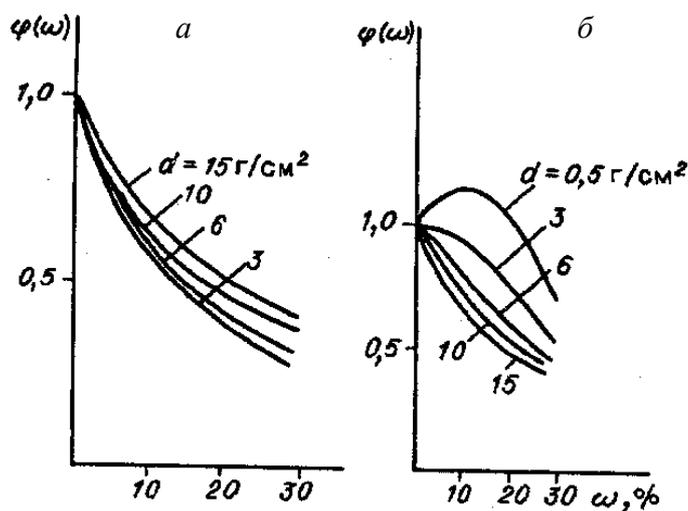


Рис. 7.6.38. Влияние водонасыщенной пористости ω , % на величину потока быстрых мгновенных (а) и тепловых запаздывающих (б) нейтронов деления для зонда 30 см при различной толщине слоя бурового раствора в скважине d , см:
 d – толщина слоя бурового раствора в скважине, г/см²

Увеличение водонасыщенности среды приводит к уменьшению потока быстрых мгновенных нейтронов при любой толщине слоя бурового раствора в скважине, причем уменьшение толщины слоя воды сопровождается усилением зависимости потока нейтронов от водонасыщенности среды.

Характер влияния водонасыщенности урансодержащих пород на величину потока тепловых запаздывающих нейтронов зависит от толщины слоя бурового раствора в скважине. При большой толщине слоя увеличение водонасыщенности приводит к монотонному убыванию потока тепловых запаздывающих нейтронов. При малой толщине слоя бурового раствора зависимость потока нейтронов от влажности горных пород теряет монотонность и приобретает экстремальный характер. Увеличение влажности приводит к появлению локального максимума потока в области 10-20 % влажности.

Экстремальный характер функции влияния водонасыщенности среды при исчезающе малом влиянии скважины объясняется взаимодействием двух отмеченных ранее конкурирующих процессов образования и поглощения тепловых нейтронов в размножающей среде. Отличие заключается лишь в том, что эти процессы возникают теперь в размножающей среде, а не в воде, заполняющей скважину.

Если скважинные условия измерений и вещественный состав урансодержащей среды на рудных интервалах изменяются, то в результате каротажа нейтронов

деления вводятся соответствующие поправки. Все результаты измерений приводятся к наиболее часто встречающимся на месторождении стандартным условиям.

Основными мешающими факторами являются переменный диаметр обводненных буровых скважин и вариации влажности горных пород. Для введения поправок на влияние основных мешающих факторов в результаты каротажа нейтронов деления можно использовать функции влияния скважины (см. рис. 7.6.37) и водонасыщенности среды (см. рис. 7.6.38).

Измеряемая скорость счета нейтронов деления в обводненной скважине и водонасыщенной среде N приводится к условиям сухой необсаженной скважины и нулевой влажности исследуемой среды N_0 по формуле $N = N_0\varphi(d)\varphi(\omega)$, где $\varphi(d)$ – функция влияния скважины; $\varphi(\omega)$ – функция влияния водонасыщенности среды; d – эквивалентная толщина слоя бурового раствора в скважине.

7.6.11. Оценка влияния высокобарных элементов на результаты КНД

Мгновенные нейтроны деления образуются в результате взаимодействия ядер урана-235 с тепловыми нейтронами генератора. На распределение тепловых нейтронов генератора оказывает существенное влияние содержание высокобарных элементов, которые содержатся в глинистом цементе ураноносных песков. Поэтому пространственное распределение мгновенных нейтронов деления зависит от содержания и поглощающих свойств высокобарных элементов.

Содержание высокобарных элементов в глинистом цементе ураноносных горных пород гидrogenных месторождений урана равны, г/т:

Гадолиний – 5, Самарий – 5, Европий – 2, Кадмий – 0,37, Диспрозий – 4, Бор – 150, Индий – 3, Эрбий – 2,5, Гафний – 4-13, Литий – 60, Неодим – 18.

Таким образом, в глинистом цементе ураноносных песков высокими содержаниями характеризуются бор и литий. Во всех случаях, когда содержание бора, лития и редких земель увеличивается, наблюдается монотонное уменьшение длины диффузии тепловых нейтронов генератора, вызывающее соответствующее уменьшение потока быстрых нейтронов деления. Аналогичные явления возникают при осолонении грунтовых вод из-за поглощения тепловых первичных нейтронов генератора ядрами хлора.

7.6.12. Учет геотехнологических параметров (влажность, пористость, глинистость) на результаты КНД

Новые возможности методики определения содержания урана на основе интерпретации данных методов КНДМ и ИННК-Т открываются при использовании скважинных приборов двухзондового стандарта КНД-53 и КНД-60.

По скважинным приборам КНД-53 и КНД-60 рассчитаны теоретико-экспериментальные палетки (ТЭП) для метода ИННК-Т, полученные в ходе математического моделирования двухзондовых скважинных приборов. Интерпретация данных ИННК-Т по ТЭП позволяет определять $k_{п}$ (и, соответственно, влажность ω , %, с абсолютной погрешностью в 1-2 %, что является преимуществом по сравнению с априорными значениями ω). Произведен расчет таблиц

для коэффициента пересчета $k_{\text{п}} = f(\omega, d)$ имп/мин на 0,01 % урана, учитывающий пространственное распределение нейтронов и геометрию измерений при каротаже КНДМ для скважин, заполненных буровым раствором в пределах изменения диаметра с 70 до 210 мм. Учет значений влажности, пористости и глинистости, по данным ИННК-Т, на величину пересчетного коэффициента для нейтронов деления $k_{\text{п}}$ позволяет дифференцировать рудные интервалы по значениям $k_{\text{п}}$ и $k_{\text{гл}}$. Уточненный расчет $k_{\text{п}}$ позволяет определять забалансовые содержания урана 0,005 – 0,01 % и балансовые содержания в интервалах 0,01 – 0,03 % урана.

Одним из показателей эффективности обработки скважин подземного выщелачивания (ПВ) является фильтрационная неоднородность пород $k_{\text{ф}}$, слагающих разрез рудоносного горизонта. Решение этой задачи с использованием данных ИННК-Т и двухзондовой аппаратуры КНД повышает достоверность определения содержания урана в скважинах (ПВ).

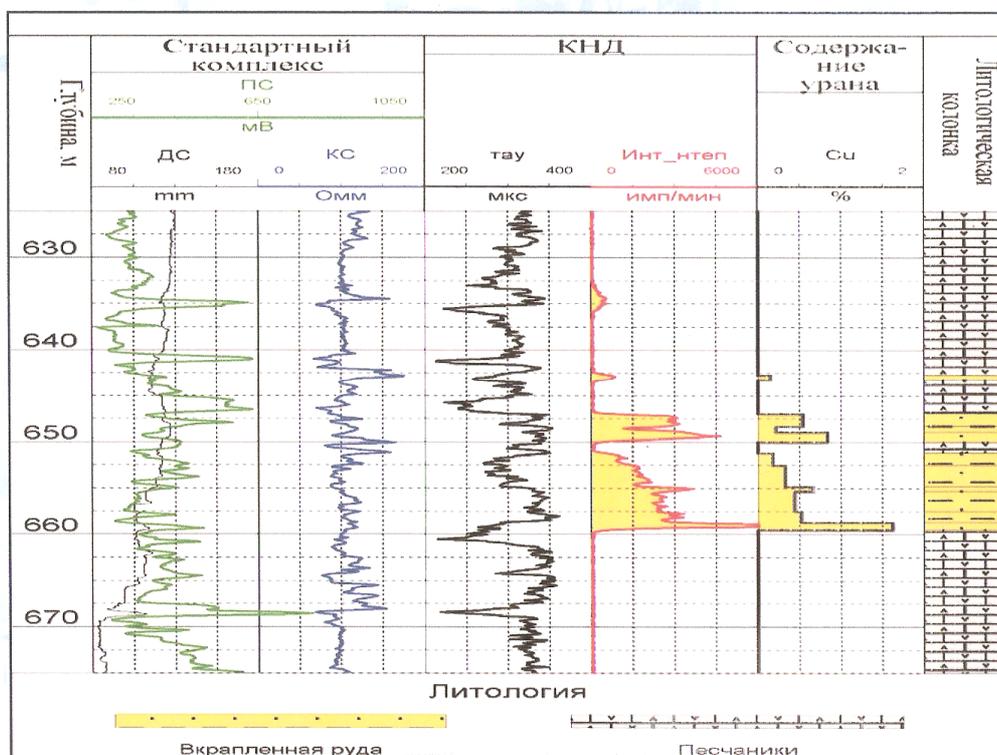


Рис. 7.6.39. Определение массовой доли урана по данным КНДМ с учетом водонасыщенности среды [7.6.11]

Пример опробования рудных интервалов с учетом влияния влажности и глинистости в скважинах ПВ приведен на рис. 7.6.39.

7.7. Нейтронный гамма-каротаж (НГК)

В основе метода НГК лежит явление возникновения гамма-излучения неупругого рассеяния быстрых нейтронов точечного источника, опущенного в скважину, и возникновения гамма-излучения радиационного захвата тепловых нейтронов того же источника, при котором атомное ядро поглощает бомбардирующий нейтрон, превращаясь в составное ядро, находящееся обычно в возбужденном состоянии. Возбужденное состояние составного ядра снимается путем излучения избыточной энергии в виде гамма-квантов неупругого рассеяния быстрых нейтронов (ГИНР) и гамма-квантов радиационного захвата тепловых нейтронов (ГИРЗ). С уменьшением энергии поглощенного нейтрона выход ядерной реакции (n, γ) быстро растет и становится максимальным для тепловых нейтронов.

В случае радиационного захвата тепловых нейтронов составные ядра характеризуются значительной избыточной энергией 6-9 МэВ. Время жизни ядра в возбужденном состоянии крайне мало. Можно считать, что переход возбужденного ядра в основное состояние происходит практически мгновенно (10^{-9} с). При этом переход к основному состоянию происходит непосредственно на основной уровень, равный энергии связи нейтрона в составном ядре ϵ , либо путем каскадного перехода через промежуточные энергетические уровни. В первом случае испускаются гамма-кванты с энергией, близкой к ϵ , во втором случае возможно появление нескольких линий гамма-излучения с меньшими энергиями, вследствие чего спектр захватного излучения отличается сложностью.

При нейтронном облучении горных пород спектр НГК усложняется из-за наличия большого количества пороодообразующих окислов. Кроме того, для больших энергий гамма-излучения, кроме пиков полного поглощения E_γ , в спектре появляются линии с энергиями $E_\gamma-0,511$ МэВ и $E_\gamma-1,022$ МэВ (полупарный и парный пики), т. е. каждая линия гамма-излучения представлена тремя пиками. При этом количество пиков утраивается.

На основе большого количества аналитических линий в энергетическом спектре ГИНР и ГИРЗ наибольшее распространение получил интегральный вариант НГК, предложенный в 1940 году Б. Понтекорво [7.7.1].

Сущность интегрального НГК заключается в регистрации по оси скважины суммарной интенсивности гамма-излучения ГИНР и ГИРЗ с помощью каротажного скважинного прибора, содержащего источник нейтронного излучения и детектор гамма-квантов, расположенных между собой на расстоянии длины зонда.

При перемещении каротажного зонда от забоя к устью скважины детектор гамма-квантов регистрирует суммарное гамма-излучение, связанное с естественной радиоактивностью горных пород (ГК); наведенной нейтронами источника активностью горных пород (ГИНА); гамма-излучением неупругого рассеяния быстрых нейтронов источника (ГИНР) и гамма-излучением радиационного захвата тепловых нейтронов источника (ГИРЗ). При необходимости естественный фон ГК и ГИНА вычитается из суммарного потока гамма-излучения. Интегральный вариант НГК используется для оценки водонасыщенности горных пород. Спектрометрия захватного гамма-излучения позволяет определять содержание отдельных элементов, так как каждый элемент при облучении ней-

тронами создает свой уникальный набор линий гамма-излучения, индуцированного нейтронами. Энергии гамма-излучения, индуцированного нейтронами, для основных породообразующих элементов приведены в табл. 7.7.1.

Таблица 7.7.1

Основные породообразующие элементы и характеристики их гамма-излучения неупругого рассеяния и радиационного захвата нейтронов

Элемент	Среднее содержание в горных породах, %	$\sigma_{\text{ГИНР}}$ барн	$\sigma_{\text{ГИРЗ}}$ барн	Энергия ГИНР, МэВ	Энергия ГИРЗ, МэВ (выход на 100 захватов)
C ¹²	0,023	0,446	$3,4 \cdot 10^{-3}$	4,43 (13,1)	4,95 (68), 3,68 (32), 1,26 (32)
O ¹⁶	46,89	0,318	$1,2 \cdot 10^{-3}$	6,13 (10,4), 7,12 (5,0)	2,18 (82), 1,09 (82), 3,27 (18)
Ca ⁴⁰	2,87	0,380	0,44	3,73 (9,0), 3,90 (3,8)	1,94 (81), 6,42 (40), 4,42 (15)
Si ²⁸	28,54	0,460	0,16	1,78 (29), 2,84 (5,3)	3,54 (62), 4,93 (58), 1,27 (12)
Fe ⁵⁶	4,26	0,900	2,62	1,24 (23), 2,61 (3,7)	7,63 (25,6), 7,65 (20,8), 5,9 (7,8)

7.7.1. Теоретические основы интегрального варианта метода нейтронного гамма-каротажа (НГК)

Каротажный вариант метода был предложен Бруно Понтекорво [7.7.1]. Теоретические основы каротажного варианта метода заложены в работах [16, 7.7.2] и др.

В однородной бесконечной среде интенсивность гамма-излучения радиационного захвата тепловых нейтронов $dI_{n\gamma}$ в точке расположения детектора гамма-излучения, создаваемая элементом объема dv , расположенным на расстоянии r от источника нейтронов:

$$dI_{n\gamma} = \frac{n(r)e^{-\mu r}}{\tau 4\pi x^2} \nu \varepsilon(E_\gamma) dv,$$

где $n(r)$ – плотность тепловых нейтронов на расстоянии r от источника; τ – среднее время жизни тепловых нейтронов; μ – линейный коэффициент ослабления первичных квантов радиационного захвата; x – расстояние от элемента объема dv (точка генерации радиационного гамма-излучения) до детектора квантов; ν – количество гамма-квантов, генерируемых элементарным объемом dv при захвате одного нейтрона (квантовый выход); $\varepsilon(E_\gamma)$ – эффективность регистрации гамма-излучения с энергией E_γ детектором гамма-излучения.

Интегральная интенсивность, связанная с излучением 4π -среды:

$$I_{n\gamma} = \frac{\nu \varepsilon(E_\gamma)}{4\pi\tau} \int_V n(r) \frac{e^{-\mu x}}{x^2} dv.$$

Ранее было получено решение для случая точечного источника тепловых нейтронов. В результате установлено, что интенсивность гамма-излучения радиационного захвата сложным образом зависит от замедляющих и поглощаю-

ших свойств горных пород по отношению к нейтронному излучению, а также от поглощающих свойств пород по отношению к гамма-излучению. Кроме того, поток захватного гамма-излучения зависит также от мощности источника нейтронов и эмитирующей способности среды.

Параметры переноса захватного гамма-излучения, индуцированного тепловыми нейтронами, можно получить расчетным методом. Расчет параметров диффузионного переноса гамма-излучений осуществляется по методике, предложенной Г. М. Воскобойниковым [7.7.2].

Результаты расчета параметров диффузионного переноса захватного гамма-излучения в зависимости от начальной энергии E_0 и уровня дискриминации захватного гамма-излучения E_n приведены на рис. 7.7.1. Параметры переноса первичных тепловых нейтронов и захватного гамма-излучения подсчитаны для силикатной среды типичного состава (глинистость – p %, влажность – ω , %). Вещественный состав горной породы: песок $(1-\omega)(1-p)$ + глина $(1-\omega)p$ + вода ω .

Увеличение начальной энергии гамма-излучения приводит к росту коэффициента и длины диффузии. С увеличением порога дискриминации захватного гамма-излучения E_n коэффициент диффузии D растет, а длина диффузии $L = \sqrt{D/\Sigma}$ убывает.

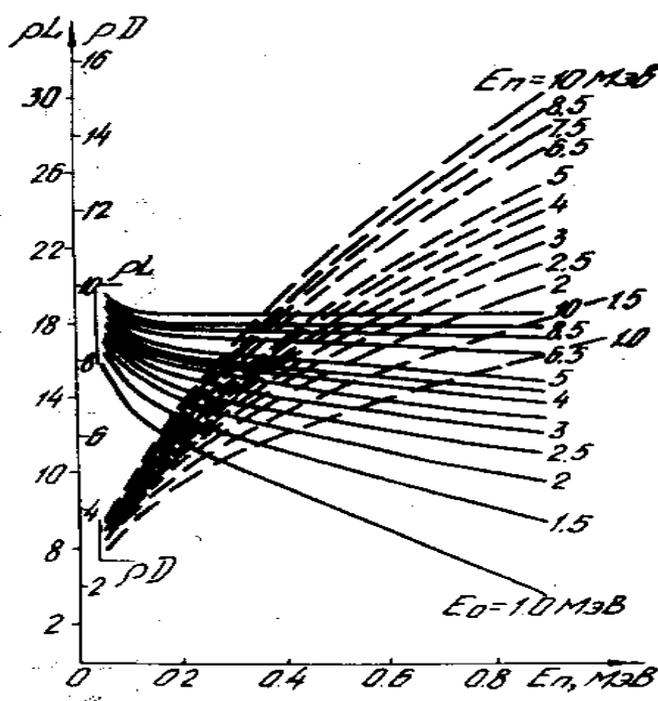


Рис. 7.7.1. Зависимость параметров диффузии D и L захватного гамма-излучения от начальной энергии E_0 и уровня дискриминации регистрируемого гамма-излучения E_n : глинистость $p = 15$ %; водонасыщенная пористость $\omega = 22$ %

Достоверность результатов каротажа гамма-излучения, индуцированного нейтронами, снижается из-за погрешностей измерений, связанных с влиянием переменной влажности, плотности, вещественного состава горных пород и влиянием промежуточной зоны между стенкой скважины и скважинным прибором. Поэтому возникает необходимость в количественной оценке указанных мешающих факторов.

Влияние плотности и влажности горных пород на результаты НГК

Ниже приведены результаты расчетных и экспериментальных исследований по оценке влияния указанных факторов на результаты НГК медистых песчаников в обводненных буровых скважинах. Расчеты выполнены для широкого интервала энергий захватного гамма-излучения с учетом отсечки низкоэнергетического гамма-излучения на уровне 3 мэВ.

На рис. 7.7.2 приведены рассчитанные в диффузионном приближении зависимости потока захватного гамма-излучения в скважине от плотности горных пород на различных расстояниях z , см, от (Po-Be)- источника нейтронов. Рассмотрен случай, когда слой воды в скважине отсутствует. Влажность среды принята равной нулю. Расчет выполнен для центрального положения зонда в скважине. Результаты расчета нормированы к величине потока в среде с плотностью 2 г/см^3 .

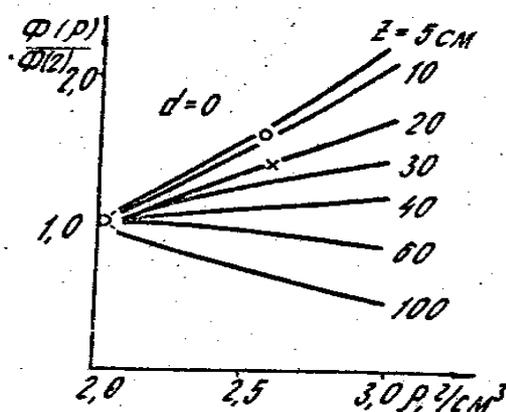


Рис. 7.7.2. Функция влияния плотности на результаты НГК медистых песчаников на различном расстоянии от источника нейтронов z , см: эксперимент $z = 10$ см и $z = 20$ см

Из рисунка видно, что увеличение плотности горных пород приводит к увеличению потока захватного гамма-излучения для малых зондов и уменьшению потока для больших зондов. Таким образом, наблюдается инверсия зависимости потока от плотности среды. Размеры инверсионного зонда зависят от толщины слоя воды в скважине. При толщине слоя 6 см инверсионным является зонд длиной 35-40 см. Наибольшая чувствительность к плотности среды наблюдается в скважинах малого диаметра.

Результаты расчета проверены экспериментально. Для этого выполнены измерения потока захватного гамма-излучения на различных расстояниях от (Po-Be)-источника нейтронов в бетонных моделях силикатного состава.

Результаты наблюдений сопоставлены с расчетными данными и обнаруживают удовлетворительную сходимость.

На рис. 7.7.3 приведены расчетные зависимости потока захватного гамма-излучения в обводненных скважинах от водонасыщенной пористости силикатной среды ω при переменной длине зонда. Расчет выполнен для осевого положения зонда в скважине с учетом переменной толщины слоя воды в скважине d , см. Результаты расчета нормированы к величине потока при нулевой влажности среды.

Из рисунка видно, что увеличение водонасыщенной пористости среды приводит к росту потока захватного гама-излучения для малых зондов и убыванию – для больших зондов. Таким образом, изменение длины зонда сопровождается инверсией зависимости величины потока от влажности среды. Инверсионным к изменению влажности является зонд длиной 30 см, что представляет интерес для практических приложений как средство исключения влияния влажности на результаты каротажа НГК. С увеличением толщины слоя воды в скважине исследуемая среда удаляется от детектора и зависимость от водонасыщенной пористости ослабевает.

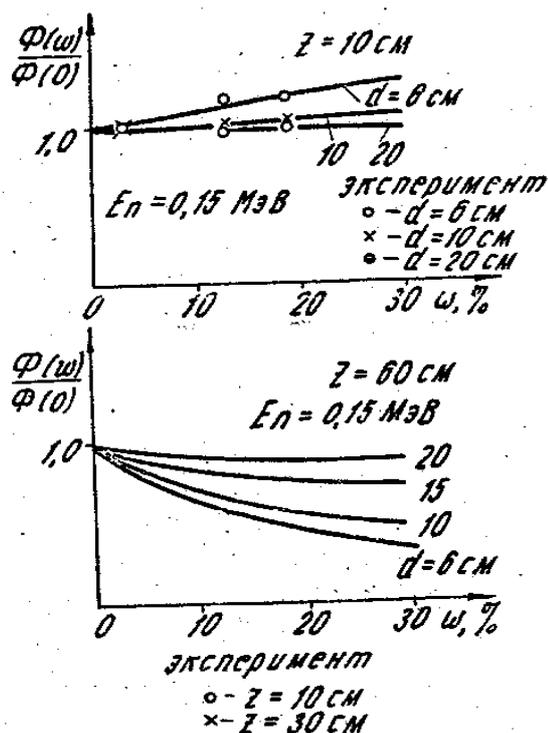


Рис. 7.7.3. Влияние водонасыщенной пористости $\omega, \%$ на результаты НГК песчаников с учетом длины зонда $z, \text{ см}$, и толщины слоя бурового раствора между стенкой скважины и стенкой скважинного прибора $d, \text{ см}$

7.7.2. Спектрометрический нейтронный гамма-каротаж. Пространственное распределение интегрального потока гамма-излучения неупругого рассеяния нейтронов (ГИНР) на ядрах кислорода ГИНР(О) без учета влияния скважины

Зная закономерности переноса первичных нейтронов, можно найти пространственное распределение потока гамма-излучения, индуцированного точечным источником нейтронов в однородной бесконечной среде с постоянным содержанием определяемых элементов.

Сформулируем задачу следующим образом. Точечный источник быстрых нейтронов помещен в однородную среду, содержащую ядра определяемого элемента, которые распределены в ней равномерно. Требуется найти пространственное распределение потока гамма-излучения, возникающего в результате неупругого рассеяния быстрых нейтронов на ядрах порообразующих элементов.

Для решения задачи воспользуемся диффузионным приближением теории переноса быстрых нейтронов и ГИНР. Использование диффузионного приближения оправдывается тем, что в процессе переноса нейтроны и гамма-кванты многократно рассеиваются. В результате интегральный поток гамма-излучения неупругого рассеяния быстрых нейтронов на 80 - 90 % состоит из рассеянных гамма-квантов.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , начало которой совместим с точкой расположения источника быстрых нейтронов, а ось z направим вдоль оси скважины.

Для нахождения пространственного распределения интегрального потока ГИНР $\Phi(r, z)$ следует решить уравнение диффузии [8]:

$$D\Delta\Phi(r, z) + \mu_a\Phi(r, z) = -A(r, z), \quad (7.7.1)$$

где $\Phi(r, z)$ – поток ГИНР в точке, определяемой координатами (r, z) ; Δ – оператор Лапласа; D, μ_a – коэффициент диффузии и линейный коэффициент поглощения гамма-квантов ГИНР в среде; $A(r, z)$ – объемная активность источников ГИНР.

В том случае, когда распределение быстрых нейтронов задается в одногрупповом диффузионном приближении, объемная активность источников ГИНР $A(r, z)$ определяется выражением:

$$A(r, z) = k_{\text{ГИНР}j} \Sigma_{y1} \Phi_1(r, z), \quad (7.7.2)$$

где $k_{\text{ГИНР}j}$ – коэффициент ГИНР-преобразования первичного нейтронного излучения в ГИНР на ядрах j -го элемента; Σ_{y1} – макроскопическое сечение увода быстрых нейтронов; $\Phi_1(r, z)$ – пространственное распределение быстрых первичных нейтронов.

Пространственное распределение потока быстрых первичных нейтронов точечного источника в бесконечной однородной среде имеет вид:

$$\Phi_1(r, z) = \frac{Q}{2\pi D_1} \frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}}, \quad (7.7.3)$$

где Q – мощность источника.

Подставляя выражения (7.7.2) и (7.7.3) в (7.7.1) и решая уравнение (7.7.1), находим пространственное распределение интегрального потока ГИНР, возникающего в результате ядерных реакций на быстрых нейтронах:

$$\Phi(r, z) = \frac{Q k_{\text{ГИНР}j}}{4\pi D \sqrt{r^2 + z^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + z^2}}}{v^2 - \chi_1^2} + \frac{e^{-v \sqrt{r^2 + z^2}}}{\chi_1^2 - v^2} \right], \quad (7.7.4)$$

где $k_{\text{ГИНР}j}$ – коэффициент ГИНР-преобразования быстрых нейтронов генератора в ГИНР на ядрах j -го изотопа; $\chi_1^2 = \frac{\Sigma_{y1}}{D_1}$ – квадрат обратной длины диффузии быстрых первичных нейтронов источника; $v^2 = \frac{\mu_a}{D}$ – квадрат обратной длины диффузии ГИНР.

Каротаж ГИНР наиболее часто используется для определения содержания ядер углерода (C^{12}) и кислорода (O^{16}) в углеродно-кислородном каротаже (или С/О – каротаже), который является прямым методом определения содержания углеводородов в горных породах.

Расчет параметров диффузионного переноса гамма-излучений потока ГИНР(О) осуществлялся по методике, предложенной Г. М. Воскобойниковым. Для ГИНР на ядрах кислорода начальная энергия индуцированных гамма-квантов ГИНР $E_0 = 6,13$ МэВ (см. табл. 7.7.1). Пороговая энергия устанавливалась на уровне $E_{п} = 0,15$ МэВ. Пространственное распределение ГИНР кислорода в безграничной однородной среде приведено на рис. 7.7.4.

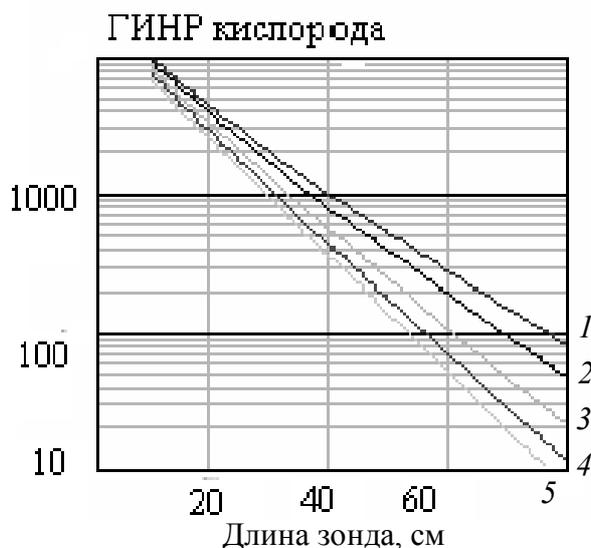


Рис. 7.7.4. Зависимость потока ГИНР кислорода от длины зонда z , см:
 $\omega = 5\%$ (1); $\omega = 10\%$ (2); $\omega = 20\%$ (3); $\omega = 30\%$ (4); $\omega = 40\%$ (5); $p = 15\%$

Пространственное распределение потока гамма-излучения неупругого рассеяния быстрых нейтронов на ядрах кислорода ГИНР(О) с учетом влияния скважины

Задача формулируется следующим образом. Задана гетерогенная среда с круговой цилиндрической границей раздела радиусом $r = r_0$. Внутренняя среда ($r < r_0$) соответствует скважине, внешняя ($r \geq r_0$) представляет собой бесконечный по радиусу продуктивный пласт, окружающий скважину со всех сторон. На оси скважины помещен ($D-T$)-источник нейтронов мощностью Q нейтронов в секунду. Необходимо найти пространственное распределение потока гамма-излучения неупругого рассеяния (ГИНР) быстрых нейтронов генератора в скважине и продуктивном пласте.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ее начало совпадало с точкой расположения источника, а ось z была направлена вдоль оси скважины. Обозначим все величины, относящиеся к скважине и продуктивному пласту, соответственно индексами s и r ($k = s, r$).

Решение задачи сводится к решению системы уравнений диффузии для потока ГИНР $\Phi_k(r, z)$ [8]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_c(r, z)}{\partial r} \right) - v_c^2 \Phi_c(r, z) = 0; \quad (7.7.5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_r(r, z)}{\partial r} \right) - v_r^2 \Phi_r(r, z) = -k_{\text{ГИНР}} \Sigma_{1r} \Phi_{1r}(r, z), \quad (7.7.6)$$

где $\Phi_{1r}(r, z)$ – поток быстрых нейтронов генератора в пласте; v_k^2 – квадраты обратной длины диффузии ГИНР ($k = c, r$); Σ_{1r} – макросечение увода быстрых нейтронов; $k_{\text{ГИНР}} = \frac{\eta \Sigma_{nr}}{\Sigma_{1r}}$ – коэффициент преобразования быстрых нейтронов генератора в ГИНР; η – выход ГИНР на акт рассеяния; Σ_{nr} – макросечение реакции преобразования быстрых нейтронов в ГИНР.

Решение задачи получим применением прямого и обратного преобразования Фурье к функциям потока ГИНР $\Phi_k(r, z)$. Опуская интегральные преобразования, получим решение задачи в интегральном виде:

$$\Phi_k(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Phi_k(r, k) \cos kz dk, \quad (7.7.7)$$

где $\Phi_k(r, k)$ – решение задачи в Фурье-представлении.

В качестве примера выполним расчет ГИНР кислорода для нефтяных месторождений Башкирии. Нефтяные коллектора Башкирии состоят из песчаной фракции (65 %), глинистого цемента (15 %) и порового флюида (20 %).

Результаты численного расчета потока быстрых нейтронов точечного источника в зависимости от длины зонда z , см, радиуса обводненной r_0 , см, и водонасыщенной пористости пласта ω , %, приведены на рис. 7.7.5-7.7.6. Расчет параметров диффузионного переноса ГИНР для кислорода выполнен по методике, предложенной Г. М. Воскобойниковым. Толщина слоя воды в скважине обозначена $d = r_0 - r_{\text{сп}}$, где $r_{\text{сп}}$ – радиус скважинного прибора

Примеры численного расчета потока ГИНР(О) в скважине в зависимости от длины зонда и радиуса скважины приведены на рис. 7.7.5, 7.7.6.

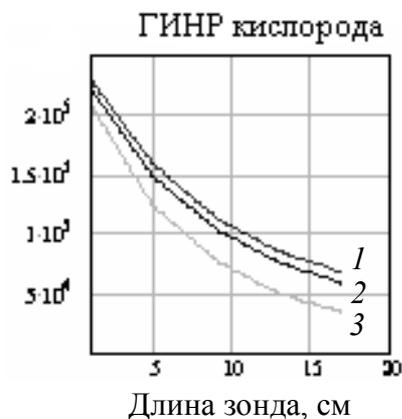


Рис. 7.7.5. Зависимость потока ГИНР кислорода от длины зонда z , см:
 $d = 0$ (1); $d = 1$ см (2); $d = 5$ см (3);
 $\omega = 20$ % – водонасыщенная пористость; $p = 15$ % – глинистый цемент



Рис. 7.7.6. Зависимость потока ГИНР кислорода от радиуса скважины r_0 , см: длина зонда $z = 15$ см (1); $z = 20$ см (2); $z = 25$ см (3)

Конфигурация кривых каротажа ГИНР кислорода в слоистой среде

На практике в осадочных породах продуктивные залежи часто имеют слоистую структуру. Оруденение в таких случаях, как правило, локализуется по напластованию горных пород согласно залеганию отдельных слоев, а содержание определяемого элемента изменяется вкрест напластования по произвольному закону: $q = q(z)$, где z – координатная ось, направленная нормально к напластованию горных пород. При этом возникает вопрос о конфигурации кривых каротажа гамма-излучения, индуцированного точечным источником первичных нейтронов в слоистой среде с произвольным распределением определяемого элемента $q = q(z)$.

Задача формулируется следующим образом. Задана квазиоднородная среда с произвольным одномерным оруденением $q = q(z)$, где $q(z)$ – весовое содержание определяемого элемента. Буровая скважина пересекает среду в направлении оси z нормально к оруденению. В скважине в точке $z = z^*$ помещен точечный источник быстрых нейтронов активностью Q нейтрон/с. Требуется найти пространственное распределение потока гамма-излучения, индуцированного быстрыми нейтронами, при условии, что влиянием скважины можно пренебречь.

Наличие ядер определяемого элемента в среде будем в дальнейшем называть оруденением. Для удобства координаты источников индуцированного гамма-излучения будем отмечать штрихами.

Задача решается методом функции Грина в два этапа. Сначала находится решение для плоского источника индуцированного гамма-излучения $z = z'$, т. е. находится функция влияния тонкого бесконечного пласта, которую назовем функцией Грина. Затем находится решение для произвольного закона распределения искомого элемента $q = q(z')$ путем интегрирования функции Грина по всему промежутку распределения источников ГИНР.

При решении задачи воспользуемся диффузионным приближением теории переноса ГИНР и одnogрупповым диффузионным приближением теории переноса быстрых первичных нейтронов. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ось z совпадала с осью скважины.

Стационарный перенос гамма-излучения, индуцированного быстрыми первичными нейтронами, определяется системой зацепленных уравнений диффузионного типа, которые в цилиндрической системе координат имеют вид [8]:

$$D_1 \Delta \Phi_1(r, z) - \Sigma_{y1} \Phi_1(r, z) = - \frac{Q \delta(r) \delta(z - z^*)}{2\pi r}; \quad (7.7.8)$$

$$D \Delta \Phi(r, z) - \mu_a \Phi(r, z) = k'_{\text{ГИНР}j} \Sigma_{y1} \Phi_1(r, z) \delta(z - z') q(z'). \quad (7.7.9)$$

Правая часть уравнения (7.7.8) соответствует точечному источнику быстрых первичных нейтронов, расположенному в точке $r = 0$, $z = z^*$. Правая часть уравнения (7.7.9) представляет собой тонкий пласт источников индуцированного гамма-излучения, пересекающий скважину в точке $z = z'$, с весовым содержанием изотопа-индикатора $q = q(z')$; $\Phi(r, z)$ – поток ГИНР в точке, определяемой координатами (r, z) ; $\Phi_1(r, z)$ – поток быстрых первичных нейтронов точечного источника в однокрупном диффузионном приближении; D , μ_a – коэффициент диффузии и линейный коэффициент поглощения ГИНР среде; $k'_{\text{ГИНР}j}$ – коэффициент ГИНР-преобразования быстрых первичных нейтронов во вторичное гамма-излучение на ядрах j -го сорта, отнесенный к единице содержания определяемого элемента (удельный коэффициент ядерной ГИНР-реакции); Σ_{y1} – полное макроскопическое сечение увода быстрых первичных нейтронов за порог ГИНР-реакции, см^{-1} ; Q – мощность источника первичных нейтронов, нейтрон/с; $\delta(r) \delta(z - z^*) / 2\pi r$ – дельта-функция для точечного источника быстрых первичных нейтронов, расположенного в точке $r = 0$, $z = z^*$; $\delta(z - z')$ – дельта-функция для плоского источника вторичного индуцированного гамма-излучения (тонкого рудного пласта), расположенного нормально к оси скважины и пересекающего скважину в точке $z = z'$; $q(z)$ – весовое содержание определяемого элемента, г/г; Δ – оператор Лапласа.

Для сравнительной оценки вероятности преобразования нейтронного излучения на ядрах различных элементов целесообразно использовать удельные коэффициенты преобразования, отнесенные к единице содержания соответствующего элемента.

Удельные коэффициенты характеризуют интенсивность преобразования первичного нейтронного излучения во вторичное гамма-излучение на ядрах j -го сорта. Полный коэффициент ГИНР-преобразования быстрых первичных нейтронов $k_{\text{ГИНР}j}$ в среде с содержанием определяемого элемента q_j равен произведению удельного коэффициента $k'_{\text{ГИНР}j}$ на содержание элемента в среде: $k_{\text{ГИНР}j} = k'_{\text{ГИНР}j} q_j$.

Решение системы уравнений (7.7.8), (7.7.9) получаем применением преобразования Ханкеля по r и Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований. Опуская интегральные преобразования, находим пространственное распределение потока гамма-излучения, индуцированного точечным источником быстрых первичных нейтронов (ГИНР) в квазиоднородной бесконечной среде, содержащей тонкий рудный пласт, расположенный нормально к оси скважины и пересекающий скважину в точке $z = z'$ [8]:

$$\Phi(r, z) = \frac{Qk'_{\text{ГИНР}}\chi_1^2 q(z')}{4\pi D \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}}}{(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-v \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}}}{(\chi_1^2 - v^2)} \right], \quad (7.7.10)$$

где $\chi_1^2 = \Sigma_{y1} / D_1$ – квадрат обратной длины диффузии быстрых нейтронов; $v^2 = \mu_a / D$ – квадрат обратной длины диффузии гамма-излучения ГИНР.

С физической точки зрения $R = \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}$ представляет собой суммарное расстояние, проходимое первичным нейтронным излучением от источника нейтронов до элементарного рудного объема и индуцированным гамма-излучением от элементарного рудного объема до точки измерения. Поэтому знак корня при вычислениях следует брать положительным.

Кроме того, при каротаже расстояние между источником и детектором L (длина зонда) фиксируется $|z - z^*| = L$. Из этого следует: $z^* = z \pm L$. Детектор индуцированного гамма-излучения при каротаже на подъеме от забоя к устью скважины может двигаться впереди источника первичных нейтронов или за ним. Назовем зонд прямым, если источник нейтронов находится выше детектора гамма-квантов: $z^* = z - L$, и обращенным, если источник нейтронов находится ниже детектора гамма-излучения: $z^* = z + L$. На оси скважины при $r = 0$ поток индуцированного гамма-излучения

$$\Phi(0, z - z', L) = \frac{Qk'_{\text{ГИНР}}\chi_1^2 q(z')}{4\pi D (|z - z'| + |z' - z^*|)} \left[\frac{e^{-\chi_1 (|z - z'| + |z' - z^*|)}}{(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-v (|z - z'| + |z' - z^*|)}}{(\chi_1^2 - v^2)} \right]. \quad (7.7.11)$$

Максимальной величины поток ГИНР достигает при $R = \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}$.

Это возможно, когда $r = 0$ и $|z - z'| + |z' - z^*| = 0$.

Таким образом, максимальной величины поток индуцированного гамма-излучения тонкого пласта будет достигать над пластом в точке $z = z'$. Выполняя в выражении (7.7.9) предельный переход $z \rightarrow z'$, находим оценку для максимальной величины потока гамма-излучения, индуцированного быстрыми нейтронами на оси скважины для тонкого пласта и зонда длиной L в виде:

$$\Phi(0, z = z', L) = \frac{Qk'_{\text{ГИНР}}\chi_1^2 q(z')}{4\pi DL} \left[\frac{e^{-\chi_1 L}}{(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-vL}}{(\chi_1^2 - v^2)} \right]. \quad (7.7.12)$$

Для зонда малой длины $L \rightarrow 0$ максимальная величина потока будет:

$$\Phi(0, z = z', 0) = \frac{Qk'_{\text{ГИНР}}\chi_1^2 q(z')}{4\pi D(\chi_1 + v)}. \quad (7.7.13)$$

Выражение (7.7.12) является функцией Грина для уравнения (7.7.9), т. е. представляет собой пространственное распределение потока гамма-излучения, индуцированного точечным источником быстрых первичных нейтронов в квазиоднородной бесконечной среде, содержащей тонкий рудный пласт, расположенный нормально к оси скважины и пересекающий скважину в точке $z = z'$.

Решение для произвольного закона распределения искомого элемента $q = q(z')$ находится путем интегрирования функции Грина по всему промежутку распределения источников ГИНР:

$$\Phi(0, z, L) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(z')\Phi(0, z - z', L) dz'. \quad (7.7.14)$$

Рассмотрим решение прямой задачи каротажа ГИНР в частном случае для пласта конечной мощности с постоянным содержанием определяемого элемента.

Расположим начало координат в центре пласта конечной мощности $|z'| \leq |h|$, где h – полумощность пласта с постоянным содержанием определяемого элемента $q(z') = q$. Для этого случая распределение потока индуцированного гамма-излучения по оси скважины находится путем интегрирования выражения для потока от тонкого пласта (7.7.12) по всему рудному интервалу по переменной z' в пределах от $-h$ до $+h$:

$$\Phi(0, z, L, h) = q \int_{-h}^{+h} \Phi(0, z - z', L) dz'. \quad (7.7.15)$$

Регистрация ГИНР имеет свои особенности, которые связаны с малым временем жизни быстрых нейтронов. При использовании стационарных ампульных источников нейтронов, индуцированное нейтронами гамма-излучение состоит из гамма-излучения неупругого рассеяния (ГИНР) быстрых нейтронов и гамма-излучения радиационного захвата (ГИРЗ) тепловых нейтронов. Выделение ГИНР при использовании стационарных источников затруднено из-за наличия фона ГИРЗ. Для разделения ГИНР и ГИРЗ обычно используют импульсную модификацию нейтронного гамма-каротажа, временную селекцию импульсов индуцированного гамма-излучения и спектрометрическую регистрацию гамма-квантов ГИНР во время импульса нейтронов в наносекундном диапазоне и ГИРЗ в промежутках между импульсами (10^{-6} - 10^{-5} с).

Для разделения нефтеносных и водоносных пластов, насыщенных пресными водами, наибольший интерес представляет углеродно-кислородный каротаж. По ГИРЗ углерод и кислород не выделяются из-за чрезвычайно низкого сечения захвата тепловых нейтронов (0,0034 и 0,0002 барн).

Для расчета потока ГИНР нейтронов на ядрах кислорода ГИНР(O) необходимо знать параметры переноса быстрых нейтронов дейтерий-тритиевого генератора и ГИНР на ядрах кислорода в горных породах различной влажности, плотности и вещественного состава. Поэтому предварительно были выполнены расчеты параметров переноса быстрых нейтронов и ГИНР кислорода.

При расчете параметров переноса все быстрые нейтроны генератора были объединены в одну группу. Расчеты параметров переноса быстрых нейтронов выполнены в диффузионном приближении. Расчет параметров переноса ГИНР кислорода осуществлялся по методике, предложенной Г. М. Воскобойниковым.

При расчете параметров переноса нейтронного излучения необходимо знать эффективные сечения рассеяния и поглощения нейтронов на ядрах горных пород различного сорта. Средневзвешенные по энергии нейтронов эффективные сечения рассеяния найдены методом численного интегрирования с ис-

пользованием атласа эффективных нейтронных сечений [1]. При этом учитывались начальная E_0 и конечная E_n энергии нейтронов. Для рассматриваемого случая начальная энергия была равна энергии нейтронов дейтерий-тритиевого генератора $E_0 = 14,1$ МэВ, а конечная совпадала с порогом реакции неупругого рассеяния нейтронов на ядрах кислорода: $E_n = 6,13$ МэВ. Начальная энергия наведенного гамма-излучения изотопа O-16 принята $E_0 = 6,13$ МэВ. За конечную энергию принят уровень дискриминации регистрируемого гамма-излучения: $E_n = 0,15$ МэВ.

Конфигурация кривых ГИНР кислорода над пластом мощностью 10 см с центром в начале координат для зондов различной длины приведена на рис. 7.7.7.

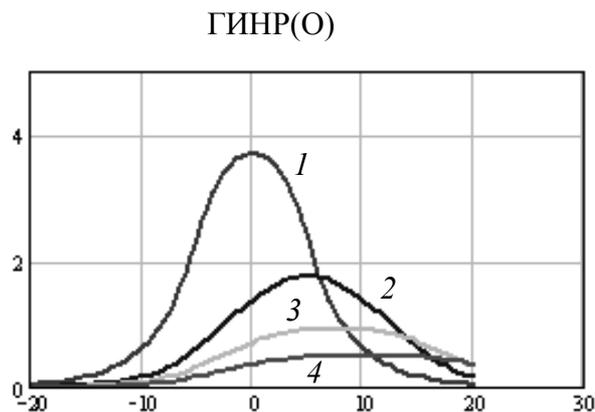


Рис. 7.7.7. Конфигурация кривых ГИНР кислорода над пластом мощностью 10 см с центром в начале координат для последовательных зондов длиной: $z = 0$ см (1), $z = 10$ см (2), $z = 15$ см (3) и $z = 20$ см (4); источник нейтронов находится слева от детектора ГИНР(O)

На рис. 7.7.8 изображены результаты расчета потока ГИНР кислорода для обращенных зондов над пластом мощностью 10 см.

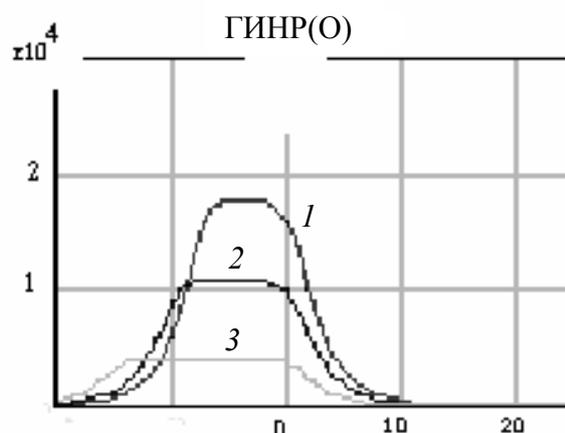


Рис. 7.7.8. Конфигурация кривых ГИНР кислорода над пластом мощностью 10 см с центром в начале координат для обращенных зондов: $z = 15$ см (1), $z = 20$ см (2), $z = 30$ см (3); источник нейтронов находится справа от детектора ГИНР

7.7.3. Нейтронный гамма-картаж интегрального потока захватного гамма-излучения тепловых нейтронов в силикатной среде ГИРЗ(Si)

Рассмотрим вопросы НГК на примере ГИРЗ кремния. Метод ГИРЗ(Si) заключается в облучении стенок скважины точечным источником быстрых нейтронов и измерении потока гамма-излучения кремния-28, возникающего в результате захвата тепловых нейтронов ядрами кремния.

Пространственное распределение ГИРЗ(Si) без учета влияния скважины

Ампульные источники нейтронов всегда испускают быстрые нейтроны (несколько МэВ), которые двигаются в горной породе и замедляются до тепловой энергии (0,025 эВ). Тепловые нейтроны продолжают свое движение в горной породе и в конце своего движения захватываются ядрами породообразующих элементов с испусканием захватного гамма-излучения (ГИРЗ). Таким образом, для исследования пространственного распределения захватного гамма-излучения необходимо знать распределение первичных тепловых нейтронов в среде.

Зная закономерности переноса первичных нейтронов, можно найти пространственное распределение потока захватного гамма-излучения ГИРЗ(Si), индуцированного точечным источником нейтронов в однородной бесконечной среде с постоянным содержанием кремния.

Для решения задачи воспользуемся диффузионным приближением теории переноса нейтронов и гамма-излучения. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , начало которой совместим с точкой расположения источника быстрых нейтронов, а ось z направим вдоль оси скважины. Для нахождения пространственного распределения интегрального потока захватного гамма-излучения следует решить уравнение диффузии [8]:

$$D\Delta\Phi(r, z) + \mu_a\Phi(r, z) = -A(r, z), \quad (7.7.16)$$

где $\Phi(r, z)$ – поток захватного гамма-излучения в точке, определяемой координатами (r, z) ; Δ – оператор Лапласа; D , μ_a – коэффициент диффузии и линейный коэффициент поглощения захватного гамма-излучения в среде; $A(r, z)$ – объемная активность источников захватного гамма-излучения.

Источниками захватного гамма-излучения в рассматриваемом случае являются первичные тепловые нейтроны генератора. В том случае, когда распределение тепловых нейтронов задается в двухгрупповом диффузионном приближении, объемная активность источников захватного гамма-излучения определяется выражением $A(r, z) = k_{\text{ГИРЗ}j} \Sigma_2 \Phi_2(r, z)$, где $k_{\text{ГИРЗ}j}$ – коэффициент преобразования первичного теплового нейтронного излучения в захватное гамма-излучение на ядрах j -го элемента; Σ_2 – макроскопическое сечение поглощения тепловых нейтронов; $\Phi_2(r, z)$ – пространственное распределение первичных тепловых нейтронов, которое имеет вид (7.7.4).

Решение уравнения (7.7.16) с учетом (7.7.4) получаем применением преобразования Ханкеля по r и Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований. После выполнения прямых и обратных преобразований находим пространственное распределение потока ГИРЗ в однородной бесконечной среде:

$$\Phi(r, z) = \frac{k_{\text{ГИРЗ}} Q \chi_1^2 \chi_2^2}{4\pi D \sqrt{r^2 + z^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + (z-z^*)^2}}}{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(\nu^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2 \sqrt{r^2 - (z-z^*)^2}}}{(\chi_1^2 - \chi_2^2)(\nu^2 - \chi_2^2)} + \frac{e^{-\nu \sqrt{r^2 + (z-z^*)^2}}}{(\chi_1^2 - \nu^2)(\chi_2^2 - \nu^2)} \right]. \quad (7.7.17)$$

Максимальной величины поток захватного гамма-излучения достигает в начале координат при $\sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow 0$. Выполняя в выражении (7.7.17) указанный предельный переход, находим оценку для максимальной величины потока захватного гамма-излучения:

$$\Phi(0, 0) = \frac{Q k_{\text{ГИРЗ}} \chi_1^2 \chi_2^2}{4\pi D (\chi_1 + \chi_2)(\chi_1 + \nu)(\chi_2 + \nu)}, \quad (7.7.18)$$

где ν^2 – квадрат обратной длины диффузии захватного гамма-излучения.

Перенос потока захватного гамма-излучения, индуцированного на ядрах породообразующих элементов в результате ядерной реакции на тепловых нейтронах, определяется соотношением (7.7.17). Для зондов малой длины расчет выполняется по формуле (7.7.18).

Расчетное значение коэффициента размножения ГИРЗ для кремния-28: $k_{\text{ГИРЗ}}(\text{Si}) = 4,467 \cdot 10^{-3}$. Расчет выполнен для содержания кремния в среде, равного одному проценту.

Результаты численного расчета потока захватного гамма-излучения кремния в зависимости от длины зонда в бесконечной однородной среде приведены на рис. 7.7.9.

Для терригенного коллектора на нефтегазовых месторождениях представляет интерес исследование влияния влажности и глинистости на величину потока захватного гамма-излучения пласта. Влияние влажности и глинистости силикатной среды рассмотрены на примере зондов малой длины.

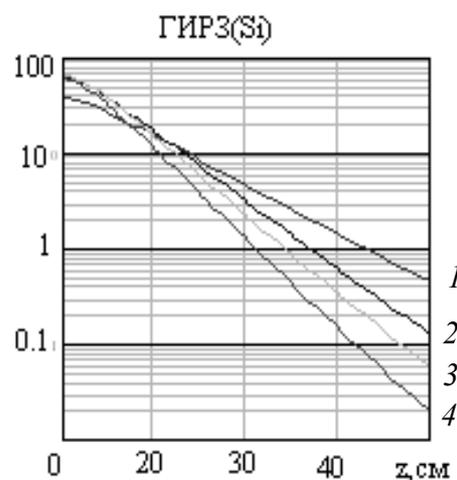


Рис. 7.7.9. Зависимость потока захватного гамма-излучения кремния от длины зонда z , см, без учета влияния диаметра скважины: содержание глинистого цемента $p = 15\%$; водонасыщенная пористость коллектора $\omega = 5\%$ (1); $\omega = 20\%$ (2); $\omega = 30\%$ (3); $\omega = 45\%$ (4)

Результаты численного расчета потока захватного гамма-излучения кремния ГИРЗ(Si), возникающего в результате захвата тепловых нейтронов генератора, в зависимости от водонасыщенной пористости и глинистости бесконечной силикатной среды приведены на рис. 7.7.10.



Рис. 7.7.10. Зависимость потока захватного гамма-излучения от водонасыщенной пористости пласта $\omega, \%$ (слева) и глинистости $p, \%$ (справа) в области малых зондов

Пространственное распределение ГИРЗ(Si) с учетом влияния скважины

Примеры численного расчета потока захватного гамма-излучения в однородной силикатной среде с учетом влияния скважины приведены на рис. 7.7.11-7.7.13.

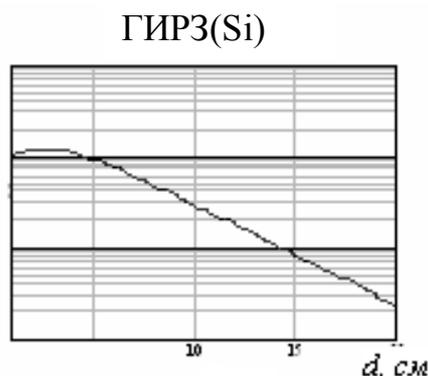


Рис. 7.7.11. Зависимость потока ГИРЗ кремния от толщины слоя бурового раствора между стенкой скважинного прибора r_c и стенкой скважины r_0 :

$$d = r_0 - r_c, \text{ см, для зонда длиной } z = 10 \text{ см}$$

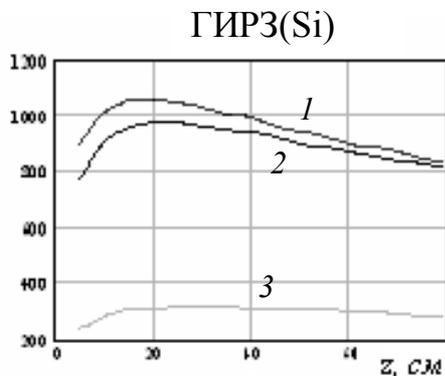


Рис. 7.7.12. Зависимость потока ГИРЗ(Si) от длины зонда $z, \text{см}$ на оси обводненной скважины радиусом: $r_0 = 1 \text{ см}$ (1), $r_0 = 5 \text{ см}$ (2) и $r_0 = 7 \text{ см}$ (3)

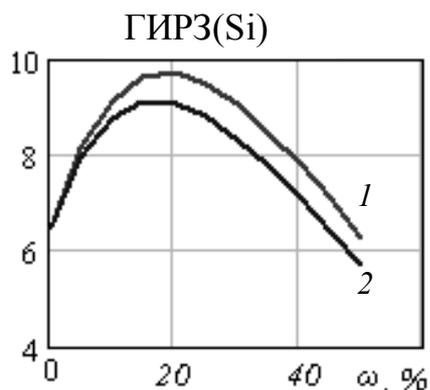


Рис. 7.7.13. Зависимость потока ГИРЗ(Si) от влажности силикатной среды ω , %, в обводненной скважине радиусом 5 см для зондов длиной: $z=10$ см (1) и $z=60$ см (2)

Аналогичные расчеты выполнены в скважинах, обсаженных стальной обсадной колонной. Основные зависимости потока ГИРЗ(Si), установленные выше для открытой скважины, сохраняются и в случае обсаженных скважин.

7.7.4. Спектрометрический нейтронный гамма-картаж на медь ГИРЗ(Cu)

Спектральное распределение захватного гамма-излучения медных руд ГИРЗ(Cu)

Радиационный захват первичных тепловых нейтронов ядрами меди сопровождается гамма-излучением высокой энергии. Основные линии захватного гамма-излучения меди расположены в области 7-8 мэВ. Кроме меди в указанной области энергий повышенным выходом захватного гамма-излучения обладают железо, марганец, калий, кремний, алюминий и другие элементы, содержащиеся в медных рудах (рис. 7.7.14).

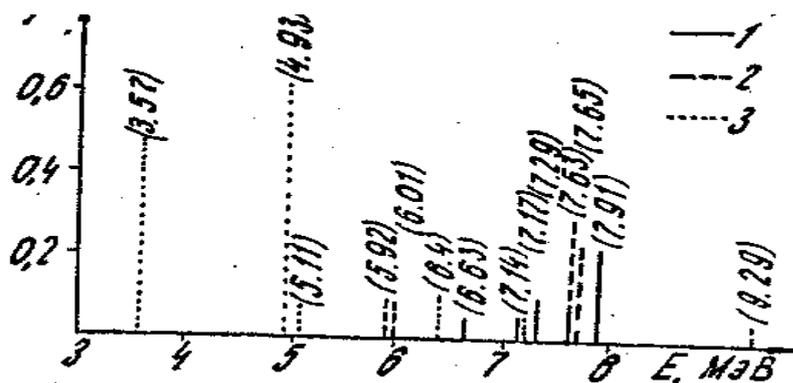


Рис. 7.7.14. Аналитические линии захватного гамма-излучения меди (1), железа (2) и кремния (3)

На рис. 7.7.15 приведены типичные спектры захватного гамма-излучения медистых (1) и безрудных кварцитовидных (2) песчаников. В спектре медистых песчаников наблюдается рост потока захватного гамма-излучения в области энергий 6-8 мэВ, которая соответствует аппаратным линиям захватного гамма-излучения меди и железа.

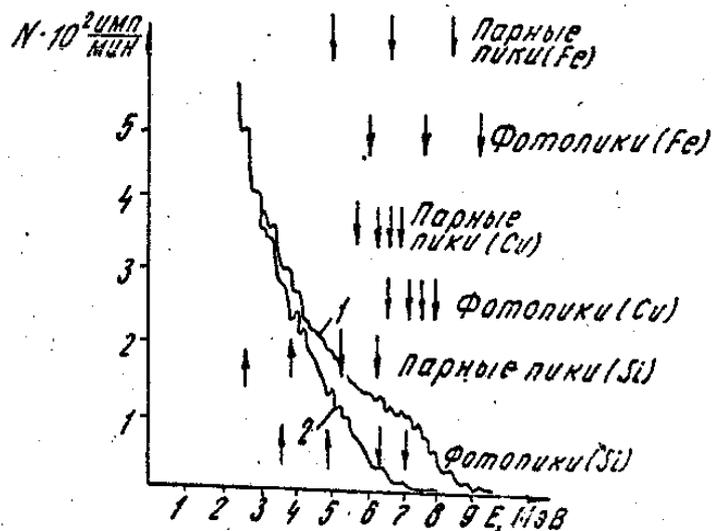


Рис. 7.7.15. Аппаратурные спектры захватного гамма-излучения медистых (1) и кварцитовидных (2) песчаников

При регистрации гамма-квантов больших энергий аппаратурные спектры захватного гамма-излучения имеют сложный вид в связи с высокой вероятностью рождения электрон-позитронных пар. Каждая аппаратурная линия представлена триадой: парным пиком, полупарным пиком и фотопиком. В области захватного гамма-излучения меди наблюдается преобладание парных пиков над полупарными и фотопиками. Поэтому аппаратурный спектр захватного гамма-излучения медных руд представлен в основном парными пиками, имеющими энергию $(E-1,02)$ МэВ.

Раздельное количественное определение содержания меди и железа, по данным НГК-С, осложняется из-за большого количества и сложного вида аппаратурных линий захватного гамма-излучения и их близкого расположения (см. рис. 7.7.14). В результате отдельные пики накладываются друг на друга и не разрешаются (см. рис. 7.7.15).

Амплитуда пиков отдельных линий захватного гамма-излучения мала из-за низкой эффективности регистрации гамма-квантов высокой энергии NaI(Tl) – детекторами малого объема. В результате использовать отдельные линии для определения содержания меди не представляется возможным.

Малая эффективность регистрации гамма-квантов высокой энергии и наложение аналитических линий захватного гамма-излучения приводит к тому, что для количественного анализа медных руд используют широкие области спектра, содержащие несколько аналитических линий. Выбор энергетических интервалов осуществляют с учетом сдвига спектра по шкале энергий на 1,02 мэВ влево из-за образования электрон-позитронных пар. В частности, для определения содержания железа используют интервал энергий 8,2-8,8 МэВ, содержащий парный и полупарный пики аналитической линии железа с энергией 9,23 МэВ. Для определения содержания меди используют области 6,4-6,8; 7,0-7,4 и 7,4-7,8 МэВ, которые содержат парные, полупарные и фотопики линий захватного гамма-излучения меди с энергией 7,14; 7,29; 7,63 и 7,91 МэВ.

Аппаратура и оборудование каротажа ГИРЗ на медь

Для исследования скважин на медь методом НГК-С можно использовать аппаратуру СГСЛ (см. рис. 6.3.4). Нейтронное поле создается с помощью источников мощностью $3,10^7$ - $5,10^7$ нейтрон/с. Для этого используются Po-Be-, Pu-Be- или Cf²⁵²-источники нейтронов.

Аппаратура СГСЛ представляет собой стабилизированный гамма-спектрометр, предназначенный для исследования рудных, угольных и нефтяных скважин методами спектрометрии естественного, наведенного и захватного гамма-излучения.

Перед выполнением количественных измерений проводят энергетическую калибровку аппаратуры по гамма-излучению, которая необходима для выбора оптимальных условий измерения захватного гамма-излучения.

При калибровке в качестве реперных линий используют аналитические линии собственного гамма-излучения Po-Be-источника нейтронов (фотопик – 4,43, полупарный пик – 3,92 и парный пик – 3,42 МэВ) и захватного гамма-излучения ядер водорода (фотопик – 2,23, полупарный пик – 1,72 и парный пик – 1,21 МэВ). Можно использовать также гамма-излучение изотопов Co-60 и Zn-65, входящих в комплект образцовых спектрометрических гамма-источников (ОСГИ).

Содержание железа определяется по скорости счета захватного гамма-излучения в интервале энергий от 8,2 до 8,8 мэВ. Для определения содержания меди используется интервал от 7,0 до 7,4 мэВ.

7.7.5. Спектрометрический нейтронный гамма-картаж на железо

При исследовании колчеданных руд большой интерес представляет количественная оценка содержания железа в рудах. Железо в рудах связано химически с серой в виде FeS₂. Сера, в свою очередь, является сырьем для производства серной кислоты и определяет промышленную ценность колчеданных руд. Железо имеет несколько интенсивных аналитических линий ГИРЗ, по которым можно определять его содержание в рудах в условиях естественного залегания. Поэтому вопрос о каротаже ГИРЗ(Fe) представляет интерес для разработки методики и интерпретации результатов каротажа ГИРЗ на железо.

Распределение потока ГИРЗ(Fe) в бесконечной железосодержащей среде

Сформулируем задачу следующим образом. Точечный источник быстрых нейтронов помещен в однородную среду, содержащую ядра железа, которые распределены в ней равномерно. Требуется найти пространственное распределение потока ГИРЗ(Fe).

Для решения задачи воспользуемся диффузионным приближением теории переноса ГИРЗ. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ). Ось z направим вдоль оси скважины. Источник нейтронов помещен на оси скважины в точке $z = z_0$. При исследовании вопросов каротажа ГИРЗ распределение тепловых нейтронов можно представить в двухгрупповом диффузионном приближении. Перенос ГИРЗ определяется в этом случае системой зацепленных уравнений диффузии:

$$D_1 \Delta \Phi_1(r, z) - \Sigma_{y1} \Phi_1(r, z) = -\frac{Q \delta(r) \delta(z - z^*)}{2\pi r}; \quad (7.7.19)$$

$$D_2 \Delta \Phi_2(r, z) - \Sigma_{y2} \Phi_2(r, z) = -\Sigma_{y1} \Phi_1(r, z); \quad (7.7.20)$$

$$D \Delta \Phi(r, z) + \mu_a \Phi(r, z) = -k_{\text{ГИРЗFe}} \Sigma_{y2} \Phi_2(r, z), \quad (7.7.21)$$

где $\Phi_1(r, z)$, $\Phi_2(r, z)$ – потоки быстрых и тепловых первичных нейтронов; D_1 , Σ_{y1} , D_2 , Σ_{y2} – коэффициенты диффузии и макроскопические сечения увода быстрых и тепловых нейтронов; μ_a – линейный коэффициент поглощения ГИРЗ(Fe); Q – активность источника нейтронов; $\delta(r)$ и $\delta(z - z^*)$ – дельта-функции Дирака; Δ – оператор Лапласа; $k_{\text{ГИРЗFe}}$ – коэффициент преобразования первичных тепловых нейтронов в ГИРЗ(Fe).

Первые два уравнения – (7.7.19) и (7.7.20) – являются уравнениями баланса быстрых и тепловых нейтронов в единице объема среды. Третье уравнение (7.7.21) – является уравнением баланса ГИРЗ в единице объема среды. Правые части уравнений характеризуют прибыль излучения за счет источников, находящихся внутри единичного объема среды.

Источником быстрых нейтронов является точечный источник, расположенный в точке с координатами $r = 0$ и $z = z^*$. Точечный источник задается в виде дельта-функции по пространству:

Источниками для ГИРЗ являются тепловые первичные нейтроны, при поглощении которых возникает ГИРЗ(Fe). Источники для ГИРЗ расположены в правой части уравнения (7.7.21). При этом объемная активность источников ГИРЗ пропорциональна вероятности реакции ГИРЗ на ядрах железа:

$$A(\vec{r}) = -\mu_{\text{ГИРЗFe}} \Sigma_{\text{ГИРЗ}} \Phi_2(\vec{r}),$$

где $\mu_{\text{ГИРЗ}}$ – среднее число индуцированных квантов ГИРЗ на акт захвата теплового нейтрона ядром железа; $\Sigma_{\text{ГИРЗ}}$ – полное макроскопическое сечение реакции (n, γ) на тепловых нейтронах; $\Phi_2(\vec{r})$ – поток тепловых нейтронов в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} .

Таким образом, распределение источников ГИРЗ зависит от пространственного распределения первичных тепловых нейтронов $\Phi_2(\vec{r})$, которое определяется свойствами среды по отношению к переносу нейтронного излучения.

Вероятность перехода тепловых нейтронов в ГИРЗ будем характеризовать коэффициентом преобразования тепловых нейтронов в ГИРЗ(Fe): $k_{\text{ГИРЗFe}}$ тогда выражение для объемной активности ГИРЗ принимает вид

$$A(\vec{r}) = -k_{\text{ГИРЗFe}} \Sigma_{y2} \Phi_2(\vec{r}).$$

Полный коэффициент преобразования тепловых нейтронов в ГИРЗ(Fe) характеризует среднее число квантов ГИРЗ, которые возникают на акт (n, γ) -реакции на ядрах железа. Он линейно зависит от макросечения соответствующей ядерной реакции и поэтому пропорционален содержанию железа.

Из выражения (7.7.21) найдем $\Phi_2(r, z)$ и подставим его в (7.7.20). Из выражения (7.7.20) найдем $\Phi_1(r, z)$ и подставим его в (7.7.19). Тогда:

$$(D_1 \Delta - \Sigma_{y1})(D_2 \Delta - \Sigma_{y2})(D \Delta - \mu_a) \Phi(r, z) = \frac{k_{\text{ГИРЗFe}} Q \Sigma_{y1} \delta(r) \delta(z - z^*)}{2\pi r}. \quad (7.7.22)$$

Решение уравнения (7.7.22) получим применением преобразования Ханкеля по r и Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований [8]:

$$\Phi(r, z) = \frac{k_{\text{ГИРЗFe}} Q \Sigma_{y1} \Sigma_{y2}}{2\pi D_1 D_2 D \sqrt{r^2 - (z - z^*)^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2 \sqrt{r^2 - (z - z^*)^2}}}{(\chi_1^2 - \chi_2^2)(v^2 - \chi_2^2)} + \frac{e^{-v \sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{(\chi_1^2 - v^2)(\chi_2^2 - v^2)} \right]. \quad (7.7.23)$$

На практике рудные залежи часто имеют слоистую структуру. Оруденение в таких случаях, как правило, локализуется по напластованию горных пород согласно с залеганием отдельных слоев, а содержание определяемого элемента изменяется вкост напластования по произвольному закону $q = q(z)$, где z - координатная ось, направленная нормально к оруденению. При этом возникает вопрос об исследовании закономерностей переноса захватного гамма-излучения, индуцированного источником нейтронов в слоистой среде.

Особенности переноса ГИРЗ(Fe) в слоистой среде

Рассмотрим пространственное распределение потока ГИРЗ железа в среде с произвольным распределением железа $q = q(z)$. Для простоты будем считать, что наличие оруденения не изменяет свойств среды, определяющих перенос нейтронов и гамма-квантов, т. е. среда квазиоднородна.

Сформулируем задачу следующим образом. Задана квазиоднородная среда с произвольным одномерным оруденением $q = q(z)$, где $q(z)$ – весовое содержание определяемого элемента. Буровая скважина пересекает среду в направлении оси z нормально к оруденению. В скважине в точке $z = z^*$ помещен точечный источник быстрых нейтронов активностью Q (нейтрон/с). Требуется найти распределение гамма-излучения, индуцированного нейтронами, при условии, что влиянием скважины можно пренебречь.

При решении задачи воспользуемся диффузионным приближением теории переноса ГИРЗ и двухгрупповым диффузионным приближением теории переноса первичных нейтронов. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ось z совпадала с осью скважины. Для удобства координаты источников ГИРЗ будем отмечать штрихами.

Задача решается методом функции Грина в два этапа. Сначала находится решение для плоского источника индуцированного гамма-излучения $z = z'$, т. е. находится функция влияния тонкого бесконечного пласта, которую назовем функцией Грина. Затем находится решение для произвольного закона распределения искомого элемента $q = q(z')$ путем интегрирования функции Грина по всему промежутку распределения источников гамма-излучения. Физический смысл такого решения заключается в том, что рудный пласт представляется в виде совокупности пластов малой мощности, плотно заполняющих весь рудный интервал. Справедливость такого решения вытекает из выполнения принципа аддитивности нейтронного и гамма-излучения.

Полный коэффициент ГИРЗ-преобразования тепловых первичных нейтронов на ядрах железа $k_{\text{ГИРЗFe}}$ в среде с содержанием железа q_{Fe} равен произведению удельного коэффициента $k'_{\text{ГИРЗFe}}$ на содержание железа в среде

$$k_{\text{ГИРЗFe}} = k'_{\text{ГИРЗFe}} q_{\text{Fe}}.$$

Для решения задачи на первом этапе следует найти распределение гамма-излучения, индуцированного тонким пластом, расположенным нормально к оси скважины в точке $z = z'$. Тонкий пласт можно задать в виде дельта-функции $\delta(z - z')$. Таким образом, для тонкого пласта функция источников в правой части уравнения (7.7.21) будет: $A(z) = -k'_{\text{ГИРЗ}} \Sigma_{y2} \Phi_2(r, z) \delta(z - z') q(z')$.

Тогда уравнение (7.7.21) принимает вид:

$$D\Delta\Phi(r, z) - \mu_a\Phi(r, z) = -k'_{\text{ГИРЗ}} \Sigma_{y2} \Phi_2(r, z) \delta(z - z') q(z). \quad (7.7.24)$$

Дифференциальное уравнение (7.7.22) для тонкого пласта $z = z'$ принимает вид:

$$(D_1\Delta - \Sigma_{y1})(D_2\Delta - \Sigma_{y2})(D\Delta - \mu_a)G(r, z) = \frac{k'_{\text{ГИРЗFe}} Q \Sigma_{y1} \delta(r) \delta(z - z^*) \delta(z - z')}{2\pi r}, \quad (7.7.25)$$

где $G(r, z)$ – функция Грина.

Решение уравнения (7.7.25) получим, применяя преобразования Ханкеля по r и Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований [14]:

$$G(r, z) = \frac{k'_{\text{ГИРЗ}} Q \Sigma_{y1} \Sigma_{y2}}{2\pi D_1 D_2 D \sqrt{r^2 - [|z' - z^*| + |z - z'|]^2}} \times \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + |z' - z^*| + |z - z'|^2}}}{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2 \sqrt{r^2 - |z' - z^*| + |z - z'|^2}}}{(\chi_1^2 - \chi_2^2)(v^2 - \chi_2^2)} + \frac{e^{-v \sqrt{r^2 + |z' - z^*| + |z - z'|^2}}}{(\chi_1^2 - v^2)(\chi_2^2 - v^2)} \right]. \quad (7.7.26)$$

Распределение ГИРЗ для произвольного одномерного оруденения $q = q(z')$ находим интегрированием функции влияния тонкого пласта (функции Грина) $G(r, z)$ по всему промежутку распределения источников:

$$\Phi(r, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') G(r, z - z') dz'. \quad (7.7.27)$$

При каротаже источник быстрых нейтронов и детектор ГИРЗ расположены на оси скважины, т. е. $r = 0$. Расстояние между источником нейтронов и детектором гамма-излучения не изменяется и называется длиной зонда d . При этом положение источника нейтронов на оси скважины $z^* = z - d$ (обращенный зонд) или $z^* = z + d$ (прямой зонд). Поэтому распределение ГИРЗ по оси скважины для тонкого пласта будет иметь вид:

$$G(r, z) = \frac{k'_{\text{ГИРЗ}} Q \Sigma_{y1} \Sigma_{y2}}{2\pi D_1 D_2 D (|z' - z^*| + |z - z'|)} \times \left[\frac{e^{-\chi_1 (|z' - z^*| + |z - z'|)}}{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2 (|z' - z^*| + |z - z'|)}}{(\chi_1^2 - \chi_2^2)(v^2 - \chi_2^2)} + \frac{e^{-v (|z' - z^*| + |z - z'|)}}{(\chi_1^2 - v^2)(\chi_2^2 - v^2)} \right], \quad (7.7.28)$$

где $z - z^* = z - R(z, d)$, $R(z, d) = z + d$ (прямой зонд) или $R(z, d) = z - d$ (обращенный зонд).

Конфигурация кривых потока ГИРЗ(Fe) в скважине при наличии пласта с постоянным содержанием железа

Параметры переноса интегрального потока захватного гамма-излучения железа найдены по методике Г. М. Воскобойникова. Предварительно подсчитан удельный коэффициент размножения захватных гамма-квантов железа $K_{\text{ГИРЗ}}(\text{Fe}) = 0,038$ для содержания железа в породе $q_{\text{Fe}} = 1\%$ при водонасыщенной влажности железистых кварцитов $\omega = 10\%$ и глинистости $p = 15\%$. Расчет потока ГИРЗ железа выполнен с использованием функции Грина на оси скважины для пласта мощностью $2h = 10$ см, расположенного в начале координат.

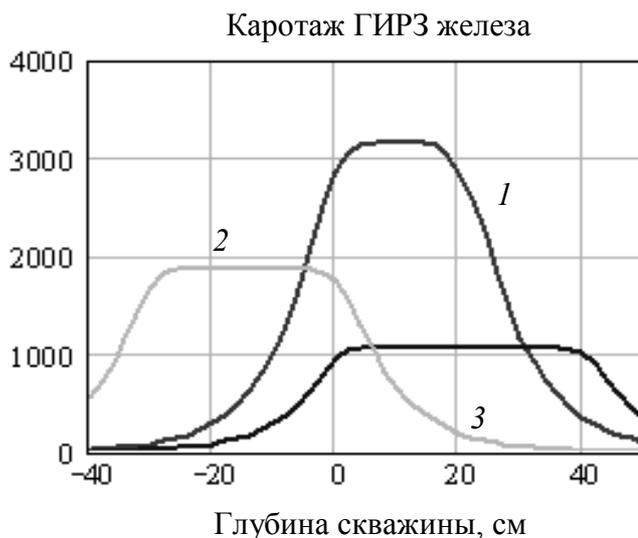


Рис. 7.7.16. Конфигурация кривых каротажа ГИРЗ над железорудным пластом мощностью 10 см, расположенным в начале координат: последовательный зонд длиной $L = 20$ см (1); обращенный зонд $L = 30$ см (2); последовательный зонд $L = 40$ см (3)

Конфигурация кривых каротажа ГИРЗ железа для последовательных зондов (источник нейтронов расположен слева от детектора ГИРЗ) и обращенных зондов (источник нейтронов расположен справа от детектора ГИРЗ) приведена на рис. 7.7.16.

7.8. Углеродно-кислородный (C/O) каротаж

Существующие геофизические методы оценки текущей и остаточной нефтеводонасыщенности разрабатываемых нефтяных пластов либо недостаточно достоверные, либо дорогостоящие и неоперативные. Отмеченное особенно характерно для месторождений нефти с низкой и ультранизкой минерализацией пластовых вод, а также для эксплуатируемых месторождений нефти с закачкой в пласты пресной воды для поддержания пластового давления (некоторые месторождения Башкортостана, Татарстана, Пермской области и др.).

Мировой опыт и прежде всего опыт фирм Шлюмберже, Халлибуртон и Дрессор Атлас свидетельствуют, что в таких условиях удовлетворительные результаты по оценке текущей и остаточной нефтенасыщенности могут быть получены по данным углеродно-кислородного каротажа, реализуемого с применением современной скважинной программно-управляемой аппаратуры с высокочастотным генератором нейтронов с энергией 14,1 мэВ, быстрого канала регистрации и телеметрии, энергетического и временного анализа вторичного гамма-излучения различной физической природы.

Бурное развитие импульсных методов каротажа для определения текущей нефтенасыщенности разрабатываемых месторождений началось в 70-х годах прошлого века. На нефтяных месторождениях получили широкое развитие интегральные модификации импульсного нейтрон-нейтронного каротажа (ИННК) и импульсного нейтронного гамма-каротажа (ИНГК) в модификации измерения макроскопического сечения поглощения тепловых нейтронов Σ_a . При сильной контрастности поглощающих свойств нефти и пластовой воды обеспечивалось устойчивое определение нефтенасыщенности в исследуемых коллекторах. На территории России в 1970-1980 гг. ежегодно исследовались сотни скважин. Однако в дальнейшем объем проводимых исследований начал постепенно снижаться, а в ряде регионов Западной Сибири сошел на нет. Этому способствовали объективные обстоятельства: заводнение продуктивных пластов пресными нагнетаемыми водами, повышение требований к количественному определению коэффициента нефтенасыщенности – и субъективные: неподготовленность геофизических служб и аппаратуры к массовым исследованиям в условиях низкой минерализации пластовых вод. В этих условиях возникла необходимость промышленного освоения углеродно-кислородного C/O-каротажа.

В 90-е годы прошлого века коллектив российских геофизиков приступил к разработке аппаратуры и методики углеродно-кислородного каротажа. В результате этой работы была создана специализированная аппаратура C/O-каротажа АИМС (Аппаратура импульсной многокомпонентной спектрометрии, НПЦ «Тверьгеофизика», г. Тверь), средства регистрации и обработки материалов каротажа с методическим обеспечением, базировавшимся на эмпирическом уровне. Появление аппаратурно-методического комплекса АИМС позволило начать производственное использование C/O-каротажа для оценки текущей нефтенасыщенности.

Углеродно-кислородный каротаж является одним из немногих методов, позволяющих оценить характер насыщения коллекторов независимо от минерализации пластовых вод, что особенно важно при контроле за разработкой нефтяных месторождений в случае вытеснения нефти пресными закачиваемыми водами [7.8.1-7.8.3].

Импульсный спектрометрический нейтронный гамма-каротаж (ИНГК-С) основан на регистрации гамма-излучения неупругого рассеяния (ГИНР) и радиационного захвата (ГИРЗ) нейтронов, генерируемых высокочастотным излучателем быстрых нейтронов.

Аппаратура для С/О-каротажа содержит импульсный генератор нейтронов и детектор гамма-квантов ВГО-типа. На сегодняшний день для промышленного применения можно рассматривать детекторы на основе кристаллов NaI(Tl), ВГО, CsI(Na). Наибольшей эффективностью регистрации гамма-квантов в области ГИНР углерода и кислорода обладает кристалл ВГО, наименьшей – NaI(Tl). В то же время у кристалла ВГО наихудшее энергетическое разрешение, он обеспечивает минимальный световыход и требует более жесткой термостабилизации, чем кристалл NaI(Tl). Кристалл CsI(Na) по этим показателям занимает промежуточное положение. Результаты испытаний детекторов ВГО и NaI(Tl) типов приведены на рис. 7.8.1.

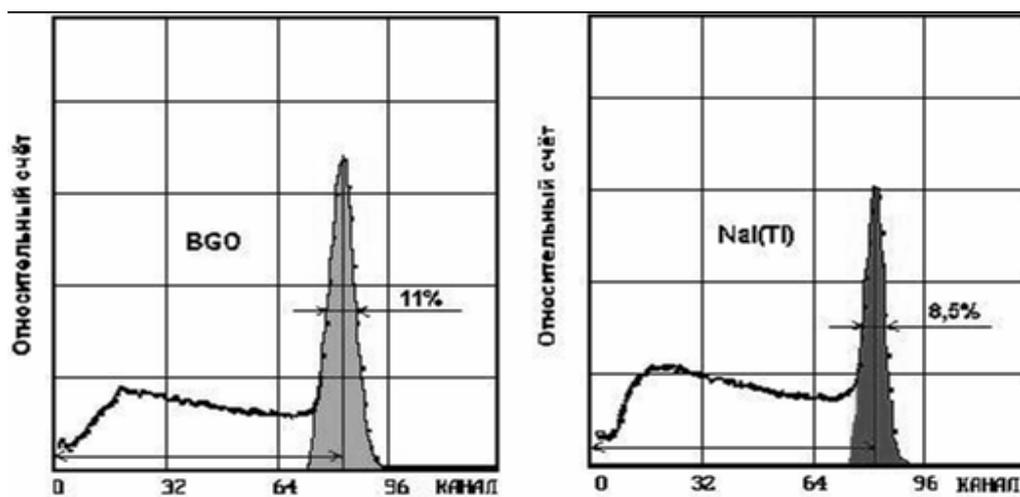


Рис. 7.8.1. Энергетическое разрешение кристаллов ВГО и NaI(Tl) по линии гамма-излучения Cs-137

Измерительная часть аппаратуры позволяет получать временные и энергетические спектры регистрируемого гамма-излучения. В модификации углеродно-кислородного каротажа используемый генератор излучает импульсы нейтронов 14,1 мэВ с некоторой фиксированной частотой (~10 кГц). Первые соударения нейтронов с энергией 14,1 МэВ с ядрами окружающей среды обычно являются неупругим рассеянием, при котором нейтрон теряет большую часть энергии, передавая ее рассеивающему ядру. Возврат ядра из возбужденного состояния (снятие возбуждения) сопровождается гамма-излучением неупругого рассеяния (ГИНР) быстрых нейтронов, имеющим характерный для каждого элемента энергетический спектр. После потери энергии на неупругих соударениях примерно до 1 МэВ по-

следующие соударения представляют собой упругое рассеяние, при котором нейтроны постепенно теряют энергию, пока не замедлятся до тепловой энергии. Замедлившись до тепловой энергии, нейтроны захватываются ядрами. При этом возникает мгновенное гамма-излучение радиационного захвата (ГИРЗ) тепловых нейтронов, характерное для каждого элемента.

Физические основы углеродно-кислородного каротажа

Физической основой углеродно-кислородного каротажа является процесс ГИНР на ядрах пороодообразующих элементов, приводящий к образованию составных ядер с возбуждением их на различные энергетические уровни. Для относительно лёгких пороодообразующих элементов (от углерода до железа) число возбужденных уровней оказывается небольшим, в силу чего они испускают ограниченное количество гамма-линий. По энергии и интенсивности потока последних представляется возможным идентифицировать и количественно оценивать содержание в среде ряда элементов.

Процесс неупругого рассеяния достаточно высокую вероятность имеет при энергии нейтронов, превышающей наиболее низкие энергетические уровни ядер, т. е. практически при $E_n > 1 \div 2,0$ МэВ. Далее замедление нейтронов, переходящее затем в термализацию и диффузию соответственно надтепловых и тепловых нейтронов, осуществляется за счёт упругих соударений с ядрами. Таким образом, все перечисленные физические процессы, непрерывно сменяя друг друга, разделены во времени. Из теоретических оценок в горных породах длительность процесса неупругого рассеяния составляет порядка $1,0 \div 4,0$ мкс, упругого рассеяния и термализации до $50 \div 100$ мкс и диффузии до $1000 \div 2000$ мкс.

Ядерно-физические характеристики ядер элементов и данные о спектральном составе и выходе гамма-квантов, образующихся в процессе неупругого рассеяния (ГИНР) и радиационного захвата (ГИРЗ) соответственно быстрых и тепловых нейтронов в горных породах, приведены в табл. 7.7.1. Основные пороодообразующие элементы могут быть идентифицированы по спектрам ГИНР и ГИРЗ на основе оптимальной временной и энергетической селекции гамма-излучения. Наиболее эффективным параметром для оценки нефтенасыщенности пластов является величина отношения потоков гамма-излучения от ядер углерода и кислорода в спектрах ГИНР, закономерно изменяющаяся как в терригенных, так и карбонатных коллекторах в зависимости от их пористости и элементного состава.

В спектрах ГИРЗ наиболее контрастно проявляются такие элементы, как водород, хлор, железо, сера, с меньшей вероятностью – кремний и кальций. Поэтому эта информация представляет интерес, в первую очередь, для выделения и оценки пористости пластов и определения компонентного состава горных пород, слагающих разрезы скважин. Углерод, представляющий основной объект изучения, представлен в виде одной линии в спектре ГИНР. Часть нейтронов генератора вступает в ядерные реакции, при которых захват нейтрона приводит к образованию наведенного гамма-излучения (ГИНА).

Процесс замедления быстрых нейтронов длится несколько микросекунд, поэтому спектры ГИНР регистрируются в процессе излучения импульса нейтронов, длительность которого составляет 15-25 мкс. Время жизни тепловых

нейтронов в типичных разрезах колеблется от 100 до 500 мкс. Таким образом, во время нейтронного импульса тепловые нейтроны от предыдущих импульсов, а также те нейтроны, энергия которых приблизилась к энергии тепловых нейтронов во время импульса, продолжают вызывать гамма-излучение радиационного захвата. При регистрации спектров ГИНР это излучение, наряду с гамма-излучением наведенной активности, является фоновым. Через несколько микросекунд после окончания вспышки, когда ГИНР практически отсутствует, гамма-излучение наведенной активности является фоновым уже для спектров ГИРЗ. Спектр ГИНР для последующего анализа получают после вычитания из измеренного спектра во время нейтронного импульса соответствующего фонового спектра (рис. 7.8.2).

Временные спектры С/О-каротаж

Спектры гамма-излучения единичного цикла измерений (на квант глубины) формируются из спектров единичного цикла излучения генератора нейтронов путем их суммирования в пределах кванта глубины. Временной спектр аппаратуры АИМС состоит из 23 каналов (см. рис. 7.8.2). Красными точками на рисунке отмечены середины временных каналов. Первые 15 каналов имеют длительность 2 мкс, следующие 7 каналов – 6 мкс и последний, 23-й, канал имеет длительность, соответствующую длительности единичного цикла излучения генератора нейтронов минус 72 мкс.

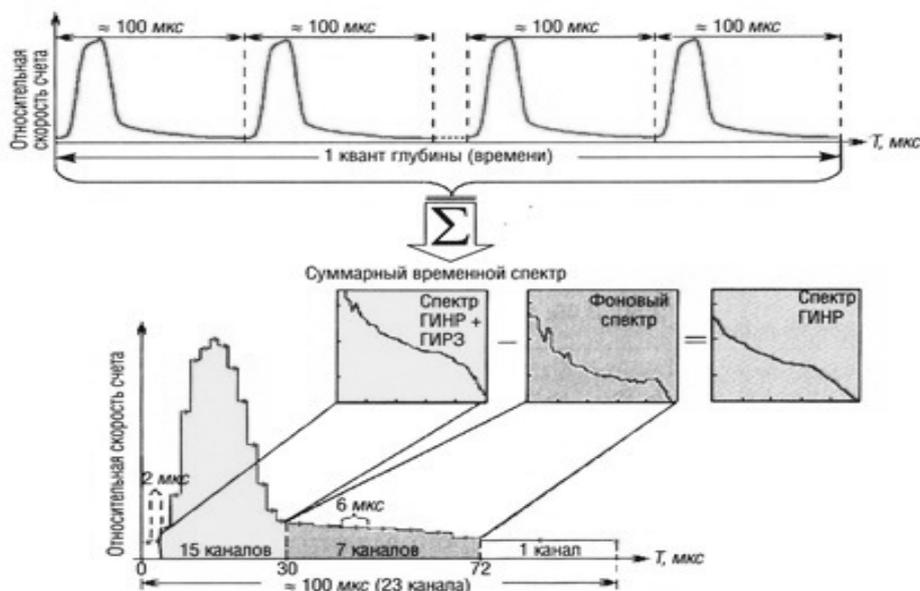


Рис. 7.8.2. Схема формирования временного спектра ГИНР

Проходя через породу, скважину и охранный кожух прибора, гамма-кванты радиационного захвата и неупругого рассеяния нейтронов частично поглощаются, частично рассеиваются с потерей энергии. В результате на детектор поступает спектр гамма-излучения, отличающийся от первичного спектра. Поглощенная сцинтилляционным детектором энергия гамма-кванта преобразуется в световые вспышки – сцинтилляции. При этом суммарная энергия образовавшихся фотонов пропорциональна энергии, оставленной гамма-квантом в детекторе. Далее фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), оптически сочлененный с де-

тектором, конвертирует световой импульс в электрический. Заряд, собираемый с выхода ФЭУ, при прочих равных условиях пропорционален суммарной энергии сцинтилляций люминофора детектора и, следовательно, энергии, оставленной гамма-квантом в детекторе.

Аппаратурные спектры ГИНР и ГИРЗ

Спектр (распределение по амплитуде) электрических импульсов, регистрируемых прибором, называется аппаратурным спектром. Пример таких спектров приведен на рис. 7.8.3.

Анализ спектров ГИНР и ГИРЗ, в силу индивидуальных особенностей элементов, составляющих породу, позволяет определять массовые содержания углерода, кислорода, кальция, кремния и ряда других элементов в породе, обеспечивая тем самым решение задач оценки пористости, литологического состава, нефтенасыщенности и др.

Минерализация пластовых вод, хотя и не влияет на величину отношения С/О, но ухудшает условия определения этого отношения из-за сильного фона ГИРЗ, создаваемого хлором.

Аппаратурно-методические комплексы (АМК), реализующие спектрометрию гамма-излучения неупругого рассеяния и радиационного захвата нейтронов (ИНГК-С), уже на протяжении ряда лет успешно применяются ведущими зарубежными геофизическими фирмами на различных нефтяных месторождениях мира. Разработка и промышленное применение метода в отечественной геофизике по времени относится к концу 1990-х годов. Отечественный АМК, реализующий технологию углеродно-кислородного С/О-каротажа, был разработан в ОАО НПП ВНИИГИС (комплекс ЦСП-ИНГК-С-90-80) и НПП «Тверьгеофизика» (комплекс АИМС). Комплекс АИМС применяется на практике с 1997 г.

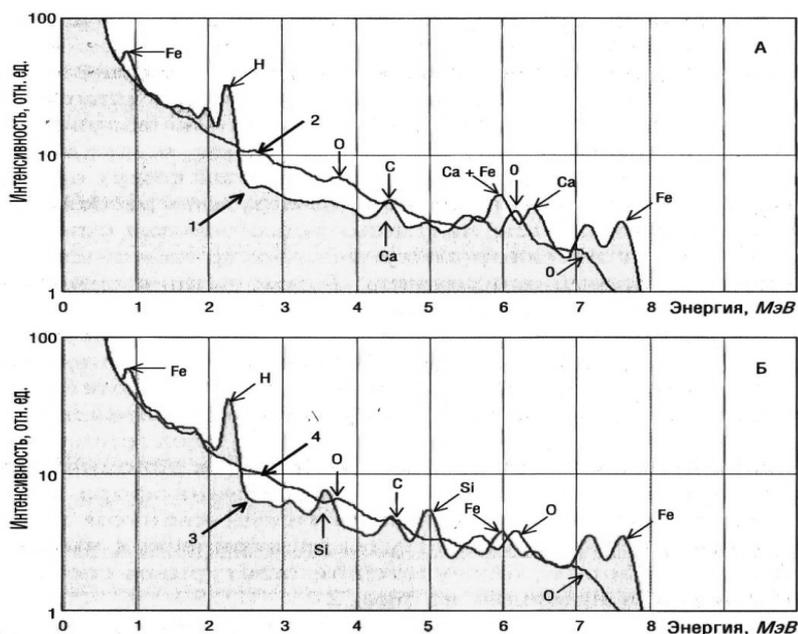


Рис. 7.8.3. Аппаратурные спектры, зарегистрированные скважинным прибором АИМС:

А – водонасыщенный известняк; Б – нефтенасыщенный песчаник;
1, 3 – спектры ГИРЗ; 2, 4 – спектры ГИНР

Методы определения нефтенасыщенности

На практике определение текущей нефтенасыщенности осуществляется несколькими путями:

– по методикам, основанным на анализе отношений скоростей счета в энергетических окнах углерода и кислорода в спектре ГИНР (отсюда и произошло собственно название метода – углеродно-кислородный, или С/О-каротаж);

– по методикам, основанным на разложении спектров ГИНР на элементные спектры, т. е. на спектры, присущие основным литотипам и конструкционным материалам скважины.

Соответствующим образом различаются и технологии, базирующиеся на вышеуказанных методиках.

«Оконная» технология вычисления нефтенасыщенности

Все схемы, основанные на «оконной» технологии, базируются на том, что в спектрах ГИНР при использовании сцинтилляционных детекторов с энергетическим разрешением по линии Cs-137 не хуже 12 %, при исследовании водонасыщенного песчаника отчетливо видны линии полного поглощения ГИНР кислорода, а в нефтенасыщенном песчанике – аналогичные линии углерода. На рис. 7.8.4 приведен пример аппаратурных спектров гамма-излучения неупругого рассеяния быстрых нейтронов в водоносном песчанике с коэффициентом пористости 35 % (красный спектр) и нефтенасыщенном песчанике с пористостью 36 % (зеленый спектр), зарегистрированные аппаратурой PSGT фирмы Halliburton. Синий спектр зарегистрирован в насыщенном пресной водой известняке.

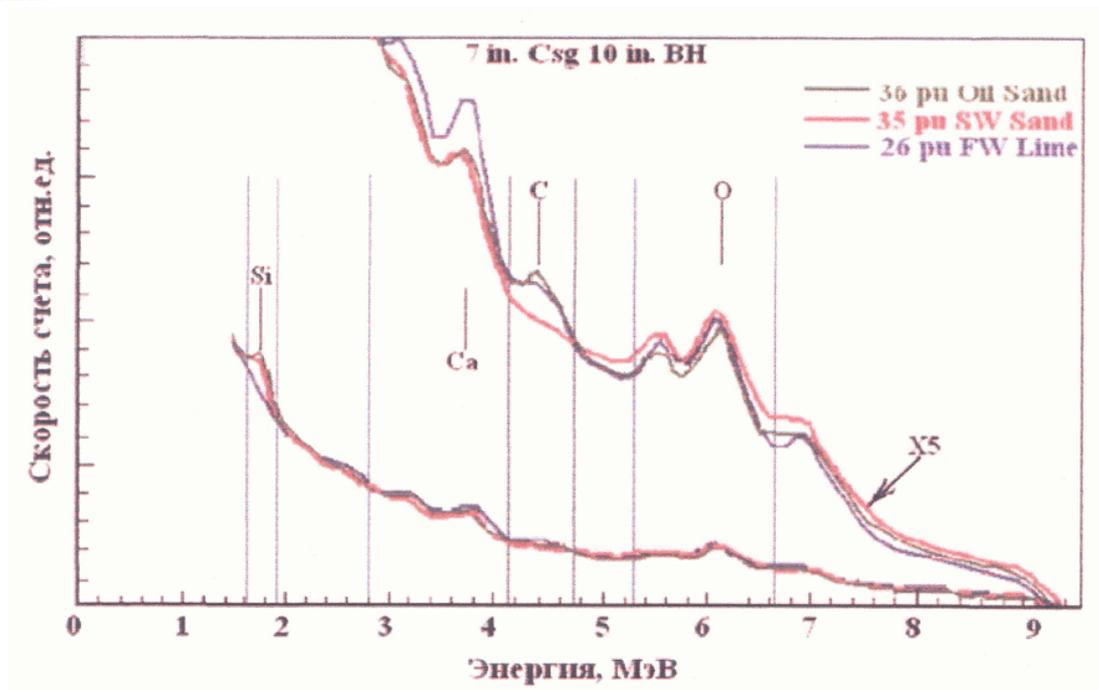


Рис. 7.8.4. Аппаратурные спектры ГИНР в водоносном (красный спектр), нефтенасыщенном песчанике (зеленый спектр) и водонасыщенном известняке (синий спектр), зарегистрированные аппаратурой PSGT (Shlumberger, Halliburton, 1991 и др.)

Измеряя скорость счета в энергетических окнах углерода и кислорода, получают соответствующие параметры, например, их отношение, являющееся функцией ряда величин, в том числе и углеродосодержания. В приведенном примере на рис. 7.8.4 максимальная контрастность параметра составляет 23 %. В предположении неизменности прочих факторов (пористости, глинистости, минерального скелета коллектора) приращение кривой будет свидетельствовать об изменении нефтенасыщенности. Нормирование на так называемые литологические параметры позволяет вычислять нефтенасыщенность при определенных изменениях геологических свойств коллектора. В качестве литологического фактора обычно выступают отношения скоростей счета в энергетических окнах кальция и кремния в спектрах ГИНР и ГИРЗ соответственно. Строго говоря, скорость счета в энергетическом окне i -го элемента есть результат интегрирования соответствующего спектра гамма-излучения в диапазоне энергий выбранного окна.

Необходимо отметить, что при отсутствии в спектре излучения какого-либо элемента, например углерода, в его энергетическое окно попадают гамма-кванты от более жесткого излучения других элементов, например кислорода. Таким образом, отношение в данном случае не будет равно нулю при нулевых содержаниях углерода.

На практике применение данной методики сводится к совмещению зарегистрированных кривых с какой-либо литологической кривой, измеренной на опорном водоносном пласте. Приращения кривой относительно выбранной литологической кривой интерпретируются как увеличение нефтенасыщенности.

Оценка нефтенасыщенности методом разложения зарегистрированных спектров на «первичные» спектры

Пример разложения зарегистрированного суммарного спектра на спектры отдельных элементов приведен на рис. 7.8.5 [7.8.6]. Данная методика применяется при скважинных исследованиях, проводимых фирмой Shlumberger, 1987. Измерения проводились с 256-канальным спектрометром и сцинтилляционным детектором NaJ (T1). На специальных моделях были получены стандартные спектры гамма-излучения для H, C, O, Si, Ca, S, Cl, Fe. Стандартные спектры приводились к одинаковой энергетической калибровке и одинаковому разрешению спектрометра. Для получения точного элементного анализа измерений спектр разлагался на элементные спектры способом наименьших квадратов после записи зарегистрированных спектров бортовым компьютером или в обрабатывающем центре. Результатом процесса является подсчет процентного вклада каждого элемента в общий спектр. Это вклад называется выходом элемента. Для получения концентрации, имея выход элемента, необходимо рассчитать масштабный множитель, который учитывает математическую вероятность взаимодействия нейтрона с данным элементом.

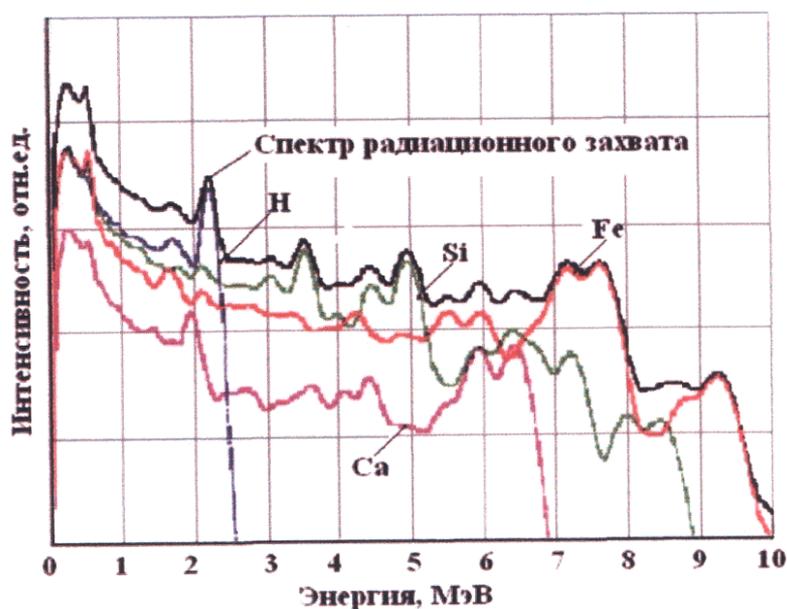


Рис. 7.8.5. Пример разложения зарегистрированного спектра (черный спектр) на составляющие спектры от отдельных элементов [7.8.6]

Аналогичные разложения спектров применяются и в фирме Halliburton (Jacobson et al., 1996). Для проведения исследовательских работ в г. Хьюстон (США) создан парк моделей (Environment Effects Calibration Facility (EECF)), включающих блоки песчаников с различной пористостью (нулевой, 15-49 %, 33-35 %). В каждой модели пробурены скважины различных диаметров. Для моделирования измерений в обсаженной скважине имеется набор обсадных колонн с цементным камнем различных диаметров и толщин. Заполнение скважины может быть как воздухом, так и водой или нефтью. Насыщение породы может быть пресной или минерализованной водой или дизельным топливом.

Отечественный АМК АИМС, реализующий технологию С/О каротажа, разработан в НППЦ «Тверьгеофизика» коллективом исследователей (Р. Т. Хаматдинов, В. А. Велижанин, В. Г. Черменский и др.).

При С/О-каротаже с помощью высокочастотного генератора нейтронов порода облучается импульсами нейтронов с энергией 14 мэВ. В результате специально организованного режима измерений и использования сцинтилляционных детекторов с высоким разрешением отдельно регистрируются энергетические спектры гамма-излучения, возникающего в результате неупругого рассеяния (ГИНР) и радиационного захвата (ГИРЗ) нейтронов. Вследствие нейтронных реакций могут также появиться радиоактивные изотопы с различными временами распада (возникающее при этом гамма-излучение называют гамма-излучением наведенной активности ГИНА). Энергетические спектры ГИНР и ГИРЗ являются индивидуальными характеристиками ядер мишени. Анализ спектров при наличии соответствующего интерпретационного обеспечения позволяет оценивать содержания таких важных породообразующих элементов, как углерод (С), кислород (О), водород (Н), кремний (Si), кальций (Ca), хлор (Cl), железо (Fe), сера (S) и др.

Аппаратурно-методический комплекс АИМС разработан в НПЦ «Тверь-геофизика» для решения задачи определения текущей нефтенасыщенности пород в разрезах нефтяных и газовых скважин. Скважинный прибор построен по классической схеме (рис. 7.8.6). В охранном кожухе последовательно размещены импульсный генератор нейтронов, защита от прямого излучения генератора, блок детектирования гамма-излучения, электронный блок. Скважинный прибор может эксплуатироваться в составе модульных сборок с приборами других методов ГИС.



Рис. 7.8.6. Общий вид аппаратуры АИМС

Результатами многочисленных сравнительных испытаний [7.8.2, 7.8.3], подтверждено, что технико-эксплуатационные и метрологические характеристики приборов серии АИМС идентичны аналогичным характеристикам приборов ведущих мировых фирм.

Методика обработки данных С/О-каротажа и интерпретация результатов

Определение текущей нефтенасыщенности по зарегистрированным аппаратурой С/О-каротажа спектрам ГИНР и ГИРЗ может быть выполнено несколькими путями. Все схемы обработки базируются на возможности представления

регистрируемого аппаратурой спектра суперпозицией спектров отдельных элементов, составляющих породу, скважину и прибор. Наиболее распространены расчеты нефтенасыщенности по нормализованным кривым $\langle C/O \rangle_{\text{ГИНР}}$ и $\langle Ca/Si \rangle_{\text{ГИНР}}$ либо приращению кривой $\langle C/O \rangle_{\text{ГИНР}}$, являющиеся отношением скоростей счета, полученных интегрированием спектра неупругого гамма-излучения $S_{\text{ГИНР}}(E)$ в энергетических окнах, характерных для гамма-излучения неупругого рассеяния нейтронов на ядрах углерода J_C , кислорода J_O , кальция J_{Ca} и кремния J_{Si} .

Спектр неупругого рассеяния нейтронов $S_{\text{ГИНР}}(E)$ после очистки его от наложенного спектра радиационного захвата в наиболее информативной области (1,5-7,0 МэВ) главным образом определяется гамма-излучением кислорода, углерода, кремния, кальция и алюминия, как наиболее представленных элементов в терригенных породах. Поскольку содержание алюминия в глинах может достигать 10-15 % массовых, а сечения неупругого рассеяния перечисленных выше элементов отличаются слабо, то вклад гамма-излучения алюминия (3,80 МэВ) в суммарный спектр даже в глинистых коллекторах незначителен. Содержание кальция в коллекторах терригенных пород, как правило, не превышает 5 %. В разрезах с высокой минерализацией пластовых вод есть небольшое мешающее влияние хлора (2,50 и 3,60 МэВ).

Известно несколько схем оценки нефтенасыщенности по данным C/O -каротажа [7.8.4]. Наиболее распространенной является схема оценки нефтенасыщенности по приращению $\langle C/O \rangle_{\text{ГИНР}}$. Другая известная оценка нефтенасыщенности коллекторов с использованием нормализованных отношений $\langle C/O \rangle_{\text{ГИНР}}$ и $\langle Ca/Si \rangle_{\text{ГИНР}}$ предполагает, что для любого значения пористости пласта эффект влияния литологии на $\langle Ca/Si \rangle_{\text{ГИНР}}$ линейно связан с эффектом влияния литологии на $\langle C/O \rangle_{\text{ГИНР}}$ некоторым коэффициентом при условии совмещения кривых $\langle C/O \rangle_{\text{ГИНР}}$ и $\langle Ca/Si \rangle_{\text{ГИНР}}$ на водонасыщенном пласте.

В случае терригенных отложений порода рассматривается в 4-компонентной интерпретационной модели $V_{\text{пес}} + V_{\text{кар}} + V_{\text{гл}} + k_{\text{п}} = 1$, где $V_{\text{пес}}$, $V_{\text{кар}}$, $V_{\text{гл}}$ – объемные содержания песчаника, карбонатных примесей и глин соответственно; $k_{\text{п}}$ – общая пористость породы (без учета пористости глин).

Предложенная схема была исследована на работоспособность в широком диапазоне геолого-технических условий измерений. Исследования были выполнены с использованием натурального и математического моделирования. В качестве основного средства моделирования выбран метод Монте-Карло, который предварительно был адаптирован для решения указанной задачи. В силу ограниченности физических (натурных) моделей экспериментальные работы, выполненные на моделях ВНИИЯГГ (г. Раменское) и ОАО ЗСК «Тюменьпромгеофизика» (г. Мегион), рассматривались в основном как опорные. Установлено, что погрешность в оценке параметров пласта, и особенно минерализации пластовых вод, может привести к погрешности определения нефтенасыщенности [7.8.1, 7.8.2].

На рис. 7.8.7 приведен пример определения $k_{\text{п}}$ с использованием кривых $\langle Ca/Si \rangle_{\text{ГИНР}}$ и $\langle Ca/Si \rangle_{\text{ГИРЗ}}$ в разрезе с низкой (менее 25 г/л NaCl) и непостоянной (вследствие закачки) минерализацией пластовых вод. Для определения $k_{\text{п}}$ с по-

грешностью не более 10 % точность оценки пористости должна быть 2-3 %, а «карбонатность» коллектора должна быть известна с точностью 10-15 %.

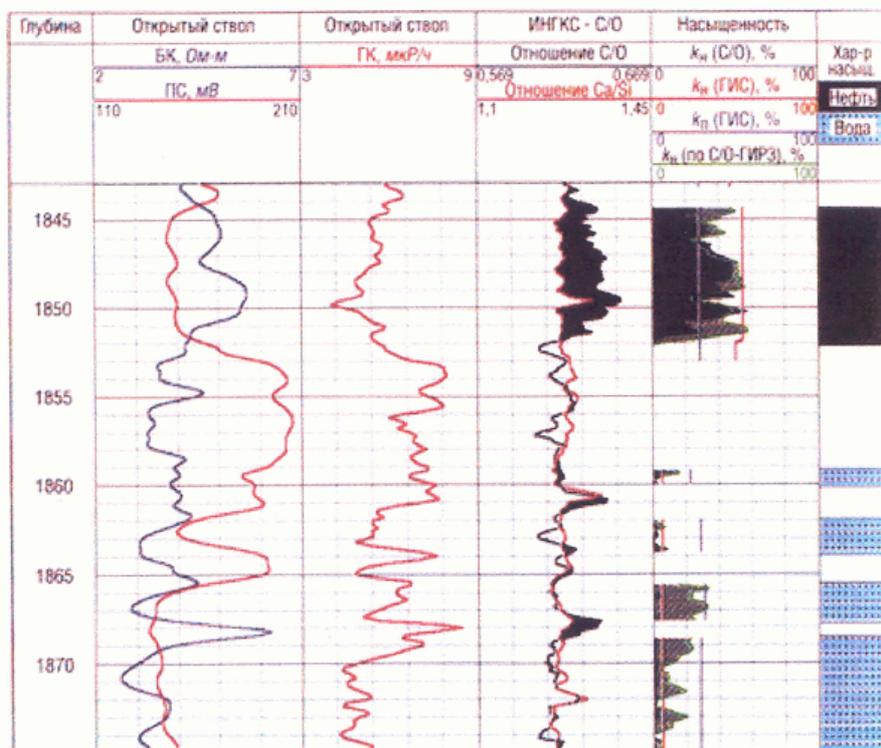


Рис. 7.8.7. Пример оценки нефтенасыщенности пород по данным ИНГКС-С/О в условиях «пресного» заводнения:

$k_n(C/O-ГИРЗ)$ – нефтенасыщенность с использованием кривой $\langle Ca/Si \rangle_{ГИРЗ}$;

$k_n(C/O)$ – с использованием кривой $\langle Ca/Si \rangle_{ГИНР}$

Чистые спектры ГИНР для последующего их использования получают путем вычитания из спектров, зарегистрированных в момент излучения генератора нейтронов, спектров ГИРЗ. Исследована корректность получаемых после этой процедуры спектров ГИНР, с точки зрения погрешности определения нефтенасыщенности от степени их очистки от спектров ГИРЗ. При выполнении данной операции следует иметь в виду, что перевычитание захватного спектра приводит к большей погрешности оценки нефтенасыщенности, чем неполное его вычитание.

Исследования по С/О-каротажу в (ОАО НПП ВНИИГИС, г. Октябрьский) были начаты в 1997 г. под руководством доктора технических наук Е. С. Кучурина [7.8.1]. В институте ВНИИГИС разработана аппаратура ЦСП-ИНГК-С-90-80/60.

Лабораторные и стендовые исследования показали, что по основным метрологическим характеристикам скважинный прибор ЦСП-ИНГК-С-90-80/60 удовлетворяет методическим требованиям углеродно-кислородного каротажа, позволяя с высокой надежностью измерять спектры ГИНР и ГИРЗ и идентифицировать компонентный состав гамма-излучений от анализируемых элементов.

Приборы С/О-каротажа предварительно подвергаются энергетической градуировке. Для этого используют суммарный спектр Po-Be источника и гамма-излучения изотопа Co-60 в баке с водой. Пример энергетической градуировке скважинного прибора С/О-каротажа приведен на рис. 7.8.8.

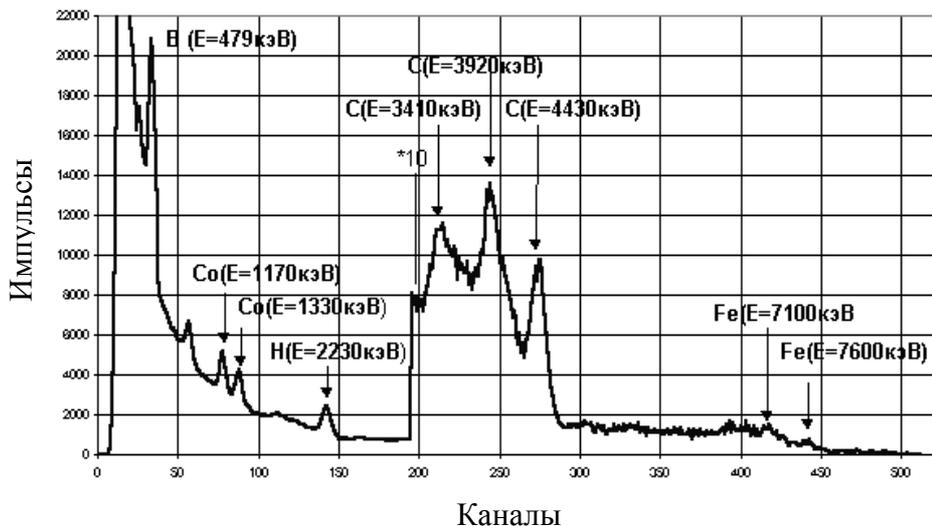


Рис. 7.8.8. Одновременная регистрация суммарного спектра (Po-Be)-источника и гамма-излучения изотопа Co-60 в баке с водой

В суммарном спектре четко проявляется триада пиков углерода от каскадного гамма-излучения полоний-бериллиевого источника нейтронов с энергией 4,43 МэВ, (4,43-0,51) МэВ, (4,43-1,02) МэВ, гамма-линий водорода, возникающей при захвате тепловых нейтронов, с энергией 2,23 МэВ, две линии от изотопа Co-60 с энергией 1,17 и 1,33 МэВ и гамма-линий радиационного захвата бора, испускаемой борным экраном детектора с энергией 0,479 МэВ. Пики с максимальной энергией 7,6 МэВ, (7,6-0,51) МэВ и (7,6-1,01) МэВ принадлежат гамма-квантам радиационного захвата на ядрах железа от корпуса скважинного прибора. Таким образом, за одно измерение возможно провести энергетическую градуировку и оценить линейность работы спектрометрического тракта.

При отсутствии Po-Be источника и изотопа Co-60 градуировка энергетической шкалы в принципе может быть проведена в баке с водой по спектрам ГИНР и ГИРЗ (рис. 7.8.9) с работающим генератором нейтронов.

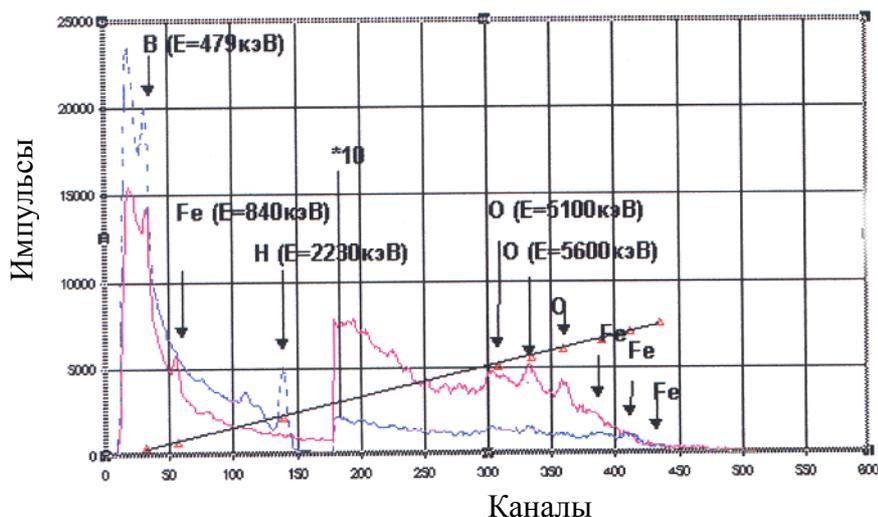


Рис. 7.8.9. Спектры ГИНР и ГИРЗ, полученные в баке с водой ($k_n = 100\%$):
 $T_{изм} = 240$ с, окно ГИНР = 20 мкс; окно ГИРЗ = 80 мкс; ГИНР – красный цвет,
 ГИРЗ – синий цвет

В этом случае достаточно четко фиксируются фотопики следующих гамма-линий: бора – 479 КэВ, ГИНР железа – 840 КэВ, ГИРЗ водорода – 2230 КэВ, ГИНР кислорода 5100, 5600, 6100 КэВ и ГИРЗ от ядер железа. Для усиления вклада излучения от ядер железа прибор может быть помещен в стальную колонну диаметром 200-250 мм. Представленная на рис. 7.8.9 зависимость является линейной в диапазоне энергий от 40 до 8000 КэВ. Отклонение некоторых точек от прямой ($E_\gamma = 3410, 3920, 4430$ КэВ) обусловлено недоучетом рассеянной компоненты от более высокоэнергетических гамма-квантов, смещающих положение фотопика, парного и полупарного пиков влево по шкале энергий.

Ниже приведены аппаратные спектры ГИНР и ГИРЗ, полученные на «чистых» моделях силикатного (рис. 7.8.10) и карбонатного состава (рис. 7.8.11).

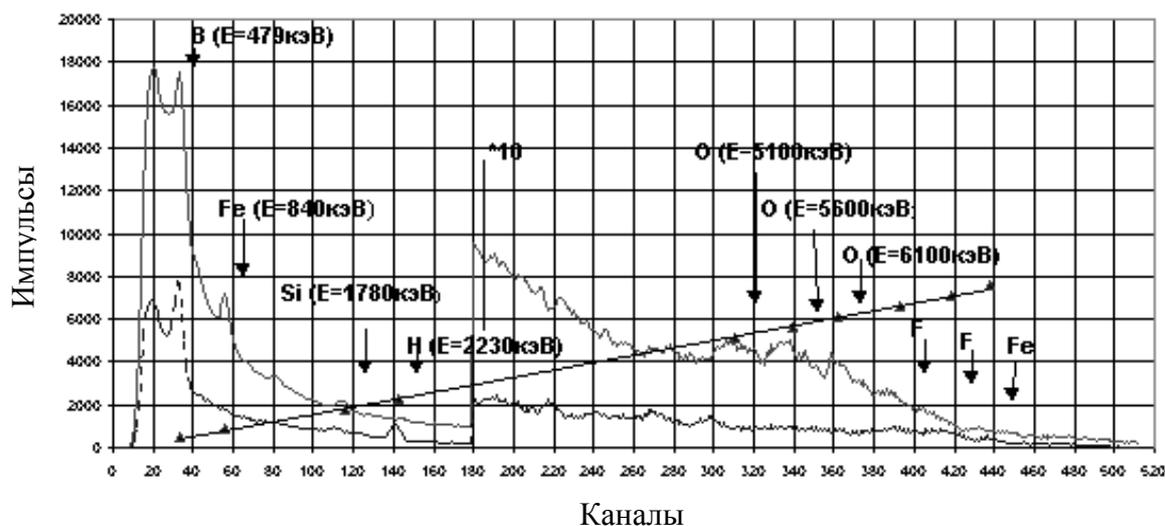


Рис. 7.8.10. Спектры ГИНР и ГИРЗ в моделях силикатного состава:
 $k_{\text{П}} = 37,3 \%$; $T_{\text{изм}} = 240$ с, окно ГИНР = 20 мкс, окно ГИРЗ = 80 мкс

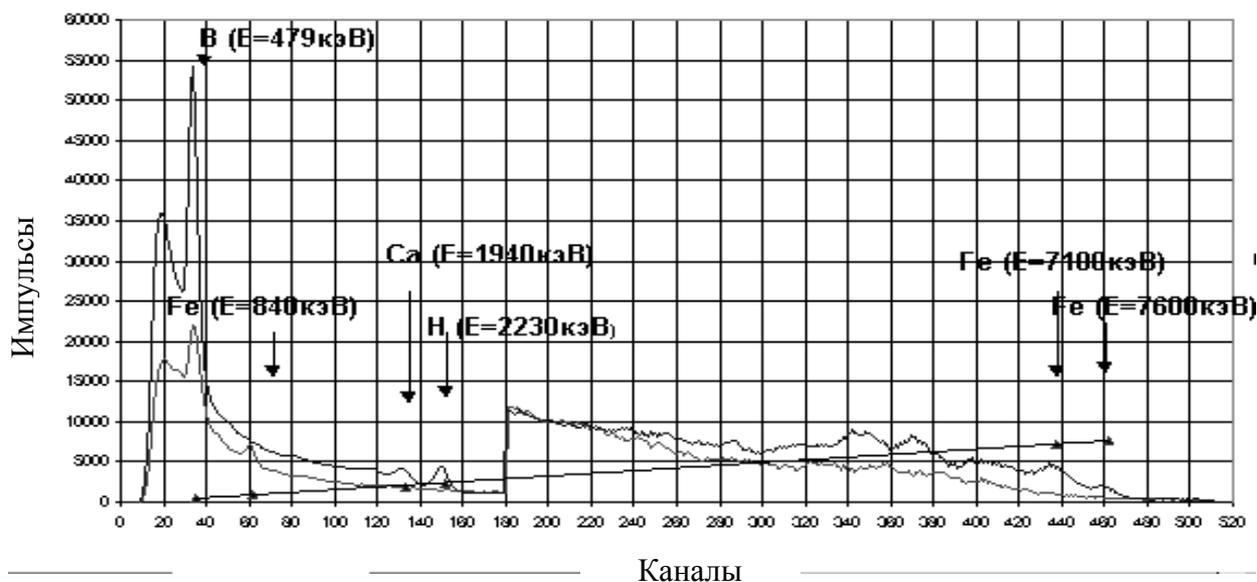


Рис. 7.8.11. Спектры ГИНР и ГИРЗ в среде карбонатного состава

Анализируя «чистые» спектры ГИНР и ГИРЗ, полученные в моделях силикатного и карбонатного состава, можно отметить следующие особенности:

В спектрах ГИНР водонасыщенных горных пород ($k_{п} = 34,0$ и $37,3$ %) силикатного и карбонатного состава фиксируются гамма-линии кислорода ($5,1-6,1$ МэВ) и железа ($0,84$ МэВ). В горных породах силикатного состава также выделяется слабоконтрастный фотопик от ядер кремния. В углеродной области ($4,43-3,41$) МэВ однозначно идентифицируемых пиков, как в силикатной, так и карбонатной моделях не отмечается.

В спектрах ГИРЗ фиксируются фотопики бора, водорода и железа ($7,6-6,6$) МэВ. В силикатной модели проявляются фотопик, парный и полупарный пики от ядер кремния ($E_{\gamma} = 4,93-3,91$) МэВ, в карбонатной среде фиксируется триада пиков в области энергий ($6,42-5,41$) МэВ и пики в области кальция. Отмеченные энергетические интервалы от ядер кремния и кальция могут быть рекомендованы для расчета Ca/Si отношения, используемого для учета литологического состава при C/O-каротаже.

Выявленные на основе анализа спектров ГИРЗ и ГИНР закономерности изменения амплитуды фотопиков бора, водорода и спектральных интенсивностей в области более $1,5$ МэВ от изменения пористости могут быть положены в основу практических методик, реализуемых в рамках метода C/O-каротажа [7.8.1].

Наиболее перспективными для количественного определения пористости водонефтенасыщенных коллекторов представляются такие функционалы, как отношение скорости счета в фотопике водорода к скорости счета фотопика бора: $\eta = N(H) / N(B)$.

В качестве примера приведем результаты внедрения метода углеродно-кислородного каротажа на нефтяных месторождениях ОАО «Сургутнефтегаз» в Западной Сибири (рис. 7.8.12) [7.8.6].

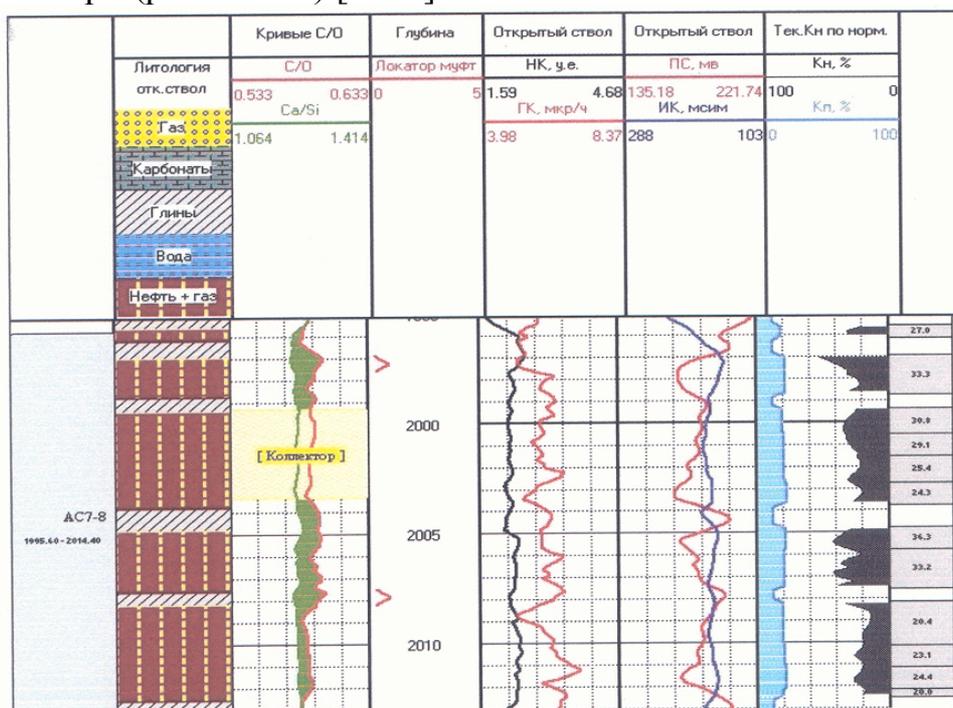


Рис. 7.8.12. Пример определения текущей нефтенасыщенности на нефтяном месторождении ОАО «Сургутнефтегаз» [7.8.6]

7.9. Нейтронный активационный каротаж (НАК)

При бомбардировке нейтронами горных пород обычно образуется большое количество искусственно радиоактивных изотопов (табл. 7.9.1). Образующиеся под действием нейтронов радионуклиды характеризуются рядом особенностей, которые достаточны для идентификации материнских изотопов, слагающих горные породы.

Таблица 7.9.1

Активационные характеристики некоторых рудных и породообразующих элементов

Изотоп	Распр. в природ. смеси	Реакция	Порог реакции, МэВ	Сечение активации		$T_{1/2}$	E_γ , МэВ (выход, %)
				микро мбарн	макро см ² /г		
O ¹⁶	99,76	O ¹⁶ (n, p) N ¹⁶	10,0	90	0,0034	7,35 с	7,1 (11) 6,1 (55)
Si ²⁸	92,29	Si ²⁸ (n, p) Al ²⁸	3,9	380	0,00754	2,31 мин	1,78 (100)
Al ²⁷	100	Al ²⁷ (n, p) Mg ²⁷	1,87	87	0,00194	10 мин	1,013 (30) 834 (70)
A ¹²⁷	100	Al ²⁷ (n, α) Na ²⁴	2,38	128	0,00286	15 ч	2,75 (100) 1,37 (100)
Al ²⁷	100	Al ²⁷ (n, γ) Al ²⁸	тепл.	210	0,00468	2,31 мин	1,78 (100)
Fe ⁵⁶	91,68	Fe ⁵⁶ (n, p) Mn ⁵⁶	2,96	110	0,00109	2,586 ч	0,84 (98,6) 1,81 (33)
Na ²³	100	Na ²³ (n, α) F ²⁰	4,5	140	0,00367	11,56 ч	1,63 (100)
Na ²³	100	Na ²³ (n, γ) Na ²⁴	тепл.	534	0,0140	15 ч	2,75 (100) 37 (100)
Mg ²⁴	78,6	Mg ²⁴ (n, p) Na ²⁴	2,1	196	0,00382	15 ч	2,75 (100) 37 (100)
Cu ⁶³	69,04	Cu ⁶³ (n, 2n) Cu ⁶²	10,96	450	0,00295	9,76	0,511 (195)
Cu ⁶⁵	30,96	Cu ⁶⁵ (n, 2n) Cu ⁶⁴	10,06	900	0,00264	12,88 ч	0,511 (38)
Cu ⁶³	69,04	Cu ⁶³ (n, γ) Cu ⁶⁴	тепл.	4500	0,0297	12,88 ч	0,511 (38)
Cu ⁶⁵	30,96	Cu ⁶⁵ (n, γ) Cu ⁶⁶	тепл.	1800	0,00515	5,1 мин	1,038 (9)
Zn ⁶⁴	48,89	Zn ⁶⁴ (n, 2n) Zn ⁶³	12,09	107	0,00048	38,5 мин	0,511 (146)
Zn ⁶⁶	27,82	Zn ⁶⁶ (n, p) Cu ⁶⁶	1,87	72	0,00012	5,1 мин	1,038 (9)
Zn ⁶⁸	18,51	Zn ⁶⁸ (n, γ) Zn ^{69г}	тепл.	99	0,00016	13,9 ч	0,439 (100)
Pb ²⁰⁸	51,7	Pb ²⁰⁸ (n, 2n) Pb ^{208г}	7,34	1300	0,00197	0,948 с	1,06 (86,2) 0,57 (98)
Ba ¹³⁸	71,66	Ba ¹³⁸ (n, 2n) Ba ^{137г}	8,67	1250	0,00393	2,57 мин	0,662 (100)
Ba ¹³⁸	71,66	Ba ¹³⁸ (n, γ) Ba ^{139г}	тепл.	500	0,00156	82,9 мин	0,167 (23)
Ba ¹³⁶	7,81	Ba ¹³⁸ (n, γ) Ba ^{137г}	тепл.	400	0,00013	2,57 мин	0,662 (100)
Mn ⁵⁵	100	Mn ⁵⁵ (n, α) V ⁵²	0,64	35	0,00038	3,77 мин	1,434 (93,3)
Mn ⁵⁵	100	Mn ⁵⁵ (n, γ) Mn ⁵⁶	тепл.	13170	0,15	2,586 ч	0,845 (98,6)

При наличии контраста в периодах полураспада и энергетических спектрах наведенного гамма-излучения оказывается возможным получение сведений о содержании отдельных радионуклидов путем гамма-спектрометрических измерений в комбинации с регистрацией вызванной активности во времени. Информация об особенностях спектра гамма-излучения, дополненная постоянной распада, является достаточной для надежной идентификации каждого из радионуклидов, образующихся при нейтронной активации горных пород. Отмеченное обстоятельство определяет области применения метода нейтронной

активации. В практике геологоразведочных работ нашли применение технологии бескернового анализа состава рудных интервалов разведочных скважин и нейтронный активационный анализ на редкие элементы. Применительно к бескерновым технологиям метод нейтронной активации оказался полезным при разведке месторождений различных полезных ископаемых: топлива (уголь, нефть), черных металлов (марганец), цветных металлов (алюминий, медь), нерудного сырья (флюорит, фосфорит). Исследуя порошковые пробы в атомных реакторах, можно определять на кларковом уровне распределение в горных породах и рудах целого ряда редких и драгоценных металлов, включая редкоземельные элементы La, Ce, Sm, Eu, Tb, Dy, Yb, Lu, Ir, Sc и золото.

7.9.1. Физические предпосылки нейтронного активационного картожажа

Уравнение активации

Рассмотрим стабильный источник нейтронов, т. е. постоянной распада активного излучателя в источнике нейтронов пренебрегаем. При бомбардировке горных пород стабильным потоком нейтронов плотностью Φ некоторые стабильные ядра горных пород, содержащие до облучения N_0 ядер стабильного изотопа, образуются ядра искусственно-радиоактивного продукта с постоянной распада λ . При этом количество стабильных изотопов будет убывать по закону: $N(t) = N_0 e^{-\sigma t}$, где σ – микросечение активации ядер материнского изотопа, см^2 .

Прирост искусственно-радиоактивных ядер dn за время dt :

$$dn = \sigma N(t)\Phi dt - \lambda n dt.$$

При этом скорость прироста искусственно-радиоактивных ядер

$$\frac{dn}{dt} = \sigma N(t)\Phi - \lambda n; \quad \frac{dn}{dt} + \lambda n = \sigma N(t)\Phi; \quad \frac{dn}{dt} + \lambda n = \sigma N_0 \Phi e^{-\lambda t}.$$

Это известное дифференциальное уравнение активации [3]. Решение этого дифференциального уравнения имеет вид:

$$N(t) = \frac{\sigma \Phi}{\lambda} N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

Полученное решение уравнения активации представляет собой функцию накопления дочерних радионуклидов из материнских ядер в зависимости от времени активации. Физически это означает, что ядра дочернего продукта накапливаются от нуля до некоторого конечного значения, соответствующего некоторому насыщенному количеству ядер N_∞ . Аппаратурный параметр $J(t)$, например скорость счета импульсов, при большом времени активации, тоже будет выходить на насыщение J_∞ по закону: $J(t) = J_\infty (1 - e^{-\lambda t})$.

Активирование сложных по химическому составу горных пород обычно приводит к образованию ряда радионуклидов, которые затрудняют количественное определение искомым полезным компонент. В связи с этим возникает необходимость дискриминации мешающего влияния продуктов-помех. Вопросы временной селекции, основанной на использовании различий в постоянных распада радионуклидов, впервые исследованы Г. С. Возжениковым и подробно изложены в его работах [3, 7.9.1].

В настоящее время при инструментальных активационных исследованиях широко используются гамма-спектрометрические измерения (в том числе на ППД), позволяющие получать сведения о содержании отдельных радионуклидов, различающихся между собою по спектральному составу гамма-излучения.

Параметры диффузионного переноса наведенного гамма-излучения зависят от вещественного состава среды, ее влажности, плотности, начальной и пороговой энергии регистрируемого излучения и других факторов. На рис. 7.9.1 приведены результаты расчета параметров диффузии наведенного гамма-излучения некоторых искусственно-радиоактивных изотопов в зависимости от влажности среды силикатного состава плотностью $2,7 \text{ г/см}^3$. Расчет параметров диффузии наведенного гамма-излучения выполнен по Г. М. Воскобойникову, для содержаний изотопов-мишеней в активируемой среде, равных одному проценту при уровне дискриминации наведенного гамма-излучения 150 КэВ. Предполагалось, что малое содержание изотопов-мишеней не влияет на параметры переноса первичных нейтронов и наведенного гамма-излучения. Из рисунка видно, что с увеличением влажности макроскопическое сечение поглощения наведенного гамма-излучения убывает, а коэффициент диффузии растет. Аналогично исследуется зависимость параметров диффузии от плотности горных пород, вещественного состава среды и уровня дискриминации регистрируемого гамма-излучения.

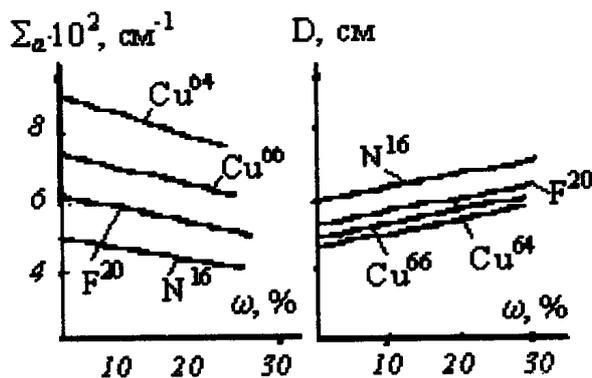


Рис. 7.9.1. Зависимость параметров диффузии наведенного гамма-излучения от влажности среды ω , %:

Σ_a – макроскопическое сечение поглощения нейтронов, см^{-1} ; D – длина диффузии, см

Из табл. 7.9.1 видно, что активация породообразующих элементов осуществляется на быстрых и тепловых нейтронах. Поэтому нейтронный активационный каротаж НАК имеет две модификации: на быстрых нейтронах (НАК-Б) и тепловых нейтронах (НАК-Т).

Связь между наведенной активностью и содержанием изотопа-индикатора в среде

Рассмотрим общие закономерности переноса наведенного гамма-излучения применительно к разведке медных руд. Поток наведенного гамма-излучения в бесконечной медьсодержащей среде характеризуется максимальной амплитудой или площадью фотопика аналитической линии $E_\gamma = 0,511 \text{ МэВ}$

в превышении над фоном в модификации НАК-Б для изотопа Cu-62 и НАК-Т для изотопа Cu-64. При измерении наведенного эффекта определяется скорость счета импульсов. Поэтому величину потока наведенного гамма-излучения принято выражать в единицах скорости счета импульсов (имп/мин).

В бесконечной медьсодержащей среде поток наведенного гамма-излучения N_∞ связан с содержанием меди q соотношением $N_\infty = k_{\text{НАК}} q$, где $k_{\text{НАК}}$ – коэффициент пропорциональности, численно равный потоку наведенного гамма-излучения в среде с содержанием меди 1 % при данных скважинных условиях, режиме измерений и параметрах аппаратуры.

Вариации временного режима измерений и аппаратурных параметров устраняются путем приведения результатов измерений к стандартным условиям каротажа: $t_a \rightarrow \infty$, $t_n \rightarrow 0$, $Q = 10^7$ нейтрон/с. Все остальные режимы и аппаратурные параметры (рабочие интервалы энергий, ширина энергетических окон, длина зонда, время измерения и т. д.) в процессе измерений должны оставаться неизменными.

Результаты наведенного гамма-излучения приводят к условиям сухой необсаженной скважины. Определенный для таких условий коэффициент пропорциональности между величиной потока и содержанием меди называется коэффициентом бесконечной среды или просто пересчетным коэффициентом $k_{\text{НАК}}$. При этом связь между потоком наведенного гамма-излучения в бесконечной среде и содержанием радионуклида q принимает вид: $N_\infty = \phi k_{\text{НАК}} q$, где ϕ – функция влияния скважины, которая зависит от ее конструкции и наполнения.

Из сказанного следует, что пересчетный коэффициент численно равен наведенному и приведенному к стандартным условиям потоку гамма-излучения в бесконечной среде, содержащей 1 % радионуклида, при отсутствии влияния скважины. Этот коэффициент зависит от вещественного состава и свойств, определяющих перенос нейтронов и гамма-квантов. Поэтому величину пересчетного коэффициента для данного месторождения и используемой аппаратуры определяют экспериментально на эталонных рудных интервалах с известным содержанием радионуклида.

Вероятность активационного взаимодействия первичного нейтронного излучения с ядрами горных пород зависит от макроскопического сечения активации $\Sigma_{\text{НАК}}$. Расчет макроскопического сечения активации осуществляется по формуле:

$$\Sigma_{\text{НАК}} = \frac{q\rho A_0 \sigma_{\text{НАК}} \nu}{A},$$

где q – весовое содержание активируемого элемента в среде, г/г; ρ – плотность среды, г/см³; A_0 – число Авогадро; A – атомный вес активируемого элемента, г/моль; $\sigma_{\text{НАК}}$ – микросечение активации ядер активируемого элемента, см²; ν – относительное содержание материнского изотопа в природной смеси изотопов определяемого элемента.

Величина наведенной активности зависит от геологических условий залегания оруденения и скважинных условий измерения. Влияние этих факторов можно оценить расчетным методом.

При исследовании закономерностей пространственного распределения интегрального потока наведенного гамма-излучения в условиях буровой сква-

жины используется диффузионное приближение теории переноса нейтронов и наведенного гамма-излучения. Если точка измерения совпадает с точкой активации (нулевой зонд), то при расчетах потока гамма-излучения, наведенного в рудном пласте конечной мощности, исходят из принципа аддитивности наведенного гамма-излучения. Согласно принципу аддитивности, поток гамма-излучения, наведенного в пласте мощностью $2h$ с постоянным содержанием меди $q(z') = q, |z'| \leq h$ на расстоянии z от его середины при отсутствии влияния скважины, определяется так же, как в случае гамма-каротажа, выражением (6.2.16), где $f(h)$ – функция насыщения пласта по наведенному гамма-излучению, которая определяется соотношением $f(h) = N_{\max}(h)/N_{\infty}$; $N_{\max}(h)$ – поток наведенного гамма-излучения в центре пласта; N_{∞} – поток гамма-излучения, наведенного в однородной бесконечной рудной среде.

С увеличением мощности пласта поток наведенного гамма-излучения в его центре достигает своего максимального значения: $N_{\infty} = k_{\text{НАК}}q$, где $k_{\text{НАК}}$ – пересчетный коэффициент. Такие пласты называют насыщенными по мощности.

Скважина нарушает однородность исследуемой среды. В результате связь между величиной потока и содержанием радионуклида в среде, содержащей рудный пласт мощностью $2h$, нарушается: $N(z, h, d) = N_{\infty} \varphi(d)N(z, h)$, где $N(z, h, d)$ – поток наведенного гамма-излучения в скважине при толщине слоя промежуточной зоны между стенкой скважины и скважинным прибором $d = r_o - r_c$; r_o, r_c – радиус скважины и скважинного прибора; $N(z, h)$ – функция влияния пласта, которая совпадает с распределением потока наведенного гамма-излучения при исчезающе малом влиянии скважины; $\varphi(d)$ – функция влияния скважины.

Удобной характеристикой пласта, содержащего ядра активируемого элемента, является площадь аномалии его наведенного гамма-поля. Если скважина пересекает активный пласт мощностью H с постоянным содержанием определяемого элемента q под углом, близким к прямому ($\alpha > 65^\circ$), то зависимость между площадью аномалии S и содержанием определяемого элемента имеет вид $S = k_{\text{НАК}}qH$. Для скважин, пересекающих активный пласт под углом менее 65° , площадь аномалии определяется выражением $S_{\text{НАК}} = k_{\text{НАК}}qH_{\text{в}}$, где $H_{\text{в}} = H/\sin\alpha$ – стволовая (видимая) мощность активного пласта. Для пласта с постоянным оруденением расстояние между точками, в которых поток достигает $1/2N_{\max}$, зависит только от мощности пласта. Для насыщенного по гамма-излучению пласта это расстояние равно мощности пласта.

Пересчетный коэффициент от измеренного потока наведенного гамма-излучения к содержанию определяемого элемента в рудах

Пересчетный коэффициент связывает величину наведенного и приведенного к стандартным условиям потока наведенного гамма-излучения с содержанием определяемого элемента в среде. Величина пересчетного коэффициента зависит от влажности среды, плотности горных пород и элементного состава руд.

В качестве примера выполнены расчеты коэффициента пересчета в медноколчеданных рудах Южного Урала. Для оценки влияния влажности и плотности горных пород на величину пересчетного коэффициента выполнены рас-

четыре наведенного гамма-излучения в обводненной скважине при различной толщине слоя бурового раствора между стенкой скважины и скважинным прибором $d = r_o - r_c$, где r_o и r_c – радиусы скважины и скважинного прибора. При расчетах предполагалось, что точка измерения совпадает с точкой активации (нулевой зонд). Результаты расчета в среде переменной плотности и влажности нормированы к величине наведенной активности в среде с нулевой влажностью и плотностью $2,0 \text{ г/см}^3$.

На рис. 7.9.2 показано влияние влажности (а) и плотности (б) медноколчеданных руд на величину пересчетного коэффициента $k_{\text{НАК-Т}} (\text{Cu}^{64})$. Результаты расчета проверены экспериментально в горных породах различной влажности.

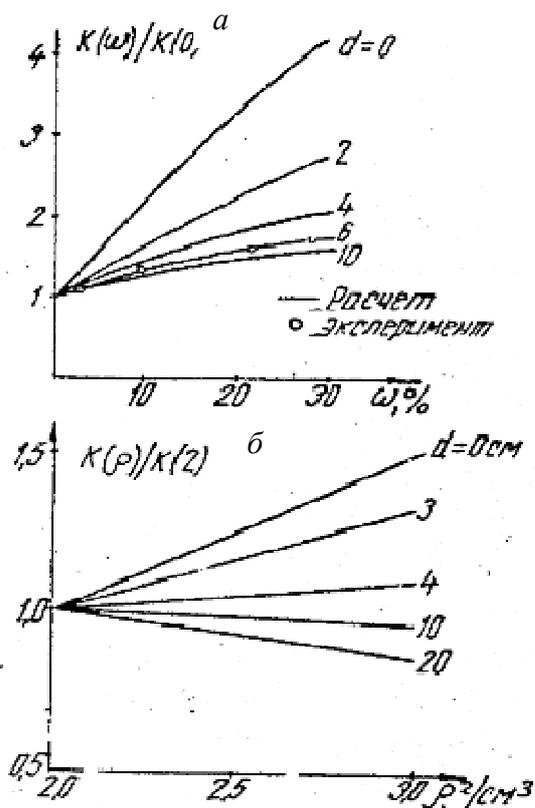


Рис. 7.9.2. Зависимость коэффициента пересчета $k_{\text{НАК-Т}} (\text{Cu}^{64})$ от водонасыщенности (а) и плотности (б) медноколчеданных руд: сплошные кривые – расчет; (о) – эксперимент; $d = r_o - r_c$ – толщина слоя бурового раствора между стенкой скважины r_o и стенкой скважинного прибора r_c

Увеличение влажности среды приводит к росту потока наведенного гамма-излучения, что особенно заметно, когда влияние скважины мало. Увеличение радиуса скважины и толщины слоя бурового раствора приводит к ослаблению зависимости пересчетного коэффициента от влажности из-за удаления активируемой среды от детектора.

Влияние плотности активируемой среды зависит от толщины промежуточной зоны, заполненной буровым раствором. При малой толщине слоя бурового раствора увеличение плотности приводит к росту потока наведенного гамма-излучения, а при большой толщине наблюдается обратное явление. Ин-

версионными к изменению плотности являются такие условия измерений, когда толщина слоя бурового раствора $d = 8-9$ см.

Промышленные типы медных руд (медноколчеданного типа) выделяются с учетом особенностей их вещественного состава. Одним из существенных факторов, определяющих вещественный состав медноколчеданных руд, является присутствие в них серы, связанной с железом (пирита), и сульфидов меди. Вмещающие породы имеют силикатный состав и представлены преимущественно кремнеземом. Таким образом, основными компонентами, определяющими вещественный состав медноколчеданных руд, являются пирит и кремнезем.

По содержанию сульфидов медные руды можно разделить на три типа: сульфидов более 65 % (сплошные медноколчеданные руды), менее 65 % (вкрапленные медноколчеданные руды) и менее 10 % (медистые песчаники, молибденомедные руды, скарновые руды и др.). Содержание сульфидов во вмещающих кварцитах и кварцитовидных песчаниках пренебрежимо мало. При небольших содержаниях меди (менее 2 %) вещественный состав и физические свойства медных руд определяются соотношением пирита FeS_2 и кремнезема SiO_2 в руде.

Зависимость пересчетного коэффициента от вещественного состава руд (содержания пирита) исследована расчетным методом и экспериментально на моделях рудных тел и в натуральных условиях. Для определения величины пересчетного коэффициента выполнены расчеты потока наведенного гамма-излучения изотопов-индикаторов меди Cu-64 и Cu-66 в обводненных скважинах различного радиуса при переменной толщине слоя бурового раствора между стенкой скважины и скважинным прибором. При расчетах предполагалось, что руда представляет собой однородную смесь сульфидов, представленных пиритом, и кварцита. Объемное содержание пирита n изменялось в пределах $0 \leq n \leq 1$. Случай $n = 0$ соответствовал кварцитам, $n \leq 0,1$ – медистым песчаникам, $0,1 \leq n \leq 0,65$ – вкрапленным и $0,65 \leq n \leq 1$ – сплошным колчеданным рудам. В общем случае вещественный состав руды был представлен в виде: $n\text{FeS}_2 + (1-n)\text{SiO}_2$.

Величина пересчетного коэффициента $k_{\text{НАК}}$ для медных руд различного вещественного состава представлена на рис. 7.9.3. Пересчетный коэффициент нормирован к условиям измерений в среде силикатного состава.

Рост содержания сульфидов при прочих равных условиях приводит к уменьшению потока наведенного гамма-излучения. В результате уменьшается величина пересчетного коэффициента. Наименьшее влияние вещественного состава отмечается при толщине слоя бурового раствора $d = 3$ см, когда в скважине наблюдается максимальный наведенный эффект. Результаты расчета проверены экспериментально. Измерения выполнены на моделях рудных тел и в натуральных условиях. Во всех рассмотренных случаях наблюдается хорошая сходимость расчетных и экспериментальных значений величины пересчетного коэффициента.

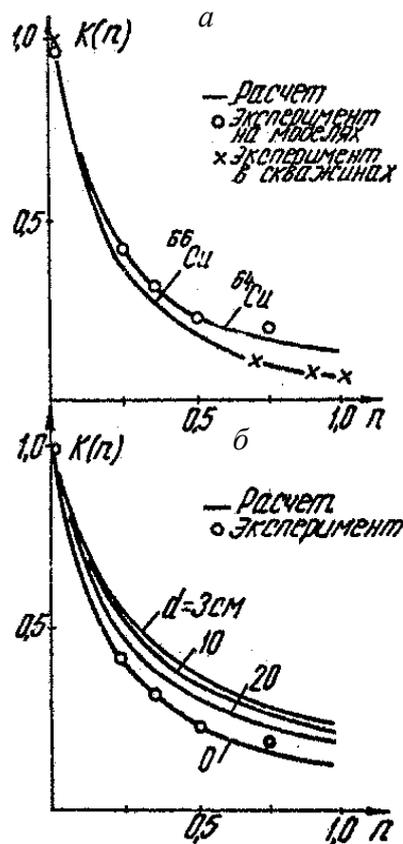


Рис. 7.9.3. Зависимость коэффициента пересчета $k_{\text{НАК}}$ для различных изотопов меди (а) и изотопа меди-64 (б) от содержания FeS_2 в руде: сплошные кривые – расчет; (о) – эксперимент на моделях; (х) – эксперимент в скважинах; $d = r_o - r_c$ – толщина слоя бурового раствора между стенкой скважины r_o и стенкой скважинного прибора r_c

Функция насыщения пласта по наведенному гамма-излучению

Под функцией насыщения пласта по наведенному гамма-излучению понимают зависимость максимального наведенного эффекта на оси сухой скважины в центре пласта от его мощности $f_{\text{НАК}}(h) = N_{\text{max}}(h) / N_{\infty}$, где N_{∞} – эффект, наведенный в бесконечной медьсодержащей среде. Функция насыщения используется при расчете наведенного эффекта вдоль оси скважины над пластом конечной мощности с постоянным содержанием меди и оценки насыщенности пласта по наведенному гамма-излучению. Насыщенным по мощности называется такой пласт, увеличение мощности которого практически не сказывается на величине наведенного эффекта в его центре. Функция насыщения подсчитывается теоретически или находится экспериментально на моделях рудных тел.

Вид функции насыщения зависит от многих факторов, в том числе от диаметра скважины, типа анализируемого радионуклида и свойств его гамма-излучения, влажности, плотности, вещественного состава горных пород и руд и др. Влияние отдельных факторов можно оценить расчетным методом. Для наиболее полного учета основных факторов используют результаты экспериментальных измерений на моделях медьсодержащих пластов переменной мощности.

Исследование вида функции насыщения пласта по наведенному гамма-излучению проводилось для медных руд. Для различных искусственно-радиоактивных нуклидов, образующихся в медных рудах силикатного состава, функции насыщения определяются по графикам (рис. 7.9.4), которые получены расчетным методом при использовании диффузионного приближения для теории переноса первичного нейтронного излучения и вторичного наведенного гамма-излучения. Расчет выполнен для сухих горных пород плотностью $2,75 \text{ г/см}^3$, когда влияние скважины отсутствует, и точка активации совпадает с точкой измерения (нулевой зонд). С увеличением начальной энергии наведенного гамма-излучения мощность насыщенных пластов увеличивается. Например, для изотопа Cu-64 с начальной энергией гамма-излучения $E_0 = 0,51 \text{ МэВ}$ насыщение до уровня $0,9N_\infty$ достигается при мощности пласта 16 см, а для изотопа Cu-66 ($E_0 = 1,04 \text{ МэВ}$) – при мощности 20 см.

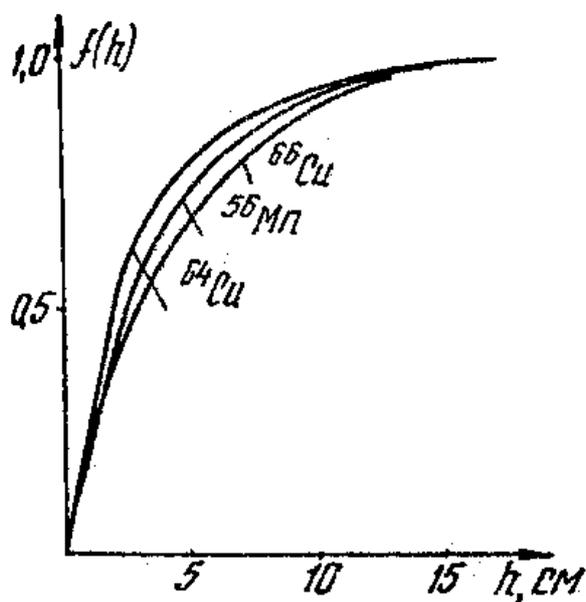


Рис. 7.9.4. Функция насыщения пласта $f(h)_{\text{НАК}}$ для некоторых радионуклидов, возникающих при активации медных руд: h – полумощность пласта

Вид функции насыщения наведенного гамма-излучения $f(h)_{\text{НАК-Б}}$ для горных пород различной плотности приведен на рис. 7.9.5, а. С уменьшением плотности горных пород с 3 до 2 г/см^3 мощность пласта, насыщенного до уровня $0,95 N_\infty$, возрастает с 20 до 28 см .

Зависимость функции насыщения от плотности горных пород можно устранить, если выразить мощность пласта в массовых единицах длины (рис. 7.9.5, б). При этом мощность насыщенного пласта равна 56 г/см^2 . Это вдвое меньше, чем мощность пласта, насыщенного по естественному гамма-излучению. В естественных условиях горные породы, как правило, содержат влагу в пределах от нуля до 30% и более. В этом случае функция насыщения пласта по наведенному гамма-излучению $f(h)_{\text{НАК-Б}}$ для изотопа Cu-62 определяется по графику (рис. 7.9.6), который составлен для горных пород переменной плотности и влажности. С увеличением влажности среды мощность насыщенных пластов уменьшается и достигает 40 г/см^2 при влажности среды 30% .

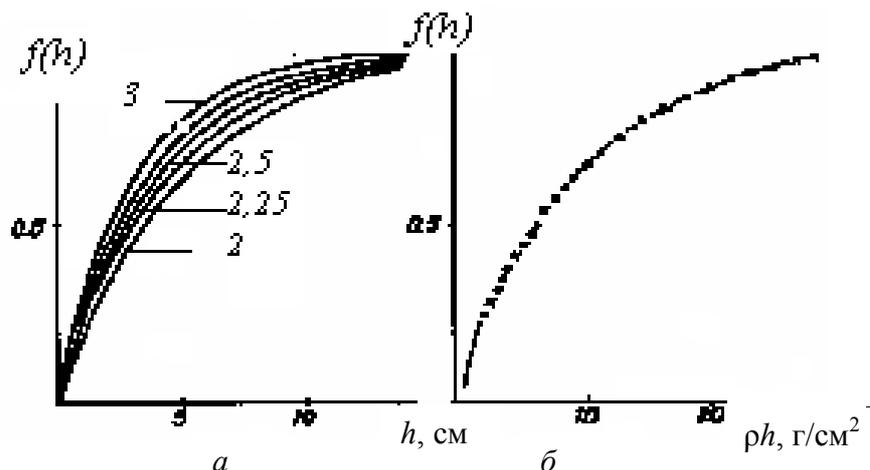


Рис. 7.9.5. Зависимость функции насыщения $f(h)_{\text{НАК-Б}}$ от плотности горных пород ρ , г/см^3 (а) и вид функции насыщения при использовании массовых единиц длины ρh , г/см^2 (б): h – полумощность пласта

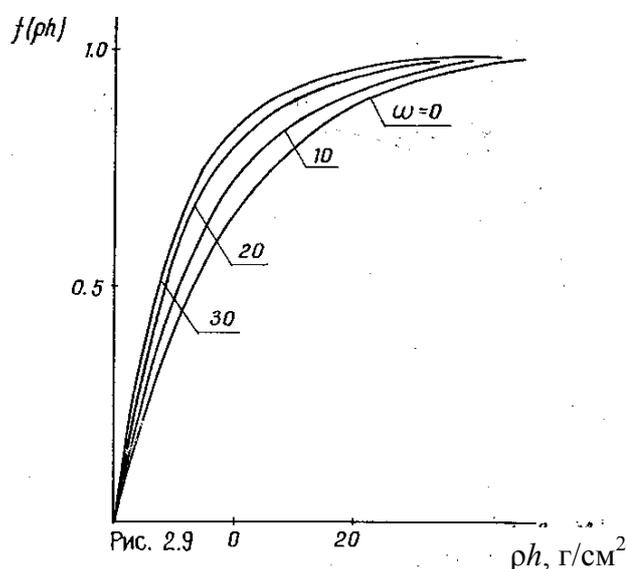


Рис. 7.9.6. Зависимость функции насыщения $f(h)_{\text{НАК-Б}}$ от влажности горных пород ω , %: ρh , г/см^2 – массовые единицы длины

Функция влияния скважины для наведенного гамма-излучения

Скважина нарушает однородность исследуемой среды и оказывает существенное влияние на результаты нейтронного активационного каротажа. Исследование вида функции влияния скважины для наведенного гамма-излучения проводилось для медных руд.

Под функцией влияния скважины для наведенного гамма-излучения $\varphi(d)_{\text{НАК}}$ понимают зависимость потока наведенного гамма-излучения в заполненной водой или буровым раствором скважине, пересекающей бесконечную излучающе-поглощающую среду, от толщины слоя бурового раствора между стенкой скважины и скважинным прибором $d = r_0 - r_c$, где r_0 и r_c – радиусы скважины и скважинного прибора.

Функция влияния скважины имеет вид: $\varphi(d)_{\text{НАК}} = N(d)_{\text{НАК}} / N_{\infty}$, где $N(d)_{\text{НАК}}$ – величина потока наведенного гамма-излучения в обводненной скважине при толщине слоя бурового раствора d ; N_{∞} – поток наведенного гамма-излучения в бесконечной активной среде при отсутствии влияния скважины.

Функция влияния скважины используется для введения поправок в результаты нейтронного активационного каротажа и зависит от характера ядерных реакций, приводящих к образованию искусственно-радиоактивных изотопов, длины зонда, расположения скважинного прибора в скважине, вещественного состава, влажности и плотности горных пород.

На рис. 7.9.7 приведен вид функции влияния скважины для наведенного гамма-излучения изотопа Cu-64 на различном расстоянии от точки активации (a) для медных руд с переменным содержанием пирита (b) при различной водонасыщенности среды (c) и плотности горных пород (d).

Результаты расчета функции влияния скважины проверены экспериментально для медьсодержащей силикатной среды плотностью $2,75 \text{ г/см}^3$, не содержащей сульфидов и влаги, когда точка измерения совпадает с точкой активации. Среда активировалась с помощью Po-Be-источника нейтронов. Измерения выполнены в насыщенной по нейтронному и гамма-излучению геометрии измерений. Результаты активации приведены к стандартным условиям и построены в зависимости от толщины слоя воды между стенкой скважины и корпусом скважинного прибора. Получено хорошее согласие результатов расчета и экспериментальных измерений.

Функция влияния скважины зависит от положения скважинного прибора в скважине. В процессе измерений скважинный прибор, как правило, расположен вблизи стенки скважины. Вид функции для скважинных приборов, расположенных в центре и у стенки скважины, когда точка активации совпадает с точкой измерений, приведен на рис. 7.9.8. Графики функций получены расчетным методом [5] и проверены экспериментально на моделях медьсодержащего пиритного концентрата и кварцитов. При расположении прибора на стенке скважины зависимость функции влияния скважины $\varphi_{\text{НАК}}(d)$ от толщины слоя бурового раствора имеет более пологий вид по сравнению с центральным положением. Таким образом, влияние скважины на прибор, расположенный у ее стенки, меньше, чем при центральном положении скважинного прибора.

Вид функции влияния скважины зависит от характера ядерных реакций, приводящих к образованию искусственно-радиоактивных изотопов. Особенно большое различие наблюдается для (n, γ)-реакций на тепловых нейтронах и (n, p)-реакций на быстрых нейтронах. В качестве примера ниже приведен вид функций влияния скважины для пороговой (n, p)-реакции, возникающей при бомбардировке кремния быстрыми нейтронами (рис. 7.9.9).

При активации кварцитов, вмещающих медное оруденение, образуется изотоп Al-28 по реакции $\text{Si}^{28}(n, p)\text{Al}^{28}$ на быстрых нейтронах. Зависимость потока наведенного гамма-излучения от толщины слоя бурового раствора между стенкой скважины и скважинным прибором при центральном и эксцентричном положении прибора в скважине приведена на рис. 7.9.9. Поток наведенного гамма-излучения

Al-28 с увеличением толщины слоя бурового раствора монотонно уменьшается. Таким образом, экстремальный характер зависимости вызванной активности от диаметра скважины для (n, γ) -реакций на тепловых нейтронах (изотоп Cu-64) сменяется монотонным уменьшением потока наведенного гамма-излучения изотопа Al-28, возникающего в результате (n, p) -реакций на быстрых нейтронах.

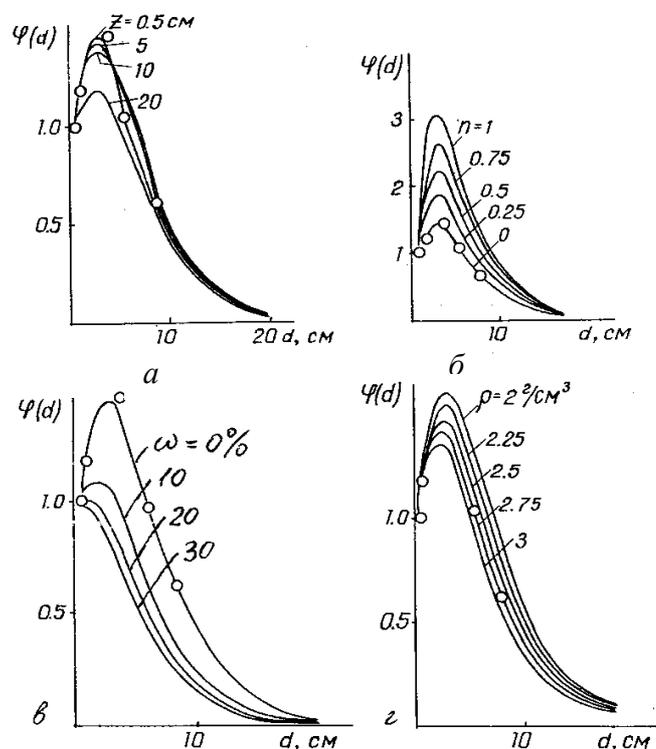


Рис. 7.9.7. Функция влияния скважины $\varphi(d)_{\text{НАК-Т}}$ для наведенного гамма-излучения изотопа Cu-64 на различном расстоянии от точки активации (а) для колчеданных руд различного сорта (б) с различной водонасыщенностью и плотностью: расчет (—); эксперимент (o)

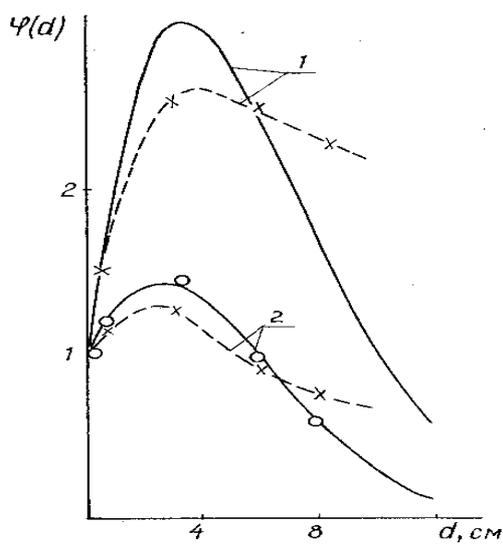


Рис. 7.9.8. Функция влияния скважины $\varphi(\text{Cu-64})_{\text{НАК-Т}}$ для наведенного гамма-излучения изотопа Cu-64 при расположении скважинного прибора в центре и у стенки скважины:

1 – медьсодержащий пиритный концентрат; 2 – медьсодержащий кварцит; расчет (—); эксперимент (o); центральное положение прибора в скважине: расчет (- - -), эксперимент (x)

На рис. 7.9.9 приведена функция влияния скважины для НАК-Б (Al-28).

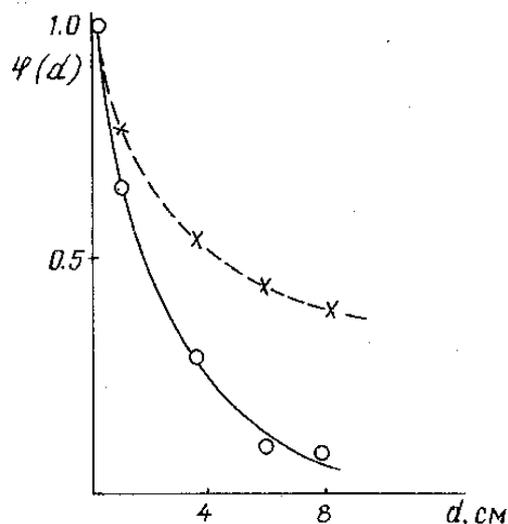


Рис. 7.9.9. Функция влияния скважины $\varphi(\text{Al}^{28})_{\text{НАК-Б}}$ для наведенного гамма-излучения изотопа Al-28 при положении прибора в центре и у стенки скважины: (о) – центральное положение прибора; (х) – прибор на стенке скважины

Еще более сложный вид имеет функция влияния скважины для интерферирующих реакций, идущих на быстрых и тепловых нейтронах. Примером могут служить реакции $\text{Fe}^{56}(n, p)\text{Mn}^{56}$ и $\text{Mn}^{55}(n, \gamma)\text{Mn}^{56}$ в медных рудах, содержащих железо и марганец, или $\text{Si}^{28}(n, p)\text{Al}^{28}$ и $\text{Al}^{27}(n, \gamma)\text{Al}^{28}$ в медных рудах, содержащих кремний и алюминий. Вид функции влияния скважины для указанных случаев зависит от соотношения элементов, активируемых на быстрых и тепловых нейтронах и макросечений (n, p) - и (n, γ) -реакций. При этом зависимость может носить экстремальный характер или иметь вид монотонно убывающей функции.

Экспериментальная проверка расчетных функций влияния скважины осуществлялась на моделях буровых скважин различного диаметра. Результаты эксперимента построены в зависимости от толщины слоя воды между стенкой скважины и корпусом скважинного прибора d для изотопа Cu-64, возникающего по реакции $\text{Cu}^{63}(n, \gamma)\text{Cu}^{64}$ (см. рис. 7.9.8) и изотопа Al-28, возникающего по реакции $\text{Si}^{28}(n, p)\text{Al}^{28}$ (см. рис. 7.9.9).

В качестве сред для активирования были выбраны медные колчеданы и кварцевый песок в насыщенной по гамма-лучам и тормозным пробегаем нейтронов геометрии. Мишени активировались (Po-Be)-источником нейтронов. Вызванная активность регистрировалась с помощью универсального сцинтилляционного датчика в комбинации с амплитудным анализатором импульсов АИ-128. Величина вызванной активности определялась по амплитуде фотопиков наведенного гамма-излучения изотопов Cu-64 и Al-28 приводилась к стандартным условиям измерений. Во всех случаях отмечается хорошее согласие расчетных и экспериментальных значений функции влияния скважины, что свидетельствует о возможности использования расчетных зависимостей для учета влияния скважины на результаты спектрометрии наведенного гамма-излучения.

Анализ пространственного распределения наведенного гамма-излучения меди в горной породе, пересеченной буровой скважиной, свидетельствует о том, что максимальной величины поток наведенного гамма-излучения достигает в ближней к источнику области рудного тела у стенки скважины, что позволяет рекомендовать для практического использования применение нулевых зондов и прижимных устройств.

7.9.2. Пространственное распределение гамма-излучения, наведенного нейтронами в однородной бесконечной среде с равномерным оруденением

Для оценки пространственного распределения гамма-излучения, наведенного точечным источником нейтронов в однородной бесконечной среде с равномерным оруденением, необходимо знать закономерности переноса первичных нейтронов, которые рассмотрены в разделах ННК-НТ и ННК-Т.

Зная закономерности переноса первичных нейтронов, можно найти пространственное распределение потока гамма-излучения, наведенного точечным источником нейтронов в однородной бесконечной среде с постоянным содержанием определяемых элементов.

Сформулируем задачу следующим образом. Точечный источник быстрых нейтронов помещен в однородную среду, содержащую ядра определяемого элемента, которые распределены в ней равномерно. Требуется найти пространственное распределение потока наведенного гамма-излучения радиоактивных изотопов, образовавшихся под воздействием источника быстрых нейтронов из ядер породообразующих элементов.

Для решения задачи воспользуемся диффузионным приближением теории переноса наведенного гамма-излучения. Использование диффузионного приближения оправдывается тем, что в процессе переноса гамма-кванты многократно рассеиваются. В результате интегральный поток наведенного гамма-излучения на 80-90 % состоит из рассеянного гамма-излучения.

Введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) . Ось z направим вдоль оси скважины. Источник нейтронов помещен на оси скважины в точке $z = z^*$. Для нахождения пространственного распределения интегрального потока наведенного гамма-излучения следует решить уравнение диффузии:

$$D\Delta\Phi(r, z) + \mu_a\Phi(r, z) = -A(r, z), \quad (7.9.1)$$

где $\Phi(r, z)$ – поток наведенного гамма-излучения в точке, определяемой координатами (r, z) ; Δ – оператор Лапласа; D, μ_a – коэффициент диффузии и линейный коэффициент поглощения гамма-квантов в среде; $A(r, z)$ – объемная активность источников наведенного гамма-излучения.

В том случае, когда распределение нейтронов задается в n -групповом диффузионном приближении, объемная активность источников наведенного гамма-излучения определяется выражением

$$A(r, z) = k_{\text{НАКJ}} \sum_n \Phi_n(r, z), \quad (7.9.2)$$

где $k_{\text{НАК}j}$ – коэффициент активационного преобразования первичного нейтронного излучения в наведенное гамма-излучение на ядрах j -го элемента; Σ_n – макроскопическое сечение поглощения нейтронов n -й группы; $\Phi_n(r, z)$ – пространственное распределение первичных нейтронов n -й группы, которое в однородной бесконечной среде определяется соотношением (7.1.137):

$$\Phi_n(r, z) = \frac{Q \prod_{i=1}^n \chi_i^2}{4\pi \Sigma_{yn}} \sum_{m=1}^n \frac{e^{-\chi_m \sqrt{r^2 + z^2}}}{\prod_{i=1, i \neq m}^n (\chi_i^2 - \chi_m^2) \sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (7.9.3)$$

Применим к левой и правой частям уравнения (7.9.1) дифференциальный оператор уравнения (7.1.135) и воспользуемся тем, что выражение для потока первичных нейтронов $\Phi_n(r, z)$ в виде выражения (7.1.137) является решением уравнения (7.1.135). В результате получаем дифференциальное уравнение относительно потока наведенного гамма-излучения:

$$(D\Delta - \mu_a) \prod_{i=1}^n (D_i \Delta - \Sigma_{yi}) \Phi(r, z) = (-1)^{n+1} k_{\text{НАК}j} Q \prod_{i=1}^n \Sigma_{yi} \frac{\delta(r) \delta(z - z^*)}{2\pi r}. \quad (7.9.4)$$

Используя понятие длины диффузии, уравнение (7.9.4) можно переписать в виде:

$$(\Delta - \nu^2) \prod_{i=1}^n (\Delta - \chi_i^2) \Phi(r, z) = (-1)^{n+1} \frac{k_{\text{НАК}j} Q}{D} \prod_{i=1}^n \chi_i^2 \frac{\delta(r) \delta(z - z^*)}{2\pi r}, \quad (7.9.5)$$

где $\chi_i^2 = \Sigma_{yi} / D_i$ – квадрат обратной длины диффузии нейтронов i -й группы; $\nu^2 = \mu_a / D$ – квадрат обратной длины диффузии гамма-излучения, наведенного первичными нейтронами.

Решение уравнения (7.9.5) получаем применением преобразования Ханкеля по r и Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований. В результате получаем решение в интегральном виде:

$$\Phi(r, z) = \frac{k_{\text{НАК}j} Q}{2\pi D} \prod_{i=1}^n \chi_i^2 \int_0^\infty J_0(ar) a da \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik(z-z^*)} dk}{(\alpha^2 + k^2 + \nu^2) \prod_{i=1}^n (\alpha^2 + k^2 + \chi_i^2)}. \quad (7.9.6)$$

Интегрирование по k в выражении (7.9.7) осуществляется с использованием теории вычетов. Интегрирование по α выполняется с учетом соотношения:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-|\alpha| \sqrt{\alpha^2 + \chi_i^2}}}{\sqrt{\alpha^2 + \chi_i^2}} J_0(\alpha r) a da = \frac{e^{-\chi_i \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (7.9.7)$$

После интегрирования по k и α получим выражение, характеризующее пространственное распределение потока гамма-излучения, наведенного точечным источником быстрых нейтронов в однородной бесконечной среде:

$$\Phi(r, z) = \frac{k_{\text{НАК}j} Q \prod_{i=1}^n \chi_i^2}{2\pi D \sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}} \left[\frac{e^{-\nu \sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{\prod_{i=1}^n (\chi_i^2 - \nu^2)} + \sum_{m=1}^n \frac{e^{-\chi_m \sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{\prod_{i=1, i \neq m}^n (\chi_i^2 - \chi_m^2) (\nu^2 - \chi_m^2)} \right]. \quad (7.9.8)$$

Выражение (7.9.8), так же как и (7.1.137), представляет собой сумму экспонент, из которых первая определяет перенос наведенного гамма-излучения, а остальные характеризуют перенос нейтронов, причем каждой группе соответствует своя экспонента.

Взаимодействие нейтронов с ядрами горных пород зависит от их энергии и для разных групп имеет свои особенности. На практике активация ядер горных пород осуществляется как быстрыми, так и тепловыми нейтронами. При этом для описания переноса быстрых и тепловых нейтронов можно использовать, соответственно, одногрупповое ($n = 1$) и двухгрупповое ($n = 2$) диффузионные приближения теории переноса первичного нейтронного излучения. Учитывая сказанное, рассмотрим два частных случая, которые являются следствием общего решения задачи (7.9.8).

Пространственное распределение интегрального потока гамма-излучения, наведенного в результате ядерных реакций на быстрых нейтронах (НАК-Б), имеет вид:

$$\Phi(r, z) = \frac{Qk_{\text{НАК}j}}{4\pi D\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{v^2 - \chi_1^2} + \frac{e^{-v\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{\chi_1^2 - v^2} \right], \quad (7.9.9)$$

где $k_{\text{НАК}j}$ – коэффициент активации j -го изотопа.

Максимальной величины поток наведенного гамма-излучения (НАК-Б) достигает в начале координат при $\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2} \rightarrow 0$. Выполняя в выражении (7.9.9) указанный предельный переход, находим оценку для максимальной величины потока гамма-излучения, наведенного в результате ядерных реакций на быстрых нейтронах, в виде:

$$\Phi(0, 0) = \frac{Qk_{\text{НАК}j}\chi_1^2}{4\pi D(\chi_1 + v)}. \quad (7.9.10)$$

Перенос интегрального потока гамма-излучения, наведенного в результате ядерных реакций на тепловых нейтронах (НАК-Т), определяется соотношением:

$$\Phi(r, z) = \frac{Qk_{\text{НАК}j}\chi_1^2\chi_2^2}{4\pi D\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}} \times \left[\frac{e^{-v\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{(\chi_1^2 - v^2)(\chi_2^2 - v^2)} + \frac{e^{-\chi_1\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-\chi_2\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2}}}{(\chi_1^2 - \chi_2^2)(v^2 - \chi_2^2)} \right]. \quad (7.9.11)$$

Максимальной величины поток наведенного гамма-излучения (НАК-Т) достигает в начале координат $\sqrt{r^2 + (z - z^*)^2} \rightarrow 0$:

$$\Phi(0, 0) = \frac{Qk_{\text{НАК}j}\chi_1^2\chi_2^2}{4\pi D(\chi_1 + \chi_2)(\chi_1 + v)(\chi_2 + v)}. \quad (7.9.12)$$

Нейтронный активационный каротаж на быстрых нейтронах (НАК-Б)

В качестве примера рассмотрим медьсодержащую среду. При активации медьсодержащих горных пород быстрыми нейтронами перенос интегрального потока наведенного гамма-излучения изотопа Cu^{62} определяется выражением (7.9.9), а максимальная величина потока подсчитывается по формуле (7.9.10).

Закономерности переноса гамма-излучения, наведенного на быстрых нейтронах ($D-T$)- генератора, исследованы расчетным методом в бесконечной однородной среде на примере изотопа Cu-62 .

Расчет параметров диффузионного переноса быстрых нейтронов ($D-T$) - генератора выполнен в одноклассовом диффузионном приближении, а параметры переноса наведенного гамма-излучения меди Cu-62 найдены по методике Г. М. Воскобойникова. При расчете параметров переноса наведенного гамма-излучения нижняя пороговая энергия принималась равной уровню дискриминации регистрируемых гамма-квантов: $E_{\text{п}} = 150$ КэВ.

Расчетное значение коэффициента преобразования быстрых первичных нейтронов генератора во вторичное наведенное гамма-излучение радионуклида меди Cu-62 $k_{\text{НАК}} = 0,036$ для содержания меди в горной породе 1 %.

Результаты расчета потока наведенного гамма-излучения радионуклида меди Cu-62 в однородной бесконечной среде без учета влияния скважины приведены на рис. 7.9.10 и 7.9.11.

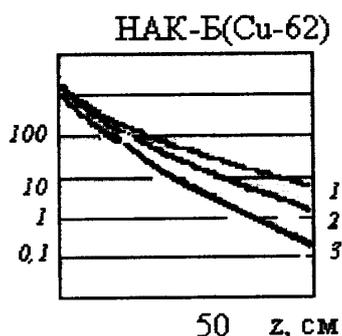


Рис. 7.9.10. Зависимость потока гамма-излучения радионуклида меди Cu-62 , наведенного на быстрых нейтронах (НАК-Б), от длины зонда z , см в однородной бесконечной среде:
влажность 1 – $\omega = 0$ %; 2 – $\omega = 10$ %; 3 – $\omega = 30$ %

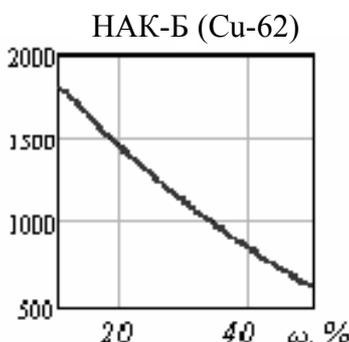


Рис. 7.9.11. Зависимость потока гамма-излучения радионуклида меди Cu-62 , наведенного на быстрых нейтронах (НАК-Б), от водонасыщенности среды $0 < \omega < 50$ % для зонда малой длины в однородной бесконечной медьсодержащей силикатной среде

Нейтронный активационный карттаж на тепловых нейтронах (НАК-Т)

Аналогичные расчеты выполнены для изотопа меди Cu-64, который активируется на тепловых нейтронах. Расчетное значение коэффициента преобразования тепловых первичных нейтронов генератора во вторичное наведенное гамма-излучение радионуклида меди Cu-64 $k_{\text{НАК}} = 0,07$ для содержания меди в горной породе 1 %. Результаты расчета потока гамма-излучения радионуклида меди Cu-64, наведенного на тепловых нейтронах в однородной медьсодержащей среде, приведены на рис. 7.9.12, 7.9.13.

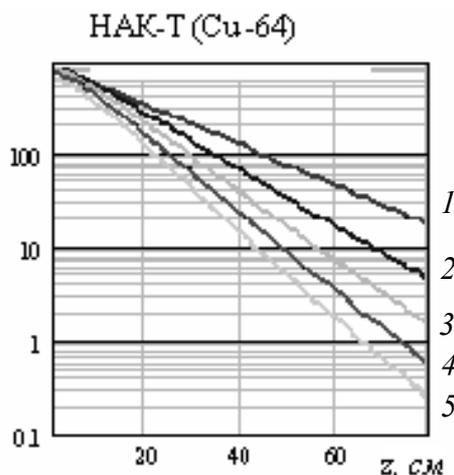


Рис. 7.9.12. Зависимость потока гамма-излучения радионуклида меди Cu-64, наведенного на тепловых нейтронах НАК-Т(Cu⁶⁴), от длины зонда в однородной бесконечной среде: влажность: $\omega = 0\%$ (1); $\omega = 10\%$ (2); $\omega = 20\%$ (3); $\omega = 30\%$ (4); $\omega = 40\%$ (5)

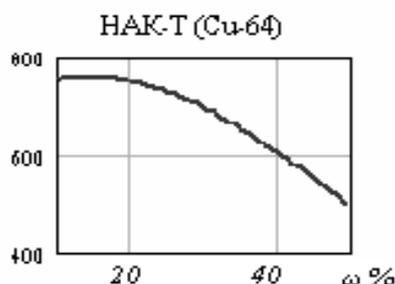


Рис. 7.9.13. Зависимость потока гамма-излучения радионуклида меди Cu-64, наведенного на тепловых нейтронах НАК-Т(Cu⁶⁴), от водонасыщенности среды $0 < \omega < 50\%$ для зонда малой длины в однородной бесконечной силикатной среде: глинистость среды 15 %

7.9.3. Конфигурация кривых нейтронного активационного карттажа при наличии плоскопараллельных границ раздела

Особенности переноса наведенного гамма-излучения в квазиоднородной среде с плоскопараллельными границами раздела (контакт, пласт) исследованы расчетным методом. При расчетах использовано предположение о том, что перенос интегрального потока гамма-излучения, наведенного нейтронами, подчиняется уравнению диффузии.

На практике рудные залежи часто имеют слоистую структуру. Оруденение в таких случаях, как правило, локализуется по напластованию горных пород согласно с залеганием отдельных слоев. Содержание определяемого элемента изменяется вкрест напластования по произвольному закону $q = q(z)$, где z – координатная ось, направленная нормально к оруденению. При этом возникает вопрос об исследовании закономерностей переноса гамма-излучения, наведенного точечным источником нейтронов, в слоистой среде.

Рассмотрим пространственное распределение потока наведенного гамма-излучения в среде с произвольным распределением определяемого элемента $q = q(z)$. Для простоты будем считать, что наличие оруденения не изменяет свойств среды, определяющих перенос нейтронов и гамма-квантов, т. е. среда однородна по отношению к переносу излучения и неоднородна по отношению к источникам излучения. Такой случай имеет место на практике, когда содержание определяемого элемента мало (первые проценты). Для краткости будем называть такую среду квазиоднородной.

Задача формулируется следующим образом. Задана квазиоднородная среда с произвольным одномерным оруденением $q = q(z)$, где $q(z)$ – весовое содержание определяемого элемента. Буровая скважина пересекает слоистую среду в направлении оси z нормально к оруденению. В скважине в точке $z = z^*$ помещен точечный источник быстрых нейтронов активностью, Q , н/с. Требуется найти распределение потока гамма-излучения, наведенного нейтронами, при условии, что влиянием скважины можно пренебречь.

При решении задачи воспользуемся диффузионным приближением теории переноса наведенного гамма-излучения и многогрупповым диффузионным приближением теории переноса первичных нейтронов. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ось z совпадала с осью скважины. Тогда величина потока наведенного гамма-излучения $\Phi(r, z)$ подчиняется уравнению диффузии:

$$D\Delta\Phi(r, z) - \mu_a\Phi(r, z) = -k_{\text{НАК}j}\Sigma_{yn}\Phi_n(r, z)q(z), \quad (7.9.13)$$

где $\Phi_n(r, z)$ – пространственное распределение потока первичного нейтронного излучения точечного источника в n -групповом диффузионном приближении; $k_{\text{НАК}j}$ – удельный коэффициент активационного преобразования первичного нейтронного излучения во вторичное наведенное гамма-излучение на ядрах j -го сорта; Σ_{yn} – макроскопическое сечение увода нейтронов n -й группы.

Решение задачи сводится к решению уравнения (7.9.13). Для удобства расчета координаты источников наведенного гамма-излучения будем отмечать штрихами.

Задача решается методом функции Грина в два этапа. Сначала находится решение для плоского источника наведенного гамма-излучения $z = z'$, т. е. находится функция влияния тонкого бесконечного пласта, которая называется функцией Грина. Затем находится решение для произвольного закона распределения искомого элемента $q = q(z')$ путем интегрирования функции Грина по всему промежутку распределения источников гамма-излучения. Физический смысл такого

решения заключается в том, что рудный пласт представляется в виде совокупности пластов малой мощности, плотно заполняющих весь рудный интервал.

Для плоского источника $z = z'$ распределение содержания искомого элемента задается дельта-функцией: $q(z) = \delta(z - z')$.

Пространственное распределение первичных нейтронов точечного источника в n -групповом диффузионном приближении имеет вид (7.1.137). Найдем решение уравнения (7.9.13) для плоского источника наведенного гамма-излучения. Обозначим его $G(r, z)$. Решение получаем путем применения интегральных преобразований Ханкеля по r и комплексного преобразования Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований:

$$G(r, z) = \frac{A}{2} \int_0^\infty \sum_{m=1}^n e^{-(z'-z+R(\sqrt{\alpha^2+\chi_m^2})} \frac{e^{-(z-z')(\sqrt{\alpha^2+v^2})} J_0(r\alpha) \alpha d\alpha}{\prod_{i=1, i \neq m}^n (\chi_i^2 - \chi_m^2) \sqrt{\alpha^2 + \chi_m^2} \sqrt{\alpha^2 + v^2}} \quad (7.9.14)$$

где $A = \frac{k_{\text{НАКJ}} Q}{4\pi D} \prod_{i=1}^n \chi_i^2$; $R = |z^* - z|$ – расстояние между источником и детектором (длина зонда).

Распределение наведенного гамма-излучения для произвольного одномерного оруденения $q = q(z')$ находим интегрированием функции влияния тонкого пласта (функции Грина) $G(r, z)$ по всему промежутку распределения источников:

$$\Phi(r, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') G(r, z - z') dz' \quad (7.9.15)$$

Выражение (7.9.15) можно использовать для расчета потока наведенного гамма-излучения в ряде случаев, представляющих практический интерес. Например, полагая $q = \text{const}$ и выполняя интегрирование по z' в бесконечных пределах, получим выражение для потока наведенного гамма-излучения в однородной бесконечной среде с постоянным содержанием определяемого элемента.

Использование зондов малой длины

Максимальной величины поток наведенного гамма-излучения достигает в предельном случае при нулевой длине зонда $R \rightarrow 0$. Указанный случай представляет интерес для практических приложений, поэтому рассмотрим решение задачи, когда длина зонда стремится к нулю.

Предельный переход $R \rightarrow 0$ осуществим, соблюдая следующую последовательность: сначала $r \rightarrow 0$, а затем $z \rightarrow z^*$. На оси скважины при $r = 0$, $J_0(r\alpha) = 1$.

Выражение для функции Грина (7.9.14) можно записать в виде:

$$G(r, z) = \frac{A}{2} \int_0^\infty \sum_{m=1}^i \int_0^\infty \frac{e^{-\chi \sqrt{\rho^2 + (z' - z \pm R)^2}} J_0(\rho\alpha) \rho d\rho}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) \sqrt{\rho^2 + (z' - z \pm R)^2}} \cdot \frac{e^{-(z-z')\sqrt{\alpha^2+v^2}}}{\sqrt{\alpha^2 + v^2}} \alpha d\alpha \quad (7.9.16)$$

Однако

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-(z-z')\sqrt{a^2+v^2}}}{\sqrt{a^2+v^2}} J_0(\rho a) \alpha d\alpha = \frac{e^{-v\sqrt{\rho^2+(z-z')^2}}}{\sqrt{\rho^2+(z-z')^2}}, \quad (7.9.17)$$

откуда следует:

$$G(0, z) = \frac{A}{2} \int_0^{\infty} \sum_{m=1}^i \frac{e^{-\chi \sqrt{\rho^2+(z'-z \pm R)^2}} e^{-v\sqrt{\rho^2+(z-z')^2}} \rho d\rho}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) \sqrt{\rho^2+(z'-z \pm R)^2} \sqrt{\rho^2+(z-z')^2}}. \quad (7.9.18)$$

Совершая в выражении (7.9.18) предельный переход $R \rightarrow 0$ после интегрирования по ρ , получим:

$$G(0, z) = \frac{A}{2} \sum_{m=1}^i \frac{E_1[(\chi_m - v)|z - z'|]}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2)}, \quad (7.9.19)$$

где $E_1(x) = -E_i(-x)$ – интегральная показательная функция, определяемая выражением:

$$E_1(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt. \quad (7.9.20)$$

Распределение наведенного гамма-излучения по оси скважины для произвольного одномерного оруденения находим путем интегрирования функции Грина для зонда малой длины (7.9.19) по всему промежутку распределения источников в соответствии с формулой (7.9.15). В частном случае для пласта конечной мощности $2h$ с постоянным оруденением $q(z') = q$ при $|z'| \leq h$ выражение для потока наведенного гамма-излучения принимает вид:

$$\begin{aligned} \Phi(0, z, h) &= Aq \int_{-h}^h G(0, z - z') dz' = \\ &= \frac{A}{2} \sum_{m=1}^i \frac{1}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) (\chi_m + v)} \cdot \begin{cases} E_2[-(\chi_m + v)(z + h)] - E_2[(\chi_m + v)(h - z)]; & z \leq -h \\ 2 - E_2[(\chi_m + v)(z + h)] - E_2[(\chi_m + v)(h - z)]; & |z| \leq h \\ E_2[(\chi_m + v)(z - h)] - E_2[(\chi_m + v)(z + h)]; & h \leq z, \end{cases} \end{aligned} \quad (7.9.21)$$

где $E_2(\chi)$ – интеграл Гольда, который часто называют функцией Кинга. Он определяется соотношением

$$E_2(\chi) = \int_{\chi}^{\infty} E_1(\chi) d\chi = \chi \int_{\chi}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t^2} dt. \quad (7.9.22)$$

Распределение потока наведенного гамма-излучения симметрично относительно центра пласта $z = 0$, поэтому выражение (7.9.22) можно записать короче:

$$\begin{aligned} \Phi(0, z, h) &= \frac{Aq}{2} \sum_{m=1}^i \frac{1}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2) (\chi_m + v)} \times \\ &\times \begin{cases} 2 - E_2[(\chi_m + v)(z + h)] - E_2[(\chi_m + v)(h - z)]; & |z| \leq h \\ E_2[(\chi_m + v)(z - h)] - E_2[(\chi_m + v)(z + h)]; & |z| \geq h. \end{cases} \end{aligned} \quad (7.9.23)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае выражение для потока наведенного гамма-излучения можно представить в виде табулированных функций Кинга.

Введем понятие функции насыщения пласта по наведенному гамма-излучению. Под функцией насыщения будем принимать зависимость потока наведенного гамма-излучения на оси скважины в центре пласта от его мощности. Для рассматриваемого случая величина потока наведенного гамма-излучения в центре пласта достигает своего максимального значения. Поэтому функцию насыщения можно представить в виде отношения $f(h) = \frac{\Phi_{\max}(h)}{\Phi_{\infty}}$, где Φ_{∞} – поток наведенного гамма-излучения в бесконечной среде с постоянным содержанием определяемого элемента.

Из выражения (7.9.23) следует, что максимального значения поток наведенного гамма-излучения достигает в центре пласта, который по условию совпадает с началом координат. Устремляя $z \rightarrow 0$ из (7.9.23), получим величину потока наведенного гамма-излучения в центре пласта мощностью $2h$ в виде:

$$\Phi(0, 0, h) = \Phi_{\max}(h) = Aq \sum_{m=1}^i \frac{1 - E_2[(\chi_m + \nu)h]}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2)(\chi_m + \nu)}. \quad (7.9.24)$$

Устремляя в выражении (7.9.24) $h \rightarrow \infty$, получаем величину потока наведенного гамма-излучения в бесконечной среде с постоянным содержанием анализируемого элемента $q = \text{const}$:

$$\Phi_{\infty} = Aq \sum_{m=1}^i \frac{1}{\prod_{t=1, t \neq m}^i (\chi_t^2 - \chi_m^2)(\chi_m + \nu)}. \quad (7.9.25)$$

В качестве примера рассмотрим случай активации горных пород на быстрых нейтронах ($i = 1$). Для произвольного одномерного оруденения $q = q(z')$ распределение наведенного гамма-излучения имеет вид:

$$\Phi(0, z) = \frac{k_{\text{НАК}j} Q \chi_1^2}{8\pi D} \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') E_1[(\chi_1 + \nu)|z - z'|] dz', \quad (7.9.26)$$

где $k_{\text{НАК}j}$ – удельный коэффициент активации j -го элемента на быстрых нейтронах.

В частном случае для пласта с постоянным содержанием активируемого элемента $q(z') = q$, $|z' \leq h|$ выражение для потока гамма-излучения, наведенного быстрыми нейтронами, принимает вид:

$$\Phi(0, z, h) = \frac{k_{\text{НАК}j} Q \chi_1^2}{8\pi D (\chi_1 + \nu)} \begin{cases} E_2[-(\chi_1 + \nu)(z + h)] - E_2[(\chi_1 + \nu)(h - z)]; & z \leq -h \\ 2 - E_2[(\chi_1 + \nu)(z + h)] - E_2[(\chi_1 + \nu)(h - z)]; & -h \leq z \leq h \\ E_2[(\chi_1 + \nu)(z - h)] - E_2[(\chi_1 + \nu)(z + h)]; & h \leq z. \end{cases} \quad (7.9.27)$$

Максимальное значение потока наведенного гамма-излучения в рассматриваемом случае:

$$\Phi_{\max}(h) = \frac{k_{\text{НАК}j} Q \chi_1^2}{8\pi D (\chi_1 + \nu)} \{1 - E_2[(\chi_1 + \nu)h]\}. \quad (7.9.28)$$

Величина потока в бесконечной среде с постоянным содержанием активируемого элемента:

$$\Phi_{\infty} = \frac{k_{\text{НАК-Б}} Q \chi_1^2}{8\pi D (\chi_1 + \nu)}. \quad (7.9.29)$$

Таким образом, функция насыщения пласта по наведенному гамма-излучению принимает вид:

$$f(h) = 1 - E_2 [(\chi_1 + \nu)h]. \quad (7.9.30)$$

Распределение потока по оси скважины при наличии пласта конечной мощности (7.9.27) с использованием функций насыщения можно представить в виде:

$$\Phi(0, z, h) = \frac{\Phi_{\infty}}{2} \begin{cases} f(h-z) - f(z-h); & z \leq -h; \\ f(z+h) + f(h-z); & |z| \leq h; \\ f(z+h) - f(z-h); & h \leq z. \end{cases} \quad (7.9.31)$$

В центре пласта

$$\Phi_{\text{max}}(h) = \Phi_{\infty} f(h). \quad (7.9.32)$$

Выражение (7.9.32) можно использовать для приведения потока в центре пласта конечной мощности к величине потока в бесконечной активной среде. Для этого необходимо лишь знать вид функции насыщения пласта $f(h)$.

Экспериментально установлено, что в водосодержащих горных породах на расстояниях, превышающих длину замедления нейтронов в среде $R > L_S$, распределение быстрых и тепловых нейтронов хорошо аппроксимируется экспоненциальной зависимостью:

$$n(R) = A e^{\frac{-R}{L_S}}. \quad (7.9.33)$$

Функция влияния пласта. Распределение потока НАК-Б при наличии пласта

Для пласта можно получить простые выражения для расчета потока наведенного гамма-излучения в среде, содержащей пласт конечной мощности с равномерным оруденением.

Рассмотрим приближенное решение прямой задачи интегрального каротажа гамма-излучения НАК-Б, наведенного быстрыми нейтронами.

Задача формулируется следующим образом.

В бесконечной однородной по отношению к переносу нейтронного и гамма-излучения среде расположен неограниченный по простираанию пласт конечной мощности $2h$. Пласт содержит равномерно распределенный химический элемент, который под действием первичных нейтронов точечного источника образует искусственно-радиоактивный изотоп - индикатор этого элемента, испускающий вторичное наведенное гамма-излучение. Наведенное гамма-излучение изотопа-индикатора регистрируется в той же точке, где был до этого расположен источник нейтронов, или в непосредственной близости от источника. Требуется найти поток наведенного гамма-излучения изотопа-индикатора.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , начало которой совместим с центром пласта, а ось z направим нормально к его поверхности. По-

ток наведенного гамма-излучения $d\Phi$ в центре пласта от элементарного объема активированной среды имеет вид:

$$d\Phi = \Sigma_{\text{НАК}j} \mu_{\text{НАК}j} n(R) i(R) dv, \quad (7.9.34)$$

где $n(R)$ – поток нейтронов на расстоянии R от источника, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$; $i(R)$ – функция, описывающая ослабление наведенного гамма-излучения; $\Sigma_{\text{НАК}j}$ – макросечение ядерной реакции НАК-Б, в результате которой образуется j -й изотоп-индикатор; $\mu_{\text{НАК}j}$ – выход гамма-квантов на акт распада изотопа-индикатора.

Для описания переноса наведенного гамма-излучения воспользуемся диффузионным приближением теории переноса гамма-квантов. Функция ослабления гамма-квантов при этом будет иметь вид:

$$i(R) = \frac{e^{-\frac{R}{L}}}{4\pi DR}, \quad (7.9.35)$$

где D и L – соответственно коэффициент и длина диффузии наведенного гамма-излучения в среде.

Проинтегрируем выражение (7.9.34) по области, занятой рудным пластом:

$$\Phi = 2\pi \Sigma_{\text{НАК}j} \mu_{\text{НАК}j} \int_0^h dz \int_0^\infty n(R) i(R) r dr. \quad (7.9.36)$$

Подставляя выражения (7.9.33) и (7.9.35) в (7.9.36), получим:

$$\Phi = B \int_0^u dz \int_0^\infty \frac{e^{-(\chi+\nu)R}}{R} r dr,$$

где $B = \frac{A \Sigma_{\text{НАК}j} \mu_{\text{НАК}j}}{4\pi D}$; $\chi = \frac{1}{L_s}$ – обратная длина замедления быстрых нейтронов;

$\nu = \frac{1}{L}$ – обратная длина диффузии наведенного гамма-излучения.

Выполняя далее интегрирование, находим величину потока наведенного гамма-излучения в центре пласта мощностью $2h$:

$$\Phi = \frac{B}{(\chi + \nu^2)} \left[1 - e^{-(\chi + \nu)h} \right]. \quad (7.9.37)$$

Величину потока наведенного гамма-излучения в бесконечной однородной среде, содержащей определяемый элемент, обозначим Φ_∞ . Устремляя величину потока гамма-излучения в центре пласта $h \rightarrow \infty$, находим выражение для потока наведенного гамма-излучения внутри бесконечного рудного пласта:

$$\Phi_\infty = B / (\chi + \nu^2).$$

Величина потока наведенного гамма-излучения в бесконечной однородной среде с единичным содержанием определяемого элемента $q = 1\%$ называется пересчетным коэффициентом. Тогда выражение (7.9.37) можно записать: $\Phi_\infty = k_{\text{НАК-Б}} q$, где q – содержание определяемого элемента, $k_{\text{НАК-Б}}$ – пересчетный коэффициент, определяемый соотношением $k_{\text{НАК-Б}} = B / (\chi + \nu^2)$.

Из соображений симметрии ясно, что поток наведенного гамма-излучения в центре пласта достигает своего максимального значения. Поэтому выражение (7.9.37) можно записать:

$$\Phi_{\max}(h) = \Phi_{\infty} [1 - e^{-(\chi+\nu)h}], \quad (7.9.38)$$

где h – полумощность пласта.

Для расчета потока наведенного гамма-излучения в других точках по оси скважины можно воспользоваться принципом аддитивности нейтронного и гамма-излучения. Согласно принципу аддитивности, поток наведенного гамма-излучения от пласта мощностью $2h$ с постоянным содержанием определяемого элемента $q(z') = q, |z' \leq h|$, на расстоянии z от его середины определяется выражением:

$$\Phi(z, h) = \frac{\Phi_{\infty}}{2} \begin{cases} f(z+h) + f(h-z); & |z| \leq h; \\ f(z+h) - f(z-h); & |z| \geq h, \end{cases} \quad (7.9.39)$$

где $f(x)$ – функция насыщения пласта по наведенному гамма-излучению, которая определяется соотношением $f(x) = \Phi_{\max}(x) / \Phi_{\infty}$, где $\Phi_{\max}(x)$ – поток наведенного гамма-излучения в центре пласта мощностью $2h$.

Подставляя выражение для функции насыщения в выражение (7.9.39), находим распределение потока наведенного гамма-излучения на оси скважины в виде:

$$\Phi(z, h) = \Phi_{\infty} \begin{cases} 1 - e^{-\varphi h} \operatorname{ch} \varphi z; & |z| \leq h; \\ e^{-\varphi z} \operatorname{sh} \varphi h; & |z| \geq h, \end{cases} \quad (7.9.40)$$

где $\varphi = \chi + \nu = 1/L_s + 1/L..$

Отметим, что по структуре последнее выражение соответствует аналогичной формуле, известной из теории гамма-каротажа (6.2.14). Отличие состоит лишь в наличии параметров переноса первичного нейтронного излучения и активационных характеристик среды.

Поэтому, так же как в случае гамма-каротажа, для нейтронного активационного каротажа на быстрых нейтронах НАК-Б, можно использовать алгоритм дифференциальной интерпретации по трехточечной схеме (6.2.63).

Пример дифференциальной интерпретации НАК-Б по изотопу (Al-28) приведен на рис. 7.9.14.

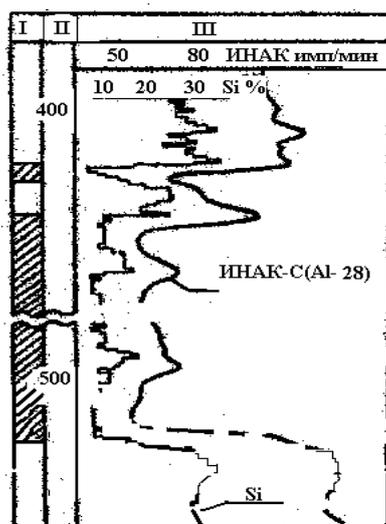


Рис. 7.9.14. Дифференциальная интерпретация диаграмм НАК-Б (Al-28) с использованием трехточечного шаблона: I – геологическая колонка, на которой заштрихованы рудные интервалы с пониженным содержанием кремния; II – глубина, м; III – результаты НАК-Б по изотопу (Al-28), %

Оценка влияния скважины на результаты НАК-Б

В качестве примера рассмотрим возможности опробования Удоканского месторождения медистых песчаников по данным НАК-Б. В медистых песчаниках Удоканского месторождения меди содержится 84 % песчаной фракции руды (SiO_2) и 15 % глинистого цемента (Al_2O_3). Руды плотные и сухие. Водный заполнитель пор менее 2 %. Содержание меди в рудах равно 1,5 %. Расчетный коэффициент преобразования первичных быстрых нейтронов генератора в наведенное гамма-излучение радионуклида меди (Cu-62) $k_{\text{НАК-Б}} = 0,036$.

На рис. 7.9.15 приведена расчетная зависимость потока наведенного гамма-излучения радионуклида меди Cu-62 от длины зонда z , см.

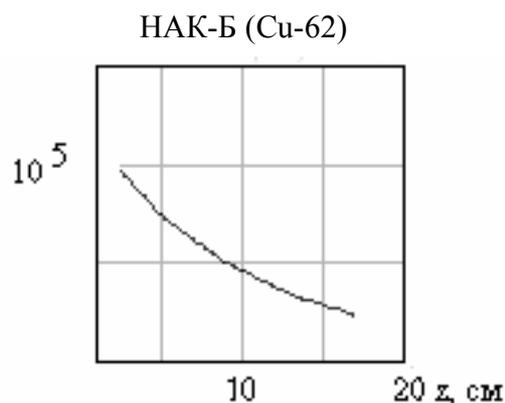


Рис. 7.9.15. Зависимость потока наведенного гамма-излучения изотопа меди Cu-62 от длины зонда z , см, для обводненной скважины радиусом $r_0 = 6$ см: водонасыщенная пористость $\omega = 10$ %; глинистость $p = 14$ %

Зависимость потока наведенного гамма-излучения изотопа меди Cu-62 от толщины слоя воды d , см (между стенками скважины и скважинного прибора) в обводненной скважине приведена на рис. 7.9.16.

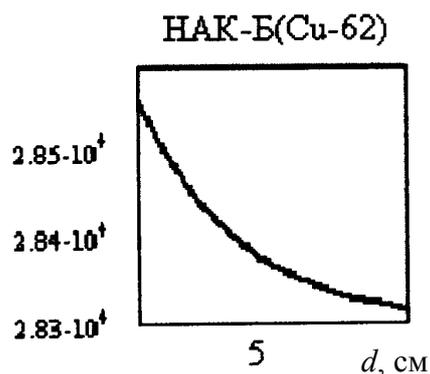


Рис. 7.9.16. Зависимость потока наведенного гамма-излучения изотопа меди Cu-62 от толщины слоя воды d , см, в обводненной скважине: длина зонда $L = 15$ см; $\omega = 10$ %; $p = 14$ %

На рис. 7.9.17 приведена расчетная зависимость потока наведенного гамма-излучения изотопа меди Cu-62 от водонасыщенной пористости среды ω , %.

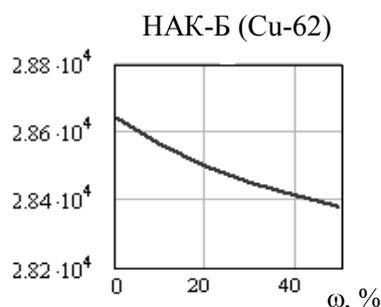


Рис. 7.9.17. Зависимость потока наведенного гамма-излучения изотопа меди Cu-62 от водонасыщенной пористости среды ω , %, в обводненной скважине: длина зонда $L = 15$ см; глинистость $p = 14$ %, толщина слоя воды в скважине $d = 6$ см

Оценка влияния скважины на результаты НАК-Т

Аналогичные расчеты выполнены для гамма-излучения, наведенного на тепловых нейтронах (НАК-Т). Коэффициент преобразования первичных тепловых нейтронов генератора во вторичное наведенное гамма-излучение радионуклида меди-64 $k_{\text{НАК-Т}} = 0,07$ для единичного содержания меди (1 %). Зависимость потока наведенного гамма-излучения изотопа меди (Cu-64) от толщины слоя воды r_0 (между стенками скважины и скважинного прибора) в обводненной скважине приведена на рис. 7.9.18.

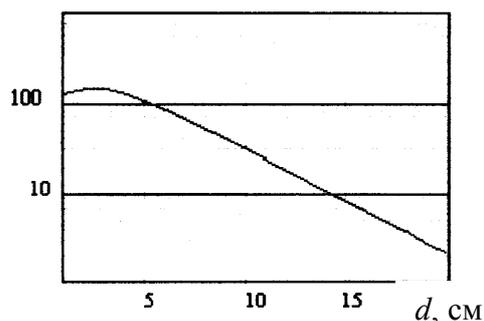


Рис. 7.9.18. Зависимость потока гамма-излучения изотопа меди Cu-64, наведенного тепловыми нейтронами (D-T)- генератора, от толщины слоя воды между стенками скважины и скважинного прибора d , см, в обводненной скважине: длина зонда $L = 40$ см

На рис. 7.9.19 приведена зависимость потока гамма-излучения НАК-Т (Cu-64), от водонасыщенной пористости среды ω , %, в обводненной скважине при толщине слоя воды в скважине $d = 6$ см.

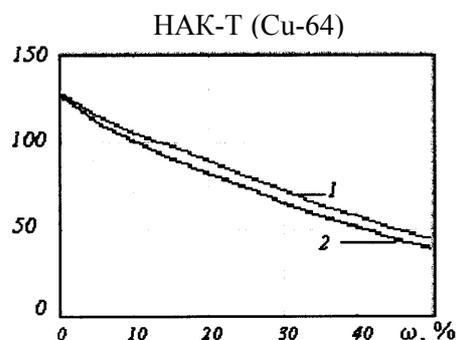


Рис. 7.9.19. Зависимость потока наведенного гамма-излучения изотопа меди Cu-64 НАК-Т (Cu-64) от водонасыщенной пористости среды ω , %, в обводненной скважине при толщине слоя воды в скважине $d = 6$ см: глинистость $p = 14$ %; длина зонда $L = 10$ см (1); длина зонда $L = 60$ см (2)

На рис. 7.9.20 приведены результаты расчета пространственного (слева) и радиального (справа) распределения потока гамма-излучения изотопа Cu-64 НАК-Т (Cu-64), наведенного в силикатной среде, содержащей 1 % меди.

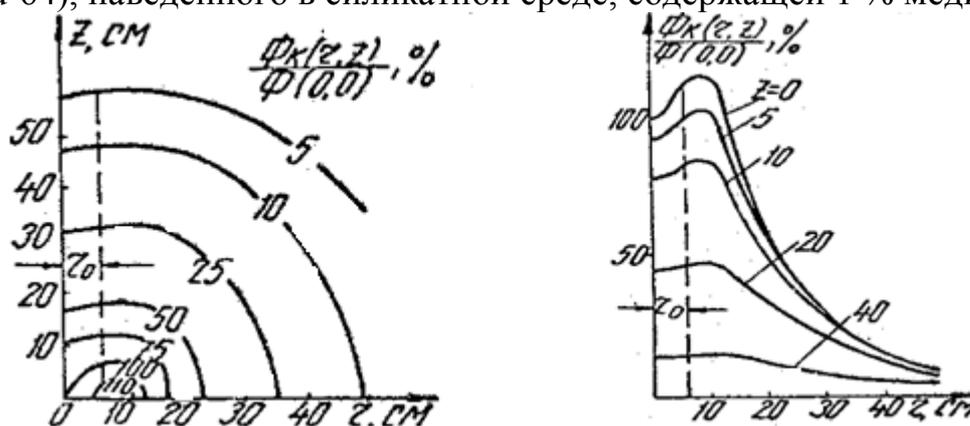


Рис. 7.9.20. Пространственное (слева) и радиальное (справа) распределения потока гамма-излучения изотопа Cu-64, наведенного в силикатной среде, содержащей 1 % меди: НАК-Т(Cu-64)

Особенности пространственного распределения потока наведенного гамма-излучения НАК-Т в активированной медьсодержащей среде объясняются одновременным воздействием двух конкурирующих процессов.

С одной стороны, наличие обводненной скважины приводит к интенсивному замедлению нейтронов источника и связанному с ним росту потока тепловых нейтронов и наведенного гамма-излучения. С другой стороны, вода в скважине поглощает первичные нейтроны и вторичное наведенное гамма-излучение. Под влиянием процесса поглощения образуется депрессия потока наведенного гамма-излучения в скважине.

Графики радиального распределения потока наведенного гамма-излучения НАК-Т, изображенные на рис. 7.9.20, позволяют получить наглядное представление о пространственной локализации гамма-поля НАК-Т в скважине и горной породе на различных расстояниях от точки активации. Из графиков следует, что максимальной величины поток наведенного гамма-излучения достигает в ближней к источнику области у стенки скважины. Поэтому для увеличения чувствительности метода и точности измерений целесообразно точку измерения совмещать с точкой активации и использовать прижимные устройства.

Конфигурация кривых нейтронного активационного каротажа в модификации НАК-Б

Задача формулируется следующим образом. Задана квазиоднородная среда с произвольным одномерным оруденением $q = q(z)$, где $q(z)$ – весовое содержание определяемого элемента. Буровая скважина пересекает среду в направлении оси z нормально к оруденению. В скважине в точке $z = z^*$ помещен точечный источник быстрых нейтронов активностью Q , нейтрон/с. Требуется найти пространственное распределение потока гамма-излучения, наведенного быстрыми нейтронами НАК-Б, при условии, что влиянием скважины можно пренебречь.

Задача решается в два этапа. Сначала находится решение для плоского источника наведенного гамма-излучения $z = z'$, т. е. находится функция влияния тонкого бесконечного пласта, которую назовем функцией Грина. Затем находится решение для произвольного закона распределения искомого элемента $q = q(z')$ путем интегрирования функции Грина по всему промежутку распределения источников гамма-излучения. Для плоского источника $z = z'$ распределение содержания искомого элемента можно задать дельта-функцией. Физический смысл такого решения заключается в том, что рудный пласт представляется в виде совокупности пластов малой мощности, плотно заполняющих весь рудный интервал.

При решении задачи воспользуемся диффузионным приближением теории переноса наведенного гамма-излучения и одnogрупповым диффузионным приближением теории переноса быстрых первичных нейтронов. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ось z совпадала с осью скважины.

Стационарный перенос наведенного гамма-излучения, индуцированного быстрыми первичными нейтронами, определяется системой зацепленных уравнений диффузионного типа, которые в цилиндрической системе координат имеют вид [5]:

$$D_1 \Delta \Phi_1(r, z) - \sum_{y1} \Phi_1(r, z) = -\frac{Q \delta(r) \delta(z - z^*)}{2\pi r}; \quad (7.9.41)$$

$$D \Delta \Phi(r, z) - \mu_a \Phi(r, z) = k'_{\text{НАК-Б}} \sum_{y1} \Phi_1(r, z) \delta(z - z') q(z'), \quad (7.9.42)$$

где $\Phi(r, z)$ – поток гамма-излучения, наведенного быстрыми нейтронами в точке, определяемой координатами (r, z) ; $\Phi_1(r, z)$ – поток быстрых первичных нейтронов точечного источника в одnogрупповом диффузионном приближении; \sum_{y1} – макроскопическое сечение увода быстрых нейтронов за порог реакции активации; D , μ_a – коэффициент диффузии и линейный коэффициент поглощения наведенного гамма-излучения НАК-Б; $k'_{\text{НАК-Б}}$ – коэффициент преобразования быстрых первичных нейтронов во вторичное наведенное гамма-излучение на ядрах j -го сорта, отнесенный к единице содержания определяемого элемента (удельный коэффициент ядерной НАК-Б-реакции); $\delta(r) \delta(z - z^*) / 2\pi r$ – дельта-функция для точечного источника быстрых первичных нейтронов, расположенного в точке $r = 0$, $z = z^*$; $\delta(z - z')$ – дельта-функция для плоского источника вторичного наведенного гамма-излучения (тонкого рудного пласта), расположенного нормально к оси скважины и пересекающего скважину в точке $z = z'$; $q(z')$ – весовое содержание определяемого элемента, г/г; Δ – оператор Лапласа.

Уравнение (7.9.41) является уравнением баланса первичного нейтронного излучения в единице объема среды. Уравнение (7.9.42) является уравнением баланса вторичного наведенного гамма-излучения в единице объема среды. Правые части уравнений (7.9.41) и (7.9.42) характеризуют появление частиц за счет источников, находящихся внутри единичного объема среды.

Решение системы уравнений (7.9.41), (7.9.42) получаем применением преобразования Ханкеля по r и Фурье по z с последующим проведением обратных преобразований. Опуская интегральные преобразования, находим пространственное распределение потока гамма-излучения, наведенного точечным источником быстрых первичных нейтронов (НАК-Б) в квазиоднородной бес-

конечной среде, содержащей тонкий рудный пласт, расположенный нормально к оси скважины и пересекающий скважину в точке $z = z'$:

$$\Phi(r, z) = \frac{Qk'_{\text{НАК-Б}}\chi_1^2 q(z')}{4\pi D \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}} \left[\frac{e^{-\chi_1 \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}}}{(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-v \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}}}{(\chi_1^2 - v^2)} \right], \quad (7.9.43)$$

где $\chi_1^2 = \frac{\Sigma_{y1}}{D_1}$ – квадрат обратной длины диффузии быстрых нейтронов; $v^2 = \frac{\mu_a}{D}$ – квадрат обратной длины диффузии наведенного гамма-излучения НАК-Б.

С физической точки зрения, $R = \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2}$, представляет собой суммарное расстояние, проходимое первичным нейтронным излучением от источника нейтронов до элементарного рудного объема и наведенным гамма-излучением от элементарного рудного объема до точки измерения. Поэтому знак корня при вычислениях следует брать положительным.

При каротаже расстояние между источником и детектором L (длина зонда) фиксируется $|z - z^*| = L$. Детектор наведенного гамма-излучения при каротаже на подъеме от забоя к устью скважины может двигаться впереди источника первичных нейтронов (прямой зонд $z^* = z - L$) или за ним (обращенный зонд $z^* = z + L$).

На оси скважины при $r = 0$ поток наведенного гамма-излучения:

$$\Phi(0, z - z', L) = \frac{Qk'_{\text{НАК-Б}}\chi_1^2 q(z')}{4\pi D (|z - z'| + |z' - z^*|)} \left[\frac{e^{-\chi_1 (|z - z'| + |z' - z^*|)}}{(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-v (|z - z'| + |z' - z^*|)}}{(\chi_1^2 - v^2)} \right]. \quad (7.9.44)$$

Максимальной величины поток наведенного гамма-излучения достигает при $R = \sqrt{r^2 + (|z - z'| + |z' - z^*|)^2} = 0$. Это возможно, когда $r = 0$ и $|z - z'| + |z' - z^*| = 0$.

Таким образом, максимальной величины поток наведенного гамма-излучения тонкого пласта будет достигать над пластом в точке $z = z'$. Выполняя в выражении (7.9.44) предельный переход $z \rightarrow z'$, находим оценку для максимальной величины потока гамма-излучения, наведенного быстрыми нейтронами на оси скважины для тонкого пласта и зонда длиной L в виде:

$$\Phi(0, z = z', L) = \frac{Qk'_{\text{НАК-Б}}\chi_1^2 q(z')}{4\pi DL} \left[\frac{e^{-\chi_1 L}}{(v^2 - \chi_1^2)} + \frac{e^{-vL}}{(\chi_1^2 - v^2)} \right]. \quad (7.9.45)$$

Для зонда малой длины $L \rightarrow 0$ максимальная величина потока

$$\Phi(0, z = z', 0) = \frac{Qk'_{\text{НАК-Б}}\chi_1^2 q(z')}{4\pi D(\chi_1 + v)}. \quad (7.9.46)$$

Выражение (7.9.45) является функцией Грина для уравнения (7.9.42), т. е. представляет собой пространственное распределение потока гамма-излучения, индуцированного точечным источником быстрых первичных нейтронов в квазиоднородной бесконечной среде, содержащей тонкий рудный пласт, расположенный нормально к оси скважины и пересекающий скважину в точке $z = z'$.

Решение для произвольного закона распределения искомого элемента $q = q(z')$ находится путем интегрирования функции Грина по всему промежутку распределения источников наведенного гамма-излучения (НАК-Б):

$$\Phi(0, z, L) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(z')\Phi(0, z - z', L) dz'. \quad (7.9.47)$$

Рассмотрим решение прямой задачи каротажа гамма-излучения, наведенного быстрыми нейтронами, в частном случае для пласта конечной мощности с постоянным содержанием определяемого элемента.

Расположим начало координат в центре пласта конечной мощности $|z'| \leq |h|$, где h – полумощность пласта, с постоянным содержанием определяемого элемента $q(z') = q$. Для этого случая распределение потока наведенного гамма-излучения по оси скважины находится путем интегрирования выражения для потока от тонкого пласта (7.9.55) по переменной z' в пределах от $-h$ до $+h$:

$$\Phi(0, z, L, h) = q \int_{-h}^{+h} \Phi(0, z - z', L) dz'. \quad (7.9.48)$$

Закономерности переноса гамма-излучения, наведенного на быстрых нейтронах для изотопа-индикатора меди Cu-62, исследованы для медистых песчаников Удокана НАК-Б (Cu-62). При расчете предполагалось, что выход генератора нейтронов с энергией 14 МэВ $Q = 10^8$ нейтрон/с.

При расчете параметров переноса быстрых нейтронов необходимо знать эффективные сечения рассеяния и поглощения нейтронов на ядрах горных пород различного сорта. Средневзвешенные по энергии нейтронов эффективные сечения рассеяния найдены методом численного интегрирования с использованием атласа эффективных нейтронных сечений [1]. При расчете параметров переноса наведенного гамма-излучения Cu-62 начальная энергия принималась равной 0,511 МэВ, а нижняя пороговая энергия принималась равной уровню дискриминации регистрируемых гамма-квантов 0,15 МэВ. Расчетный коэффициент преобразования первичных быстрых нейтронов генератора в наведенное гамма-излучение радионуклида меди (Cu-62) принят $k_{\text{НАК-Б}} = 0,036$. Конфигурация кривых НАК-Б(Cu-62) над пластом мощностью 5 см с центром в начале координат для зондов различной длины приведена на рис. 7.9.21.

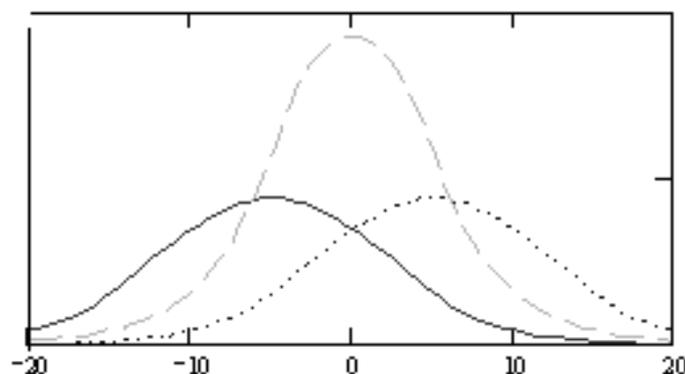


Рис. 7.9.21. Конфигурация кривых НАК-Б(Cu-62) над пластом мощностью 5 см с центром в начале координат для зонда длиной $L = 10$ см: обращенный зонд – сплошная кривая; последовательный зонд – точки; нулевой зонд – пунктир

Конфигурация кривых нейтронного активационного каротажа в модификации НАК-Т

Конфигурация кривых нейтронного активационного каротажа на тепловых нейтронах НАК-Т исследована для изотопа-индикатора меди Cu-64. На рис. 7.9.22 приведены расчетные значения кривых НАК-Т (Cu-64) над пластами различной мощности с постоянным содержанием меди. Из рисунка видно, что для рудных тел с резкими границами наведенное гамма-излучение за пределами рудного тела быстро падает. Насыщение рудных тел по наведенному гамма-излучению НАК-Т наступает при мощности рудных тел более 10-15 см. Величина наведенной активности на границе насыщенного пласта равна половине максимальной наведенной активности в его центре.

На конфигурацию кривых нейтронного активационного каротажа влияет изменение плотности горных пород, влажности и вещественного состава руд. Изменение плотности среды учтено введением массовых единиц длины ρz , г/см². Результаты расчета нормированы к величине наведенной активности в бесконечной однородной медноколчеданной среде. Случай $n \rightarrow 1$ соответствует сплошной массивной медноколчеданной руде. Случай $n \rightarrow 0$ соответствует бедной вкрапленной руде. Результаты расчета приведены на рис. 7.9.23.

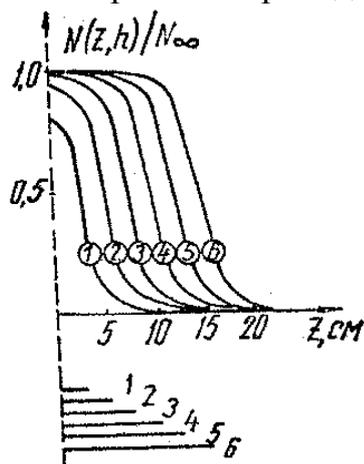


Рис. 7.9.22. Расчетные кривые активационного профилирования НАК-Т (Cu-64) над пластами мощностью 5 см (1), 10 см (2), 15 см (3), 20 см (4), 25 см (5) и 30 см (6)

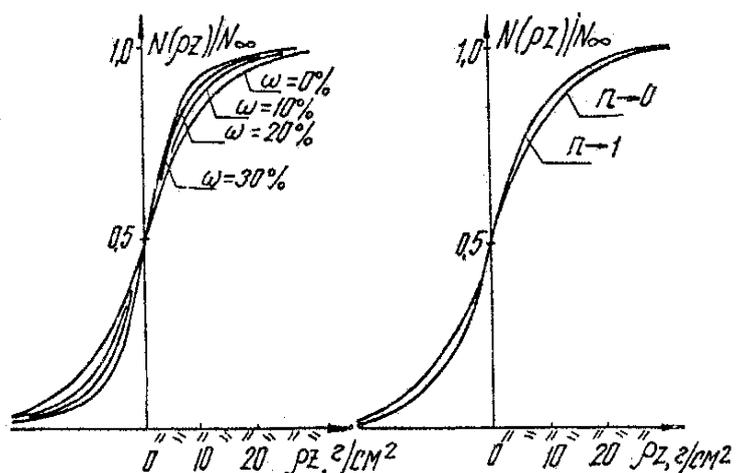


Рис. 7.9.23. Распределение потока наведенного гамма-излучения изотопа Cu-64 в области контакта медной руды и вмещающих горных пород при различной влажности среды ω , %, и переменном содержании пирита в руде $0 < n < 1$

7.9.4. Импульсная спектрометрия нейтронного активационного каротажа (ИНАК-С)

Нейтронный активационный каротаж с использованием гамма-спектрометрической аппаратуры предназначен для определения содержания элементов по искусственно-радиоактивным изотопам-индикаторам этих элементов, которые образуются в результате бомбардировки исследуемой среды потоком нейтронов. Спектрометрический вариант НАК-С позволяет получить ряд новых характеристик исследуемой среды. Спектрометрия НАК-С обычно выполняется в импульсном варианте ИНАК-С. Возможности спектрометрического нейтронного активационного каротажа ИНАК-С рассмотрены применительно к месторождениям медноколчеданных руд.

Главными полезными компонентами, определяющими промышленную ценность медноколчеданных руд, являются медь, цинк и сера. Самые распространенные элементы - сера и железо. Такие руды чаще всего встречаются на месторождениях медноколчеданной формации Южного Урала, где промышленное оруденение представлено сплошными и прожилково-вкрапленными колчеданно-медно-цинковыми рудами. Преобладают сплошные сфалерит-халькопирит-пиритовые руды.

На медноколчеданных месторождениях Южного Урала ранее использовалась интегральная методика НАК, основанная на использовании ампульных источников нейтронов и выделении гамма-излучения долгоживущего изотопа меди Cu-64 (Г. С. Возжеников). Кроме меди медноколчеданные руды Южного Урала в большинстве случаев содержат цинк, который является одним из основных элементов, определяющих их промышленную ценность. Нейтронный активационный каротаж с использованием ампульных источников нейтронов не позволяет получить сведения о содержании цинка в руде.

Появление скважинных генераторов нейтронов в сочетании со спектрометрией наведенного гамма-излучения ИНАК-С позволяет устранить этот недостаток. Выпуск серийных скважинных генераторов нейтронов обеспечил развитие импульсной спектрометрической модификации нейтронного активационного каротажа (ИНАК-С).

Использование наведенной активности, возникающей при активации горных пород нейтронами с энергией 14,1 МэВ, открывает новые перспективы для элементного анализа медных руд. Преимуществом управляемых источников является большая энергия нейтронов, высокая по сравнению с ампульными источниками мощность ($5 \cdot 10^7$ нейтрон/с при частоте 20 Гц), возможность временного анализа и безопасность эксплуатации. Реализация высокопороговых реакций $(n, 2n)$, (n, p) , (n, α) позволяет расширить перечень элементов, определяемых активационным анализом. В частности, появляется возможность отдельного определения меди по изотопу Cu-62 ($T_{1/2} = 9,76$ мин, $E_\gamma = 0,511$ МэВ), возникающему в результате пороговой реакции $\text{Cu}^{63}(n, 2n)\text{Cu}^{62}$ ($E_n = 10,8$ МэВ), и цинка по изотопу Zn^{63} ($T_{1/2} = 38,4$ мин, $E_\gamma = 0,511$ МэВ), возникающему в результате пороговой реакции $\text{Zn}^{64}(n, 2n)\text{Zn}^{63}$ ($E_n = 11,8$ МэВ).

Энергия наведенного гамма-излучения обоих изотопов равна 0,511 МэВ, т. е. спектрометрически эти изотопы не разделяются. Поэтому для отдельного определения содержания меди по изотопу Cu-62 и цинка по изотопу Zn-63 приходится использовать разницу в периодах полураспада этих изотопов. Контраст в периодах полураспада приводит к тому, что вклады наведенного гамма-излучения изотопов Cu-62 и Zn-63 в суммарное излучение фотопика 0,511 МэВ будут изменяться со временем.

Возможности импульсной спектрометрической модификации нейтронного активационного каротажа

При облучении медных руд потоком высокоэнергетических нейтронов с энергией 14,1 МэВ возникает ряд высокопороговых реакций, реализация которых на основе использования ампульных источников ранее была невозможна. Возбуждение высокопороговых реакций $(n, 2n)$, (n, p) и (n, α) позволяет дополнить список элементов, определяемых активационным анализом, и создает новые перспективы для элементного анализа медных руд. В табл. 7.9.1 приведены активационные характеристики основных рудных и породообразующих элементов, представляющих интерес при нейтронно-активационных измерениях с использованием генератора быстрых нейтронов с энергией 14,1 МэВ.

В качестве изотопа-индикатора для определения содержания меди по данным активационного анализа на быстрых нейтронах используется изотоп Cu-62 ($E_\gamma = 0,511$ МэВ, $T_{1/2} = 9,76$ мин), образующийся по реакции $\text{Cu}^{63}(n, 2n)\text{Cu}^{62}$. К короткоживущим изотопам-помехам относятся изотопы N^{16} ($T_{1/2} = 7,35$ с), F^{20} ($T_{1/2} = 11,56$ с) и Pb^{207m} ($T_{1/2} = 0,948$ с). Влияние этих изотопов устраняется с помощью временной селекции. Измерения выполняются после минутной паузы ($t_n = 1$ мин).

Малоконтрастными по периоду полураспада с изотопом Cu-62 являются изотопы Al^{28} ($T_{1/2} = 2,31$ мин), Mg^{27} ($T_{1/2} = 10$ мин), Cu^{66} ($T_{1/2} = 5,1$ мин), Zn^{63} ($T_{1/2} = 38,4$ мин), Ba^{137m} ($T_{1/2} = 2,57$ мин) и V^{52} ($T_{1/2} = 3,77$ мин), которые образуются соответственно из кремния, алюминия, меди, цинка, бария и марганца. Влиянием изотопа V-52 можно пренебречь, учитывая малое содержание марганца в рудах, а остальные изотопы дифференцируются от изотопа-индикатора Cu-62 по спектральному составу наведенного гамма-излучения и не создают существенных помех при использовании спектрометрического варианта ИНАК-С. Наиболее сильно влияет наведенное гамма-излучение Ba^{137m} ($E_\gamma = 0,662$ МэВ), особенно при плохом разрешении спектрометрической аппаратуры. В этом случае вместе со спектрометрической селекцией необходимо использовать временную селекцию, выбирая $t_n = 5-6$ мин.

Изотопом-индикатором для определения содержания цинка служит изотоп Zn-63 ($T_{1/2} = 38,4$ мин, $E_\gamma = 0,511$ МэВ), образующийся по реакции $\text{Zn}^{64}(n, 2n)\text{Zn}^{63}$. По энергии гамма-излучения он не отличается от изотопа-индикатора меди Cu⁶². Поэтому для отдельного определения содержания меди и цинка по данным ИНАК-С используют разницу в периодах полураспада изо-

топов Zn-63 и Cu-62. Выполняя измерения при двух временах задержки и составляя систему двух уравнений с двумя неизвестными, находят насыщенные активности медной и цинковой составляющей суммарного фотопика 0,511 МэВ. Помехи, возникающие при определении цинка по изотопу Zn-63, устраняются так же, как при определении содержания меди по изотопу Cu-62.

Третьим по важности элементом медноколчеданных руд является железо. Сведения о содержании железа используется для определения содержания серы, так как в медноколчеданных рудах содержание серы и железа в большинстве случаев тесно коррелирует между собой. Изотопом-индикатором железа является Mn-56, образующийся по интерферирующим реакциям на быстрых нейтронах $Fe^{56}(n, p)Mn^{56}$ и тепловых нейтронах $Mn^{55}(n, \gamma)Mn^{56}$. Основной помехой при определении содержания железа является переменное содержание марганца, имеющего аномально высокое сечение (n, γ) -реакции, идущей на тепловых нейтронах. Однако, учитывая малые содержания марганца в колчеданных рудах (0,001-0,01 %), а также тот факт, что активация ведется с помощью быстрых нейтронов, вкладом изотопа Mn-56, образующегося из Mn-55 по реакции на тепловых нейтронах, можно пренебречь. Среди короткоживущих помех следует отметить изотоп Mg^{27} ($T_{1/2} = 10$ мин), одна из линий которого $E_{\gamma} = 0,834$ МэВ не разрешается с фотопиком Mn-56 ($E_{\gamma} = 0,845$ МэВ). Влияние этого изотопа устраняется путем соответствующего выбора времени остывания активируемой точки.

Аппаратура и оборудование ИНАК-С на месторождениях меди

Нейтронные активационные измерения на месторождениях меди выполняются с применением стандартного импульсного генератора нейтронов ИГН-6 и гамма-спектрометра СГСЛ-2 (см. рис. 6.3.4). Макет аппаратуры получил условное название ИГН-АВС (амплитудно-временной спектрометр на основе импульсного генератора нейтронов). Аппаратура состоит из скважинного прибора и наземного измерительного комплекса, которые соединены между собой с помощью трехжильного бронированного кабеля.

Наведенное гамма-излучение изотопов-индикаторов меди разлагается в спектр по энергиям с помощью NaI(Tl)-детектора размером 30×70 мм, имеющего оптический контакт с фотоэлектронным умножителем ФЭУ-85.

В комплект каротажной аппаратуры входит скважинный прибор, анализатор импульсов АИ-128 и цифropечатающее устройство. Источник нейтронов помещается в рабочий контейнер. С помощью жесткой насадки контейнер соединяется со скважинным прибором. Насадка привинчивается к основанию скважинного прибора.

Блок-схемы скважинного прибора и наземной аппаратуры ИГН-АВС изображены на рис. 7.9.24. Аппаратура размещается в салоне каротажной станции. В подъемнике станции размещается калибровочная модель для определения выхода нейтронов излучателя ИГН-6.

Скважинный прибор состоит из блока генератора нейтронов, содержащего излучатель и схему управления излучателем (часть скважинного прибора

ИГН-6), и скважинного прибора СГСЛ-2, механически соединенного с блоком генератора специальным переходником. Для запуска излучателя нейтронов, а также для блокировки панели управления СГСЛ-2 в скважинном приборе размещен формирователь импульса запуска.

Формирователь импульса запуска содержит схемы формирования и выделения импульса запуска. Формирователь осуществляет выделение импульса запуска на фоне напряжения 220 В 1000 Гц, передаваемого в скважинный прибор по второй жиле и броне каротажного кабеля.

Основным элементом схемы блока генератора нейтронов является импульсная нейтронная трубка типа НТ-16. На мишень трубки подается отрицательный импульс высокого напряжения 60 кВ длительностью 2-3 мкс. На ионный источник трубки подается аналогичный положительный импульс. Заполняющий баллон нейтронной трубки газ дейтерия ионизируется. Ионы дейтерия под действием высокого напряжения 2×60 кВ ускоряются и бомбардируют расположенную внутри трубки тритиевую мишень, в результате чего по реакции $T^3(d, n)He^4$ образуются импульсы нейтронов с энергией 14,1 МэВ.

Питание генератора нейтронов осуществляется от унифицированных источников питания, входящих в комплект каротажной станции. Для защиты от тепловых нейтронов NaI(Tl) детектор гамма-излучения окружен слоем листового кадмия толщиной 0,5 мм. Кроме того, детектор экранирован от излучателя вольфрамодым цилиндром высотой 70 мм.

В наземном аппаратном комплексе (рис. 7.9.24) блок запуска и временной селекции вырабатывает управляющие импульсы, передаваемые в схемы антисовпадений рабочих дифференциальных каналов пульта СГСЛ-2 для осуществления селекции информации, поступающей со скважинного прибора. Устанавливая различные временные задержки и окна, блок позволяет отдельно регистрировать гамма-излучение неупругого рассеяния быстрых нейтронов (ГИНР), радиационного захвата тепловых нейтронов (ГИРЗ) и наведенной активности (ГИНА) горных пород. Кроме того, блок вырабатывает импульсы запуска генератора нейтронов.

Для аппаратуры ИГН-АВС необходима энергетическая калибровка для выбора оптимальных условий измерения наведенного гамма-излучения меди. При калибровке находится положение пиков амплитудного распределения импульсов гамма-излучения от изотопов Cs-137 и Co-60, входящих в комплект образцовых спектрометрических гамма-источников (ОСГИ) ТУ-17-03-68.

Для построения калибровочной кривой снимают спектры образцовых источников. Далее по оси ординат в максимуме пиков откладывается в произвольном масштабе энергетическая характеристика аналитических линий Cs-137 и Co-60. Полученные точки соединяются линией, которая при условии линейности шкалы анализатора является прямой, проходящей через начало координат.

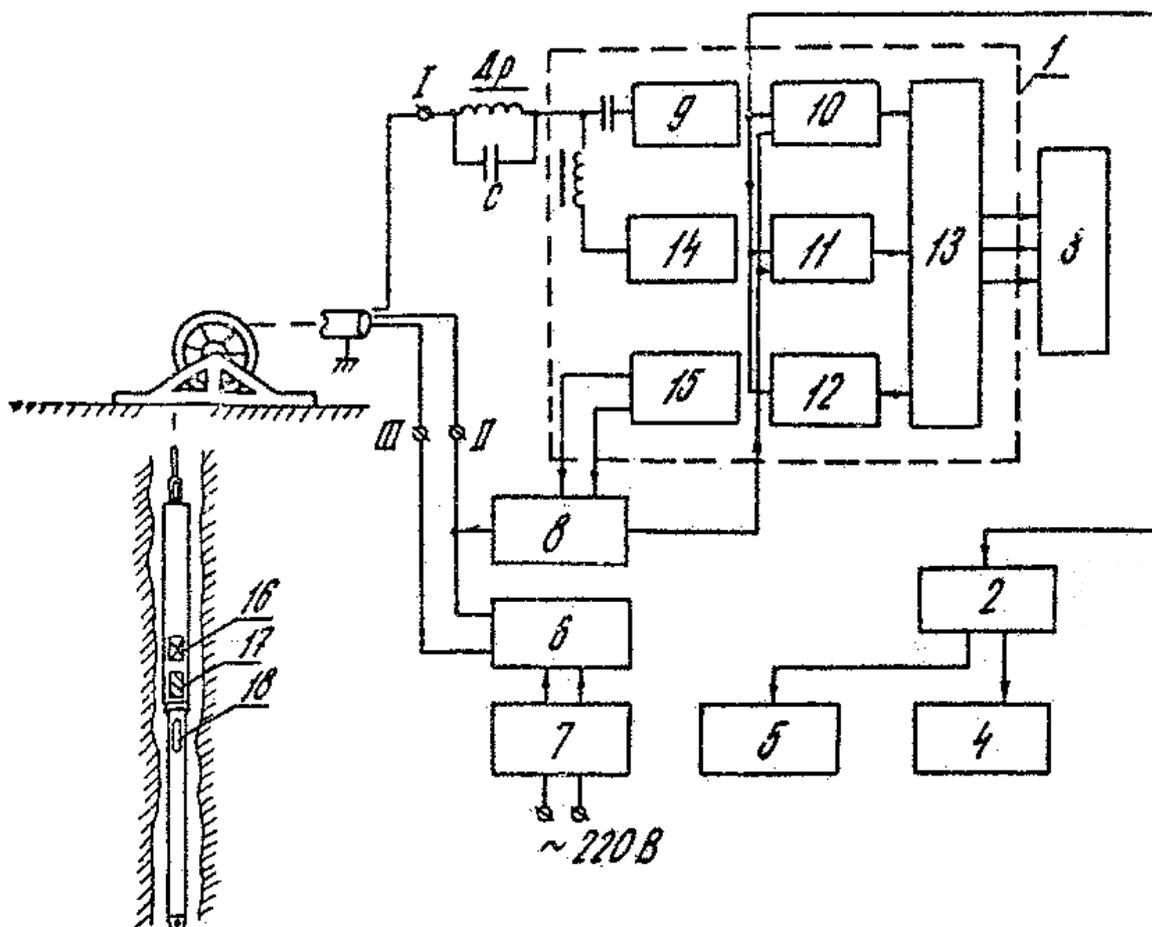


Рис. 7.9.24. Блок-схема наземного аппаратного комплекса ИГН-АВС:
 1 – наземный пульт СГСЛ-2; 2 – амплитудный анализатор импульсов АИ-256-6;
 3 – фоторегистратор НО-17; 4 – самописец Н-3010-4К; 5 – цифropечатающее устройство БЗ-15-ИМ; 6, 7 – блоки питания УГ-1 и УВК-2; 8 – блок запуска и временной селекции;
 9 – усилитель; 10, 11, 12 – дифференциальные каналы СГСЛ-2; 13 – блок обработки информации СГСЛ-2; 14 – стабилизатор тока; 15 – стабилизатор напряжения +10 В;
 16 – NaI(Tl) - детектор гамма-излучения; 17 – экран; 18 – нейтронная трубка НТ-16;
 I, II, III – номера жил кабеля; Др, С – режекторный фильтр

Расшифровка спектров наведенного гамма-излучения осуществляется по энергии и периоду полураспада анализируемых изотопов. Пример идентификации изотопов, возникающих при облучении медноколчеданных руд быстрыми нейтронами с энергией 14,1 МэВ, приведен на рис. 7.9.25, где показаны графики спада наведенной гамма-активности в области отдельных фотопиков, появившихся в спектре ИНАК-С после облучения рудного интервала, содержащего 3,2 % меди, 19,6 % цинка, 29 % железа и первые проценты бария, кремния и алюминия. По периоду полураспада идентифицируются изотопы: $\text{Cu}^{62} + \text{Zn}^{63}$, связанные с медью и цинком, Mn^{56} – с железом, Ba^{137} – с барием и Al^{28} – с кремнием и алюминием.

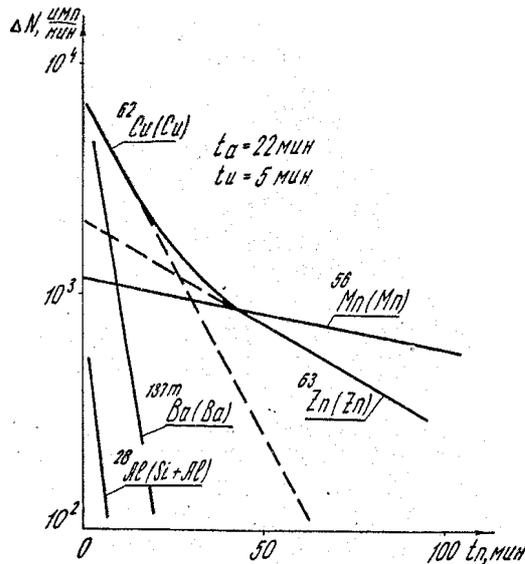


Рис. 7.9.25. Пример идентификации изотопов, возникающих при облучении медноколчеданных руд нейтронами с энергией 14,1 МэВ, по спаду их наведенной гамма-активности t_n , мин: $t_a = 22$ мин, $t_u = 5$ мин

Содержание анализируемого элемента определяется по площади ΔS или максимальной амплитуде ΔN фотопика его наведенного гамма-излучения в превышении над фоном [7.9.1-7.9.3]. Способ, основанный на использовании площади фотопика, является универсальным, но реализуется сложнее, чем способ максимальной амплитуды. Последний способ проще в использовании. Однако амплитуда фотопика зависит от номера канала, в котором набирается информация. Поэтому способ максимальной амплитуды используется только в том случае, когда энергетическая калибровка шкалы прибора остается неизменной.

Способ ΔS заключается в определении площади фотопика анализируемого изотопа в превышении над фоном. Эта площадь ограничена спектрограммой регистрируемого гамма-излучения в области фотопика и прямолинейным сечением в области нижней границы (основания) фотопика.

Следующим этапом обработки спектров является приведение площади фотопика ΔS или его максимальной амплитуды ΔN к стандартным условиям активации ($t_a = \infty$, $t_n = 0$, $Q = 10^7$ нейтрон/с):

$$\Delta S_{\text{нр}} = \frac{\Delta S Q_0 \exp \lambda t_n}{Q [1 - \exp(-\lambda t_a)]},$$

где Q – мощность используемого источника нейтронов; λ – постоянная распада анализируемого изотопа.

Для количественной интерпретации результатов ИНАК-С на медь используется пересчетный коэффициент или эталонировочный график (рис. 7.9.26). Эталонировочный график применяется в тех случаях, когда зависимость наведенного эффекта от содержания меди нелинейна или имеются систематические помехи со стороны малококонтрастных по энергии и периоду полураспада искусственно-радиоактивных ядер.

Пересчетный коэффициент находится как отношение линейного наведенного и приведенного к стандартным условиям эффекта к линейному запасу определяемого элемента на эталонных интервалах. Содержание анализируемого элемента определяется по данным кернового опробования.

Для определения пересчетного коэффициента по площади фотопика анализируемого изотопа k_S или по его максимальной амплитуде k_N используются формулы: $k_S = \sum_i l_i \Delta S_i / \sum_i l_i q_i$, $k_N = \sum_i l_i \Delta N_i / \sum_i l_i q_i k_N$, где i – номер опробуемого интервала; l_i – шаг опробования; ΔS_i , ΔN_i – наведенный и приведенный к стандартным условиям эффект на i -м интервале; q_i – содержание анализируемого элемента на i -м интервале по данным кернового опробования.

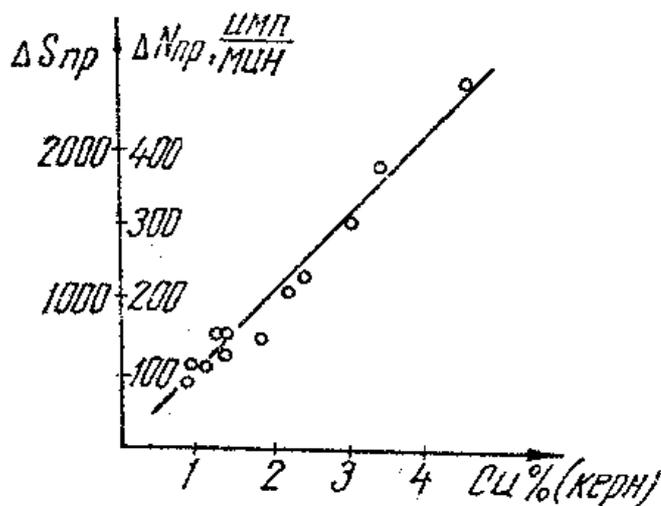


Рис. 7.9.26. Эталонировочный график для определения содержания меди по данным ИНАК-С(Cu-62)

Переход от площади $\Delta S_{пр}$ или максимальной амплитуды $\Delta N_{пр}$ фотопика наведенного и приведенного к стандартным условиям гамма-излучения меди к содержанию меди q осуществляется с помощью пересчетного коэффициента по формуле $q = \Delta S_{пр} / k_S$ или $q = \Delta N_{пр} / k_N$.

Результаты определения содержания меди зависят от скважинных условий измерения, особенно когда скважина заполнена водой. Если скважинные условия измерений различны, то в результат каротажа вводятся соответствующие поправки. Наибольшее влияние на результаты каротажа оказывает изменение диаметра обводненной скважины. Поэтому все измерения приводятся к наиболее часто встречающемуся (стандартному) диаметру скважины. Диаметр скважины определяют по данным кавернометрии. Поправку находят с помощью функции влияния скважины.

Пересчетный коэффициент должен соответствовать скважинным условиям (диаметру скважины, плотности и влажности горных пород), стандартному режиму измерений ($t_a = \infty$, $t_n = 0$ и $t_n = \text{const}$) и параметрам аппаратуры (типу источника нейтронов и детектора гамма-излучения). Влияние скважинных условий измерения, вещественного состава горных пород, их плотности и влажности учитывается путем введения поправок в результаты каротажа.

Определение содержания меди по изотопу Cu-62

Состав аннигиляционного гамма-излучения в области фотопика 0,511 МэВ определяется наведенной активностью трех изотопов Cu-62, Cu-64 и Zn-63, соотношение между которыми меняется в зависимости от содержания меди и цинка в руде и временных параметров (времени активации t_a и времени остывания t_n). Поэтому методика определения содержания меди по изотопу Cu-62 может быть использована только в том случае, когда руда не содержит цинка. В такой руде единственной помехой для проведения НАК-С (Cu-62) может оказаться наведенное гамма-излучение изотопа Cu-64.

Изотопы Cu-64 и Cu-62 образуются из одного материнского изотопа Cu-63 по реакциям $\text{Cu}^{63}(n, \gamma)\text{Cu}^{64}$ на тепловых нейтронах и $\text{Cu}^{63}(n, 2n)\text{Cu}^{62}$ на быстрых нейтронах ($E_n = 10,96$ МэВ). Поэтому для определения содержания меди можно использовать суммарное излучение этих изотопов. Расчеты показывают, что наведенное гамма-излучение изотопа Cu-64 не оказывает существенного влияния на определение содержания меди по изотопу Cu-62. При времени активации 15-20 мин долгоживущий изотоп Cu-64 образуется в малых количествах. Вклад его наведенного гамма-излучения в фотопик 0,511 МэВ не превышает первых процентов.

Раздельное определение содержания меди и цинка в медноцинковых рудах

Для раздельного определения меди и цинка используется скважинный генератор нейтронов. Под воздействием нейтронов с энергией 14,1 МэВ медь и цинк активируются с образованием изотопов Cu^{62} и Zn^{63} . Энергия наведенного гамма-излучения обоих изотопов равна 0,511 МэВ, т. е. спектрометрически эти изотопы не разделяются. Поэтому для раздельного определения содержания меди по изотопу Cu-62 и цинка по изотопу Zn-63 используют разницу в периодах полураспада этих изотопов. Для меди $T_{1/2} = 9,76$, для цинка $T_{1/2} = 38,4$ мин. В результате вклады наведенного гамма-излучения изотопов Cu-62 и Zn-63 в суммарное излучение фотопика 0,511 МэВ будут изменяться со временем.

Спад суммарной гамма-активности можно представить в виде:

$$\Delta N(t) = \Delta N_{\text{Cu}} e^{-\lambda_{\text{Cu}} t^n} + \Delta N_{\text{Zn}} e^{-\lambda_{\text{Zn}} t^n},$$

где $\Delta N_{\text{Cu}} = \Delta N_{\text{Cu}}^{\infty} (1 - e^{-\lambda_{\text{Cu}} t_a})$ – амплитуда медной составляющей фотопика на момент снятия точки с активации; $\Delta N_{\text{Zn}} = \Delta N_{\text{Zn}}^{\infty} (1 - e^{-\lambda_{\text{Zn}} t_a})$ – амплитуда цинковой составляющей фотопика на момент снятия точки с активации; $\Delta N_{\text{Cu}}^{\infty}$, $\Delta N_{\text{Zn}}^{\infty}$ – насыщенные гамма-активности изотопов Cu-62 и Zn-63, которые достигаются при бесконечно большом времени активации $t_a \rightarrow \infty$; λ_{Cu} , λ_{Zn} – постоянные распада изотопов Cu-62 и Zn-63; t_a , t_n – время активации и паузы.

Для раздельного определения содержания меди и цинка необходимо иметь не менее двух независимых параметров, которые используются для составления системы двух уравнений с двумя неизвестными. Такие параметры получают путем измерения суммарного наведенного эффекта при двух временах охлаждения t'_n и t''_n . При этом

$$\Delta N(t'_n) = \Delta N_{\text{Cu}}^{\infty} \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_n} + \Delta N_{\text{Zn}}^{\infty} \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_n};$$

$$\Delta N(t''_n) = \Delta N_{\text{Cu}}^{\infty} \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Cu}} t''_n} + \Delta N_{\text{Zn}}^{\infty} \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Zn}} t''_n}.$$

Полученные выражения представляют собой систему двух уравнений относительно двух неизвестных насыщенных гамма-активностей $\Delta N_{\text{Cu}}^{\infty}$, $\Delta N_{\text{Zn}}^{\infty}$. Решение этой системы имеет вид:

$$\Delta N_{\text{Cu}}^{\infty} = \frac{\Delta_{\text{Cu}}}{\Delta}, \quad \Delta N_{\text{Zn}}^{\infty} = \frac{\Delta_{\text{Zn}}}{\Delta};$$

$$\Delta_{\text{Cu}} = \begin{vmatrix} \Delta N(t'_n) & \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_n} \\ \Delta N(t''_n) & \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Zn}} t''_n} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{\text{Zn}} = \begin{vmatrix} \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_n} & \Delta N(t'_n) \\ \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Cu}} t''_n} & \Delta N(t''_n) \end{vmatrix};$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_n} & \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_n} \\ \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Cu}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Cu}} t''_n} & \left(1 - e^{-\lambda_{\text{Zn}} t'_a}\right) e^{-\lambda_{\text{Zn}} t''_n} \end{vmatrix}.$$

Первое измерение суммарной амплитуды фотопика проводят после минутной паузы в течение 3 мин. Второе измерение выполняют после 15-минутной паузы в течение 5 мин. При расчете насыщенных активностей измерения относят к одному и тому же моменту времени в пределах временного интервала измерений. Удобно для этой цели использовать момент окончания набора спектра $t_n + t_n$. Таким образом, в рассматриваемом случае $t'_n = 4$ мин, $t''_n = 20$ мин.

Насыщенные гамма-активности изотопов Cu-62 и Zn-63 приводятся к единичной мощности генератора нейтронов 10^7 нейтрон/с по формулам:

$$\Delta N_{\text{пр}}^{\text{Cu}} = \frac{Q_0}{Q} \Delta N_{\text{Cu}}^{\infty}; \quad \Delta N_{\text{пр}}^{\text{Zn}} = \frac{Q_0}{Q} \Delta N_{\text{Zn}}^{\infty},$$

где Q – мощность генератора, нейтрон/с; $Q_0 = 10^7$ нейтрон/с.

Типичные спектры наведенного гамма-излучения медно-цинковых руд, полученные по данным ИНАК-С, приведены на рис. 7.9.27.

Спектр наведенного гамма-излучения рудных интервалов характеризуется наличием интенсивных фотопиков 0,511 МэВ изотопов Cu^{62} , Zn^{63} ($\text{Cu} + \text{Zn}$) и 0,845 МэВ изотопа Mn^{56} ($\text{Fe} + \text{Mn}$), который совпадает с пиком 0,834 МэВ изотопа Mg^{27} , связанного с алюминием. Скорость счета по каналам на рудных интервалах меньше, чем на безрудных. Это явление объясняется повышенным содержанием тяжелых элементов $\text{Fe} + \text{Cu} + \text{Zn}$ и аномально высоким поглощением тепловых нейтронов ядрами кадмия, содержание которого коррелирует с содержанием цинка.

По амплитуде фотопика 0,511 МэВ, измеренной при двух временах задержки $t_n = 4$ мин и $t_n = 20$ мин, с помощью системы двух уравнений с двумя неизвестными находились приведенные к стандартным условиям (насыщенные) гамма-активности изотопов Cu^{62} и Zn^{63} . Переход от насыщенных гамма-активностей к содержанию меди и цинка осуществлялся с помощью эталонировочных графиков, построенных по результатам измерений на эталонных рудных интервалах с известным содержанием меди и цинка.

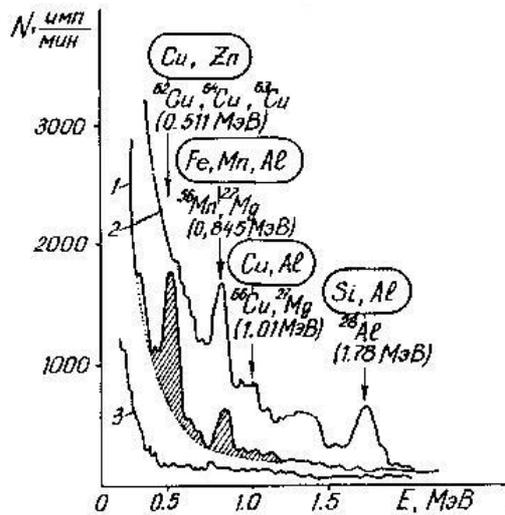


Рис. 7.9.27. Сопоставление спектров наведенного гамма-излучения медно-цинковых руд (1), вмещающих горных пород (2) и естественного гамма-излучения среды (3), полученных с использованием скважинного генератора нейтронов

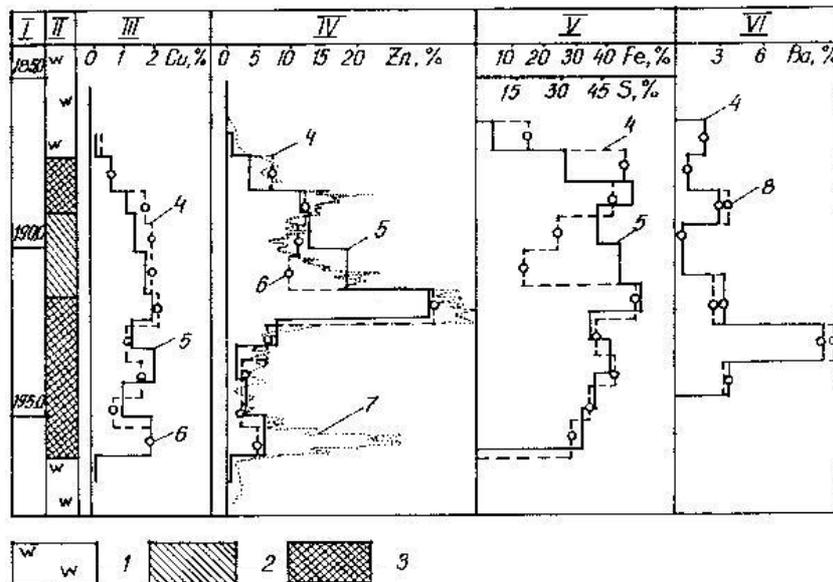


Рис. 7.9.28. Сопоставление результатов ИНАК-С и кернового опробования (Восточно-Семеновское месторождение, скв. 2304): I – глубина, м; II – геологическая колонка; III – содержание меди, %; IV – содержание цинка, %; V – содержание серы (железа), %; VI – содержание бария, %; 1 – дацитовые порфириды; 2 – вкрапленная медно-цинковая руда; 3 – сплошная медно-цинковая руда; 4 – содержание меди, цинка, серы (железа) и бария по данным ИНАК-С; 5 – содержание меди, цинка и железа по керну; 6 – точки активационного опробования; 7 – результаты суммарного определения меди и цинка по данным РРК; 8 – контрольные определения бария по данным ИНАК-С (^{137m}Ba)

Сопоставление результатов раздельного определения содержания меди и цинка по данным ИНАК-С и керновому опробованию приведено на рис. 7.9.28. Содержания меди и цинка, определенные по данным ИНАК-С, хорошо согласуются с данными кернового опробования.

8. ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСТОЧНИКОВ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ

Радиоактивный каротаж, основанный на измерении характеристик рассеянного гамма-излучения, возникающего при облучении горных пород внешним источником гамма-излучения, называется гамма-гамма-каротажем (ГГК) [8.1.1]. ГГК скважин основан на регистрации эффекта взаимодействия гамма-излучения с горной породой. Для этого применяется установка, состоящая из источника гамма-излучения, на некотором заданном расстоянии от которого расположен индикатор гамма-излучения. Преобладающую долю измеряемого гамма-излучения составляет излучение источника, рассеянного при прохождении через окружающую среду. Кривая ГГК представляет собой кривую изменения рассеянного гамма-излучения с глубиной скважины.

Аппаратура ГГК содержит источник гамма-квантов и детектор гамма-излучения. Расстояние между центрами детектора и источника называется длиной зонда. Чтобы прямое гамма-излучение источника не попадало на детектор, между ними помещают свинцовый экран (рис. 8.1.1). Для уменьшения поглощения рассеянного гамма-излучения в буровом растворе детектор гамма-квантов так же, как и источник, прижимают к стенке скважины. Для этого используют небольшой выносной блок.

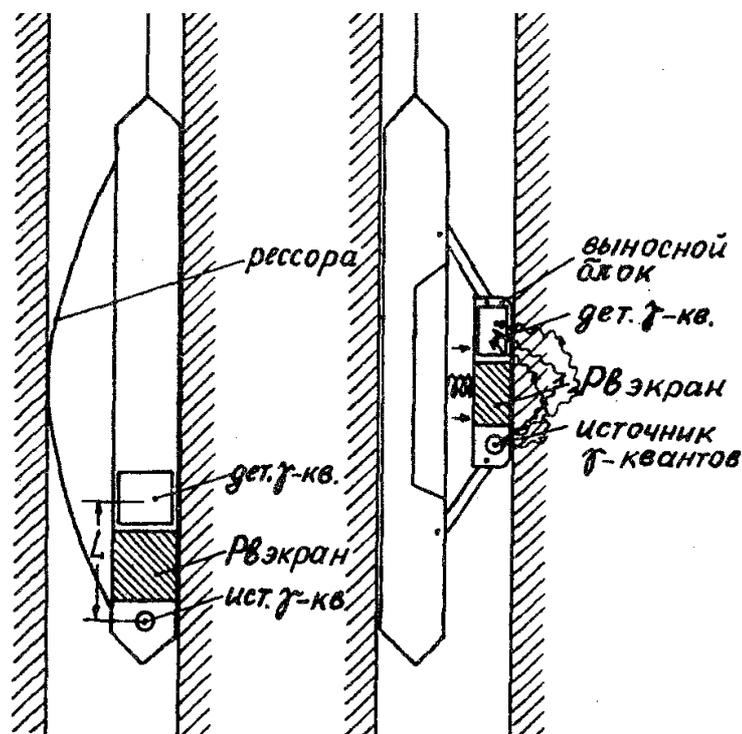


Рис. 8.1.1. Устройство скважинных приборов для гамма-гамма-каротажа [14]

Объектом измерения в ГГК является гамма-излучение, рассеянное веществом горной породы. Процессы взаимодействия гамма-излучения с веществом рассмотрены в разделе петрофизических предпосылок взаимодействия радиоактивного излучения с веществом (см. раздел 2.7.4).

В ГГК выделяют две основные разновидности метода: плотностной ГГК-П и селективный ГГК-С гамма-гамма-каротаж.

Плотностной гамма-гамма-каротаж (ГГК-П) основан на изучении комптоновского рассеяния гамма-квантов в горных породах. Поскольку этот эффект наблюдается при достаточно высокой энергии гамма-квантов, то в ГГК-П используют источники с энергией $E_\gamma > 0,5$ МэВ. Такими источниками являются искусственные изотопы: Со-60 ($E_\gamma = 1,17$ МэВ и $1,33$ МэВ) и Cs-137 ($E_\gamma = 0,66$ МэВ). Длина зондов выбирается от 20 до 50 см.

ГГК-П находит применение при исследовании нефтяных, газовых, углеразведочных и рудных скважин. На нефтяных и газовых месторождениях ГГК-П применяют для дифференциации разрезов скважин по плотности и для определения пористости пород-коллекторов, так как плотность ρ и коэффициент пористости $k_{п}$ связаны между собой соотношением: $\rho = (1 - k_{п})\rho_{ск} + k_{п}\rho_{ж}$, где $\rho_{ск}$ и $\rho_{ж}$ – плотности минерального скелета и жидкости, заполняющей поры горной породы. Плотность породы определяют по результатам плотностного ГГК-П. При этом аппаратуру градуируют на эталонных образцах с известной плотностью.

Селективный гамма-гамма-каротаж (ГГК-С) основан на изучении фотопоглощения гамма-квантов в горных породах. Поскольку в области низких энергий поток гамма-квантов сильно зависит от эффективного атомного номера горных пород $Z_{эф}$, этот метод часто называют Z-ГГК. При низких энергиях в ГГК-С используют источники с энергией $E_\gamma < 0,5$ МэВ. Такими источниками являются радионуклиды:

$$\text{Sn}^{119}(E_\gamma = 0,39 \text{ МэВ}), \quad \text{Se}^{75}(E_\gamma = 0,27 \text{ МэВ}), \quad \text{Hg}^{203}(E_\gamma = 0,28 \text{ МэВ}).$$

Длина зонда выбирается от 10 до 20 см.

8.1. Закономерности переноса рассеянного гамма-излучения

Однородная бесконечная среда

Для решения задачи о пространственном распределении рассеянного гамма-излучения точечного источника в однородной бесконечной среде воспользуемся диффузионным приближением теории переноса гамма-квантов (6.1.26):

$$D\Delta\Phi(\vec{r}) - \mu_a\Phi(\vec{r}) = -A(\vec{r}), \quad (8.1.1)$$

где D – коэффициент диффузии гамма-квантов; μ_a – усредненное по энергиям макроскопическое сечение поглощения гамма-квантов (линейный коэффициент поглощения гамма-излучения); $A(\vec{r})$ – интегральная по энергиям функция распределения источников гамма-излучения; Δ – оператор Лапласа, который в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (8.1.2)$$

Стационарный перенос рассеянного гамма-излучения точечного источника гамма-квантов подчиняется уравнению диффузии. Если ввести цилиндрическую систему координат (r, z, φ) и поместить на оси скважины источник гамма-квантов в точку $z = z^*$, то уравнение диффузии можно переписать в виде:

$$D \Delta \Phi(r, z) - \mu_a \Phi(r, z) = -\frac{Q \delta(r) \delta(z - z^*)}{2\pi r}, \quad (8.1.3)$$

где $\Phi(r, z)$ – поток рассеянного гамма-излучения точечного источника гамма-квантов; Q – активность источника гамма-квантов; $\delta(r)$ и $\delta(z - z^*)$ – дельта-функции Дирака по координатам r и z .

Для решения уравнения (8.1.3) поделим каждую его часть на D и воспользуемся преобразованием Фурье по z и Ханкеля по r . Введем трансформанту Ханкеля-Фурье соотношением:

$$\tilde{\Phi}(\alpha, k) = \int_0^{\infty} J_0(\alpha r) r dr \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikz} \Phi(r, z) dz. \quad (8.1.4)$$

После выполнения прямых преобразований получим:

$$(\alpha^2 + k^2 + \chi^2) \tilde{\Phi}(\alpha, k) = \frac{Q}{2\pi D} e^{-ikz^*}, \quad (8.1.5)$$

где $\chi^2 = \Sigma / D$ – квадрат обратной длины диффузии рассеянного гамма-излучения.

Отсюда следует:

$$\tilde{\Phi}(\alpha, k) = \frac{Q e^{-ikz^*}}{2\pi D (\alpha^2 + k^2 + \chi^2)}. \quad (8.1.6)$$

После выполнения обратных преобразований получим:

$$\Phi(r, z) = \frac{Q}{2\pi D} \int_0^{\infty} J_0(\alpha r) \alpha d\alpha \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik(z-z^*)}}{\alpha^2 + k^2 + \chi^2} dk. \quad (8.1.7)$$

Выполним в выражении (8.1.7) интегрирование по k . Для этого заметим,

что функция $f(k) = \frac{e^{ik(z-z^*)}}{\alpha^2 + k^2 + \chi^2}$, стоящая под знаком несобственного интеграла, отлична от нуля для всех $k \in (-\infty, +\infty)$ и является аналитической в верхней полуплоскости $\text{Im} k > 0$, за исключением простого полюса, $k = ib_1$, где $b_1 = \sqrt{\alpha^2 + \chi^2}$. Она не имеет полюсов на действительной оси и стремится к нулю при $k \rightarrow \infty$ в замкнутой верхней полуплоскости. Используя теорему о вычетах, получим:

$$\Phi(r, z) = \frac{Q}{2\pi D} \int_0^{\infty} J_0(\alpha r) \alpha d\alpha \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos kz}{\alpha^2 + k^2 + \chi^2} dk. \quad (8.1.8)$$

Воспользуемся соотношением

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos kz dk}{k^2 + b^2} = \frac{\pi}{2b} e^{-b|z|}, \quad (8.1.9)$$

и выполним в выражении (8.1.8) интегрирование по k :

$$\Phi(r, z) = \frac{Q}{4\pi D} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{\alpha^2 + \chi^2}|z|}}{\sqrt{\alpha^2 + \chi^2}} J_0(\alpha r) \alpha d\alpha. \quad (8.1.10)$$

Затем, используя соотношение

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{\alpha^2 + \chi^2}|z|}}{\sqrt{\alpha^2 + \chi^2}} J_0(\alpha r) \alpha d\alpha = \frac{e^{-\chi \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}}, \quad (8.1.11)$$

выполним в выражении (8.1.10) интегрирование по α . В результате получим формулу, характеризующую пространственное распределение потока рассеянного гамма-излучения точечного источника в однородной бесконечной среде:

$$\Phi(r, z) = \frac{Q}{4\pi D} \frac{e^{-\chi\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}}. \quad (8.1.12)$$

На рис. 8.1.2 приведены результаты расчета пространственного распределения потока рассеянного гамма-излучения изотопа Cs-137 в однородной бесконечной среде различной плотности.

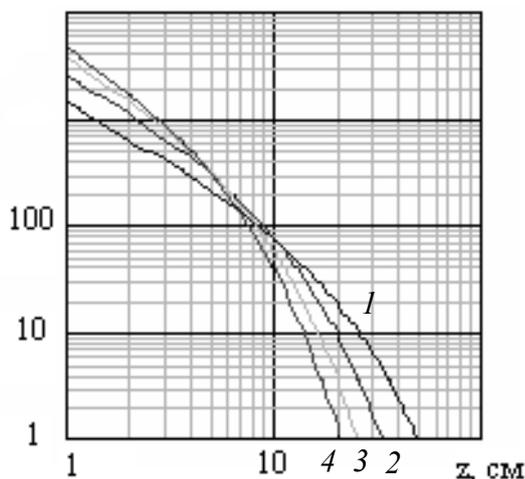


Рис. 8.1.2. Пространственное распределение потока рассеянного гамма-излучения изотопа Cs-137 в однородной бесконечной среде различной плотности в зависимости от длины зонда z , см: плотность среды $\rho = 1$ г/см³ (1 - водная среда); $\rho = 2$ г/см³ (2); $\rho = 3$ г/см³ (3); $\rho = 4$ г/см³ (4)

Гамма-гамма-картаж в обводненной скважине без обсадки

Задача формулируется следующим образом. Задана гетерогенная среда с круговой цилиндрической границей раздела радиусом $r = r_0$. Внутренняя среда ($r < r_0$) соответствует скважине, внешняя ($r \geq r_0$) представляет собой бесконечный по радиусу пласт, окружающий скважину со всех сторон. На оси скважины помещен источник гамма-квантов мощностью Q квант в секунду. Необходимо найти пространственное распределение потока рассеянного гамма-излучения источника гамма-квантов в скважине и продуктивном пласте.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ее начало совпадало с точкой расположения источника, а ось z была направлена вдоль оси скважины. Обозначим все величины, относящиеся к скважине и пласту, соответственно индексами c и r ($k = c, r$). Решение задачи сводится к решению системы уравнений диффузии:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_c(r, z)}{\partial r} \right) - \mu_c^2 \Phi_c(r, z) = \frac{Q \delta(r) \delta(z)}{2\pi r D_c}; \quad (8.1.14)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_r(r, z)}{\partial r} \right) - \mu_r^2 \Phi_r(r, z) = 0. \quad (8.1.15)$$

Перейдем от потоков рассеянного гамма-излучения к их Фурье-изображениям по переменной z . В результате получим:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{\Phi}_c(r, k)}{\partial r} \right) - \mu_c^2 \tilde{\Phi}_c(r, k) = \frac{Q \delta(r)}{2\pi r D_c}; \quad (8.1.16)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{\Phi}_r(r, k)}{\partial r} \right) - \mu_r^2 \tilde{\Phi}_r(r, k) = 0, \quad (8.1.17)$$

где $\tilde{\Phi}_k(r, k)$ – Фурье-изображение потока рассеянного гамма-излучения $\Phi_k(r, z)$ по переменной z :

$$\tilde{\Phi}_k(r, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_k(r, z) e^{-ikz} dz, \quad (8.1.18)$$

где $\mu_k^2 = k^2 + \chi_k^2$, $\chi_k^2 = \frac{\Sigma_k}{D_k}$ – квадрат обратной длины диффузии рассеянного гамма-излучения.

Граничные условия и условия сопряжения на границе раздела $r = r_0$ в пространстве Фурье-изображений принимают вид:

$$\tilde{\Phi}_c(r, k) < \infty, \quad (8.1.19)$$

$$\tilde{\Phi}_r(r, k) \Big|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad (8.1.20)$$

$$\tilde{\Phi}_c(r_0, k) = \tilde{\Phi}_r(r_0, k), \quad (8.1.21)$$

$$D_c \frac{\partial \tilde{\Phi}_c(r, k)}{\partial r} = D_r \frac{\partial \tilde{\Phi}_r(r, k)}{\partial r}. \quad (8.1.22)$$

Решение уравнения (8.1.16) находится как сумма общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения, удовлетворяющего условию ограниченности (8.1.19): $\tilde{\Phi}_c^o(r, k) = \beta_c(k) I_0(\mu_c r)$, где $\beta_c(k)$ – произвольная функция переменной k , $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Частное решение неоднородного уравнения (8.1.16) находится путем применения прямого и обратного преобразования Ханкеля по r и имеет вид $\tilde{\Phi}_c^u(r, k) = Q K_0(\mu_c r) / 2\pi D_c$, где $K_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка. Таким образом, общее решение уравнения (8.1.16) имеет вид

$$\tilde{\Phi}_c(r, k) = \tilde{\Phi}_c^o(r, k) + \tilde{\Phi}_c^u(r, k) = \beta_c(k) I_0(\mu_c r) + \frac{Q K_0(\mu_c r)}{2\pi D_c}. \quad (8.1.23)$$

Решение второго уравнения для потока рассеянного гамма-излучения (8.1.17) с учетом условия (8.1.20) будет:

$$\tilde{\Phi}_r(r, k) = \beta_r(k) K_0(\mu_r r), \quad (8.1.24)$$

где $\beta_r(k)$ – произвольная функция переменной k .

Используя условия сопряжения для потока рассеянного гамма-излучения в (r, k) -представлении (8.1.21)-(8.1.22), составим систему двух уравнений относительно двух неизвестных функций $\beta_c(k)$ и $\beta_r(k)$:

$$\beta_c(k) I_0(\mu_c r_0) - \beta_r(k) K_0(\mu_r r_0) = -\frac{Q}{2\pi D_c} K_0(\mu_c r_0); \quad (8.1.25)$$

$$\beta_c(k)\mu_c D_c I_1(\mu_c r_0) + \beta_r(k)\mu_r D_r K_1(\mu_r r_0) = \frac{Q}{2\pi D_c} \mu_c D_c K_1(\mu_c r_0). \quad (8.1.26)$$

Решая систему (8.1.25)-(8.1.26) по правилу Крамера, получим:

$$\beta_c(k) = \frac{Q}{2\pi D_c \Delta_1} [D_c \mu_c K_1(\mu_c r_0) K_0(\mu_r r_0) - D_r \mu_r K_0(\mu_c r_0) K_1(\mu_r r_0)]; \quad (8.1.27)$$

$$\beta_r = \frac{Q}{2\pi r_0 \Delta_1}, \quad (8.1.28)$$

где $\Delta_1 = D_c \mu_c I_1(\mu_c r_0) K_0(\mu_r r_0) + D_r \mu_r I_0(\mu_c r_0) K_1(\mu_r r_0)$.

Решение задачи получим, применяя обратное преобразование Фурье к функциям потока в (r, k) -представлении. С учетом симметрии распределения потока рассеянного гамма-излучения относительно начала координат получим:

$$\Phi_k(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \tilde{\Phi}_k(r, k) \cos k z dk.$$

Таким образом, для рассеянного гамма-излучения решение задачи имеет вид:

$$\Phi_c(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \beta_c(k) I_0(\mu_c r) \cos k z dk + \frac{Q}{4\pi D_c \sqrt{r^2 + z^2}} e^{-\chi_c \sqrt{r^2 + z^2}}, \quad (8.1.29)$$

$$\Phi_r(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \beta_r(k) K_0(\mu_r r) \cos k z dk. \quad (8.1.30)$$

На рис. 8.1.3 приведены результаты расчета потока рассеянного гамма-излучения изотопа Cs-137 в скважине в зависимости от плотности горных пород для зондов разной длины при толщине слоя воды в скважине $h = 6$ см.

Из рисунка видно, что при увеличении плотности горных пород происходит монотонное увеличение потока рассеянного гамма-излучения для зондов малой длины ($z < 20$ см) и монотонное уменьшение для больших зондов ($z > 20$ см). Таким образом, зависимость потока от плотности среды носит инверсионный характер. Инверсионным является зонд длиной 20 см. Для такого зонда зависимость потока рассеянного гамма-излучения от плотности отсутствует.

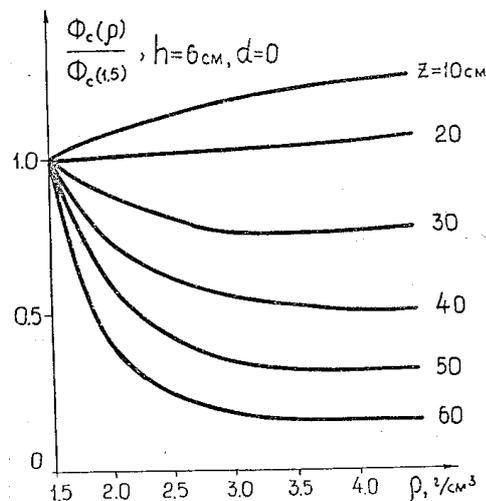


Рис. 8.1.3. Зависимость потока рассеянного гамма-излучения изотопа цезия-137 от плотности горных пород для зондов разной длины z при толщине слоя воды в скважине $h = 6$ см, когда обсадка отсутствует, $d = 0$ см

Гамма-гамма-каротаж в обсаженной скважине

Ниже исследованы возможности определения плотности горных пород по данным гамма-гамма-каротажа скважин, обсаженных стальными трубами. Гамма-гамма-каротаж в обсаженных скважинах имеет ряд особенностей, связанных с поглощением рассеянного гамма-излучения изотопного источника в буровом растворе и обсадной трубе. Для оценки поглощающих свойств бурового раствора и обсадки представляет интерес решение краевой задачи гамма-гамма-каротажа в гетерогенной среде с двумя коаксиальными цилиндрическими границами раздела, которая моделирует реальные условия измерений рассеянного гамма-излучения в обсаженных скважинах.

Сформулируем задачу следующим образом. Задана бесконечная среда, содержащая две коаксиальные цилиндрические поверхности раздела, имеющие вид круговых цилиндров с радиусами $r = r_1$ и $r = r_2$, причем $r_2 > r_1$ (см. рис. 7.3.8). Внутренняя среда ($r < r_1$) моделирует скважину, промежуточная среда ($r_1 < r < r_2$) соответствует обсадной трубе, внешняя среда ($r > r_2$) соответствует пласту. На оси скважины расположен точечный источник гамма-излучения мощностью Q . Требуется найти пространственное распределение рассеянного гамма-излучения точечного источника в скважине.

Учитывая, что речь идет о рассеянном гамма-излучении, воспользуемся диффузионным приближением теории переноса гамма-квантов. Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ее начало совпадало с точкой расположения источника, а ось z была направлена вдоль оси скважины. Необходимо решить систему уравнений диффузии:

$$D_c \Delta \Phi_c(r, z) - \Sigma_c \Phi_c(r, z) = -Q \delta(\vec{r}); \quad (8.1.31)$$

$$D_0 \Delta \Phi_0(r, z) - \Sigma_0 \Phi_0(r, z) = 0; \quad (8.1.32)$$

$$D_r \Delta \Phi_r(r, z) - \Sigma_r \Phi_r(r, z) = 0, \quad (8.1.33)$$

при соответствующих начальных и граничных условиях, где $\Phi_j(r, z)$ – поток рассеянного гамма-излучения точечного источника в j -й среде; j – индекс среды соответственно скважины $j = c$; обсадки $j = 0$ и пласта $j = r$; Δ – оператор Лапласа; D_j, Σ_j – коэффициент диффузии и макроскопическое сечение увода гамма-квантов за пороговую энергию E_{π} в j -й среде; $\delta(r)$ – дельта-функция Дирака.

Запишем систему (8.1.31)-(8.1.33) в виде:

$$\Delta \Phi_c(r, z) - v_c^2 \Phi_c(r, z) = -\frac{Q \delta(\vec{r})}{D_c}; \quad (8.1.34)$$

$$\Delta \Phi_0(r, z) - v_0^2 \Phi_0(r, z) = 0; \quad (8.1.35)$$

$$\Delta \Phi_r(r, z) - v_r^2 \Phi_r(r, z) = 0, \quad (8.1.36)$$

где $v_j^2 = \Sigma_j / D_j$ – квадрат обратной длины диффузии рассеянного гамма-излучения в j -й среде, $j = c, 0, r$.

Решение системы (8.1.34)-(8.1.36) получаем методом интегральных преобразований, применяя прямое, а затем обратное преобразование Фурье по z .

В результате находим выражения для расчета потока гамма-излучения изотопного источника в скважине $j = c$, обсадной трубе $j = 0$ и горной породе $j = r$ в виде:

$$\Phi_c(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} c_1(k) I_0(\mu_c r) e^{ikz} dk + \frac{e^{\sqrt{\frac{\Sigma_r}{D_r}(r^2+z^2)}}}{4\pi D_r \sqrt{r^2+z^2}}; \quad (8.1.37)$$

$$\Phi_0(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (c_2(k) I_0(\mu_c r) + c_3(k) K_0(\mu_0 r)) e^{ikz} dk; \quad (8.1.38)$$

$$\Phi_r(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} c_4(k) K_0(\mu_r r) e^{ikz} dk. \quad (8.1.39)$$

Возможности гамма-гамма-каротажа обсаженных скважин оценены расчетным методом. С этой целью выполнен расчет потока рассеянного гамма-излучения в обсаженной скважине, заполненной водой, при различной толщине обсадной трубы $d = r_2 - r_1$, где r_2 и r_1 , соответственно, внешний и внутренний радиусы обсадной трубы. Предполагалось, что обсадная труба сделана из железа плотностью $7,8 \text{ г/см}^3$ и атомным номером $Z = 26$. Предполагалось, что влияние скважинного прибора пренебрежимо мало $r_c \rightarrow 0$.

Наличие обсадки существенно влияет на величину потока рассеянного гамма-излучения. Расчетные зависимости потока рассеянного гамма-излучения изотопа цезия-137 от плотности горных пород при толщине слоя воды в скважине $h = 6 \text{ см}$ и различной толщине обсадной трубы приведены на рис. 8.1.4 для доинверсионного зонда длиной $z = 10 \text{ см}$.

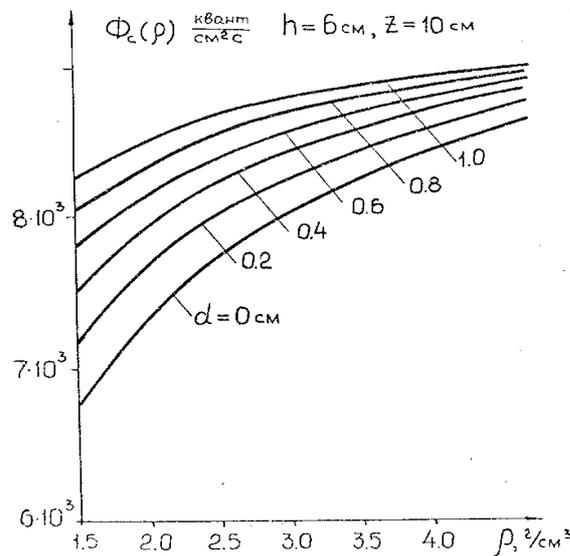


Рис. 8.1.4. Зависимость потока рассеянного гамма-излучения изотопа цезия-137 от плотности горных пород для доинверсионного зонда длиной $z = 10 \text{ см}$ при толщине слоя воды в скважине $h = 6 \text{ см}$ и различной толщине обсадной трубы d , см

Для доинверсионных зондов с увеличением толщины обсадной трубы величина потока рассеянного гамма-излучения возрастает, для инверсионного зонда изменяется мало, а для заинверсионного зонда убывает. Таким образом, наличие обсадки оказывает на величину потока рассеянного гамма-излучения

такое же влияние, как увеличение плотности среды. Физическое объяснение полученного результата заключается в том, что с появлением обсадки средняя плотность среды, окружающей детектор, действительно увеличивается из-за повышенной плотности стальной колонны обсадных труб.

Результаты расчета свидетельствуют о том, что наличие обсадных труб снижает чувствительность ГГК-П к изменению плотности горных пород. Вместе с тем плотностной гамма-гамма-каротаж остается одним из немногих методов геофизических исследований скважин, позволяющих определить плотность горных пород за обсадной трубой.

8.2. Селективная модификация гамма-гамма-каротажа (ГГК-С)

Селективный гамма-гамма-каротаж (ГГК-С) основан на изучении фотопоглощения гамма-квантов в горных породах. Поскольку этот эффект превалирует при низкой энергии гамма-квантов, в ГГК-С используют источники с энергией $E_\gamma < 0,5$ МэВ. Такими источниками являются искусственные радионуклиды: Sn-119 ($E_\gamma = 0,39$ МэВ), Se-75 ($E_\gamma = 0,27$ МэВ), Hg-203 ($E_\gamma = 0,28$ МэВ).

Селективный гамма-гамма-каротаж предназначен для изучения вещественного состава горных пород и руд путем оценки их эффективного атомного номера $Z_{эф}$, поэтому можно назвать этот метод Z-ГГК. $Z_{эф}$ колеблется от 6,4 для каменного угля до нескольких десятков единиц у тяжелых соединений (магнетит, барит, галенит). Для осадочных пород $Z_{эф} = 11,5 \div 15,5$, для воды $Z_{эф} = 7,5$. ГГК-С основан на изучении потока рассеянного в среде гамма-излучения с энергиями менее 150-200 кэВ.

Для метода ГГК-С, так же как для метода ГГК-П, применяется установка, состоящая из источника гамма-излучения, на некотором заданном расстоянии от которого расположен индикатор гамма-излучения. Преобладающую долю измеряемого гамма-излучения составляет излучение источника, рассеянное при прохождении через окружающую среду. Кривая ГГК-С представляет собой кривую изменения рассеянного гамма-излучения с глубиной скважины.

Вероятность фотоэлектрического эффекта прямо пропорциональна приблизительно четвертой степени заряда ядер атомов поглощающего вещества и обратно пропорциональна третьей степени энергии гамма-квантов. Этот процесс особенно существенен при малых энергиях гамма-квантов (менее 0,5 МэВ) в породах, содержащих элементы с высокими атомными номерами.

По мере удаления от источника в результате распространения гамма-квантов по все большему объему и их поглощения величина рассеянного гамма-излучения быстро убывает; при этом увеличивается число многократно рассеянных гамма-квантов и уменьшается их средняя энергия. Характер изменения гамма-излучения с увеличением расстояния от источника зависит от свойств среды, ее способности рассеивать и поглощать гамма-кванты.

Некоторая доля гамма-излучения источника достигает индикатора (по прибору и по скважине), не испытав рассеяния по породе, так называемое прямое гамма-излучение. Прямое гамма-излучение, а также естественное гамма-излучение вызывают увеличение показаний ГГК-С. Появляется некоторая по-

стоянная составляющая (фон). Это затрудняет выявление эффекта, обусловленного плотностью пород и содержанием в них тяжелых элементов. Для снижения влияния естественного гамма-излучения мощность источника подбирают так, чтобы рассеянное гамма-излучение было намного больше естественного. Для защиты от прямого гамма-излучения пользуются свинцовыми экранами.

Облучение исследуемой среды гамма-квантами и регистрацию рассеянного гамма-излучения осуществляют с помощью зондовых устройств. Зондовое устройство включает в себя источник излучения, детектор и экраны. В прижимных зондах источник и детектор помещены в экраны из тяжелого вещества (свинец, вольфрам) с ориентированными коллиматорами (апертура раскрытия 20-70°), контактирующими со стенкой скважины (рис. 8.1.1). В зондах без принудительного прижатия к стенке скважины или центрированных коллимации нет, а есть только экран между источником и детектором или имеется «круговая» коллимация (апертура раскрытия 360°). Прижимные зонды обычно используют в скважинах, заполненных водой или промывочной жидкостью, а центрированные – в сухих скважинах.

В табл. 8.2.1 приведены источники гамма-излучения, которые рекомендуются использовать при ГГК-С.

Таблица 8.2.1

Источники гамма-излучения для ГГК-С

Полезные ископаемые	Диапазоны изучаемых $Z_{эф}$	Источники
Угли, вода, борное сырьё и др.	6-12	^{109}Cd , ^{14}C , ^{35}S , ^{170}Tm
Руды Al, Ti, Fe, Cr, Ni, Cu	12-30	^{75}Se , ^{57}Co , ^{241}Am , ^{139}Ba
Руды Ba, Pb, Sb, Hg, Sm, W, Mo	20-50	^{75}Se , ^{133}Ba , ^{137}Cs

Количественные определения $Z_{эф}$ пород и руд осуществляют на основе эталонирования аппаратуры ГГК-С в средах с известными значениями этого параметра и установления зависимости $\Phi_{ГГК-С}$ от $Z_{эф}$.

Характеристическое гамма-излучение тяжелых элементов (Pb, W, Hg и др.), входящих в состав пород и руд в заметных количествах, вносит вклад в регистрируемый поток $\Phi_{ГГК-С}$ и ошибку в определении $Z_{эф}$. Поэтому энергетический порог регистрации $\Phi_{ГГК-С}$ должен быть установлен на уровне К-края поглощения гамма-квантов самого тяжелого элемента, входящего в заметных количествах (более 0,1%) в состав породы и руды.

Переменная плотность пород и руд оказывает влияние на величину $\Phi_{ГГК-С}$. Для ослабления или исключения влияния ρ_n на показания ГГК-С применяют инверсионные, двойные, двухлучевые и каплевидные зонды (рис. 8.2.1).

Во всех этих устройствах способ уменьшения влияния плотности ρ основан на различном использовании инверсионного характера зависимости $\Phi_{ГГК-С}(\rho_n)$.

Для плотностей 2,5-3,5 г/см³ и диапазона $Z_{эф} = 12 \div 22$ длина инверсионного зонда Se-75 находится приблизительно в пределах 2-5 см. Инверсионный зонд позволяет уменьшать влияние ρ_n на показания ГГК-С в небольшом диапазоне ее изменения.

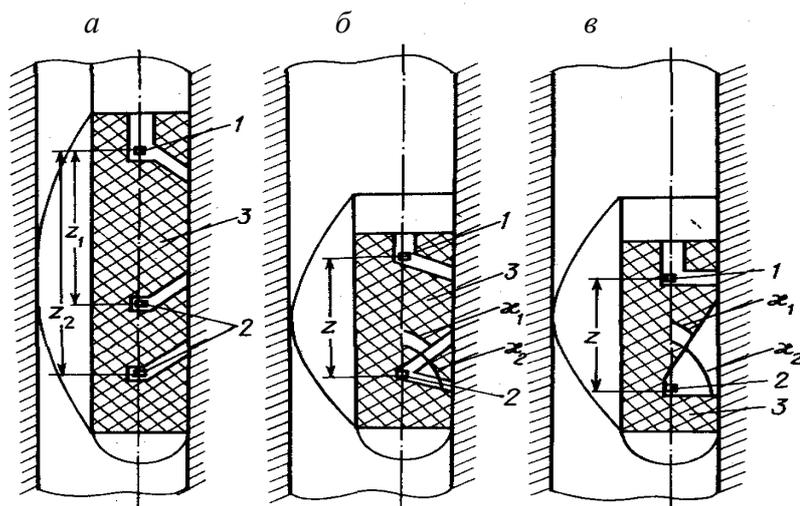


Рис. 8.2.1. Зонды ГГК-С:

a – двойной, *б* – двухлучевой, *в* – каплевидный:

1 – детектор, 2 – источник, 3 – экран; z , z_1 , z_2 – длина зонда; α_1 , α_2 – углы коллимации

В основу двойных и двухлучевых зондов положены одинаковые принципы, базирующиеся на сходном характере поведения I_γ в зависимости как от длины зонда, так и от угла коллимации излучения источника. В этих устройствах, в отличие от инверсионного зонда, используют до- и заинверсионную области зависимости $\Phi_{\text{ГГК-С}}(\rho_{\text{п}})$. Если в доинверсионной области выбрать зонд z_1 (в двойном зонде, см. рис. 8.2.1, *a*, *б*) или коллимационный угол α_1 (в двухлучевом зонде, см. рис. 8.2.1, *б*, *в*), а в заинверсионной области – z_2 и α_2 таким образом, чтобы величина $\Phi_{\text{ГГК-С}}$ в первом случае возрастала с ростом $\rho_{\text{п}}$, а во втором – уменьшалась на одинаковую величину, то, регистрируя сумму $\Phi_{\text{ГГК-С}}$, можно устранить влияние $\rho_{\text{п}}$. В двойном зонде это осуществляется подбором соотношения активностей двух источников и их расстояний z_1 и z_2 до детектора. В двухлучевом зонде этого достигают подбором диаметров и углов наклона коллимационных каналов излучения источника.

Каплевидные зонды предусматривают одновременное использование доинверсионной, инверсионной и заинверсионной областей зависимости $\Phi_{\text{ГГК-С}}$ от $\rho_{\text{п}}$. Это достигается щелевой формой коллиматора излучения источника, с помощью которого осуществляется непрерывный переход от малых углов коллимации к большим, что соответствует непрерывному переходу от доинверсионной к заинверсионной зависимости $\Phi_{\text{ГГК-С}}(\rho_{\text{п}})$. Каплевидные зонды позволяют исключать мешающее влияние $\rho_{\text{п}}$ на ГГК-С в широком диапазоне изменения плотности среды.

При использовании спектрометров и источников жесткого гамма-излучения (Cs-137, Co-60) можно регистрировать одновременно $\Phi_{\text{ГГК-С}}$ в областях энергий ниже и выше 200 кэВ и на основе этих измерений учитывать влияние ρ . На показания ГГК-С влияют такие факторы, как влажность, текстура пород и руд, скважинные условия измерений. Влияние этих факторов исследуют на эталонных средах и в хорошо изученных (эталонных, опорных) скважинах. По результатам измерений строят соответствующие палетки: для пород и руд различных влажности, текстуры, кавернозности и диаметров скважин, которые затем используют для введения поправок при определении $Z_{\text{эф}}$.

8.3. Спектрометрия гамма-гамма-измерений

Спектр и интегральная интенсивность гамма-излучения, рассеянного в рудах, содержащих тяжелые ($Z > 70$) элементы, зависят от распределения тяжелого элемента в рудной массе. При равномерном распределении в спектре рассеянного гамма-излучения наблюдается провал (минимум), соответствующий К-скачку фотоэлектрического поглощения. Положение провала характерно для каждого элемента и может быть использовано для идентификации тяжелых элементов в рудах. Пример спектров гамма-излучения ^{137}Cs в свинцовой руде (однородная смесь песка и измельченной руды) показан на рис. 8.3.1. Спектры измерены при толщине слоя $\rho d = 40 \text{ г/см}^2$ и совмещены в области фотопика первичного излучения, так что различия между спектрами зависят только от $Z_{\text{эф}}$ руды.

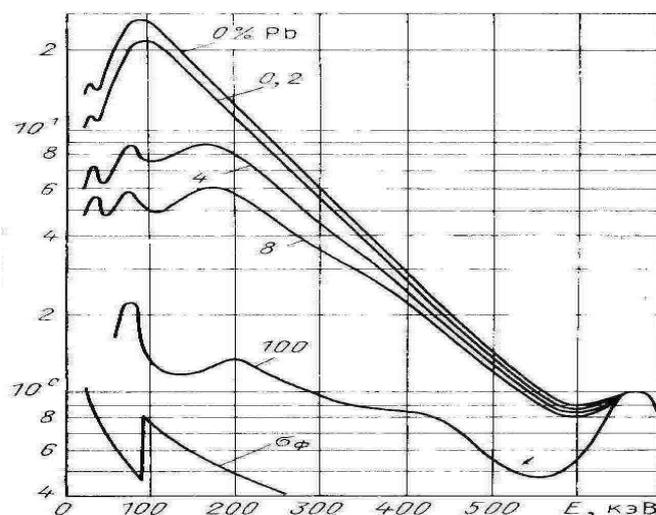


Рис. 8.3.1. Спектры рассеянного гамма-излучения ^{137}Cs в ячеистой среде (кварцевый песок и свинцовая дробь) при различных диаметрах свинцовых включений: длина зонда 40 г/см^2

Чтобы исключить влияние плотности и повысить чувствительность измерений, можно использовать спектральную модификацию ГГК-С: регистрировать длинноволновую ($E < 150 \div 200 \text{ кэВ}$) и коротковолновую ($E > 150 \div 200 \text{ кэВ}$) составляющие гамма-поля, из которых первая зависит от $Z_{\text{эф}}$ и плотности, а вторая — только от плотности. Отношение длинноволновой части спектра к коротковолновой будет зависеть от вещественного состава. Вместо длинноволновой части спектра можно регистрировать интегральную интенсивность гамма-излучения, но при этом чувствительность метода к $Z_{\text{эф}}$ несколько снижается.

В породах, состоящих из элементов с $Z > 20$, характерным изменением спектра является смещение максимума многократного рассеяния в сторону более высокой энергии при увеличении $Z_{\text{эф}}$. В этом случае определение $Z_{\text{эф}}$ возможно по отношению скоростей счета в двух энергетических интервалах в районе пика многократного рассеяния ($E = 40-70 \text{ кэВ}$ и $E > 120 \text{ кэВ}$).

По сравнению с регистрацией интенсивности спектрометрия дает следующие преимущества: значительное уменьшение плотностного эффекта и влияния каверн, улучшение дифференциации разреза и увеличение точности определения $Z_{\text{эф}}$ (в интервале 6-12) примерно в три раза.

Область применения ГГК-С

ГГК-С применяется, главным образом, на угольных и рудных месторождениях. На угольных месторождениях ГГК-С используют для определения зольности углей. Чистый уголь имеет $Z_{эф} = 6$, поскольку состоит из углерода. Негорючий остаток углей (зола) состоит в основном из кремнезема и глинозема с примесью окислов железа, $Z_{эф}$ золы составляет 12-13 единиц. Между зольностью углей и их $Z_{эф}$ существует функциональная зависимость [15]. Поскольку метод ГГК-С чувствителен к изменениям $Z_{эф}$ среды, то по его результатам легко оценить зольность ископаемых углей. Этот метод был разработан профессором В. И. Уткиным. Им же предложена удобная палетка для оценки зольности углей непосредственно по диаграмме ГГК. Общий вид палетки представлен на рис. 8.3.2.

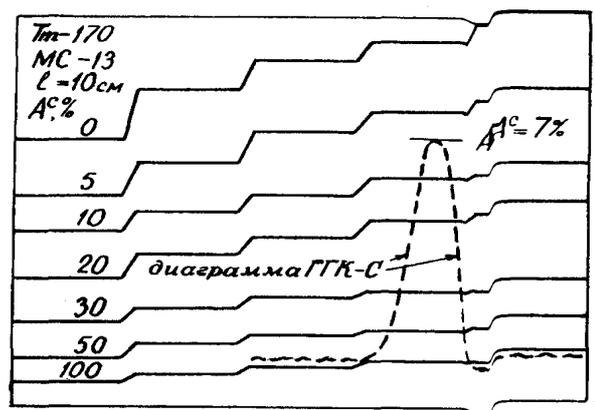


Рис. 8.3.2. Палетка В. И. Уткина для определения зольности ископаемых углей по диаграммам ГГК-С [15]

Профессором И. Г. Сквородниковым предложен способ выделения пластов-коллекторов в разрезах скважин нефтяных и газовых месторождений и определения их пористости, основанный на применении ГГК-С [14]. Согласно этому способу, ГГК-С выполняют в скважине дважды: до заполнения скважины жидкостью с повышенным $Z_{эф}$ и после. В качестве такой жидкости используют, например, водный раствор ацетата свинца. При 30 % концентрации его $Z_{эф} = 45,6$. У минерального скелета песчаников $Z_{эф} = 12,4$, у известняков – 15,0.

Жидкость с высоким атомным номером, проникая в поры пласта, повышает $Z_{эф}$ коллектора в целом, причем тем сильнее, чем выше пористость. Этот эффект отчетливо фиксируется по разности показаний каротажа ГГК-С, проведенного до и после заполнения скважины раствором с аномально высоким $Z_{эф}$.

8.4. Рентгенорадиометрический каротаж (РРК)

Рентгенорадиометрический каротаж представляет собой радиоактивный каротаж, основанный на измерении характеристического рентгеновского излучения (ХРИ), возбужденного в горных породах внешним изотопным источником ионизирующего излучения [3, 11]. Наличие однозначной связи между атомным номером искомого элемента и энергией его ХРИ позволяет использовать метод РРК для прямых определений содержания различных элементов.

Развитие РРК в нашей стране было подготовлено работами М. А. Блохина [8.4.1], И. Б. Боровского, Н. Ф. Лосева и других. Разработка рентгенорадиометрического метода для анализа проб минерального сырья и создание практических методик его реализации начаты в 1957 году во Всесоюзном научно-исследовательском институте минерального сырья (ВИМС) под руководством проф. А. Л. Якубовича [8.4.2]. При каротаже разведочных скважин метод впервые применен в 1962 г. сотрудниками ЛГУ В. А. Мейером и В. С. Нахабцевым [8.4.3]. Исследования по использованию рентгенорадиометрического метода для решения задач геологического опробования руд в условиях естественного залегания поставлены Всесоюзным научно-исследовательским институтом разведочной геофизики (ВИРГ) и впервые проведены в 1963 г. под руководством А. П. Очкура на редкометалльных и полиметаллических месторождениях Средней Азии [8.4.4]. Работы ВИМС, ЛГУ и ВИРГ положили начало разработкам методики и аппаратуры рентгенорадиометрического анализа руд в полевых условиях.

В качестве первичного излучения в РРК используется фотонное излучение, эффективно возбуждающее рентгеновскую флюоресценцию. Возбужденное состояние атомов возникает в результате фотоэлектрического поглощения фотона, сопровождающегося удалением электрона с одной из внутренних оболочек атома. Возбужденный атом мгновенно возвращается в основное состояние, испуская характеристическое рентгеновское излучение. С увеличением атомного номера Z элемента выход флюоресценции растет. Обычно эффект рентгеновской флюоресценции преобладает при $Z > 50$ [8.4.5].

Характеристическое рентгеновское излучение (ХРИ) относится к электромагнитным излучениям. Оно не поляризовано, имеет линейчатый спектр и испускается атомом изотропно. Для возбуждения атома на соответствующий уровень необходимо, чтобы передаваемая атому энергия превышала энергию края поглощения этого уровня, которая практически совпадает с энергией уровня. Если электрон в результате фотоэффекта удаляется из K -оболочки (K -уровня), то при ее заполнении электроном одного из вышележащих уровней испускаются линии K -серии, причем энергия соответствующей линии равна разности энергий этих уровней. Аналогичным образом при заполнении L -уровня возникают линии L -серии и т. д. Наиболее интенсивные линии α_1 и α_2 K -серии возникают в результате заполнения K -уровня электронами L_{111} - и L_{11} -подуровней соответственно (рис. 8.4.1).

Заполнение K -уровня электронами M_{111} - и N_{111} - подуровней приводит к образованию $K_{\beta 1}$ - и $K_{\beta 2}$ -линий. Относительная интенсивность линий K -серии: $I_{\alpha_1} : I_{\alpha_2} : I_{\beta_1} : I_{\beta_2} = 100 : 50 : 25 : 5$.

Практический интерес в методе РРК представляет главным образом наиболее коротковолновое характеристическое рентгеновское излучение элементов, т. е. линии K -серии, и частично для тяжелых элементов – линии L -серии. При реализации метода в скважинах источник первичного излучения и детектор вторичного излучения размещаются обычно в зондовом устройстве, рабочая поверхность которого плотно прижимается к стенке скважины для уменьшения влияния промывочной жидкости. Первичный пучок лучей, проникаю-

щий в исследуемую среду через входные окна зонда, ослабляется главным образом в результате фотоэлектрического поглощения атомами и рассеяния на атомах и электронах, образуя на своем пути вторичное излучение. Ослабление первичного пучка интенсивности I_0 на отрезке пути r в среде плотности ρ происходит по экспоненциальному закону, который для случая плоскопараллельного монохроматического пучка гамма-квантов записывается в виде: $I = I_0 e^{-\mu_j \rho r}$, где I – интенсивность первичного пучка после прохождения слоя толщины r ; μ_j – массовый коэффициент ослабления первичного излучения.

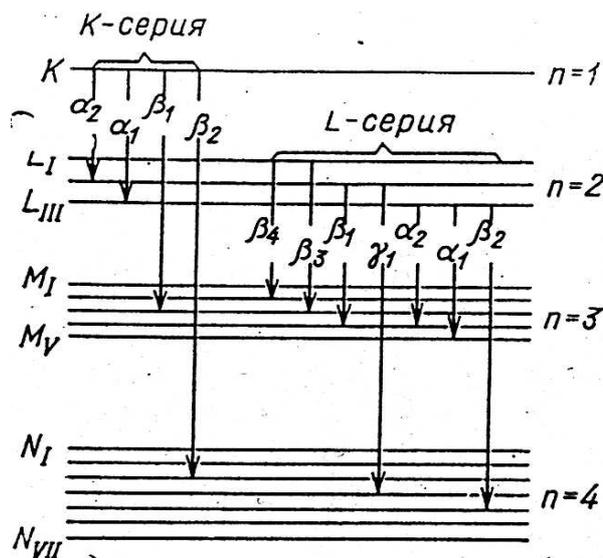


Рис. 8.4.1. Системы подуровней в РРК [8.4.3]

В качестве источников в РРК обычно используют ампульные радиоизотопные источники фотонного излучения. Выбор источника зависит от состава исследуемых сред и группы определяемых элементов. При определении меди, цинка, кобальта, никеля наибольшая чувствительность может быть достигнута с источником плутоний-238, для определения олова и сурьмы – самарий-145 и гадолиний-153. Возбуждение характеристического рентгеновского излучения вольфрама, ртути и свинца целесообразно производить излучением источника кобальт-57. В практике РРК широко используются такие доступные источники, как тулий-170 и прометий-147, при определении бария, цезия, олова, молибдена и сурьмы, селен-75 – при определении свинца, ртути и вольфрама.

Детекторы характеристического рентгеновского излучения

В методе РРК основную информацию о наличии и концентрации определяемого элемента в исследуемой среде несет его характеристическое рентгеновское излучение. Выделение этого излучения на фоне других вторичных лучей осуществляется с помощью спектрометра со сцинтилляционным или пропорциональным счетчиком.

Зондовые устройства РРК в случае использования сцинтилляционных и пропорциональных счетчиков схематически изображены на рис. 8.4.2. Конструктивное выполнение зондовых устройств зависит от энергии первичных и вторичных лучей, габаритных размеров и формы детектора.

При измерениях в средне- и коротковолновой частях спектра (область анализируемых энергий более 20 кэВ) для уменьшения вклада рассеянного излучения во вторичный спектр необходима коллимация первичного и вторичного пучков. В коллимированном датчике (см. рис. 8.4.2, *а*) первичное излучение радиоизотопного источника 2 по каналу-коллиматору «пушки» через входное окно в корпусе 1 зондового устройства проникает в исследуемую среду. Определенная доля возникающего в среде вторичного излучения попадает в приемный коллиматор и регистрируется детектором 5. Стенки коллимационных каналов в датчике для подавления флуоресцентного излучения атомов экранирующего вещества 4 покрыты слоистой защитой 3. Для уменьшения потерь излучения корпус 1 входного окна датчика выполнен из материала с малым атомным номером (из бериллия). При переходе к длинноволновой области спектра (область анализируемых энергий менее 20 кэВ) измерения в скважинах производятся в геометрии широких расходящихся пучков (см. рис. 8.4.2, *б*) без существенной потери чувствительности анализа. При этом также должна быть обеспечена экранировка детектора от излучения, рассеянного промывочной жидкостью и деталями датчика.

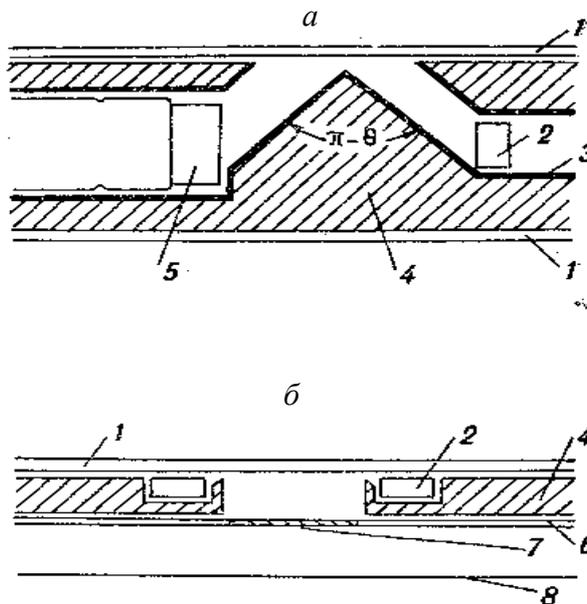


Рис. 8.4.2. Схема зондового устройства для рентгенометрического каротажа со сцинтилляционным (*а*) и пропорциональным (*б*) счетчиком:

1 – корпус датчика (бериллий); 2 – источник; 3 – слоистая защита; 4 – защитный экран; 5 – кристалл NaI (Tl); 6 – пропорциональный счетчик; 7 – входное окно счетчика; 8 – анод [8.4.5]

Наряду с характеристическим рентгеновским излучением определяемого элемента во многих случаях полезно одновременно измерять в определенном энергетическом диапазоне интенсивность рассеянного гамма-излучения, несущего информацию о составе и плотности среды.

Действие большинства детекторов основано на эффектах ионизации или возбуждения атомов вещества детектора при попадании в них регистрируемого излучения и в преобразовании выделившейся энергии в какую-либо электрическую величину: ток, заряд, напряжение. Гамма-кванты производят ионизацию через вторичные процессы (фото- и комптон-эффекты). Прохождение кванта

через чувствительный объем детектора сопровождается появлением кратковременного тока в выходной цепи, заряжающего выходную емкость детектора и образующего на его выходе импульс напряжения. Амплитуда этого импульса пропорциональна заряду, принесенному на емкость током детектора. По числу зарегистрированных импульсов можно судить о плотности потока регистрируемого излучения, а исследование амплитудного распределения импульсов во многих случаях позволяет оценивать энергию фотонов или частиц.

В настоящее время в РРК широко используются сцинтилляционные счетчики и газонаполненные ионизационные детекторы.

В сцинтилляционном счетчике, представляющем собой сочетание люминофора с фотоумножителем, энергия возникших в люминофоре заряженных частиц преобразуется в световые вспышки - сцинтилляции. Сцинтилляции регистрируются фотоэлектронным умножителем, который преобразует их в импульсы напряжения. В РРК сцинтилляционные счетчики используются главным образом для регистрации и спектрометрии фотонного излучения в области энергий, больших 15 кэВ. В качестве люминофора используется кристалл йодистого натрия, активированного таллием.

К основным достоинствам сцинтилляционных счетчиков можно отнести высокую эффективность регистрации, высокую допустимую скорость счета (до $5 \cdot 10^4$ имп /сек) и малые габаритные размеры. Недостатками этих счетчиков являются высокий уровень шумов (до нескольких кэВ) и сравнительно низкое разрешение.

Для регистрации коротковолнового рентгеновского излучения ($E_i > 50$ кэВ) используют обычно кристаллы NaI (Tl) размером 10×10 мм. При измерениях в средневолновой области спектра высокая эффективность регистрации вторичных лучей обеспечивается кристаллами толщиной 1-2 мм с входными окнами из тонкого бериллия.

Из газонаполненных детекторов в РРК для спектрометрии фотонного излучения в длинноволновой области ($E_i < 20$ кэВ) используются газоразрядные пропорциональные счетчики, наполненные обычно ксеноном с добавкой метана или других органических компонентов. Конструктивно пропорциональный счетчик представляет собой полый металлический цилиндр, по оси которого натянута тонкая металлическая нить, служащая анодом и изолированная от цилиндра, являющегося катодом. Электроны, образуемые в газе-наполнителе фотонами, проникшими в счетчик через окно из бериллия, создают на выходе счетчика импульсы, амплитуда которых пропорциональна энергии фотонов.

По сравнению со сцинтилляционными счетчиками, пропорциональные имеют существенно более низкий уровень шумов (менее 1 кэВ) и лучшее энергетическое разрешение.

Из выпускаемых промышленностью детекторов для проведения РРК обычно используются сцинтилляционные счетчики NaI (Tl) размером 10×10 и 16×1 мм (типа ДРК-161) и пропорциональные счетчики типа СРПО-16 и СРМ-19.

Полупроводниковые детекторы (ППД)

Промышленные типы ППД требуют охлаждения. Наиболее приспособлены для условий каротажа полупроводниковые кремний-литиевые детекторы с термоэлектрическим охлаждением. Рентгенооптическая схема и устройство датчика каротажного спектрометра с Si (Li) – ППД, разработанного в Ленинградском университете, изображены на рис. 8.4.3. Угол между коллиматорами радиоизотопного источника и детектора равен 90° . Толщина бериллиевого цилиндра, через который осуществляется облучение породы квантами источника и регистрация вторичных излучений, составляет 1,5 мм. Диаметр скважинного прибора равен 38 мм, длина – 1200 мм. В процессе измерений весь скважинный прибор прижимался к стенке скважины с помощью рессоры.

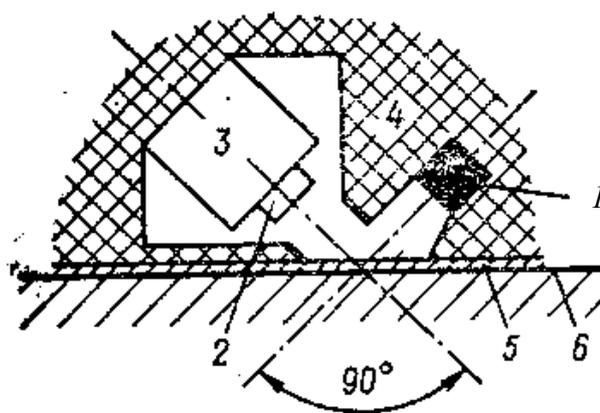


Рис. 8.4.3. Рентгенооптическая схема датчика РРК с Si (Li) - ППД :
1 – радиоизотопный источник; 2 – Si(Li) -детектор; 3 – термоэлектрическая батарея;
4 – экран; 5 – бериллиевый цилиндр; 6 – стенка скважин [21]

При проверке в лабораторных условиях датчик скважинного Si (Li)-спектрометра имел энергетическое разрешение в 1,5-2 раза лучше разрешения пропорционального счетчика. Еще более выгоден полупроводниковый Si (Li)-спектрометр при исследованиях в области энергий 20-30 кэВ, где пропорциональные счетчики имеют низкую эффективность. Результаты испытаний показывают, что датчики с кремний-литиевым ППД, охлаждаемым термоэлектрической батареей, вполне работоспособны.

Принципы построения аппаратуры РРК

Схема проведения РРК приведена на рис. 8.4.4. Сигналы со скважинного прибора поступают по кабелю на вход наземного пульта, предназначенного для амплитудного отбора импульсов, накопления и обработки информации и вывода ее на каротажный регистратор.

Амплитудный отбор импульсов осуществляется с помощью дифференциальных дискриминаторов, состоящих обычно из двух дискриминирующих каскадов, нижний U_n и верхний U_v пороги которых отличаются на ширину канала $\Delta U = U_v - U_n$. Импульсы с дискриминаторов подаются на логическую схему, отбирающую из поступающих сигналов лишь те, амплитуда которых лежит в границах канала. В качестве логической схемы в дифференциальных дискри-

минаторах используется каскад антисовпадений. Если амплитуда входного импульса превышает пороги срабатывания нижнего и верхнего дискриминаторов, то на входы схемы антисовпадений одновременно приходят два сигнала. Поэтому сигнала на выходе схемы антисовпадений не возникает. Если входной импульс вызывает срабатывание только дискриминатора нижнего уровня (т. е. амплитуда импульса лежит в пределах $U_H < U < U_B$), на схему антисовпадений поступит только один импульс, и она на выходе выдаст сигнал для последующей его обработки.

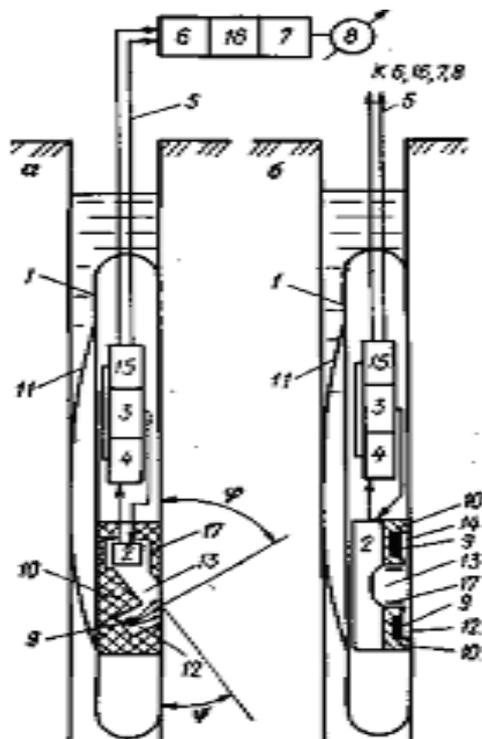


Рис. 8.4.4. Схема проведения и зонды РРК со сцинтилляционным (а) и пропорциональным (б) детекторами:

1 – скважинный прибор; 2 – детектор; 3 – блок высокого напряжения; 4 – предусилитель; 5 – кабель; 6 – амплитудный анализатор импульсов; 7 – измеритель скорости и счета импульсов; 8 – самописец; 9 – радиоизотопный источник; 10 – экран; 11 – прижимное устройство; 12 и 14 – коллиматор источника; 13 – коллиматор детектора; 15 – фильтр; 16 – блок обработки; 17 – слоистая защита

Отечественные рентгенорадиометрические каротажные анализаторы РРША-1 и РРКА-1 представляют 2 – 4-канальные каротажные спектрометры рентгеновских и гамма-лучей с автономными вычислительными устройствами и передачей импульсов детектора к блокам анализа и обработки информации по коаксиальному каротажному кабелю. Анализатор РРКА-1 рассчитан на одновременные определения двух элементов в разведочных скважинах глубиной до 1000 м. Прибор РРША-1 разработан для исследования короткометражных (до 100-150 м) скважин подземного бурения и снабжен устройством для проталкивания скважинного прибора в горизонтальные и восстающие скважины с помощью штанг.

Наиболее эффективные и универсальные способы учета влияния мешающих факторов в РРК основаны на использовании в качестве внутреннего стандарта обратно рассеянного излучения в определенных энергетических интервалах вторичного спектра. Возможность использования обратно рассеянных лучей для уменьшения влияния многих мешающих факторов на результаты рентгенорадиометрического анализа основана на однотипности зависимостей характеристического и рассеянного излучения от плотности исследуемой среды, состава наполнителя и геометрических факторов.

Введение поправок, уменьшающих влияние мешающих факторов, осуществляется способом спектральных отношений или спектральной разности. Наиболее широкое применение получил способ спектральных отношений. Однако определенные преимущества способа спектральной интенсивности и его модификации – способа спектральной разности, также обеспечивают его широкое использование.

Принципы обработки и интерпретации данных РРК

В анализаторах РРКА-1 и РРША-1 предусмотрена стабилизация положения фотопиков, позволяющая устранить погрешности за счет временного и температурного дрейфа коэффициента усиления детекторов и электронной схемы. Коррекция уходов фотопиков производится по излучению реперного источника, размещаемого в экране зонда. В качестве такового используется изотоп с энергией гамма-квантов, лежащей за пределами рабочего диапазона РРК (например, цезий-137). Скорость счета импульсов реперного источника выделяется дискриминатором и через интегратор подается в виде пропорционального ей управляющего напряжения на регулируемый блок питания скважинного прибора, которым изменяется высокое напряжение, подводимое к детектору. Анализаторы РРКА-1 и РРША-1 пригодны для реализации спектральных модификаций ГК и ГГК и других методов, в которых осуществляется гамма-спектрометрия.

Несмотря на применение скважинных приборов с прижимными рессорами и выносными блоками, при проведении РРК между зондовым устройством и стенкой скважины всегда существует некоторый зазор. Он вызван микрокавернозностью стенки скважины, возникающей из-за неравномерности процесса бурения, связанной с недостаточной центровкой буровых коронок. Ствол скважины иззубрен, причем глубина борозд, имеющих кольцевую форму, меняется в зависимости от состояния коронки, режимов бурения и твердости породы.

В скважинах, заполненных водой, микрокавернозность может служить препятствием к использованию РРК. Рудные зоны из-за нее выявляются не полностью, и количественные определения нельзя считать достоверными. Информативность РРК при появлении прослоя воды между корпусом зонда и стенкой скважины теряется в связи с нарушением геометрии измерений.

Для уменьшения влияния водных прослоев В. А. Мейером предложена методика стандарта-фона, позволяющая уменьшить влияние водных прослоев. В насыщенных по характеристическому гамма-излучению горных породах можно воспользоваться приближенными соотношениями для ХРИ и рассеян-

ного гамма-излучения в геометрии прямой. В связи с применением источников мягкого, слабопроникающего излучения при теоретическом обосновании РРК можно предполагать, что расстояния от источника R_1 и детектора R_2 до объекта много больше глубинности исследования, т. е. длины пробега первичных и вторичных фотонов в среде. Это приближение позволяет получить для интенсивностей характеристического I_i и однократно рассеянного I_s излучения асимптотические формулы [8.4.3]:

$$I_i = K_{ia} \tau_j q_a \int_s \frac{1}{R_1^2 R_2^2} \cdot \frac{1}{\bar{\mu}^{\text{эф}}} dS; \quad (8.4.1)$$

$$I_s = K_s \int_s \frac{1}{R_1^2 R_2^2} \cdot \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega} \cdot \frac{1}{\bar{\mu}_s^{\text{эф}}} dS, \quad (8.4.2)$$

где K_i и K_s – коэффициенты, зависящие от атомных констант; τ_j – массовый коэффициент поглощения первичного излучения энергии E_j атомами определяемого элемента; q_a – содержание определяемого элемента в исследуемой среде; $d\sigma/d\Omega$ – полное массовое дифференциальное сечение рассеяния фотонов энергии E_j , поскольку при малых энергиях уже нельзя ограничиваться лишь комптоновским взаимодействием, то нужно учитывать и когерентное рассеяние; dS – элементарная площадка на облучаемой поверхности S , с которой приходят характеристические и рассеянные лучи.

Эффективные массовые коэффициенты ослабления характеристического $\bar{\mu}_i^{\text{эф}}$ и рассеянного $\bar{\mu}_s^{\text{эф}}$ излучения определяются так же, как в методе ГГК, выражениями:

$$\bar{\mu}_i^{\text{эф}} = \frac{\bar{\mu}_j^{\text{эф}}}{\sin\varphi} + \frac{\bar{\mu}_i^{\text{эф}}}{\sin\psi}; \quad \bar{\mu}_s^{\text{эф}} = \frac{\bar{\mu}_j^{\text{эф}}}{\sin\varphi} + \frac{\bar{\mu}_s^{\text{эф}}}{\sin\psi}; \quad (8.4.3)$$

где φ и ψ – углы наклона коллиматоров источника и детектора.

Если считать пучки первичных и вторичных лучей параллельными, что отвечает случаю идеальной коллимации, то расстояния, углы и эффективные коэффициенты ослабления можно вынести за знаки интегралов. При этом

$$I_i = K_{ia} \bar{\tau}_j q_a \frac{1}{R_1^2 R_2^2} \cdot \frac{1}{\bar{\mu}_i^{\text{эф}}}; \quad I_s = K_s \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega} \frac{1}{R_1^2 R_2^2} \cdot \frac{1}{\bar{\mu}_s^{\text{эф}}}. \quad (8.4.4)$$

Из этих формул видно, что интенсивности характеристического и рассеянного излучения однотипно зависят не только от геометрии измерений, но и вещественного состава среды. Это позволяет учитывать изменение состава матрицы с помощью измерений спектральных отношений $\eta = I_i / I_s$. Практическая реализация такого способа состоит в том, что с помощью гамма-спектрометра, который в РРК должен быть двухканальным, и специальной схемы деления измеряют отношение интенсивностей излучений в двух участках вторичного спектра, один из них соответствует I_i , а другой – интенсивности рассеянного излучения I_s , служащей показателем изменения абсорбционных свойств среды.

В качестве измеряемого параметра в РРК можно непосредственно использовать величину N_i (поток характеристического рентгеновского излучения анализируемого элемента), несущую информацию о наличии определяемого

элемента и его концентрации. Кроме потока характеристического рентгеновского излучения в спектре РРК регистрируется рассеянное комптоновское излучение N_c . Недостатком способа регистрации потока характеристического рентгеновского излучения анализируемого элемента является зависимость содержания определяемого элемента от состава матрицы горной породы (наполнителя, содержащего анализируемый элемент).

Существенные недостатки способа спектральной интенсивности при анализе горных пород привели к необходимости разработки специальных способов уменьшения влияния на результаты определений состава наполнителя, концентрационного вырождения, плотности среды, геометрических факторов и т. д.

Наиболее универсальным и эффективным способом учета влияния мешающих факторов в РРК явился так называемый способ стандарта-фона, основанный на использовании в качестве внутреннего стандарта рассеянного средой гамма-излучения. Возможность использования рассеянных лучей для уменьшения влияния многих мешающих факторов на результаты РРК основана на однотипности зависимостей N_i и N_c от плотности исследуемой среды, состава наполнителя и геометрических факторов. Введение поправки, учитывающей влияние мешающих факторов, наиболее часто осуществляется способом спектральных отношений (способом стандарта-фона).

Сущность способа стандарта-фона заключается в измерении отношения интенсивности излучения в области энергий, соответствующей энергии аналитической линии определяемого элемента, к интенсивности рассеянного излучения в определенной области вторичного спектра.

Более полное исключение влияния матрицы достигается способом нормирования спектральных отношений $\bar{\eta} = \eta / \eta_0$. Детальные исследования способа нормирования показывают, что наряду с возможностью учета матричного эффекта этот способ позволяет привести к общему эталонировочному графику при разной геометрии измерений, а также уменьшить влияние аппаратурных факторов.

Наиболее благоприятными для учета эффекта матрицы по способу нормирования в РРК являются определения элементов с $Z \sim 70$ в связи с применением источников относительно жестких фотонов и заметным вкладом многократного рассеяния.

С уменьшением энергии излучения источника до 40-50 кэВ использование способа нормирования осложняется. Для учета матрицы при определении элементов с $Z \sim 50$ Мейер В. А. рекомендует двухступенчатое возбуждение, при котором лучи радиоизотопного источника действуют через мишень, изготовленную из элемента, характеристический спектр которого наилучшим образом возбуждает флуоресценцию определяемого элемента [8.4.3].

Особенности количественных определений элементов с $Z \sim 30$

Для определения цинка и меди, а следовательно, и тяжелых элементов по L -серии в связи с малым уровнем фона в области энергий ниже 15 кэВ можно непосредственно пользоваться диаграммами интенсивности характеристического рентгеновского излучения. Длина пробега квантов источника настолько

мала, что интенсивность характеристического излучения в этих условиях пропорциональна суммарной площади вскрытых скважиной рудных зёрен и практически не зависит от состава наполнителя.

В связи с использованием РРК для изучения многокомпонентных руд большое значение имеет разработка методики и датчиков для определения элементов с близкими атомными номерами. Разделение меди и цинка в медноцинковых колчеданах в принципе может быть осуществлено с помощью способа спектральных разностей, селективных фильтров и полупроводниковых детекторов рентгеновского излучения.

Селективные фильтры, которые могут применяться в сочетании с любыми детекторами, изготавливаются из элементов, края поглощения которых лежат вблизи аналитической линии определяемого элемента. Коэффициенты фотопоглощения на K -краях элементов группы железа изменяются более чем в 8 раз, а для элементов средней части периодической таблицы – в 5-6 раз. Поэтому селективный фильтр относительно хорошо пропускает рентгеновское излучение с энергией, несколько меньшей E_K , и сильно ослабляет излучение с энергией, большей E_K .

Для выделения аналитической линии определяемого элемента подбирается пара таких селективных фильтров, один из которых для данной линии является пропускающим, а второй – поглощающим (рис. 8.4.5). Измеряя интенсивности I_1 и I_2 с этими фильтрами, которые предварительно балансируются при энергиях, больших E_{K1} и меньших E_{K2} , по разности отсчетов $\Delta I = I_1 - I_2$ можно выделять излучение в весьма узких энергетических окнах.

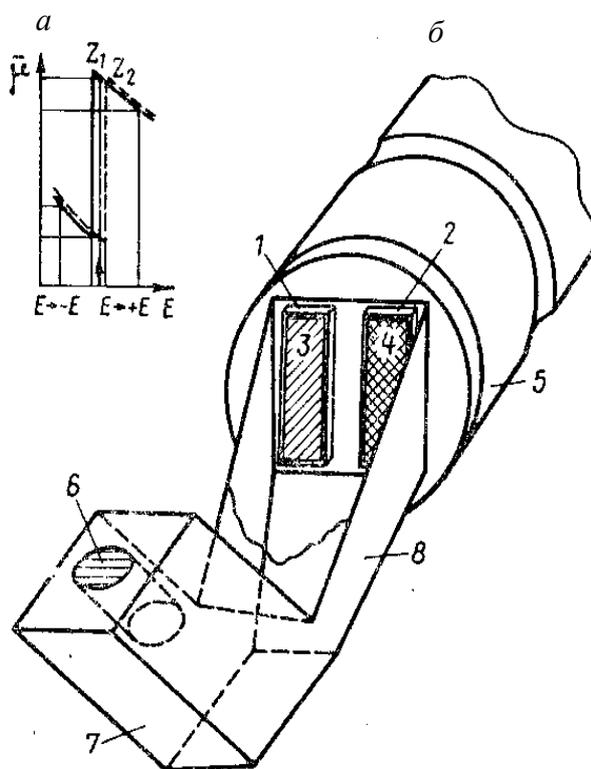


Рис. 8.4.5. Схема устройства зонда РРК с селективными фильтрами [11]:
 а – принцип действия фильтров; б – взаимное расположение конструктивных элементов:
 1, 2 – детекторы; 3, 4 – фильтры; 5 – ФЭУ; 6 – радиоизотопный источник;
 7, 8 – коллиматоры источника и детектора

Опробование медистых песчаников Удокана

В качестве примера использования РРК для опробования многокомпонентных руд рассмотрим опробование медных руд [8.4.6].

Благоприятными предпосылками для постановки РРК на медистых песчаниках (Удоканское месторождение меди) являются: постоянство минерального состава руд в пределах рудных тел, простой элементный состав медистых песчаников, малые вариации плотности и влаги, незначительное количество элементов-помех (цинк – сотые, никель, кобальт – тысячные доли процента), создающих неразрешенные с медью аналитические линии характеристического гамма-излучения.

При проведении работ использовался скважинный прибор СКР-300 и двухканальный рентгенорадиометрический анализатор РРША-I. Характеристическое излучение меди возбуждалось источником кадмий-109. Аппаратура градуировалась в условных единицах с помощью набора эталонных пластинок с известным содержанием меди. Однако физико-геометрические условия измерений в скважинах отличаются от принятых при градуировке. Поэтому результаты РРК с помощью пересчетного коэффициента f_{Cu}^{PPK} приводились к данным кернового опробования. Величина пересчетного коэффициента определялась на эталонном рудном интервале с выходом керна не менее 80 % как отношение линейных запасов анализируемого элемента по керну к линейным запасам по РРК.

Измерения в скважинах выполнялись по методу спектральных отношений (способ стандарта-фона). Обработка диаграмм РРК сводилась к определению площадей аномалий на диаграммах спектральных отношений S , мощностей интервалов h и вычислению средних значений измеряемого параметра $\eta = S / h$. За нулевые значения измеряемого параметра принимались фоновые значения на вмещающих оруденение песчаниках. Средние по интервалу содержания определяемого элемента находились по величине спектрального отношения η с помощью пересчетного коэффициента f^{PPK} по формуле $q = f^{PPK} \eta$.

Наглядное представление о характере и особенностях рентгеновских спектров медистых песчаников можно получить из рис. 8.4.6.

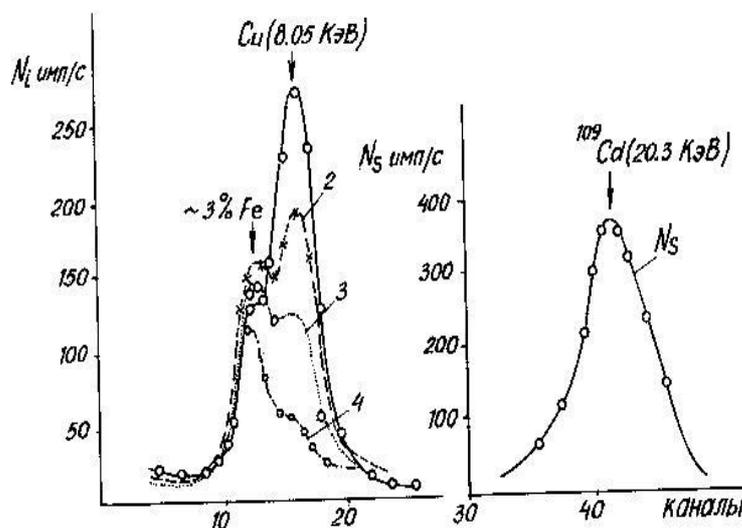


Рис. 8.4.6. Рентгеновские спектры эталонных проб медистых песчаников: 1 – 2,25 % Cu; 2 – 1,65 % Cu; 3 – 0,07 % Cu; 4 – 0,23 % Cu [5]

На рисунке изображены рентгеновские спектры эталонных проб с различным содержанием меди и содержанием железа 3 %. Анализ спектров позволяет выделить области регистрации характеристического излучения железа N_{Fe} (12-14 каналы), меди N_{Cu} (16-18 каналы) и рассеянного излучения источника N_S (37-42 каналы).

Горные породы Удоканского месторождения по величине $Z_{эф}$ четко разделяются на три группы: медистый песчаник ($Z_{эф} = 17,6$), вмещающий кварцитовидный песчаник ($Z_{эф} = 12,4$) и лед в трещинах и на стенках скважин ($Z_{эф} = 7,4$). Скважины пробурены в зоне многолетней мерзлоты. Поэтому их стенки покрыты ледяной коркой. Возможности использования стандарта-фона для учета влияния промежуточной зоны отражены на рис. 8.4.7.

Медь и медистый песчаник характеризуются наибольшим, а лед – наименьшим поглощением рассеянного гамма-излучения. Поэтому участки скважины, покрытые ледяной коркой, должны отличаться максимальными, а руда – минимальными значениями потока N_S .

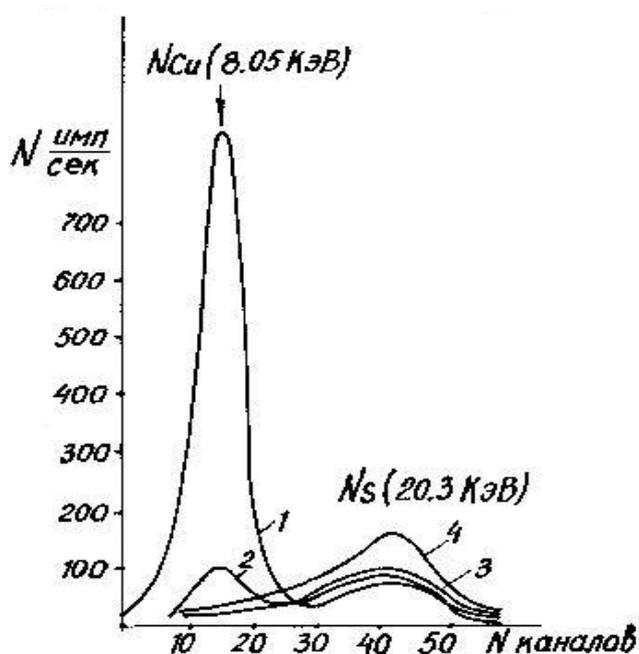


Рис. 8.4.7. Спектральное распределение рассеянного гамма-излучения для меди (1), медистого песчаника (2), вмещающего кварцитовидного песчаника (3) и льда (4) [5]

Особенности рентгенорадиометрического опробования медноколчеданных руд Южного Урала

Рентгенорадиометрическое опробование медноколчеданных руд проводилось на медноколчеданных месторождениях Южного Урала. Однако рентгенорадиометрический анализ таких сложных по химическому составу руд, какими являются руды колчеданного типа, характеризуется определенными трудностями. Например, анализ медноколчеданных руд, содержащих цинк, осложняется наличием близко расположенных линий характеристического излучения меди и цинка ($K_{\alpha 1}$ – линия меди 8,047 кэВ, $K_{\alpha 1}$ – линия цинка 8,638 кэВ). При этом отдельное количественное определение содержаний меди и цинка может быть гарантировано только хорошим энергетическим разрешением аппаратуры.

Между тем используемые в настоящее время пропорциональные счетчики в области 8-9 кэВ имеют разрешение 20-25 %, в то время как относительное расхождение аналитических линий меди и цинка по шкале энергий равно 7,1 %.

Кроме наличия неразрешенных аналитических линий меди и цинка на точность анализа медно-цинковых руд существенное влияние оказывает наличие близко расположенной и плохо разрешенной линии железа ($K_{\alpha 1}$ – линия железа 6,404 кэВ). Железо является одним из самых распространенных элементов колчеданных месторождений. Поэтому интенсивность характеристического излучения железа превосходит интенсивность излучения меди и цинка. Таким образом, при разработке медноколчеданных месторождений, содержащих цинк, возникает вопрос об увеличении точности рентгенорадиометрического определения меди и цинка по их неразрешенным аналитическим линиям.

Типичным представителем руд медноколчеданной формации Южного Урала является Гайское месторождение меди. Промышленное оруденение на Гайском месторождении представлено сплошными и прожилково-вкрапленными колчеданно-медно-цинковыми рудами, сопровождающимися зонами рассеянной сульфидной минерализации. Основную массу сплошных руд составляет пирит, содержание которого достигает 90-95 %. Граница между сплошными и прожилково-вкрапленными рудами проведена условно по содержанию серы 35 % или сульфидов 65 %.

Главными полезными компонентами, определяющими промышленную ценность Гайских сульфидных руд, являются медь, цинк и сера. Максимальное содержание меди в колчеданных рудах – 30 %, серы в серно-колчеданных рудах – 50 %, цинка в медно-цинковых рудах – 10 %. Кадмий содержится во всех сортах руд. В медно-цинковых рудах содержание кадмия коррелирует с содержанием цинка. При подсчете запасов бортовыми считаются содержания меди 0,5 %; цинка – 1 %; серы – 35 %. В медистых прожилково-вкрапленных и медно-цинковых рудах кондиции по сере не установлены.

Особенности методики работ

Работы по рентгенорадиометрическому опробованию медноколчеданных руд проводились на геологических пробах и шламе буровзрывных скважин Гайского горно-обогатительного комбината.

При проведении работ использовался рентгенорадиометрический анализатор РПС4-01 "Гагара". В качестве детектора излучения применялся пропорциональный счетчик СИ-6Р. Для возбуждения характеристического излучения использовался источник кадмий-109.

На рис. 8.4.8 приведены рентгеновские спектры чистых соединений железа, меди и цинка. Пониженную интенсивность аналитической линии железа в соединении FeS_2 , по сравнению с соединением Fe_2O_3 , можно объяснить пониженным содержанием железа и наличием экранирующего влияния серы в соединении FeS_2 .

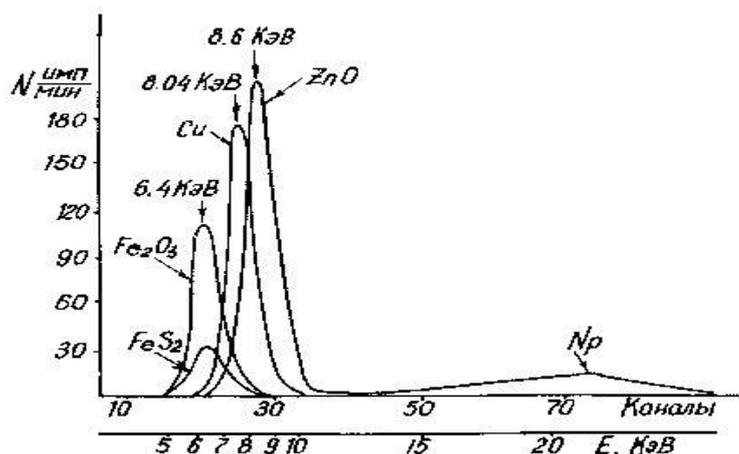


Рис. 8.4.8. Рентгеновские спектры чистых соединений железа, меди и цинка:
 Np – рассеянное излучение Cd^{109}

С целью подавления помех со стороны характеристического излучения железа и усиления разрешающей способности по отношению к аналитическим линиям меди и цинка использовались дифференциальные фильтры. При определении содержания меди наилучшие результаты были достигнуты, когда в качестве пропускающего фильтра использовался никелевый, а поглощающего – железокобальтовый фильтр. Для определения содержания цинка использовались пропускающий медный и поглощающий никелевый фильтры. Балансировка фильтров выполнялась на пиритном концентрате и сводилась к получению одинаковых скоростей счета для каждой пары фильтров во всем диапазоне энергий характеристического излучения при отсутствии определяемого элемента. Пример балансировки фильтров и разностный эффект на чистых соединениях меди и цинка приведен на рис. 8.4.9.

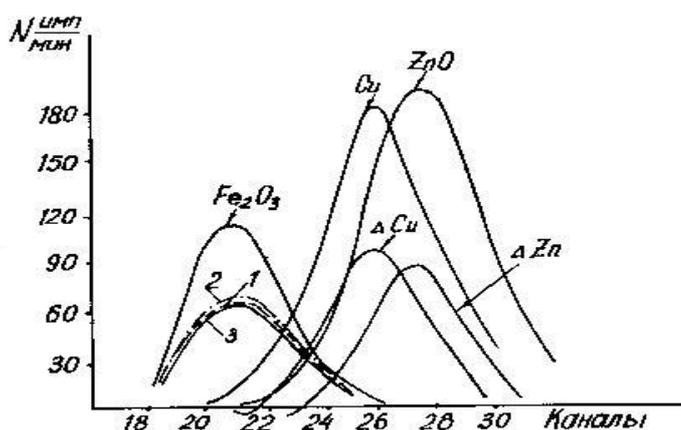


Рис. 8.4.9. Балансировка фильтров и разностный эффект на чистых соединениях меди и цинка: фильтры - железокобальтовый (1), никелевый (2) и медный (3) [11]

Зависимость интенсивности характеристического излучения от концентрации определяемого элемента в общем случае не линейна. Линейность сохраняется лишь при малых содержаниях анализируемого элемента до 2-3 %. Увеличение содержания тяжелых анализируемых элементов приводит к изменению абсорбционных свойств по отношению к первичному и характеристическому

излучению. В результате градуировочная зависимость на высоких содержаниях выполаживается. Для учета абсорбционных свойств исследуемых геологических проб использовался метод стандарта-фона. С этой целью разность скоростей счета с пропускающим и поглощающим фильтрами нормировалась к скорости счета рассеянного гамма-излучения.

Определение содержания меди и цинка по их неразрешенным аналитическим линиям

Для количественного рентгенорадиометрического анализа продуктов переработки обогатительной фабрики Гайского горно-обогатительного комбината использовались эталонировочные графики зависимости измеряемого параметра от содержания элемента, построенные по данным измерений на пробах с известным содержанием определяемых элементов [8.4.6]. В продуктах переработки медноколчеданных руд в любой точке технологической линии содержание меди и цинка изменяется в небольших пределах, т. е. содержание мешающего элемента приблизительно постоянно. Пределы изменения содержаний для данной точки технологической линии известны заранее. Указанное обстоятельство делает возможным использование эталонировочных графиков для определения содержания меди и цинка в каждом продукте в отдельности. Построенные для каждой точки технологической линии и каждого продукта в отдельности эталонировочные графики позволили получить достаточную для практических целей точность определения содержания всех главных компонентов в продуктах переработки на фабрике комбината.

Формальный перенос указанной методики на геологические пробы невозможен по той причине, что содержание меди и цинка меняется в широких пределах и заранее неизвестно, к какому классу содержаний можно отнести исследуемую пробу. При этом точность отдельного определения меди и цинка ухудшается. С учетом сказанного, эталонировочные графики были использованы только для определения содержания серы по железу (8.5.10, а), а для определения содержаний меди и цинка использовалась специальная номограмма (рис. 8.4.10, б).

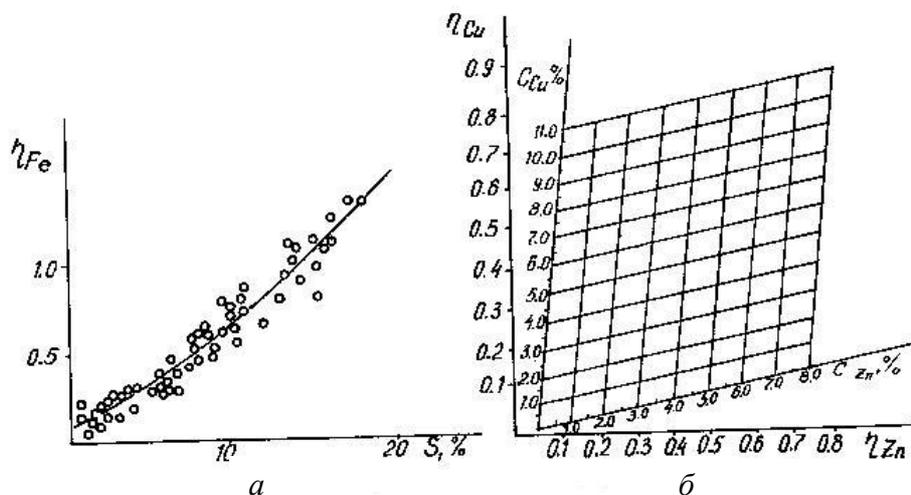


Рис. 8.4.10. Эталонировочный график (а) для рентгенорадиометрического определения содержания серы по корреляционной связи с железом и номограмма (б) для одновременного рентгенорадиометрического определения содержания меди и цинка

Для построения номограммы были определены спектральные отношения η_{Cu} и η_{Zn} , соответствующие разным содержаниям меди и цинка. Затем на прямоугольную сетку с осями η_{Cu} и η_{Zn} наносились точки с соответствующими содержаниями меди и цинка. Построение диаграммы заканчивалось после соединения точек с равными содержаниями меди Cu и цинка Zn .

Наглядное представление о характере рентгеновских спектров медноколчеданных руд Южного Урала можно получить из рис. 8.4.11, на котором показаны типичные спектры коллективных геологических (*a*) и шламовых (*б*) проб, содержащих железо, медь и цинк. Спектры сняты в открытом окне (1) и с дифференциальными фильтрами: железокобальтовым (2), никелевым (3) и медным (4). Сбалансированные фильтры практически полностью устраняют влияние железа на результаты определения содержания меди и цинка. Скорость счета в области аналитической линии железа остается постоянной для всех фильтров. В то же время характеристическое излучение меди и цинка по-разному взаимодействует с веществом фильтров. В результате достигается высокая чувствительность к определению содержания меди и цинка. Рисунок показывает также выбор энергетических интервалов регистрации характеристического излучения железа N_{Fe} , меди N_{Cu} , цинка N_{Zn} и рассеянного гамма-излучения источника N_p . Указанные энергетические области регистрации подчеркнуты.

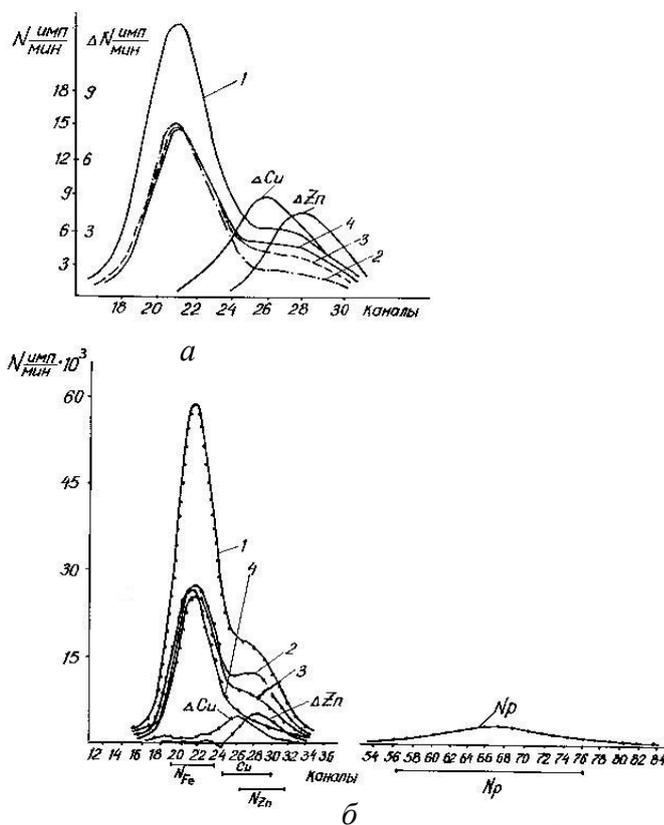


Рис. 8.4.11. Рентгеновские спектры коллективной геологической (*a*) и шламовой (*б*) проб без фильтра (1) и с дифференциальными фильтрами: медным (2), никелевым (3) и железо-кобальтовым (4):

ΔCu , ΔZn – разность скоростей счета с фильтрами 2, 3 и 3, 4; N_{Fe} , N_{Cu} , N_{Zn} , N_p – энергетические интервалы регистрации характеристического излучения железа, меди, цинка и рассеянного первичного гамма-излучения кадмия-109. Содержание элементов в геологической пробе, %:

$Cu - 1,75$, $Zn - 1,74$; $S - 38,6$

Результаты исследований свидетельствуют о том, что рентгенорадиометрический метод экспресс-анализа геологических проб и шлама буровзрывных скважин можно с успехом использовать при разведке и опробовании медноколчеданных руд Гая. Порог чувствительности метода по правилу 2σ составляет: для геологических проб 0,22 абс % по меди и цинку, для шламовых проб – 0,48 абс % – по меди и 0,32 абс % – по цинку. Порог чувствительности при определении содержания серы составляет 4,66 абс % при анализе необработанного сырого шлама и 2,82 абс % при анализе шлама, дробленного до 200 меш. Достигнутая точность позволяет использовать рентгенорадиометрический метод для оперативного контроля за качеством медноколчеданных руд в процессе добычи.

8.5. Гамма-нейтронный каротаж (ГНК)

8.5.1. Геологические предпосылки гамма-нейтронного каротажа на бериллий

Гамма-нейтронный каротаж (ГНК) основан на явлении ядерного фотоэффекта, т. е. на расщеплении ядер элементов под действием жестких гамма-квантов по реакции (γ, n) . Самым низким порогом реакции (γ, n) характеризуется бериллий, на ядрах которого эта реакция осуществима с радиоизотопным источником Sb^{124} : ${}_4\text{Be}^9 + \gamma = {}_4\text{Be}^8 + n - 1,67 \text{ МэВ}$.

Бериллий относится к наиболее дефицитным элементам: как в виде металла, так и в виде соединений он широко используется промышленностью и наукой. Кларк бериллия в земной коре равен 0,0006 %, месторождения могут считаться промышленными, если содержания бериллия составляют несколько сотых долей процента.

Природные концентрации бериллия обычно сопровождаются повышенными содержаниями целого ряда редких элементов. Каждый тип бериллиевых месторождений характеризуется специфической ассоциацией редких элементов, обусловленной парагенезисом минералов бериллия (берилл, фенакит, берtrandит и т. п.) с молибденитом, вольфрамитом, касситеритом, колумбитом, литий- и цезийсодержащими слюдами и др. Для пегматитов характерна ассоциация Be с Li, Rb, Cs, Nb, Ta, Sc, U, Th, Zr, Hf, редкоземельными элементами. В скарнах проявляется связь Be с Mo, W, Zn, Си, РЬ; в грейзенах с W и Sn. Таким образом, бериллиевые руды являются ценным комплексным сырьём.

Изучение особенностей строения ядра ${}_4\text{Be}^9$ и взаимодействия его с гамма-излучением привело к созданию прямого метода поиска и разведки месторождений бериллия. Этот метод получил название фотонейтронного (ФНК), или гамма-нейтронного (ГНК); по чувствительности, избирательности и экспрессности он не имеет равных среди других методов количественного определения бериллия как в лабораторных условиях, так и при использовании в условиях естественного залегания. Современные фотонейтронные установки, включая полевые приборы, позволяют фиксировать кларковые концентрации бериллия в горных породах.

8.5.2. Физические предпосылки гамма-нейтронного каротажа

Методика определения бериллия по ГНК предложена в 1958 г. (И. П. Кошелев, О. В. Шишакин и др.).

Бериллий является моноизотопом, т. е. во всех природных соединениях его атомы содержат только ядра ${}^9\text{Be}$. В строении ядра ${}^9\text{Be}$ есть важная особенность: один из нейтронов сравнительно слабо связан с остальными нуклонами. Для отделения этого нейтрона требуется энергия 1,67 МэВ (пороговая энергия). В результате воздействия гамма-квантов с энергией выше пороговой ядра ${}^9\text{Be}$ будут расщепляться, испуская нейтроны. Облучение бериллия гамма-квантами вызывает реакцию (γ, n) , называемую фотонейтронной реакцией, или ядерным фотоэффектом. Поэтому другое название метода ГНК – фотонейтронный каротаж (ФНК), а нейтроны, возникающие в результате фотонейтронной реакции, называются фотонейтронами.

Вследствие небольшой величины энергии связи нейтрона в ядре бериллия реакция ${}^9\text{Be}(\gamma, n){}^8\text{Be}$ может быть осуществлена гамма-квантами, испускаемыми при распаде радиоактивных изотопов. Удобным гамма-излучателем является изотоп сурьмы ${}_{51}\text{Sb}^{124}$, который в больших количествах получают в ядерных реакторах. Распад изотопа ${}_{51}\text{Sb}^{124}$ сопровождается излучением нескольких групп гамма-лучей, среди которых наиболее интенсивная обладает энергией 1,69 МэВ (на каждые 100 распадов приходится 50 квантов с этой энергией).

На рис. 8.5.1 приведена зависимость сечения реакции ${}^9\text{Be}(\gamma, n){}^8\text{Be}$ для изотопа ${}_{51}\text{Sb}^{124}$. Из рисунка видно, что сечение фотонейтронной реакции резко возрастает после того, как энергия падающего излучения превысит пороговую величину. Поэтому, несмотря на то, что энергия гамма-излучения ${}_{51}\text{Sb}^{124}$ превышает пороговую энергию всего на 0,02 МэВ, выход фотонейтронной реакции значителен.

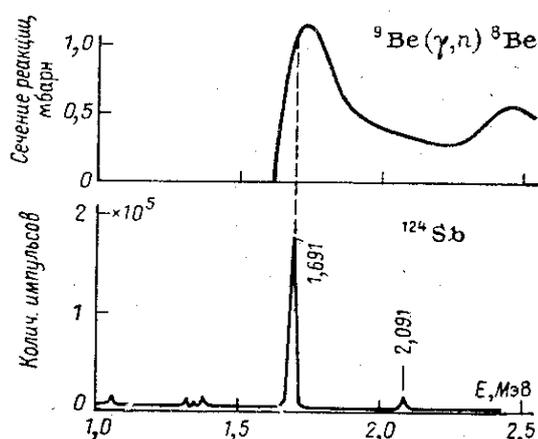


Рис. 8.5.1. Зависимость сечения реакции ${}^9\text{Be}(\gamma, n){}^8\text{Be}$ для изотопа ${}_{51}\text{Sb}^{124}$

В результате фоторасщепления бериллия испускаются нейтроны, энергия которых равна примерно 0,02 МэВ. Нейтроны с такой энергией называют промежуточными, их легче регистрировать, чем быстрые нейтроны. Излучение нейтронов изотропно, т. е. вылет нейтронов под любым углом равновероятен. Количество образующихся нейтронов прямо пропорционально плотности потока гамма-квантов и содержанию бериллия в облучаемом веществе. На этом и основан фотонейтронный метод измерения концентраций бериллия.

Характерной чертой метода ГНК является его высокая избирательность. Из стабильных ядер только два: ${}^9_4\text{Be}$ и ядро тяжелого водорода ${}^2_1\text{H}$ – имеют низкие пороги реакции (γ , n). Во всех остальных ядрах нейтроны связаны значительно сильнее, пороги фотонейтронной реакции заключены в интервале 4-20 МэВ. Для фоторасщепления дейтерия нужны гамма-кванты с энергией, превышающей энергию связи ядра ${}^2_1\text{H}$, которая равна 2,23 МэВ. Таким образом, излучение изотопа ${}^{124}_{51}\text{Sb}$ способно вызвать единственную фотоядерную реакцию – на бериллии.

Для регистрации нейтронов обычно используется реакция ${}^{10}_4\text{Be}(n, \alpha){}^7_3\text{Li}$. Измеряется суммарный импульс, формируемый α -частицей и ядром ${}^7_3\text{Li}$. Эта реакция экзотермична, она идет даже при небольших энергиях нейтронов. Могут применяться газовые или сцинтилляционные детекторы нейтронов. Газовые счетчики наполнены газом BF_3 или покрыты изнутри твердым борсодержащим веществом. Как газ, так и твердое покрытие могут быть обогащены изотопом ${}^{10}_4\text{Be}$ (до 80-90 %). Сцинтилляционные детекторы типа Т-1 и Т-2 представляют собой смесь сухой борной кислоты и люминофора, которым служит сернистый цинк.

Активность изотопа ${}^{124}_{51}\text{Sb}$ в современных бериллометрах достигает нескольких десятков милликюри, причем источник гамма-лучей и нейтронный детектор расположены близко друг к другу, поэтому количество рассеянных квантов, попадающих в детектор, всегда велико. Пропорциональные и сцинтилляционные детекторы, использующие реакцию (n, α) на изотопе ${}^{10}_4\text{Be}$, позволяют регистрировать отдельные нейтроны в условиях интенсивного фона от рассеянного гамма-излучения. Этим обусловлена чувствительность метода, которая повышается с увеличением активности гамма-излучателя.

Недостатком источника ${}^{124}_{51}\text{Sb}$ является сравнительно небольшой период полураспада (60 дней). Однако в связи с невысокой стоимостью радиоактивного изотопа ${}^{124}_{51}\text{Sb}$ периодическая замена источника не представляет серьезного затруднения.

При регистрации фотонейтронов можно измерять быстрые фотонейтроны с энергией 0,02 МэВ (назовем их надтепловыми) и тепловые. В соответствии с методикой регистрации фотонейтронов будем различать ГНК-НТ при регистрации фотонейтронов с энергией 0,02 МэВ (в отличие от тепловых) и ГНК-Т при регистрации тепловых фотонейтронов.

8.5.3. Аппаратура гамма-нейтронного каротажа [11]

Схема проведения гамма-нейтронного каротажа показана на рис. 8.5.2.

Детектор нейтронов отделен от источника вольфрамовым или свинцовым экраном, защищающим его от жестких гамма-лучей. Длина зонда в ГНК обычно устанавливается в пределах 7-12 см.

Узлы электронной схемы устройства для ГНК такие же, как в интегральной аппаратуре ГК и ГГК, но в специализированных приборах, предназначенных только для гамма-нейтронного каротажа, с целью облегчения передачи импульсов по кабелю дискриминатор и нормализатор импульсов располагаются не в наземном пульте, а в скважинном снаряде.

Характерной особенностью ГНК является необходимость регистрации слабых потоков нейтронов при наличии интенсивного гамма-излучения, рассеянного в исследуемой породе. Высокая эффективность регистрации нейтронов и наибольшая чувствительность аппаратуры в этих условиях достигается за счет применения детекторов нейтронов с низкой чувствительностью к гамма-лучам, уменьшения расстояния между блоком детектирования и поверхностью исследуемой среды и максимально возможного увеличения активности применяемого источника.

Наиболее удобны в полевой и каротажной фотонейтронной аппаратуре сцинтилляционные детекторы, выполненные на основе сернистого цинка и борной кислоты, обогащенной до 80-90 % бором-10 (светосостав Т-2). Составной частью детектора является замедлитель, в качестве которого обычно используется плексиглас. Замедлитель уменьшает энергию нейтронов до величин, наиболее благоприятных для регистрации, и одновременно служит светопроводом сцинтилляций от детектирующего слоя к фотоумножителю.

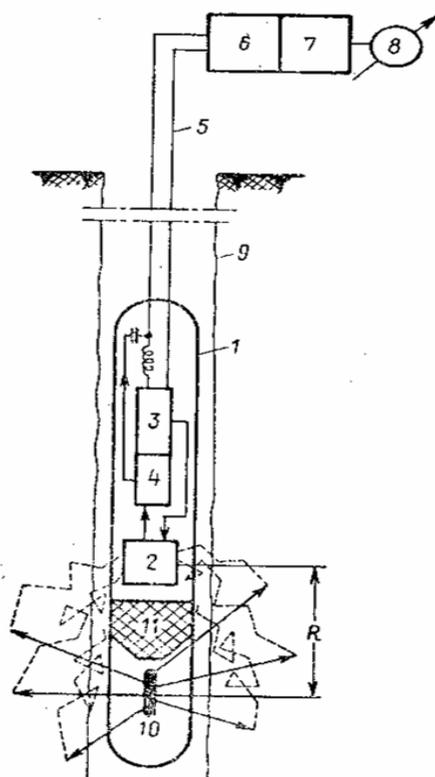


Рис. 8.5.2. Схема проведения ГНК:

1 – скважинный прибор; 2 – детектор; 3 – высоковольтный источник питания детектора; 4 – усилитель; 5 – кабель; 6 – амплитудный анализатор импульсов; 7 – измеритель скорости счета импульсов; 8 – регистрирующий прибор; 9 – скважина; 10 – радиоизотопный источник гамма-лучей; 11 – экран [11]

Уменьшение расстояния между источником и детектором ограничивается необходимостью экранирования детектора от воздействия прямого гамма-излучения источника. Оптимальная толщина свинцового экрана, расположенного между детектором и источником, находится в пределах 4-5 см. Замена свинца вольфрамом позволяет снизить толщину экрана до 2-3 см.

Повышение активности источников приводит к ухудшению условий техники безопасности. Поэтому в полевой аппаратуре активность источников не превышает 5-10 мкюри. В каротажных бериллометрах используются источники активности до 100 мкюри.

Основной особенностью регистрирующей части аппаратуры является дискриминатор с регулируемым порогом срабатывания, предназначенный для выделения нейтронных импульсов на фоне многочисленных, но меньших по амплитуде импульсов гамма-квантов, поступающих с детектора. В каротажных бериллометрах дискриминатор размещается непосредственно в скважинном приборе и управляется регулятором, расположенном в наземном пульте. Все элементы, находящиеся перед дискриминатором и сам дискриминатор должны иметь весьма высокую стабильность, поскольку детектор нейтронов не имеет «плато».

Выпускаются приборы ГНК-1 (диаметром 60 и 48 мм) и ГНК-2 (диаметром 38 мм). Детекторы в них представляют собой полые цилиндры со светосоставом, нанесенным на внутреннюю поверхность. Внутри такого цилиндра располагается вкладыш из плексигласа, выполняющий роль замедлителя нейтронов и светопровода. Размер зонда в приборе ГНК-1 – 13,5 см, свинцовый экран имеет толщину 5 см. Прибор диаметром 60 мм в заполненных водой скважинах диаметром 115 мм имеет чувствительность не менее 15 имп/мин на 0,01 % BeO для источника активностью $2,2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$. Этим прибором можно исследовать скважины на скоростях до 250 - 300 м/ч.

В комплекте прибора ГНК-1 имеется цилиндрическое эталонировочное устройство диаметром 30 см и высотой 40 см. В центральную его часть помещена окись бериллия. Остальное пространство заполнено парафином. Внутренний цилиндр в таком приборе можно делать из бериллиевой бронзы и оставлять воздушный зазор между прибором и материалом эталонирующего устройства приблизительно 2 - 3 см. Для получения нескольких значений скоростей счета в этот зазор можно вводить дополнительные цилиндры или полуцилиндры из бериллиевой бронзы.

В каротажных приборах ГНК реализуется в 4л-геометрии. В наиболее совершенном варианте аппаратуры, предназначенном для исследования скважин малого диаметра (прибор ГНК-2), длина зонда уменьшена до 75 мм. Уменьшение длины зонда за счет применения вольфрамового экрана толщиной 17 мм и источника, близкого к точечному (25 мм), позволило существенно повысить чувствительность аппаратуры ГНК-2 при детекторе значительно меньших размеров, чем в приборе ГНК-1.

8.5.4. Теоретические предпосылки гамма-нейтронного каротажа

Пусть исследуемый пласт содержит ядра бериллия. В результате фоторасщепления ядер бериллия испускаются нейтроны. Регистрируя наведенное первичными гамма-квантами излучение фотонейтронов, можно определять содержание бериллия в среде и свойства продуктивного Be-содержащего пласта. Наличие ядер бериллия в среде будем называть оруденением.

Для оценки пространственного распределения фотонейтронов, наведенного точечным источником гамма-квантов радионуклида ${}_{51}\text{Sb}^{124}$ в однородной бесконечной среде с равномерным оруденением, необходимо знать закономерности переноса первичных гамма-квантов точечного источника.

Пространственное распределение потока первичного гамма-излучения радионуклида Sb-124 в бесконечной однородной среде без учета влияния скважины

В цилиндрической системе координат поток первичных гамма-квантов сурьмяно-бериллиевого источника обозначим $\Phi_\gamma(r, z)$. В диффузионном приближении выражение, характеризующее пространственное распределение потока гамма-излучения точечного источника $\Phi_\gamma(r, z)$ в однородной бесконечной среде, имеет вид:

$$\Phi_\gamma(r, z) = \frac{Q}{4\pi D_\gamma} \frac{e^{-\nu_\gamma \sqrt{r^2 + z^2}}}{\sqrt{r^2 + z^2}}.$$

На рис. 8.5.3 приведена зависимость потока гамма-излучения радионуклида Sb-124 от длины зонда z см.

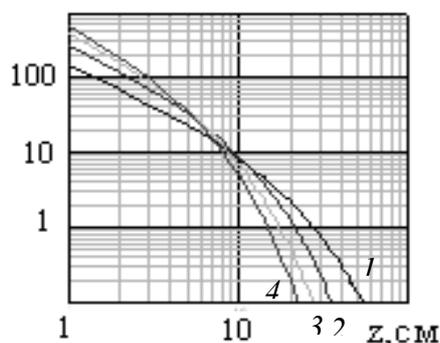


Рис. 8.5.3. Пространственное распределение потока гамма-излучения радионуклида Sb-124 в бесконечной однородной Be-содержащей среде в зависимости от плотности среды: $\rho = 1$ г/см³ (1); $\rho = 2$ г/см³ (2); $\rho = 3$ г/см³ (3); $\rho = 4$ г/см³ (4)

Источниками фотонейтронов являются ядра бериллия ${}^9_4\text{Be}$, которые под действием гамма-излучения источника ${}_{51}\text{Sb}^{124}$ испускают фотонейтроны по реакции ${}^9_4\text{Be}(\gamma, n){}_4\text{Be}^8$.

Пространственное распределение потока бериллиевых фотонейтронов в однородной бесконечной среде без учета влияния скважины

Гамма-кванты радионуклида ${}_{51}\text{Sb}^{124}$ не успевают рассеяться при замедлении от начальной энергии 1,69 МэВ до пороговой энергии 1,67 МэВ, при которой начинается фоторасщепление ядер бериллия. При этом нужно иметь в виду, что рассеянные кванты не возбуждают реакцию на бериллий и относятся к вышедшим из потока. Первичные кванты изотопа ${}_{51}\text{Sb}^{124}$ двигаются по лучам. В этом случае хорошие результаты позволяет получить лучевое приближение теории переноса первичных гамма-квантов радионуклида ${}_{51}\text{Sb}^{124}$.

Учитывая симметрию задачи по углу φ , проинтегрируем (8.5.3) в сферической системе координат. В результате получаем выражение для пространственного распределения потока фотонейтронов в однородной бесконечной Ве-содержащей среде в виде:

$$\Phi(r) = \frac{Qk_{\gamma n} \prod_{m=1}^i \chi_m^2}{8\pi} \sum_{m=1}^i \frac{1}{\prod_{m \neq i} (\chi_i^2 - \chi_m^2)^0} \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^\infty \frac{e^{-\chi_m r' - \mu R}}{R^2} r' dr',$$

где $k_{\gamma n}$ – коэффициент преобразования первичных гамма-квантов в фотонейтроны по (γ, n) -реакции фоторасщепления ядер бериллия.

Вопросы ГНК при использовании первичного нерассеянного гамма-излучения рассмотрим на примере Ве-содержащего пласта конечной мощности.

Сформулируем задачу следующим образом. В бесконечной однородной по отношению к переносу нейтронного и гамма-излучения среде расположен неограниченный по простиранию пласт конечной мощности $2h$, содержащий равномерно распределенные ядра бериллия, которые под воздействием гамма-излучения радионуклида сурьмы-124, расположенного в центре пласта, образуют фотонейтроны. Фотонейтроны регистрируется в той же точке или рядом с точечным источником гамма-квантов. Требуется найти поток фотонейтронов в центре пласта или рядом с центром (нулевой зонд).

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) , начало которой совместим с центром пласта, а ось z направим нормально к его поверхности. Поток бериллиевых фотонейтронов $d\Phi$ в центре пласта от элементарного объема dv (рис. 8.5.5) имеет вид:

$$d\Phi = \mu_{\gamma n} \Sigma_{\gamma n} n(R) i(R) dv, \quad (8.5.4)$$

где $n(R)$ – поток фотонейтронов на расстоянии R от источника, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$; $i(R)$ – функция, описывающая ослабление гамма-излучения изотопа сурьмы-124; $\Sigma_{\gamma n}$ – макросечение (γ, n) -реакции, в результате которой образуются фотонейтроны; $\mu_{\gamma n}$ – выход фотонейтронов на акт (γ, n) -реакции; $dv = r dr d\varphi dz$ – элементарный объем в цилиндрической системе координат.

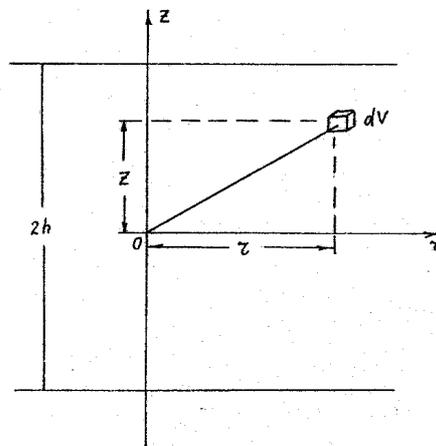


Рис. 8.5.5. Иллюстрация к расчету потока фотонейтронов в центре Ве-содержащего пласта конечной мощности

Полный поток фотонейтронов находится интегрированием (8.5.4) по объему пласта, содержащего бериллий:

$$\Phi(h) = \mu_{\gamma n} \Sigma_{\gamma n} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-h}^{+h} dz \int_0^{\infty} n(R) i(R) r dr. \quad (8.5.5)$$

В качестве функции $i(R)$ используем выражение (8.5.2), учитывающее ослабление нерассеянных квантов, а в качестве функции $n(R)$ выражение, полученное С. А. Кантором для тепловых фотонейтронов:

$$n(R) = \frac{Q}{8\pi L_S^3 \Sigma_a} e^{-R\chi}, \quad (8.5.6)$$

где L_S и χ – длина замедления и обратная длина замедления быстрых нейтронов.

Подставляя (8.5.2) и (8.5.6) в (8.5.5) и выполняя интегрирование по φ , получим:

$$\Phi(h) = B \int_{-h}^{+h} dz \int_0^{\infty} \frac{e^{-(\mu+\chi)R}}{R^2} r dr, \quad (8.5.7)$$

где $B = \frac{Q k_{\gamma n}}{8\pi L_S^3}$; $k_{\gamma n}$ – коэффициент преобразования первичных гамма-квантов в фотонейтроны по (γ, n) реакции на ядрах бериллия.

Для вычисления интеграла по r введем новую переменную $t = \sqrt{r^2 + z^2}$, тогда

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-(\mu+\chi)R}}{R^2} r dr = \int_z^{\infty} \frac{e^{-(\mu+\chi)t}}{t} dt = E_1(\varphi z), \quad (8.5.8)$$

где $E_1(\varphi) = \int_{\varphi}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$ – интегральная показательная функция, $\varphi = \mu + \chi$.

Учитывая далее симметрию задачи относительно плоскости $z = 0$, выполним интегрирование по z . В результате находим выражение для потока фотонейтронов в центре пласта мощностью $2h$:

$$\Phi(h) = B \int_{-h}^{+h} E_1(\varphi z) dz = 2B \int_0^h E_1(\varphi z) dz = \frac{2B}{\varphi} [1 - \Phi(\varphi h)], \quad (8.5.9)$$

где $\Phi(x) = \int_x^{\infty} E_1(x) dx$; $\Phi(x)$ – экспоненциальный интеграл второго порядка, который часто называют функцией Кинга:

$$\Phi(x) = E_2(x) = \int_x^{\infty} E_1(x) dx = \exp(-x) + x E_1(-x).$$

Устремляя в выражении (8.5.9) $h \rightarrow \infty$, находим величину потока фотонейтронов в бесконечной однородной среде с равномерным содержанием бериллия:

$$\Phi_{\infty} = \frac{2B}{\varphi}. \quad (8.5.10)$$

Из соображений симметрии ясно, что поток наведенного гамма-излучения в центре пласта достигает своего максимального значения, поэтому можно переписать:

$$\Phi_{\max}(h) = \Phi_{\infty} [1 - \Phi(\varphi h)],$$

где h – полумощность пласта.

Для расчета потока фотонейтронов в других точках по оси скважины можно воспользоваться принципом аддитивности нейтронного и гамма-излучения. Согласно принципу аддитивности, поток фотонейтронов от пласта мощностью $2h$ с постоянным содержанием определяемого элемента на расстоянии z от его середины определяется так же, как в гамма-каротаже, выражением (6.2.16):

$$\Phi(z, h) = \frac{\Phi_{\infty}}{2} \begin{cases} f[2(h+z)] + f[2(h-z)], & z \leq h; \\ f[2(z+h)] - f[2(z-h)], & z \geq h, \end{cases}$$

где $f(x)$ – функция насыщения пласта по наведенному гамма-излучению, которая определяется соотношением $f(x) = \frac{\Phi_{\max}(x)}{\Phi_{\infty}}$, где $\Phi_{\max}(x)$ – поток наведенного гамма-излучения в центре пласта мощностью $2h$.

Используя понятие функции насыщения пласта по фотонейтронам, найдем распределение потока фотонейтронов на оси скважины в виде:

$$\Phi(z, h) = \frac{\Phi_{\infty}}{2} \begin{cases} 2 - \Phi[2\varphi(h+z)] - \Phi[2\varphi(h-z)], & z \leq h \\ \Phi[2\varphi(z-h)] - \Phi[2\varphi(z+h)], & z \geq h. \end{cases}$$

Отметим, что последнее выражение по структуре соответствует аналогичной формуле, полученной при расчете потока естественного гамма-излучения для пласта конечной мощности. Отличие состоит лишь в необходимости учета параметров переноса не только первичного гамма-излучения, но и фотонейтронов.

Особенности переноса фотонейтронов в квазиоднородной среде с плоскопараллельными границами раздела (контакт, пласт) исследованы расчетным методом. При расчетах использовано предположение о том, что первичные гамма-кванты двигаются по лучам.

Конфигурация кривых ГНК над пластами различной мощности с постоянным содержанием бериллия изображена на рис. 8.5.6. Из рисунка видно, что для рудных тел с резкими границами поток фотонейтронов за пределами рудного тела быстро падает. Насыщение рудных тел по фотонейтронам наступает при мощности рудных тел более 10-15 см. Величина потока фотонейтронов на границе насыщенного пласта равна половине максимального потока в его центре.

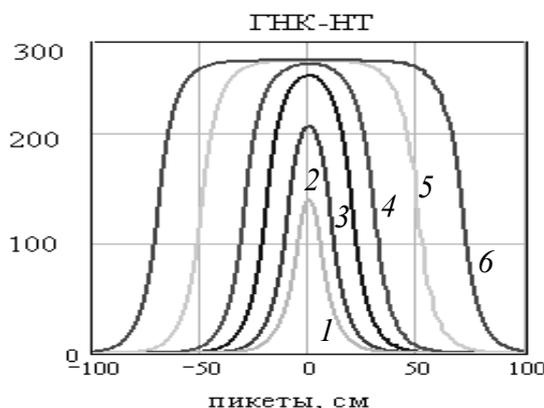


Рис. 8.5.6. Расчетные кривые ГНК-НТ над пластами различной мощности: полумощность пласта $h = 5$ см (1); $h = 10$ см (2); $h = 20$ см (3); $h = 30$ см (4); $h = 50$ см (5); $h = 70$ см (6)

На конфигурацию кривых ГНК влияет изменение плотности горных пород, влажности и вещественного состава руд. На рис. 8.5.7 приведены расчетные значения функции насыщения продуктивного пласта по быстрым фотонейтронам (ГНК-НТ). Изменение плотности среды можно учесть введением массовых единиц длины ρz , г/см².

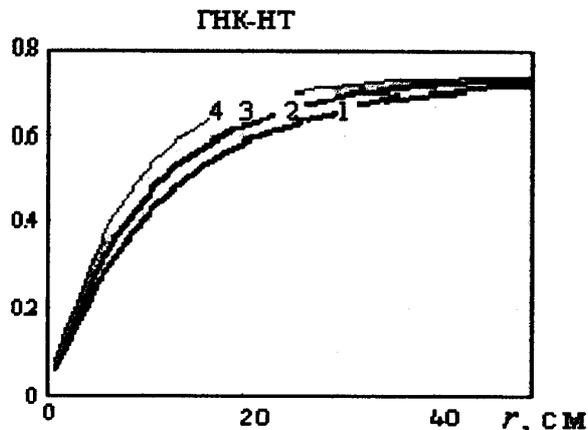


Рис. 8.5.7. Расчетные значения функции насыщения пласта по быстрым фотонейтронам ГНК-НТ в зависимости от мощности пласта h , см: плотность среды: $\rho = 1,5$ г/см³ (1); $\rho = 2$ г/см³ (2); $\rho = 2,5$ г/см³ (3); $\rho = 3$ г/см³ (4)

Учет влияния скважины на результаты ГНК

Для оценки влияния скважины воспользуемся предположением о диффузионном переносе бериллиевых фотонейтронов в системе скважина-пласт. Сформулируем задачу следующим образом. Заданы две среды, разделенные круговой цилиндрической границей раздела радиусом $r = r_0$. Внутренняя среда соответствует скважине, внешняя среда ($r \geq r_0$) представляет собой пласт с произвольным одномерным оруденением $q = q(z')$. Скважина пересекает пласт нормально к оруденению. Ось скважины совпадает с осью симметрии рассматриваемой гетерогенной системы и с осью z цилиндрической системы координат (r, z, φ) . Предполагается, что оруденение не влияет на свойства исследуемого рудного пласта по отношению к переносу нейтронного и гамма-излучения, т. е. замедляющие и поглощающие свойства рудных и вмещающих пород одинаковы. Требуется найти распределение потока наведенного гамма-излучения в скважине.

В качестве инструмента исследований воспользуемся предположением о диффузионном характере переноса бериллиевых фотонейтронов. Математически задача о распределении фотонейтронов в скважине сводится к решению системы уравнений диффузии относительно потока фотонейтронов $\Phi(r, z)$ при соответствующих граничных условиях и условиях сопряжения на границе раздела $r = r_0$:

$$\Delta \Phi_c(r, z) - \alpha_c^2 \Phi_c(r, z) = 0; \quad (8.5.11)$$

$$\Delta \Phi_r(r, z) - \alpha_r^2 \Phi_r(r, z) = -k_{\gamma n} \alpha_r^2 q(z), \quad (8.5.12)$$

где c, r — индексы, соответствующие скважине и пласту; $\Phi_c(r, z)$ — поток фотонейтронов, наведенных первичными гамма-квантами; α_c, α_r — параметры переноса смешанного потока нейтронного и гамма-излучения в скважине и пласте;

D_c, D_r – коэффициенты диффузии фотонейтронов в скважине и пласте; $k_{\gamma n}$ – коэффициент преобразования первичных гамма-квантов в фотонейтроны на ядрах бериллия; Δ – оператор Лапласа.

Решение задачи (8.5.11)-(8.5.12) получаем методом функции Грина, которая представляет собой функцию влияния плоского источника, заданного в виде дельта-функции $q(z) = \delta(z')$. С помощью функции Грина решение задачи можно записать в виде:

$$\Phi_k(r, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(z') G_k(r, z - z') dz', \quad (8.5.13)$$

где $G_k(r, z - z')$ – функция Грина для рассматриваемой задачи; k – индекс среды, соответствующий скважине $k = c$ и пласту $k = r$.

Решение задачи ГНК для плоского источника первичного гамма-излучения получаем применением преобразования Фурье с последующим применением обратного преобразования. Выполняя интегральные преобразования, получаем следующее интегральное представление для функции Грина:

$$G_k(r, z - z') = \frac{1}{\pi_0} \int_0^{\infty} \Phi_k(r, k) \cos k(z - z') dk, \quad (8.5.14)$$

где $\Phi_k(r, k)$ – интегральные преобразования Фурье для потока фотонейтронов в системе скважина – пласт.

После завершения интегральных преобразований функция Грина для условий скважины принимает вид:

$$G_c(r, z - z') = \frac{k_{\gamma n} \Phi_c(r, 0)}{2} \alpha_r e^{-\alpha_r(z - z')},$$

где $\Phi_c(r, 0)$ – функция влияния скважины,

$$\Phi_c(r, 0) = \frac{D_r \alpha_r K_1(\alpha_r r_0) I_0(\alpha_c r_0)}{D_r \alpha_r I_0(\alpha_c r_0) K_1(\alpha_r r_0) + D_c \alpha_c K_0(\alpha_r r_0) I_1(\alpha_c r_0)}; \quad \alpha_k^2 = \left(\frac{1}{L_s} + \frac{1}{L} \right)^2.$$

Переход от функции Грина к потоку нейтронов осуществляется по формуле (8.5.13).

Пространственное распределение фотонейтронов, наведенных первичными гамма-квантами радионуклида $^{124}_{51}\text{Sb}$ в силикатной среде, исследовано расчетным методом. Результаты расчета приведены на рис. 8.5.8 для быстрых фотонейтронов и рис. 8.5.9 для тепловых фотонейтронов.

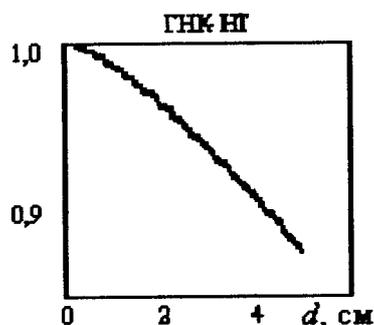


Рис. 8.5.8. Зависимость потока быстрых фотонейтронов ГНК-НТ, наведенных гамма-квантами радионуклида сурьмы-124, от толщины слоя воды d , см, в обводненной скважине: плотность пласта – $2,5 \text{ г/см}^3$

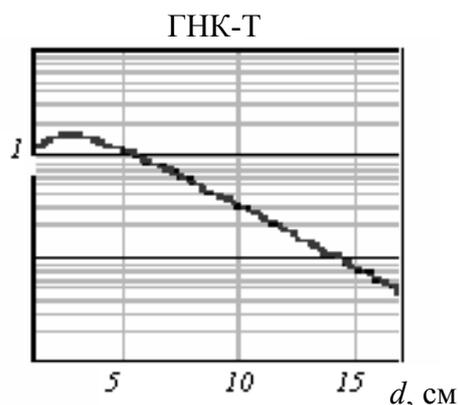


Рис. 8.5.9. Зависимость потока тепловых фотонейтронов ГНК-Т, наведенных гамма-квантами радионуклида сурьмы-124, от толщины слоя воды d , см, в обводненной скважине: плотность пласта – $2,5 \text{ г/см}^3$

Графический способ интерпретации результатов ГНК

Имеется много общего в приемах интерпретации диаграмм ГНК и гаммакаротажа (ГК). Это сходство обусловлено тем, что в обоих случаях между содержанием определяемого элемента и регистрируемым полем существует пропорциональная зависимость.

Графический (ручной) способ количественной интерпретации данных ГНК проводится для определения мощности рудных пересечений и концентрации в них бериллия – параметров, необходимых для подсчета запасов бериллия.

В основе приемов интерпретации диаграмм ГНК лежит предположение о том, что концентрация бериллия меняется только в направлении оси скважины. Зависимость между площадью аномалии S , мощностью рудного тела h и потоком фотонейтронов Φ_∞ , регистрируемой против рудного тела бесконечно большой мощности, выражается известным соотношением: $S = \Phi_\infty h$. Так как аномалия ГНК от бесконечного рудного тела Φ_∞ прямо пропорциональна содержанию в нем бериллия, то $S = k_{\text{ГНК}} qh$, где $k_{\text{ГНК}}$ – коэффициент пропорциональности, который характеризует скорость счета фотонейтронов, регистрируемую прибором против насыщенного по мощности рудного тела с единичной концентрацией бериллия; h – видимая мощность рудного тела.

Коэффициент $k_{\text{ГНК}}$ зависит от типа детектора и конструкции скважинного прибора, диаметра и заполнения скважины (сухая, заполненная водой), нейтронных свойств и объемного веса руд и вмещающих пород. Коэффициент $k_{\text{ГНК}}$, полученный для условий сухой необсаженной скважины, пройденной в породах влажностью 1 % и плотностью $2,7 \text{ г/см}^3$, в которых отсутствуют нейтроннопоглощающие элементы, называется пересчетным коэффициентом. Пересчетный коэффициент можно уточнить путем сопоставления результатов интерпретации диаграмм ГНК с данными химического или фотонейтронного опробования керна.

Количественные определения содержания бериллия q осуществляют по способу площади: $q = S/k_{\text{ГНК}}h$, где S – площадь аномалии ГНК, h – мощность пласта, $k_{\text{ГНК}}$ – пересчетный коэффициент от потока фотонейтронов к содержанию бериллия. Интерпретация начинается с определения границ оруденения.

Определение границ оруденения

В зависимости от характера оруденения и размеров аномалии для определения границ и мощности рудного тела используется, как и в гамма-каротаже, либо способ $N_{\max}/2$, либо способ $Z_{1/2}$, либо способ заданной скорости счета $N_{\text{зад}}$. Чаще употребляется первый способ. Он применяется при интерпретации простых (одиночных) и сложных аномалий, когда оруденение равномерное и имеет резкие границы. Способом $N_{\max}/2$ мощность рудного тела определяется по расстоянию на диаграмме аномалии между точками на оси глубин, в которых скорость счета равна половине разности между максимальной и фоновыми скоростями на породах, вмещающих рудное тело со стороны его кровли и подошвы.

В тех случаях, когда аномалия не имеет четкого максимума вблизи границ рудного тела, видимая мощность рудного тела H_v ограничивается абсциссами точек, делящих пополам прямолинейные участки на крыльях графика аномалии. В тех случаях, когда мощность рудного тела больше 25-30 см, видимая мощность равняется истинной мощности рудного тела H , и точки на оси глубин, отвечающие скорости счета, равной $N_{\max}/2$, определяют границы рудного тела. Поскольку при изменении истинной мощности рудного тела от 0 до 10 см видимая мощность изменяется слабо, способ $N_{\max}/2$ не обеспечивает точности в определении мощности таких прожилков. Поэтому при мощности рудного тела менее 10 см точно определяется лишь метропроцент qH , а мощность заменяется в этом случае фиктивной мощностью, равной 10 см.

Если величина аномалии на уровне полумаксимума меньше 30 см, то, следуя графикам, изображенным на рис. 8.5.10, надо найти истинную мощность пласта h по номограмме $Z_{1/2}$. Чтобы найти положение границ рудного тела, необходимо на оси глубин найти точку, соответствующую середине расстояния между точками полумаксимума, и отложить в обе стороны отрезки $h/2$. Концы этих отрезков определяют границы рудного тела.

Способ заданной скорости счета применяется для определения границы оруденения с заданным содержанием в тех случаях, когда рудные тела не имеют четких границ, а концентрация бериллия постепенно и непрерывно изменяется. В этом случае граница оруденения определяется по положению точек на оси скважины, в которых скорость счета нейтронов равна скорости счета для содержания бериллия в среде $q_{\text{зад}}$. Величина $q_{\text{зад}}$ обычно определяется существующими условиями.

Если рудное тело пересечено скважиной под углом, отличным от прямого, то по каротажной диаграмме определяется видимая мощность рудного тела H_v . При известном угле встречи β истинная мощность может быть определена с помощью формулы: $H_v = H / \sin \beta$.

Определение содержания бериллия в рудном теле. Содержание бериллия в рудном теле определяется по формуле $q = S / k_{\text{ГНК}} h$, которая справедлива независимо от распределения бериллия в рудном пересечении для всех видов аномалий, полученных при постоянных условиях измерений (конструкция скважины, физические свойства руды и вмещающих пород и др.). Площадь аномалии S в условных эталонных единицах на 1 м определяется в пределах замкнутого

контура, ограниченного графиком аномалии и осью глубин способами, применяемыми при интерпретации аномалий гамма-каротажа. При наличии в скважине обсадных труб в величину площади аномалии вводится поправка за поглощение гамма-лучей и фотонейтронов Π (в процентах): $S_{\Pi} = 100S / (100 - \Pi)$. Эта же поправка вводится при определении границ оруденения способом заданной скорости счета.

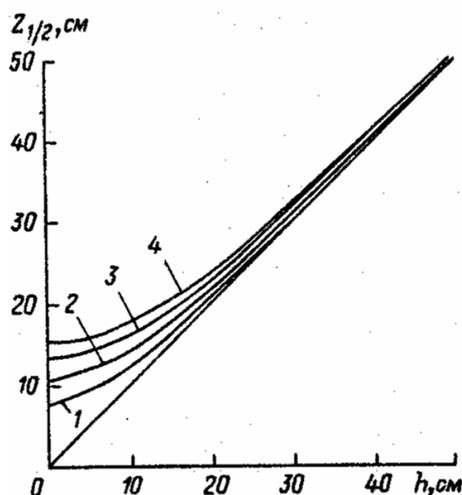


Рис. 8.5.10. Номограмма для определения мощности рудного пересечения способом $Z_{1/2}$: диаметр скважины: 1 – 40 мм; 2 – 80 мм; 3 – 110 мм; 4 – 150 мм

Несмотря на то, что общие закономерности, которым подчиняются показания ГНК в зависимости от условий измерений, изучены достаточно полно, выбор пересчетного коэффициента $k_{ГНК}$ для конкретных условий и конкретной аппаратуры остается пока наиболее ответственным этапом количественной интерпретации.

Дифференциальная интерпретация результатов ГНК

Ранее было показано, что ядро интегрального уравнения (8.5.13) содержит множитель, который характеризует влияние скважины на результаты ГНК. Применим к интегральному уравнению (8.5.13) с учетом множителя $\varphi_c(r,0)$ интегральное преобразование Фурье, используем теорему о свертках и, возвращаясь к оригиналам, найдем связь между содержанием определяемого элемента и потоком фотонейтронов в виде дифференциального уравнения:

$$q(z) = \frac{1}{k_{ГНК} \varphi_c(r,0)} \left[\Phi_c(z) - \frac{1}{\alpha_r^2} \frac{d^2 \Phi_c(z)}{dz^2} \right], \quad (8.5.15)$$

где $\Phi_c(z)$ – поток фотонейтронов в скважине; $k_{ГНК}$ – коэффициент пересчета от потока фотонейтронов к содержанию бериллия в среде.

Уравнение (8.5.15) и реализует идею дифференциальной интерпретации результатов ГНК с учетом влияния скважины. Определение содержания бериллия осуществляется путем вычисления дифференциального оператора второго порядка от потока бериллиевых фотонейтронов. Поглощающие свойства буро-

вого раствора учитываются с помощью функции $\varphi_c(r,0)$, которая подсчитывается теоретически или находится экспериментально на моделях скважин различного диаметра.

Множитель $\frac{1}{\varphi_c(r,0)}$ характеризует поглощение бериллиевых фотонейтронов с учетом ослабления первичных гамма-квантов изотопа сурьмы-124 в промывочной жидкости и рудном пласте. При малом влиянии скважины, когда $r_0 \rightarrow 0 \quad \lim \varphi_c(r,0) = 1$, поправка за поглощение смешанного потока первичных гамма-квантов и бериллиевых фотонейтронов отсутствует. При подсчете поглощающих свойств бурового раствора вместо радиуса скважины следует использовать реальную толщину слоя бурового раствора между стенкой скважины и скважинным прибором $d = r_0 - r_c$.

Введем на оси z равномерную сетку, заменим вторую производную от потока фотонейтронов в выражении (8.5.15) формулой численного дифференцирования по трем равноотстоящим узлам z_{i-1} , z_i и z_{i+1} и подставим эту формулу в выражение (8.5.15). В результате получаем выражение для подсчета содержания бериллия в i -й точке по оси скважины:

$$q(z_i) = \frac{1}{k_{\text{ГНК}} \varphi_c(r,0) h^2 \alpha_r^2} \left[-\Phi(z_{i-1}) + (2 + \alpha_r^2 h^2) \Phi(z_i) - \Phi(z_{i+1}) \right]. \quad (8.5.16)$$

где h – интервал квантования профиля по глубине, равный расстоянию между узлами разностной сетки.

Формулу (8.5.16) можно использовать для подсчета содержания бериллия по значениям потока фотонейтронов в трех точках по оси скважины с учетом влияния скважины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. *Атлас эффективных нейтронных сечений*. – М.: Изд-во АН СССР, 1955. – 260 с.
2. *Петрофизика: учебник для вузов* / Г. С. Вахромеев, Л. Я. Ерофеев, В. С. Канайкин и др. – Томск: Изд-во Томс. ун-та, 1997. – 462 с.
3. *Возжеников Г. С., Бельшев Ю. В.* Радиометрия и ядерная геофизика: учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2006. – 418 с.
4. *Естественный нейтронный фон атмосферы и земной коры* / Г. В. Горшков, В. А. Зябкин, Н. М. Лятковская, О. С. Цветков. – М.: Атомиздат, 1966. – 410 с.
5. *Давыдов Ю. Б., Кузин В. Ф.* Основы теории и методики опробования медных руд по данным радиоактивного каротажа скважин. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1986. – 296 с.
6. *Дьяконов Д. И., Леонтьев Е. И., Кузнецов Г. С.* Общий курс геофизических исследований скважин: учебник для вузов. – Изд-е. 2-е. – М.: Недра, 1984. – 432.
7. *Давыдов Ю. Б., Кузин В. Ф.* Теоретические предпосылки каротажа нейтронов деления. – Новосибирск: ВО «Наука», 1994. – 352 с.
8. *Давыдов Ю. Б., Талалай А. Г.* Фрагменты теории и методики радиометрии скважин: научная монография / под ред. Ю. Б. Давыдова; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 512 с.
9. *Зинченко В. С.* Петрофизические основы гидрогеологической и инженерно-геологической интерпретации геофизических данных: учебное пособие для студентов вузов. – М.; Тверь: Изд-во АИС, 2005. – 392 с.
10. *Кобранова В. Н.* Физические свойства горных пород. – М.: Гостоптехиздат, 1962. – 490 с.
11. *Мейер В. А., Ваганов П. А.* Основы ядерной геофизики: учебник. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. – 408 с.
12. *Петрофизика: справочник*. В трех книгах. Книга первая. Горные породы и полезные ископаемые / под ред. Н. Б. Дортман. – М.: Недра, 1992. – 391 с.
13. *Скважинная ядерная геофизика: справочник геофизика*. – М.: Недра, 1978. – 247 с.
14. *Сковородников И. Г.* Геофизические исследования скважин: курс лекций. – Екатеринбург: Институт испытаний, 2009. – 471 с.
15. *Уткин В. И.* Селективный гамма-гамма-каротаж на угольных месторождениях. – М.: Наука, 1975. – 127 с.
16. *Филиппов Е. М., Вахтин Б. С., Новоселов А. В.* Нейтрон-нейтронный и нейтронный гамма-методы в рудной геофизике. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1972. – 348 с.
17. *Penney R., Stevens D.* Prompt Fission Neutron (PFN) Borehole Logging Technology, Comparison with Gamma Logging Techniques. AusIMM International Uranium Conference, Adelaide. – 2010.

18. *Коатес Дж. Р., Хиао Ли Чу, Праммер М. Д.* Каротаж ЯМР. Принципы и применение. – Хьюстон: Halliburton Energy Services, 1999.
19. *Schlumberger* «Нефтегазовое обозрение» – М., 2001.

Дополнительная литература по главам:

К главе 1:

- 1.1. *Янке, Эмде Ф., Лёш Ф.* Специальные функции (Формулы, графики, таблицы). – М.: Наука, 1964. – 344 с.
- 1.2. *Карслоу, Д. Егер.* Операционные методы в прикладной математике. Гос. изд-во иностранной литературы. – М., 1948. – 290 с.
- 1.3. *Романовский П. И.* Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа: учебное пособие. – М.: Наука, 1964. – 296 с.

К главе 3:

- 3.1. *Овчинников И. К.* Теория поля: учебник для вузов.– 2-е изд., перераб. – М.: Недра. 1979. – 352 с.
- 3.2. *Муллагалеева Н. Р.* Комплексирование методов ГИС с целью определения физических свойств грунтов: дис. ... канд. геол.-минерал. наук. – Екатеринбург, 2010.

К главе 4:

- 4.1. *Редозубов А. А.* Конспект лекций по электроразведке переменным током. Часть 1. Общие сведения о переменных электромагнитных полях. Магнитотеллурические методы и электромагнитные зондирования: учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГА, 1997. – 94 с.
- 4.2. *Технология исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ:* метод. руков. / ред. М. И. Эпов, Ю. Н. Антонов. – Новосибирск: НИЦ ОИГГМ СО РАН, Изд-во СО РАН, 2000. – 121 с.

К главе 5:

- 5.1.1. *Иванкин Б. Н., Карус Е. В., Кузнецов О. Л.* Акустический метод исследования скважин. – М.: Недра, 1978. – 320 с.
- 5.1.2. *Эдельман И. Я.* Поверхностные волны в пористых средах // *Физика Земли.* – 2002. – № 1. – С. 78-95.
- 5.1.3. *Рафиков В. Г., Белоконь Д. В., Козяр В. Ф.* Аппаратура акустического каротажа с изменяющейся длиной зонда // *Геофиз. аппаратура.* – Л.: Недра, 1974. Вып. 56. – С. 84-89.
- 5.1.4. *Лепендин А. Ф.* Акустика. – М.: Высшая школа, 1978. – 448 с.
- 5.1.5. *Методы акустического контроля металлов* / Н. П. Алешин, В. Е. Белый, А. Х. Вopilкин и др.; под ред. Н. П. Алешина. – М.: Машиностроение, 1989. – 456 с.

К главе 6:

6.1.1. *Лейпунский О. И., Новожилов Е. В., Сахаров В. Н.* Распространение гамма-квантов в веществе. – М.: Физматгиз, 1960. – 208 с.

6.1.2. *Новиков Г. Ф., Капков Ю. Н.* Радиоактивные методы разведки. – Л.: Недра, 1965. – 759 с.

6.1.3. *Хайкович И. М., Шашкин В. Л.* Опробование радиоактивных руд по гамма-излучению. Теория и методика. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 160 с.

6.1.4. *Радиометрические методы поисков и разведки урановых руд* / под ред. В. В. Алексеева. – М.: Госгеолтехиздат, 1957. – 610 с.

6.1.5. *Бекуриц К., Виртц К.* Нейтронная физика. – М.: Атомиздат, 1968. – 456 с.

6.2.1. *Воскобойников Г. М.* Теоретические основы селективного гамма-гамма-каротажа // Изв. АН СССР. Серия геофиз. – 1957. – № 3. – С. 351-362. АН СССР. Серия геофиз., № 7. – 1962.

6.2.2. *Хайкович И. М., Шашкин В. Л.* Опробование радиоактивных руд по гамма-излучению: Теория и методика. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 160 с.

6.2.3. *Хайкович И. М.* Учет диаметра скважины при количественной интерпретации результатов гамма-каротажа // Вопросы рудной геофизики. Вып. 4. – М.: Недра, 1964. – С. 20-33.

6.2.4. *Хайкович И. М.* Об интерпретации результатов гамма-каротажа с помощью цифровых вычислительных машин // Вопросы разведочной геофизики. Вып. 8. – Л.: Недра, 1969. – С. 44-50.

6.2.5. *Scott J.H.* Computer analysis of gamma-ray logs // Geophysics. – 1963. – Vol. 28, № 3. – P. 458-465.

6.2.6. *Хайкович И. М.* Об интерпретации результатов гамма-каротажа с помощью цифровых вычислительных машин // Вопросы разведочной геофизики. Вып. 8. – Л.: Недра, 1969. – С. 44-50.

6.2.7. *Инструкция по гамма-каротажу* при поисках и разведке урановых месторождений / А. К. Овчинников и др. – М.: Изд. Мингео СССР, 1974. – 108 с.

6.2.8. *Малахов С. С.* Аппроксимационный способ дифференциальной интерпретации результатов гамма-каротажа // Изв. вузов. Геол. и разведка. – 1985. – № 1. – С. 66-71.

6.2.9. *Реслер Р.* Новый метод интерпретации результатов гамма-каротажа скважин // Атомная энергия. – 1969. Т. 26. Вып. 4. – С. 337-340.

6.2.10. *Давыдов Ю. Б.* Построение палетки для решения обратной задачи гамма-каротажа скважин // Вопросы разведочной геофизики: Труды СГИ. Вып. 64. – Свердловск, 1969. – С. 43-46.

6.2.11. *Бобрицкий Д. П., Кузнецов М. И., Лели Л. Г.* Новый способ интерпретации гамма-каротажных диаграмм с помощью вычислительной машины // Изв. вузов. Геол. и разведка. – 1969. – № 3. – С. 140-145.

6.2.12. *Давыдов Ю. Б.* Одномерная обратная задача гамма-каротажа скважин // Изв. вузов. Геол. и разведка. – 1970. – № 2. – С. 105-109.

6.3.1. *Нагля В. В., Заяц А. П., Бугаенко А. В.* Радиометрическая и ядерно-физическая аппаратура и оборудование: учеб. пособие для техникумов. – 2-е изд. – М.: Недра, 1993. – 240 с.

6.4.1. *Скляр А. Ю.* Сенсационная история Земли. Сколько на самом деле лет нашей планете? – М.: Вече, 2011. – 256 с.

6.4.2. *Тугаринов А. И.* Геологу о методах определения абсолютного возраста горных пород. – М.: ГНТИ литературы по геологии и охране недр, 1961. – 80 с.

К главе 7.1.:

7.1.1. *Бекуриц К., Виртц К.* Нейтронная физика. – М.: Атомиздат, 1968. – 456 с.

7.1.2. *Кожевников Д. А.* Анализ границ применимости возрастного приближения теории переноса нейтронов // Проблемы ядерной геофизики. – М.: Недра, 1964. – С.40-51.

К главе 7.2:

7.2.1. *Марчук Г. И., Лебедев В. И.* Численные методы в теории переноса нейтронов. – М.: Атомиздат, 1971. – 496 с.

К главе 7.5:

7.5.1. *Тальянский И. И.* Основы теории импульсного нейтронного каротажа // Прикладная геофизика. – 1960. – Вып. 26. – С. 113-136.

К главе 7.6:

7.6.1. *Амиел С., Пейсах М.* Использование запаздывающих нейтронов в активационном анализе // Атом. энергия. – 1963. – Т. 14. № 6. – С. 535.

7.6.2. *Игумнов С. А.* Об использовании запаздывающих нейтронов для бескернового определения содержания урана в скважинах // Известия вузов. Горный журнал. – 1966. – № 2. – С. 3.

7.6.3. *Czubek J. A.* Pulsed neutron method for uranium well logging: Rep. N 732/ph / [Inst. of Nuclear Phys. – Cracow, 1971.

7.6.4. *Богатырев В. К., Дубовский Б. Г., Фролов В. В.* Метод анализа делящихся веществ с помощью подсветки нейтронами // Атом. энергия. – 1970. – Т. 28. № 92. – С. 111-115.

7.6.5. *Фролов В. В.* Ядерно-физические методы контроля делящихся веществ. – М.: Атомиздат, 1976. – 128 с.

7.6.6. *Обнаружение, опознание и анализ делящихся изотопов:* пат. 1247747 США / Г. Р. Киппин. – Оpubл. 13.06.67.

7.6.7. *Bivens H. M. e. a.* Pulsed neutron uranium borehole logging with epithermal neutron decay // Explorations of Uranium Ore Deposits: Proc. Symp. - Vienna, 1976. – P. 745-754.

7.6.8. *Steinman D.H. e. a.* 252 – based borehole logging system for in-situ assaying of uranium ore // Ibid. – P. 487-497.

7.6.9. *Wormald M. R., Clayton C. G.* Some factors affecting accuracy in the direct determination of uranium by delayed neutron borehole logging // Ibid. – P. 427-469.

7.6.10. *Czubek J.A., Zoskiewer I.* Optimum conditions for uranium detection in delayed neutron well loggillg: Symp. Exploragation of Uranium Ore Deposits. – Cracow, 1976. – 37 с.

7.6.11. *Применение метода каротажа нейтронов деления (КНД-М) для прямого количественного определения содержания урана в естественном залежании с определением геотехнологических параметров руд и пород рудовмещающего горизонта (влажность, пористость, глинистость) / Ю. Б. Давыдов, Ю. В. Демехов, А. И. Машкин, В. Т. Перелыгин, Д. Р. Румянцев, А. Г. Талалай.*

7.6.12. *Инструкция по каротажу методом мгновенных нейтронов деления при изучении урановых месторождений гидрогенного типа / Г. И. Ганичев, И. М. Хайкович и др. – Л.: НПО «Рудгеофизика», 1986.*

7.6.13. *Решение новых задач при разведке и эксплуатации месторождений урана гидрогенного типа усовершенствованным скважинным прибором, реализующим методы каротажа нейтронов деления КНДМ и импульсного нейтронного каротажа ИННК по тепловым нейтронам / Ю. Н. Демехов, Д. Р. Румянцев, Н. Т. Перелыгин, А. Г. Талалай // Сборник тезисов докладов IV Междунар. науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы урановой промышленности». – Алматы, 2006. – С. 22-23.*

7.6.14. *Устройство каротажа урановых руд: патент № 2 71003 / Д. Р. Румянцев, Ю. Н. Демехов, Н. Т. Перелыгин, А. Г. Талалай / заявл. 30.08.2007; Опубл. 20.02.2008 // Бюл. № 25.*

7.6.15. *Устройство каротажа урановых руд: патент № 2 71004; Д. Р. Румянцев, Ю. Н. Демехов, Н. Т. Перелыгин, А. Г. Талалай / заявл. 30.08.2007; Опубл. 20.02.2008 // Бюл. № 25.*

К главе 7.7:

7.7.1. *Pontecorvo B.* Oil and Gas, 32, 40, 1941.

7.7.2. *Воскобойников Г. М.* Теоретические основы селективного гамма-гамма-каротажа // Изв. АН СССР. Серия геофиз. – 1957. – № 3. – С. 351-362.

К главе 7.8:

7.8.1. *Технология применения, обработка и интерпретация данных С/О-каротажа для оценки нефтеводонасыщенности разрабатываемых пластов нефтяных месторождений: временные методические рекомендации / Е. С. Кучурин, А. А. Винокуров; НПП ВНИИГИС. – Октябрьский, 2001.*

7.8.2. *Опыт применения углерод-кислородного (С/О) каротажа для изучения текущей и остаточной нефтенасыщенности / А. Н. Тропин, В. А. Велижанин, Ф. Х. Еникеева и др. // Научно-технический вестник. Каротажник. – Тверь, 1999. – Вып. 55.*

7.8.3. Web-сайт: www.vniigis.bashnet.ru и другие.

7.8.4. *Черменский В. Г.* Аппаратурно-методический комплекс углеродно-кислородного каротажа для определения текущей нефтенасыщенности эксплуатируемых залежей: дис. ... д-ра геол.-минерал. наук. – Екатеринбург, 2007.

7.8.5. *Бортасевич В. С.* Программно-управляемая спектрометрическая аппаратура импульсного нейтронного гамма-каротажа: дис. ... канд. геол.-минерал. наук. – Екатеринбург, 2005.

7.8.6. *Павлов В. В.* Аппаратурно-методический комплекс углеродно-кислородного каротажа АИМС: дис. ... магистра геологии. – Екатеринбург, 2012.

К главе 7.9:

7.9.1. *Возжеников Г. С.* Активационный анализ в рудной геофизике. – М.: Недра, 1965. – С. 70.

7.9.2. *Давыдов Ю. Б., Кузин В. Ф.* Основы теории и методики опробования медных руд по данным радиоактивного каротажа скважин. – Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1986. – 296 с.

7.9.3. *Давыдов Ю. Б., Кучурин Е. С.* Методические рекомендации по нейтронному активационному каротажу медных руд \ Свердловское территориальное правление НТО Горное. – Свердловск, 1988. – 144 с.

К разделу 8:

8.1.1. *Гамма-методы в рудной геологии* / под ред. А. П. Очкура. – Л.: Недра, 1976. – 407 с.

8.4.1. *Блохин М. А.* Физика рентгеновских лучей. – М., 1957. – 518 с.

8.4.2. *Якубович А. Л.* Ядерно-физические методы анализа минерального сырья. – М., 1973. – 392 с.

8.4.3. *Мейер В. А., Нахабцев В. С.* Раздельное определение тяжелых элементов в скважинах по характеристическому рентгеновскому излучению // Вопросы рудной геофизики. – 1965. – Вып. 6. – С. 34-42.

8.4.4. *Большаков А. Ю., Очкур А. П., Орлов В. Н.* Рентгенорадиометрический каротаж подземных скважин на месторождениях ртути и свинца // Вопросы рудной геофизики. – 1965. – Вып. 6. – С. 80-86.

8.4.5. *Рентгенорадиометрический каротаж* / Ю. П. Яншевский, А. П. Очкур, П. М. Вольфштейн и др. – Л.: Недра, 1976. – 140 с.

8.4.6. *Давыдов Ю. Б., Кузин В. Ф.* Основы теории и методики опробования медных руд по данным радиоактивного каротажа скважин. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1986. – 296 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Список условных обозначений	4
1. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ В ТЕОРИИ МЕТОДОВ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН	8
1.1. Некоторые специальные функции теории методов геофизических исследований скважин (ГИС)	8
1.2. Интегральные преобразования	16
1.3. Начальные сведения о функциях комплексного переменного	18
1.3.1. Комплексные числа	18
1.3.2. Понятие функции комплексного переменного	24
1.3.3. Элементарные функции комплексного переменного	25
1.3.4. Предел функции	27
1.3.5. Производная	27
1.3.6. Интеграл от функции комплексного переменного	28
1.3.7. Теорема Коши для односвязной области	30
1.3.8. Вычеты	32
1.3.9. Вычет функции в особой точке	33
1.4. Операционное исчисление	37
1.4.1. Замечания о несобственных интегралах	38
1.4.2. Преобразование Лапласа	39
1.4.3. Свойства преобразования Лапласа	41
1.5. Начала теории поля	47
1.5.1. Основные понятия векторной алгебры	47
1.5.2. Векторные функции скалярного переменного	50
1.5.3. Скалярное поле. Градиент скалярного поля	51
1.5.4. Криволинейные интегралы	53
1.5.5. Векторное поле	57
1.5.6. Поверхностные интегралы	59
1.5.7. Формула Остроградского	62
1.5.8. Формула Стокса	66
1.5.9. Операции второго порядка	70
1.5.10. Векторные операции в криволинейных координатах	73
2. ПЕТРОФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕТОДОВ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН	75
2.1. Электрические свойства горных пород	75
2.2. Электромагнитные свойства горных пород	91
2.3. Упругие свойства горных пород	96
2.4. Сейсмоакустические свойства минералов и горных пород	99
2.5. Ядерно-магнитные свойства флюидов и горных пород	101
2.5.1. Ядерно-магнитный резонанс	101
2.5.2. Ядерные магнитные свойства водородсодержащих жидкостей в свободном объеме	106

2.5.3. Ядерные магнитные свойства флюидов в пористой среде	107
2.5.4. Лабораторные исследования возможностей ЯМР	108
2.6. Плотностные свойства горных пород	109
2.6.1. Плотность минералов	109
2.6.2. Плотность горных пород	111
2.6.3. Пористость	112
2.6.4. Глинистость	113
2.7. Радиоактивные свойства горных пород	114
2.7.1. Явление радиоактивности	114
2.7.2. Свойства естественной радиоактивности	118
2.7.3. Взаимодействие радиоактивного излучения с веществом	129
2.7.4. Процессы взаимодействия гамма-квантов с горными породами	130
2.7.5. Спектрометрия естественного гамма-излучения	140
2.8. Естественная нейтронная активность горных пород	144
2.8.1. Образование нейтронов в горных породах	146
2.8.2. Свойства горных пород по отношению к переносу нейтронного излучения	148
2.8.3. Замедление быстрых нейтронов	152
2.8.4. Нейтронные диффузионные параметры	156
3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА	160
3.1. Основные законы, принципы и теоремы электрического поля постоянного тока	160
3.2. Метод кажущихся сопротивлений (КС)	179
3.2.1. Физические основы метода	179
3.2.2. Точечный источник постоянного тока в среде с плоскопараллельными границами раздела	181
3.3. Метод боковых каротажных зондирований (БКЗ)	192
3.4. Боковой каротаж (БК)	209
3.4.1. Зонды бокового каротажа	209
3.4.2. Сканирующий боковой каротаж (БКС)	212
3.5. Каротаж потенциалов собственной поляризации горных пород (ПС) ...	215
3.5.1. Физические основы методов потенциалов собственной поляризации горных пород	215
4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ МЕТОДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН	225
4.1. Единая теория электромагнитного поля в концепции Дж. К. Максвелла	225
4.2. Индукционный каротаж (ИК)	232
4.3. Высокочастотные индукционные каротажные изопараметрические зондирования (ВИКИЗ)	243
4.4. Диэлектрический каротаж	253
5. ДРУГИЕ МЕТОДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН (ГИС)	261

5.1. Акустический каротаж (АК)	261
5.2. Ядерно-магнитный каротаж	282
5.2.1. Ядерно-магнитный резонанс	282
5.2.2. Ядерно-магнитный каротаж	288
6. РАДИОМЕТРИЯ СКВАЖИН	305
6.1. Теоретические предпосылки радиометрии скважин	305
6.2. Гамма-каротаж скважин (ГК)	319
6.2.1. Прямая задача интегрального гамма-каротажа в диффузионном приближении	320
6.2.2. Обратная задача гамма-каротажа	329
6.3. Гамма-спектрометрия природных сред	337
6.4. Метод изотопного датирования горных пород	349
7. ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСТОЧНИКОВ НЕЙТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ	356
7.1. Теоретические предпосылки ядерно-физических методов геофизических исследований скважин с использованием источников нейтронов	356
7.1.1. Основные характеристики нейтронного излучения	364
7.1.2. Ядерные реакции с образованием нейтронов	367
7.1.3. Взаимодействие нейтронов с веществом	368
7.1.4. Классификация нейтронов по энергии	370
7.1.5. Эффективные сечения взаимодействия нейтронов с ядрами горных пород	371
7.1.6. Замедление быстрых нейтронов	373
7.1.7. Закон Фика	382
7.1.8. Уравнение переноса нейтронного излучения	385
7.1.9. Многогрупповое диффузионное приближение	396
7.1.10. Поле точечного источника в однородной бесконечной среде ...	398
7.2. Каротаж нейтронов спонтанного деления ядер урана (СНДК)	400
7.2.1. Пересчетный коэффициент	401
7.2.2. Пространственно-энергетическое распределение замедляющихся нейтронов	402
7.2.3. Закономерности диффузионного переноса спонтанных нейтронов	411
7.2.4. Количественная интерпретация диаграмм каротажа нейтронов спонтанного деления (СНДК)	421
7.3. Нейтрон-нейтронный каротаж по надтепловым нейтронам (ННК-НТ)	423
7.3.1. Пространственное распределение быстрых нейтронов точечного источника в однородной безграничной среде без учета влияния скважины	423

7.3.2. Каротаж ННК-НТ в среде с плоскопараллельными границами раздела	424
7.3.3. Пространственное распределение быстрых нейтронов точечного источника в гетерогенной среде с цилиндрической границей раздела.....	426
7.3.4. Численный расчет потока быстрых нейтронов генератора в скважине при наличии стальной обсадной колонны	429
7.4. Нейтрон-нейтронный каротаж по тепловым нейтронам (ННК-Т)	432
7.4.1. Пространственное распределение тепловых нейтронов точечного источника в однородной безграничной среде без учета влияния скважины	432
7.4.2. Плоскопараллельные границы раздела	433
7.4.3. Распределение нейтронов в гетерогенной среде с цилиндрической границей раздела.....	435
7.4.4. Численная оценка влияния скважины на пространственное распределение потока тепловых нейтронов.....	436
7.4.5. Нейтрон-нейтронный каротаж в обсаженной скважине.....	438
7.5. Импульсный нейтрон-нейтронный каротаж (ИННК)	443
7.6. Каротаж нейтронов вынужденного деления ядер урана (КНД)	454
7.6.1. Геологические предпосылки для постановки метода КНДМ	457
7.6.2. Физические основы каротажа нейтронов деления.....	458
7.6.3. Нестационарный перенос нейтронов деления.....	462
7.6.4. Аппаратура КНД.....	467
7.6.5. Методические особенности каротажа мгновенных нейтронов деления (КНДМ)	472
7.6.6. Пересчетный коэффициент для методов КНД	474
7.6.7. Прямая задача КНД.....	477
7.6.8. Квазиоднородная среда с произвольным одномерным оруденением	485
7.6.9. Конфигурация кривых КНД в слоистых средах с плоскопараллельными границами раздела.....	487
7.6.10. Пространственное распределение нейтронов деления в размножающей среде, пересеченной буровой скважиной	490
7.6.11. Оценка влияния высокобарных элементов на результаты КНД	496
7.6.12. Учет геотехнологических параметров (влажность, пористость, глинистость) на результаты КНД	496
7.7. Нейтронный гамма-каротаж (НГК)	498
7.7.1. Теоретические основы интегрального варианта метода нейтронного гамма-каротажа (НГК).....	499
7.7.2. Спектрометрический нейтронный гамма-каротаж. Пространственное распределение интегрального потока гамма-излучения неупругого рассеяния нейтронов (ГИНР) на ядрах кислорода ГИНР(О) без учета влияния скважины	502

7.7.3. <i>Нейтронный гамма-каротаж интегрального потока захватного гамма-излучения тепловых нейтронов в силикатной среде ГИРЗ(Si)</i>	511
7.7.4. <i>Спектрометрический нейтронный гамма-каротаж на медь ГИРЗ(Cu)</i>	514
7.7.5. <i>Спектрометрический нейтронный гамма-каротаж на железо</i>	516
7.8. <i>Углеродно-кислородный (C/O) каротаж</i>	521
7.9. <i>Нейтронный активационный каротаж (НАК)</i>	535
7.9.1. <i>Физические предпосылки нейтронного активационного каротажа</i>	536
7.9.2. <i>Пространственное распределение гамма-излучения, наведенного нейтронами в однородной бесконечной среде с равномерным оруденением</i>	548
7.9.3. <i>Конфигурация кривых нейтронного активационного каротажа при наличии плоскопараллельных границ раздела</i>	552
7.9.4. <i>Импульсная спектрометрия нейтронного активационного каротажа (ИНАК-С)</i>	567
8. ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСТОЧНИКОВ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ	577
8.1. <i>Закономерности переноса рассеянного гамма-излучения</i>	578
8.2. <i>Селективная модификация гамма-гамма-каротажа (ГГК-С)</i>	585
8.3. <i>Спектрометрия гамма-гамма-измерений</i>	588
8.4. <i>Рентгенорадиометрический каротаж (РРК)</i>	589
8.5. <i>Гамма-нейтронный каротаж (ГНК)</i>	606
8.5.1. <i>Геологические предпосылки гамма-нейтронного каротажа на бериллий</i>	606
8.5.2. <i>Физические предпосылки гамма-нейтронного каротажа</i>	607
8.5.3. <i>Аппаратура гамма-нейтронного каротажа</i>	608
8.5.4. <i>Теоретические предпосылки гамма-нейтронного каротажа</i>	610
Список литературы	622

Научное издание

Юлий Борисович ДАВЫДОВ

ТЕОРИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

(Теория, методика, интерпретация)

Научная монография

Редактор *Устьянцева Л. В.*

Компьютерная верстка *Крестьяниновой И. А., Сайгиной Н. Л.*

Подписано в печать 10.09.2014 г.

Бумага писчая. Формат бумаги 60 × 84 1/16.

Печ. л. 39,5. Уч.-изд. 48,5. Тираж 100.

Заказ №

Издательство УГГУ

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет

Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ