

Основные сокращения и обозначения

A — анализатор (поляризатор света)
ЗЭ — зона эксперимента
ИЗ — измерительный зонд
ИМП — индукционный магнитометрический преобразователь
ИП — измерительный преобразователь
ИПТ — индукционный преобразователь тока
ИС — источник света, измерительная система
ИЭП — индукционный электрометрический преобразователь
ЛАХ — логарифмическая амплитудно-частотная характеристика
ЛС — линия связи
М — мера
О — образец, обмотка
П — поляризатор (света)
ПБ — преобразующий блок
ПИМП — первичный (пассивный) индукционный магнитометрический преобразователь
ПИПТ — первичный (пассивный) индукционный преобразователь тока
ПИЭП — первичный (пассивный) индукционный электрометрический преобразователь
ПО — приборный отсек
ПП — первичный преобразователь
ПХ — преобразователь Холла
РИП — регистрирующий измерительный прибор
СВ — световод
ФД — фотодетектор
ЭДС — электродвижущая сила
ЭОСПРИ — электронно-оптическая система передачи результатов измерений
 Векторы обозначены буквами, напечатанными полужирным курсивом (например: ***B***, ***n***); те же буквы, напечатанные светлым шрифтом, обозначают модуль вектора (например: *B*, *n*).
B — магнитная индукция
C — емкость (емкость)
c — скорость света в вакууме
D — электрическая индукция (электрическое смещение)
E — напряженность электрического поля
e — элементарный заряд
Ф — магнитный поток
f — частота
H — напряженность магнитного поля
I — сила электрического тока (ток); интенсивность света
Im z — мнимая часть комплексного числа *z*
j — мнимая единица; $j^2 = -1$
L — индуктивность
 $L [W] = 20 \lg |W|$ дБ
M — взаимная индуктивность
O(x) — бесконечно малая величина одного порядка малости с бесконечно малой величиной *x*
P — мощность излучения

p — дифференциальный оператор
q — электрический заряд
R, r — электрическое сопротивление, обозначение резисторов
Re z — действительная часть комплексного числа *z*
S — площадь
T°, ***T*** — абсолютная температура, постоянная времени
t — время
 $W(p)$ — передаточная функция
w — число витков катушки
 α — коэффициент поглощения
 ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость среды
 ϵ_0 — электрическая постоянная
 λ — длина электромагнитной волны
 μ_r — относительная магнитная проницаемость среды
 μ_0 — магнитная постоянная
v — поверхностная плотность свободных электрических зарядов; частота световой волны
 ω — круговая частота

Размерность векторной физической величины приписывается координатам вектора, а не базисным векторам, которые рассматриваются как безразмерные величины и используются в качестве общей базисной системы для различных классов векторных физических величин, обладающих различными размерностями.

Изложение всюду дано в Международной системе единиц (СИ), за исключением гл. 6, где, согласно установившейся традиции, а также из-за удобства, используются единицы гауссовой системы.

Значение цифры практически всех приводимых чисел являются верными (в узком смысле), согласно правилам приближенных вычислений.

Глава 1. Введение. Основные понятия техники измерения параметров импульсных электромагнитных процессов

1.1 Элементы теории электромагнетизма

Электромагнитное поле может быть описано в некоторой системе координат при помощи напряженности электрического поля $E(r, t)$ и магнитной индукции $B(r, t)$ (r — радиус-вектор, t — время).

Напряженность электрического поля $E(r, t)$ определяется через силу $dF(r, t)$, действующую на неподвижный точечный пробный заряд dq , модуль величины которого $|dq|$ достаточно мал, согласно соотношению

$$dF = Edq. \quad (1.1)$$

Магнитная индукция $B(r, t)$ определяется через силу $dF(r, t)$, действующую на элемент тонкого проводника $d\mathbf{l}$, по которому протекает электрический ток, сила которого равна I , согласно соотношению

$$dF = I [d\mathbf{l} \cdot \mathbf{B}] \quad (1.2)$$

при условии малости величины $Id\mathbf{l}$.

Измерение изменяющихся во времени напряженности электрического поля и магнитной индукции, согласно приведенным определениям (за исключением простейшего случая достаточно сильных и постоянных или медленно изменяющихся во времени полей), на практике непосредственно не реализуемо. Однако накопленный огромный объем экспериментальных данных не противоречит выводам теории электромагнетизма, базирующейся на этих определениях векторов $E(r, t)$ и $B(r, t)$.

В данной книге рассмотрены преобразователи, позволяющие, в частности, измерять магнитную индукцию и напряженность электрического поля в широкой полосе частот (например, от единиц и долей герца до десятков и сотен мегагерц), принцип действия которых не основан на непосредственном использовании соотношений (1.1) и (1.2).

Для удобства описания электромагнитных полей в материальных средах, когда могут иметь место процессы поляризации и намагничивания, вводят еще две характеристики электромагнитного поля: электрическую индукцию $D(r, t)$ и напряженность магнитного поля $H(r, t)$:

$$\text{в } \infty_3 \quad D(r, t) = \epsilon_0 \epsilon_r E(r, t), \quad (1.3)$$

$$\text{в } \infty_4 \quad \mu_0 \mu_r H(r, t) = B(r, t), \quad (1.4)$$

где ϵ_r и μ_r — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости (изотропной) среды; ϵ_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные.

В случае изотропной однородной среды

$$\epsilon_r(r) \equiv \text{const}, \quad \mu_r(r) \equiv \text{const}.$$

Если в (1.3) и (1.4) ϵ_r и μ_r не зависят от E и B , то эти соотношения являются линейными, а среда называется линейной относительно процессов поляризации или намагничивания. При изменении E и B во времени в общем случае проявляется инерционность процессов поляризации и намагничивания. Если E и B меняются во времени по гармоническому закону с круговой частотой ω , то можно воспользоваться комплексной формой представления ϵ_r и μ_r [1.9]:

$$\epsilon_r(j\omega) = |\epsilon_r(j\omega)| \exp(j \arg \epsilon_r),$$

$$\mu_r(j\omega) = |\mu_r(j\omega)| \exp(j \arg \mu_r),$$

где j — мнимая единица; $\arg \epsilon_r$ — угол электрических потерь; $\arg \mu_r$ — угол магнитных потерь.

Теория электромагнетизма основывается на системе уравнений Максвелла:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1.5)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.6)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (1.7)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho, \quad (1.8)$$

где ρ — объемная плотность свободных электрических зарядов; \mathbf{i} — объемная плотность тока проводимости; $\partial \mathbf{D} / \partial t$ — объемная плотность тока смещения (СИ) [1.14].

Система уравнений Максвелла (1.5)–(1.8) дополняется так называемыми материальными уравнениями

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}, \quad (1.9)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \quad (1.10)$$

$$\mathbf{i} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{стор}}), \quad (1.11)$$

где σ — удельная электропроводность среды; $\mathbf{E}_{\text{стор}}$ — напряженность сторонних электродвижущих сил, не относящихся к силам, создаваемым электромагнитным полем.

На границе раздела двух сред 1 и 2 выполняются граничные условия

$$D_{n2} - D_{n1} = v, \quad (1.12)$$

$$B_{n1} = B_{n2}, \quad (1.13)$$

$$E_{t1} = E_{t2}, \quad (1.14)$$

$$[n, H_2 - H_1] = s, \quad (1.15)$$

где n — нормаль к поверхности раздела, проведенная из среды 1 в среду 2; v — поверхностная плотность свободных электрических зарядов; s — поверхностная плотность тока; E_t — тангенциальная составляющая вектора E на границе раздела; D_n и B_n — нормаль-

ные составляющие векторов D и B соответственно на границе раздела; нижние индексы 1 и 2 у компонент векторов указывают на то, к какой из сред (1 или 2) относится рассматриваемая характеристика на границе.

Максвелловская теория электромагнетизма является макроскопической теорией. Написанные выше уравнения Максвелла применимы лишь к случаю неподвижных сред с неизменными во времени (стационарными) характеристиками $\epsilon_r(r)$, $\mu_r(r)$ и $\sigma(r)$; при этом имеются в виду изотропные, не ферромагнитные и не сегнетоэлектрические среды.

Система максвелловских уравнений является полной, т. е. она позволяет однозначно определить поле в каждой точке некоторой области пространства для моментов времени $t \geq t_0$, если только для момента времени t_0 заданы начальные значения векторов $E(r, t_0)$ и $B(r, t_0)$ во всех точках r этой области и для моментов времени $t \geq t_0$ для одного из векторов $E(r, t)$ или $B(r, t)$ заданы значения его тангенциальных составляющих на поверхности, ограничивающей рассматриваемую область пространства [1.9].

Для наглядности описания свойств магнитного поля (как и в случае электрического поля) часто прибегают к рассмотрению силовых линий. Дифференциальные уравнения этих линий, например, в прямоугольной декартовой системе координат имеют вид

$$\frac{dx}{H_x} = \frac{dy}{H_y} = \frac{dz}{H_z}, \quad (1.16)$$

где H_x , H_y и H_z — проекции вектора $H(r, t)$ на оси Ox , Oy и Oz соответственно; x , y и z — проекции вектора r на те же оси.

При графическом изображении магнитного поля магнитные силовые линии проводят обычно таким образом, чтобы число линий, пересекающих перпендикулярную к ним любую площадку с единичной площадью поверхности, было пропорциональным значению H [1.16].

Постоянные токи (токи проводимости) порождают постоянное магнитное поле, силовые линии которого либо замкнуты, либо не замкнуты; во втором случае силовые линии могут идти из бесконечности в бесконечность, а могут и не идти из бесконечности в бесконечность, если они всюду плотно заполняют некоторую поверхность [1.16].

Переменное магнитное поле порождается токами проводимости и токами смещения. Силовые линии магнитного поля в этом случае имеют тот же характер, что и силовые линии постоянного магнитного поля.

Важное значение для последующего изложения имеют понятия квазистационарных (как бы стационарных, не меняющихся) переменных токов, связанного с ними квазистационарного магнитного поля и квазистационарного электрического поля между обкладками конденсатора.

По определению квазистационарные токи имеют в один и тот же момент времени одинаковую силу во всех сечениях неразветвленных участков проводящих цепей; эти токи являются замкнутыми, а связанное с ними квазистационарное магнитное поле в каждый данный момент времени с требуемой степенью точности в некоторой исследуемой области имеет тот же вид, какой оно имело бы в случае стационарных токов той же силы, что и мгновенная сила переменных токов в рассматриваемый момент времени. Заметим, что наличие конденсатора в цепи переменного тока непосредственно не сказывается на магнитном поле тока, так как сила тока смещения между обкладками конденсатора равна силе тока в проводящих к нему проводах.

Из приведенного определения вытекают два условия квазистационарности токов и магнитного поля.

1. Токи и магнитное поле должны изменяться во времени столь медленно, чтобы влияние токов смещения в проводниках и окружающем их непроводящем пространстве на токи проводимости и магнитное поле было бы пренебрежимо малым.

2. Содержащая систему проводников с токами область должна иметь столь малые линейные размеры, чтобы явление запаздывания электромагнитных возмущений, создаваемых отдельными участками проводящих цепей с токами, в точках области, в которых рассматривается поле, было бы несущественным.

Можно показать, что в хороших проводниках в случае гармонически изменяющихся во времени полей при частоте ω , удовлетворяющей условию

$$\omega \ll 10^{14} \text{ с}^{-1},$$

плотность тока смещения пренебрежимо мала по сравнению с плотностью тока проводимости [1.7, 1.16, 1.19]. Это условие практически всегда выполняется. Поэтому сформулированное выше первое условие квазистационарности токов и магнитного поля сводится, по существу, к условию малости токов смещения в непроводящей среде, окружающей проводники. В случае гармонически изменяющихся полей с частотой ω это условие можно представить в виде

$$\omega \ll \omega_1, \quad (1.17)$$

где ω_1 — частота, зависящая от конфигурации системы проводников (сечения участков проводников), а также от характеристик непроводящей среды, окружающей проводники, и от характеристик материалов, из которых состоят проводники.

Второе условие квазистационарности токов и магнитного поля можно представить в виде

$$\frac{l_{\max}}{c} \ll \frac{2\pi}{\omega} \text{ или } \omega \ll \frac{2\pi c}{l_{\max}}, \quad (1.18)$$

где l_{\max} — максимальное расстояние между двумя точками области, проходимое электромагнитным возмущением.

Таким образом, окончательно обобщенное условие квазистационарности токов и магнитного поля можно представить с помощью соотношения

$$\omega \ll \min \left\{ \omega_1, \frac{2\pi c}{t_{\max}} \right\}. \quad (1.19a)$$

Остановимся теперь на условии квазистационарности переменного электрического поля между обкладками конденсатора, включенного в цепь переменного тока. По определению квазистационарное электрическое поле между обкладками конденсатора с требуемой степенью точности имеет ту же зависимость от мгновенной величины зарядов на обкладках в каждый данный момент времени, какую оно имело бы в стационарном случае. Иными словами, данное определение квазистационарного электрического поля требует столь медленного его изменения, чтобы напряженность вихревого электрического поля, индуцированного переменным магнитным полем, была пренебрежимо малой.

Если в некоторой системе выполнены условия квазистационарности токов и магнитного поля и электрического поля между обкладками конденсаторов, то будем говорить кратко, что в рассматриваемой системе выполнены условия квазистационарности, а электромагнитный процесс, протекающий в системе, является квазистационарным. В этом случае система может быть представлена как совокупность сосредоточенных элементов (индуктивности, емкости, сопротивления), соединенных между собою идеальными проводниками.

1.2 Некоторые сведения из техники измерения амплитудно-временных характеристик импульсных электромагнитных процессов

Ниже рассмотрены измерительные преобразователи (ИП), с помощью которых измеряются амплитудно-временные характеристики проекции на некоторое заданное направление, определяемое ортом \mathbf{n} , магнитной индукции $\mathbf{B}(t)$ и напряженности электрического поля $\mathbf{E}(t)$, а также осуществляется бесконтактное измерение амплитудно-временных характеристик электрического тока $I(t)$.

Величины $B_n(t)$, $E_n(t)$ и $I(t)$ могут иметь характер однократных импульсных быстроразвивающихся процессов ($t_n/t_\phi \gg 1$, где t_n — длительность, а t_ϕ — время нарастания фронта импульса). При этом полоса частот (f_n, f_n), занимаемая (амплитудно-частотным) спектром величин $B_n(t)$, $E_n(t)$ и $I(t)$, характеризуется соотношением $f_n/f_n \gg 1$ (при $f_n \neq 0$), что требует создания широкополосных ИП [1.8, 1.25].

В [1.2] описаны ИП импульсного напряжения (делители напряжения).

При измерении $B_n(t)$ на магнитометрический преобразователь воздействует $\mathbf{E}(t)$ (сопутствующее электрическое поле);

при измерении $E_n(t)$ на электрометрический преобразователь воздействует $\mathbf{B}(t)$ (сопутствующее магнитное поле); при измерении $I(t)$ на (измерительный) преобразователь тока воздействуют $\mathbf{B}(t)$ и $\mathbf{E}(t)$ (сопутствующие поля), непосредственно не связанные с током $I(t)$, протекающим по определенному участку токоведущей шины, имеющему заданные размеры и форму. Указанное обстоятельство, если не предпринять соответствующих мер, может привести к возникновению дополнительных погрешностей измерений.

Дополнительные погрешности измерений могут возникнуть также вследствие воздействия на ИП фоновых электромагнитных полей, спектр которых лежит вне полосы частот (f_n, f_n). Таким образом, ИП должны быть нечувствительны к сопутствующим и фоновым полям.

Для защиты первичного преобразователя (ПП) от воздействия сопутствующего электрического и электромагнитного фонового полей применяют его избирательное экранирование. Для обеспечения нечувствительности ПП к сопутствующему магнитному полю используют симметричные малых размеров конструкции ПП.

В некоторых случаях паразитный сигнал, возникающий на выходе ПП вследствие воздействия на него сопутствующих и фоновых полей, имеет ярко выраженную синфазную составляющую, для устранения которой применяются симметричные схемы съема сигнала с выхода ПП (например, с помощью дифференциального усилителя).

Измерительные преобразователи, описываемые в книге, основаны на использовании пассивных (индукционных магнитометрических и электрометрических) и активных (холловских и магнитооптических) ПП.

В состав ИП обычно входят: измерительный зонд (ИЗ), содержащий ПП (индукционный магнитометрический или электрометрический, холловский); преобразующий блок (ПБ), который преобразует выходной сигнал ПП в форму, удобную для передачи и дальнейшей обработки; экранированная линия связи (ЛС₁), по которой выходной сигнал ПП поступает на вход схемы ПБ, а в случае активного ПП еще и осуществляется его питание.

При проведении измерений выходной сигнал ИП, расположенный в зоне эксперимента (ЗЭ), передается по помехозащищенной линии связи (ЛС) на вход приемного устройства (ПрУ), находящегося в некотором экранированном объеме, называемом в дальнейшем приборным отсеком (ПО). Выходной сигнал ПрУ поступает далее на вход регистрирующего измерительного прибора (РИП), расположенного также в ПО (рис. 1.1). Совокупность ИП, ЛС, ПО, ПрУ, РИП, а также мера (M) составляет измерительную систему (ИС) [1.4].

Измерительный зонд (следовательно, и ПП), сориентированный надлежащим образом, помещается в точке пространства, в которой необходимо производить измерения. В непосредственной

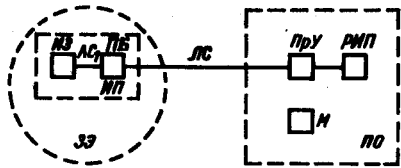


Рис. 1.1. Структура измерительной системы

близости от ИЗ располагается ПБ, имеющий корпус — электромагнитный экран, который защищает расположенные в нем электронную (или электронно-оптическую) схему и питающий ее (и активный ПП) автономный источник питания (аккумуляторные батареи или химические эле-

менты) от воздействия электромагнитных полей. Расстояние между ИЗ и ПБ при измерениях ограничено снизу допустимыми искажениями величины $[B_n(t)]$ или $E_n(t)]$ корпусом-экраном ПБ.

Чтобы время работы ИП между двумя последовательными подзарядками аккумуляторных батарей (или сменами химических элементов) определенной разрядной емкости было достаточно большим, схема ИП должна быть экономичной; иногда в ПБ встраивают устройство, позволяющее дистанционно выключать или включать в работу автономный источник питания с помощью команд, подаваемых из ПО по ЛС [1.22]. Расстояние между ПБ и ПО определяется условиями проведения эксперимента и может составлять от долей метра до сотен метров и более.

ЛС₁ и ЛС должны быть выполнены таким образом, чтобы исключалась возможность ввода по ним в экранированные объемы ПБ и ПО электромагнитных возмущений, обусловленных воздействием на ЛС₁ и ЛС электромагнитных полей.

В [1.5, 1.6, 1.13, 1.23] содержатся некоторые сведения по технике электромагнитного экранирования. Наиболее радикальным средством обеспечения помехоустойчивой передачи информации от ИП к РИП является использование в качестве ЛС оптической линии связи [1.10, 1.18, 1.22, 1.24]. При этом схема ПБ имеет преобразователь «электрический сигнал — свет», преобразующий электрический сигнал в некоторый параметр светового излучения (например, мощность). Световое излучение поступает далее по оптической линии связи (например, стекловолоконной) в ПО на вход ПРУ, схема которого имеет преобразователь «свет — электрический сигнал» [1.22]. Выходной (электрический) сигнал этого преобразователя поступает далее на вход РИП, в качестве которого может быть использован или запоминающий осциллограф, или цифровой регистрирующий измерительный прибор [1.1, 1.3, 1.20].

По сравнению с описанной ИС некоторые преимущества имеет ИС, основанная на использовании магнитооптических или электрооптических эффектов.

В этом случае ИП находится в точке пространства, в которой производится измерения; к нему по оптической ЛС подводится световое излучение от источника света, расположенного в ПО. Прошедшее через ИП световое излучение, содержащее в себе сигнал, по оптической ЛС поступает в ПО, где (при необходи-

мости) подвергается обработке и регистрируется. Магнитооптический (электрооптический) преобразователь не содержит металлических частей и, следовательно, создает меньшие возмущения электромагнитного поля; он не имеет автономного источника питания и, следовательно, имеет меньшие размеры.

Трудоемкой областью техники измерения амплитудно-временных параметров импульсных электромагнитных процессов является техника создания мер [1.2, 1.7, 1.15].

1.3 Основные метрологические характеристики измерительных преобразователей электрических и магнитных величин

Ниже определены метрологические характеристики магнито-метрических преобразователей. Аналогично определяются метрологические характеристики преобразователей электрических полей и токов.

Передаточная функция, частотная характеристика, амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики. Для исследования свойств индукционных магнито-метрических и электро-метрических преобразователей и преобразователей токов, являющихся линейными стационарными системами, удобным является аппарат передаточных функций, широко применяемый в теории автоматического регулирования [1.8, 1.17].

Применительно к магнито-метрическим преобразователям передаточные функции могут использоваться лишь в том случае, если выходной сигнал преобразователя $y(t)$ оказывается зависящим от некоторой характеристики вектора $B(t)$, являющейся скалярной функцией времени и оригиналом.

Так, в случае магнито-метрического преобразователя направленного действия, измеряющего проекцию $B_n(t)$ вектора B на магнитную ось, направление которой задается ортом n , передаточная функция преобразователя $W(p)$ определяется соотношением

$$W(p) = Y(p) / B_n(p) \quad (1.196)$$

при нулевых начальных условиях, где p — дифференциальный оператор; $Y(p) \doteq y(t)$; $B_n(p) \doteq B_n(t)$.

Если в выражении $W(p)$ заменить оператор p на произведение $j\omega$, где $j^2 = -1$, а ω — круговая частота, то функция $W(j\omega)$ будет называться частотной характеристикой. Запишем $W(j\omega)$ в показательной форме:

$$W(j\omega) = |W(j\omega)| \exp [j \arg W(j\omega)],$$

где $|W(j\omega)|$ — амплитудно-частотная характеристика, а $\arg W(j\omega)$ — фазочастотная характеристика.

Диапазон (полоса) рабочих частот и коэффициент преобразования. Значение амплитудно-частотной характеристики $|W(j\omega)|$ измерительного преобразователя называют коэффициентом пре-

образования преобразователя, а величину $\arg W(j\omega)$ — фазовым сдвигом, вносимым преобразователем, на частоте $f = \omega / 2\pi$.

Диапазоном (полосой) рабочих частот (f_n, f_b) измерительного преобразователя, практически не вносящего линейных искажений в преобразованный сигнал, называется такой максимальной длины интервал частот, в котором с допустимыми погрешностями выполняются соотношения

$$\left. \begin{aligned} |W(j\omega)| &= W_0 \equiv \text{const}, \\ \arg W(j\omega) &= -t_3 \omega + k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

где $t_3(\omega)$ — константа; f_n и f_b — граничные нижняя и верхняя частоты диапазона рабочих частот. Величину W_0 называют коэффициентом преобразования в диапазоне рабочих частот (или на средних частотах).

Если спектр входного сигнала измерительного преобразователя $x(t)$ лежит в диапазоне рабочих частот преобразователя, то выходной сигнал преобразователя $y(t)$ связан с его входным сигналом (с допустимой погрешностью) соотношением

$$y(t) = \pm W_0 x(t - t_3) \quad (1.21a)$$

и, следовательно, линейные искажения при преобразовании сигнала практически отсутствуют. Наличие знака «+» или «-» в последнем выражении зависит от значения k в (1.20) [1.8, 1.17, 1.25].

Если $f_n = 0$, то величину $|W(0)| = W_0$ обычно называют статическим коэффициентом преобразования. Заметим, что в случае магнитометра (или какого-либо другого измерительного прибора) величина W_0 называется чувствительностью магнитометра (или соответствующего измерительного прибора) в диапазоне рабочих частот.

Если в (1.196) заменить p на $j\omega$, то можно формально получить связь между частотными спектрами $Y(j\omega)$ и $B_n(j\omega)$ соответственно выходного $y(t)$ и входного $B_n(t)$ сигналов преобразователя, имеющего частотную функцию $W(j\omega)$:

$$Y(j\omega) = W(j\omega) B_n(j\omega). \quad (1.216)$$

В теории линейных систем доказываются справедливость выражения (1.216) как в случае периодического, так и непериодического и, в частности, однократного импульсного входного сигнала преобразователя [1.17].

Таким образом, если на вход преобразователя с частотной функцией $W(j\omega)$ поступает однократный импульсный входной сигнал $B_n(t)$, то с помощью прямого преобразования Фурье можно найти его спектр $B_n(j\omega)$; на основании (1.216) можно найти спектр выходного сигнала преобразователя $Y(j\omega)$, а затем с помощью обратного преобразования Фурье можно найти сам выходной сигнал $y(t)$.

Порог чувствительности. При отсутствии сигнала на входе преобразователя [$x(t) \equiv 0$] его выходной сигнал $y(t) = y_0(t)$ обычно не равен тождественно нулю:

$$y_0(t) \neq 0.$$

В общем случае $y_0(t)$ можно представить как сумму неслучайной $y_{0н}(t)$ и случайной составляющих $y_{0с}(t)$:

$$y_0(t) = y_{0н}(t) + y_{0с}(t).$$

В некоторых случаях детерминированная составляющая $y_{0н}(t)$ выходного сигнала $y_0(t)$ может быть изучена и учтена в процессе проведения измерений. Наличие $y_{0с}(t)$ порождает такую ситуацию, когда малым входным сигналам преобразователя соответствуют неразличимые сигналы на его выходе. Обычно $y_{0с}(t)$ называют шумом преобразователя.

Часто $y_{0с}(t)$ рассматривают как эргодический случайный процесс с нулевым средним, который может быть охарактеризован величиной

$$\overline{y_{0с}^2} = \int_{f_n}^{f_b} S(f) df,$$

где $S(f)$ — спектральная плотность мощности этого процесса.

Чтобы количественно охарактеризовать нечувствительность преобразователя к малым входным сигналам, обусловленную наличием шумов, вводится понятие порога чувствительности преобразователя. Под порогом чувствительности преобразователя, обладающего зависимостью $y = y(x)$, близкой к нечетной функции, понимают тот минимальный по абсолютной величине входной сигнал $|x|_0$, который порождает различимый с определенной вероятностью q на фоне шумов выходной сигнал преобразователя. При этом считается определенной процедура различения и можно записать

$$|x(q)|_0 = m(q) \sqrt{\overline{y_{0с}^2}} / W_0, \quad (1.22)$$

где $m(q)$ — коэффициент, зависящий от вероятности q , статистических свойств случайного процесса $y_{0с}(t)$ и установленной процедуры различения.

Обычно считается, что факт обнаружения сигнала на фоне шумов является практически достоверным событием при $m(q) = 3 \dots 5$. При малых входных сигналах в характере их преобразования может играть определенную роль нелинейность зависимости $y = y(x)$, которой можно было пренебречь при больших входных сигналах. Например, возможна нелинейность зависимости $y(x)$ типа «зона нечувствительности» [1.17]. В этом случае порог чувствительности преобразователя начинает зависеть сложным образом не только от его шумов, но и от конкретного характера нелинейности в зависимости $y = y(x)$ при малых x .

✓ **Диапазон измерений и пределы измерений.** Диапазон измерений есть область значений измеряемой величины x , для которой нормированы допускаемые погрешности измерительного преобразователя. Пределы измерений — это совокупность значений измеряемой величины, определяющих границу диапазона измерений. Например, в случае зависимости $y = y(x)$, близкой к нечетной функции, пределы измерений могут задаваться в виде $|x|_{\min}$ и $|x|_{\max}$, а диапазон измерений — указанием совокупности $\{|x|_{\min}, |x|_{\max}\}$ или отношения $D_0 = |x|_{\max} / |x|_{\min}$ (иногда $D_0 = 20 \lg \frac{|x|_{\max}}{|x|_{\min}}$) и одного из пределов измерений ($|x|_{\min}$ или $|x|_{\max}$).

Пространственное разрешение и диаграмма направленности. Первичный магнитометрический преобразователь должен иметь высокое пространственное разрешение, т. е. столь малый максимальный линейный размер d_{\max} , чтобы в воображаемой области пространства, занятой ПП, неоднородности невозмущенного исследуемого поля были бы пренебрежимо малыми.

Магнитометрические преобразователи могут быть преобразователями направленного и ненаправленного действий. Преобразователь направленного действия — это преобразователь, выходной сигнал которого зависит от направления вектора \mathbf{B} в некоторой системе координат, жестко связанной с его телом. В противном случае преобразователь называется преобразователем ненаправленного действия [1.11].

В случае преобразователя направленного действия можно указать некоторую ось, жестко связанную с его телом, такую, что выходной сигнал преобразователя максимален, когда вектор \mathbf{B} параллелен этой оси (и минимален, когда \mathbf{B} перпендикулярен ей). Указанная ось называется магнитной осью магнитометрического преобразователя.

Пусть вектор $\mathbf{B}(t)$ при своем изменении остается все время параллельным некоторому орту \mathbf{i} :

$$\mathbf{B}(t) = i B_i(t),$$

где $B_i(t)$ — проекция \mathbf{B} на направление, определяемое ортом \mathbf{i} , а направление магнитной оси преобразователя характеризуется ортом \mathbf{n} , составляющим угол θ с ортом \mathbf{i} , т. е.

$$\cos \theta = (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}); \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi.$$

Определим передаточную функцию магнитометрического преобразователя $W_{\text{рез}}(\theta)$ по отношению к входному сигналу $x(t) = B_i(t)$ соотношением

$$W_{\text{рез}}(\theta) = W_{\text{рез}}[p, \theta] = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{Y(p)}{B_i(p)},$$

где $Y(p)$ и $X(p) = B_i(p)$ — преобразование Лапласа соответственно выходной и входной величин преобразователя. Допустим, что

$B_i(t)$ — функция, изменяющаяся по гармоническому закону с частотой ω . В этом случае, полагая $p = j\omega$, получаем

$$W_{\text{рез}}(\theta) = W_{\text{рез}}[j\omega, \theta] = Y(j\omega) / B_i(j\omega).$$

В плоскости, определяемой ортами \mathbf{i} и \mathbf{n} , введем полярную систему координат с полюсом O и полярной осью, направление которой задается ортом \mathbf{i} . Полярными координатами произвольной точки плоскости в данном случае будут радиус ρ и полярный угол θ . При $\omega \in (2\pi f_n, 2\pi f_h)$ и при изменении θ от 0 до 2π описываемый концом вектора \mathbf{n} $|W_{\text{рез}}(\theta)|$ годограф $\rho = \rho(\theta)$ называется диаграммой направленности магнитометрического преобразователя.

Если преобразователь направленного действия (рамка) характеризуется соотношением

$$|W_{\text{рез}}(\theta)| = |W_0(\mathbf{i} \cdot \mathbf{n})| = |W_0 \cos \theta|,$$

то диаграмма направленности имеет вид «восьмерки» (рис. 1.2). В случае преобразователя ненаправленного действия в качестве магнитной оси формально можно взять произвольную ось, жестко связанную с его телом, характеризуемую ортом \mathbf{n} , при этом

$$|W_{\text{рез}}(\theta)| = \text{const}$$

и, следовательно, диаграмма направленности является окружностью.

Погрешности преобразователей.

Пусть частотный спектр входного сигнала ИП лежит в диапазоне рабочих частот; x и y — истинные значения величин на входе и выходе преобразователя; $W_{\text{ор}}$ — коэффициент преобразования ИП, определяемый по его линейной градуировочной характеристике [1.4].

Абсолютные погрешности ИП по входу Δx и по выходу Δy определяются соотношениями

$$\Delta x = W_{\text{ор}}^{-1} y - x; \quad \Delta y = y - W_{\text{ор}} x.$$

Относительные погрешности ИП по входу δ_x и по выходу δ_y (при $x \neq 0, y \neq 0$) определяются соотношениями

$$\delta_x = \Delta x / x; \quad \delta_y = \Delta y / y.$$

Составляющая погрешности ИП, остающаяся постоянной или изменяющаяся по детерминированному закону, называется систематической погрешностью. Составляющая погрешности ИП, изменяющаяся случайным образом, называется случайной погрешностью ИП. Значение абсолютной погрешности ИП может зависеть или не зависеть от x . В первом случае погрешность называют мультипликативной, во втором — аддитивной. Муль-

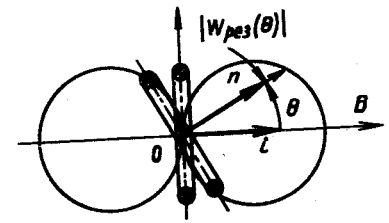


Рис. 1.2. Диаграмма направленности рамки

типликативные и аддитивные погрешности ИП могут быть систематическими и случайными.

Физическая величина, не являющаяся измеряемой, но влияющая на результаты измерений, называется влияющей физической величиной. Значение (область значений) влияющей величины, устанавливаемое (устанавливаемая) в стандартах или технических условиях на ИП в качестве нормального (нормальной) для ИП, называется нормальным значением (нормальной областью значений) влияющей величины. Область значений влияющей величины, устанавливаемая в стандартах или технических условиях на ИП, в пределах которой нормируется изменение погрешности (дополнительная погрешность) ИП, называется рабочей областью значений влияющей величины.

Условия применения ИП, при которых влияющие величины имеют нормальные значения или находятся в пределах нормальной области значений, называются нормальными условиями применения ИП. Погрешность ИП, используемого в нормальных условиях, называется основной погрешностью ИП. При нормальных условиях определяется (только) основная погрешность измерений. Изменение погрешности ИП, вызванное отклонением одной из влияющих физических величин от ее нормального значения или выходом влияющей величины за пределы нормальной области значений, называется дополнительной погрешностью ИП. Вследствие отклонения влияющей величины ξ от нормального значения или из-за выхода ее за пределы нормальной области значений возможно возникновение изменения коэффициента преобразования ИП ΔW_{0r} .

Погрешность ИП, используемого для измерения постоянной величины, называется статической погрешностью. Погрешность ИП, используемого для измерений переменной во времени величины, называется погрешностью ИП в динамическом режиме. Разность между погрешностью ИП в динамическом режиме и его статической погрешностью, соответствующей значению измеряемой величины в рассматриваемый момент времени, называется динамической погрешностью ИП.

Наибольшая (без учета знака) погрешность ИП, при которой он может быть признан годным и допущен к применению, называется пределом допускаемой погрешности ИП. Может быть указан предел основной или дополнительной погрешности измерений. На магнитометрический преобразователь могут действовать некоторые влияющие физические величины, например разность температур $\Delta T^\circ = T^\circ - T_n^\circ$ (где T° — истинная температура окружающей среды, T_n° — температура, соответствующая нормальным условиям) или напряженность электрического поля E .

Изменение коэффициента преобразования ИП W_0 вследствие действия ΔT° характеризуется функцией влияния

$$\Psi_T = \frac{\Delta W_{0r}}{\Delta T^\circ} = \frac{W_0(T^\circ) - W_0(T_n^\circ)}{\Delta T^\circ},$$

при этом возникает дополнительная погрешность

$$\Delta y_T = \Delta W_{0r} \cdot B_n.$$

Если приращение выходного сигнала $\Delta y_E(t)$ магнитометрического преобразователя, обусловленное действием на ИП $E(t)$, зависит лишь от проекции $E_m = (E \cdot m)$, где m — направляющий орт электрической оси, жестко связанной с телом преобразователя, то может быть введена частотная функция преобразователя

$$W_E(j\omega) = \Delta y_E(j\omega) / E_m(j\omega).$$

При этом дополнительная погрешность

$$\Delta y_E = W_E E_m.$$

Рассмотрим в качестве примера погрешности магнитометрического преобразователя направленного действия, магнитная и электрическая оси которого характеризуются ортами n и m . Допустим, что этим преобразователем следует измерить B_i — проекцию B на некоторую ось в пространстве, направление которой определяется ортом i . Для этого ИП ориентируется таким образом, чтобы орты n и i совпали. Очевидно, что практически установка ИП будет выполнена с некоторой погрешностью. Пусть $\Delta\alpha$ — угол между n и i ; $\alpha(t)$ — угол между B и i , W_0 — истинный коэффициент преобразования магнитометрического преобразователя в диапазоне рабочих частот при нормальных условиях его применения; $\Delta W_{0r} = (W_{0r} - W_0)$. Влияющие физические величины следующие: разность температур ΔT° и напряженность электрического поля $E(t)$. При $\frac{|\Delta W_{0r}|}{W_0} \ll 1$, $\frac{|\Delta W_{0r}|}{W_0} \ll 1$, $\Delta\alpha \ll 1$ абсолютная погрешность преобразователя

$$\Delta B_i(t) = \left[1 + \frac{\Delta W_{0r} - \Delta W_{0r}}{W_{0r}} \right] \left[\cos\alpha(t - t_3) - \Delta\alpha \sin\alpha(t - t_3) \right] B(t - t_3) - B(t) \cos\alpha(t) + \frac{1}{2\pi W_{0r}} \int_{-\infty}^{+\infty} W_E E_m \exp(j\omega t) d\omega.$$

В общем случае погрешность измерительного преобразователя может быть связана с линейными (частотными) искажениями сигнала преобразователем или с нелинейными искажениями. Например, в случае зависимости выходного сигнала преобразователя от его входного сигнала типа «зона нечувствительности» искажения особо ощутимы при малых входных сигналах; и наоборот, в случае зависимости типа «зона насыщения» искажения возникают лишь при достаточно больших сигналах [1.17].

Глава 2. Индукционные магнитометрические преобразователи

К первичным индукционным магнитометрическим преобразователям (ПИМП) относятся ПП, работа которых основана на использовании явления (закона) электромагнитной индукции Фарадея [2.17], согласно которому в произвольном контуре (этим контуром может быть любая замкнутая линия в пространстве, не обязательно совпадающая с электрическим контуром, т. е. контуром, проходящим по проводнику), пронизываемом потоком магнитной индукции $\Phi(t)$, возбуждается ЭДС электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}(t) = -d\Phi(t)/dt.$$

ПИМП в общем случае является катушкой, состоящей из обмотки — некоторого числа витков металлического провода, диэлектрического каркаса, магнитного сердечника — концентратора магнитного поля и электростатического экрана. Иногда ПИМП представляет собой один (плоский) круговой или прямоугольной формы виток металлического провода, называемый рамкой.

При проведении измерений неподвижный в пространстве ПИМП подвергается воздействию электромагнитного поля (при этом все параметры ПИМП должны быть неизменными во времени). На некоторой нагрузке, подключаемой к выводам катушки, возникает выходной сигнал. Источником энергии этого сигнала является электромагнитное поле. Именно поэтому такой ПП называется «пассивным».

ПИМП считается «электрически малым», если длина провода обмотки меньше одной десятой (согласно [2.15], меньше $1/6$) минимальной длины волны спектра исследуемого поля, т. е. если выполняется «условие квазистационарности».

После рассмотрения свойств «электрически малых» ПИМП описываются свойства ПИМП, работающих в неквазистационарном режиме.

2.1. Эквивалентная схема и параметры катушки

Эквивалентная схема катушки (как нагрузки). На рис. 2.1 приведена структурная схема ИМП. Не нарушая общности рассмотрения, можно считать, что выходной сигнал ПП снимается с помощью коаксиального кабеля, нагруженного на резистор, сопротивление которого равно волновому сопротивлению кабеля $R_в$. Поэтому отражения сигнала в кабеле со стороны резистора $R_в$ не возникают.

В частном случае соединительный коаксиальный кабель может отсутствовать, при этом концы выводов обмотки катушки подключаются непосредственно к какой-либо нагрузке (например, ко

входу вторичного электронного преобразователя). Каркас катушки (К) изготавливается из диэлектрического материала с малым углом электрических потерь. Магнитный сердечник С, если он имеется, делается пермаллоевым (при измерениях характеристик низкочастотных слабых магнитных полей) или ферритовым (при измерениях характеристик высокочастотных слабых магнитных полей) [2.12]. В качестве материала провода катушки выбирается металл с большой удельной электропроводностью, например медь, алюминий или сплав с малой удельной электропроводностью (например, нихром).

Выводы обмотки (О) катушки обычно (это особенно важно при измерениях индукции сильных импульсных магнитных полей с крутыми фронтами) плотно скручиваются в возможно более короткую «косичку» — витую пару проводов (в частном случае косичка вообще может отсутствовать, если входные клеммы нагрузки близки между собой и расположены непосредственно около катушки). Концы a, b скрученных выводов обмотки катушки подсоединяются к центральной жиле кабеля через резистор, имеющий сопротивление R_1 , и к оплетке кабеля соответственно. К концам a, b также подсоединяется резистор, имеющий сопротивление R_2 (в частном случае каждый из указанных резисторов может отсутствовать: $R_1 = 0, R_2 = \infty$). Резисторы R_1 и R_2 выбираются миниатюрными, а кабель может крепиться к концам катушки с помощью разъема или пайки. Тщательное выполнение конструкции этого узла (косичка, резисторы R_1 и R_2 , разъем) должно обеспечить минимизацию дополнительных паразитных площадей, охватываемых выводами и пронизываемых переменным магнитным полем.

Катушка или рамка, рассматриваемые со стороны концов a, b своих выводов как нагрузка для некоторого внешнего источника ЭДС или тока, представляют собою некоторое комплексное сопротивление, количественные характеристики которого при не сли-

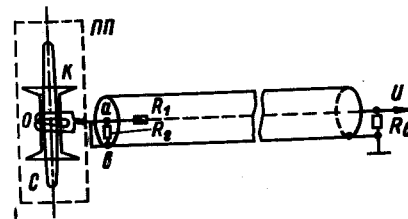


Рис. 2.1. Структурная схема ИМП

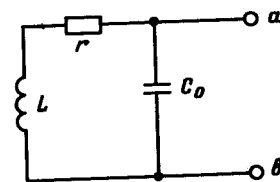


Рис. 2.2. Эквивалентная схема катушки (как нагрузки)

шком высоких частотах могут быть отражены с помощью эквивалентной схемы катушки, изображенной на рис. 2.2. Правильность представления катушки такой эквивалентной схемой, с одной

стороны, подтверждается результатами теоретического анализа (правда, только в простейших случаях, например в случае круговой рамки) и, с другой стороны, результатами экспериментальных исследований.

Рассмотрим результат теоретического анализа входного импеданса электрически малой круговой рамки диаметра D_c , выполненной из провода диаметра d (рис. 2.3). Рамка является уединенной, находится в вакууме и питается от источника ЭДС $\mathcal{E}(j\omega)$, имеющего форму кругового цилиндра с диаметром основания d и исчезающе малой высотой Δ (в [2.21] такой источник ЭДС называется delta-function generator); при этом выполняются условия

$$d^2 \ll D_c^2, \quad (2.1)$$

$$\frac{\pi D_c}{\lambda} = \frac{\omega D_c}{2c} \ll 1, \quad (2.2)$$

где $\lambda = \lambda(\omega) = 2\pi c/\omega$ — длина волны электромагнитного поля, соответствующая круговой частоте ω ; c — скорость света в вакууме. В этом случае входной импеданс рамки Z может быть аппроксимирован выражением

$$Z = Z_0 Z_1 / (Z_0 + Z_1),$$

причем

$$Z_0 = r + j\omega L; \quad (2.3)$$

$$r = r_{\text{пр}} + \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{\pi D_c}{\lambda} \right) \quad (2.4)$$

$$Z_1 = \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{\pi D_c}{\lambda} \right)^2 + \frac{1}{j\omega C_0}; \quad (2.5)$$

$$L = \frac{\mu_0 D_c}{2} \left(\ln \frac{8 D_c}{d} - 2 \right); \quad (2.6)$$

$$C_0 = \epsilon_0 D_c / \left(\ln \frac{8 D_c}{d} - 2 \right); \quad (2.7)$$

$r_{\text{пр}}$ — сопротивление провода рамки, обусловленное потерями при прохождении по нему тока [2.21]. С помощью приведенных выражений построены табл. 2.1 и 2.2.

Анализ данных этих таблиц позволяет сделать следующие выводы.

1. Чем меньше отношение $\pi D_c / \lambda$ ($\frac{\pi D_c}{\lambda} \ll 1$), тем меньше отно-

шение d/D_c [$(d^2/D_c^2) \ll 1$] и чем меньше удельная электропроводность материала провода рамки, тем более точным является представление рамки обсуждаемой эквивалентной схемой.

2. При $(\pi D_c/\lambda) = 0,1$ вследствие выбора достаточно малого отношения d/D_c и материала провода рамки с достаточно малой удельной электропроводностью практически легко достигается весьма точное представление рамки обсуждаемой эквивалентной схемой (когда приращения активных составляющих комплексных сопротивлений Z_0 и Z_1 , обусловленные электромагнитным излучением, становятся пренебрежимо малы).

Рассмотрим следующий эксперимент. К концам a, b выводов катушки подключается конденсатор, имеющий емкость $C_{\text{вн}}$ и источник гармонически изменяющейся во времени ЭДС $\mathcal{E}_r(j\omega)$.

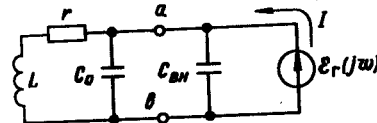


Рис. 2.4. Схема эксперимента по определению параметров катушки (измеритель I не показан)

частота которой в процессе опыта меняется, оставаясь, однако, постоянной при проведении каждого отдельного измерения амплитуды напряжения и тока (рис. 2.4). Характер эксперимента — наблюдаемой зависимости

$$Z(j\omega) = \mathcal{E}_r(j\omega) / I(j\omega),$$

где $Z(j\omega)$ — импеданс; $I(j\omega)$ — ток, протекающий через источник ЭДС, подтверждает правильность обсуждаемой эквивалентной схемы при не слишком высоких частотах. На использовании этой зависимости основано экспериментальное определение параметров катушки L, C_0 и r .

Если при двух близких известных значениях емкостей $C_{\text{вн}1}$ и $C_{\text{вн}2}$, отличающихся друг от друга на несколько процентов, экспериментально определить резонансные частоты f_{p1} и f_{p2} , то с помощью известного соотношения

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L(C_0 + C_{\text{вн}})} - \frac{r^2}{L^2}} \approx \frac{1}{2\pi \sqrt{L(C_0 + C_{\text{вн}})}} \quad (2.8)$$

$$\left[\text{при } r \ll \sqrt{L/(C_0 + C_{\text{вн}})} \right]$$

можно найти L и C_0 . Иногда L определяют другим способом, а затем, зная L и определяя f_p для одного известного значения $C_{\text{вн}}$, с помощью (2.8) находят C_0 .

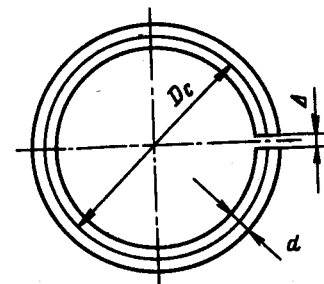


Рис. 2.3. Круговая рамка

Активное сопротивление r катушки определяется следующим образом. Для некоторого значения $C_{\text{вн}}$ определяются резонансная

Таблица 2.1. Параметры круговой рамки при $\pi D_c = 1$ м; $D_c = 0,318$ м; $d = 1,0$ мм; $L = 1,17 \cdot 10^{-6}$ Гн; $C_0 = 0,482 \cdot 10^{-12}$ Ф

Z_i , Ом, $i=0,1$	Материал	$f=0,3$ МГц; $\omega=1,88 \cdot 10^6$ с $^{-1}$; $\lambda=10^3$ м	$f=3$ МГц; $\omega=1,88 \cdot 10^7$ с $^{-1}$; $\lambda=10^2$ м	$f=30$ МГц; $\omega=1,88 \cdot 10^8$ с $^{-1}$; $\lambda=10$ м
Z_0	Медь	$0,0216 + j2,19$	$0,0216 + j21,9$	$0,0413 + j219$
	Нихром	$1,28 + j2,19$	$1,28 + j21,9$	$1,30 + j219$
Z_1	Медь, нихром	$1,97 \cdot 10^{-4} - j1,10 \cdot 10^6$	$1,97 \cdot 10^{-2} - j1,10 \cdot 10^5$	$1,97 - j1,10 \cdot 10^4$

Таблица 2.2. Параметры круговой рамки при $\pi D_c = 1$ м; $D_c = 0,318$ м; $d = 0,1$ мм; $L = 1,63 \cdot 10^{-6}$ Гн; $C_0 = 0,345 \cdot 10^{-12}$ Ф

Z_i , Ом, $i=0,1$	Материал	$f=0,3$ МГц; $\omega=1,88 \cdot 10^6$ с $^{-1}$; $\lambda=10^3$ м	$f=3,0$ МГц; $\omega=1,88 \cdot 10^7$ с $^{-1}$; $\lambda=10^2$ м	$f=30,0$ МГц; $\omega=1,88 \cdot 10^8$ с $^{-1}$; $\lambda=10$ м
Z_0	Медь	$2,16 + j3,06$	$2,16 + j30,6$	$2,18 + j306$
	Нихром	$128 + j3,06$	$128 + j30,6$	$128 + j306$
Z_1	Медь, нихром	$1,97 \cdot 10^{-4} - j1,54 \cdot 10^6$	$1,97 \cdot 10^{-2} - j1,54 \cdot 10^5$	$1,97 - j1,54 \cdot 10^4$

частота f_p и добротность катушки (контура) Q , а затем с помощью известных из радиотехники соотношений для высокодобротного контура находится активное сопротивление катушки [2.14]

$$r = \frac{1}{2\pi f_p Q (C_0 + C_{\text{вн}})} = \frac{2\pi f_p L}{Q} \quad (2.9)$$

Активное сопротивление $r_{\text{пр}}$ практически измеряется на постоянном токе. Емкость между выводами маловитковых катушек может быть соизмеримой или даже много большей их собственной емкости C_0 ; в этих случаях при расчетах характеристик преобразователей значение C_0 в обсуждаемой эквивалентной схеме следует увеличивать на величину емкости между выводами.

Заметим, однако, что используемое понятие собственной емкости C_0 катушки не тождественно понятию емкости, используемому в классической электротехнике. Собственная емкость C_0 учитывает интегральный эффект протекания токов смещения между различными участками поверхности провода катушки (рамки) на таких частотах, когда этим эффектом пренебречь уже нельзя.

Таким образом, использование понятия собственной емкости C_0 , учитывающей значимые токи смещения через боковую поверхность длинного тонкого проводника, характеризует то обстоятельство, что, строго говоря, не квазистационарный электромагнитный процесс описывается с помощью понятий, используемых при описании квазистационарных процессов.

Активное сопротивление катушки. Активное сопротивление катушки r может быть представлено в виде

$$r = r_{\text{пр}} + r_{\text{п}}, \quad (2.10)$$

где $r_{\text{пр}}$ — сопротивление провода обмотки катушки; $r_{\text{п}}$ — так называемое сопротивление потерь.

Сопротивление $r_{\text{пр}}$ обусловлено потерями в проводе при протекании по нему тока. С ростом частоты это сопротивление растет вследствие скин-эффекта [2.3, 2.9]. В случае, когда скин-эффектом можно пренебречь,

$$r_{\text{пр}} = 4\rho l_{\Sigma} / \pi d^2, \quad (2.11)$$

где ρ — удельное сопротивление материала провода; d — диаметр, а l_{Σ} — длина провода. В сильных магнитных полях $r_{\text{пр}}$ возрастает при возникновении эффекта магнитосопротивления.

Сопротивление потерь $r_{\text{п}}$ обусловлено:

- потерями в диэлектриках (в каркасе катушки, в изоляции проводов, в рядом расположенных деталях из диэлектрика);
- потерями, связанными с возникновением вихревых токов в рядом расположенных деталях из проводящего материала (шасси, соседние провода, экраны и т. п.);
- при наличии ферромагнитного сердечника потерями в нем (потери на гистерезис, потери на вихревые токи, так называемые дополнительные потери);
- потерями на электромагнитное излучение.

Все перечисленные выше составляющие $r_{\text{п}}$ возрастают с ростом частоты. Точный расчет $r_{\text{п}}$ затруднителен; в [2.9] приведены некоторые соотношения, позволяющие оценивать $r_{\text{п}}$.

√ Индуктивность катушки. Индуктивность L проводящего тела (при отсутствии намагничивающихся сред) может быть выражена в виде

$$L = \frac{10^{-7}}{I^2} \iint_V \frac{i(\mathbf{r})i(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV dV', \quad (2.12)$$

где интегрирование выполняется по всему объему V (V') проводника, по которому протекает постоянный ток I ; $\mathbf{r}(\mathbf{r}')$ — радиус-вектор; $i(\mathbf{r})$ — плотность тока. Таким образом, из (2.12) вытекает, что индуктивность проводящего тела зависит в общем случае от его конфигурации, размеров и от распределения удельной электропроводности по объему проводника и не зависит от силы тока I ,

протекающего по проводящему телу [1.16]. При однородном проводнике индуктивность проводящего тела зависит лишь от его конфигурации и размеров.

✓ Рассмотрим вначале катушки без магнитного сердечника. Индуктивность уединенной катушки без магнитного сердечника пропорциональна квадрату числа витков, среднему диаметру обмотки и сложным образом зависит от ее конфигурации и остальных размеров (см. приложение 2.1).

Вследствие возникновения скин-эффекта на высоких частотах индуктивность катушки с небольшим числом витков, намотанной тонким проводом, незначительно уменьшается (вследствие вытеснения магнитного поля из объема металлического проводника).

Допустим теперь, что рассматриваемая катушка окружена другими проводящими телами, в которых могут наводиться токи Фуко. Рассмотрим влияние этих токов на параметры катушки с помощью частотного метода анализа. Предположим, что исследуемая катушка (рис. 2.5), обладающая индуктивностью L и активным сопротивлением r

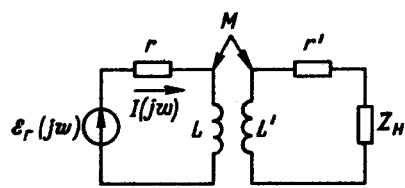


Рис. 2.5. Индуктивно связанные катушки

(собственной емкостью катушки мы здесь пренебрегаем), индуктивно связана с другой катушкой, обладающей индуктивностью L' , активным сопротивлением r' и подключенной к нагрузке $Z_n = R_n + jX_n$. Пусть M — взаимная индуктивность катушек.

В этом случае можно показать, что под действием ЭДС $\mathcal{E}_r(j\omega)$ в исследуемой катушке будет протекать ток

$$I(j\omega) = \frac{\mathcal{E}_r(j\omega)}{(r + R_{\text{вн}}) + j(\omega L - X_{\text{вн}})}, \quad (2.13)$$

где $R_{\text{вн}}$ и $X_{\text{вн}}$ — вносимые из вторичного контура в первичный активные и реактивные сопротивления, которые выражаются соотношениями

$$R_{\text{вн}} = \frac{\omega^2 M^2 (r' + R_n)}{(r' + R_n)^2 + (\omega L' + X_n)^2}, \quad (2.14)$$

$$X_{\text{вн}} = \frac{\omega^2 M^2 (\omega L' + X_n)}{(r' + R_n)^2 + (\omega L' + X_n)^2}. \quad (2.15)$$

Из выражений (2.13) — (2.15) следует, что если рассматриваемая катушка будет окружена проводящими телами, то из-за токов Фуко, наводимых в них, ее импеданс будет меняться вследствие вносимых сопротивлений: активная составляющая импеданса возрастет на $R_{\text{вн}}$, а индуктивная — уменьшится на $X_{\text{вн}}/\omega$ [2.3].

✎ Наличие вблизи катушки тел, состоящих из намагничиваемых веществ, приводит к увеличению индуктивности катушки. Например, если плоская петля произвольной формы лежит на плоской

поверхности полубесконечного пространства, заполненного веществом с магнитной проницаемостью μ_r , то, пренебрегая полем внутри провода, можно показать, что индукция этой петли увеличивается в $2\mu_r/(\mu_r + 1)$ раз по сравнению со случаем уединенной петли. Индуктивность катушки с магнитным сердечником (при прочих равных условиях) больше индуктивности катушки без магнитного сердечника.

✎ Собственная емкость катушки за исключением простейших случаев (см. приложение 2.1), не поддается расчету.

Емкость C_0 зависит от размеров и конфигурации катушки, способа намотки витков, материала каркаса катушки, наличия пропитки обмотки и вида пропитывающих веществ, магнитного сердечника и электростатического экрана и от их размеров и конфигурации. Собственная емкость C_0 однослойной катушки, у которой длина не превышает ее диаметра, примерно прямо пропорциональна диаметру катушки [2.3, 2.9].

Более плотная укладка соседних витков катушки (уменьшение шага намотки) сопровождается увеличением C_0 , поэтому в целях уменьшения C_0 в многovitковых катушках применяют секционную намотку [2.9]. Многovitковые и многослойные катушки могут иметь собственную емкость, составляющую сотни пикофард; в то же время маловитковые однослойные катушки могут иметь собственную емкость, составляющую единицы — десятки микрофард. Собственная емкость катушек с гладким каркасом на 10 — 40% меньше собственной емкости катушек, каркасы которых имеют нарезку под витки (при одном и том же шаге намотки). Емкость C_0 растет с увеличением диэлектрической проницаемости материала каркаса катушки. Собственная емкость C_0 катушки может возрасти в несколько раз после пропитки ее обмотки некоторыми видами лаков и компаундов.

✎ Вследствие наличия электростатического экрана собственная емкость катушки C_0 в общем случае возрастает и тем сильнее, чем ближе участки внутренней поверхности экрана к виткам катушки.

В дальнейшем при анализе характеристик ПИМП (если не делается оговорок) предполагается, что параметры r , L и C_0 катушек являются постоянными величинами, что, однако, имеет место лишь до определенных (высоких) частот, зависящих от конструкции и конструкционных материалов катушки.

Диаграмма направленности и площадь катушки (без магнитного сердечника). ЭДС $\mathcal{E}(t)$, наводимая в плоском неподвижном произвольной формы электрически малом витке тонкого металлического провода внешним магнитным полем с индукцией $B(t) = iB_i(t)$, где i — орт; $i(t) \equiv \text{const}$, может быть выражена соотношением в операторной форме:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(p) &= -p(\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}) = -pS(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) = -SpB_n(p) = -SpB_i(p)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) = \\ &= -SpB_i(p) \cos \theta, \end{aligned} \quad (2.16)$$

где \mathbf{S} — вектор, модуль которого равен площади S , охватываемой витком, а направление характеризуется ортом $\mathbf{n} = \mathbf{S}/S$, нормальным к плоскости витка; θ — угол между векторами \mathbf{n} и \mathbf{i} ; $(\mathbf{B}\mathbf{n}) = B_n$ — проекция вектора \mathbf{B} на направление \mathbf{n} .

Результирующая передаточная функция витка выражается соотношением

$$W_{\text{рез}}[p, \theta] = \frac{\mathcal{E}(p)}{B_i(p)} = -pS \cos \theta.$$

При $p = j\omega$

$$|W_{\text{рез}}[j\omega, \theta]| = |W_{\text{рез}}(\theta)| = \omega S |\cos \theta|,$$

и, следовательно, диаграмма направленности, согласно сказанному выше, имеет вид «восьмерки», а магнитной осью может быть названа ось, нормальная к плоскости витка и проходящая, например, через его центр тяжести (см. рис. 1.2).

Введем прямоугольную декартову систему координат $OXYZ$, ось OZ которой направим вдоль \mathbf{n} , начало системы координат O поместим, например, в центр тяжести витка, а ось OX расположим произвольным образом в плоскости витка. Деформируем этот виток так, чтобы виток стал неплоским, ЭДС \mathcal{E} , наводимая магнитным полем в деформированном витке, будет выражаться соотношением

$$\mathcal{E}(p) = -p \int_{\Omega} \mathbf{B} d\sigma = -p(\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}) = -Sp(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) = -SpB_n(p), \quad (2.17)$$

где (в отличие от случая плоского витка) \mathbf{S} — вектор, проекции на координатные оси которого выражаются соотношениями

$$S_{\alpha} = \int_{\Omega} d\sigma_{\alpha}, \quad \alpha = x, y, z; \quad \Omega — \text{некоторая произвольная гладкая ориентированная поверхность, натянутая на деформированный контур; } d\sigma_x, d\sigma_y \text{ и } d\sigma_z — \text{проекции на координатные оси ориентированного элемента } d\vec{\sigma} \text{ поверхности } \Omega. \text{ Поверхностный интеграл } S_{\alpha} \text{ в случае необходимости вычисляется отдельно по частям поверхности } \Omega \text{ так, чтобы на этих частях элемент поверхности } d\vec{\sigma} \text{ был однозначной функцией координат } x, y, z; \text{ единичный вектор } \mathbf{n} \text{ определяется соотношениями}$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{S}/S, \quad S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}. \quad (2.18)$$

Из сравнения выражений (2.16) и (2.17) можно сделать вывод о том, что деформированный виток-контур (в смысле вычисления наводимой в нем ЭДС \mathcal{E} внешним магнитным полем) можно заменить некоторым эквивалентным плоским контуром, соответствующие которому площадь S и нормаль \mathbf{n} полностью определяются конфигурацией деформированного контура.

Рассмотрим теперь катушку в прямоугольной декартовой системе координат $OXYZ$, ось OZ которой направлена, например, вдоль геометрической оси катушки, центр O совпадает с центром тяжести катушки, а ось OX расположена произвольным образом в плоскости, перпендикулярной к оси OZ ; пусть катушка имеет w витков, каждый из которых характеризуется некоторым вектором \mathbf{S}_i ($i = 1, 2, \dots, w$), не совпадающим в общем случае по направлению с осью OZ ; при этом результирующая ЭДС \mathcal{E} , наводимая внешним магнитным полем в обмотке катушки, будет выражаться соотношением

$$\mathcal{E} = - \sum_{i=1}^w p(\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}_i) = -p(\mathbf{B} \cdot \sum_{i=1}^w \mathbf{S}_i) = -p(\mathbf{B} \mathbf{S}_k), \quad (2.19)$$

$$\text{где } \mathbf{S}_k = \sum_{i=1}^w \mathbf{S}_i.$$

Из (2.19) следует, что катушку (в целях вычисления в ней ЭДС, наведенной внешним магнитным полем) можно заменить некоторым эквивалентным плоским контуром, охватывающим площадь (площадь катушки) S_k и магнитную ось, определяемую единичным вектором $\mathbf{n} = \mathbf{S}_k/S_k$. Таким образом, магнитная ось реальной катушки в общем случае может не совпадать с ее геометрической осью.

▼ **Магнитные сердечники и их влияние на параметры катушки.** Для достижения требуемых метрологических характеристик ПИМП часто используют концентраторы магнитного поля — сердечники катушек, изготовленные из веществ, магнитная проницаемость которых $\mu_r \gg 1$. Обычно при измерениях характеристик низкочастотных магнитных полей используют пермаллоевые сердечники, а при измерениях характеристик высокочастотных магнитных полей — ферритовые.

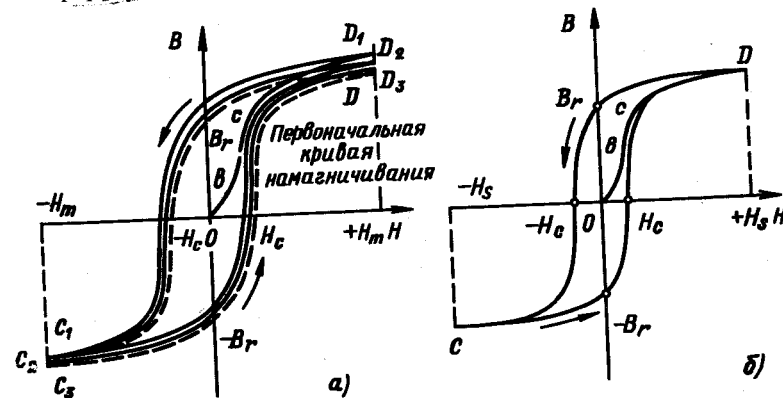


Рис. 2.6. Образование установившейся петли гистерезиса при циклическом намагничивании вещества (а) и предельный гистерезисный цикл (б)

На рис. 2.6 изображена петля гистерезиса ферромагнетика (ферримгнетика), которая может быть получена экспериментально, например, с помощью кольцевого образца с намагничивающей обмоткой. Основными параметрами установившейся петли гистерезиса, получаемой при циклическом перемагничивании вещества, являются максимальная величина намагничивающего (размагничивающего) поля H_m , остаточная индукция B_r и коэрцитивная сила H_c . Если H_m больше некоторой величины H_s , называемой полем насыщения, то при циклическом перемагничивании вещества точка (B, H) , изображающая состояние вещества, будет перемещаться по некоторому предельному гистерезисному циклу; при этом B_r и H_c принимают максимальные (предельные) значения, которые и являются характеристиками магнитного вещества.

Если начать движение из точки O , то изображающая точка (B, H) будет перемещаться по первоначальной кривой намагничивания $O-b-c$ (рис. 2.6). Если, начав движение из точки O , совершать циклическое перемагничивание вещества при размахе перемагничивающего поля $\pm H_m$, то при $O < H_m < H_s$ установившийся цикл (при некоторой заданной погрешности измерений) будет достигаться уже не сразу, а лишь после достаточно большого числа перемагничиваний.

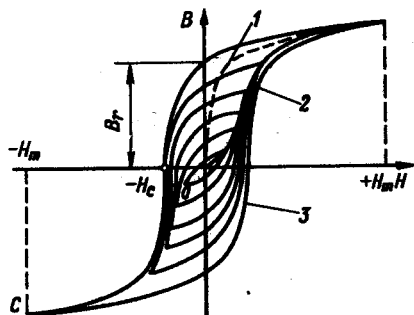


Рис. 2.7. Симметричные петли гистерезиса, образующиеся при циклическом перемагничивании вещества

Друга симметричных петель гистерезиса, называется основной кривой намагничивания.

Пусть $B(H_s) = B_s$. При $(B_r/B_s) \rightarrow 1$ форма (предельной) петли гистерезиса становится близкой к прямоугольной, в связи с чем в случае веществ с прямоугольной петлей гистерезиса отношение B_r/B_s называют коэффициентом прямоугольности петли гистерезиса.

Относительная магнитная проницаемость вещества $\mu_r(H) = \frac{1}{\mu_0} \frac{B(H)}{H}$ обычно находится по основной кривой намаг-

на на рис. 2.7 показано семейство симметричных петель гистерезиса, образующихся при циклическом перемагничивании вещества при различных H_m . Начиная с $H_m = H_s$ при дальнейшем увеличении H_m площадь, заключенная внутри петли гистерезиса, перестает увеличиваться. Петля гистерезиса, соответствующая значению $H_m \geq H_s$, называется предельной петлей гистерезиса или предельным гистерезисным циклом (кривая 3). Кривая 2, соединяющая вершины вложенных друг в друга симметричных петель гистерезиса, называется основной кривой намагничивания.

ничивания $B = B(H)$ (рис. 2.8). На этом рисунке отмечены относительная начальная магнитная проницаемость $\mu_{rH} = \frac{1}{\mu_0} \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B(H)}{H}$ и относительная максимальная магнитная проницаемость μ_{rmax} , которые являются также характеристиками магнитного вещества.

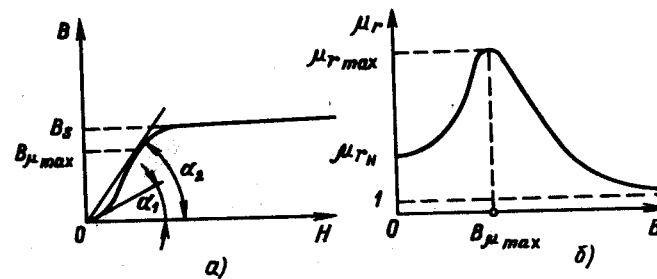


Рис. 2.8. Основная кривая намагничивания (а) и относительная магнитная проницаемость (б) вещества; $\operatorname{tg} \alpha_1 = \mu_{rH}$; $\operatorname{tg} \alpha_2 = \mu_{rmax}$

Неоднозначная в общем случае зависимость $B = B(H)$ усложняет описание свойств преобразователей с магнитными сердечниками. Поэтому часто при достаточно узкой предельной петле гистерезиса материала прибегают к упрощению, состоящему в том, что магнитную индукцию считают однозначной нечетной функцией напряженности магнитного поля: $B(H) = -B(-H)$. Так, в качестве однозначной функции $B = B(H)$ иногда выбирают основную кривую намагничивания или среднюю кривую намагничивания (1), определяемую как $B(H) = [B_+(H) + B_-(H)]/2$,

где $B_+(H)$ и $B_-(H)$ соответствуют восходящей и нисходящей ветвям предельной петли гистерезиса (рис. 2.7).

Часто для анализа формы кривой выходящего напряжения катушки с магнитным сердечником необходимо знать величину $\mu_{rd} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}$, которая называется относительной дифференциальной

магнитной проницаемостью. Дифференциальную магнитную проницаемость находят обычно по средней кривой намагничивания или по основной кривой намагничивания.

В табл. 2.3 приведены характеристики некоторых марок железоникелевых сплавов — пермаллоев [2.16].

Таблица 2.3. Характеристики пермаллоев

Марка сплава	μ_{rH}	μ_{rmax}	H_c , А/м	B_s , Тл	ρ , мкОм·м
74НМД	$(2-4) \cdot 10^4$	$(0,8-1,1) \cdot 10^5$	1-3	0,6	0,65
76НХД	$(1,5-2) \cdot 10^4$	$(1-1,5) \cdot 10^5$	2-3	0,75	0,57
79НМ	$(2-3) \cdot 10^4$	$(1,2-1,6) \cdot 10^5$	1-2	0,85	0,55
79НМ-У	$(3-5) \cdot 10^4$	$(1,5-3) \cdot 10^5$	0,5-1,0	0,75	0,58
80НХС	$(3-7) \cdot 10^4$	$(1,5-3) \cdot 10^5$	0,8-1,6	0,65	0,62

В табл. 2.4 приведены характеристики некоторых марок ферритов — неметаллических соединений из смеси окислов железа, никеля, цинка, марганца, меди и других металлов [2.19].

Таблица 2.4. Характеристики ферритов

Марка материала	μ_{rn}	μ_{rmax}	Параметры петли гистерезиса при $H_m = 800$ А/м			$f_{кр}$, МГц	ρ , Ом·м
			B_m , Тл	B_r , Тл	H_c , А/м		
6000HM	4800 — 8000	10 000	0,355	0,135	6	0,005	0,1
3000HM	2700 — 3500	5200	0,37	0,10	10	0,15	0,5
1000HM	800 — 1200	2000	0,35	0,11	28	0,7	0,5
1000HN	800 — 1200	3000	0,28	0,083	30	0,4	20
200HN	130 — 250	300	0,19	0,096	96	3,0	$1 \cdot 10^3$
150BЧ	130 — 170	350	0,27	0,13	200	25,0	$1 \cdot 10^4$

В табл. 2.4 индукция, соответствующая напряженности магнитного поля H_m , обозначена через B_m . Частота, на которой тангенс угла потерь феррита достигает значения 0,1, обозначена через $f_{кр}$. При помещении сердечника эллипсоидальной формы из однородного изотропного магнитного материала с $\mu_r \gg 1$ во внешнее однородное магнитное поле, внутри сердечника магнитное поле оказывается также однородным (строго говоря, в случае удельной электропроводности вещества $\sigma \neq 0$ это справедливо только для постоянных и медленно меняющихся магнитных полей). В этом случае связь между индукцией B внутри сердечника и напряженностью H внешнего магнитного поля можно записать в виде матричного соотношения

$$\begin{vmatrix} B_a \\ B_b \\ B_c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mu_0 \mu_{ra} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 \mu_{rb} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \mu_{rc} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} H_a \\ H_b \\ H_c \end{vmatrix}, \quad (2.20)$$

где a , b и c — длины полуосей эллипсоидального сердечника μ_{ri} ($i = a, b, c$) — относительная магнитная проницаемость сердечника вдоль i -й полуоси; B_i и H_i — проекции векторов B и H на соответствующие полуоси эллипсоида. При этом справедливы соотношения [2.1]

$$\mu_{ri} = \mu_r / [1 + N_i (\mu_r - 1)], \quad (2.21)$$

$$N_a + N_b + N_c = 1, \quad (2.22)$$

где N_i — коэффициент размагничивания сердечника вдоль i -й полуоси.

Таким образом, из (2.20) следует, что $B_i = \mu_0 \mu_i H_i$, $i = a, b, c$.

Если сердечник имеет форму вытянутого эллипсоида вращения ($a > b = c$), то справедливы соотношения

$$N_a = \frac{\lambda \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) - 1}{\lambda^2 - 1}, \quad N_b = N_c = \frac{1 - N_a}{2},$$

где $\lambda = (a/b) = (a/c) > 1$.

Если $\lambda \gg 1$, то $N_a \ll 1$, а $N_b = N_c \approx 0,5$; если при этом $\mu_r N_a \gg 1$, то $\mu_{ra} \approx N_a^{-1} \gg 1$, а $\mu_{rb} = \mu_{rc} \approx 2$.

В табл. 2.5 приведены значения N_a и $N_b = N_c$ для некоторых λ .

Таблица 2.5. Коэффициенты размагничивания для различных λ

λ	N_a	$N_b = N_c$
1,000	0,3333333	0,3333333
10,00	0,0202858	0,4898571
100,0	0,0004298	0,4997851
1000	0,0000066	0,4999967

Пусть θ — угол между вектором B и большей полуосью эллипсоида, а φ — угол между вектором H и той же полуосью; можно показать, что при $\varphi < \pi/2$ справедливо соотношение

$$\theta = \arctg \left(\frac{\mu_{rb}}{\mu_{ra}} \operatorname{tg} \varphi \right). \quad (2.23)$$

При $\lambda \gg 1$ и $\mu_r N_a \gg 1$, как следует из (2.23), $\theta = \arctg (2N_a \operatorname{tg} \varphi)$. Например, при $\varphi \leq \pi/4$ и $N_a^{-1} \geq 10^3$ угол $\theta < 2 \cdot 10^{-3}$ рад; следовательно, вектор B внутри эллипсоида отклоняется по отношению к вектору H в сторону большей полуоси, однако при конечных λ и μ_r и при $\varphi \rightarrow \pi/2$ угол $\theta \rightarrow \pi/2$.

Из (2.21) следует, что в случае эллипсоида вращения

$$\mu_{ra} < \mu_r, \quad \mu_{rb} = \mu_{rc} < \mu_r.$$

При $\mu_r \rightarrow \infty$ $\mu_{ri} \rightarrow N_i^{-1}$ ($i = a, b, c$).

При $\lambda \rightarrow \infty$ $\mu_{ra} \rightarrow \mu_r$, $\mu_{rb} = \mu_{rc} \rightarrow 2\mu_r / (\mu_r + 1)$; если при этом $\mu_r \gg 1$, то $\mu_{ra} \rightarrow \mu_r \gg 1$, $\mu_{rb} = \mu_{rc} \rightarrow 2$.

При наличии дестабилизирующих факторов, изменяющих μ_r на $\Delta\mu_r$, μ_{ra} изменяется на величину $\Delta\mu_{ra}$, удовлетворяющую соотношению

$$\frac{\Delta\mu_{ra}}{\mu_{ra}} = \frac{(1 - N_a)}{1 + N_a(\mu_r + \Delta\mu_r - 1)} \frac{\Delta\mu_r}{\mu_r}. \quad (2.24)$$

Из (2.24) вытекает, что при больших, но не слишком λ , $\mu_r \gg 1$ и $\Delta\mu_r \ll \mu_r$, когда $N_a \ll 1$, а $\mu_r N_a \gg 1$:

$$\frac{\Delta\mu_{ra}}{\mu_{ra}} \ll \frac{\Delta\mu_r}{\mu_r}. \quad (2.25)$$

Например, при $\lambda = 100$ ($N_a = 4,3 \cdot 10^{-4}$) $\mu_r = 10^5$ и $\Delta\mu_r \ll \mu_r$:

$$\frac{\Delta\mu_{ra}}{\mu_{ra}} \approx 2,2 \cdot 10^{-2} \frac{\Delta\mu_r}{\mu_r} \ll \frac{\Delta\mu_r}{\mu_r}.$$

Таким образом, увеличивая λ , мы выигрываем в величине μ_{ra} , но при этом проигрываем в ее стабильности.

Пусть материал сердечника характеризуется идеализированной зависимостью $B = B(H)$, изображенной на рис. 2.9 (наличием петли гистерезиса мы здесь пренебрегаем для упрощения). На этом рисунке B_s — индукция насыщения, а H_s — напряженность магнитного поля в веществе, соответствующая насыщению материала. Определим вид зависимости $B_a = B_a(H_a)$ для сердечника, имеющего форму эллипсоида вращения.

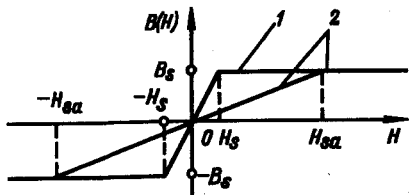


Рис. 2.9. Характеристики материала сердечника (1) и сердечника (2)

или

$$H_{sa} = \frac{\mu_r}{\mu_{ra}} H_s = [1 + N_a(\mu_r - 1)] H_s. \quad (2.26)$$

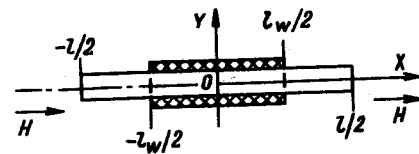
При $\mu_r N_a \gg 1$ $H_{sa} \gg H_s$ (рис. 2.9), однако при $\lambda \rightarrow \infty$ ($N_a \rightarrow 0$) $H_{sa} \rightarrow H_s$.

Из-за простоты изготовления широко используются сердечники, имеющие форму стержней прямоугольного или кругового сечения. При помещении во внешнее однородное магнитное поле магнитного сердечника не эллипсоидной формы поле внутри него уже не будет однородным, поэтому такие сердечники принято характеризовать некоторым средним для данного участка сердечника коэффициентом размагничивания N , который будет также зависеть в общем случае от магнитной проницаемости μ вещества сердечника. Однако при $\mu_r N \gg 1$ $N \approx N_\infty$, где N_∞ — некоторая предельная величина, зависящая лишь от формы сердечника и от параметров участка усреднения на нем. На практике соотношение $\mu_r N \gg 1$, как правило, выполняется.

В том случае, если участок усреднения расположен симметрично относительно среднего сечения сердечника (рис. 2.10), для сплошных и полых цилиндров, сплошных и наборных стержней прямоугольного сечения и эллипсоидов справедливо соотношение [2.16]

$$\frac{1}{N_\infty} = \frac{\pi \left(l^2 - \frac{C}{3} l_w^2 \right)}{4S \left(\ln \frac{kl}{a+b} - 1 \right)}, \quad (2.27)$$

Рис. 2.10. Участок усреднения магнитной индукции внутри сердечника $(-l_w/2, l_w/2)$



где l — длина сердечника; S — площадь поперечного (центрального) сечения сердечника; a и b — поперечные размеры сердечника; l_w — длина участка усреднения (длина обмотки катушки). Коэффициенты k и C для различных форм сердечников приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6. Коэффициенты k и C

Форма сердечника	k	C
Цилиндр	2,4	0,8 ... 0,85
Стержень прямоугольного сечения	3,6	0,75
Эллипсоид	4	0

Важно отметить, что в случае пермаллоевых сердечников магнитное поле Земли является столь большим, что при значительных λ способно насыщать материал сердечников. Так, в [2.2] приведены данные о том, что при $\lambda = 740$ ($\mu_{ra} = 9 \cdot 10^4$ при отсутствии насыщения) коэффициент преобразования пассивного индукционного преобразователя уменьшался приблизительно на порядок под воздействием геомагнитного поля, параллельного магнитной оси преобразователя; в то же время при $\lambda = 127$ ($\mu_{ra} = 4 \cdot 10^3$ при отсутствии насыщения) коэффициент преобразования преобразователя практически не зависел от его ориентации в геомагнитном поле; $\lambda = l/d$, где l — длина, а d — диаметр сердечника; μ_{ra} — средняя проницаемость сердечника; при $\mu_r N \gg 1$ $\mu_{ra} \approx N_\infty^{-1}$.

Выбирать геометрические размеры пермаллового сердечника измерительной катушки необходимо, исходя из условия, чтобы на высших частотах измеряемой магнитной индукции влияние вихревых токов на проникновение магнитного поля во внутренние области тела сердечника было минимизировано; это условие заведомо будет выполнено, если эквивалентная глубина проникновения при скин-эффекте $\delta = 2/\sqrt{2\mu_0\mu_r\sigma\omega}$ будет существенно больше минимального поперечного размера сердечника.

Как отмечалось выше, параметры r и L_0 измерительной катушки (без сердечника) изменяются при помещении в нее магнитного сердечника; кроме того, изменяется положение магнитной оси; усиление же потока магнитной индукции, пронизывающего витки катушки, может интерпретироваться как увеличение площади катушки.

Рассмотрим влияние магнитного сердечника на индуктивность катушки. Пусть индуктивность катушки с сердечником L выражается через индуктивность катушки без сердечника L_0 соотношением

$$L = k_L L_0,$$

где k_L — коэффициент, характеризующий влияние магнитного сердечника на индуктивность катушки. Можно показать, что для разомкнутых сердечников коэффициент k_L удовлетворяет следующему соотношению:

$$1 < k_L < \mu_{ra}. \quad (2.28)$$

Влияние магнитного сердечника на индуктивность катушки зависит от соотношения диаметра и длины катушки. Магнитный сердечник увеличивает индуктивность более длинных катушек в большей мере, чем индуктивность коротких катушек. Увеличение диаметра катушки с сердечником при постоянстве ее остальных параметров сопровождается ростом индуктивности катушки. Минимальной индуктивностью при прочих равных условиях обладают катушки с диаметром, близким к диаметру сердечника. В [2.9] приведены формулы и графические зависимости, позволяющие оценить величину k_L в некоторых случаях.

Допустим, что магнитная ось катушки без сердечника AF (рис. 2.11) и ось сердечника PQ не параллельны и угол между ними равен β . Допустим также, что практически весь поток магнитной индукции, пронизывающий площадь катушки, проходит через сердечник. Пусть сердечник характеризуется относительной магнитной проницаемостью $\mu_{r\parallel} = \mu_{ra}$ для направления PQ и проницаемостью $\mu_{r\perp} \ll \mu_{r\parallel}$ для направления, перпендикулярного оси PQ .

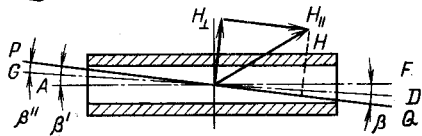


Рис. 2.11. Катушка с несоосно расположенным сердечником

Обозначим через H_{\parallel} и H_{\perp} составляющие вектора напряженности внешнего магнитного поля H , направленные соответственно вдоль оси PQ и перпендикулярно ей. Пусть ожидаемое положение магнитной оси катушки с сердечником характеризуется осью GD , составляющей углы β' и β'' с осями AF и PQ соответственно. Очевидно, что $\beta' + \beta'' = \beta$.

ЭДС $\mathcal{E}(t)$, наводимая в катушке с магнитным сердечником внешним магнитным полем, может быть выражена соотношением

$$\mathcal{E}(t) = - \frac{d}{dt} S_k \mu_0 \left[\mu_{r\perp} H_{\perp} \cos(90^\circ - \beta) + \mu_{r\parallel} H_{\parallel} \cos \beta \right].$$

Условие того, что ось GD действительно является магнитной осью катушки с сердечником, может быть выражено соотношением $\mathcal{E}(t) \equiv 0$ при H , перпендикулярном оси GD . Это условие в развернутом виде записывается как

$$\mathcal{E}(t) = - \frac{d}{dt} S_k \mu_0 H \times \left[\mu_{\perp} \sin \beta \sin(90^\circ - \beta'') - \mu_{\parallel} \cos \beta \cos(90^\circ - \beta') \right] \equiv 0. \quad (2.29)$$

Из (2.29) при условии, что S_k , $\mu_{r\perp}$ и $\mu_{r\parallel}$ не зависят от времени, а $H(t)$ меняется по произвольному закону, следует

$$\operatorname{tg} \beta'' = \frac{\mu_{r\perp}}{\mu_{r\parallel}} \operatorname{tg} \beta \ll \operatorname{tg} \beta.$$

Таким образом, магнитная ось катушки с сердечником практически совпадает с большей осью сердечника.

Если диаметр витков катушки близок к диаметру сердечника, то ЭДС $\mathcal{E}(t)$, наводимая в катушке внешним однородным магнитным полем с индукцией $B(t)$, может быть выражена соотношением

$$\mathcal{E}(t) = - \frac{d}{dt} \left[\mu_{ra} S_k (Bn) \right], \quad (2.30)$$

где n — единичный вектор, характеризующий направление магнитной оси катушки (при этом имеется в виду, что большая ось сердечника практически совпадает с магнитной осью катушки без сердечника); μ_{ra} — средняя относительная проницаемость сердечника; S_k — площадь катушки (без сердечника). Наличие сомножителя μ_{ra} в правой части (2.30) можно интерпретировать как возрастание площади катушки в μ_{ra} раз.

Эквивалентная схема нагруженной катушки, находящейся во внешнем однородном переменном магнитном поле. Рассмотрим теперь эквивалентную схему находящейся во внешнем однородном переменном магнитном поле «электрически малой» катушки, к выводам которой подключена активная нагрузка R_3 . Для контура \mathcal{L} , проходящего по всем виткам внутри провода катушки и через нагрузку, справедливо соотношение

$$\mathcal{E}(t) = \oint_{\mathcal{L}} E(l, t) dl = - \frac{d\Phi}{dt} = - \mu_{ra} S_k \frac{dB_n}{dt}, \quad (2.31)$$

где $E(l, t)$ — напряженность электрического поля в точке l контура \mathcal{L} ; dl — вектор, численно равный элементу dl длины проводника и направленный по касательной к нему.

Таким образом, возбуждаемая в контуре \mathcal{L} ЭДС $\mathcal{E}(t)$, строго говоря, является распределенной; однако ее наличие в рассматриваемом случае может быть отражено с помощью введения в эквивалентную схему катушки сосредоточенного генератора ЭДС $\mathcal{E}(t)$ (рис. 2.12).

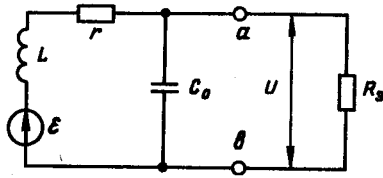


Рис. 2.12. Эквивалентная схема нагруженной катушки, находящейся во внешнем переменном магнитном поле

Используя преобразование Лапласа и считая соответствующие функции времени оригиналами, на основании (2.31) найдем

$$\mathcal{E}(p) = -p B_n(p) \mu_{ra} S_k.$$

Если ПИМП подключен к согласованному кабелю (см. рис. 2.1), а напряжение с R_b поступает на вход вторичного электронного преобразователя с входным сопротивлением $R_{вх} \gg R_b$, то нагрузкой ПИМП практически является активное сопротивление

$$R_3 = \frac{(R_b + R_1) R_2}{R_b + R_1 + R_2}. \quad (2.32)$$

При этом считается, что затухание, вносимое кабелем, пренебрежимо мало.

Если вторичный электронный преобразователь — преобразователь тока с входным сопротивлением $R_{вх} \ll R_b$, то центральная жила кабеля (на его конце) через R_b соединяется со входом преобразователя тока, а его земля соединяется с оплеткой кабеля. При этом по-прежнему выполняется (2.32).

Если же соединительный кабель отсутствует, а ПИМП подключен с помощью резисторов R_1 и R_2 непосредственно ко входу вторичного электронного преобразователя с входным сопротивлением $R_{вх}$, то нагрузкой ПИМП является активное сопротивление

$$R_3 = \frac{(R_{вх} + R_1) R_2}{R_{вх} + R_1 + R_2}. \quad (2.33)$$

Поэтому и в первом и во втором случае для исследования свойств нагруженного ПИМП можно использовать эквивалентную схему, изображенную на рис. 2.12. Находя напряжение $U(p)$ на R_3 и учитывая соответствующий коэффициент деления $K_d = R_b / (R_1 + R_b)$ или $K_d = R_{вх} / (R_1 + R_{вх})$, можно определить далее напряжение на R_b или $R_{вх}$, а следовательно, и ток в них.

2.2. Передаточная функция нагруженного ПИМП

Если в схеме, приведенной на рис. 2.12, $B_n(p)$ — входная величина, $U(p)$ — выходная и начальные условия нулевые, то передаточная функция первичного индукционного магнитометрического преобразователя

$$W(p) = \frac{K_n U(p)}{-B_n(p)} = \frac{\mathcal{E}(p) \left(\frac{R_3}{1 + p C_0 R_3} \right) K_d}{-B_n(p) \left(pL + r + \frac{R_3}{1 + p C_0 R_3} \right)} = \frac{Kp}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}, \quad (2.34)$$

где

$$K = \frac{\mu_{ra} S_k R_3 K_d}{(r + R_3)}, \quad (2.35)$$

$$T = \sqrt{\frac{L C_0 R_3}{r + R_3}}, \quad (2.36)$$

$$\xi = \frac{L + r C_0 R_3}{2 \sqrt{L C_0 R_3 (r + R_3)}}. \quad (2.37)$$

Согласно (2.32) и (2.33) при заданных величинах R_b или $R_{вх}$

$$R_3 \rightarrow 0 \text{ при } R_2 \rightarrow 0;$$

$$R_3 \rightarrow \infty \text{ при } R_1 \rightarrow \infty \text{ и } R_2 \rightarrow \infty.$$

Поэтому, если есть катушка с определенными параметрами r , L и C_0 , имеется возможность регулировать в широких пределах параметр ξ :

$$\xi(R_3) \rightarrow \infty \text{ при } R_3 \rightarrow 0;$$

$$\xi(R_3) \rightarrow \frac{r}{2} \sqrt{C_0/L} \text{ при } R_3 \rightarrow \infty,$$

при этом обычно на практике $\frac{r}{2} \sqrt{C_0/L} \ll 1$.

Найденная передаточная функция $W(p)$ нагруженного ПИМП имеет существенно различные свойства при $0 < \xi < 1$ ($\xi \approx 1$) и при $\xi \gg 1$.

Передаточная функция ИМП при рассмотрении в качестве его выходной величины тока, протекающего по R_b ,

$$W_I(p) = W(p) / R_b,$$

и, следовательно, исследование метрологических характеристик такого ИМП может быть сведено к случаю ИМП с передаточной функцией $W(p)$.

2.3. Свойства частотных характеристик, соответствующих передаточной функции $W(p) = Kp / (T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1)$ при $\xi > 0$

Рассмотрим свойства амплитудно-частотной характеристики

$$|W(j\omega)| = \frac{K\omega}{[(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2]^{1/2}} = \frac{K\omega}{R^{1/2}} \quad (2.38)$$

при фиксированных K и T и при различных значениях параметра ξ ; вид $R = R(\omega)$ определяется (2.38).

При $\omega \rightarrow 0$ $|W(j\omega)| \rightarrow K\omega = |W_{an}(j\omega)|$.

При $\omega \rightarrow \infty$ $|W(j\omega)| \rightarrow K/T^2\omega = |W_{ap}(j\omega)|$.

Введем вспомогательную функцию

$$|W_a(j\omega)| = \begin{cases} |W_{an}(j\omega)| & \text{при } \omega \leq \omega_0 = T^{-1} \\ |W_{ap}(j\omega)| & \text{при } \omega \geq \omega_0 \end{cases}$$

Так как ЛАХ, соответствующие $|W_{an}|$ и $|W_{ap}|$, имеют вид прямых с наклонами $+20$ и -20 дБ/дек, то ЛАХ, соответствующая $|W_a(j\omega)|$, имеет характерную форму (рис. 2.13).

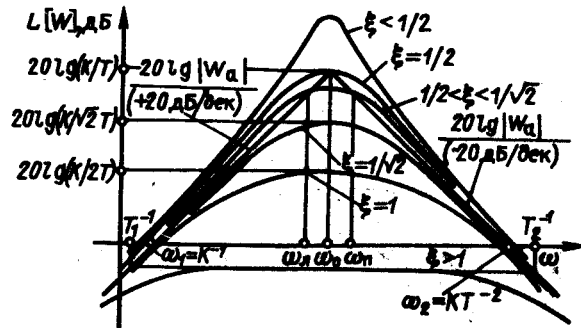


Рис. 2.13. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика ИМП

Функция $|W(j\omega)|$ достигает своего максимального значения $W_{max} = K/2\xi T$ в единственной, не зависящей от ξ точке $\omega_0 = T^{-1}$. На самом деле

$$\frac{d|W(j\omega)|}{d\omega} = \frac{K}{R} \left\{ R^{1/2} - \frac{[-(1 - T^2\omega^2)4T^2\omega + 8\xi^2 T^2\omega]}{2R^{1/2}} \right\} = 0,$$

откуда имеем

$$(1 - T^2\omega^2)^2 + 2(1 - T^2\omega^2)T^2\omega^2 = 0.$$

Введя обозначение $T^2\omega^2 = x \geq 0$, получим

$$(1 - x)(1 + x) = 0,$$

откуда окончательно найдем

$$x_0 = \omega_0^2 T^2 = 1, \text{ или } \omega_0 = T^{-1}. \quad (2.39)$$

Простейшие дополнительные исследования показывают, что $W(j\omega)$ имеет в ω_0 именно максимум, значение которого [2.10]

$$W_{max} = |W(j\omega_0)| = K/2\xi T. \quad (2.40)$$

Определим интервал частот $[\omega_n, \omega_{n1}]$, в пределах которого

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{|W(j\omega)|}{W_{max}} \leq 1.$$

Используя переменную x , запишем

$$\frac{|W|}{W_{max}} = \frac{|W|}{K/2\xi T} = \frac{2\xi\sqrt{x}}{[(1-x)^2 + 4\xi^2 x]^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.41)$$

Откуда имеем

$$x^2 - (2 + 4\xi^2)x + 1 = 0.$$

Корни последнего уравнения

$$x_{1,2} = (1 + 2\xi^2) \pm 2\xi\sqrt{\xi^2 + 1}.$$

Зная $x_{1,2}$, найдем

$$\omega_n = \omega_0 \sqrt{1 + 2\xi^2 - 2\xi\sqrt{\xi^2 + 1}} = \omega_0 (\sqrt{1 + \xi^2} - \xi); \quad (2.42)$$

$$\omega_{n1} = \omega_0 \sqrt{1 + 2\xi^2 + 2\xi\sqrt{\xi^2 + 1}} = \omega_0 (\sqrt{1 + \xi^2} + \xi). \quad (2.43)$$

Заметим, что [2.10]:

$$\sqrt{\omega_n \omega_{n1}} = \omega_0; \quad (2.44)$$

$$\omega_{n1} - \omega_n = 2\xi \omega_0; \quad (2.45)$$

$$\frac{\omega_{n1}}{\omega_n} = (\sqrt{1 + \xi^2} + \xi)^2. \quad (2.46)$$

Исследуем поведение $|W(j\omega)|$ и ЛАХ $L[W] = 20\lg|W(j\omega)|$ при различных значениях параметра ξ (рис. 2.13).

А. $0 \leq \omega \leq \omega_0$ или $0 \leq x \leq 1$:

$$|W(j\omega)| = \frac{K\omega}{[1 + (4\xi^2 - 2)T^2\omega^2 + T^4\omega^4]^{1/2}} = \frac{|W_{an}|}{[1 + F(\xi, x)]^{1/2}}; \quad (2.47)$$

вид $F(\xi, x)$ определяется (2.47).

Из (2.47) следует, что при

$$F(\xi, x) \begin{cases} > 0 & |W| < |W_{an}|; \\ = 0 & |W| = |W_{an}|; \\ < 0 & |W| > |W_{an}|. \end{cases}$$

А.1. Из условия $F(\xi, x) > 0$ получим

$$\xi > (\sqrt{2-x}/2).$$

Следовательно, при $\xi > \frac{1}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{2-x}/2$, $F(\xi, x) > 0$.

При $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $F\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, x\right) = x^2 \geq 0$, причем знак равенства имеет место при $x_{1,2} = 0$ (т. е. при $\omega_{1,2} = 0$).

А.2. Из условия $F(\xi, x) < 0$ получим $\xi < (\sqrt{2-x}/2)$.

Следовательно, при $\xi < \frac{1}{2} \leq \frac{\sqrt{2-x}}{2}$, $F(\xi, x) < 0$.

При $\xi = \frac{1}{2}$, $F\left(\frac{1}{2}, x\right) = x(x-1) \leq 0$, причем знак равенства имеет место при $x_1 = 0$ ($\omega_1 = 0$) и при $x_2 = 1$ ($\omega_2 = \omega_0$).

А.3. $\frac{1}{2} < \xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Из условия

$$F(\xi, x) = [(4\xi^2 - 2)x + x^2] = x[4\xi^2 - 2 + x] = 0 \quad (2.48)$$

следует, что при $x_1 = 0$ и $x_2 = (2 - 4\xi^2) / |W| = |W_{an}|$.

Очевидно, что $0 < x_2 < 1$, причем в точке $\omega_n = \frac{\sqrt{x_2}}{T} = \frac{\sqrt{2-4\xi^2}}{T}$ кривые $|W(j\omega)|$ и $|W_{an}(j\omega)|$ пересекаются:

$$|W(j\omega)| > |W_{an}(j\omega)| \text{ при } 0 < \omega < \omega_n;$$

$$|W(j\omega)| < |W_{an}(j\omega)| \text{ при } \omega_n < \omega < \omega_0.$$

Кроме того,

$$\omega_n \rightarrow 0 \text{ при } \xi \rightarrow 1/\sqrt{2};$$

$$\omega_n \rightarrow \omega_0 \text{ при } \xi \rightarrow 1/2.$$

Б. $\omega_0 \leq \omega$ или $1 \leq x$:

$$|W(j\omega)| = \frac{K\omega}{[1 + (4\xi^2 - 2)T^2\omega^2 + T^4\omega^4]^{1/2}} = \frac{K\omega}{[F + T^4\omega^4]^{1/2}} = \frac{|W_{an}|}{[1 + x^{-2}F(\xi, x)]^{1/2}}, \quad (2.49)$$

где вид $F(\xi, x)$ определяется (2.49).

Из (2.49) следует, что при

$$F(\xi, x) \begin{cases} > 0 & |W| < |W_{an}|; \\ = 0 & |W| = |W_{an}|; \\ < 0 & |W| > |W_{an}|. \end{cases}$$

Б. 1. Из условия $F(\xi, x) > 0$ получим $\xi > \frac{\sqrt{2-1/x}}{2}$.

Следовательно, при $\xi > \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{\sqrt{2-1/x}}{2}$, $F(\xi, x) > 0$.

При $\xi = 1/\sqrt{2}$, $F(1/\sqrt{2}, x) \equiv 1 > 0$.

Б. 2. Из условия $F(\xi, x) < 0$ получим

$$\xi < \frac{\sqrt{2-1/x}}{2}.$$

Следовательно, при $\xi < \frac{1}{2} \leq \frac{\sqrt{2-1/x}}{2}$, $F(\xi, x) < 0$.

При $\xi = 1/2$, $F(1/2, x) = 1 - x \leq 0$, причем знак равенства имеет место при $x_1 = 1$ ($\omega_1 = \omega_0$).

Б. 3. $\frac{1}{2} < \xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Из условия

$$F(\xi, x) = [1 + (4\xi^2 - 2)x] = 0 \quad (2.50)$$

следует, что при $x_1 = \frac{1}{2-4\xi^2}$, т. е. при $\omega_n = \frac{\sqrt{x_1}}{T} = \frac{1}{T\sqrt{2-4\xi^2}}$

$|W| = |W_{an}|$.

Очевидно, что $1 < x_1$, причем в точке ω_n кривые $|W(j\omega)|$ и $|W_{an}(j\omega)|$ пересекаются:

$$|W(j\omega)| < |W_{an}(j\omega)| \text{ при } \omega_0 < \omega < \omega_n;$$

$$|W(j\omega)| > |W_{an}(j\omega)| \text{ при } \omega_n < \omega.$$

Кроме того,

$$\omega_n \rightarrow \omega_0 \text{ при } \xi \rightarrow 1/2;$$

$$\omega_n \rightarrow \infty \text{ при } \xi \rightarrow 1/\sqrt{2}.$$

Заметим, что при $1 \leq \xi$

$$W(p) = \frac{Kp}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1} = \frac{Kp}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)}, \quad (2.51)$$

где

$$T_1 = T(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}); \quad (2.52)$$

$$T_2 = T(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}); \quad (2.53)$$

$$T_1 T_2 = T^2; \quad (2.54)$$

$$T_1 > T_2. \quad (2.55)$$

Просуммировав полученные результаты, сформулируем основные свойства амплитудно-частотной характеристики $|W(j\omega)|$, определяемой выражением (2.38) и рассматриваемой при фиксированных K и T и при различных значениях параметра ξ .

1. $|W(j\omega)|$ имеет единственный максимум в точке $\omega_0 = T^{-1}$.
2. Значение максимума

$$W_{\max} = |W(j\omega_0)| = K/2\xi T. \quad (2.56)$$

3. При удалении от точки ω_0 происходит спад $|W(j\omega)|$; причем в точках $\omega_n = T^{-1}(\sqrt{1+\xi^2} - \xi)$ и $\omega_{n1} = T^{-1}(\sqrt{1+\xi^2} + \xi)$

$$|W(j\omega_n)| = |W(j\omega_{n1})| = W_{\max}/\sqrt{2}, \quad (2.57)$$

внутри интервала частот $[\omega_n, \omega_{n1}]$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{|W(j\omega)|}{W_{\max}} \leq 1.$$

$$4. \sqrt{\omega_n \omega_{n1}} = \omega_0; \quad (2.58a)$$

$$\omega_{n1} - \omega_n = 2\xi \omega_0; \quad (2.58b)$$

$$(\omega_{n1} + \omega_n)/2 = \omega_0 \sqrt{1+\xi^2}; \quad (2.59a)$$

$$(\omega_{n1}/\omega_n) = (\sqrt{1+\xi^2} + \xi)^2. \quad (2.59b)$$

5. При $\xi \geq 1/\sqrt{2}$ кривые $L[W(j\omega)]$ лежат ниже кривой $L|W_a(j\omega)|$.

6. При $\xi < 1/2$ кривые $L[W(j\omega)]$ лежат выше кривой $L[W_a(j\omega)]$. При $\xi = 1/2$ $L[W] \geq L[W_a]$, причем равенство имеет место только в точке ω_0 .

При $1/2 < \xi < 1/\sqrt{2}$ кривые $L[W(j\omega)]$ пересекают кривую $L[W_a(j\omega)]$ в точках $\omega_n = \omega_0 \sqrt{2-4\xi^2}$ и $\omega_{n1} = \omega_0 / \sqrt{2-4\xi^2}$, причем при $\omega \in (\omega_n, \omega_{n1})$, $L[W] < L[W_a]$, а при $\omega \notin (\omega_n, \omega_{n1})$, $L[W] > L[W_a]$ и $L[W] \rightarrow L[W_a]$ при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$.

7. При $\xi \rightarrow 1/2$ $\omega_n \rightarrow \omega_{n1} \rightarrow \omega_0$; при $\xi \rightarrow 1/\sqrt{2}$ $\omega_n \rightarrow 0$, $\omega_{n1} \rightarrow \infty$.

Фазочастотная характеристика

$$\arg W(j\omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}, & 0 < \xi < 1, 0 \leq \omega < T^{-1}; \\ 0, & 0 < \xi < 1, \omega = T^{-1}; \\ -\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{2\xi T\omega}{T^2\omega^2-1}, & 0 < \xi < 1, T^{-1} < \omega; \\ \frac{\pi}{2} - \arctg T_1\omega - \arctg T_2\omega, & 1 \leq \xi. \end{cases} \quad (2.60)$$

Анализ перечисленных выше свойств $|W(j\omega)|$ позволяет дополнительно сделать следующие выводы.

При $\xi < 1/2$ $|W(j\omega)|$ имеет резонансный характер и, следовательно, с помощью ИМП возможно измерение параметров процессов лишь в узкой полосе частот.

При $1/2 < \xi \approx 1$, если не используются специальные вторичные электронные преобразователи, также отсутствует возможность проведения измерений параметров процессов в широкой полосе частот (табл. 2.7).

Таблица 2.7. Частотные свойства ИМП при различных ξ

ξ	0,500	0,707	1,00	10,0	$\xi \gg 1$
$\frac{f_{n1}}{f_n} = \frac{\sqrt{\xi^2+1} + \xi}{\sqrt{\xi^2+1} - \xi}$	2,62	3,73	5,83	402	$4\xi^2 + 2 + O\left(\frac{1}{\xi^2}\right)$
$(f_{n1} - f_n)2\pi T = 2\xi$	1,00	1,41	2,00	20,0	2ξ

И только при $\xi \gg 1$ выполняется соотношение

$$\omega_{n1}/\omega_n \gg 1. \quad (2.61)$$

2.4. Преобразователь с интегрированием ЭДС, наводимой в катушке, на ее реактивностях и нагрузке ($\xi \gg 1$)

При $\xi \gg 1$ передаточная функция ИМП согласно (2.51) является произведением передаточных функций усилительного звена K , идеального дифференцирующего звена p и двух апериодических звеньев $(T_i p + 1)^{-1}$, $i=1,2$. Ниже приведены результаты исследования метрологических характеристик ИМП при $\xi \gg 1$.

Для упрощения анализа характеристик ИМП ЛАХ апериодических звеньев аппроксимируются с помощью сопрягающих асимптот; допускаемая при этом погрешность не превышает 3,01 дБ. В табл. 2.8 приведены значения погрешности δ для различных ω/T_*^{-1} , получающейся при замене истинной ЛАХ апериодического звена с постоянной времени T_* двумя сопрягающими асимптотами [2.18].

Таблица 2.8. Погрешность аппроксимации ЛАХ апериодического звена

ω/T_*^{-1}	0,10	0,25	0,40	0,50	1,0	2,0	2,5	4,0	10,0
δ , дБ	0,04	0,32	0,65	1,0	3,01	1,0	0,65	0,32	0,04

При этом справедливы следующие соотношения:

$$T_1^{-1} = (2\xi T)^{-1} + O_1(\xi^{-3}) \approx (2\xi T)^{-1}; \quad (2.62)$$

$$T_2^{-1} = 2\xi T^{-1} + O_2(\xi^{-1}) \approx 2\xi T^{-1}; \quad (2.63)$$

$$T_1^{-1} \ll T^{-1} \ll T_2^{-1}; \quad (2.64)$$

$$\omega_n = T_1^{-1} + O_3(\xi^{-3}) = (2\xi T)^{-1} + O_4(\xi^{-3}) \approx T_1^{-1} \approx (2\xi T)^{-1}; \quad (2.65)$$

$$\omega_{n1} = T_2^{-1} + O_5(\xi^{-1}) = 2\xi T^{-1} + O_6(\xi^{-1}) \approx T_2^{-1} \approx 2\xi T^{-1}. \quad (2.66)$$

Значение верхней граничной частоты ω_b полосы рабочих частот ИМП определяется одной из следующих величин:

$$a) \quad \omega_{b1} \approx T_2^{-1} \approx 2\xi T^{-1}; \quad (2.67)$$

$$b) \quad \omega_\lambda = 2\pi\alpha c l_\Sigma^{-1}, \quad (2.68)$$

где c — скорость распространения света; l_Σ — суммарная длина провода обмотки катушки; $\alpha = l_\Sigma / \lambda_{min}$ — константа, удовлетворяющая условию $\alpha \ll 1$ (практически достаточно, чтобы выполнялись соотношения $\frac{1}{6} \leq \alpha \leq \frac{1}{10}$); λ_{min} — минимальная длина волны спектра электромагнитного поля, составляющая магнитной индукции которого измеряется;

в) $\omega_{вк}$ — частота, которая может ограничивать полосу рабочих частот ИМП и определяется частотными свойствами магнитного сердечника и конструкцией катушки.

Выше, при определении частотной характеристики ИМП, считалось, что магнитная проницаемость вещества сердечника $\mu_r(j\omega) = \text{const}$. Однако возможно ограничение полосы рабочих частот ИМП сверху вследствие наличия сильного спада $|\mu_r(j\omega)|$ с возрастанием ω .

Верхняя граничная частота ω_b удовлетворяет соотношению

$$\omega_b < \min\{\omega_{b1}, \omega_\lambda, \omega_{вк}\}.$$

Если ω_{b1} , ω_λ и $\omega_{вк}$ попарно не равны друг другу, а $\min\{\omega_{b1}, \omega_\lambda, \omega_{вк}\}$ много меньше двух других частот, то практически выполняется соотношение

$$\omega_b = \min\{\omega_{b1}, \omega_\lambda, \omega_{вк}\}.$$

Если ω_{b1} , ω_λ и $\omega_{вк}$ близки друг к другу, то ω_b наиболее сильно отличается от $\min\{\omega_{b1}, \omega_\lambda, \omega_{вк}\}$; при этом выполняется соотношение (табл. 2.8)

$$\omega_b \leq 0,5 \min\{\omega_{b1}, \omega_\lambda, \omega_{вк}\}.$$

В общем случае, если при известных ω_{b1} , ω_λ и $\omega_{вк}$ разность $[\omega_b - \min\{\omega_{b1}, \omega_\lambda, \omega_{вк}\}]$ поддается оценке, можно считать

$$\omega_b \approx \min\{\omega_{b1}, \omega_\lambda, \omega_{вк}\}. \quad (2.69)$$

При $\omega_b = \omega_{b1}$ ширина полосы рабочих частот ИМП

$$\Delta f = f_b - f_n \approx \frac{1}{2\pi} (T_2^{-1} - T_1^{-1}) = \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\pi T} = \frac{\xi}{\pi T} + O(\xi^{-1}) \approx \frac{\xi}{\pi T}. \quad (2.70)$$

$$\text{При этом } \frac{f_b}{f_n} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}} = 4\xi^2 - 2 + O(\xi^{-2}) \approx 4\xi^2 \gg 1. \quad (2.71)$$

Из (2.71) и табл. 2.8 следует, что погрешность представления ЛАХ ИМП с помощью сопрягающих асимптот не превышает 3,05 дБ; при этом коэффициент преобразования преобразователя внутри интервала рабочих частот (f_b, f_n) выражается соотношением

$$W_0 = W_{max} = \frac{K}{2\xi T} = \frac{K}{T_1} + O(\xi^{-3}) \approx \frac{K}{T_1}. \quad (2.72)$$

Средний квадрат амплитуды шумов $\mathcal{E}_{ш}^2$, возникающих на резисторе R_b в схеме ИМП (см. рис. 2.1), определяется шумами сопротивлений r и резисторов R_1, R_2, R_b . На эквивалентной схеме, изображенной на рис. 2.14, генераторы ЭДС e_r, e_{R_1}, e_{R_2} и e_{R_b} отражают наличие этих шумов.

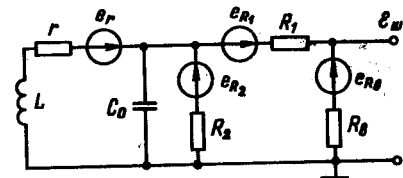


Рис. 2.14. Эквивалентная схема ИМП с генераторами шума

Если основной составляющей шумов активных сопротивлений является тепловой шум, то средний квадрат амплитуды шумов на выходе преобразователя может быть представлен в виде

$$\mathcal{E}_{ш}^2 = 4k \int_{f_n}^{f_b} (T_r^0 r |W_r^2| + T_{R_1}^0 R_1 |W_{R_1}^2| + T_{R_2}^0 R_2 |W_{R_2}^2| + T_{R_b}^0 R_b |W_{R_b}^2|) df, \quad (2.73)$$

где k — постоянная Больцмана; $T_r^0, T_{R_1}^0, T_{R_2}^0$ и $T_{R_b}^0$ — абсолютные температуры соответствующих сопротивлений; W_r, W_{R_1}, W_{R_2} и W_{R_b} — частотные характеристики, определяемые соотношениями

$$W_x(j\omega) = \frac{U_x(j\omega)}{e_x(j\omega)}, \quad (2.74)$$

$U_x(j\omega)$ — составляющая выходного напряжения преобразователя, обусловленная действием генератора ЭДС $e_x(j\omega)$, $x = r, R_1, R_2$ и R_b .

Порог чувствительности $B_{п0}$ рассматриваемого пассивного преобразователя, обусловленный наличием шумов сопротивления r и резисторов R_1, R_2 и R_b , может быть приведен в виде

$$B_{п0} = m \sqrt{\mathcal{E}_{ш}^2} / W_0, \quad (2.75)$$

где $m \in \{3, 5\}$.

При наличии вторичного электронного преобразователя, например электронного усилителя напряжения, имеющего в полосе частот (f_n, f_b) средний квадрат амплитуды шумов, приведенных к его входу, $\mathcal{E}_{шy}^2$, порог чувствительности преобразователя с усилителем

$$B_{п0} = m \sqrt{\mathcal{E}_{ш}^2 + \mathcal{E}_{шy}^2} / W_0. \quad (2.76)$$

Максимальный входной сигнал $B_{n\max}$, а следовательно, и диапазон измерений индукционного преобразователя без ферромагнитного сердечника с электронным вторичным преобразователем ограничивается лишь характеристиками вторичного преобразователя. При наличии ферромагнитного сердечника $B_{n\max}$ может определяться эффектом насыщения материала сердечника.

Используя соотношения (2.40), (2.64), (2.65), выразим (при $\omega_b = \omega_{b1}$) некоторые метрологические характеристики преобразователя через параметры r, L, C_0 и R_3 [2.10]:

$$f_n \approx \frac{1}{4\pi\xi T} = \frac{r + R_3}{2\pi(L + r C_0 R_3)}; \quad (2.77)$$

$$f_b \approx \frac{\xi}{\pi T} = \frac{L + r C_0 R_3}{2\pi L C_0 R_3}; \quad (2.78)$$

$$f_n \approx 4\xi^2 \approx \frac{(L + r C_0 R_3)^2}{L C_0 R_3 (r + R_3)}; \quad (2.79)$$

$$W_0 = W_{\max} = \frac{K}{2\xi T} = \frac{\mu_{ra} w S R_3 K_d}{L + r C_0 R_3}. \quad (2.80)$$

2.5. Свойства частотных характеристик, соответствующих передаточной функции $W(p) = K / (T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)$ при $0 < \xi < 1$.

Рассмотрим свойства амплитудно-частотной характеристики

$$|W(j\omega)| = \frac{K}{[(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2]^{1/2}} = \frac{K}{R^{1/2}} \quad (2.81)$$

при фиксированных K и T и при $0 < \xi \leq 1$; вид $R = R(\omega)$ определяется (2.81).

При $\omega \rightarrow 0$ $|W(j\omega)| \rightarrow |W_{an}(j\omega)| = K$;

при $\omega \rightarrow \infty$ $|W(j\omega)| \rightarrow |W_{an}(j\omega)| = K / T^2 \omega^2$.

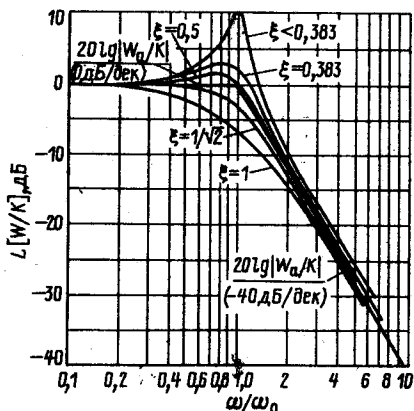
Обозначим

$$|W_a(j\omega)| = \begin{cases} |W_{an}(j\omega)| & \text{при } \omega \leq \omega_0 = T^{-1}; \\ |W_{an}(j\omega)| & \text{при } \omega \geq \omega_0. \end{cases}$$

На рис. 2.15 изображена ЛАХ, соответствующая $|W_a(j\omega)|$.

При $\xi = 1$ $W(p) = K / (T^2 p^2 + 1)$; при $0 < \xi < 1$ $W(p)$ является передаточной функцией колебательного звена, частотная характеристика которого изучена [2.18]. Здесь будут рассмотрены лишь те свойства $|W(j\omega)|$, которые являются наиболее важными при разработке индукционных преобразователей

Рис. 2.15. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики, соответствующие $W(p) = K / [T^2 p^2 + 2\xi T p + 1]^{-1}$, при $\xi > 0$



с приемлемыми на практике метрологическими характеристиками.

А. При $0 < \xi \leq 1/\sqrt{2}$ $|W(j\omega)|$ достигает в единственной точке $\omega_m = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}$ своего максимального значения

$$W_{\max} = |W(j\omega_m)| = K / (2\xi \sqrt{1 - \xi^2}). \quad (2.82)$$

На самом деле

$$\frac{d|W(j\omega)|}{d\omega} = -\frac{K R'}{2R^{3/2}} = 0,$$

откуда имеем

$$R' = 0 \text{ или } 2\xi^2 = 1 - T^2 \omega^2$$

и затем получаем

$$\omega_m = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}. \quad (2.83)$$

Простейшие дополнительные исследования показывают, что $|W(j\omega)|$ имеет в ω_m именно максимум, значение которого дается (2.82).

Б. Определение ξ и $\omega_m(\xi)$, при которых

$$|W(j\omega_m)| = \frac{K}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}} = \sqrt{2} K. \quad (2.84)$$

Из (2.84) имеем

$$\xi_{1,2} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} \pm 1}{2\sqrt{2}}};$$

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}}} = 0,92 > \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707;$$

$$\xi_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}}} = 0,383 < \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (2.85)$$

Таким образом, при $\xi = 0,383$

$$\omega_m = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2} = 0,841 \omega_0 \quad (2.86)$$

и выполняется соотношение (2.84).

При $0,383 \leq \xi \leq (1/\sqrt{2})$ $L[W_{\max}]$ превышает $L[K]$ на величину, не большую 3,01 дБ.

В. Определение $\omega_{b1}(\xi)$, при которой

$$\frac{K}{R^{1/2}} = \frac{K}{\sqrt{2}}. \quad (2.87)$$

Из (2.87) имеем

$$(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2 = 2.$$

Обозначив $T^2 \omega^2 = x \geq 0$, далее получим

$$x^2 - (2 - 4\xi^2)x - 1 = 0.$$

Корнями последнего уравнения являются

$$x_{1,2} = (1 - 2\xi^2) \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + 1}.$$

Следовательно,

$$\omega_{н1} = \omega_0 \sqrt{(1 - 2\xi^2) + \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + 1}}. \quad (2.88)$$

Г.

$$|W(j\omega_0)| = \frac{K}{2\xi}. \quad (2.89)$$

Д. С помощью приведенных выше соотношений получена табл. 2.9.

Таблица 2.9. Частотные свойства колебательного звена при различных ξ

ξ	0,383	0,500	0,707	(1,00)
ω_n / ω_0	0,841	0,707	0,000	(0,000)
$ W(j\omega_n) / K$	1,41	1,15	1,00	(1,00)
$ W(j\omega_0) / K$	1,31	1,00	0,707	(0,500)
$\omega_{н1} / \omega_0$	1,39	1,27	1,00	(0,644)

На рис. 2.15 изображены ЛАХ, соответствующие $W(p)$ при некоторых значениях ξ из интервала (0,1). Анализируя эти ЛАХ, можно сделать вывод, что при фиксированных K и T наиболее широкая полоса рабочих частот (при неравномерности $L[W]$, не превышающей 3,01 дБ) достигается при $\xi = 0,383$. Обычно на практике выбираются значения $0,383 \leq \xi \leq 0,707$. В общем случае при $0 < \xi < 1$ ширина полосы рабочих частот $[0, \omega_{н1}]$, в пределах которой неравномерность $L[W]$ не превышает $\pm 3,01$ дБ, при инженерных расчетах может быть определена по формуле

$$\omega_{н1} = \omega_0 \rho(\xi), \quad (2.90)$$

где зависимость $\rho = \rho(\xi)$ можно определить из табл. 2.10.

Таблица 2.10. Значения $\rho(\xi)$

ξ	0,10	0,20	0,30	0,383 -0	0,383 +0	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
$\rho(\xi)$	0,549	0,57	0,63	0,841	1,39	1,37	1,27	1,15	1,02	0,758	0,557

Е. Фазочастотная характеристика

$$\arg W(j\omega) = \begin{cases} -\arctg \frac{2\xi T\omega}{1 - T^2\omega^2}, & 0 \leq \omega < T^{-1}; \\ -\pi/2, & \omega = T^{-1}; \\ -\pi + \arctg \frac{2\xi T\omega}{T^2\omega^2 - 1}, & T^{-1} < \omega. \end{cases} \quad (2.91)$$

2.6. Преобразователь с интегрированием ЭДС, наводимой в катушке, специальным устройством

Предположим, что параметр ξ передаточной функции ИМП удовлетворяет соотношениям

$$\xi \leq 1 \text{ или } \xi \geq 1.$$

Как следует из (2.596), в этом случае полоса рабочих частот ИМП ($f_n, f_{н1}$) такова, что условие $f_{н1}/f_n \gg 1$ не выполняется и, следовательно, отсутствует возможность непосредственного измерения индукции $B_n(t)$ с широким спектром частот таким преобразователем.

При $\xi < 1$ передаточная функция ИМП $W(p)$ согласно (2.34) является произведением передаточных функций усилительного звена K , идеального дифференцирующего звена p и колебательного звена $(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)^{-1}$. Для измерения магнитной индукции с широким спектром частот в этом случае необходимо использовать дополнительное устройство — интегратор.

Если напряжение, выделяющееся на R_n (см. рис. 2.1), подать на вход интегрирующего устройства, импеданс которого в его полосе рабочих частот удовлетворяет условию $|Z_{вх}| \gg R_n$, а передаточная функция имеет вид

$$W_n(p) = K_n / (T_n p + 1), \quad (2.92)$$

то передаточная функция ИМП с интегратором $W_{\Sigma}(p)$ будет выражаться соотношением

$$W_{\Sigma}(p) = W(p) W_n(p) = \frac{K K_n p}{(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)(T_n p + 1)}. \quad (2.93)$$

Предположим, что $T_n^{-1} \ll T^{-1} = \omega_0$ (рис. 2.16). В этом случае

$$\omega_n = T_n^{-1}, \quad (2.94)$$

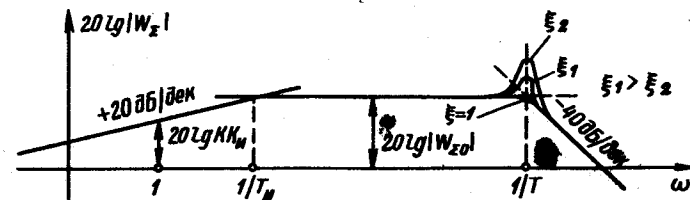


Рис. 2.16. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика ИМП с интегратором

а на частотах $\omega > T_n^{-1}$ (с погрешностью, не превышающей 3,01 дБ) справедливо соотношение

$$|W_{\Xi}(j\omega)| = \frac{KK_n T_n^{-1}}{[(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2]^{1/2}} \quad (2.95)$$

и применимы результаты, приведенные в § 2.5, откуда следует, что для отсутствия выбросов на $L[W_{\Xi}]$, превышающих 3,01 дБ в области $\omega \approx \omega_0$, и для получения возможно большего значения $\omega_{\text{в1}}$ необходимо выбирать ξ , удовлетворяющее соотношениям

$$\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}} \leq \xi \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (2.96)$$

при этом

$$\omega_0 \leq \omega_{\text{в1}} \leq 1,39 \omega_0. \quad (2.97)$$

Значение верхней граничной частоты $\omega_{\text{в}}$ ИМП с интегратором определяется выражением (2.69), в котором частота $\omega_{\text{в1}}$ дается соотношением (2.88).

Коэффициент преобразования ИМП с интегратором $W_{\Xi 0}$ в полосе рабочих частот выражается соотношением

$$W_{\Xi 0} = KK_n T_n^{-1}. \quad (2.98)$$

Порог чувствительности ИМП с интегратором

$$B_{\text{н0}} = m \sqrt{\mathcal{E}_{\text{ш}}^2 + \mathcal{E}_{\text{шн}}^2} / W_{\Xi 0}, \quad (2.99)$$

где $\mathcal{E}_{\text{ш}}$ — напряжение шумов в полосе частот $(f_{\text{н}}, f_{\text{в}})$, обусловленное шумами сопротивления r , резисторов R_1, R_2 и R_3 ; $\mathcal{E}_{\text{шн}}$ — напряжение шумов интегратора в той же полосе частот, приведенное к его выходу.

Максимальный входной сигнал $B_{\text{нmax}}$, а следовательно, и диапазон измерений индукционного преобразователя без ферромагнитного сердечника практически определяются лишь характеристиками интегратора, к входу которого подключен пассивный преобразователь, а в случае сверхсильных полей — еще и физическими эффектами, происходящими в материале витков катушки.

При $\xi < \sqrt{(\sqrt{2}-1)/2\sqrt{2}} L[W_{\Xi}]$, согласно результатам, приведенным в § 2.5, будет иметь выброс, превышающий 3,01 дБ (относительно уровня $L[W_{\Xi 0}]$; при этом $\omega_{\text{в1}}$ (при $T^{-1} = \text{const}$) уменьшается с уменьшением ξ .

При $1 > \xi > 1/\sqrt{2}$ происходит уменьшение $\omega_{\text{в1}}$ (при $T^{-1} = \text{const}$) с возрастанием ξ .

Применение интеграторов возможно и в том случае, когда $\xi \geq 1$ ([2.12]; § 2.10).

2.7. О некоторых различиях в способах достижения соотношений $\xi \gg 1$, $\xi < 1$ и $\xi \approx 1$

В эквивалентной схеме нагруженной катушки параметры r и C_0 можно искусственно регулировать в широких пределах: C_0 увеличивать путем запараллеливания R_3 конденсатором надлежащей емкости; r увеличивать за счет уменьшения диаметра провода, использования провода из материала с большим удельным сопротивлением, а также (при наличии конденсатора, подключенного параллельно R_3 , и малой собственной емкости катушки) последовательного включения резистора между выводом катушки и выводом нагрузки R_3 . Поэтому в дальнейшем будем считать, что параметры нагруженной катушки L, C_0, r и R_3 поддаются регулировке в широких пределах.

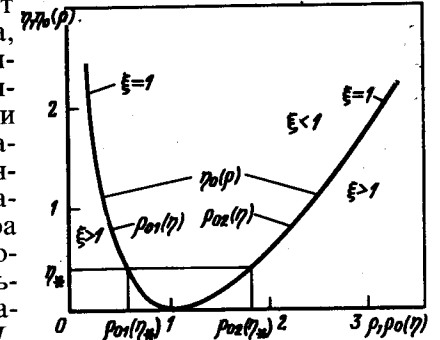


Рис. 2.17. Связь между ρ и η при $\xi(\rho, \eta) = 1$

Параметр ξ согласно (2.37) может быть представлен в виде

$$\xi(\rho, \eta) = \frac{\rho + \rho^{-1}}{2\sqrt{1+\eta}}, \quad (2.100)$$

где

$$\rho = \sqrt{\frac{L/C_0}{rR_3}}, \quad (2.101)$$

$$\eta = R_3/r. \quad (2.102)$$

Связь между ρ и η (рис. 2.17), при которой $\xi(\rho, \eta) = 1$, можно представить в виде соотношений

$$\eta_0(\rho) = ((\rho - \rho^{-1})/2)^2 \quad (2.103)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \rho_{01}(\eta) &= \sqrt{\eta+1} - \sqrt{\eta}, \\ \rho_{02}(\eta) &= \sqrt{\eta+1} + \sqrt{\eta}. \end{aligned} \right\} \quad (2.104)$$

При фиксированном η_* и достаточно малых

$$\rho \ll \rho_{01}(\eta_*) \quad (2.105)$$

или достаточно больших

$$\rho \gg \rho_{02}(\eta_*) \quad (2.106)$$

выполняется соотношение

$$\xi(\rho, \eta_*) \gg 1. \quad (2.107)$$

Следует отметить различие в условиях достижения соотношения (2.107) в случаях (2.105) и (2.106). Соотношение (2.105) можно привести к виду

$$\rho = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L/C_0}{\eta_*}} \ll \rho_{01}(\eta_*),$$

откуда следует, что при $L = \text{const}$ выполнение (2.107) достигается увеличением r и (или) C_0 . Увеличение r (а следовательно, и $R_s = \eta_* r$) ограничивает ток в проводе катушки, что открывает возможность измерения индукции сравнительно сильных магнитных полей ИМП с $\xi \gg 1$.

Соотношение (2.106) можно преобразовать к виду

$$\rho = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L/C_0}{\eta_*}} \gg \rho_{02}(\eta_*),$$

откуда следует, что при $C_0 = \text{const}$ выполнение (2.107) достигается за счет уменьшения r (а следовательно, и $R_s = \eta_* r$) или увеличения L . Однако уменьшение R_s сопровождается ростом тока в проводе катушки, что может послужить дополнительным ограничением на максимальную измеряемую индукцию.

При

$$\rho_{01}(\eta_*) \leq \rho \leq \rho_{02}(\eta_*) \quad (2.108)$$

параметр $\xi \leq 1$;
при

$$\rho \begin{cases} \approx \rho_{01}(\eta_*) \\ \approx \rho_{02}(\eta_*) \end{cases} \quad (2.109)$$

параметр $\xi \approx 1$.

2.8. Влияние частотных свойств магнитного сердечника на значение верхней граничной частоты полосы рабочих частот индукционного преобразователя

Выше была введена в рассмотрение частота $\omega_{\text{вк}}$, которая может ограничивать сверху полосу рабочих частот индукционного преобразователя вследствие наличия зависимости магнитной проницаемости вещества сердечника от частоты

$$\mu = \mu(j\omega). \quad (2.110)$$

В случае ферритовых сердечников на частоте $f_{\text{кр}}$, называемой критической, начинается резкое возрастание тангенса угла магнитных потерь [2.13, 2.19]. Следствием зависимости (2.110) является наличие зависимостей

$$\mu_{ra} = \mu_{ra}(j\omega) \quad (2.111)$$

$$L = L(j\omega), \quad (2.112)$$

где μ_{ra} и L в общем случае — комплексные величины [2.13, 2.19].

При наличии зависимостей (2.111), (2.112) и при достаточно большом значении ω_λ частотная характеристика ИМП согласно (2.34) имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{(r+R_s)^{-1} S_x R_s j\omega \mu_{ra}(j\omega) K_n}{C_0 L(j\omega) (j\omega)^2 + \frac{L(j\omega) + r C_0 R_s}{r+R_s} j\omega + 1}. \quad (2.113)$$

Определяя $\xi(j\omega)$ при $\omega=0$, рассматриваем два случая.

А. $\xi(0) \gg 1$.

В области частот, в которой имеет место соотношение

$$\left| \frac{C_0 L(j\omega)}{1+r/R_s} (j\omega)^2 + 1 \right| \ll \left| \frac{L(j\omega) + r C_0 R_s}{r+R_s} j\omega \right|, \quad (2.114)$$

обычно выполняется неравенство

$$|L(j\omega)| \gg r C_0 R_s. \quad (2.115)$$

Поэтому в рассматриваемом случае

$$|W(j\omega)| \approx K_n S_x R_s \left| \frac{\mu_{ra}(j\omega)}{L(j\omega)} \right|. \quad (2.116)$$

При этом $\omega_{\text{вк}}$ можно определить как частоту, лежащую в области частот, характеризуемой (2.114), на которой выполняется соотношение

$$\left| \frac{\mu_{ra}(j\omega_{\text{вк}})}{L(j\omega_{\text{вк}})} \right| / \left| \frac{\mu_{ra}(0)}{L(0)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (2.117)$$

Из зависимости $\mu_{ra} = \mu_{ra}(\mu)$ (2.21) и соотношения (2.117) следует, что $\omega_{\text{вк}}$ может быть существенно больше $2\pi f_{\text{кр}}$. Если частота $\omega_{\text{вк}}$, удовлетворяющая соотношениям (2.114) и (2.117), не существует, полагаем $\omega_{\text{вк}} = \infty$.

Б. $\xi(0) \lesssim 1$.

В этом случае ИМП используется с интегратором, обладающим частотной функцией

$$W_n(j\omega) = \frac{K_n}{T_n j\omega + 1},$$

и, следовательно, в области частот, определяемой соотношениями

$$T_n \omega \gg 1, \quad (2.118)$$

$$\left| \frac{R_s C_0 L(j\omega)}{r+R_s} (j\omega)^2 + \frac{L(j\omega) + r C_0 R_s}{r+R_s} j\omega \right| \ll 1 \quad (2.119)$$

амплитудно-частотная характеристика ИМП с интегратором

$$|W_{\Sigma}(j\omega)| \approx \frac{K_d S_k R_3 K_n}{(r+R_3) T_n} |\mu_{ra}(j\omega)|. \quad (2.120)$$

В рассматриваемом случае $\omega_{вк}$ можно определить как частоту, лежащую в области частот, характеризуемой (2.118) и (2.119), на которой выполняется соотношение

$$\left| \frac{\mu_{ra}(j\omega_{вк})}{\mu_{ra}(0)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (2.121)$$

Из зависимости $\mu_{ra} = \mu_{ra}(\mu)$ и соотношения (2.121) следует, что $\omega_{вк}$ может быть существенно больше $2\pi f_{кр}$ (например, при не слишком длинных ферритовых сердечниках). В случае, если $\omega_{вк}$ удовлетворяющая соотношениям (2.118), (2.119) и (2.121), не существует, полагаем $\omega_{вк} = \infty$.

2.9. Дополнительные соотношения, определяющие возможности корректировки метрологических характеристик пассивных индукционных преобразователей

Для решения задач анализа метрологических характеристик преобразователей, исследования возможностей их корректировки и частичного решения задач синтеза пассивных преобразователей с желаемыми характеристиками необходимо знать поведение величин ξ , T_1 , T_2 и T [см. соотношения (2.36), (2.37), (2.52) и (2.53)] при независимом изменении одного из четырех параметров R_3 , r , L и C_0 и неизменных трех остальных. На практике такое изменение параметров часто возможно, но в ограниченных пределах. Рассмотрим формально случаи изменения этих параметров в неограниченно широких пределах, имея в виду, что пользоваться полученными результатами можно лишь с учетом реальных пределов изменения параметров [2.11]:

1. $R_3 = \text{var.}$

Пусть $Q = r^{-1} \sqrt{L/C_0} > 1/\sqrt{2}$, тогда $\xi = \xi(R_3)$ является монотонно убывающей функцией.

Если $\xi(R_{3к}) = 1$, то $R_{3к} = r Q^2 / (1 + 2Q)$.

При $R_3 \rightarrow +0$

$$\xi \rightarrow \infty; T_1^{-1} \rightarrow r/L; T_2^{-1} \rightarrow T^{-1} \rightarrow \infty.$$

Если $R_3 \rightarrow R_{3к} - 0$, то

$$\xi \rightarrow 1; T_1^{-1} \rightarrow T_2^{-1} \rightarrow T^{-1} \rightarrow r(Q+1)/L.$$

При $R_3 \rightarrow R_{3к} + 0$

$$\xi \rightarrow 1; T^{-1} \rightarrow r(Q+1)/L.$$

Если $R_3 \rightarrow \infty$, то

$$\xi \rightarrow (2Q)^{-1} < 1; T^{-1} \rightarrow 1/\sqrt{LC_0}.$$

2. $L = \text{var.}$

Если $\xi(L_0) = 0$, то $L_0 = r C_0 R_3$. При $L \rightarrow 0$

$$\xi \rightarrow \infty; T_1^{-1} \rightarrow (r+R_3)/r C_0 R_3; T_2^{-1} \rightarrow (C_0 R_3)^{-1}; T^{-1} \rightarrow \infty.$$

При $L \rightarrow L_0$

$$\xi \rightarrow \sqrt{\frac{r}{r+R_3}} < 1; T^{-1} \rightarrow \sqrt{1+R_3/r} / C_0 R_3.$$

При $L \rightarrow \infty$

$$\xi \rightarrow \infty; T_1^{-1} \rightarrow 0; T_2^{-1} \rightarrow (C_0 R_3)^{-1}; T^{-1} \rightarrow 0.$$

3. $C_0 = \text{var.}$

Пусть $\xi(C_0^*) = 0$, тогда $C_0^* = L/r R_3$. При $C_0 \rightarrow 0$

$$\xi \rightarrow \infty; T_1^{-1} \rightarrow (r+R_3)/L; T_2^{-1} \rightarrow T^{-1} \rightarrow \infty.$$

При $C_0 \rightarrow C_0^*$

$$\xi \rightarrow (1/\sqrt{1+R_3/r}) < 1; T^{-1} \rightarrow \sqrt{1+R_3/r} / (L/r).$$

При $C_0 \rightarrow \infty$

$$\xi \rightarrow \infty; T_1^{-1} \rightarrow 0; T_2^{-1} \rightarrow (L/r)^{-1}; T^{-1} \rightarrow 0.$$

В рассмотренном случае под C_0 следует понимать сумму собственной емкости катушки и емкости конденсатора, шунтирующего резистор R_3 ; поэтому на практике минимальное значение C_0 будет равно собственной емкости катушки.

4. $r = \text{var.}$

Пусть $Q_1 = R_3^{-1} \sqrt{L/C_0} \gg 1$. При $r \rightarrow 0$

$$\xi \rightarrow \frac{Q_1}{2} > 1; T_1^{-1} \rightarrow \frac{Q_1^2(1-\sqrt{Q_1^2-4})}{2L/R_3};$$

$$T_2^{-1} \rightarrow \frac{Q_1^2(1+\sqrt{Q_1^2-4})}{2L/R_3}; T^{-1} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{LC_0}}.$$

При $r \rightarrow \infty$

$$\xi \rightarrow \infty; T_1^{-1} \rightarrow \frac{Q_1^2}{L/R_3}; T_2^{-1} \rightarrow T^{-1} \rightarrow \infty.$$

2.10. Гибридный магнитометрический преобразователь

При необходимости измерения магнитной индукции, спектр которой занимает широкую полосу частот (f_n, f_b): $f_n \ll f_b$ (f_n может составлять доли герца, а f_b — десятки мегагерц и выше), индукционные преобразователи (с одной катушкой) с интегрирова-

нием сигнала на собственных реактивностях катушки и ее нагрузке ($\xi \gg 1$), способные измерять такую индукцию, могут быть нереализуемы вследствие противоречивых требований, предъявляемых к параметрам катушки; индукционные преобразователи с интегратором ($\xi \approx 1$) могут быть также нереализуемы из-за трудностей создания интегратора с широкой полосой рабочих частот. В этом случае могут найти применение индукционные преобразователи гибридного типа.

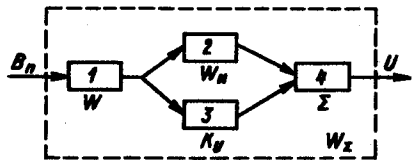


Рис. 2.18. Схема гибридного индукционного магнитометрического преобразователя

На рис. 2.18 изображена схема гибридного магнитометрического преобразователя. Здесь приняты следующие обозначения: 1 — индукционный преобразователь с передаточной функцией $W(p)$, имеющей параметр $\xi \gg 1$:

$$W(p) = \frac{Kp}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

где $T_1^{-1} \ll T_2^{-1}$; 2 — электронное интегрирующее устройство с идеализированной передаточной функцией

$W_n(p) = \frac{K_n}{(T_n p + 1)}$, где $T_n^{-1} \ll T_1^{-1}$; считается, что интегратор не нагружает преобразователь; 3 — широкополосный усилитель с полосой рабочих частот, содержащей в себе интервал (T_n^{-1}, T_2^{-1}) ; K_y — коэффициент усиления; считается, что усилитель не нагружает преобразователь; 4 — сумматор, не нагружающий интегратор и усилитель.

Результирующая передаточная функция гибридного преобразователя

$$W_{\Sigma} = W(W_n + K_y) = (K_n + K_y) W \frac{(T_2 p + 1)}{(T_n p + 1)}, \quad (2.122)$$

где

$$T_3 = \frac{K_y}{(K_n + K_y)} T_n < T_n.$$

При выполнении условия

$$T_3 = T_1 \text{ или } (K_n + K_y) = K_y T_n / T_1$$

$$W_{\Sigma} = \frac{K_3 p}{(T_n p + 1)(T_2 p + 1)}, \quad (2.123)$$

где $K_3 = K K_y T_n / T_1$.

Допустим, что в полосе частот (T^{-1}, T_2^{-1}) , где T^{-1} — частота, удовлетворяющая условиям

$$T_1^{-1} \ll T^{-1} \ll T_2^{-1},$$

реальная частотная функция электронного интегрирующего устройства $W_{np}(j\omega)$ начинает отличаться от его идеализированной частотной функции $W_n(j\omega)$ так, что

$$|W_{np}(j\omega)| < |W_n(j\omega)| \ll K_y. \quad (2.124)$$

Тогда в этой полосе частот частотная функция гибридного преобразователя

$$W_{\Sigma} = W(W_{np} + K_y) \approx W K_y \quad (2.125)$$

и, следовательно, не зависит от вида W_{np} . Таким образом, требования к рабочей полосе частот электронного интегрирующего устройства оказываются существенно сниженными по сравнению со случаем, описанным в § 2.6.

2.11. Преобразователь с суммированием выходных сигналов нескольких элементарных преобразователей

Альтернативой использованию широкополосных однокатушечных гибридных преобразователей с электронными интегрирующими устройствами является применение многокатушечных преобразователей, т. е. преобразователей с суммированием выходных сигналов нескольких (N) элементарных преобразователей с передаточными функциями вида

$$\frac{K_i p}{T_i^2 p + 2\xi_i T_i p + 1} = \frac{K_i p}{(T_{i1} p + 1)(T_{i2} p + 1)},$$

где $\xi_i \gg 1$; $i = 1, 2, \dots, N$.

Рассмотрим вначале структурную схему преобразователя с суммированием выходных сигналов двух элементарных преобразователей, индуктивная связь между катушками которых практически отсутствует. Пусть два элементарных преобразователя (первый и второй), магнитные оси которых совпадают или параллельны, имеют соответственно передаточные функции

$$W_1 = \frac{K_1 p}{(T_1 p + 1)(T p + 1)}, \quad W_2 = \frac{K_2 p}{(T p + 1)(T_2 p + 1)},$$

где $T_1^{-1} \ll T^{-1} \ll T_2^{-1}$. Выходные сигналы (рис. 2.19) элементар-

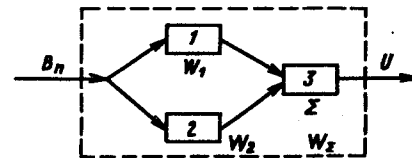


Рис. 2.19. Схема с суммированием выходных сигналов двух (элементарных) преобразователей

ных преобразователей 1 и 2 поступают на входы не нагружающего их сумматора 3. Результирующая передаточная функция преобразователя

$$W_{\Xi} = W_1 + W_2 = \frac{p}{(Tp+1)} \left(\frac{K_1}{T_1p+1} + \frac{K_2}{T_2p+1} \right) = \frac{(K_1+K_2)p}{(T_1p+1)(T_2p+1)} \frac{(T_2p+1)}{(Tp+1)},$$

где

$$T_p = \frac{K_1 T_2 + K_2 T_1}{K_1 + K_2}.$$

При $T_1 = T_2 = T$

$$K_2 = \frac{T - T_2}{T_1 - T} K_1$$

и

$$W_{\Xi} = \frac{(K_1 + K_2)p}{(T_1p+1)(T_2p+1)} = \frac{K_2 p}{(T_1p+1)(T_2p+1)}, \quad (2.126)$$

где

$$K_2 = (K_1 + K_2) = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T} K_1; \quad (2.127)$$

при этом коэффициент преобразования

$$W_{\Xi 0} = \frac{(T_1 - T_2) K_1}{(T_1 - T) T_1}, \quad (2.128)$$

$$\omega_n = T_1^{-1}; \quad (2.129)$$

$$\omega_{в1} = T_2^{-1}. \quad (2.130)$$

Очевидно, что синтезировать элементарные преобразователи с передаточными функциями W_1 и W_2 легче, нежели преобразователь с одной катушкой, обладающий передаточной функцией W_{Ξ} .

Аналогично изложенному могут быть просуммированы выходные сигналы большего числа элементарных преобразователей.

2.12. Дифференциальное включение пассивных индукционных преобразователей

Для минимизации дополнительных погрешностей измерения магнитной индукции с помощью пассивных индукционных преобразователей, обусловленных действием быстропеременного электрического поля, применяют (помимо «электростатических» экранов [2.20]) также дифференциальное включение двух близких по параметрам ($L_1 \approx L_2$; $C_{01} \approx C_{02}$; $R_{s1} \approx R_{s2}$) рядом расположенных преобразователей с совпадающими (или параллельными) магнитными осями [2.5].

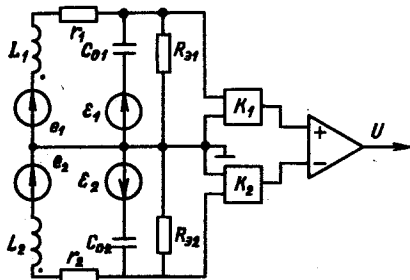


Рис. 2.20. Схема дифференциального включения двух преобразователей

На рис. 2.20 изображена упрощенная схема дифференциального включения двух преобразователей, в которой их паразитные сигналы, обусловленные действием быстропеременного электрического поля, вычитаются, а полезные сигналы — суммируются. Коэффициенты передачи K_1 и K_2 масштабирующих устройств подбираются такими, чтобы (в отсутствие магнитного поля B_n) был минимизирован выходной сигнал дифференциального усилителя (ДУ), обусловленный воздействием электрического поля. Наличие генераторов ЭДС e_1 и e_2 отражает возникновение в катушках полезных сигналов, пропорциональных dB_n/dt , а наличие генераторов ЭДС e_1 и e_2 — возникновение дополнительных погрешностей вследствие воздействия на катушки быстропеременного электрического поля.

2.13. Индукционный преобразователь с подавлением ударного возбуждения

В тех случаях, когда для ИМП (см. рис. 2.12) выполняется соотношение $\omega_{\lambda} \omega_{в1}$ и, следовательно,

$$\omega_{в} = \min \{ \omega_{\lambda}, \omega_{в1} \} = \omega_{\lambda}, \quad (2.131)$$

при измерении параметров импульса магнитной индукции $B_n(t)$ с крутым фронтом в выходном сигнале преобразователя имеют место ярко выраженные затухающие колебания с частотой заполнения, близкой к $\omega_{\lambda}/2\pi$. Эти колебания, называемые в дальнейшем «ударным возбуждением», ограничивают сверху полосу рабочих частот преобразователя согласно соотношению (2.131). Ударное возбуждение возникает вследствие неквазистационарного режима работы ПИМП.

При выполнении некоторых условий (число витков катушки $w \gg 1$, $\xi \gg 1$, $\omega_{в1} > \omega_{\lambda}$, катушка обладает геометрической и электрической симметрией относительно выводов) имеется возможность подавить схемным путем ударное возбуждение и расширить вверх полосу рабочих частот ИМП (см. § 3.5).

2.14. Экранирование ПИМП

Как уже упоминалось в § 1.2, при проведении измерений амплитудно-временных характеристик $B_n(t)$ в ближней зоне излучения на ПИМП может действовать сопутствующее электрическое поле, напряженность которого $E(t)$ ориентирована в общем случае произвольным образом относительно магнитной индукции $B(t)$. Следствием этого является возникновение паразитного сигнала на выходе ПИМП. Оценка амплитудно-временных характеристик паразитного сигнала теоретическим путем затруднительна; поэтому такая оценка производится обычно экспериментально.

Для уменьшения влияния сопутствующего электрического поля на выходной сигнал ПИМП последний помещают в экран, выполненный из немагнитного металла (сплава) с высокой удельной электропроводностью. Экран должен иметь разрезы вдоль силовых линий измеряемого магнитного поля; назначение этих разрезов — не допустить возникновения в стенках экрана токов Фуко; толщина стенок экрана выбирается обычно меньше толщины «скин-слоя магнитного потока» [2.5]. Физический механизм действия этих экранов аналогичен механизму действия электростатических экранов, поэтому их обычно тоже называют электростатическими.

Если ПИМП имеет ферромагнитный сердечник, то электростатический экран цилиндрической формы с разрезом может вызвать частотные искажения сигнала из-за наличия компонент магнитной индукции, нормальных к поверхности экрана. Уменьшение l_w , толщины стенок и длины экрана (по образующей) способствует уменьшению этих искажений.

Аналогичным образом экранируются ПИМП, применяемые для измерения амплитудно-временных характеристик $B_n(t)$ в волновой зоне излучения.

В теории антенн хорошо изучены так называемые рамочные антенны. В магнитометрии также используются ПИМП, конструкции которых подобны конструкциям рамочных антенн. Однако в магнитометрии, в отличие от радиотехники, ПИМП часто применяют для измерений амплитудно-временных характеристик проекции магнитной индукции $B_n(t)$, спектр которой занимает существенно более широкую полосу частот.

При этом также может иметь место «эффект ненаправленности рамки», если плоскость рамки расположена вертикально, а ее отдельные взаимно симметричные части расположены несимметрично относительно окружающих предметов (земли). Результатом такого расположения рамки является нарушение ее электрической симметрии, вследствие чего диаграмма направленности рамки (восьмерка в случае уединенной рамки) искажается: нули делаются нечеткими, а их направления могут меняться. Этот эффект достаточно хорошо изучен, так как он определяет точность работы некоторых пеленгационных приборов.

Наиболее действенным способом борьбы с эффектом ненаправленности рамки является применение металлических немагнитных трубчатых экранов с узким разрезом [2.4, 2.8, 2.20]. Однако трактовка физического механизма действия таких экранов в литературе различна [2.20, 2.21].

На рис. 2.21,а изображена экранированная рамка. Вследствие наличия заземленного «электростатического» экрана емкость взаимно симметричных частей рамки становится симметричной относительно ее окружения — экрана, а так как экран имеет тонкий разрез, то он не препятствует проникновению потока магнитной

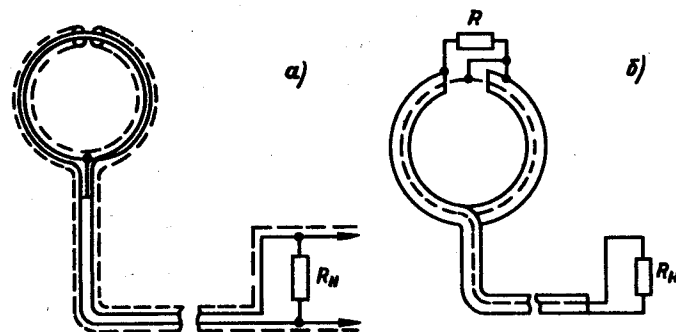


Рис. 2.21. Экранированные рамки

индукции через контур рамки. Таким образом, причина возникновения эффекта ненаправленности оказывается устраненной и диаграмма направленности симметризованной рамки становится близкой к «восьмерке». В магнитометрии используют также экранированные рамки другой конструкции, в которых проявление эффекта ненаправленности минимизировано (рис. 2.21,б).

2.15. Эффекты, возникающие при измерениях сверхсильных магнитных полей

При измерениях сверхсильных импульсных магнитных полей (10 — 100 Тл) могут проявляться различные физические эффекты, способные привести, если не предпринято специальных мер, к возникновению значительных дополнительных погрешностей и даже к выходу из строя индукционного преобразователя.

Можно показать, что поверхность тонкого немагнитного изолированного проводника диаметром $d \ll S_\phi = \sqrt{t/\mu_0 \sigma}$ ($t > 0$), помещенного в импульсное магнитное поле [$H(t) \equiv 0$ при $t \leq 0$], нагревается до температуры θ , измеряемой в градусах Цельсия, которая определяется соотношением

$$\theta \approx \frac{1}{2C_v} (d/S_\phi)^2 \mu_0 H^2 \text{ при } t > 0, \quad (2.132)$$

где C_v — удельная теплоемкость материала проводника; S_ϕ — «толщина скин-слоя магнитного потока»; t — время; σ — электропроводность материала провода при нормальных условиях [2.5].

Чтобы предотвратить испарение материала провода измерительной катушки, выбирают материал провода с малой электропроводностью или (что делают более часто) используют медный провод малого диаметра d , значение которого обычно заключено в интервале 0,005 — 0,01 мм.

Другим важным эффектом, имеющим место при измерениях сверхсильных импульсных магнитных полей, является изменение активного сопротивления r измерительной катушки преобразователя. При изменении r все результаты приведенного выше анализа метрологических характеристик преобразователя остаются справедливыми, если осуществляется одна из возможностей:

а) $\Delta r \ll r$;

б) $r \ll \min \left\{ R_n, \frac{L}{C_0 R_n} \right\}$.

Увеличение сопротивления r катушки, намотанной медным проводом, вследствие его нагрева до температур, близких к температуре плавления ($\theta_{пл} \approx 1084,5^\circ \text{C}$ при нормальном давлении), составляет около 100%. Степень увеличения сопротивления r измерительной катушки из-за эффекта магнитосопротивления зависит от температуры провода и от ориентации катушки с током в магнитном поле. Показано, что при полях, составляющих сотни тесла, сопротивление катушки, намотанной медным проводом, при условии отсутствия специального теплоотвода от провода изменяется всего лишь на несколько процентов [2.5].

Другим эффектом сверхсильных импульсных магнитных полей является большая величина сигналов, снимаемых с измерительной катушки. Так, в частности, для реально используемых катушек, имеющих эквивалентную площадь S_k , составляющую несколько квадратных миллиметров, при измерениях импульсных магнитных полей со скоростью изменения $10^8 - 10^9$ Тл/с этот сигнал может составить единицы киловольт, что, в свою очередь, может вызвать необходимость уменьшения величины этого сигнала.

Используемые для измерения магнитных полей в диапазоне 10 — 100 Тл микрокатушки имеют приблизительно следующие параметры:

Диаметр медного провода, мм	0,01 — 0,005
Высота катушки, мм	От одного до нескольких
Внешний диаметр, мм	От долей до единиц
Число витков	От единиц до десятков
Активное сопротивление, Ом	От единиц до десятков
Индуктивность, мкГн	Единицы
Собственная емкость, пФ	Единицы — десятки

2.16. Примеры практических схем

Преобразователь для измерения слабых магнитных полей. Экспериментально испытанный преобразователь для измерения слабых магнитных полей описан в [2.6]. Измерительная катушка преобразователя имеет эффективную площадь $S_k = 100 \text{ м}^2$; $r = 330 \text{ Ом}$; $L = 50 \text{ Гн}$; $C_0 = 800 \text{ пФ}$. Усилитель расположен в непосредственной близости от измерительной катушки и имеет

ступенчато изменяющееся входное сопротивление $R_{вх}$, равное 1; 5 и 10 кОм. Согласованный кабель в устройстве не используется.

Требуется определить коэффициент преобразования W_0 и полосу рабочих частот первичного преобразователя для указанных трех значений $R_{вх}$. В табл. 2.11 приведены результаты соответствующих расчетов, выполненных на основе использования выведенных выше соотношений.

Таблица 2.11. Метрологические характеристики магнитометрического преобразователя

$R_{вх}$, кОм	$\xi = \frac{L+rC_0R_{вх}}{2\sqrt{LC_0}(r+R_{вх})}$	$W_0 = \frac{S_k}{L/R_{вх}+rC_0}$ 10кВ/Тл	$f_n = \frac{1}{4\pi T\xi}$ Гц	$f_{н1} = \frac{\xi}{\pi T}$ кГц
1	107	0,20	4,2	187
5	24,2	1,0	17,5	39,6
10	12,3	2,0	32,8	19,9

Как следует из табл. 2.11, полученные расчетные результаты полностью совпадают с результатами [2.6] определения коэффициента преобразования W_0 . Расхождения в определении диапазонов рабочих частот преобразователя обусловлены различными значениями допускаемой неравномерности $|W(j\omega)|$ (в [2.6] допускается «несколько процентов», в данной работе допускается $\pm 3,01 \text{ дБ}$).

Преобразователь для измерения сильных импульсных магнитных полей. В [2.5] описан «типичный индукционный датчик», используемый для измерения импульсных магнитных полей, величина индукции которых достигает 5,0 Тл. Измерительная катушка имеет 60 витков медной проволоки диаметром 0,04 мм; высота катушки 1 мм; ее внешний диаметр 0,7 мм; $r = 21 \text{ Ом}$; $L = 1,14 \text{ мкГн}$; $C_0 = 15,5 \text{ пФ}$. Измерительная катушка нагружена на согласованный кабель с $R_n = 197 \text{ Ом}$; длина кабеля такова, что ослаблением сигнала в нем можно пренебречь (см. рис. 2.1).

Применяя изложенную выше методику, доопределим параметры интегрирующего устройства K_n и T_n , а также найдем f_n всей магнитометрической схемы, исходя из изложенных выше данных, а также из дополнительных условий: $R_{вх} \gg R_n$; нижняя граничная частота f_n исследуемого сигнала равна 10 Гц; максимальный выходной сигнал интегратора должен быть равен 3,0 В.

Используя приведенные выше выражения, найдем:

1) $\xi = \frac{L+rC_0R_{вх}}{2\sqrt{LC_0}(r+R_{вх})} = 0,69 < 1$;

2) $T_n = \frac{1}{2\pi f_n} = 1,59 \cdot 10^{-2} \text{ с}$;

$$3) K = \frac{w S R_n \mu_{ra}}{r + R_n} = 2,08 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2;$$

$$4) K_n = \frac{3 T_n}{K B_{n \max}} = 458;$$

$$5) f_{в1} = \frac{1}{2\pi T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{r + R_n}{L C_0 R_n}} = 39,8 \text{ МГц.}$$

Если верхняя граничная частота диапазона рабочих частот электронного интегратора $f_{вн}$, то искомая верхняя граничная частота f_v всего устройства выражается соотношением

$$f_v = \min \{f_{в1}, f_{вн}\}.$$

Преобразователь гибридного типа. Структурная схема преобразователя гибридного типа аналогична схеме, приведенной на рис. 2.18. Диаметр ферритового сердечника измерительной катушки 10 мм, его длина 224 мм; эффективная проницаемость сердечника $\mu_{ra} = 1,0 \cdot 10^2$. Параметры катушки следующие: $w = 85$; $l_{\Sigma} = 3,0$ м; $r = 0,80$ Ом; $L = 436$ мкГн; $C_0 = 10,7$ пФ.

Выводы катушки, нагруженной на резистор сопротивлением $R_3 = 1,0$ Ом, подключены к высокоомным входам дифференциального усилителя (ДУ), имеющего дифференциальный выход; коэффициент усиления дифференциальной составляющей $K_{DD} = 6,0$. Первый выход ДУ подключен к высокоомному входу усилителя с $K_y = 1,0$; второй — к высокоомному входу интегратора Миллера с параметрами $K_n = 1,00 \cdot 10^3$ и $T_n = 10^3 T$. Выходы усилителя и интегратора подключены к высокоомным входам сумматора.

Полоса рабочих частот сумматора ограничена сверху частотой $f_{вс} = 20 \cdot 10^6$ Гц. Передаточная функция ИМП имеет вид (2.51), причем

$$K = \frac{\mu_{ra} w S R_3}{r + R_3} = 37,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2;$$

$$T = \sqrt{\frac{L C_0 R_3}{r + R_3}} = 51 \cdot 10^{-9} \text{ с};$$

$$\xi = \frac{L + r C_0 R_3}{2 \sqrt{L C_0 R_3 (r + R_3)}} = 2,38 \cdot 10^3 \gg 1;$$

$$T_1 = 2 \xi T = 0,24 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

$$T_2 = T / 2 \xi = 1,1 \cdot 10^{-11} \text{ с};$$

$$f_{нн} = 1/2 \pi T_1 = 6,6 \cdot 10^2 \text{ Гц};$$

$$f_{в1н} = 1/2 \pi T_2 = 14 \cdot 10^9 \text{ Гц};$$

$$f_{\lambda} = c/6 l_{\Sigma} = 17 \text{ МГц.}$$

Расчетные характеристики преобразователя гибридного типа следующие:

$$1) K_3 = K K_{DD} K_y T_n / 2 T_1 = 1,1 \cdot 10^3 \text{ м}^2;$$

$$2) W_{\Sigma 0} = K_3 / T_n = 4,6 \cdot 10^3 \text{ В/Тл};$$

$$3) f_n = 1/2 \pi T_n = 0,66 \text{ Гц} \ll f_{нн};$$

$$4) f_v = \min \{f_{в1н}, f_{\lambda}, f_{вс}\} = f_{\lambda} = 17 \text{ МГц.}$$

Экспериментально определенные характеристики преобразователя гибридного типа:

$$1) W_{\Sigma 0} = 4,0 \cdot 10^3 \text{ В/Тл};$$

$$2) f_n \lesssim 0,7 \text{ Гц};$$

$$3) f_v \gtrsim 20 \text{ МГц};$$

$$4) B_{н0} \lesssim 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ Тл};$$

$$5) B_{n \max} \gtrsim 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ Тл};$$

$$6) D_0 = 20 \lg \frac{B_{n \max}}{B_{н0}} \gtrsim 47 \text{ дБ};$$

$$7) \text{Основная приведенная погрешность преобразователя} \leq 5\%.$$

Заметим, что $B_{n \max} = 1,4 \cdot 10^{-4}$ Тл — максимальное значение индукции магнитного поля, создаваемое рабочей мерой в эксперименте.

Сверхширокополосный пассивный индукционный самоинтегрирующий магнитометрический преобразователь*. Разработан преобразователь, в котором в целях расширения полосы рабочих частот стержневой магнитный сердечник (d — диаметр, l — длина) помещен соосно и симметрично относительно охватывающего его кольцевого магнитного сердечника (D_1 — внешний диаметр; D_2 — внутренний диаметр; h — высота) с $w = [(m+1)N-1]$ -витковой однослойной обмоткой с равноотстоящими друг от друга соседними витками, которая состоит из N m -витковых секций ($m = 1, 2, 3, \dots$; $N = 1, 2, 3, \dots$), охватывающих в общей сложности N раз стержневой сердечник, соединенных последовательно с помощью $(N-1)$ витков-соединителей и намотанных с постоянным шагом $\frac{\pi D_c N}{[(m+1)N-1]}$ (где $D_c = \frac{D_1 + D_2}{2}$ — средний диаметр кольцевого сердечника). Начало и конец обмотки совпадают; перевитые выводы обмотки (косичка) с нагрузочным резистором R_3 (при наличии последнего) помещены в трубчатый из немагнитного хорошо проводящего металла электромагнитный экран, геометрическая ось которого перпендикулярна магнитной оси преобразователя (большой геометрической оси стержневого сердечника).

* Данные получены Н. Н. Гавриловой и В. В. Паниным.

Метрологические характеристики преобразователя при $\frac{d}{l} \rightarrow 0$,

$R_3 \rightarrow 0$ и при условиях, что измеряемой величиной является проекция магнитной индукции на магнитную ось, выходной величиной — ток в проводе обмотки, а стержневой и кольцевой магнитные сердечники изготовлены из одного и того же вещества с относительной магнитной проницаемостью μ_r ,

$$W_0 = \frac{\pi \mu_r d^2 N}{4(L + r C_0 R_3)} \approx \frac{\pi^2 d^2 (D_1 + D_2) N}{4 \mu_0 h (D_1 - D_2) w^2},$$

$f_n = \frac{r + R_3}{2\pi(L + r C_0 R_3)} \approx \frac{r(D_1 + D_2)}{2 \mu_0 \mu_r (D_1 - D_2) h w^2}$; $f_b = \frac{\alpha c}{\pi D_c}$, где μ_{ra} — относитель-

ная магнитная проницаемость стержневого сердечника; $\frac{1}{10} \leq \alpha \leq \frac{1}{6}$.

На практике при прочих равных условиях f_n может быть в несколько раз ниже, чем у катушек с одним разомкнутым магнитным сердечником, а f_b может достигать единиц гигагерц.

Глава 3. Бесконтактные индукционные преобразователи тока

3.1. Эквивалентная схема и передаточная функция нагруженного ПИПТ

Для бесконтактного измерения переменного электрического тока широко применяется ПИПТ — «пояс Роговского» — катушка, охватывающая токопровод и не имеющая с ним электрического контакта (рис. 3.1). Вначале рассмотрим электрически малые ПИПТ, а затем ПИПТ, работающие в неквазистационарном режиме.

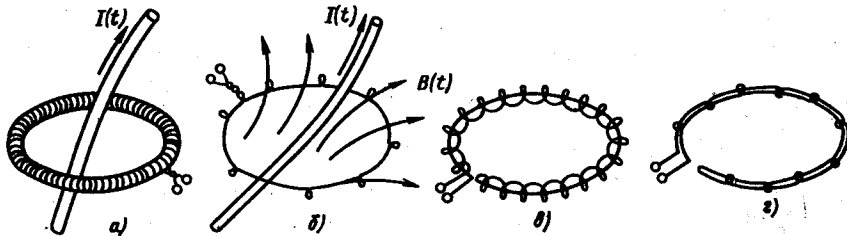


Рис. 3.1. Пояс Роговского (а), виток, образуемый обмоткой пояса (б), пояс с компенсационным витком (в) и пояс с двумя обмотками (г)

Предположим вначале, что сердечник пояса немагнитный; длина катушки, измеряемая по ее осевой линии, равна l ; площадь поперечного сечения катушки постоянна по ее длине и равна S ; число витков обмотки w ; плотность намотки витков постоянна по длине катушки и равна w/l ; составляющая магнитной индукции,

порождаемой измеряемым квазистационарным током $I(t)$, нормальная к плоскости поперечного сечения катушки, постоянна в пределах любого сечения. При этом ЭДС $\mathcal{E}(t)$, наводимая в обмотке, выражается соотношением

$$\mathcal{E}(t) = - \frac{d}{dt} \oint_{\mathcal{L}} \mu_0 \frac{w}{l} dl \int \int_S \mathbf{H} d\mathbf{S} = - \mu_0 \frac{w}{l} S \frac{d}{dt} \oint_{\mathcal{L}} \mathbf{H} dl = - \mu_0 \frac{w}{l} S \frac{dI}{dt}, \quad (3.1)$$

где контурный интеграл вычисляется по осевой линии катушки.

Соотношение (3.1) может быть представлено в операторном виде

$$\mathcal{E}(p) = - \mu_0 \frac{wS}{l} p I(p). \quad (3.2)$$

Если пояс Роговского характеризуется параметрами L , C_0 , r и нагружен на согласованный кабель или подключен с помощью вспомогательных резисторов R_1 и R_2 непосредственно ко входу вторичного электронного преобразователя (см. § 2.1), то его эквивалентная схема [с точностью до учета ослабления сигнала с коэффициентом $R_b/(R_1 + R_b)$ или $R_{bx}/(R_1 + R_{bx})$] будет аналогична схеме, приведенной на рис. 2.12, где $\mathcal{E}(p)$ задается выражением (3.2). Передаточная функция пояса

$$W(p) = \frac{K_n U(p)}{-I(p)} = \frac{Kp}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}, \quad (3.3)$$

где

$$K = \frac{\mu_0 w S R_3 K_n}{l(r + R_3)}, \quad (3.4)$$

а T и ξ определяются соотношениями (2.36) и (2.37). При наличии кольцевого магнитного сердечника с проницаемостью вещества μ_r , выражение (3.4) преобразуется к виду

$$K = \frac{\mu_0 \mu_r w S R_3 K_n}{l(r + R_3)}. \quad (3.5)$$

Вид передаточной функции ИПТ (3.3) свидетельствует о том, что с учетом (3.4) или (3.5) будут верны все результаты исследований, полученные в гл. 2. Ниже будут рассмотрены лишь те свойства ИПТ, которые обусловлены отличием измеряемой физической величины и формы его катушки [1.11, 3.2, 3.3].

3.2. Разновидности ИПТ при $\xi \gg 1$

В соответствии с результатами, приведенными в § 2.7, при фиксированном η_* имеются две возможности достижения выполнения условия $\xi \gg 1$.

Учитывая выражения (2.36), (2.77), (2.78), (2.80), а также (2.100), (2.102) и (3.5), получаем:

$$K = \frac{\mu_0 \mu_r S_x \eta K_d}{l(1+\eta)} \quad (3.6)$$

$$T = \frac{\sqrt{\eta} \sqrt{L C_0}}{\sqrt{1+\eta}} \quad (3.7)$$

$$f_n = \frac{(1+\eta)}{2\pi \sqrt{\eta} (\rho + \rho^{-1}) \sqrt{L C_0}} \quad (3.8)$$

$$f_{n1} = \frac{\rho + \rho^{-1}}{2\pi \sqrt{\eta} \sqrt{L C_0}} \quad (3.9)$$

$$W_0 = \frac{\mu_0 \mu_r S_x \sqrt{\eta} K_d}{\sqrt{L C_0} (\rho + \rho^{-1}) l} \quad (3.10)$$

Если максимальный и минимальные диаметры кольцевого сердечника пояса Роговского близки, то

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r w^2 S}{l} + l \theta \left(\frac{S^2}{l^4} \right) \approx \frac{\mu_0 \mu_r w^2 S}{l} \quad (3.11)$$

где $\frac{\sqrt{S}}{l} \ll 1$. При выполнении условия (3.11)

$$f_\lambda = \frac{\alpha c \sqrt{\mu_0 \mu_r}}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{L l}} \quad (3.12)$$

Вариант $\rho \gg \rho_{02} (\eta_*)$. Соотношение $\xi \gg 1$ имеет место при

$$\rho = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L l C_0}{\eta_*}} \gg \sqrt{1+\eta_*} + \sqrt{\eta_*} > 1. \quad (3.13)$$

При фиксированных L , C_0 и η_* ($\eta_* \sim 1$) выполнение (3.13) может быть обеспечено выбором достаточно малой величины r , а следовательно, и R_3 . Для упрощения условий достижения выполнмости (3.13) и достижения возможно более низкой граничной частоты f_n (при сохранении достаточно высокой граничной частоты f_n) можно увеличить L , добавив некоторое (ограниченное) число витков w и применив магнитный кольцевой сердечник с достаточно большим μ_r .

Индукция в сердечнике

$$B(t) = \frac{\mu_0 \mu_r}{l} \left[I(t) - \frac{W_0 I(t)}{K_d R_3} w \right] \approx \frac{\mu_0 \mu_r}{l \rho^2} I(t). \quad (3.14)$$

Максимальная индукция в сердечнике

$$B_{\max} = \frac{\mu_0 \mu_r}{l \rho^2} I_{\max} \ll \frac{\mu_0 \mu_r}{l} I_{\max}, \quad (3.15)$$

где I_{\max} — максимальный измеряемый ток. Максимальный ток в проводе катушки с учетом (3.21)

$$I_{r \max} = K_d^{-1} R_3^{-1} W_0 I_{\max} \approx \frac{I_{\max}}{w}. \quad (3.16)$$

Ограничение на величину I_{\max} определяется соотношением (3.16) и допустимым выделением джоулева тепла в обмотке катушки и в R_3 (например, изменение R_3 вследствие разогрева внесит погрешность в результат измерений).

Вносимое поясом активное сопротивление в цепь с измеряемым током, изменяющимся по гармоническому закону с частотой ω :

$$R_{\text{вн}} = \frac{W_0^2}{K_d^2 R_3} \left[1 + \frac{r}{R_3} (1 + R_3^2 C_0^2 \omega^2) \right]. \quad (3.17)$$

При $C_0 R_3 \rightarrow 0$ и $r/R_3 \rightarrow 0$

$$R_{\text{вн}} \rightarrow \frac{W_0^2}{K_d^2 R_3} = \frac{R_3}{w^2}. \quad (3.18)$$

При выполнении (3.13) справедливы следующие соотношения:

$$f_{n1} \approx \frac{1}{2\pi R_3 C_0}; \quad (3.19)$$

$$f_n \approx \frac{(1+\eta_*) r}{2\pi L}; \quad (3.20)$$

$$W_0 = \frac{R_3 K_d}{w (1+\rho^{-2})} \approx \frac{R_3 K_d}{w}. \quad (3.21)$$

Из (3.9) и (3.12) следует, что

$$\frac{f_{n1}}{f_\lambda} = \frac{(\rho + \rho^{-1})}{2\sqrt{\eta_*}} \frac{2}{\alpha c \sqrt{\mu_0 \mu_r} \pi} \sqrt{\frac{l}{C_0}} > \frac{2\xi}{\alpha c \sqrt{\mu_0 \mu_r} \pi} \sqrt{\frac{l}{C_0}} \gg \frac{2}{\alpha c \sqrt{\mu_0 \mu_r} \pi} \sqrt{\frac{l}{C_0}}. \quad (3.22)$$

Пример 3.1. При $\alpha = 0,10$; $\mu_r = 1,0 \cdot 10^3$; $l = 0,20$ м и $C_0 = 1,0 \cdot 10^3$ пФ

$$\frac{f_{n1}}{f_\lambda} > 0,015\xi > 1, 0, \text{ если } \xi > 67.$$

Таким образом, при отсутствии в схеме конденсатора, шунтирующего R_3 , обычно $f_{n1} > f_\lambda$ и, следовательно,

$$f_b = f_\lambda. \quad (3.23)$$

Из (3.12) и (3.20) при выполнении (3.23) следует

$$\frac{f_n}{f_n} = \frac{f_\lambda}{f_n} = \alpha c \sqrt{\mu_0 \mu_r} \pi \frac{\sqrt{L/l}}{r(1+\eta_*)} \quad (3.24)$$

Пример 3.2. При $\alpha=0,10$; $\mu_r=1,0 \cdot 10^3$; $r=0,10$ Ом и $\eta_* = 5$

$$f_\lambda / f_n = 3,14 \cdot 10^6 \sqrt{L/l};$$

если при этом $L=10$ мГн и $l=0,20$ м, то

$$f_\lambda / f_n = 7,0 \cdot 10^5.$$

Вариант $\rho \ll \rho_{01}(\eta_*)$. При измерениях сверхсильных импульсных токов в целях ограничения тока в обмотке пояса Роговского используют высокоомную нагрузку. В этом случае соотношение $\xi \gg 1$ имеет место при

$$\rho = \sqrt{\frac{L/C_0}{rR_s}} = \frac{\sqrt{\eta_* L/C_0}}{R_s} \ll \sqrt{1+\eta_*} - \sqrt{\eta_*} = \rho_{01}(\eta_*) < 1. \quad (3.25)$$

Для выполнения (3.25) R_s шунтируется конденсатором достаточно большой емкости, а последовательно с обмоткой и R_s включается дополнительный высокоомный резистор. Пренебрегая собственной емкостью катушки и делая надлежащие переобозначения, приходят к эквивалентной схеме, приведенной на рис. 2.12; здесь r — сумма сопротивлений обмотки и дополнительного высокоомного резистора, а C_0 — емкость шунтирующего конденсатора.

Если импульс измеряемого тока $I(t)$ имеет время нарастания фронта t_ϕ и амплитуду I_{\max} , то [с учетом (3.29)] максимальный ток, протекающий по обмотке пояса,

$$I_{r \max} = \frac{W_0 I_{\max} (t_\phi + R_s C_0)}{K_n t_\phi R_s} \approx \frac{I_{\max}}{w} \left(1 + \frac{R_s C_0}{t_\phi} \right) \rho^2. \quad (3.26)$$

Вносимое поясом активное сопротивление в цепь с измеряемым током, изменяющимся по гармоническому закону с частотой ω , выражается соотношением (3.17). При выполнении (3.11) и (3.25) справедливы (3.12), а также соотношения

$$f_{\alpha 1} = \frac{\rho + \rho^{-1}}{2\pi \sqrt{\eta} L C_0} = \frac{r}{2\pi L} + O(\rho) \approx \frac{r}{2\pi L}, \quad (3.27)$$

$$f_n = \frac{1+\eta_*}{2\pi R_s C_0} + O(\rho^2) \approx \frac{1+\eta_*}{2\pi R_s C_0}, \quad (3.28)$$

$$W_0 = \frac{K_n R_s}{w} \rho^2 + O(\rho^4) \approx \frac{K_n R_s}{w} \rho^2 \ll \frac{K_n R_s}{w}. \quad (3.29)$$

Из (3.12) и (3.27) следует, что

$$\frac{f_{\alpha 1}}{f_\lambda} > \xi \frac{2}{\alpha c \sqrt{\pi \mu_0}} \sqrt{\frac{l}{C_0}} \gg \frac{2}{\alpha c \sqrt{\pi \mu_0}} \sqrt{\frac{l}{C_0}}, \quad (3.30)$$

так как $\mu_r = 1$.

Пример 3.3. При $\alpha=0,10$; $l=0,60$ м и $C_0=0,10$ мкФ

$$\frac{f_{\alpha 1}}{f_\lambda} > 0,082 \xi; \frac{f_{\alpha 1}}{f_\lambda} > 1,0 \text{ при } \xi > 12,2.$$

При $f_n = f_\lambda$ из (3.12) и (3.28) получаем

$$\frac{f_n}{f_n} = \frac{f_\lambda}{f_n} = \alpha c \sqrt{\pi \mu_0} \sqrt{\frac{C_0}{l}} \frac{\sqrt{\eta_*}}{(1+\eta_*)} \rho^{-1}. \quad (3.31)$$

Пример 3.4. При $\alpha=0,10$; $\eta_* = 0,10$; $C_0=0,10$ мкФ и $l=0,60$ м

$$\frac{f_n}{f_n} = \frac{f_\lambda}{f_n} = 6,99 \rho^{-1} \gg 6,99.$$

3.3. Влияние частотных свойств магнитного сердечника на частотные свойства ИПТ

Пусть параметр ξ частотной функции $W(j\omega)$ ИПТ, имеющего кольцевой магнитный сердечник, удовлетворяет условию $\xi(0) \gg 1$; допустим также, что имеют место соотношения (2.114), (2.115) и (3.11). Тогда

$$|W(j\omega)| \approx \frac{K_n \mu_0^* S_x R_s}{l} \left| \frac{\mu_r(j\omega)}{L(j\omega)} \right| = \frac{K_n R_s}{w} = W_0,$$

и, следовательно, частотные свойства ИПТ в рассматриваемом случае практически не зависят от частотных свойств ферритового сердечника [этот вывод, конечно, верен лишь в том случае, если спад $|\mu_r(j\omega)|$ с возрастанием ω наступает не слишком рано, т. е. допущение о выполнимости (2.115) является верным].

Если допустить, что $\xi(0) \lesssim 1$ и выполняются (2.118) и (2.119), то

$$|W_\Sigma(j\omega)| \approx \frac{\mu_0 S_x R_s K_n K_n}{l(r+R_s) T_n} |\mu_r(j\omega)|$$

и, следовательно, $f_{вх} \approx f_{вп}$.

3.4. Способы борьбы с дополнительным сигналом, создаваемым паразитным потоком магнитной индукции

Обмотка пояса Роговского образует виток, который может пронизываться потоком магнитной индукции, создаваемым посторонними источниками (см. рис. 3.1,б). Если спектр этого потока хотя бы частично лежит в полосе рабочих частот ИПТ, то возникает дополнительная погрешность измерений. Основные способы борьбы с возникновением этой дополнительной погрешности следующие: применение компенсационного витка

(рис. 3.1,б); использование двух (право- и левовинтовой) обмоток, размещенных на одном каркасе (или двух рядом расположенных каркасах), выводы обмоток закоммутированы так, что полезные ЭДС, наводимые магнитным полем, порождаемым измеряемым током $I(t)$, суммируются, а близкие по величине паразитные ЭДС вычитаются (рис. 3.1,г); применение двух обмоток (или одной обмотки и компенсирующего витка) и электронной схемы, сумми-

рующей полезные и вычитающей паразитные ЭДС (рис. 3.2,а) [1.7, 3.3, 3.6].

В схеме (рис. 3.2,а) K_1^* и K_2^* — коэффициенты передачи масштабирующих устройств, которые подбираются таким образом, чтобы при $I(t) \equiv 0$ был минимизирован выходной сигнал дифференциального усилителя, имеющего коэффициент усиления A . В соответствующей эквивалентной схеме (рис. 3.2,б) \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 — полезные, а $\mathcal{E}_{\Psi 1}$ и $\mathcal{E}_{\Psi 2}$ — паразитные ЭДС, наводимые в первой и второй обмотках, расположенных на одном сердечнике; емкостные связи между обмотками учитываются с помощью экспериментально определяемой величины C_0 в свернутой эквивалентной схеме (что, как показывает практика, допустимо). На рис. 3.2,в приведена свернутая эквивалентная схема, полученная в предположении, что $\mathcal{E}_1 \approx \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$; $\mathcal{E}_{\Psi 1} \approx \mathcal{E}_{\Psi 2} = \mathcal{E}_{\Psi}$; $L_1 \approx L_2 = L$; $C_{01} \approx C_{02} = C_0$; $K_1^* \approx K_2^* = K^*$; $M = L$; $r_1 \approx r_2 = r$.

Сопоставляя схемы, приведенные на рис. 2.12 и 3.2,в, получаем

$$K = \frac{2\mu_0 \mu_r w S R_3 A K^*}{l(r + R_3)}; \quad (3.32)$$

$$T = \sqrt{\frac{2LC_0 R_3}{r + R_3}}; \quad (3.33)$$

$$\xi = \frac{2L + rC_0 R_3}{2\sqrt{2LC_0 R_3}(r + R_3)}. \quad (3.34)$$

3.5. Способы борьбы с ударным возбуждением

В [3.7] отмечено, что так как элементарные ЭДС, возникающие в отдельных витках симметричного пояса Роговского, синхронны, то время нарастания фронта импульса полезного сигнала на малой нагрузке пояса в принципе может быть существенно меньше времени пробега волны тока по обмотке ($\approx l_2/c$).

В [3.1] описан способ подавления ударного возбуждения с помощью резисторов, шунтирующих отдельные секции обмотки; применение этого способа позволяет создать пояс Роговского с ферритовым сердечником, время нарастания переходной характеристики которого составляет единицы наносекунд.

Одной из причин возникновения ударного возбуждения в выходном напряжении $U = U_1 - U_2$ пояса Роговского является асимметричный съем этого напряжения (рис. 3.3,а). При $\Delta R = R_1 - R_2 \neq 0$ в половинах обмотки пояса при измерении импульса тока $I(t)$ с крутым фронтом помимо противофазных токов $I_{\text{п}}$, создающих полезный сигнал $(R_1 + R_2)I_{\text{п}}$, возникают также синфазные токи $I_{\text{с}}$, обуславливающие возникновение в выходном напряжении U паразитной составляющей — ударного возбуждения, величина которого пропорциональна $I_{\text{с}} \Delta R$. Поэтому другой

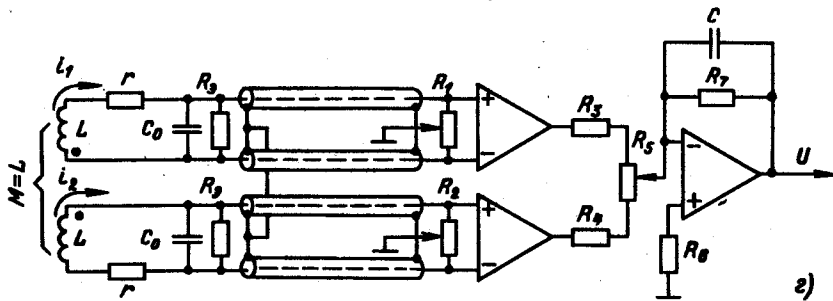
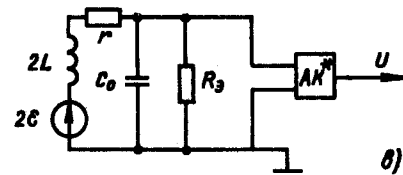
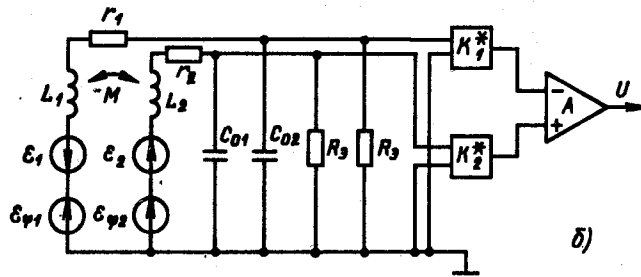
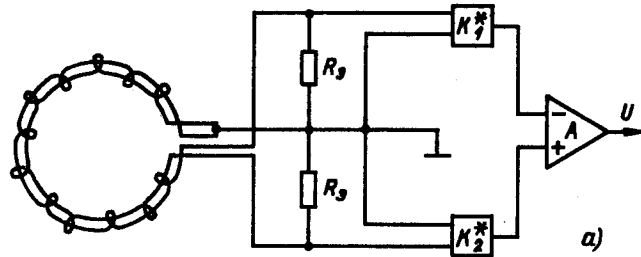


Рис. 3.2. Пояс с двумя обмотками, нагруженный на электронную схему. (а); эквивалентная (б) и свернутая эквивалентная (в) схемы ИПТ, а также схема ИПТ гибридного типа с подавлением ударного возбуждения (z)

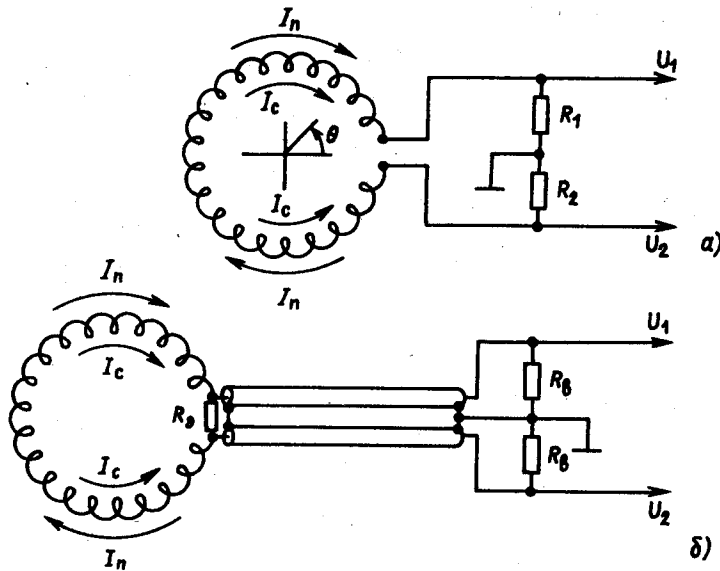


Рис. 3.3. Пояс с асимметричным съемом сигнала (а):

$$U = U_1 - U_2 = I_n R_3 + I_c \Delta R;$$

$$R_3 = R_1 + R_2; \Delta R = R_1 - R_2 \neq 0;$$

$$I_n(\theta) = -I_n(-\theta); I_c(\theta) = I_c(-\theta);$$

и пояс с симметризирующим устройством (б):

$$U = U_1 - U_2 = I_n \frac{2R_3 R_8}{R_3 + 2R_8}$$

способ подавления ударного возбуждения на выходе пояса Роговского — применение симметризирующего устройства (рис. 3.3, б). В этом случае при $\xi \gg 1$

$$f_b = \min\{f_{b1}, f_{bk}\}.$$

3.6. Примеры практических схем

Пояс Роговского без магнитного сердечника ($\xi \gg 1$; $\rho \gg 1$). Рассматривался пояс (с компенсационным витком) для измерения амплитудно-временных параметров однократных импульсов тока с $I_{\max} \leq 10,0$ кА. Параметры ИПТ следующие: $w = 500$; $S = 19,6 \cdot 10^{-6}$ м²; $l = 0,29$ м; $r = 1,46$ Ом; $L = 21$ мкГн; $C_0 = 34$ пф; $R_1 = 0,0$ Ом; $R_2 = 0,25$ Ом; $l_2 = 7,85$ м; $R_b = 75$ Ом. Затухание, вносимое кабелем, пренебрежимо мало.

При вычислении f_λ примем: $\alpha = 1/10$.

Результаты расчета характеристик ИПТ:

$$1) R_3 = \frac{R_2 R_b}{R_2 + R_b} = 0,25 \text{ Ом};$$

$$2) \rho = \sqrt{\frac{L/C_0}{r R_3}} = 1,30 \cdot 10^3 \gg 1;$$

$$3) \eta = R_3 / r = 0,17;$$

$$4) \xi = \frac{\rho + \rho^{-1}}{2\sqrt{1 + \eta}} = 0,60 \cdot 10^3 \gg 1;$$

$$5) T = \sqrt{\frac{L C_0 R_3}{r + R_3}} = 10,2 \text{ нс};$$

$$6) f_H = 1/4 \pi \xi T = 13,0 \text{ кГц};$$

$$7) f_b = \min\left\{\frac{\xi}{\pi T}, \frac{c}{10l_b}\right\} = \min\{1,87 \cdot 10^{10}; 3,82 \cdot 10^6\} \text{ Гц} = 3,82 \text{ МГц};$$

$$8) W_0 = K_d R_3 / w = 0,50 \text{ мВ/А};$$

$$9) I_{r, \max} = I_{\max} / w \leq 20,0 \text{ А};$$

$$10) R_{вн} = R_3 / w^2 = 1,0 \text{ мкОм}.$$

Экспериментально были получены следующие результаты:

$$1) W_0 = 0,48 \text{ мВ/А};$$

$$2) f_H \approx 13 \text{ кГц};$$

$$3) f_b \geq 4,0 \text{ МГц};$$

4) основная приведенная погрешность преобразователя меньше или равна 5%.

Пояс Роговского с ферритовым сердечником ($\xi \gg 1$; $\rho \gg 1$). Рассматривался пояс для измерения амплитудно-временных параметров однократных импульсов тока с $I_{\max} \leq 1,0$ кА. Кольцеобразный сердечник пояса выполнен из феррита с характеристиками: $\mu_r = 2000$, $f_{кр} = 4,0$ МГц (при тангенсе угла потерь 0,1); средний диаметр кольца $D_{ср} = 60$ мм; площадь поперечного сечения сердечника $S = 0,90$ см². Другие параметры ИПТ: $w = 100$; $r = 0,53$ Ом; $L = 9,8$ мГн; $C_0 = 12,6$ пФ; $l_2 = 3,23$ м; $R_1 = 0,0$ Ом; $R_2 = 1,0$ Ом; $R_b = 75$ Ом. Затухание, вносимое кабелем, пренебрежимо мало.

Результаты расчета характеристик ИПТ:

$$1) R_3 = \frac{R_2 R_b}{R_2 + R_b} = 0,99 \text{ Ом};$$

$$2) \rho = \sqrt{\frac{L/C_0}{r R_3}} = 3,85 \cdot 10^4 \gg 1;$$

$$3) \eta = R_3 / r = 1,87;$$

$$4) \xi = \frac{\rho + \rho^{-1}}{2\sqrt{1+\eta}} = 1,14 \cdot 10^4 \gg 1;$$

$$5) T = \sqrt{\frac{LC_0 R_3}{r + R_3}} = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ с};$$

$$6) f_H = 1/4 \pi \xi T = 24,6 \text{ Гц};$$

$$7) f_B = \min \left\{ \frac{\xi}{\pi T}, \frac{c}{10 l_E} \right\} = \min \{ 1,28 \cdot 10^{10}; 9,29 \cdot 10^6 \} \text{ Гц} = 9,29 \text{ МГц};$$

$$8) W_0 = K_d R_3 / w = 9,9 \text{ мВ/А};$$

$$9) I_{r \max} = I_{\max} / w \leq 10,0 \text{ А};$$

$$10) B_{\max} = \mu_0 \mu_r I_{\max} / \rho^2 l = 9,0 \text{ нТл};$$

$$11) R_{\text{вн}} = R_3 / w^2 = 99 \text{ мкОм}.$$

Экспериментально были получены следующие результаты:

$$1) W_0 = 9,8 \text{ мВ/А};$$

$$2) f_H \lesssim 25 \text{ Гц};$$

$$3) f_B \gtrsim 12,0 \text{ МГц};$$

4) основная приведенная погрешность преобразователя меньше или равна 5%.

Пояс Роговского без магнитного сердечника ($\xi \gg 1$; $\rho \ll 1$). Рассматривался пояс Роговского (с компенсационным витком) для измерения амплитудно-временных параметров однократных импульсов тока с $I_{\max} \leq 1,0 \text{ МА}$, временем нарастания фронта $t_{\phi} \geq 0,20 \text{ мс}$ и длительностью $t_H \leq 7,5 \text{ мс}$. Параметры пояса: $w = 1750$; $S = 0,785 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $l = 0,60 \text{ м}$; $l_E = 55,0 \text{ м}$; $r = 13,3 \text{ Ом}$; $L = 0,50 \text{ мГн}$; $C_0 = 2,0 \text{ пФ}$.

Согласно результатам, приведенным в § 3.2, была выбрана измерительная схема с $R_{\text{вк}} = 0,10 \text{ МОм}$. Последовательно с обмоткой пояса и $R_{\text{вк}}$ включался дополнительный резистор с сопротивлением, близким к $1,0 \text{ МОм}$, а $R_{\text{вк}}$ шунтировался конденсатором емкостью $0,50 \text{ мкФ}$. Если пренебречь собственной емкостью катушки и сделать соответствующие переобозначения, приходим к эквивалентной схеме (см. рис. 2.12), имеющей следующие характеристики: $w = 1750$; $S = 0,785 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $l = 0,60 \text{ м}$; $l_E = 55,0 \text{ м}$; $r = 1,0 \text{ МОм}$; $L = 0,50 \text{ мГн}$; $C_0 = 0,50 \text{ мкФ}$; $R_3 = 0,10 \text{ МОм}$.

Результаты расчета характеристик ИПТ:

$$1) \eta = R_3 / r = 0,10;$$

$$2) \rho_{01} = \sqrt{1+\eta} - \sqrt{\eta} = 0,73 < 1;$$

$$3) \rho = \sqrt{\frac{L/C_0}{r R_3}} = 10^{-4} \ll \rho_{01} < 1;$$

$$4) \xi = \frac{\rho + \rho^{-1}}{2\sqrt{1+\eta}} = 4,77 \cdot 10^3 \gg 1;$$

$$5) f_H = \frac{1+\eta}{2\pi R_3 C_0} = 3,5 \text{ Гц};$$

$$6) W_0 = \frac{R_3}{w} \rho^2 = 0,57 \text{ мкВ/А};$$

$$7) f_B = \min \left\{ \frac{r}{2\pi L}, \frac{c}{10 l_E} \right\} = \min \{ 3,20 \cdot 10^8; 0,55 \cdot 10^6 \} \text{ Гц} = 0,55 \text{ МГц};$$

$$8) I_{r \max} = \frac{W_0 I_{\max} (t_{\phi} + R_3 C_0)}{l_{\phi} R_3} \leq 1,43 \text{ мА}.$$

Экспериментально были получены результаты:

$$1) W_0 = 0,55 \text{ мкВ/А};$$

$$2) f_H \lesssim 4,0 \text{ Гц};$$

$$3) f_B \gtrsim 0,50 \text{ МГц};$$

4) основная приведенная погрешность преобразователя меньше или равна 5%.

ИПТ гибридного типа. Исследовался ИПТ гибридного типа с поясом Роговского без магнитного сердечника с двумя обмотками, позволяющими компенсировать паразитный сигнал, обусловленный осевым потоком магнитной индукции, достигающей $0,3 \text{ Тл}$. Выходные сигналы каждой из обмоток с помощью симметрирующих устройств подавались на входы дифференциальных усилителей, выходные сигналы которых подавались далее на суммирующие входы интегродифференцирующего устройства (см. рис. 3.2, з). Выходной сигнал интегродифференцирующего устройства поступал далее на вход электронно-оптической системы передачи данных [3.5].

Размеры кольцеобразного диэлектрического сердечника пояса Роговского: максимальный диаметр $d_{\max} = 0,240 \text{ м}$; минимальный диаметр $d_{\min} = 0,180 \text{ м}$; толщина $h = 0,020 \text{ м}$. Параметры каждой из обмоток: $w = 100$; $S = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $L = 15 \text{ мкГн}$; $C_0 = 100 \text{ пФ}$; $r = 0,10 \text{ Ом}$; $l_E = 10,0 \text{ м}$; $R_3 = 1,0 \text{ Ом}$.

С помощью эквивалентной схемы (см. рис. 3.2, в) можно получить:

$$1) T = \sqrt{2 L C_0 R_3 / (r + R_3)} = 5,22 \cdot 10^{-8} \text{ с};$$

$$2) \xi = \frac{2L + r C_0 R_3}{2\sqrt{2 L C_0 R_3 (r + R_3)}} = 261;$$

$$3) f_{B1} = \xi / \pi T = 1,59 \cdot 10^9 \text{ Гц};$$

- 4) $f_\lambda = \alpha c / l_\Sigma = 3,0 \cdot 10^6$ Гц;
- 5) $f_n^* = \min \{f_{n1}, f_\lambda\} = 3,0$ МГц;
- 6) $f_n^* = 1/4 \pi \xi T = 5,84$ кГц.

Экспериментально определенные характеристики ИПТ с электронно-оптической системой передачи данных:

- 1) Диапазон измерений 1 — 100 А;
- 2) $f_n \leq 16$ Гц $\ll f_n^*$;
- 3) $f_n \geq 6,0$ МГц $> f_\lambda$;
- 4) $W_0 = 46$ мВ/А;
- 5) основная приведенная погрешность преобразователя меньше или равна 5%.

При асимметрии съема выходного сигнала каждой из обмоток пояса наблюдалось ударное возбуждение с основной резонансной частотой 20 МГц ($\lambda_p = 15$ м; $l_\Sigma / \lambda_p = 0,66$); однако симметрирующее устройство позволило полностью подавить ударное возбуждение.

Глава 4. Индукционные электрометрические преобразователи

4.1. Принцип действия и эквивалентная схема ИЭП

На рис. 4.1 изображены пассивный индукционный электрометрический преобразователь (ИЭП) и его эквивалентная схема.

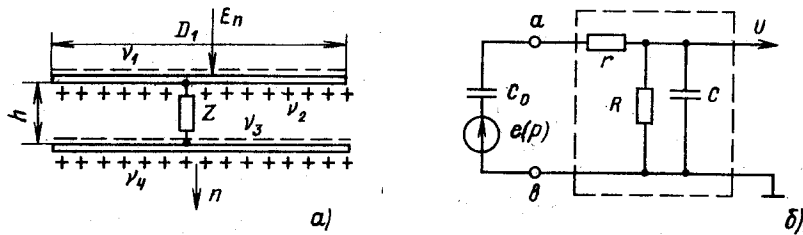


Рис. 4.1. ИЭП (а) и его эквивалентная схема (б);
 $Z = r + R / (1 + pRC)$

ИЭП состоит из ПИЭП — двух тонких металлических параллельных и соосных дисков диаметра D_1 (C_0 — емкость между ними) и комплексного сопротивления Z , подключенного к центральным точкам a и b на их внутренних поверхностях. Расстояние между дисками $h \ll D_1$. Сопротивление соединительных проводов (или сопротивление специально впаиваемого резистора) — r ; R и C — активная и емкостная составляющие нагрузки (в частном случае нагрузкой может быть входное сопротивление вторичного электронного преобразователя) [4.3 — 4.5].

Электрическая ось ПИЭП характеризуется ортом n . Преобразуемой величиной является $E_n = (En)$, выходной величиной ИЭП — U (рис. 4.1).

Предположим, что

$$1) D_1 / 2 \ll \lambda_{\min} = c / f_{\max},$$

где f_{\max} — максимальная частота в спектре E_n ; λ_{\min} — длина волны электромагнитного поля, соответствующая f_{\max} ;

2) в пределах объема, занятого ПИЭП, невозмущенное поле можно считать однородным.

Иногда между металлическими дисками помещается диэлектрический диск толщиной h и диаметром D_1 ; ϵ_r — диэлектрическая проницаемость диэлектрика [будем считать, что $\epsilon_r(j\omega) \equiv \text{const}$].

При наличии переменного электрического поля $E_n(t)$ (если $f_{\max} \ll \tau^{-1}$, где τ — постоянная времени наведения электрических зарядов на поверхности металла; например, для меди $\tau \sim 10^{-14}$ с) на внешних поверхностях металлических дисков индуцируются электрические заряды с поверхностными плотностями

$$-v_1(t) = v_4(t) = \epsilon_0 E_n(t).$$

Одновременно с этим процессом на внутренних поверхностях дисков будут происходить наведение электрических зарядов (со скоростью, зависящей от τ) и их взаимная нейтрализация (со скоростью, определяемой $C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \pi D_1^2 / 4h$ и Z), обусловленная протеканием тока через Z ; при этом поверхностные плотности зарядов будут удовлетворять соотношению

$$v_2(t) = -v_3(t).$$

Связь между ЭДС $e(p)$ и $E_n(p)$ в эквивалентной схеме ИЭП (рис. 4.1, б) определяется соотношением

$$e(p) = v_4 S / C_0 = \epsilon_r^{-1} h E_n(p), \quad (4.1)$$

где площадь одной стороны диска $S = \pi D_1^2 / 4$.

4.2. Передаточная функция ИЭП

Передаточная функция ИЭП

$$W(p) = \frac{U(p)}{E_n(p)} = \frac{Kp}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad (4.2)$$

где

$$K = \epsilon_0 R S; \quad (4.3)$$

$$T = \sqrt{C C_0 R r}; \quad (4.4)$$

$$\xi = \frac{C_0 R + C_0 r + C R}{2\sqrt{C C_0 R r}}. \quad (4.5)$$

Так как при $xy \neq 0$ $\frac{x^2+y^2}{2|xy|} \geq 1$, то

$$\xi > \frac{C_0 r + CR}{2\sqrt{C C_0 R r}} \geq 1. \quad (4.6)$$

Из (4.2) и (4.6) следует, что в рассматриваемом случае будут справедливы все выводы § 2.4, касающиеся выражения метрологических характеристик f_n, f_{n1}, W_0 через параметры K, T, ξ передаточной функции $W(p)$, а также все соотношения § 2.10 в случае использования гибридного варианта электрометрического преобразователя.

Частота $f_\lambda = \frac{\alpha c}{D_1/2}$, где $\alpha \approx 0,1$.

Порог чувствительности ИЭП (аналогично выводу § 2.4) выражается соотношением [4.1]

$$E_{n0} = m \sqrt{4k T^0 \int_{f_n}^{f_{n1}} (r |W_r|^2 + R |W_R|^2) df} / W_0. \quad (4.7)$$

4.3. Анализ метрологических характеристик ИЭП

При $\xi \gg 1$

$$f_n = \frac{1}{4\pi\xi T} = \frac{1}{2\pi(C_0 R + C_0 r + CR)}; \quad (4.8)$$

$$f_{n1} \approx \frac{\xi}{\pi T} = \frac{C_0 R + C_0 r + CR}{2\pi C C_0 R r}; \quad (4.9)$$

$$W_0 \approx \frac{K}{2\xi T} = \frac{\epsilon_0 R S}{C_0 R + C_0 r + CR}. \quad (4.10)$$

Параметр ξ согласно (4.5) может быть приведен в виде

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{C_0}{C}} \sqrt{\frac{R}{r}} + \sqrt{\frac{C_0}{C}} \sqrt{\frac{r}{R}} + \sqrt{\frac{C}{C_0}} \sqrt{\frac{R}{r}} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ xy + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \{ \rho^2 \sin \theta \cos \theta + \operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta \}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

где

$$\sqrt{\frac{C_0}{C}} = x > 0; \quad \sqrt{\frac{R}{r}} = y > 0;$$

$$x = \rho \cos \theta; \quad y = \rho \sin \theta;$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \theta = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

Таблица 4.1. Метрологические характеристики ИЭП

Вариант	$\sqrt{R/r}$	C_0/C	ξ	f_n	f_{n1}	W_0	$\frac{f_{n1}}{f_n} W_0$
1	$\gg 1$	$\ll 1$	$\gg 1$	$\frac{1}{2\pi RC}$	$\frac{1}{2\pi r C_0}$	$\frac{C_0}{C} \epsilon_r^{-1} h \ll \epsilon_r^{-1} h$	$\frac{R}{r} \epsilon_r^{-1} h \gg \epsilon_r^{-1} h$
		≈ 1	$\gg 1$	$\frac{1}{4\pi R C_0}$	$\frac{1}{\pi r C_0}$	$\frac{1}{2} \epsilon_r^{-1} h$	$2 \frac{R}{r} \epsilon_r^{-1} h \gg 2 \epsilon_r^{-1} h$
		$\gg 1$	$\gg 1$	$\frac{1}{2\pi R C_0}$	$\frac{1}{2\pi r C}$	$\epsilon_r^{-1} h$	$\frac{R C_0}{r C} \epsilon_r^{-1} h \gg \frac{R}{r} \epsilon_r^{-1} h \gg \epsilon_r^{-1} h$
2	≈ 1	$\sqrt{\frac{C_0}{C}} \ll \frac{1}{2}$	$\gg 1$	$\frac{1}{2\pi RC}$	$\frac{1}{2\pi R C_0}$	$\frac{C_0}{C} \epsilon_r^{-1} h \ll \epsilon_r^{-1} h$	$\epsilon_r^{-1} h$
		$\sqrt{\frac{C_0}{C}} \approx 1$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3-\sqrt{5}}{4\pi R C_0}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{4\pi R C_0}$	$\frac{3-\sqrt{5}}{2} \epsilon_r^{-1} h$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2} \epsilon_r^{-1} h$
		$\sqrt{\frac{C_0}{C}} \gg 1$	$\gg 1$	$\frac{1}{4\pi R C_0}$	$\frac{1}{\pi R C}$	$\frac{1}{2} \epsilon_r^{-1} h$	$2 \frac{C_0}{C} \epsilon_r^{-1} h \gg 2 \epsilon_r^{-1} h$
3	$\ll 1$	$\sqrt{\frac{C_0}{C}} \ll \frac{1}{2}$	$\gg 1$	$\frac{1}{2\pi RC}$	$\frac{1}{2\pi r C_0}$	$\frac{C_0}{C} \epsilon_r^{-1} h \ll \epsilon_r^{-1} h$	$\frac{R}{r} \epsilon_r^{-1} h \ll \epsilon_r^{-1} h$
		$\frac{\sqrt{\frac{C_0}{C}}}{\sqrt{\frac{R}{r}}} \approx 1$	≈ 1	$\frac{1}{2\pi RC}$	$\frac{1}{2\pi R C}$	$\frac{C_0}{C} \epsilon_r^{-1} h \ll \epsilon_r^{-1} h$	$\frac{C_0}{C} \epsilon_r^{-1} h \approx \frac{R}{r} \epsilon_r^{-1} h \ll \epsilon_r^{-1} h$
		$\frac{\sqrt{\frac{C_0}{C}}}{\sqrt{\frac{R}{r}}} \gg 2$	$\gg 1$	$\frac{1}{2\pi r C_0}$	$\frac{1}{2\pi R C}$	$\frac{R}{r} \epsilon_r^{-1} h \ll \epsilon_r^{-1} h$	$\frac{C_0}{C} \epsilon_r^{-1} h$

При $\min\{x, y\} \rightarrow \infty$, $0 < \theta < \pi/2$ ($\rho \rightarrow \infty$) $\xi \rightarrow \infty$;

при $\sin \theta \cos \theta \rightarrow 0$ $\xi \rightarrow \infty$;

при $\rho \rightarrow 0$, $\theta \rightarrow \theta_0$, $0 < \theta_0 < \pi/2$ $\xi \rightarrow 1/\sin 2\theta_0 \geq 1$.

Зная поведение $\xi = \xi(x, y)$, можно определить метрологические характеристики f_n , f_{n1} и W_0 ИЭП при некоторых предельных значениях переменных x и y (табл. 4.1).

При построении табл. 4.1 рассматривались следующие варианты ограничений на величины x и y .

- $\sqrt{R/r} \gg 1$. (4.12)

Из (4.5) и (4.12) следует

$$\xi = \frac{R(C_0 + C_0 \frac{r}{R} + C)}{2\sqrt{CC_0 Rr}} \geq \frac{C_0 + C}{2\sqrt{C_0 C}} \sqrt{\frac{R}{r}} \geq \sqrt{\frac{R}{r}} \gg 1.$$

С помощью (4.8) — (4.10) для различных соотношений C_0/C находились f_n , f_{n1} и W_0 .

- $\sqrt{R/r} \approx 1$. (4.13)

Так как $\sqrt{R/r} \approx 1$, то

$$\xi \approx \frac{1}{2} \left\{ 2\sqrt{\frac{C_0}{C}} + \sqrt{\frac{C}{C_0}} \right\}. \quad (4.14)$$

С помощью соотношений (4.3), (4.4), (4.8) — (4.10), (4.13) и (4.14) для различных предельных значений отношения C_0/C определялись f_n , f_{n1} и W_0 .

- $\sqrt{R/r} \ll 1$. (4.15)

Из (4.11) и (4.15) получаем

$$\xi \approx \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sqrt{C_0/C}}{\sqrt{R/r}} + \sqrt{\frac{R/r}{C_0/C}} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right\} = \frac{1}{\sin 2\theta} \geq 1. \quad (4.16)$$

Из (4.16) следует, что

при $\theta \rightarrow 0$ $\xi \rightarrow \infty$;

при $\theta \rightarrow \pi/4$ $\xi \rightarrow 1$;

при $\theta \rightarrow \pi/2$ $\xi \rightarrow \infty$.

Из табл. 4.1 следует, что оптимальными с точки зрения максимизации W_0 и фактора $\frac{f_{n1}}{f_n} W_0$ являются соотношения параметров ИЭП: $\sqrt{R/r} \gg 1$ и $C_0/C \gg 1$. В этом случае для достижения возможно меньших значений f_n (при фиксированных величинах R , h и ϵ_r) необходимо увеличивать D_1 , что, впрочем, снижает пространственное разрешение преобразователя.

При фиксированных r и C_0 для достижения $f_n < \frac{1}{2\pi R C_0}$ можно выбрать следующие соотношения параметров ИЭП: $\sqrt{R/r} \gg 1$ и $C_0/C \ll 1$, что достигается увеличением R и C ; однако при этом снижение f_n вследствие увеличения C сопровождается уменьшением W_0 и увеличением E_{n0} . Если требуется снизить f_n и одновременно увеличить пространственное разрешение, необходимо использовать гибридный вариант преобразователя при соотношениях параметров ИЭП: $\sqrt{R/r} \gg 1$ и $C_0/C \gg 1$.

4.4. Примеры практических схем

ИЭП с ЭОСПРИ ($\xi \gg 1$). Параметры ПИЭП: $D_1 = 0,60$ м; $h = 6,0$ мм; $\epsilon_r = 2,0$; $r = 10^{-2}$ Ом; выходной сигнал ПИЭП подается на вход электронного преобразователя напряжение — ток световых излучающих диодов (ЭОСПРИ) с параметрами $R_{вх} = R = 5 \cdot 10^8$ Ом; $C_{вх} = C = 10$ пФ; $f_{нз} = 0,10$ Гц; $f_{вз} = 35$ МГц; коэффициент преобразования $W_{0з} = 0,33$ (Ом) $^{-1}$; среднеквадратичное напряжение шумов, приведенное ко входу преобразователя, $\sqrt{U_{шз}^2} = 80$ мкВ; максимальный выходной ток $I_{max} = 0,10$ А [4.3]. Используемая ЭОСПРИ подобна устройству, описанному в [4.2].

Расчетные характеристики ИЭП с преобразователем напряжение — ток:

- $S = \pi D_1^2 / 4 = 0,283$ м²;

- $C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r S / h = 0,835 \cdot 10^{-9}$ Ф;

- $\xi = \frac{C_0 R + C_0 r + C R}{2\sqrt{CC_0 Rr}} = 1,03 \cdot 10^6$;

- $T = \sqrt{CC_0 Rr} = 2,04 \cdot 10^{-7}$ с;

- $K = \epsilon_0 R S = 1,25 \cdot 10^{-3}$ м · с;

- $W_{оп} = \frac{K}{(C + C_0) R} = 2,96 \cdot 10^{-3}$ м;

- $W_0^* = W_{оп} W_{0з} = 0,977 \cdot 10^{-3}$ м/Ом.

Нижняя и верхняя граничные частоты $f_{нп}$ и $f_{вп}$ полосы рабочих частот ИЭП с преобразователем напряжение — ток:

- $f_{нп} = \max \left\{ f_{нз}, \frac{1}{2\pi(C + C_0)R} \right\} = \max \{0,10; 0,38\} = 0,38$ Гц;

- $f_{вп} = \min \left\{ \frac{\xi}{T}, f_{вз} \right\} = \min \{1,6 \cdot 10^{12}; 35 \cdot 10^6\} = 35 \cdot 10^6$ Гц.

Порог чувствительности E_{n03} и диапазон измерений D_3 ИЭП с преобразователем напряжение — ток:

$$10) E_{n03} = 3\sqrt{U_{мз}^2} / W_{он} = 81 \cdot 10^{-3} \text{ В/м};$$

$$11) D_3 = 20 \lg \frac{I_{\max} / W_{03} W_{он}}{E_{n03}} = 62 \text{ дБ}.$$

Экспериментально определенные характеристики ИЭП с ЭОСПРИ:

$$1) f_n \leq 0,5 \text{ Гц};$$

$$2) f_n \geq 25 \text{ МГц};$$

$$3) E_{n0} \leq 1,0 \text{ В/м};$$

$$4) D_0 \geq 40 \text{ дБ};$$

$$5) W_0 = 30 \text{ мВ/(В/м)};$$

6) основная приведенная погрешность преобразователя $\leq 5\%$.

Верхняя граничная частота ИЭП с преобразователем напряжение — ток светоизлучающих диодов $f_{нп} \geq 35 \text{ МГц}$.

Индукционный электрометрический преобразователь гибридного типа с ЭОСПРИ. Исследовался гибридный преобразователь с ЭОСПРИ, подобной устройству, описанному в [4.2]. Выносной измерительный зонд — плоский круговой конденсатор удален от цилиндрического корпуса — электромагнитного экрана на расстояние 200 мм; при этом искажения поля корпусом-экраном в месте расположения зонда не превышают 0,8%. В корпусе-экране расположены интегрирующее устройство с преобразователем напряжение — ток, характеризующее общей передаточной функцией $W_n(p)$, преобразователь ток — интенсивность светового потока и блок аккумуляторов. Измерительный зонд соединен коаксиальным радиочастотным кабелем с входом интегрирующего устройства; кабель проходит внутри тонкой металлической экранирующей трубки.

Размеры зонда: $D_1 = 60 \text{ мм}$; $h = 1,0 \text{ мм}$; $\epsilon_r = 2,0$; размеры цилиндрического корпуса-экрана: $d = 80 \text{ мм}$; $h_1 = 80 \text{ мм}$. Входное сопротивление интегрирующего устройства $R = 5,0 \text{ МОм}$; сумма емкости короткого соединительного кабеля и входной паразитной емкости интегрирующего устройства $C = 10 \text{ пФ}$; активное сопротивление соединительной линии $r = 10^{-2} \text{ Ом}$.

Расчетные характеристики ИЭП:

$$1) S = \pi D_1^2 / 4 = 28,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$2) C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r S / h = 50,1 \text{ пФ};$$

$$3) K = \epsilon_0 R S = 1,25 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot \text{с};$$

$$4) \xi = \frac{C_0 R + C_0 r + C R}{2\sqrt{C C_0 R r}} = 3,0 \cdot 10^4;$$

$$5) T = \sqrt{C C_0 R r} = 5,0 \cdot 10^{-9} \text{ с};$$

$$6) T_1 = 2\xi T = (C_0 + C) R = 0,30 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

$$7) T_2 = T / 2\xi = 8,3 \cdot 10^{-14} \text{ с};$$

$$8) f_{нп} = 1/2\pi (C_0 + C) R = 530 \text{ Гц};$$

$$9) f_{нп} = \min \left\{ \frac{\xi}{\pi T}, \frac{\alpha c}{D_1/2} \right\} = 1,0 \text{ ГГц};$$

$$10) W_{он} = K / 2\xi T = 4,17 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Передаточная функция

$$W_n(p) = \frac{K_n (T_1 p + 1)}{(T_n p + 1)(T_3 p + 1)},$$

где $K_n = 2,4 \cdot 10^3 \text{ Ом}^{-1}$; $T_n = 10^3$ $T_1 = 0,30 \text{ с}$; $T_3 = 4,55 \cdot 10^{-9} \text{ с}$.

Расчетные характеристики ИЭП с интегрирующим устройством и преобразователем напряжение — ток (светоизлучающих диодов):

$$1) W_0^* = K K_n / T_n = 10^{-3} \text{ м/Ом};$$

$$2) f_n = 1/2\pi T_n = 0,53 \text{ Гц};$$

$$3) f_n = \min \{ 1/2\pi T_3, f_{нп} \} = 35 \text{ МГц}.$$

Экспериментально определенные характеристики гибридного преобразователя с ЭОСПРИ:

$$1) f_n \leq 0,5 \text{ Гц};$$

$$2) f_n \geq 25 \text{ МГц};$$

$$3) E_{n0} \leq 1,0 \text{ В/м};$$

$$4) D_0 \geq 40 \text{ дБ};$$

$$5) W_0 = 30 \text{ мВ/(В/м)};$$

6) основная приведенная погрешность преобразователя $\leq 5\%$.

Верхняя граничная частота ИЭП с интегрирующим устройством и преобразователем напряжение — ток (светоизлучающих диодов) $\geq 35 \text{ МГц}$.

Глава 5. Магнитометрические преобразователи, основанные на использовании эффекта Холла

5.1. Основные свойства преобразователей Холла

Коэффициент преобразования. На рис. 5.1 в прямоугольной декартовой системе координат $OXYZ$ (e_x , e_y , e_z — орты) изображена изготовленная из полупроводникового материала и имеющая форму прямоугольного параллелепипеда пластина (первично-

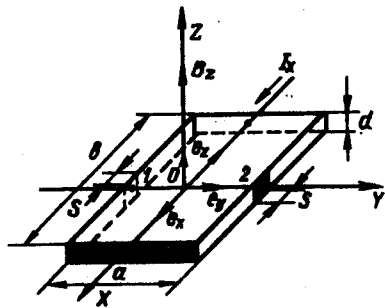


Рис. 5.1. Пластина ПХ соотношением

$$U_H = \frac{\varphi_H R_H I_x}{d} B_z = \gamma B_z, \quad (5.1)$$

где поправочная функция $\varphi_H = \varphi_H\left(\frac{a}{b}, \frac{s}{b}, B_z\right) < 1$; коэффициент Холла $R_H = R_H(B_z)$; $|\gamma| = \left| \frac{U_H}{B_z} \right| = \left| \frac{\varphi_H R_H I_x}{d} \right|$ — коэффициент преобразования ПХ (магнитная или вольтовая чувствительность [5.2, 5.7]). При выполнении условий

$$b/a \geq 2,5; \quad (5.2)$$

$$s/b \leq 0,1; \quad (5.3)$$

$$\varphi_H\left(\frac{a}{b}, \frac{s}{b}, B_z\right) \approx 1, \quad (5.4)$$

а

$$U_H = \frac{R_H I_x}{d} B_z. \quad (5.4a)$$

При выполнении условия

$$B_z \ll \min \left\{ \frac{1}{\mu_n}, \frac{1}{\mu_p} \right\}. \quad (5.5)$$

$$R_H(B_z) \approx \text{const} = \frac{1}{e} \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}, \quad (5.6)$$

где n и p — концентрации носителей зарядов-электронов и дырок соответственно; μ_n и μ_p — их подвижности; e — элементарный заряд.

Таким образом, если выполнены условия (5.2), (5.3) и (5.5), то U_H прямо пропорционально B_z .

В табл. 5.1 содержатся значения R_H и μ_n для полупроводниковых материалов (кроме пленки из InSb), уровень легирования

го преобразователя Холла (ПХ), имеющая размеры a, b, d ; s — ширина холловских электродов.

Если ПХ питается постоянным током I_x , находится в постоянном магнитном поле с индукцией $\mathbf{B} = B_x \mathbf{e}_x + B_y \mathbf{e}_y + B_z \mathbf{e}_z$, ток I_y (вдоль оси OY) отсутствует вследствие незамкнутости внешней электрической цепи, то в стационарных условиях ЭДС Холла U_H , равная разности потенциалов точек 1 и 2, будет выражаться

которых соответствует малой температурной зависимости характеристик полупроводникового материала; пленка из InSb обладает собственной проводимостью.

Таблица 5.1. Значения R_H и μ_n для некоторых полупроводниковых материалов [5.2]

Материал	$-R_H, \text{см}^3/\text{Кл}$	$\mu_n, \text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	Материал	$-R_H, \text{см}^3/\text{Кл}$	$\mu_n, \text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$
Металл	$\sim 10^{-4}$	~ 10	InSb	55	55 000
Si	10^6	1900	InAs (пленка)	~ 100	10 000
Ge	10^3	3900	InSb (пленка)	~ 400	12 000
InAs	10^2	27 000			

Максимально допустимый ток питания ПХ $I_{x\text{max}}$ определяется допустимым перегревом ΔT^0 пластины ПХ над нормальной температурой окружающей среды. Можно показать, что практически все джоулево тепло, выделяемое в пластине током I_x , выводится из нее посредством теплопередачи через поверхность площадью $2ab$ [5.7]. Поэтому

$$\gamma(I_{x\text{max}}) = (a \sqrt{2/d}) \sqrt{v_0} (R_H \sqrt{\sigma \Delta T^0}), \quad (5.7)$$

где v_0 — коэффициент теплопередачи; σ — удельная электропроводность полупроводникового материала.

Однако при значительном улучшении условий теплоотвода (при отсутствии перегрева ПХ) возрастание U_H с ростом I_x происходит лишь до определенного предела [5.3]. Из зависимостей, приведенных на рис. 5.2, следует, что увеличение тока питания I_x более 0,8 А для кристаллического ПХ из InAs и более 1 А для пленочного ПХ из InSb нецелесообразно из-за инжекции неосновных носителей в пластину ПХ, уменьшающей $|R_H|$ [5.8]. Некоторые сведения о характеристиках ПХ, выпускаемых отечественной промышленностью, содержатся в Приложении 5.1.

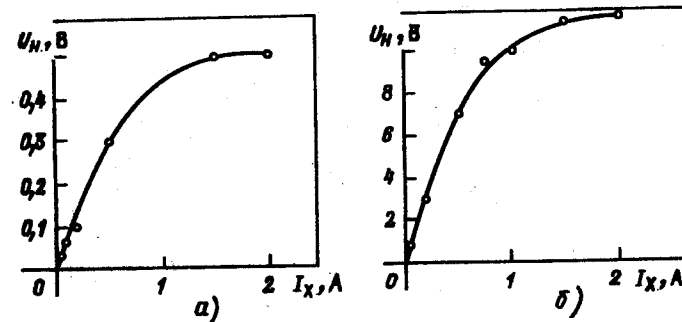


Рис. 5.2. Зависимость $U_H = U_H(I_x)$ при $B_z = \text{const}$ для ПХ: а — кристаллический ПХ из InAs ($B_z = 0,1$ Тл; $R_H = 120$ Ом при $I_x = 0,05$ А); б — пленочный ПХ из InSb ($B_z = 0,1$ Тл; $R_H = 560$ Ом при $I_x = 0,05$ А)

Сопутствующие эффекты и вызываемые ими дополнительные ЭДС на выходе ПХ. Предположим, что ПХ питается от генератора тока постоянным или переменным (синусоидальным) током I_x и

работает в режиме холостого хода, поэтому влиянием магнито-резистивного эффекта на выходной сигнал ПХ можно пренебречь. Если пренебречь ЭДС термомагнитных эффектов, эффекта Тауца и других более слабых эффектов, выходное напряжение ПХ U , можно представить в виде

$$U_y = U_H + (U_{нз} + U_{тз} + U_{ш} + U_c + U_{эн1} + U_{эн2}), \quad (5.8)$$

где в скобки взята сумма дополнительных ЭДС, обусловленных сопутствующими эффектами [5.2, 5.7]. Кратко охарактеризуем эти ЭДС.

$U_{нз}$ — напряжение неэквипотенциальности, обусловленное асимметрией пластины ПХ, непостоянством σ материала по объему пластины и зависимостью σ от температуры.

$U_{тз}$ — термоэлектрическое напряжение, обусловленное разностью температур ΔT_y холловских электродов, возникающей из-за неравномерного выделения джоулева тепла по объему пластины вследствие неоднородности материала; из-за эффекта Пельтье; из-за неравномерного по поверхности пластины отвода тепла от ПХ; из-за термомагнитных эффектов.

$U_{ш}$ — напряжение шумов, среди которых имеются следующие основные компоненты: тепловой, токовый (или « $1/f$ ») и дробовой шум.

U_c — напряжение собственного эффекта Холла, обусловленное воздействием на ПХ магнитного поля тока питания I_x .

$U_{эн1}$ — напряжение электромагнитной наводки со стороны цепи питания на выходную цепь, возникающее только при питании ПХ переменным током.

$U_{эн2}$ — напряжение электромагнитной наводки, создаваемое измеряемым переменным магнитным полем в выходной цепи ПХ [5.2, 5.7].

Полоса рабочих частот. Инерционность собственно эффекта Холла определяется временем релаксации основных носителей

$$\tau_D = \epsilon_r \epsilon_0 / \sigma,$$

где ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость полупроводникового материала. Полупроводники, используемые для создания ПХ, имеют τ_D , заключенное в интервале $10^{-13} — 10^{-12}$ с [5.2]. Таким образом, эффект Холла, в принципе, позволяет измерять амплитудно-временные характеристики магнитных полей в полосе частот $0 — 10^{12}$ Гц.

Однако при использовании ПХ для измерения амплитудно-временных характеристик быстропеременных магнитных полей проявляются физические эффекты, ограничивающие сверху полосу рабочих частот ПХ значениями частот, существенно меньшими, чем $1/2 \pi \tau_D$. К этим эффектам в первую очередь относится возникновение напряжения электромагнитной наводки $U_{эн2}$, в холловских

выводах ПХ (если он питается от генератора тока), скин-эффекта, имеющего место при питании ПХ высокочастотным синусоидальным током, и токов Фуко в пластине ПХ.

Возникновение ЭДС $U_{эн2}$ ограничивает сверху полосу рабочих частот кристаллических ПХ значением частоты, лежащей в интервале $5 — 10$ кГц [5.7]; в случае пленочных ПХ этот результат может быть существенно улучшен. Для минимизации ЭДС, индуктируемых измеряемым переменным магнитным полем в цепи питания и выходной цепи ПХ, следует минимизировать площадь петель, образуемых токовыми и холловскими выводами ПХ. Радикальным методом избавления от $U_{эн2}$ является метод частотной селекции полезного сигнала (см. § 5.2). При питании ПХ синусоидальным током I_x высокой частоты скин-эффект приводит к изменению эффективной толщины пластины.

Были проведены исследования влияния скин-эффекта на величину U_H кристаллического ПХ из InAs. При частотах синусоидального тока питания $f_x \leq 800$ МГц для магнитных полей с индукцией $|B_z| \leq 1,0 \cdot 10^{-2}$ Тл и с верхней граничной частотой спектра $f_z \leq 10$ МГц при погрешности измерений, не превосходящей 5%, влияния скин-эффекта на U_H не было обнаружено.

Согласно [5.7], результаты экспериментов с ПХ из InSb в полосе частот тока I_x и магнитной индукции B_z 2,4 — 3,0 ГГц свидетельствуют об отсутствии в пределах погрешности измерений зависимости U_H от f_x и f_z .

Таким образом, если ПХ не помещается в узкий зазор магнитопровода, то изменение U_H из-за токов Фуко экспериментально не наблюдается на частотах магнитного поля, достигающих сотен мегагерц и единиц гигагерц. Однако изменение U_H из-за токов Фуко может быть значительным, если пластина ПХ имеет сравнительно большую ширину, а ПХ помещен в узкий зазор магнитопровода [5.17].

Токи Фуко выделяют в пластине ПХ добавочную мощность; поэтому в некоторых случаях во избежание перегрева ПХ следует уменьшать амплитуду тока питания $I_x(t)$ или улучшать условия теплоотвода [5.7, 5.17].

Дополнительная мощность может также выделяться в ПХ из-за токов, порождаемых ЭДС, наводимых быстропеременным (импульсным) магнитным полем в паразитных петлях, образованных токовыми и холловскими выводами. Этот эффект может особенно сильно проявляться в случае, если питание ПХ и съём с него выходного сигнала осуществляются с помощью длинных радиочастотных кабелей [5.6]. Неравномерный разогрев ПХ импульсом $B_z(t)$ с крутым фронтом и достаточно большой амплитудой сопровождается изменением параметров $U_{нз}(t)$, например при $I_x(t) = I_{xm} \cos \omega_0 t$ амплитуда $U_{нз}$ может меняться в единицы — десятки раз. Время возвращения параметров $U_{нз}(t)$ к исходным значениям определяется тепловыми процессами. Изме-

нение параметров $U_{нз}$ можно устранить, например, погружением ПХ в непроводящую, немагнитную среду с хорошей теплопроводностью. Дополнительным следствием описываемого эффекта может являться выгорание холловских контактов.

Диапазон измерений. Предположим, что в полосе частот f_n, f_H при $f_n > 0$ и $B_z(t) \equiv 0$ выходное напряжение ПХ, работающего в режиме холостого хода, при $I_x(t) = \text{const}$

$$U_{y0}(t) = U_{y0н}(t) + U_{y0с}(t) = U_{нз} + U_{тз} + U_{ш} + U_{с}, \quad (5.9)$$

где $U_{y0н}(t)$ и $U_{y0с}(t)$ — неслучайная и случайная составляющие нулевого сигнала ПХ. Допустим, что используется ферритовый концентратор магнитного поля с коэффициентом концентрации K_x . Порог чувствительности ПХ

$$B_{z0} = \frac{m \sqrt{\int_{f_n}^{f_H} S_{y0с}(f) df}}{K_x \gamma(I_x)}, \quad (5.10)$$

где $S_{y0с}(f)$ — спектральная плотность мощности процесса $U_{y0с}(t)$, коэффициент $m \in \{3, 5\}$.

В области частот от единиц герц и ниже существенный вклад $U_{y0с}(t)$ вносит нестабильность $U_{нз}$, обусловленная пространственно-временными вариациями температуры в объеме пластины ПХ [5.2, 5.7].

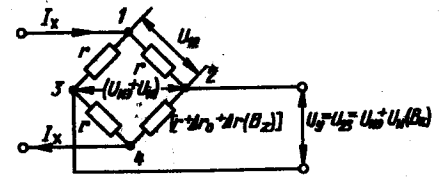
Следует отметить, что порог чувствительности широкополосного магнитометрического преобразователя определяется обычно не порогом чувствительности собственно ПХ, а уровнем шумов вторичного электронного преобразователя. Верхний предел измерений ПХ $B_{z\text{max}}$ определяется (при медленно изменяющемся магнитном поле) наличием недопустимо большой зависимости R_H от B_z .

Так, в частности, согласно [5.12], в InAs с $R_H = -190 \text{ см}^3/\text{Кл}$ зависимость коэффициента Холла от B_z не наблюдалась вплоть до 17,5 Тл с погрешностью до 3%. Согласно [5.16], в образцах из InSb с $|R_H| \leq 100 \text{ см}^3/\text{Кл}$ зависимость коэффициента Холла от магнитной индукции не была обнаружена до 15 Тл. Согласно [5.13, 5.14], R_H в пленках InSb, как и InAs, не зависит от магнитной индукции до 0,6 Тл; в то же время в [5.4] описаны пленочные ПХ из InAs для измерения B_z вплоть до 10 Тл.

При измерении быстропеременных (например, импульсных) магнитных полей верхний предел измерений $B_{z\text{max}}$ может ограничиваться также вследствие описанного выше разогрева пластины ПХ.

Эквивалентная схема и диаграмма направленности. На рис. 5.3 изображена простейшая эквивалентная схема ПХ, питаемого постоянным током I_x , работающего в режиме, близком к режиму холостого хода, и находящегося в постоянном магнитном поле. При $U_{нз} = 0$ и $B_z = 0$ эта эквивалентная схема имеет вид сим-

Рис. 5.3. Эквивалентная (мостовая) схема ПХ



метричного уравновешенного моста с сопротивлением плеча r . В общем случае выходное напряжение этой эквивалентной схемы

$$U_y(B_z) = U_{23} = \phi_2 - \phi_3 = U_{нз} + U_n(B_z), \quad (5.11)$$

где ϕ_2 и ϕ_3 — потенциалы точек 2 и 3; U_{23} — разность потенциалов точек 2 и 3. Напряжение неэквипотенциальности $U_{нз}$ определяется начальным разбалансом мостовой схемы Δr_0 , а ЭДС Холла $U_H(B_z)$ — дополнительным разбалансом $\Delta r(B_z)$; при этом имеют место соотношения

$$U_{нз} = \frac{r I_x}{4r + \Delta r_0} \Delta r_0, \quad (5.12)$$

$$U_H = \frac{4r^2 I_x}{(4r + \Delta r_0 + \Delta r)(4r + \Delta r_0)} \Delta r. \quad (5.13)$$

При $\frac{|\Delta r_0| + |\Delta r|}{r} \ll 1$

$$U_{нз} = \frac{\Delta r_0}{4} I_x \left[1 - O\left(\frac{\Delta r_0}{4r}\right) \right] \approx \frac{\Delta r_0}{4} I_x, \quad (5.14)$$

$$U_H = \frac{\Delta r}{4} I_x \left[1 - O\left(\frac{\Delta r_0}{4r}\right) - O\left(\frac{\Delta r_0 + \Delta r}{r}\right) \right] \approx \frac{\Delta r}{4} I_x. \quad (5.15)$$

Из (5.4а) и (5.15) следует, что

$$\Delta r(B_z) = \frac{4R_H}{d} B_z. \quad (5.16)$$

Измеряя I_x , U_{13} и $U_{нз}$ при $B_z = 0$, можно экспериментально определить r и Δr_0 :

$$r = \frac{2U_{13} - U_{нз}}{I_x}, \quad (5.17)$$

$$\Delta r_0 = \frac{2U_{13} - U_{нз}}{U_{13} - U_{нз}} \frac{2U_{нз}}{I_x}. \quad (5.18)$$

Измеряя I_x , U_{13} и $U_y(B_z)$ при $B_z \neq 0$ и зная Δr_0 , можно экспериментально определить

$$\Delta r(B_z) = \frac{2U_{13} - U_y(B_z)}{U_{13} - U_y(B_z)} \frac{2U_{нз}}{I_x} - \Delta r_0. \quad (5.19)$$

При $I_x = I_x(t)$ и $B_z = B_z(t)$ учет в мостовой эквивалентной схеме распределенных реактивностей выводов ПХ для практических расчетов является затруднительным.

Диаграмма направленности ПХ, питаемого постоянным током I_x и работающего в режиме, близком к режиму холостого хода, в сравнительно слабых постоянных магнитных полях (когда можно пренебречь магниторезистивным эффектом и планарным эффектом Холла), если U_H скомпенсировано специальной схемой [5.7] согласно соотношениям (5.4а) и (5.6), близка к «восьмерке» (см. рис.1.2). Однако в полях с индукцией единицы тесла вследствие магниторезистивного эффекта и планарного эффекта Холла диаграмма направленности ПХ может существенно отличаться от «восьмерки» [5.2].

Дополнительные температурные погрешности преобразователя; погрешности, обусловленные магниторезистивным эффектом и планарным эффектом Холла. На рис. 5.4 изображена простейшая схема

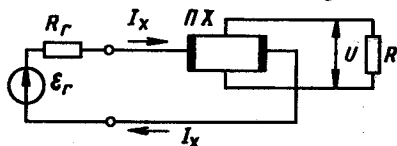


Рис. 5.4. Схема измерения B_z с помощью ПХ

измерения магнитной индукции B_z с помощью ПХ, питаемого постоянным током I_x и нагруженного на сопротивление R . Напряжение на нагрузке U , обусловленное возникновением ЭДС Холла U_H , выражается соотношением

$$U = \frac{U_H R}{R + R_y} = \frac{\mathcal{E}_r R_x B_z}{R_r d (1 + R_y/R)(1 + R_x/R_r)} \quad (5.20)$$

где R_r — выходное сопротивление источника ЭДС \mathcal{E}_r ; R_x и R_y — входное и выходное сопротивления ПХ.

Таблица 5.2. Температурные зависимости для некоторых полупроводниковых материалов [5.2, 5.7]

Параметр	Материал					
	InSb	InAs	Si	Ge	InSb (пленочный)	InAs (пленочный)
Интервал температур, °C	0—50	0—100	0—100	0—60	0—50	0—100
$-R_H$, см ³ /Кл	400	120	14 750	2500	~400	~100
$\frac{1}{R_H} \frac{\partial R_H}{\partial T}$, %/°C	-2,2	-0,07	-0,001	-0,001	-1,5	-0,1
ρ , Ом·см	—	$6 \cdot 10^{-3}$	9,5	0,8	—	—
$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$, %/°C	-1,8	0,2	0,8	0,5	-1,5	0,1

При изменении температуры T° пластины ПХ вследствие наличия зависимостей (табл. 5.2)

$$R_H = R_H(T^\circ) \quad (5.21)$$

$$\sigma^{-1} = \rho = \rho(T^\circ) \quad (5.22)$$

возникают дополнительные погрешности преобразователя.

При выполнении условий

$$R_x/R_r \ll 1, \quad (5.23)$$

$$R_y/R \ll 1 \quad (5.24)$$

дополнительная погрешность преобразователя, обусловленная зависимостью (5.22), становится незначительной. Вследствие наличия магниторезистивного эффекта (эффекта Гаусса)

$$R_x = R_x(B_z), \quad R_y = R_y(B_z)$$

и согласно (5.20) в достаточно сильных магнитных полях нарушается линейная зависимость U от B_z . Например, в ПХ из InAs с отношением $v/a = 2,5$ в магнитном поле с индукцией $B_z = 1,0$ Тл приросты R_x и R_y составили около 50% [5.7]. При выполнении условий (5.23) и (5.24) нелинейность зависимости $U = U(B_z)$ может быть незначительной.

Планарный эффект Холла также может быть причиной дополнительной погрешности преобразователя. Так, согласно [5.2], в случае ПХ из InSb n -типа [$\sigma = 750$ (Ом·см)⁻¹; $d = 50$ мкм] при $B = 1,0$ Тл ($B_z = 0$) максимальное значение $|U_y|$, обусловленного планарным эффектом Холла, составляет 240 мкВ; тогда как при $B_z = 1,0$ Тл и $B_x = B_y = 0$ модуль обычного напряжения Холла $|U_H| = 130$ мВ.

Применение концентраторов потока магнитной индукции. Для уменьшения порога чувствительности измерительного преобразователя с ПХ широко используется ферритовый концентратор потока магнитной индукции. Концентратор обычно состоит из двух одинаковых соосно расположенных ферритовых или пермалловых стержней (круглого сечения), в узкий воздушный зазор между торцевыми гранями которых помещается ПХ.

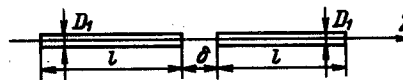


Рис. 5.5. Концентратор потока магнитной индукции

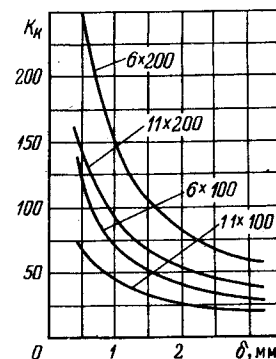


Рис. 5.6. Зависимость $K_k = K_k(\delta)$

Предположим, что бесконечно тонкий ПХ наклеен на торец одного (неподвижного) из стержней концентратора, а второй стержень может перемещаться вдоль оси OZ так, что ширина воздушного зазора δ может меняться: $0 \leq \delta < \infty$ (рис. 5.5). Пусть $K_k(\delta)$ — коэффициент усиления магнитной индукции B_z концентратором. Можно показать, что

$$\partial K_k(\delta) / \partial \delta \leq 0; \quad (5.25)$$

$$K_{k \max}(\delta) = K_k(0) = \frac{\mu_r}{0,765 \left(1 + \mu_r \frac{\ln 4\lambda - 1}{4\lambda^2} \right)}; \quad (5.26)$$

$$K_{k \min}(\delta) = K_k(\infty) = \frac{0,235 \mu_r}{0,765 \left(1 + \mu_r \frac{\ln 2\lambda - 1}{\lambda^2} \right)}; \quad (5.27)$$

где $\lambda = l/D_1$ — отношение длины стержня к его диаметру; μ_r — относительная магнитная проницаемость вещества стержня.

Так как реальный ПХ имеет конечную толщину, то на практике K_k меньше, чем $K_k(0)$ [5.15]. На рис. 5.6 приведены результаты экспериментальных исследований зависимости $K_k = K_k(\delta)$ [5.15].

В отсутствие магнитного поля, индукция которого преобразуется [$B_z(t) \equiv 0$], на ПХ может действовать постоянное магнитное поле с индукцией B_{zr} , обусловленное остаточной намагниченностью стержней. Предположив, что остаточная намагниченность обеих стержней одинакова, однородна, параллельна оси стержней и ее модуль равен J , можно показать, что

$$B_{zr}(\delta) = \pm \frac{\mu_0 J}{2} \left\{ 4 - \frac{l + \delta}{\sqrt{(l + \delta)^2 + D_1^2/4}} - \frac{l}{\sqrt{l^2 + D_1^2/4}} - \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + D_1^2/4}} \right\}. \quad (5.28)$$

При $\lambda = l/D_1 \gg 1$ максимальное значение модуля остаточной намагниченности $J_{\max} = B_r / \mu_0$. Поэтому согласно (5.28):

$$|B_{zr}(0)|_{\max} = B_r, \quad (5.29)$$

$$|B_{zr}(\infty)|_{\max} = B_r/2. \quad (5.30)$$

5.2. Метод частотной селекции сигнала

Описание метода частотной селекции. Если $f(t)$ имеет спектральную характеристику (спектр)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (5.31)$$

то

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (5.32)$$

Выражения (5.31) и (5.32) называются прямым и обратным преобразованиями Фурье; при этом используется обозначение

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega). \quad (5.33)$$

Если имеет место (5.33), то

$$f(t) \cos \omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2} [F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)]. \quad (5.34)$$

Предположим, что фоновые электромагнитные поля отсутствуют, а измеряемая магнитная индукция $B_z(t)$ имеет спектральную характеристику $F_B(\omega)$, причем $F_B(\omega) = 0$ при $|\omega| > \omega_b$. Пусть ПХ работает в режиме, близком к режиму холостого хода, и питается током $I_x(t) = I_{xm} \cos \omega_0 t$, где $\omega_0 / \omega_b \gg 1$, обычно на практике $\omega_0 / \omega_b \in (6,8)$. В этом случае ЭДС Холла

$$U_H = \frac{R_H}{d} I_{xm} B_z(t) \cos \omega_0 t \quad (5.35)$$

согласно (5.34) имеет спектральную характеристику $F_U(\omega)$, имеющую отличные от нуля значения лишь в частотных интервалах $(-\omega_0 - \omega_b, -\omega_0 + \omega_b)$ и $(\omega_0 - \omega_b, \omega_0 + \omega_b)$.

Таким образом, если выходной сигнал ПХ подать на вход селективной системы (полосового фильтра), имеющей при $\omega \geq 0$ полосу пропускания $(\omega_0 - \omega_b, \omega_0 + \omega_b)$, то напряжение $U_{\text{н2}}(t)$, спектр которого расположен в полосе частот $(-\omega_b, \omega_b)$, на выход селективной системы не пройдет; по этой же причине не пройдет на выход селективной системы составляющая выходного напряжения ПХ $U_E(t)$, обусловленная воздействием на ПХ сопутствующего электрического поля $E(t)$. Если теперь выходное напряжение селективной системы подать на (амплитудный или синхронный) детектор, то можно выделить сигнал, пропорциональный $B_z(t)$ [5.10].

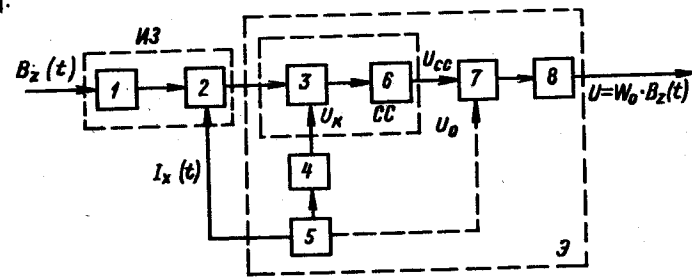


Рис. 5.7. Обобщенная схема магнитометрического преобразователя с частотной селекцией сигнала:

1 — концентратор; 2 — ПХ; 3 — полосовой фильтр с сумматором; 4 — аттенуатор-фазовращатель; 5 — генератор питающего тока; 6 — избирательный усилитель; 7 — детектор; 8 — широкополосный усилитель; СС — селективная система

На рис. 5.7 приведена обобщенная структурная схема магнитометрического преобразователя, реализующая метод частотной селекции. Согласно этой структурной схеме, возможны две разновидности преобразователей: преобразователи с амплитудным или с синхронным детекторами (в последней разновидности реализуется пунктирная связь).

Несмотря на то что $U_H(t)$ согласно (5.35) является амплитудно-модулированным с подавленной несущей сигналом (АМ — ПН-сигналом), выходное напряжение ПХ (без учета его шумов) вследствие наличия $U_{нэ}(t)$ и $U_{эн1}(t)$ не является ни амплитудно-модулированным сигналом (АМ-сигналом), ни АМ — ПН-сигналом.

Основные соотношения. Пусть ИЗ преобразователя, содержащий ферритовый концентратор и собственно ПХ, помещен в гармонически изменяющееся магнитное поле так, что проекция магнитной индукции на магнитную ось ИЗ

$$B_z(t) = B_{zm} \sin \Omega t,$$

а ПХ питается гармонически изменяющимся током

$$I_x = I_{xm} \cos \omega_0 t,$$

где $\omega_0/\Omega \gg 1$. Предположим также вначале, что фоновые поля отсутствуют, остаточная намагниченность стержней равна нулю, холловские выводы (см. рис. 1.1, ЛС₁) не искажают $U_y(t)$.

При $B_{zm} = 0$ выходное напряжение ПХ, если пренебречь шумами и другими паразитными составляющими, можно представить в виде

$$U_{y0}(t) = \pm U_{нэm} \cos \omega_0 t \pm U_{эн1m} \sin \omega_0 t, \quad (5.36)$$

где $U_{нэm}$ и $U_{эн1m}$ — амплитуды напряжения неэквипотенциальности и электромагнитной наводки со стороны цепи питания на выходную цепь ПХ. Представим (5.36) в виде

$$U_{y0}(t) = U_{нэm} \cos(\omega_0 t + \psi_1) + U_{эн1m} \sin(\omega_0 t + \psi_2), \quad (5.37)$$

где $\psi_1 \in \{0, \pi\}$, $\psi_2 \in \{0, \pi\}$.

Выражение (5.37) может быть преобразовано к виду

$$U_{y0}(t) = U_{y0m} \cos(\omega_0 t + \psi), \quad (5.38)$$

где

$$U_{y0m} = \sqrt{U_{нэm}^2 + U_{эн1m}^2}, \quad (5.39)$$

$$\psi = \begin{cases} -\arctg \frac{U_{эн1m} \cos \psi_2}{U_{нэm}}, & \text{если } \psi_1 = 0, U_{нэm} \neq 0; \\ \pi + \arctg \frac{U_{эн1m} \cos \psi_2}{U_{нэm}}, & \text{если } \psi_1 = \pi, U_{нэm} \neq 0; \\ -\frac{\pi}{2} \cos \psi_2, & \text{если } U_{нэm} = 0. \end{cases} \quad (5.40)$$

При $B_{zm} \neq 0$ выходное напряжение ПХ $U_y(t)$, если пренебречь шумами и другими паразитными составляющими, можно представить в виде

$$U_y(t) = U_{y0m} \cos(\omega_0 t + \psi) + U_{Hm} \sin \Omega t \cos \omega_0 t \pm U_{эн2m} \cos \Omega t, \quad (5.41)$$

где $U_{Hm} = \frac{|R_H|}{d} B_{zm} I_{xm}$ — амплитуда ЭДС Холла; $U_{эн2m}$ — амплитуда электромагнитной наводки, создаваемой магнитным полем с индукцией $B_z(t)$ в выходной цепи ПХ.

Напряжение на выходе селективной системы $U_{cc}(t)$ с точностью до постоянного множителя можно привести в виде

$$U_{cc}(t) = U_{y0m} \cos(\omega_0 t + \psi) + U_{Hm} \sin \Omega t \cos \omega_0 t + U_{xm} \cos(\omega_0 t + \varphi_k), \quad (5.42)$$

где последнее слагаемое есть корректирующее напряжение $U_k(t)$ (рис. 5.7) с амплитудой U_{xm} и фазой φ_k .

Если в магнитометрическом преобразователе используется синхронный детектор, то в целях расширения диапазона измерений преобразователя необходимо на вход детектора подавать АМ — ПН-сигнал; поэтому должно выполняться соотношение

$$U_{y0m} \cos(\omega_0 t + \psi) + U_{xm} \cos(\omega_0 t + \varphi_k) \equiv 0. \quad (5.43)$$

Из (5.43) следует, что

$$U_{xm} = U_{y0m}, \quad (5.44)$$

$$\varphi_k = -\pi + \psi. \quad (5.45)$$

При этом на вход синхронного детектора (по линии связи, изображенной на рис. 5.7 пунктиром) следует подавать напряжение

$$U_0(t) = U_{0m} \cos \omega_0 t. \quad (5.46)$$

Если используется амплитудный детектор и, следовательно, на выходе селективной системы необходимо получить АМ-сигнал [5.9], то (5.42) можно преобразовать к виду

$$U_{cc}(t) = U_{pm} \cos(\omega_0 t + \varphi_p) + U_{Hm} \sin \Omega t \cos \omega_0 t, \quad (5.47)$$

где результирующее колебание

$$U_{pm} \cos(\omega_0 t + \varphi_p) = U_{y0m} \cos(\omega_0 t + \psi) + U_{xm} \cos(\omega_0 t + \varphi_k); \quad (5.48)$$

причем во избежание явлений перемодуляции и паразитной фазовой модуляции необходимо, чтобы выполнялись соотношения

$$U_{Hm} / U_{pm} < 1, \quad (5.49)$$

$$\varphi_p = 0. \quad (5.50)$$

Из (5.48), (5.50) с учетом соотношения (5.49) следует, что

$$U_{xm} = \sqrt{U_{pm}^2 + U_{y0m}^2 - 2U_{pm} U_{y0m} \cos \psi}. \quad (5.51)$$

При $U_{y0m} \neq 0$

$$\varphi_k = \begin{cases} -\operatorname{arctg} \frac{\sin \psi}{\frac{U_{pm}}{U_{y0m}} - \cos \psi}, \frac{U_{pm}}{U_{y0m}} > \cos \psi, |\psi| \leq \frac{\pi}{2}; \\ -\pi - \operatorname{arctg} \frac{\sin \psi}{\frac{U_{pm}}{U_{y0m}} - \cos \psi}, \frac{U_{pm}}{U_{y0m}} < \cos \psi, |\psi| < \frac{\pi}{2}; \\ -\frac{\pi}{2} \frac{\psi}{|\psi|}, \frac{U_{pm}}{U_{y0m}} = \cos \psi, 0 < |\psi| < \frac{\pi}{2}; \\ -\frac{\psi}{|\psi|} \operatorname{arctg} \frac{\sin |\psi|}{\frac{U_{pm}}{U_{y0m}} - \cos |\psi|}, \frac{\pi}{2} \leq |\psi| \leq \pi. \end{cases} \quad (5.52)$$

При $U_{y0m} = 0$ $\varphi_k = 0$.

Заметим, что соотношения (5.44) и (5.45) формально можно рассматривать как частный случай соотношений (5.51) и (5.52) при $U_{pm} = 0$.

Однако на практике холловские выводы (см. рис. 1,1; ЛС₁) искажают $U_y(t)$ и, в частности, изменяют ψ и U_{y0m} ; в связи с этим необходимы соответствующие изменения найденных выше значений φ_k , U_{km} , а также фазы напряжения $U_0(t)$.

Работа преобразователей при наличии фоновых электромагнитных полей. *Постоянное фоновое магнитное поле.* Выше, при определении параметров корректирующего напряжения U_{km} и φ_k с помощью соотношений (5.44), (5.45), (5.51) и (5.52), предполагалось, что постоянное фоновое магнитное поле (геомагнитное поле; поле, обусловленное остаточным намагничением ферритовых стержней концентратора, и т. п.) отсутствует.

При наличии постоянного фонового магнитного поля (с проекцией индукции $B_{\phi z} \neq 0$) требуется изменение значений U_{km} и φ_k , получаемых с помощью (5.44), (5.45), (5.51) и (5.52).

Фоновое электромагнитное поле, спектр которого лежит в полосе частот $(\omega_0 - \omega_b, \omega_0 + \omega_b)$. Пусть $E_{\phi}(t)$ — электрическое фоновое поле. Так как в общем случае оно может создавать между холловскими электродами разность потенциалов с частотным спектром, лежащим в полосе пропускания селективной системы, то может возникать дополнительная погрешность преобразования $\Delta U_{d1}(t)$ магнитной индукции B_z , амплитудно-временные характеристики которой измеряются с помощью преобразователя.

Пусть $B_{\phi}(t)$ — индукция фонового магнитного поля. В выходной цепи ПХ будет наводиться ЭДС, пропорциональная $\pm dB_{\phi}/dt$, спектр которой лежит в полосе пропускания селективной системы, поэтому в общем случае возникает дополнительная погрешность преобразования $\Delta U_{d2}(t)$.

Предположим, что в цепи питания ПХ стоит фильтр, пропускающий лишь ток, спектр которого лежит в полосе частот $(\omega_0 - \Delta\omega, \omega_0 + \Delta\omega)$, где $\Delta\omega \leq \omega_b$, а генератор тока I_x имеет конечное внутреннее сопротивление.

В этом случае в токовой цепи ПХ (из-за действия в ней ЭДС, пропорциональной $\pm dB_{\phi}/dt$) возникает ток ΔI_x , спектр которого лежит в полосе частот $(\omega_0 - \Delta\omega, \omega_0 + \Delta\omega)$. Вследствие возникновения дополнительной ЭДС Холла

$$\Delta U_{H1} = \frac{R_H}{d} B_z(t) \Delta I_x,$$

спектр которой, по крайней мере частично, лежит в полосе пропускания селективной системы, и, следовательно, возникает дополнительная погрешность преобразования $\Delta U_{d3}(t)$.

Фоновое электромагнитное поле, спектр которого лежит в полосе частот $(2\omega_0 - \omega_b, 2\omega_0 + \omega_b)$. Пусть $B_{\phi}(t)$ — фоновое магнитное поле. В этом случае вследствие появления дополнительной ЭДС Холла

$$\Delta U_{H2} = \frac{R_H}{d} B_{\phi z} I_x,$$

спектр которой частично лежит в полосе пропускания селективной системы, возникает дополнительная погрешность преобразования $\Delta U_{d4}(t)$.

Фоновое электромагнитное поле, спектр которого лежит в диапазонах частот $(\omega_0 - \omega_b, \omega_0 + \omega_b)$ и $(2\omega_0 - \omega_b, 2\omega_0 + \omega_b)$. Пусть спектр магнитной индукции $B_{\phi 1}(t)$ лежит в полосе частот $(\omega_0 - \omega_b, \omega_0 + \omega_b)$, а спектр магнитной индукции $B_{\phi 2}(t)$ в полосе частот $(2\omega_0 - \omega_b, 2\omega_0 + \omega_b)$.

В этом случае в токовой цепи ПХ (из-за действия в ней ЭДС, пропорциональной $\pm dB_{\phi 1}/dt$) возникает ток ΔI_x , спектр которого лежит в полосе частот $(\omega_0 - \Delta\omega, \omega_0 + \Delta\omega)$. Вследствие появления дополнительной ЭДС Холла

$$\Delta U_{H3} = \frac{R_H}{d} B_{\phi 2 z} \Delta I_x,$$

спектр которой частично лежит в полосе пропускания селективной системы, возникает дополнительная погрешность преобразования

$$\Delta U_{d5}(t).$$

Соотношения между дополнительными погрешностями преобразования $\Delta U_{di}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) определяются характеристиками фонового электромагнитного поля и характеристиками магнитометрического преобразователя. Минимизировать эти погрешности можно экранированием ИЗ с ПХ от фоновых электромагнитных полей, спектр которых расположен в области частот $\omega \geq \omega_b$.

Заметим, что при измерении амплитудно-временных характеристик однократного импульса $B_z(t)$ «хвост» его спектра при $\omega \geq \omega_n$ может интерпретироваться как наличие фонового поля.

Воздействие поля непосредственно на LC_1 и ее «звон» (см. рис. 1.1) могут приводить к возникновению дополнительной погрешности $\Delta U_{дв}(t)$, минимизация которой может быть достигнута максимально возможным укорочением, тщательным экранированием, согласованием с нагрузкой, электрическим и геометрическим симметрированием LC_1 , а также применением дифференциального усилителя для съема $U_y(t)$.

5.3. Примеры практических схем

Магнитометрический преобразователь с амплитудным детектором [5.11]. Магнитометрический преобразователь, в котором использован кристаллический ПХ из InAs с коэффициентом преобразования $\gamma = 1,0 \cdot 10^2$ мВ/Тл, питаемый синусоидальным током с амплитудой 100 мА и частотой $f_x = \omega_0/2\pi = 40$ МГц, обладает следующими метрологическими характеристиками:

Диапазон рабочих частот, Гц	1,0 — 4,0 · 10 ⁶
Диапазон измерений (без концентратора), Тл	1,26 · 10 ⁻⁴ — 1,26 · 10 ⁻²
Основная приведенная погрешность преобразователя, %	Не более 5.

Применение концентратора из двух ферритовых стержней длиной 160 мм и диаметром 8,0 мм позволяет снизить порог чувствительности до $0,01 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Магнитометрический преобразователь с синхронным детектором. В [5.1] описан магнитометрический преобразователь, в котором использован пленочный ПХ из InAs с коэффициентом преобразования $\gamma = 1,0 \cdot 10^2$ мВ/Тл, питаемый синусоидальным током, имеющим частоту $f_x = 30$ МГц.

Метрологические характеристики преобразователя:

Ширина полосы рабочих частот, МГц	5,0
Диапазон измерений, Тл	1,0 · 10 ⁻² — 2,0
Основная приведенная погрешность преобразователя, %	Не более 5.

Магнитометрический преобразователь с амплитудно-балансным детектором. В [5.6] описан магнитометрический преобразователь, в котором использовался кристаллический ПХ из InAs с коэффициентом преобразования $\gamma = 1,0 \cdot 10^2$ мВ/Тл, питаемый синусоидальным током, имеющим частоту $f_x = 100$ МГц.

Метрологические характеристики преобразователя:

Диапазон рабочих частот, Гц	(0 — 1,0) · 10 ⁷
Порог чувствительности без концентратора, Тл	1,0 · 10 ⁻³
Диапазон измерений, дБ	80

Магнитометрический преобразователь с синхронным детектором для измерения слабых магнитных полей. В [5.5] описан МП с пленочным ПХ.

Метрологические характеристики преобразователя:

Диапазон рабочих частот, Гц	0,1 — 1,0 · 10 ⁷
Диапазон измерений, А/м	0,5 — 50

Глава 6. Магнитометрические преобразователи, основанные на использовании магнитооптического эффекта Фарадея

6.1. Магнитное вращение плоскости поляризации света

Под магнитооптическим эффектом Фарадея понимается вращение плоскости поляризации света в оптически неактивных веществах под действием магнитного поля. Это явление имеет место при распространении света вдоль направления напряженности магнитного поля H . В диамагнитных и парамагнитных веществах угол поворота плоскости поляризации монохроматического света (рис. 6.1)

$$\varphi = V l (e_z H), \quad (6.1)$$

где V — постоянная Верде (удельное магнитное вращение); l — длина пути света в веществе; e_z — орт, определяющий направление распространения света.

Знак вращения, определяемый для наблюдателя, смотрящего по направлению магнитной силовой линии (или по направлению намагниченности вещества J), считается положительным при правом (по часовой стрелке) вращении и отрицательным — при левом. Направление вращения плоскости поляризации света зависит только от природы вещества и направления H (или J).

Постоянная Верде в общем случае зависит от природы вещества, его температуры T° , длины волны света (в вакууме) $\lambda = c/v$ (v — частота) и H [6.6, 6.7].

Из простой теории дисперсии следует, что при фиксированной частоте v постоянная Верде V практически не зависит от H при $H \ll H_k$, (6.2)

где критическая напряженность

$$H_k = \frac{2\pi |v_0^2 - v^2| m_e}{v \mu_0 e}, \quad (6.3)$$

v_0 — характеристическая частота (электронов) вещества; e — элементарный заряд; m_e — масса электрона.

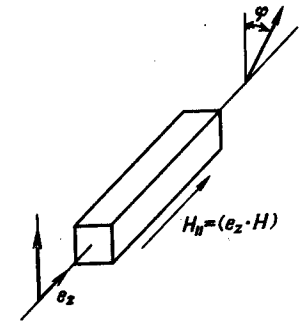


Рис. 6.1. Проявление магнитооптического эффекта Фарадея

Конфигурация катушки	Индуктивность катушки L	Собственная емкость катушки C_0
1. Круговой плоский виток: D_c — диаметр витка; d — диаметр провода; $d/D_c \ll 1$	$L = \frac{1}{2} \mu_0 D_c \left(\ln \frac{8D_c}{d} - 2 \right)$ [2.21]	$C_0 = \epsilon_0 D_c \left(\ln \frac{8D_c}{d} - 2 \right)^{-1}$ [2.21]
2. Тонкий соленоид с малым шагом намотки: D_c — диаметр соленоида; l — длина намотки; b — толщина намотки; $b/D_c \ll 1$; N — число витков	$L = \frac{1}{3} \mu_0 D_c N^2 \left\{ \operatorname{cosec} \alpha \left[(\operatorname{tg}^2 \alpha - 1) E + K \right] - \operatorname{tg}^2 \alpha \right\}$ где $\frac{D_c}{l} = \operatorname{tg} \alpha$; K и E — полные эллиптические интегралы модуля $\sin \alpha$. Упрощенные соотношения для однослойной катушки (при погрешности, не превышающей единиц процентов) [2.7]: $L = \begin{cases} 10^{-5} N^2 D_c^2 / (4D_c + 11l), & l < 0,4D_c; \\ 2 \cdot 10^{-5} N^2 D_c^2 / (9D_c + 20l), & l \geq 0,4D_c; \\ 0,99 \cdot 10^{-6} N^2 D_c^2 / l, & l \gg D_c. \end{cases}$	Для однослойной катушки, у которой $l < D_c$ (при погрешности, не превышающей 50%): $C_0 = 1,5 \cdot 10^{-10} D_c$ [2.3]
3. Многослойная катушка: D_c — средний диаметр катушки; l — длина намотки; b — толщина намотки; N — число витков	$L = 2 \cdot 10^{-6} N^2 D_c^2 (D_c + 2l + 1,33bl/D_c)$ [2.7]	$C_0 = \frac{12 \cdot 10^{-12} p \epsilon_r}{\pi h}$ где p — длина окружности среднего витка; ϵ_r — средняя величина диэлектрической проницаемости изоляции между слоями;
4. Тороидальная катушка круглого сечения: D_c — средний диаметр тороида; d — диаметр сечения; N — число витков	$L = \frac{1}{2} \mu_0 N^2 D_c \sqrt{D_c^2 - d^2}$ [2.7]	$C_0 = \frac{\pi^2 \epsilon_0 D_c}{6 \ln(1 + 2h/d)}$
5. Круговой плоский виток с тонкостенным грубчатым электростатическим экраном с резом: D_c — диаметр витка; d — диаметр провода; h — расстояние между внутренней поверхностью экрана и поверхностью витка; $d + 2h \ll \frac{D_c}{2}$	$L = \frac{\mu_0}{2} D_c \left(\ln \frac{8D_c}{d} - 2 \right)$ [2.21]	

ПРИЛОЖЕНИЕ 3.1

Характеристики шести типов преобразователей (датчиков) Холла, выпускаемых отечественной промышленностью

Характеристика	ДХК-7АК	Х212	ХАГ	ХИС(Б)		ХИМ
				ХИС(А); ПХЭ 602118	ХИС(Б)	
Материал	$n = \text{Si}$	$n = \text{InAs}$	$n = \text{GaAs}$	$n = \text{InSb}$	$n = \text{GaAs}$	$n = \text{InAs}$
Магнитная чувствительность при $+25^\circ \text{C}$, мВ/Тл	500 — 550	100 — 230	700 — 5000	100 — 300	400 — 800	400 — 800

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.1

Соотношения между электромагнитными единицами в системах СИ и СГС (система Гаусса)

Наименование величины	МКСА	СГС
Сила тока (ток)	1 А	$3 \cdot 10^9$
Количество электричества (заряд)	1 Кл	$3 \cdot 10^9$
Поверхностная плотность заряда	1 Кл/м ²	$3 \cdot 10^5$
Разность электрических потенциалов	1 В	$3,34 \cdot 10^{-3}$
Электрическая емкость	1 Ф	$8,99 \cdot 10^{11}$
Электрическое сопротивление	1 Ом	$1,11 \cdot 10^{-12}$
Диэлектрическая проницаемость	1 Ф/м	$1,13 \cdot 10^{11}$
Напряженность электрического поля	1 В/м	$3,34 \cdot 10^{-5}$
Электрическая индукция	1 Кл/м ²	$3,77 \cdot 10^6$
Поток электрической индукции	1 Кл	$3,77 \cdot 10^{10}$
Магнитный поток	1 Вб	10^8
Магнитная индукция	1 Тл	10^4
Напряженность магнитного поля	1 А/м	$1,26 \cdot 10^{-2}$
Магнитная проницаемость	1 Гн/м	$7,96 \cdot 10^5$
Магнитодвижущая сила	1 А	1,26
Магнитный момент	1 А·м ²	10^3
Индуктивность (взаимная индуктивность)	1 Гн	10^9

Некоторые физические константы (СИ)

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м $\approx 1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м.

Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 10^7/4\pi e^2$ Ф/м $\approx 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, где $c =$

$1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \approx 2,998 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме.

Волновое сопротивление свободного пространства (отношение компоненты напряженности электрического поля E_z к компоненте напряженности магнитного поля H_y в плоской электромагнитной волне, распространяющейся вдоль оси OX некоторой декартовой прямоугольной системы координат $OXYZ$)

$$E_z/H_y = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120 \pi \text{ Ом} \approx 377 \text{ Ом.}$$

Элементарный электрический заряд $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Постоянная Больцмана $k = 1,381 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.