

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

ПРЕПРИНТ

5

**НЕСТАЦИОНАРНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ
ПОЛЕ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ**

НОВОСИБИРСК—1971

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

ПРЕПРИНТ

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ
В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Новосибирск-1971

Ответственный редактор
доктор технических наук профессор
А.А.КАУФМАН

А.А.Кауфман, М.М.Гольдман

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ПОЛЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ
В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Рассмотрим некоторые особенности в поведении поля электрического диполя, расположенного на поверхности горизонтально-слоистой среды, когда расстояние между источником поля и точкой измерения меньше суммарной мощности слоев (ближняя зона).

Как известно, выражения для компонент гармонического поля E_x и H_y имеют вид $|1|$:

$$E_x = \frac{\rho \rho_1}{2\pi} [M_1 \sin^2 \gamma + (M_2 + M_3) \frac{\cos 2\gamma}{\epsilon} - M_4 \cos^2 \gamma] \quad (1)$$

$$H_y = \frac{\rho}{2\pi} [N_1 \frac{\cos 2\gamma}{\epsilon} - N_2 \sin^2 \gamma] \quad (2)$$

Здесь:

$$M_1 = \kappa_1^2 \int_0^{\infty} \frac{m}{m + \frac{m_1}{R}} \gamma_0(mz) dm; \quad M_2 = \int_0^{\infty} \frac{m_2}{R} \gamma_0(mz) dm \quad (3)$$

$$M_3 = \kappa_1^2 \int_0^{\infty} \frac{1}{m + \frac{m_3}{R}} \gamma_0(mz) dm; \quad M_4 = \int_0^{\infty} \frac{m m_4}{R} \gamma_0(mz) dm$$

$$N_1 = \int_0^{\infty} \frac{m}{m + \frac{m_1}{R}} Y_0(mr) dm; \quad N_2 = \int_0^{\infty} \frac{m m_1}{R(m + \frac{m_1}{R})} Y_1(mr) dm \quad (4)$$

где $Y_0(mr)$ и $Y_1(mr)$ - функции Бесселя;

$K_1^2 = i\beta_1 \mu_0 \omega$ - волновое число первого пласта, мощность которого h_1 ;

μ_0 - магнитная проницаемость среды, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м;

p - момент диполя, направленный вдоль оси x ($p = \int dx$);

r - расстояние от диполя до точки измерения;

$m_1 = \sqrt{m^2 - K_1^2}$, ψ - азимут точки измерения (не оси диполя $\psi=0$).

В трехслойной среде имеем:

$$R = \text{cth} \left[m_1 h_1 + a_2 \text{cth} \frac{m_2}{m_3} \text{cth} \left(m_3 h_2 + a_3 \text{cth} \frac{m_4}{m_5} \right) \right] \quad (5)$$

$$\bar{R} = \text{cth} \left[m_1 h_1 + a_2 \text{cth} \frac{m_2 \gamma_2}{m_3 \gamma_1} \text{cth} \left(m_3 h_2 + a_3 \text{cth} \frac{m_4 \gamma_4}{m_5 \gamma_3} \right) \right]$$

Будем считать, что момент диполя изменяется со временем как ступенчатая функция:

$$p_x(t) = \begin{cases} p_x & t < 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}, \quad (6)$$

которую можно представить следующим образом:

$$p_x(t) = \frac{p_x}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{i\omega} d\omega \quad (7^a)$$

или

$$p_x(t) = \frac{p_x}{2} + \frac{p_x}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{i\omega} d\omega \quad (7^b)$$

В формулах (7^а) и (7^б) контуры интегрирования отличаются между собой: в первом случае контур интегрирования не проходит через точку $\omega = 0$, а во втором случае интеграл понимается в смысле главного значения и переменная интегрирования ω принимает только действительные значения.

Таким образом, для нестационарного процесса в режиме выключения $\varphi_-(t)$ имеем:

$$\varphi_-(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(\omega)}{i\omega} e^{-i\omega t} d\omega \quad (8^a)$$

или

$$\varphi_-(t) = \frac{\varphi_0}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(\omega)}{i\omega} e^{-i\omega t} d\omega, \quad (8^b)$$

где φ_0 — значение соответствующей компоненты постоянного поля, $\varphi(\omega)$ — комплексная амплитуда этой компоненты. Формула (8^б) является исходной при определении нестационарного поля путем численного интегрирования вдоль действительной оси ω . Учитывая известные свойства реальной и мнимой части комплексной амплитуды $\varphi(\omega)$:

$$\operatorname{Re} \varphi(\omega) = \operatorname{Re} \varphi(-\omega); \quad \operatorname{Im} \varphi(\omega) = -\operatorname{Im} \varphi(-\omega)$$

вместо (8^б) получаем:

$$\varphi_-(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \varphi(\omega)}{\omega} \cos \omega t d\omega \quad (9)$$

или

$$\varphi_-(t) = \varphi_0 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{Re} \varphi(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega.$$

Так как спектр ступенчатой функции

$$p_x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ p_x & t > 0 \end{cases}$$

имеет вид $p_x \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{i\omega} \right)$, то процесс становления в режи-

ме включения можно представить следующим образом:

$$\varphi_+(t) = \varphi_0 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \Phi(\omega)}{\omega} \cos \omega t d\omega$$

или

$$\varphi_+(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{Re} \Phi(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega \quad (10)$$

Согласно (9) и (10) в каждый момент времени t компоненты нестационарного поля в режимах включения и выключения отличаются на величину соответствующей компоненты постоянного поля:

$$\varphi_+(t) + \varphi_-(t) = \varphi_0 \quad (11)$$

Как известно [1], в момент включения тока для электрической компоненты E_x имеем:

$$E_{x+} = \frac{\rho_1 \rho_2}{2\pi \epsilon^2} (3 \cos^2 \varphi - 2)$$

В частности

$$E_{x+}^{\alpha} = \frac{\rho_1 \rho_2}{2\pi \epsilon^2} ; \quad E_{x+}^{\text{эб}} = -\frac{\rho_1 \rho_2}{\pi \epsilon^2} \quad (12)$$

$\varphi = 0 \qquad \qquad \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}$

Представим постоянное электрическое поле диполя на поверхности горизонтально-слоистой среды в виде суммы двух слагаемых:

$$E_{ox} = E_{ox}^{(1)} + E_{ox}^{(2)}$$

Первое слагаемое - это поле диполя на поверхности однородного

полупространстве с удельным сопротивлением ρ_1 , созданное зарядами, расположенными на поверхности электродов диполя:

$$E_{ox}^{(1)} = \frac{\rho \rho_1}{2\pi r^3} (3 \cos^2 \varphi - 1) \quad (13)$$

Источниками поля $E_{ox}^{(2)}$ являются электрические заряды, возникающие на границах сред с различным удельным сопротивлением. Эта часть поля содержит информацию о геоэлектрических параметрах среды, но вблизи электрического диполя преобладает первичное поле $E_{ox}^{(1)}$. Таким образом, согласно (II-13), для электрической компоненты в момент выключения имеем

$$E_{x-} = E_{ox} - E_{x+} \quad \text{или} \quad E_{x-} = E_{ox}^{(2)} + \frac{\rho \rho_1}{2\pi r^3} \quad (14)$$

$t \rightarrow 0$

Эта формула справедлива независимо от расстояния до источника.

Предположим, что через диполь пропускается постоянный ток и в некоторый момент времени $t = t_0$ уменьшается вдвое. Тогда полное поле можно рассматривать как поле созданное постоянным током J и ступенчатой функцией:

$$J(t) = \begin{cases} J & t < t_0 \\ 0 & t > t_0 \end{cases}$$

В экваториальной плоскости согласно (13, 14) полное поле не зависит от первичного поля $E_{ox}^{(1)}$ и определяется только поверхностными зарядами, возникающими на горизонтальных поверхностях раздела:

$$E_x = E_{ox} + E_{x-} = 2 E_{ox}^{(2)} \quad (15)$$

Аналогично, изменив функцию возбуждения, можно выделить поле $E_{ox}^{(1)}$ при измерении на оси диполя, а также при исследовании нестационарного процесса в режиме включения. Следовательно, принципи-

ально возникает возможность осуществления в благоприятных геологических условиях дипольных зондирований с относительно малыми разносами, но с достаточно большой глубиной исследования. Так как магнитное поле постоянного тока в горизонтально-слоистой среде остается таким же, как в однородном полупространстве, то для равней стадии имеем:

$$E_x = E_{ox}^{(2)} + \frac{\rho \rho_2}{2\pi r^2}; \quad B_y = \frac{\rho M_0}{4\pi r^2} \cos 2\varphi; \quad B_z = -\frac{\rho M_0}{4\pi r^2} \sin \varphi \quad (16)$$

$$\frac{r_1}{h_1} < 3,0; \quad r_1 = \sqrt{\epsilon \rho_2 t} \cdot 10^7$$

Теперь рассмотрим поведение поля в поздней стадии становления для двухслойной среды. Асимптотические выражения для компонент поля находим, применяя методику, описанную в работе [2] и принцип взаимности.

а) $\rho_2 \neq \infty$

$$E_x(t) \cong \frac{\rho \rho_2}{2\pi t} \left[\frac{\sqrt{S}}{6\sqrt{\pi}} \left(\frac{r_1 M_0}{t} \right)^{3/2} - \frac{1}{16} (S-1) \left(\frac{r_1 M_0}{t} \right)^2 h_1 - \frac{r^2 S^2 - 2h_1^2 S(S-1)}{40\sqrt{\pi} S^2} \left(\frac{r_1 M_0}{t} \right)^{5/2} \right]$$

$$B_y(t) \cong \frac{\rho M_0}{4\pi} \left[\frac{r_1 M_0}{16t} - \frac{2}{15} \sqrt{\frac{S}{\pi}} (S-1) \left(\frac{r_1 M_0}{t} \right)^{3/2} h_1 + \frac{16(S-1)^2 h_1^2 + (\cos 2\varphi - 2) S^2 r^2}{256} \left(\frac{r_1 M_0}{t} \right)^2 \right] \quad (17)$$

$$B_z(t) \cong -\frac{\rho M_0 r \sin \varphi}{4\pi} \left[\frac{(r_1 M_0 S)^{3/2}}{15\sqrt{\pi} t^{3/2}} - \frac{1}{16} \frac{(M_0 r_1)^2 S(S-1) h_1}{t^2} - \frac{(M_0 r_1)^{5/2} [r^2 S^{5/2} + 2h_1^2 \sqrt{S}(1-S)(8S-9)]}{140\sqrt{\pi} t^{5/2}} \right]$$

$$\text{Здесь } S = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\text{б) } \rho_2 = \infty$$

$$E_x(t) \approx \frac{\rho M_0}{4\pi} \left[\frac{M_0 r_2 h_1}{4 t^2} - \frac{r_1^2 M_0^2 h_1^3}{3 t^3} \right]$$

$$B_y(t) \approx \frac{\rho M_0}{4\pi} \left[\frac{1}{8} \left(\frac{r_1 M_0}{t} \right)^2 h_1^2 - \frac{5}{24} \left(\frac{r_1 M_0}{t} \right)^3 h_1^3 \right]$$

(18)

$$B_z(t) \approx - \frac{\rho M_0^2 \sin^2 \varphi}{32 \pi t^3} S^3 \left[1 - \frac{3 M_0 S h_1}{t} \right]$$

где $S = r_1 h_1$.

В табл. I приведены минимальные значения параметра $\frac{r_2}{r_1}$, для которых формулы (17 - 18) определяют поле с относительной погрешностью, не превышающей 5%.

Таблица I

$\frac{r_2}{r_1}$	0	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	Примечание
E_x	23	130	90	54	20	20	19	19	$\frac{r_2}{r_1} = 1$
B_y	23	90	64	45	45	32	27	16	

Продолжение табл. I

$\frac{r_2}{r_1}$	2	4	8	16	25	50	100	200	500	1000
E_x	19	23	23	23	23	38	53	90	128	215
B_y	19	32	45	45	45	76	108	180	256	360

В поздней стадии становления преобладает горизонтальная компонента магнитного поля, и, как было отмечено в /2/, этот факт следует принимать во внимание при измерении вертикальной составляющей поля, особенно в условиях сложного рельефа местности.

Если пласт расположен на непроводящем основании, то компоненты поля диполя E_x и B_y связаны с продольной проводимостью пласта в меньшей степени, чем составляющие поля магнитного диполя.

Для определения временных характеристик поля были выполнены расчеты для сред с двумя и тремя горизонтальными поверхностями раздела. При вычислении интегралов, описывающих гармонический режим, использовался метод Гаусса. Этот метод совместно со способом Филоня был применен и для расчетов интеграла Фурье (9).

Введем кажущееся удельное сопротивление ρ_z следующим образом:

$$\frac{\rho_z}{\rho_1} = \left(\frac{E_x^{\text{огн}}}{E_x} \right)^2 \quad \text{и} \quad \frac{\rho_z}{\rho_2} = \frac{B_y^{\text{огн}}}{B_y} \quad (19)$$

На рис. 1, 2 приведены примеры кривых $\frac{\rho_z}{\rho_1}$ для двухслойной среды. Шифр кривых - величина $\frac{\rho_2}{\rho_1}$. В поздней стадии становления кривые $\frac{\rho_z}{\rho_1}$ приближаются к правым асимптотам - $\frac{\rho_2}{\rho_1}$. В момент выключения кривые $\frac{\rho_z}{\rho_1}$ стремятся к единице, так как магнитное поле постоянного тока, как было уже отмечено, не изменяется при введении в модели среды горизонтальных слоёв. Кривые $\frac{\rho_z}{\rho_2}$, соответствующие средам с плохо проводящим основанием имеют промежуточную асимптоту S (S - продольная проводимость). В этой области параметров токи почти равномерно распределены по вертикали в пласте и ещё незначительно проникают в основание.

В заключение приведем асимптотические выражения компонент E_z в поздней стадии для трехслойной среды.

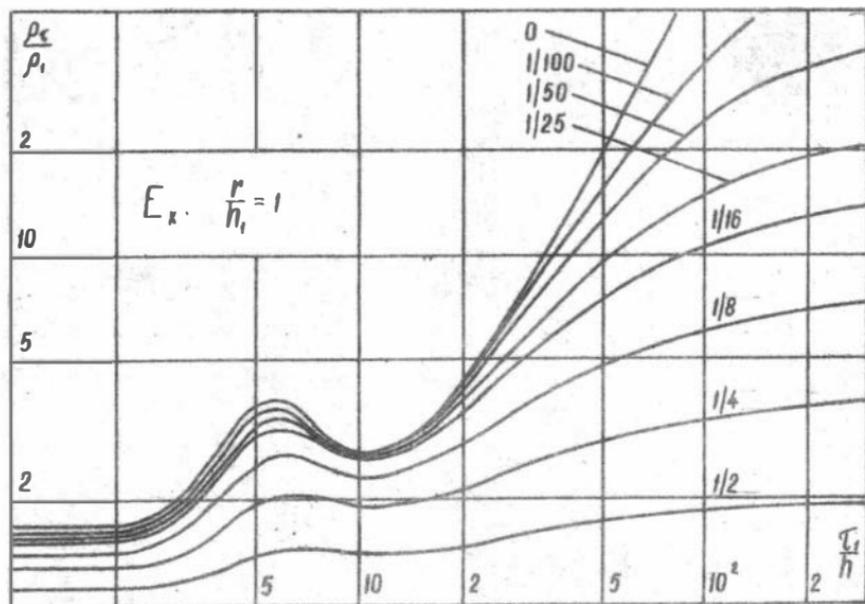


рис. 1

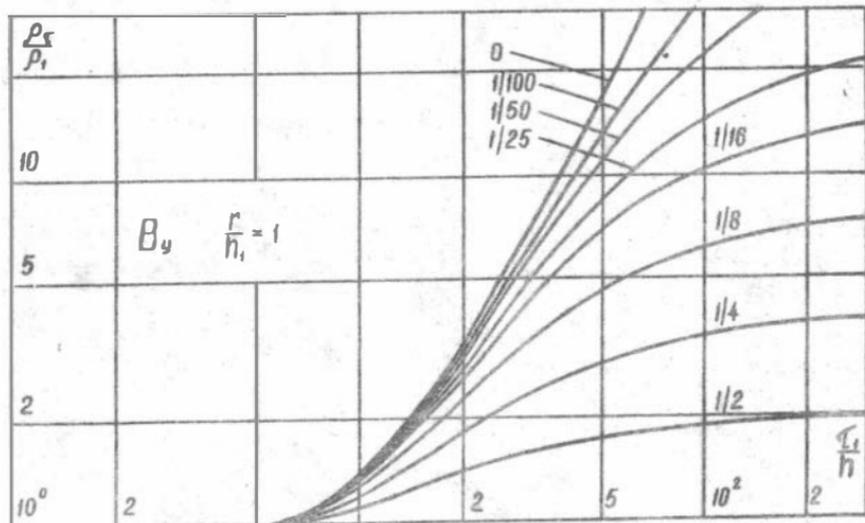


рис. 2

$$E_x(t) \approx \frac{P A_1}{2 \pi} \left[\frac{\sqrt{S_3}}{6 \sqrt{\epsilon}} \left(\frac{\gamma_1 M_0}{t} \right)^{3/2} - \frac{1}{16} \left(\frac{\gamma_1 M_0}{t} \right)^2 A_1 - \frac{2 A_2 + \epsilon^2 S_3^2}{40 \sqrt{\epsilon} S_3} \left(\frac{\gamma_1 M_0}{t} \right)^{5/2} \right] \quad (20)$$

Здесь $A_1 = h_1 (S_3 - 1) + h_2 (S_3 - S_2)$

$$A_2 = h_1^2 (1 - S_3) S_3 + 2 h_1 h_2 \frac{S_2 - S_3}{S_2} (2 S_2 S_3 - S_3) + h_2^2 (S_2 - S_3) S_3$$

h_1 и h_2 - соответственно мощности первого и второго пластов;

$$S_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} ; \quad S_3 = \frac{\gamma_3}{\gamma_1}$$

Если нижняя среда изолятор ($\gamma_3 = 0$), то

$$E_x(t) \approx \frac{P}{16 \pi} \left[\left(\frac{M_0}{t} \right)^2 S - 2 \left(\frac{M_0}{t} \right)^3 h_1 \left\{ (2S - S_1 + \nu_1 S_2) S - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{3} (\nu_1 S_2^2 + S_1^2 + 3S S_2) \right\} \right], \quad (21)$$

где $S = S_1 + S_2$; $S_1 = h_1 \gamma_1$; $S_2 = h_2 \gamma_2$;
 $\nu_1 = \frac{h_2}{h_1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ваньян Л.Д., Становление электромагнитного поля и его использование для решения задач структурной геологии. "Наука", 1966 г.

2. Кэуфман А.А., Морозов Г.М. Теоретические основы метода зондирований становлением поля в ближней зоне. "Наука", 1970 г.

3. Обухов Г.Г., Структурные электроразведочные исследования с близко расположенными приемными и питающими установками. Прикладная геофизика, № 58, 1970 г.

4. Фролов П.П., О становлении электромагнитного поля. Известия АН СССР, серия геофиз., № 7, 1963 г.

5. Шейнман С.М., Об установлении электромагнитных полей в земле. Прикладная геофизика, № 3, 1947 г.

М.М.Гольдман, А.А.Кауфман'

О ВЛИЯНИИ АНИЗОТРОПИИ В МЕТОДЕ СТАНОВЛЕНИЯ ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Развитие теории и методики зондирований становлением поля в ближней зоне в настоящее время связано, главным образом, с индуктивными способами возбуждения поля. Вместе с тем представляет интерес детальное изучение нестационарных полей эвземленных источников (электрический диполь, линия конечной длины, бесконечно длинный кабель и т.д.). На основе известных решений в статье приведены дополнительные, существенные для понимания поздней и ранней стадий становления данные о поле электрического диполя на поверхности проводящего анизотропного полупространства.

Выражения для компонент электрического поля при выключении имеют вид /2/:

$$E_x^{\text{вкл}} = \frac{\rho}{2\pi\gamma_c z^3} e_x ; E_y^{\text{вкл}} = \frac{\rho \sin 2\varphi}{4\pi\gamma_c z^3} e_y, \quad (1)$$

где

$$e_x = \Phi(u_c) - \frac{2}{\sqrt{\lambda}} u_c e^{-u_c^2} + [(1 - 3 \cos^2 \varphi) \Phi(u_r) + \\ + \frac{2}{\sqrt{\lambda}} u_r e^{-u_r^2} \cos^2 \varphi] - \Lambda [(1 - 3 \cos^2 \varphi) \Phi(u_n) + \frac{2}{\sqrt{\lambda}} u_n e^{-u_n^2} \cos^2 \varphi], \quad (2)$$

$$e_y = \frac{2}{\sqrt{\pi}} u_c e^{-u_c^2} - 3\varphi(u_c) - \Lambda \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} u_n e^{-u_n^2} - 3\varphi(u_n) \right]. \quad (3)$$

Здесь ρ - момент диполя; u и φ - соответственно радиус и эллипс точки измерения; Λ - коэффициент анизотропии

$\Lambda = \sqrt{\frac{\gamma_z}{\gamma_n}}$; γ_z и γ_n - продольная и поперечная проводимости среды.

Магнитные компоненты B_x , B_y и B_z на поверхности однородного полупространства не зависят от параметра анизотропии и, согласно [6]:

$$B_x^{\text{векл.}} = -\frac{\rho \mu_0 \sin 2\varphi}{4\pi r^2} b_x; \quad B_y^{\text{векл.}} = -\frac{\rho \mu_0}{4\pi r^2} b_y; \quad (4)$$

$$B_z^{\text{векл.}} = -\frac{\rho \mu_0 \sin \varphi}{4\pi r^2} b_z,$$

где

$$b_x = e^{-\frac{u_c^2}{2}} \left[I_0\left(\frac{u_c^2}{2}\right) + 2I_1\left(\frac{u_c^2}{2}\right) \right] - 1; \quad (5)$$

$$b_y = \left\{ \left[I_0\left(\frac{u_c^2}{2}\right) + 2I_1\left(\frac{u_c^2}{2}\right) \right] \cos 2\varphi - I_1\left(\frac{u_c^2}{2}\right) \right\} e^{-\frac{u_c^2}{2}} - \cos 2\varphi; \quad (6)$$

$$b_z = \frac{3}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-u_c^2}}{u_c} + \left(1 - \frac{3}{2u_c^2} \right) \varphi(u_c). \quad (7)$$

Здесь

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ н/м};$$

$$u_c = \frac{\pi \sqrt{2}}{\tau_c} r, \quad \tau_c = 2\pi \sqrt{\frac{2\varepsilon}{\gamma_c \mu_0}};$$

t - время;

$$\varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2} dz;$$

$I_0(x)$ и $I_1(x)$ - модифицированные функции Бесселя нулевого

$\Lambda - 1$

Таблица I

$\frac{\tau_1}{r}$	θ_x	θ_y		θ_z
		$\varphi=0$	$\varphi=\frac{\pi}{2}$	
$0,1131 \cdot 10^1$	$0,1000 \cdot 10^0$	$-0,7174 \cdot 10^0$	$0,4447 \cdot 10^0$	$0,9027 \cdot 10^0$
0,1345	0,9999	-0,6664	0,3499	0,8624
0,1600	0,9985	-0,6076	0,2453	0,8057
0,1903	0,9877	-0,5411	0,1367	0,7273
0,2263	0,9476	-0,4683	$0,3575 \cdot 10^{-1}$	0,6258
0,2691	0,8585	-0,3926	-0,4370	0,5081
0,3200	0,7225	-0,3187	-0,9330	0,3882
0,3805	0,5642	-0,2511	$-0,1140 \cdot 10^0$	0,2804
0,4525	0,4124	-0,1928	-0,1135	0,1931
0,5382	0,2858	-0,1450	-0,1009	0,1280
0,6400	0,1900	-0,1073	$-0,8343 \cdot 10^{-1}$	$0,8240 \cdot 10^{-1}$
0,7611	0,1225	$-0,7842 \cdot 10^{-1}$	-0,6579	0,5188
0,9051	$0,7715 \cdot 10^{-1}$	-0,5678	-0,5021	0,3215
$0,1076 \cdot 10^2$	0,4781	-0,4084	-0,3746	0,1969
0,1280	0,2928	-0,2923	-0,2751	0,1196
0,1522	0,1778	-0,2085	-0,1992	$0,7216 \cdot 10^{-2}$
0,1810	0,1073	-0,1483	-0,1439	0,4336
0,2153	$0,6447 \cdot 10^{-2}$	-0,1054	-0,1031	0,2583

Таблица 2

$\frac{z_c}{z}$	$\Lambda = 1,5$		
	e_x		e_y
	$\varphi = 0$	$\varphi = \pi/2$	
0,1131 10^1	0,1995 10^1	0,5003 10^0	0,1494 10^1
0,1345	0,1965	0,5027	0,1462
0,1600	0,1872	0,5117	0,1360
0,1903	0,1684	0,5283	0,1156
0,2263	0,1414	0,5383	0,8754 10^0
0,2691	0,1106	0,5182	0,5880
0,3200	0,8128 10^0	0,4587	0,3542
0,3805	0,5669	0,3720	0,1949
0,4525	0,3792	0,2794	0,9984 10^{-1}
0,5382	0,2458	0,1973	0,4846
0,6400	0,1556	0,1329	0,2260
0,7611	0,9673 10^{-1}	0,8650 10^{-1}	0,1023
0,9051	0,5939	0,5486	0,4533 10^{-2}
0,1076 10^2	0,3613	0,3415	0,1980
0,1280	0,2184	0,2098	0,8604 10^{-3}
0,1522	0,1313	0,1277	0,3679
0,1810	0,7875 10^{-2}	0,7718 10^{-2}	0,1565
0,2153	0,4709	0,4664	0,6511 10^{-4}

Таблица 3

$\frac{r_2}{z}$	$\Lambda = 2$		
	e_x		e_y
	$\psi = 0$	$\psi = \pi/2$	
0,1131 10^1	0,2884 10^1	0,1098 10^{-1}	0,2873 10^1
0,1345	0,2678	0,3901	0,2639
0,1600	0,2346	0,9760	0,2248
0,1903	0,1932	0,1842 10^0	0,1748
0,2263	0,1500	0,2721	0,1228
0,2691	0,1105	0,3249	0,7801 10^0
0,3200	0,7771 10^0	0,3253	0,4518
0,3805	0,5255	0,2836	0,2419
0,4525	0,3442	0,2225	0,1217
0,5382	0,2198	0,1615	0,5830 10^{-1}
0,6400	0,1377	0,1108	0,2695
0,7611	0,8507 10^{-1}	0,7294 10^{-1}	0,1213
0,9051	0,5198	0,4663	0,5351 10^{-2}
0,1076 10^2	0,3152	0,2919	0,2332
0,1280	0,1900	0,1800	0,1006
0,1522	0,1141	0,1098	0,4300 10^{-3}
0,1810	0,6833 10^{-2}	0,6650 10^{-2}	0,1830
0,2153	0,4083	0,4007	0,7630 10^{-4}

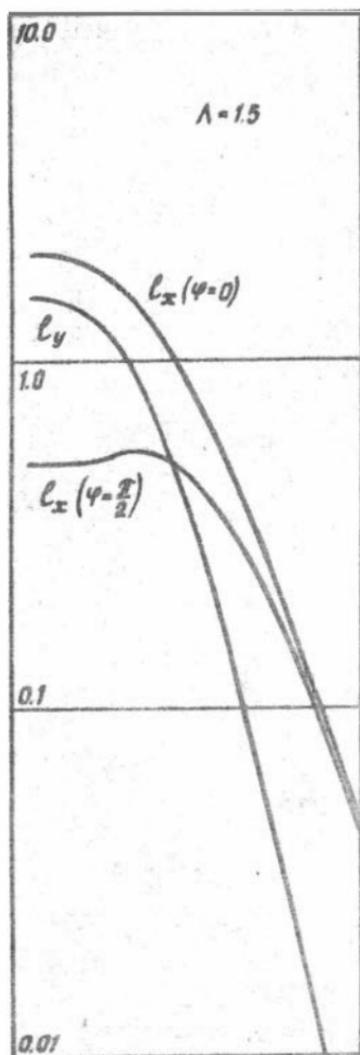


Рис. 1

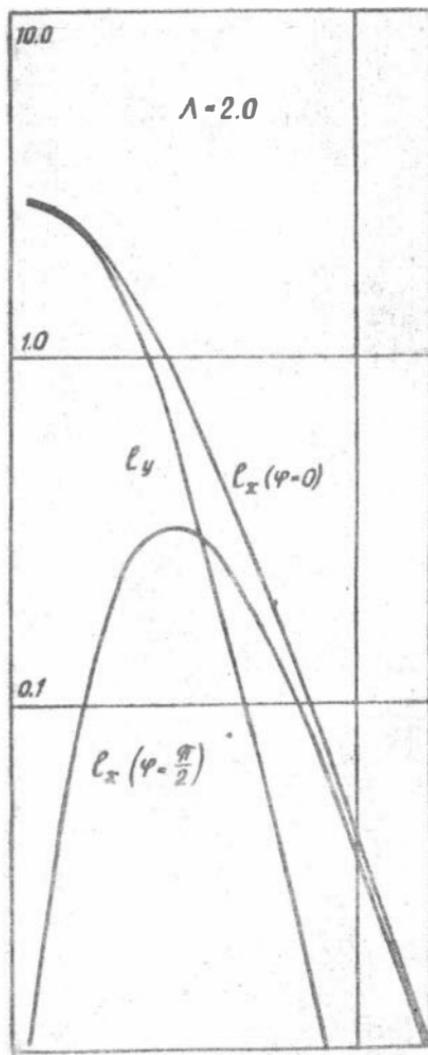


Рис. 2

в первого порядков.

В таблицах 1, 2, 3 приведены значения компонент поля как функций параметра $\frac{r}{z}$. Из рисунков 1, 2 видно, что на кривых сновления компоненты $e_x (\varphi = \frac{\pi}{2})$ имеется максимум, координаты которого зависят от коэффициента анизотропии. Эта особенность в поведении поля e_x может быть использована для оценки коэффициента анизотропии Λ .

Рассмотрим предельные случаи.

I. Пусть параметр $\frac{r}{z} \rightarrow 0$.

Используя асимптотические выражения для функций $\varphi(u)$, $I_0(u)$ и $I_1(u)$ при $u \rightarrow \infty$, имеем:

$$E_x^{\text{векл.}} = \frac{\rho}{2\pi\gamma_e r^3} [(2-\Lambda) - 3(1-\Lambda) \cos^2 \varphi], \quad \frac{r_e}{z} < 2 \quad (8)$$

$$E_y^{\text{векл.}} = \frac{3\rho}{4\pi\gamma_e r^3} (\Lambda - 1) \sin 2\varphi;$$

$$B_x^{\text{векл.}} = \frac{\rho\mu_0 \sin 2\varphi}{4\pi r^2} \left[1 - \frac{6t^{1/2}}{r(\pi\gamma_e\mu_0)^{1/2}} \right],$$

$$B_y^{\text{векл.}} = \frac{\rho\mu_0}{4\pi r^2} \left[\cos 2\varphi - \frac{2(3\cos 2\varphi - 1)t^{1/2}}{r\sqrt{\pi\gamma_e\mu_0}} \right], \quad \frac{r_e}{z} < 1 \quad (9)$$

$$B_z^{\text{векл.}} = \frac{\rho\mu_0 \sin 2\varphi}{4\pi r^2} \left[\frac{6t}{r^2\gamma_e\mu_0} - 1 \right], \quad \frac{r_e}{z} < 2.$$

Влияние электропроводности среды и расстояния до источника у магнитных компонент земного диполя в ранней стадии такое же, как в волновой зоне гармонического режима.

Электрические компоненты E_x и E_y , в отличие от волновой зоны, зависят от поперечного удельного сопротивления среды. Это можно объяснить следующим образом. В гармоническом режиме при $|k_e r| \gg 1$ горизонтальные компоненты имеют вид:

$$E_x \approx \frac{3\rho}{2\pi f_c z^3} (3 \cos^2 \varphi - 2); \quad E_y \approx \frac{3\rho}{4\pi f_c z^3} \sin 2\varphi, \quad (10)$$

а вертикальная компонента E_z (при $z > 0$) в волновой зоне экспоненциально затухает /1/:

$$E_z = \frac{3\rho x z}{2\pi f_c} \frac{\Lambda e^{i\kappa_n \sqrt{z^2 + \Lambda^2 z^2}}}{(z^2 + \Lambda^2 z^2)^{3/2}} \left[1 - i\kappa_n \sqrt{z^2 + \Lambda^2 z^2} - \frac{\kappa_n^2}{3} (z^2 + \Lambda^2 z^2) \right]. \quad (11)$$

Здесь κ_c и κ_n - волновые числа ($\kappa_c = \sqrt{4f_c \mu_0 \omega}$, $\kappa_n = \sqrt{4f_n \mu_0 \omega}$). Это существенное различие между компонентами приводит к тому, что в волновой зоне электрическое поле в земле практически поляризовано горизонтально /1/. Применяя преобразование Фурье к формуле (11), получаем:

$$E_z^{\text{вкл.}}(t) = \frac{3\rho x z \Lambda}{2\pi f_c R_A^3} \left[\Phi(U_n) - \frac{2}{iX} U_n e^{-U_n^2} \left(1 + \frac{2}{3} U_n^2 \right) \right], \quad (12)$$

где

$$U_n = \frac{R_A}{2} \sqrt{\frac{4\kappa_n \mu_0}{t}}; \quad R_A = \sqrt{z^2 + \Lambda^2 z^2}; \quad z > 0$$

В ранней стадии становления, при $U_n \gg 1$:

$$E_z^{\text{вкл.}} \approx \frac{3\rho x z \Lambda}{2\pi f_c R_A^3}. \quad (13)$$

Поэтому в этом случае нельзя пренебрегать вертикальной компонентой плотности тока.

В режиме включения:

$$\begin{aligned} E_x^{\text{вкл.}}(t) &\rightarrow \frac{\rho}{2\pi f_c z^3} (3 \cos^2 \varphi - 2), \\ E_y^{\text{вкл.}}(t) &\rightarrow \frac{3\rho}{4\pi f_c z^3} \sin 2\varphi, \quad \frac{z_c}{z} < 2 \\ E_z^{\text{вкл.}}(t) &\rightarrow 0, \quad (z > 0). \end{aligned} \quad (14)$$

Из сопоставления формул (I4) с (IO) и (II) видно, что при включении выражения для горизонтальных компонент в ранней стадии и в высокочастотной части спектра не отличаются друг от друга. Вертикальная компонента E_z в начальный момент равна нулю и электрическое поле не зависит от поперечного удельного сопротивления.

В момент включения заземленного диполя в формировании электрического поля участвуют как заряды диполя, так и токи, индуцируемые в среде. При этом в первый момент токи концентрируются вблизи источника, как и в случае волновой зоны гармонического диполя. Поэтому в режиме включения поведение электрических компонент в ранней стадии полностью соответствует случаю волновой зоны. В режиме выключения в формировании электрических компонент не участвуют заряды заземлений, и поведение электрических компонент отлично от волновой зоны гармонического диполя. Это различие в поведении компонент поля в ранней стадии при включении и выключении, в принципе, может быть использовано для определения коэффициента аннотропии Λ .

Согласно (8) и (I4)

$$\Lambda = 2 \left(\frac{E_z^{\text{вкл.}}}{E_z^{\text{вкл.}}} + 1 \right), \quad \text{при } \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad (\text{I5})$$

$$\Lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{E_x^{\text{вкл.}}}{E_x^{\text{вкл.}}} + 1 \right), \quad \text{при } \varphi = 0$$

$$\Lambda = \frac{E_y^{\text{вкл.}}}{E_y^{\text{вкл.}}} + 1, \quad \text{при } 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}. \quad (\text{I6})$$

II. Применяя разложение интеграла вероятности и модифицированных функций Бесселя по малому параметру

$$\mathcal{P}(u) \rightarrow \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(u - \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{10} \right);$$

$$I_0(u) \rightarrow 1 + \frac{u^2}{4} + \frac{u^4}{84}; \quad I_1 \rightarrow \frac{u}{2} + \frac{u^3}{16},$$

получаем приближенные формулы для компонент поля, когда параметр $\frac{z_c}{v}$ значительно больше единицы (большие времена, относительно небольшой предельная проводимость среды, малые расстояния от точки наблюдения до источника):

$$E_x = \frac{\rho}{2\sqrt{\pi}\sqrt{\lambda}} \frac{\kappa_c^{3/4} \mu_0^{3/4}}{t^{3/4}} \left[1 + \frac{1}{\lambda} \right];$$

$$E_y = \frac{\rho \sin 2\varphi}{320\sqrt{\pi}\sqrt{\lambda}} \frac{\kappa_c^{3/4} \mu_0^{3/4}}{t^{3/4}} \left[1 - \frac{1}{\lambda} \right];$$

$$\frac{z_c}{v} > 20; \quad (I7)$$

$$B_z = \frac{\rho \kappa_c^2 \mu_0^3 v^2}{1024\sqrt{\pi} t^2} \sin 2\varphi;$$

$$B_y = \frac{\rho \kappa_c \mu_0^2}{64\sqrt{\pi} t};$$

$$B_x = -\frac{\rho \kappa_c^{3/2} \mu_0^{3/2}}{60\sqrt{\pi}\sqrt{\lambda}} \frac{v}{t^{3/2}} \sin \varphi;$$

$$\frac{z_c}{v} > 16. \quad (I8)$$

Таким образом, электрическое поле в каждой точке, в основном, направлено вдоль оси диполя и является функцией параметра анизотропии. В отличие от электрического поля магнитного диполя компоненты E_x менее чувствительны к изменениям удельной проводимости среды.

В заключение приведем выражения для производных по времени от компонент магнитного поля:

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{2u_c^2}{\kappa_c \mu_0 v^2} \left\{ I_1\left(\frac{u_c^2}{2}\right) [u_c^2 + 4] - I_0\left(\frac{u_c^2}{2}\right) u_c^2 \right\} e^{-\frac{u_c^2}{2}};$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = -\frac{4u_c^2}{\kappa_c^2 \mu_0} \left\{ u_c^2 \left[I_0\left(\frac{u_c^2}{2}\right) - I_1\left(\frac{u_c^2}{2}\right) \right] \frac{\cos 2\varphi - 1}{2} + I_0\left(\frac{u_c^2}{2}\right) [1 - 2\cos 2\varphi] \right\} e^{-\frac{u_c^2}{2}};$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{4u_c^3}{\sqrt{\pi} \kappa_c^2 \mu_0^2 v^4} \left(\frac{3}{u_c^2} + 2 \right) e^{-u_c^2} - \frac{6}{\kappa_c \mu_0 v^2} \varphi(u_c).$$

$$(I9)$$

Таблица 4

τ_i	$\frac{\partial \delta_i}{\partial t}$	$\frac{\partial \delta_i}{\partial t}$		$\frac{\partial \delta_i}{\partial t}$
		$\psi = 0$	$\psi = \frac{\pi}{2}$	
0,1131 · 10 ¹	0,1214	0,8411 · 10 ¹	-0,1587 · 10 ²	-0,6000
0,1345	0,9759 · 10 ⁻¹	0,6903	-0,1261 · 10 ²	-0,5996
0,1600	0,7601	0,5587	-0,9616 · 10 ¹	-0,5948
0,1903	0,5575	0,4409	-0,6741	-0,5680
0,2263	0,3721	0,3335	-0,4107	-0,4962
0,2691	0,2214	0,2379	-0,2049	-0,3821
0,3200	0,1175	0,1588	-0,7627 · 10 ⁰	-0,2577
0,3805	0,5650 · 10 ⁰	0,9954 · 10 ⁰	-0,1346	-0,1547
0,4525	0,2506	0,5905	0,8928 · 10 ⁻¹	-0,8456 · 10 ⁰
0,5382	0,1045	0,3352	0,1261 · 10 ⁰	-0,4301
0,6400	0,4163 · 10 ⁻¹	0,1838	0,1006	-0,2074
0,7611	0,1603	0,9828 · 10 ⁻¹	0,6622 · 10 ⁻¹	-0,9620 · 10 ⁻¹
0,9051	0,6025 · 10 ⁻²	0,5156	0,3951	-0,4338
0,1076 · 10 ²	0,2225	0,2668	0,2223	-0,1917
0,1280	0,8112 · 10 ⁻³	0,1367	0,1205	-0,8346 · 10 ⁻²
0,1522	0,2931	0,6956 · 10 ⁻²	0,6370 · 10 ⁻²	-0,3599
0,1810	0,1053	0,3521	0,3311	-0,1540
0,2153	0,3763 · 10 ⁻⁴	0,1776	0,1701	-0,6584 · 10 ⁻³

В таблице 4 приведены значения $\frac{\partial B_x}{\partial t}$, $\frac{\partial B_y}{\partial t}$ и $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ в зависимости от $\frac{r}{z}$ ($\mu_0 \mu_0 z^2 = 1$).

Согласно (9) и (18), имеем

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{3\rho}{2\pi\mu_0 z^4} \sin \varphi, \quad \text{при } \frac{r}{z} < 2;$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = -\frac{3\rho\mu_0}{4\pi z^4 (\pi\mu_0 t)^{1/2}} \sin 2\varphi, \quad \text{при } \frac{r}{z} < 1; \quad (20)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = -\frac{\rho\mu_0}{4\pi z^3} \frac{3\cos 2\varphi - 1}{\sqrt{\pi\mu_0 t}};$$

и

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = -\frac{\rho\mu_0 \mu_0^3 z^2}{542\pi t^3} \sin 2\varphi; \quad \text{при } \frac{r}{z} > 16. \quad (21)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = -\frac{\rho\mu_0 \mu_0^2}{64\pi t^2};$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\rho\mu_0^{3/2} \mu_0^{5/2} z}{40\pi\sqrt{\pi} t^{3/2}} \sin \varphi.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Веняня Л.Д., Основы электромагнитных зондирований. Москва, изд-во "Недра", 1965 г.
2. Давыдов В.М., Дмитриев В.И., К обоснованию новой модификации метода становления, использующей скорость установления электрического поля зевемленного диполя. Разведочная геофизика, № 42, 1970.
3. Заборовский А.И., Переменные электромагнитные поля в электроразведке. Изд-во МГУ, 1960.
4. Кауфман А.А., Морозова Г.М., Теоретические основы метода зондирований становлением поля в ближней зоне. Изд-во "Наука", 1970.

5. Четяев Д.Н., О поле низкочастотного электрического диполя, лежащего на поверхности однородного анизотропного проводящего полупространства. ИТФ, т. XXII, № II, 1962.

6. Шейнман С.М., Об установлении электромагнитных полей в Земле. Прикладная геофизика, вып. 3. Гостоптехиздат, 1947.

А.А.Кауфман, А.М.Кеганский

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ В СРЕДАХ С ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ РАЗДЕЛА

В работе рассмотрено поле горизонтального магнитного диполя в изотропной среде с одной и двумя горизонтальными поверхностями раздела в экваториальной плоскости на оси перпендикулярной напластованию, что в известной мере, соответствует условиям измерения в скважинах.

§ I. Магнитное поле в среде с одной горизонтальной поверхностью раздела

Поместим диполь в начало координат и направим момент \vec{M} диполя вдоль оси x :

$$\vec{M} = M_0 e^{-i\omega t} \vec{x}_0 \quad (I.1)$$

Здесь $M_0 = JnS$ (J - сила тока, n и S - число витков и площадь). Уравнения поля принимают вид:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= i\omega \mu \vec{H} & \text{rot } \vec{H} &= \delta \vec{E} \\ \text{div } \vec{E} &= 0 & \text{div } \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (I.2)$$

Положим

$$\vec{E} = i\omega \mu \text{rot } \vec{\Pi} \quad (I.3)$$

и, подставляя (I.3) в (I.1), имеем:

$$\vec{H} = k^2 \vec{\Pi} - \text{grad } u$$

Принимая $u = -\text{div } \vec{\Pi}$, получаем для потенциала уравнение

$$\nabla^2 \vec{\Pi} + k^2 \vec{\Pi} = 0 \quad (\text{I.4})$$

Здесь $k^2 = i\omega\mu\omega$. Связь между потенциалами и полем определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= i\omega\mu \text{rot } \vec{\Pi} \\ \vec{H} &= k^2 \vec{\Pi} + \text{grad } \text{div } \vec{\Pi} \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

Будем искать решение для поля, полагая компоненту $\Pi_y = 0$
Согласно (I.5)

$$E_x = i\omega\mu \frac{\partial \Pi_z}{\partial y} \quad E_y = i\omega\mu \left(\frac{\partial \Pi_x}{\partial z} - \frac{\partial \Pi_z}{\partial x} \right) \quad E_z = -i\omega\mu \frac{\partial \Pi_x}{\partial y}$$

и

$$\begin{aligned} H_x &= k^2 \Pi_x + \frac{\partial}{\partial x} \text{div } \vec{\Pi} \\ H_y &= \frac{\partial}{\partial y} \text{div } \vec{\Pi} \\ H_z &= k^2 \Pi_z + \frac{\partial}{\partial z} \text{div } \vec{\Pi} \end{aligned} \quad (\text{I.6})$$

Для непрерывности тангенциальных компонент поля на поверхности раздела $z = h$ достаточно обеспечить непрерывность величин Π_z , $\partial \Pi_x / \partial z$, $k^2 \Pi_x$ и $\text{div } \vec{\Pi}$. Таким образом, для компонент вектор-потенциала получаем две группы условий

$$\begin{aligned} k_1^2 \Pi_{1x} &= k_2^2 \Pi_{2x} \\ \frac{\partial \Pi_{1x}}{\partial z} &= \frac{\partial \Pi_{2x}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{I.7})$$

и

$$\begin{aligned} \Pi_{1z} &= \Pi_{2z} \\ \text{div } \vec{\Pi}_1 &= \text{div } \vec{\Pi}_2 \end{aligned} \quad (\text{I.8})$$

Первичное поле динполя в однородной среде имеет только одну компоненту

$$\Pi_{1x}^{(0)} = \frac{M}{4\sqrt{v}} \frac{e^{i k_1 R}}{R}$$

или

$$\Pi_{1x}^{(0)} = \frac{M}{4\sqrt{v}} \int_0^{\infty} \frac{m}{m_1} e^{-m_1 |z|} J_0(mr) dm$$

где $m_1 = \sqrt{m^2 - k_1^2}$. Поэтому компоненту Π_x представим в виде:

$$\Pi_{1x} = \frac{M}{4\sqrt{v}} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{m}{m_1} e^{-m_1 |z|} + A_m e^{m_1 z} \right\} J_0(mr) dm$$

$$\Pi_{2x} = \frac{M}{4\sqrt{v}} \int_0^{\infty} B_m e^{-m_2 z} J_0(mr) dm \quad (I.9)$$

Здесь $m_2 = \sqrt{m^2 - k_2^2}$. Из граничных условий при $z=h$ имеем:

$$\begin{aligned} \frac{m}{m_1} e^{-m_1 h} + A_m e^{m_1 h} &= s B_m e^{-m_2 h} \\ -m e^{-m_1 h} + m_1 A_m e^{m_1 h} &= -m_2 B_m e^{-m_2 h} \end{aligned}$$

Отсюда

$$A_m = \frac{m}{m_1} \frac{s m_1 - m_2}{s m_1 + m_2} e^{-2 m_1 h}$$

$$B_m = \frac{2 m}{s m_1 + m_2} e^{(m_1 - m_2) h} \quad (I.10)$$

где $s = \frac{\delta_2}{\delta_1}$ и

$$\Pi_{1x} = \Pi_{0x} + \frac{M}{4\sqrt{v}} \int_0^{\infty} \frac{m}{m_1} \frac{s m_1 - m_2}{s m_1 + m_2} e^{-2 m_1 h + m_1 z} J_0(mr) dm$$

$$\Pi_{2x} = \frac{M}{4\sqrt{v}} \int_0^{\infty} \frac{2 m}{s m_1 + m_2} e^{(m_1 - m_2) h - m_2 z} J_0(mr) dm \quad (I.11)$$

Из непрерывности $\text{div } \vec{\Pi}$ следует, что

$$\frac{\partial}{\partial x} (\Pi_{1x} - \Pi_{2x}) = \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_{2z} - \Pi_{1z})$$

Так как

$$\frac{\partial \Pi_x}{\partial z} = \frac{\partial \Pi_x}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = \cos \varphi \int_0^{\infty} F(m) e^{\pm m z} J_1(m r) dm$$

то для выполнения условия непрерывности $\text{div } \vec{\Pi}$, решение для Π_z представим в виде:

$$\Pi_{1z} = \cos \varphi \int_0^{\infty} C_m e^{m z} J_1(m r) dm$$

$$\Pi_{2z} = \cos \varphi \int_0^{\infty} D_m e^{-m z} J_1(m r) dm$$

Согласно (I.8) имеем:

$$\begin{aligned} C_m e^{m_1 h} &= D_m e^{-m_2 h} \\ (s-1) m B_m e^{-m_2 h} &= m_2 D_m e^{-m_2 h} + m_1 C_m e^{m_1 h} \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

и решая систему (I.12), находим:

$$C_m = \frac{(s-1) m}{m_1 + m_2} B_m e^{-(m_1 + m_2) h} \quad (\text{I.13})$$

$$D_m = \frac{(s-1) m}{m_1 + m_2} B_m$$

Итак,

$$\Pi_{1z} = \cos \varphi \int_0^{\infty} \frac{(s-1) m}{m_1 + m_2} B_m e^{-(m_1 + m_2) h + m z} J_1(m r) dm$$

$$\Pi_{2z} = \cos \varphi \int_0^{\infty} \frac{(s-1) m}{m_1 + m_2} B_m e^{-m z} J_1(m r) dm \quad (\text{I.14})$$

Магнитное поле в оси z имеет только компоненту H_x ,

для которой, согласно (I.6) и (I.14) имеем:

$$h_{1x} = h_0 - \int_0^{\infty} \phi_1(m) e^{mz} d(mz)$$

$$h_{2x} = - \int_0^{\infty} \phi_2(m) e^{-mz} d(mz) \quad (I.15)$$

Здесь h_x - магнитное поле, выраженное в единицах поля в воздухе:

$$h_x = \frac{H_x}{H_0} \quad ; \quad \text{где } H_0 = -\frac{M}{4\pi z^3} \quad (z - \text{длина зонда}),$$

$$h_0 = e^{ikz} (1 - ikz - k^2 z^2)$$

$$\phi_1 = \left(k_1^2 z^2 - \frac{m^2 z^2}{2} \right) \frac{m}{m_1} \frac{S m_1 - m_2}{S m_1 + m_2} e^{-2m_1 h} +$$

$$+ m^2 z^2 \frac{m^3 (S-1) e^{-2m_1 h}}{m_1 (S m_1 + m_2) (m_1 + m_2)}$$

$$\phi_2 = \left(k_2^2 z^2 - \frac{m^2 z^2}{2} \frac{m_1 + S m_2}{m_1 + m_2} \right) \frac{2m}{S m_1 + m_2} e^{-(m_1 - m_2) h} \quad (I.16)$$

Рассмотрим поведение поля в низкочастотной части спектра, когда длина волны в обеих средах превышает расстояние от диполя до границы и длину зонда. При получении асимптотических формул поступим следующим образом: на интервале интегрирования выделим две участка: внутренний ($0 < mz \leq m_0 z \ll 1$) и внешний ($m \geq m_0$). На внешнем участке радиансы m_1 и m_2 могут быть разложены в ряд по степеням k_1^2/m_1^2 и k_2^2/m_2^2 . Поэтому интеграл на внешнем участке представляется в виде ряда только с четными степенями k . На внутреннем участке экспоненты разлагаются в ряды ($m_0 z \ll 1$) и интеграл на этом участке может быть сведен к сумме табличных интегралов, представление которых в виде рядов по степеням k не вызывает трудностей. В отличие от интеграла на внешнем участке, эти ряды могут со-

держат нечётные степени k и логарифмические члены. Так, например, поле в среде, где расположен источник, может быть представлено в виде:

$$\operatorname{Re} h_{ix} = 1 + a_1 \left(\frac{z}{\delta_1} \right)^3$$

$$\operatorname{Im} h_{ix} = b_1 \left(\frac{z}{\delta_1} \right)^2 + a_1 \left(\frac{z}{\delta_1} \right)^3 \quad \left(\frac{z}{\delta_1} \ll 1, \frac{z}{\delta_2} \ll 1 \right) \quad (\text{I.17})$$

Здесь $\delta_1 = \sqrt{2/\delta_0 \mu \omega}$; $\delta_2 = \sqrt{2/\delta_0 \mu \omega}$ и

$$a_1 = \frac{2}{s^2 - 1} \left\{ \frac{4}{3} s^2 - \frac{4}{3} s\sqrt{s} - \frac{1}{5} s^2 \sqrt{s} + \frac{1}{5} s + \frac{2}{15} s^2 \sqrt{s} - \frac{2}{15} + \right.$$

$$\left. + \frac{s^2}{2\sqrt{s+1}} (l_1 - l_2) \right\}$$

$$b_1 = - \left\{ 1 + \frac{1}{4} \frac{s-1}{s+1} (s+5) \frac{z}{2k-z} \right\} \quad (\text{I.18})$$

где

$$l_1 = l_n \frac{\sqrt{s+1} - 1}{\sqrt{s+1} + 1} \quad l_2 = l_n \frac{\sqrt{s+1} - \sqrt{s}}{\sqrt{s+1} + \sqrt{s}}$$

Теперь обратимся к высокочастотной части спектра и для получения асимптотических формул воспользуемся значениями интегралов при $|kz| \rightarrow \infty$:

$$\int_0^{\infty} e^{-\Lambda k} \Lambda^n d\Lambda \approx A(n) (kz)^{\frac{n+1}{2}} e^{-kz}, \quad \Lambda_k = \sqrt{k^2 + z^2} \quad (\text{I.19})$$

Здесь $A(n)$ — функция от n , которая для первых трех значений n равна 1, $\sqrt{\pi/2}$ и 2.

Отметим, что интегралы типа (I.19) при нечётных n сводятся к элементарным функциям, а для чётных значений n выражаются через модифицированные функции Бесселя $K_n(kz)$.

После элементарных преобразований для поля в первой среде имеем:

$$k_1 \approx k_0 - k_1^2 z^2 \frac{\sqrt{\epsilon} - 1}{\sqrt{\epsilon} + 1} \frac{1}{2\alpha - 1} e^{ik_1 z (2\alpha - 1)} \approx k_0 \quad (\text{I.20})$$

$$\left(\alpha = \frac{1}{2} > 1 \right)$$

Как и следовало ожидать, в результате скин-эффекта, поле становится таким же как в однородной среде с проводимостью δ_1 . Но, если диполь или точка, где измеряется поле, находится на поверхности раздела, то независимо от частоты, поле зависит от электропроводности второй среды. Согласно (I.20)

$$k_1 \approx -k_1^2 z^2 \frac{2\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\epsilon} + 1} e^{ik_1 z} \quad (\alpha = 1) \quad (\text{I.21})$$

В заключение отметим одну интересную особенность в распределении токов, когда удельная проводимость среды, где расположен диполь, равна нулю. В этом случае, как нетрудно показать, в проводящей среде индуцированные токи не имеют вертикальной компоненты, распределены симметрично относительно плоскости $y \bar{z}$ и токовые линии не пересекают эту плоскость.

§ 2. Магнитное поле горизонтального диполя в пластах ограниченной мощности

Поместим магнитный диполь внутри пласта. Тогда, согласно результатам, полученным в § I, выражение для компонент потенциала имеет вид:

$$\Pi_{1x} = \frac{M}{4\sqrt{\pi}} \int_0^\infty D_1 e^{m_1 z} J_0(m_1 z) dm$$

$$\Pi_{1z} = \frac{M}{4\sqrt{\pi}} \cos \varphi \int_0^\infty F_1 e^{m_1 z} J_1(m_1 z) dm \quad (z < -h_2)$$

$$\Pi_{2x} = \frac{M}{4\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left[\frac{m}{m_2} e^{-m_2 |z|} + D_2 e^{m_2 z} + D_3 e^{-m_2 z} \right] J_0(m_2 z) dm$$

$$\Pi_{2z} = \frac{M}{4\pi} \cos \varphi \int_0^{\infty} [F_2 e^{m_1 z} + F_3 e^{-m_2 z}] J_1(mz) dm \quad (-h_2 < z < h_1)$$

$$\Pi_{3x} = \frac{M}{4\pi} \int_0^{\infty} D_4 e^{-m_1 z} J_0(mz) dm$$

$$\Pi_{3z} = \frac{M}{4\pi} \cos \varphi \int_0^{\infty} F_4 e^{-m_1 z} J_1(mz) dm \quad (z > h_1) \quad (2.1)$$

Из системы граничных условий при $z = h_1$ и $z = -h_2$, поступая аналогично выкладкам § I, находим коэффициенты $D_1, -D_4, F_1 - F_4$.

Приведем выражение для горизонтальной компоненты поля на оси z в случае симметричного расположения зонда относительно границ пласта

$$h_x = h_{0x} - \int_0^{\infty} \left[\left(\frac{\bar{m}^2}{2} - k_1^2 z^2 \right) \bar{K}_{12} (C_1 + C_2) + \frac{\bar{m}^2 \bar{m}_2}{2(\bar{m}_1 + \bar{m}_2) d_2} (1-s)(1-\bar{R}_{12})(C_3 + C_4) \right] \frac{\bar{m}_1}{\bar{m}_2 d_1} e^{-\alpha \bar{m} z} d\bar{m} \quad (2.2)$$

$$\text{где } C_1 = 1 - \bar{R}_{12} e^{(\alpha-1)\bar{m} z} \quad C_2 = 1 - \bar{K}_{12} e^{(\alpha+1)\bar{m} z}$$

$$C_3 = C_1 + \bar{K}_{12} C_2 e^{(\alpha-1)\bar{m} z} \quad C_4 = C_2 + \bar{K}_{12} C_1 e^{(\alpha+1)\bar{m} z}$$

$$d_1 = 1 - \bar{K}_{12}^2 e^{2\alpha \bar{m} z} \quad d_2 = 1 - \bar{K}_{12}^2 e^{2\alpha \bar{m} z}$$

$$\bar{R}_{12} = \frac{S m_1 - m_2}{S m_1 + m_2} \quad \bar{K}_{12} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \quad \bar{m} = m z \quad \alpha = \frac{H}{z}$$

Аналогично выводится формула для поля, когда длина зонда больше мощности пласта, и датчики зонда расположены по обе стороны от границ пласта

$$h_x = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\bar{m}_1^2}{2} s - k_z^2 z^2 + \frac{\bar{m}_1^2 \bar{m}_2^2}{2(\bar{m}_1 + \bar{m}_2)^2} (s-1)^2 (1 - e^{-2\alpha \bar{m}_2}) \right\} \times \quad (2.3)$$

$$\times \frac{4 \bar{m}_1 \bar{m}_2}{(s \bar{m}_1 + \bar{m}_2)^2} d_1 e^{-(\alpha \bar{m}_2 + (1-\alpha) \bar{m}_1)} d\bar{m} \quad (\alpha \leq 1)$$

Поскольку в выражениях для поля (2.2-2.3) отсутствуют быстро осциллирующие множители, то численное интегрирование не вызывает серьезных трудностей и может быть выполнено с использованием схемы Гаусса.

При симметричном положении датчиков зонда относительно границ пласти поле определяется тремя параметрами: $\rho = \frac{z}{\delta_n}$, $s = \frac{\delta_n}{\delta_0}$ и $\alpha = \frac{H}{z}$. Здесь z - длине зонда, H - мощность пласти, δ_n - толщина скин-слоя в пласте и s - отношение удельных проводимостей пласти и вмещающей среды.

Расчёты были выполнены для следующих значений параметров:

$$\alpha = \frac{1}{16}; \frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 1; 2; 2 \dots 16$$

$$s = \frac{1}{128}; \frac{1}{64} \dots 64; 128$$

$$\delta_n = 0,15 \cdot 10^{-2}; 0,15 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \dots 6,4$$

и результаты представлены в виде амплитудных и фазовых частотных характеристик поля. Кроме того были рассчитаны функции δ_k , где

$$\frac{\delta_k}{\delta_n} = \frac{A}{A_0} \quad (2.4)$$

(A и A_0 - соответственно амплитуды вторичного поля в пласте и однородной среде с удельной проводимостью δ_n).

Анализ магнитного поля начнем с области относительно низких частот, когда $\rho = \frac{z}{\delta_n} \rightarrow 0$, и зонд расположен внутри пласти.

Для получения низкочастотной асимптотики воспользуемся

методикой, описанной в § I. Выражения для активной и реактивной компонент вторичного поля имеют вид:

$$\operatorname{Re} h_x = \frac{4}{3} \left(\frac{z}{\delta_0} \right)^3$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} h_x = & - \left(\frac{z}{\delta_n} \right)^2 \left\{ 1 - 2 \frac{s-1}{s+1} \int_0^{\infty} \frac{1 - \frac{s-1}{s+1} e^{-\alpha m} \operatorname{ch} m}{1 - \left(\frac{s-1}{s+1} \right)^2 e^{-2\alpha m}} e^{-\alpha m} dm \right. \\ & \left. + \frac{1-s}{2\alpha s} \right\} + \frac{4}{3} \left(\frac{z}{\delta_0} \right)^3 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Существенно, что реактивная компонента поля в низкочастотной части спектра совпадает с реактивной компонентой поля в однородной среде с удельной проводимостью χ_0 . Аналогичный результат получается и при возбуждении поля вертикальным магнитным диполем. Это означает, что поверхностные заряды, возникающие на границах между пластом и вмещающей средой, в области достаточно низких частот влияют только на активную компоненту поля. Поэтому можно ожидать, что в поздней стадии становления поле не зависит от ориентации магнитного диполя.

Представим активную компоненту $\operatorname{Im} h_x$ в виде суммы двух слагаемых:

$$\operatorname{Im} h_x = h_x^{(1)} + h_x^{(2)}$$

где

$$h_x^{(1)} = - \left(\frac{z}{\delta_n} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{2\alpha} \right) - \left(\frac{z}{\delta_0} \right)^2 \frac{1}{2\alpha}$$

и

$$h_x^{(2)} = \left(\frac{z}{\delta_n} \right)^2 \cdot 2F(\beta, \alpha) \quad (2.6)$$

Здесь

$$F(\beta, \alpha) = \beta \int_0^{\infty} \frac{1 - \beta e^{-\alpha m} \operatorname{ch} m}{1 - \beta^2 e^{-2\alpha m}} e^{-\alpha m} dm \quad (2.7)$$

и

$$\beta = \frac{s-1}{s+1}; \quad -1 < \beta < 1$$

С точностью до знака поле $h_x^{(1)}$ совпадает с вертикальной компонентой h_z вертикального магнитного диполя в области малого параметра и состоит из двух частей, каждая из которых зависит только от удельной проводимости одной среды. Поэтому можно ввести понятие геометрических факторов. Согласно (2.6), положим

$$Q_n(\alpha) = 1 - \frac{1}{2\alpha} \quad Q_g(\alpha) = \frac{1}{2\alpha} \quad Q_n(\alpha) + Q_g(\alpha) = 1$$

$$h_x^{(1)} = -\frac{\mu\omega^2}{2} [\delta_n Q_n(\alpha) + \delta_g Q_g(\alpha)] \quad (2.8)$$

Выражение для геометрических факторов такое же как и при возбуждении поля вертикальным магнитным диполем.

Во второе слагаемое $h_x^{(2)}$ входит функция $F(\beta, \alpha)$, которая зависит от отношения проводимостей сред, точнее от параметра β . Появление этой части поля можно объяснить следующим образом. Под действием первичного электрического поля диполя в воздухе в среде возникают токи и поверхностные заряды, плотность которых

$$\sigma(a) = \frac{1}{2\pi} \frac{s-1}{s+1} E_n^{cp}(a) \quad (2.9)$$

где $E_n^{cp}(a)$ - значение нормальной компоненты поля, созданной первичным полем, и полем всех индуцированных зарядов за исключением заряда в точке a . В рассматриваемом приближении поле электрических зарядов, так же, как и первичное поле, прямо пропорционально частоте. Представим (2.5) в виде:

$$J_m h_x = -\frac{\mu\omega^2}{2} [\delta_n Q_n^*(\alpha, s) + \delta_g Q_g(\alpha)] \quad (2.10)$$

Здесь $Q_n^*(\alpha, s) = 1 - \frac{1}{2\alpha} - 2F(\beta, \alpha)$

Практически, при $s > 10$ и $s < 0,1$, функция $F(\beta, \alpha)$ не за-

висит от S .

Если удельное сопротивление пласта больше удельного сопротивления вмещающей среды ($S < 1$), то электрическое поле зарядов увеличивает электрическое поле внутри пласта и относительное влияние пласта возрастает. В более проводящем пласте электрическое поле зарядов ослабляет первичное поле и при определенных условиях функция Q_n^* может обратиться в нуль и изменить знак.

В табл. I приведены значения функций $Q_n^* + \frac{1}{S} Q_0$ и $F(\beta, \alpha)$. Функция $F(\beta, \alpha)$ выражается через гипергеометрический ряд ${}_2F_1(a, b, c; z)$:

$$F(\beta, \alpha) = \frac{\beta}{2} \left\{ \frac{1}{\beta \alpha} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - \frac{\beta}{2\alpha+1} {}_2F_1\left(1, 1+\frac{1}{2\alpha}, 2+\frac{1}{2\alpha}; \beta^2\right) - \frac{\beta}{2\alpha-1} {}_2F_1\left(1, 1-\frac{1}{2\alpha}, 2-\frac{1}{2\alpha}; \beta^2\right) \right\} \quad (2.11)$$

В частном случае, когда длина зонда равна мощности пласта ($\alpha = -1$), $F(\beta, \alpha)$ выражается через элементарные функции

$$F(\beta, \alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{S^2-1} \ln S \quad (2.12)$$

для активной компоненты поля h_x имеем:

$$J_m h_x = - \left(\frac{z}{\delta_n} \right)^2 \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{2}{S^2-1} \ln S \right\} - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\delta_n} \right)^2$$

При больших значениях α функция $F(\beta, \alpha)$ убывает обратно пропорционально α :

$$F(\beta, \alpha) \approx \frac{1}{\alpha} \ln \frac{2S}{S+1} \quad (\alpha \gg 1) \quad (2.13)$$

и величина $Q_n^*(\alpha, S)$ остается положительной при всех S . Нетрудно показать, что при $S \rightarrow 0$ (удельное сопротивление пласта возрастает), поле $h_x^{(2)}$ стремится к нулю.

Асимптотическое выражение для поля, когда пласт расположен внутри зонда, выводится аналогично

Таблица I.

$\alpha \backslash S$	2		4		8		16	
	$F(\beta, \alpha)$	$Q_n^* + \frac{Q_e}{S}$						
$\frac{1}{128}$	$-.203_{10^1}$	$.368_{10^2}$	$-.103_{10^1}$	$.189_{10^2}$	$-.520$	$.998_{10^1}$	$-.260$	$.549_{10^1}$
$\frac{1}{32}$	$-.142_{10^1}$	$.116_{10^2}$	$-.703$	$.628_{10^1}$	$-.351$	$.364_{10^1}$	$-.175$	$.232_{10^1}$
$\frac{1}{8}$	$-.763$	$.428_{10^1}$	$-.377$	$.263_{10^1}$	$-.188$	$.181_{10^1}$	$-.940_{10^{-1}}$	$.141_{10^1}$
$\frac{1}{2}$	$-.205$	$.166_{10^1}$	$-.102$	$.133_{10^1}$	$-.507_{10^{-1}}$	$.116_{10^1}$	$-.253_{10^{-1}}$	$.108_{10^1}$
2	$.142$	$.591$	$.717_{10^{-1}}$	$.794$	$.359_{10^{-1}}$	$.897$	$.180_{10^{-1}}$	$.948$
8	$.277$	$.288$	$.142$	$.606$	$.718_{10^{-1}}$	$.802$	$.359_{10^{-1}}$	$.901$
32	$.314$	$.129$	$.164$	$.552$	$.825_{10^{-1}}$	$.774$	$.414_{10^{-1}}$	$.887$
128	$.324$	$.105$	$.169$	$.538$	$.854_{10^{-1}}$	$.767$	$.428_{10^{-1}}$	$.883$

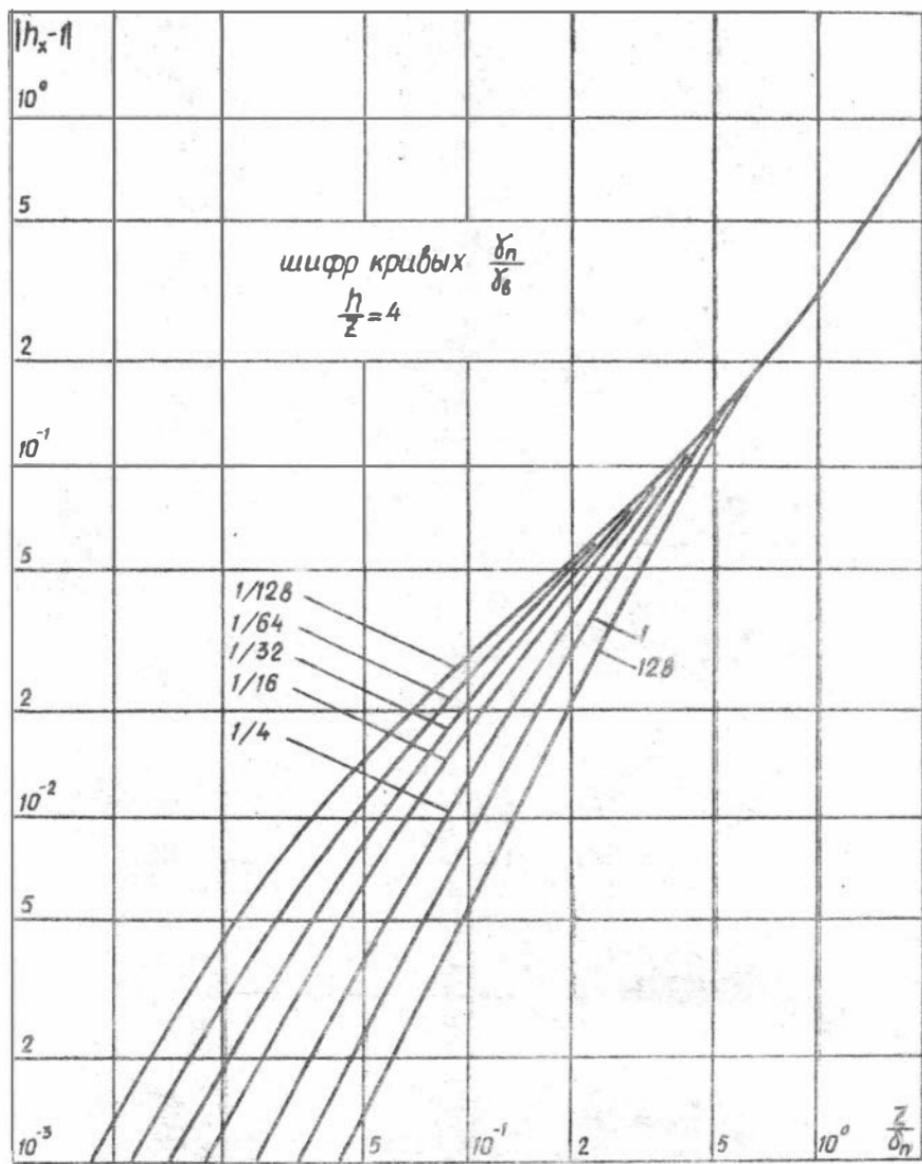


Рис. 1а

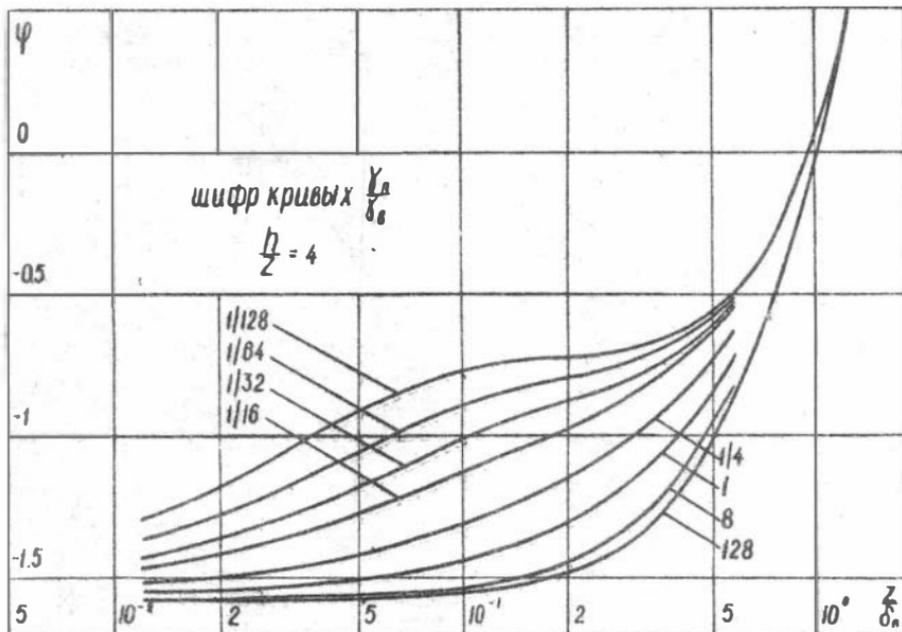


рис. 1б

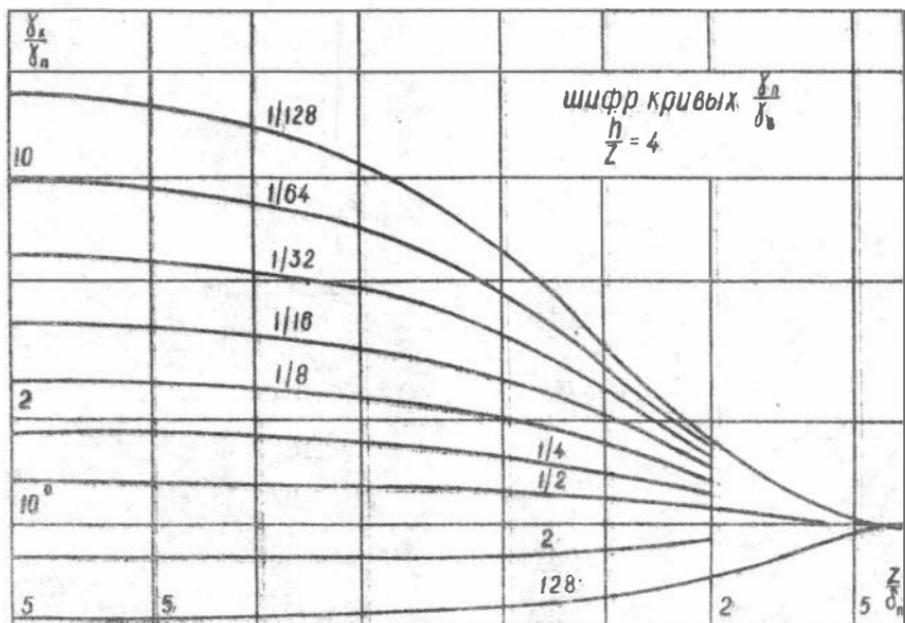


рис. 2

$$Im h_x = -\left(\frac{z}{\delta_n}\right)^2 \left\{ \frac{4}{(\delta+1)^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-m} dm}{1 - \left(\frac{\delta-1}{\delta+1}\right)^2 e^{-2\alpha m}} - \frac{\alpha}{2} \right\} - \left(\frac{z}{\delta_0}\right)^2 \frac{\alpha}{2} \quad (2.14)$$

$$Re h_x = \frac{4}{3} \left(\frac{z}{\delta_0}\right)^3 \quad (\alpha \leq 1)$$

Здесь интеграл также выражается через гипергеометрическую функцию.

Теперь рассмотрим другой предельный случай, когда параметры $|k_n z| \gg 1$ и $|k_e z| \gg 1$. По существу, вывод асимптотических формул такой же, как в § I. Появление в данном случае в знаменателе подинтегральной функции членов вида $1 - \bar{k}_{12} e^{-2\alpha m}$ не усложняет вывода, так как отличие этих членов от единицы дает экспоненциально малую поправку к получаемым асимптотикам. Так, при $\alpha = 1$ имеем

$$h \approx -\left(\frac{2}{\sqrt{5}+1}\right)^2 k_n^2 z^2 e^{ik_n z} \quad (2.15)$$

На рис. 1-2 приведены примеры амплитудных и фазовых кривых, а также кривые кажущейся проводимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коуфман А.А., Теория индукционного короткого. Изд-во "Наука", 1965.
2. Коуфман А.А., Морозова Г.М., Теоретические основы методов зондирования стеновложенной поля в ближней зоне. Изд-во "Наука", 1970.
3. Ваньян Л.Л., Основы электромагнитных зондирований. Москва, изд-во "Недра", 1965.

ПРОВОДЯЩИЙ СФЕРОИД В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Теория индуктивной рудной электроразведки в значительной мере развивалась на основе анализа электромагнитных полей, представление о которых было получено из решения известных задач о дифракции на шаре и круговом цилиндре, помещенных в однородную проводящую среду. Среди этих задач наиболее простыми являются задачи, в которых первичное поле однородное, и окружающая шар и цилиндр среда обладает бесконечно большим удельным сопротивлением. Как известно, поле проводящего шара в воздухе эквивалентно точечному магнитному диполю, а поле кругового цилиндра — линейному диполю. В обоих случаях моменты диполей определяются интенсивностью первичного однородного магнитного поля и параметрами проводника. Но при переходе к телам более сложной формы, например, к сфероидам, решение не удается получить в виде, удобном для расчета. Это объясняется следующим образом. Уравнение Гельмгольца допускает в сфероидальной системе координат разделение переменных, в результате получается два обыкновенных дифференциальных уравнения второго порядка, решения которых являются присоединенные функции Лежандра. Аргумент каждой функции Лежандра зависит от волнового числа соответствующей области. Поэтому эти функции для внутренней и внешней областей сфероида неортогональны между собой. При обеспечении непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на поверхности сфероида возникает равенство сумм, описывающих поле в каждой области. Так как функции, входящие в это равенство не ортогональны, то из равенства сумм не следует равенство амплитуд соответствующих сфероидальных гармоник, иными словами, не происходит расщепления на системы из двух уравнений с двумя неизвестными, как это имеет место в задачах с шаром и круговым цилиндром. Для определения этих коэффициентов необходимо представить сфероидальные функции в одной области в виде ряда по собственным функциям другой области. Эта операция приводит к бесконечной системе с бесконечным числом неизвестных, алгоритмы решения для которых, в общем случае, не разработаны.

Более перспективным является решение систем интегральных уравнений. При осевой симметрии задача сводится к системе двух интегральных уравнений относительно тангенциальных компонент поля по образующей сфероида [3]. Методика решения систем интегральных уравнений, расчет функций Грина, выделение особенностей - все это выходит за пределы круга вопросов, рассматриваемых в статье. В качестве примера на рис. 1 приведены амплитудные и фазовые частотные характеристики поля. Шифр кривых - величина отношения осей сфероида $\frac{a}{b}$. Как видно из рис. 1 в области низких частот, когда длина волны значительно больше горизонтальной оси сфероида, поле прямо пропорционально частоте и удельной проводимости. Выражение для поля в низкочастотной части спектра может быть получено следующим образом. Первичное магнитное поле, направленное вдоль оси z , индуцирует вихревое электрическое поле, которое имеет только компоненту $E_{\varphi} = \frac{i\omega\mu z}{2} H_0$. На оси сфероида электрическое поле равно нулю и растёт по мере удаления от центра. Такое поле может быть создано в ограниченной области круговой петлей больших размеров, центр которой лежит на оси z . Поскольку первичное электрическое поле нигде не пересекает поверхность раздела, то на ней нет зарядов, и единственным источником поля являются вихревые токи в проводнике. Если пренебречь взаимодействием между токами (низкие частоты, большое удельное сопротивление среды), то плотность токов оказывается прямо пропорциональной частоте и удельной проводимости. Применяя закон Био-Савара и интегрируя по сечению сфероида, получаем выражение для низкочастотной части спектра поля в виде двойного интеграла [1].

Теперь рассмотрим другой крайний случай, когда длина волны значительно меньше осей сфероида. В результате скин-эффекта ток концентрируется на поверхности, и внутри проводника поле стремится к нулю. Поэтому на поверхности сфероида тангенциальная компонента электрического поля стремится к нулю, и задача определения поля в воздухе сводится к решению уравнения $\Delta E_{\varphi} - \epsilon_0 = 0$ с условием $E_{\varphi} = 0$ на поверхности проводника. Нетрудно показать, что решение этой задачи может быть записано в виде [2]:

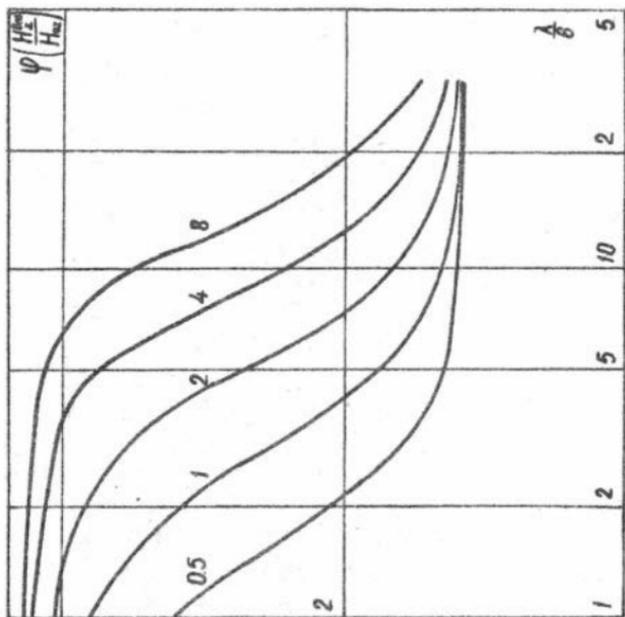
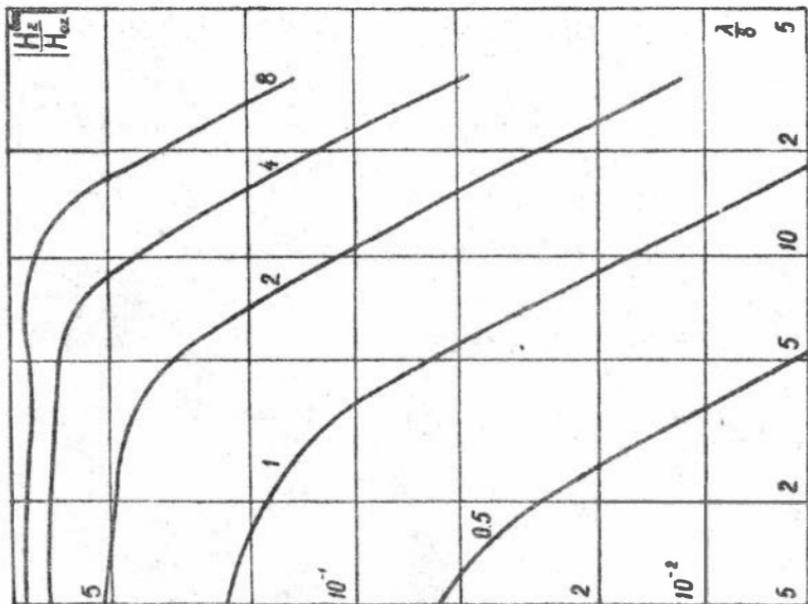


рис. 1

$$E_{\varphi}^a = -E_{\varphi}^0 \frac{\operatorname{arctg} \eta - \frac{\eta}{1+\eta^2}}{\operatorname{arctg} \eta_0 - \frac{\eta_0}{1+\eta_0^2}}, \quad \eta > \eta_0;$$

здесь ξ и η - сфероидальные координаты, связанные с цилиндрическими соотношениями:

$$z = c \xi \eta; \quad r = c (1 + \eta^2)^{1/2} (1 - \xi^2)^{1/2};$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}, \quad \text{где } a = c (1 + \eta_0^2)^{1/2};$$

$b = c \eta_0$; a, b - соответственно большая и малая оси сфероида. В области высоких частот поле перестает зависеть от частоты и проводимости и сдвинуто по фазе на 180° относительно первичного поля.

Применяя условие Леонтовича, можно получить высокочастотную асимптотику, справедливую в более широком спектре частот. В этом случае граничное условие на поверхности имеет вид

$$\frac{E_{\varphi}}{H_{\eta}} = \sqrt{-\frac{i\omega\mu}{\gamma}}$$

Л и т е р а т у р а

1. А.А. Кауфман. Теория индуцированного вихревого тока. Изд. "Наука", 1965.
2. Дж.А. Страттон. Теория электромагнетизма. ОГИИЗ, 1948.
3. И.А. Табаровский. Построение интегральных уравнений для задач дифракции методом взаимных источников. Новосибирск, 1971.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

А.А.Кауфман, М.М.Гольдман. Нестационарное поле электрического диполя в ближней зоне.	3
М.М.Гольдман, А.А.Кауфман. О влиянии анизотропии в методе становления поля в ближней зоне.	14
А.А.Кауфман, А.М.Каганский. Электромагнитное поле горизонтального магнитного диполя в средах с горизонтальными поверхностями раздела.	27
В.С.Кривоуцкий. Проводящий сфероид в однородном магнитном поле.	43

Отв. редактор А.А. КАУФМАН

Подписано к печати 2. XII. 1971г.	МН 15243
Бумага 60x84/16. Печ. л. 3.0	Уч.-изд. л. 2.7
Тираж 300. Заказ 524	Цена 19 коп.
