

На правах рукописи

Бадертдинова Елена Радитовна

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ  
НЕФТЕГАЗОВОЙ ГИДРОМЕХАНИКИ И РАЗРАБОТКИ  
МЕСТОРОЖДЕНИЙ С ТРУДНОИЗВЛЕКАЕМЫМИ ЗАПАСАМИ  
УГЛЕВОДОРОДОВ**

Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени

доктора технических наук

Москва – 2015

## Оглавление

Введение.....	5
....	
Глава 1 Анализ методов определения фильтрационно-емкостных свойств нефтегазоносных пластов.....	17
1.1 Гидродинамические методы исследования нефтяных скважин и пластов.....	18
1.2 Температурные измерения в скважинах .....	31
1.3 Постановки обратных задач и методы их решения .....	34
Глава 2 Гидродинамические методы исследования вертикальных скважин, пересеченных трещиной ГРП .....	48
2.1 Постановка задачи фильтрации к вертикальной скважине с трещиной ГРП .....	48
2.2 Результаты математического моделирования .....	51
2.3 Численное решение задачи нестационарной фильтрации к вертикальной скважине, пересеченной трещиной ГРП .....	59
2.4 Результаты расчетов .....	60
2.5 Определение параметров трещины и пласта .....	67
2.6 Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин.....	75
.....	
Глава 3 Решение обратных коэффициентных задач для многослойных нефтяных пластов при стационарной фильтрации и нестационарной фильтрации .....	81
3.1 Задача определения поля давления для многослойных пластов..	81
3.2 Определение коэффициента гидропроводности многослойного нефтяного пласта.....	87
3.3 Формулы теории возмущений при стационарной фильтрации для многослойных пластов .....	91
3.4 Результаты численных расчетов на модельных задачах.....	96

3.5	Результаты интерпретации гидродинамических исследований скважин 1405, 2046 .....	105
3.6	Задача об определении поля давления для многослойных пластов при нестационарной фильтрации .....	110
3.7	Постановка и метод решения обратных коэффициентных задач для многослойных нефтяных пластов при нестационарной фильтрации....	113
3.8	Вывод формул теории возмущений для многослойного нефтяного пласта при нестационарной фильтрации .....	115
3.9	Численные расчеты .....	120
3.10	Результаты расчетов по скважине 1182 .....	127
Глава 4 Термогидродинамические методы исследования вертикальных скважин и пластов .....		
		131
4.1	Неизотермическая фильтрация жидкости к вертикальной скважине с учетом влияния ствола.....	131
4.2	Исследование влияния ствола скважины на изменения температуры на забое.....	134
4.3	Анализ влияния теплофизических параметров пласта на изменения забойной температуры.....	137
4.4	Оценка теплофизических и фильтрационных параметров пласта по кривым температурных измерений.....	142
4.5	Интерпретация результатов термодинамических исследований ..	144
4.6	Термогидродинамические исследования слоистых пластов .....	149
4.7	Исследование термодинамических процессов в системе «вертикальная скважина - многопластовый объект» .....	153
4.8	Определение фильтрационных и теплофизических свойств многопластового объекта .....	159
4.9	Исследование скважины № 2046 .....	163
Глава 5 Термогидродинамические методы исследования горизонтальных скважин.....		
		167
5.1	Термогидродинамические процессы в нефтяном пласте и стволе горизонтальной скважины.....	167
5.2	Анализ термогидродинамических процессов в нефтяном пласте, вскрытом горизонтальной скважиной .....	169

5.3	Определение коллекторских свойств пласта по результатам измерений температуры в стволе горизонтальной скважины.....	175
5.4	Интерпретация результатов термогидродинамических исследований ГС №№ 1947, 18326 .....	179
	Заключение .....	192
	Список литературы .....	193

## **Введение**

**Актуальность темы.** В настоящее время в разработку широко вовлекаются трудноизвлекаемые запасы углеводородов, приуроченные к низкопроницаемым, неоднородным и расчлененным коллекторам. Повышение эффективности выработки трудноизвлекаемых запасов в значительной степени зависит от оперативного регулирования системы разработки на основе сведений о фильтрационных и теплофизических свойствах нефтяного пласта.

Проблемы, связанные с интерпретацией геолого-промысловой информации, приводят к некорректным, в смысле Адамара, математическим задачам. Численное решение таких задач требует разработки специальных методов. Одним из эффективных подходов к решению таких задач является предложенный А.Н. Тихоновым принцип сужения класса возможных решений, учитывающий априорную информацию об искомом объекте. Отличительной чертой обратных задач нефтегазовой гидромеханики, связанных с исследованием математических моделей реальных процессов фильтрации в нефтяных пластах, является то, что характер дополнительной информации определяется возможностями промыслового эксперимента. Проведение и обработка результатов термогидродинамических исследований при разработке месторождений с трудноизвлекаемыми запасами углеводородов, как правило, сопряжены со значительными трудностями. К ним относятся: механизированность фонда добывающих скважин, затрудняющая доставку глубинных измерительных приборов на забои скважин; низкие дебиты, приводящие к малой информативности дебитометрических исследований; термодинамические процессы, сопровождающиеся небольшими изменениями температуры; большая продолжительность гидродинамических исследований, затрудняющая использование классических методов интерпретации кривых восстановления давления.

Основная информация о теплофизических свойствах горных пород поступает из экспериментов, проводимых в лабораторных условиях, которые имеют высокую точность измерений. Однако различие лабораторных условий проведения эксперимента и естественных условий горных пород в массиве ограничивает, а в ряде случаев и исключает использование лабораторных измерений для практических целей. Развитие технологий глубинных измерений, которая используется при проведении промысловых экспериментов, дало возможность для существенного расширения информации о происходящих термобарических процессах в нефтяных пластах. В связи с этим возникает необходимость создания новых математических моделей «пласт-скважина» и методов решения обратных задач подземной гидромеханики.

**Цель работы** заключается в следующем:

Создание и развитие термогидродинамических методов исследования скважин при разработке месторождений с трудноизвлекаемыми запасами углеводородов на основе обобщения результатов теоретических и промысловых исследований.

**Основные задачи исследования:**

- Выявление основных закономерностей проявления термогидродинамических эффектов в системе «пласт-скважина» при нестационарной неизотермической фильтрации пластового флюида;
- создание математической модели, описывающей термогидродинамические процессы в системе «пласт-горизонтальная скважина»;
- создание математической модели, описывающей термогидродинамические процессы в системе «слоистый пласт-вертикальная скважина»;

- разработка методов интерпретации результатов гидродинамических и термогидродинамических исследований скважин;
- создание эффективного метода представления трещины гидроразрыва в численных моделях фильтрации, позволяющего решать обратные задачи в системе «нефтяной пласт-скважина- трещина гидроразрыва».

**Научная новизна работы** состоит в обосновании и экспериментальном подтверждении эффективности предложенных математических моделей и методов решения обратных задач, связанных с разработкой месторождений с трудноизвлекаемыми запасами углеводородов. В рамках развиваемого подхода:

- создана математическая модель для описания термогидродинамических процессов в системе «пласт-горизонтальная скважина»;
- поставлена и решена обратная задача по определению фильтрационных параметров неоднородного нефтяного пласта по изменениям температуры, снятых одновременно несколькими глубинными измерительными автономными приборами, установленными в различных участках ствола горизонтальной скважины;
- создана математическая модель, описывающая термогидродинамические процессы в системе «слоистый пласт-вертикальная скважина»;
- поставлена и решена обратная задача по определению фильтрационных параметров слоистого пласта по изменениям температуры, снятых глубинным прибором;
- создан метод для определения фильтрационных параметров многослойных пластов при одновременно отдельной эксплуатации по информации, поступающей в процессе разработки;

- предложен эффективный метод представления трещины гидроразрыва в численной модели фильтрации; поставлена и решена обратная задача по определению параметров пласта и трещины по результатам нестационарных гидродинамических исследований скважин (ГДИС).

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается использованием хорошо апробированных исходных математических моделей фильтрации, разработкой численных алгоритмов на базе развитых общетеоретических концепций, касающихся некорректных задач, проведением тестовых расчетов, а также сопоставлением результатов расчетов с промысловыми данными.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Результаты исследований термогидродинамических процессов в системах «пласт - скважина», которые позволяют выявить особенности притока флюида к стволу скважины в неоднородных нефтяных пластах
2. Математическая модель для описания процессов тепломассопереноса в нефтяном пласте и в стволе горизонтальной скважины.
3. Метод интерпретации кривых изменения температур, снятых одновременно несколькими глубинными измерительными автономными приборами, установленными в различных участках ствола горизонтальной скважины.
4. Математическая модель для описания термогидродинамических процессов в слоистом нефтяном пласте и в стволе вертикальной скважины.
5. Метод интерпретации кривой изменения температуры, снятой в стволе вертикальной скважины, вскрывающей слоистый нефтяной пласт.
6. Метод для определения фильтрационных параметров многослойных пластов при одновременно раздельной эксплуатации по информации, поступающей в процессе разработки.

7. Метод представления трещины гидроразрыва пласта при математическом моделировании фильтрационных процессов, позволяющий эффективно решать задачи интерпретации нестационарных гидродинамических исследований вертикальных скважин с трещиной гидроразрыва.

**Практическая значимость и реализация результатов** определяется возможностью успешного применения разработанных в диссертации математических моделей и методов решения практических задач связанных с разработкой месторождений с трудноизвлекаемыми запасами углеводородов.

1. Разработан метод на основе теории некорректных задач для интерпретации кривых изменения температуры, снятых одновременно несколькими глубинными измерительными автономными приборами, установленными в различных участках ствола горизонтальной скважины. Он позволяет оценить фильтрационные параметры пласта и строить профиль притока вдоль ствола горизонтальной скважины.

2. Разработан метод оценки фильтрационных свойств многослойных пластов по результатам гидродинамических исследований вертикальных скважин на стационарных и нестационарных режимах фильтрации.

3. Создан метод для интерпретации кривых изменения забойной температуры, снятых в вертикальных скважинах, которые позволяют оценить фильтрационные и теплофизические свойства пласта.

4. Разработан метод интерпретации результатов нестационарных гидродинамических исследований скважин с трещиной гидроразрыва пласта. Он позволяет определять коэффициент проницаемости пласта, пластовое давление, длину и проводимость трещины.

Разработанные в диссертации вычислительные алгоритмы могут быть использованы в задачах, связанных с анализом разработки нефтегазовых

месторождений, а также при создании автоматизированной системы управления процессами разработки пласта.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на отчетных научно-технических конференциях КНИТУ (г. Казань, 1996-2012 г.); на научном семинаре лаборатории подземной гидродинамики и на итоговых научных конференциях Казанского научного центра РАН (г. Казань, 1996-2012 г.), на Международной научно-практической конференции «Новые технологии в нефтегазодобыче» (г. Баку, 2010 г.), на Всероссийской школе-конференции молодых исследователей и V Всероссийской конференции, посвященной памяти академика А. Ф. Сидорова (Абрау-Дюрсо, 2010 г.), на VIII Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы развития нефтегазового комплекса России», посвященной 80-летию РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина (г. Москва, 2010 г.), на VIII Всероссийской конференции «Сеточные методы для краевых задач и приложения», посвященной 80-летию со дня рождения А.Д. Ляшко (г. Казань, 2010 г.), на научно-практической конференции, посвященной 60- летию образования ОАО «Татнефть» (г. Альметьевск, 2010 г.), на 1-м Российском нефтяном конгрессе (г. Москва, 2011 г.), на Десятой Международной конференции «Сеточные методы для краевых задач и приложения» (г. Казань, 2014 г.).

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Объем работы (включая 26 таблиц, 113 рисунков) – 209 страниц.

### **Публикации**

По материалам диссертации опубликовано 32 печатные работы, в том числе одна монография, 14 статей в изданиях, рекомендованных ВАК.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются основные задачи исследования. Раскрывается научная новизна и практическая ценность. Кратко излагается основное содержание работы по главам.

**В первой главе** проводится анализ существующих методов определения фильтрационных и теплофизических параметров месторождений углеводородов. Рассматриваются особенности численных методов решения условно-корректных задач, возникающие при решении этих задач.

**Во второй главе** рассматривается фильтрация к вертикальной скважине с трещиной гидравлического разрыва пласта (ГРП) конечной проводимости. Предлагается численный метод решения обратной задачи по определению фильтрационных свойств пласта и параметров трещины. Начальной информацией при решении этой задачи являются результаты нестационарных гидродинамических исследований вертикальных скважин, пересеченных трещиной гидроразрыва. Анализируются результаты расчетов.

**Третья глава** посвящена решению обратных коэффициентных задач для многослойных нефтяных пластов на основе теории некорректных задач при стационарной и нестационарной однофазной фильтрации. Предложенный численный метод решения обратных коэффициентных задач применяется для решения модельных и реальных задач.

**В четвертой главе** строятся математические модели термогидродинамических процессов фильтрации к вертикальной скважине. Даются постановки обратных задач. Предлагаются вычислительные алгоритмы для численного решения обратных задач. В качестве исходной информации используются результаты термогидродинамических

исследований вертикальных скважин.

**В пятой главе** строится математическая модель термогидродинамических процессов фильтрации к горизонтальной скважине. Предложенная модель апробируется на модельных задачах. Дается постановка обратной задачи и численный метод решения по определению фильтрационных параметров неоднородного нефтяного пласта по кривым изменения температуры, снятых одновременно несколькими глубинными измерительными приборами, установленными в различных участках горизонтальной скважины.

### **Основные результаты диссертации опубликованы в работах:**

#### Монография

1. Хайруллин М.Х., Хисамов Р.С., Шамсиев М.Н., Бадертдинова Е. Р. Гидродинамические методы исследования вертикальных скважин с трещиной гидроразрыва пласта. Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований. – 2012. – 84 с.

Научные статьи, опубликованные в изданиях, рекомендованных ВАК

2. Бадертдинова Е. Р. Гидродинамические исследования горизонтальных скважин, вскрывших слоистые пласты. / Фархуллин Р.Г., Хисамов Р.С., Хайруллин М. Х., Шамсиев М.Н., Морозов П.Е., Бадертдинова Е. Р. //Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений, изд-во ВНИИОЭНГ. – Москва. – 2005. – №12. –С. 50-52

3. Бадертдинова Е. Р. Оценивание коллекторских свойств слоистых систем при нестационарной фильтрации. / Бадертдинова Е. Р. //Вестник Казанского технологического университета. – 2006. – №4. – С. 224-230.

4. Бадертдинова Е. Р. Оценка эффективности гидравлического разрыва пласта на основе гидродинамических исследований вертикальных скважин. / Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Морозов П.Е., Хисамов Р.С.,

Бадертдинова Е. Р., Салимьянов И.Т. // Нефтяное хозяйство. – 2009. – №7. – С. 54-56.

5. Бадертдинова Е. Р. Термогидродинамические исследования вертикальных нефтяных скважин. / Хисамов Р.С., Фархуллин Р.Г., Ханнанов М.Г., Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Бадертдинова Е. Р.// Нефтяное хозяйство. – 2010. – №9 – С.76-78

6. Бадертдинова Е. Р. Интерпретация результатов термогидродинамических исследований горизонтальных скважин. / Хисамов Р.С., Султанов А.С., Фархуллин Р.Г., Назимов Н.А., Ханнанов М.Т., Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Бадертдинова Е. Р.// Нефтяное хозяйство. – 2011. – № 10. – С. 103-105.

7. Бадертдинова Е. Р. Термогидродинамические исследования вертикальных нефтяных скважин. / Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Бадертдинова Е. Р. // ТВТ. – 2011. – том 49. – № 5.

8. Бадертдинова Е. Р. Прогнозирование газогидратных образований в трубопроводах. / Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Морозов П.Е., Абдуллин А.И., Бадертдинова Е. Р. // Газовая промышленность. – 2011. – № 2. – С. 38-39.

9. Бадертдинова Е. Р. Определение фильтрационно-емкостных параметров пласта и трещины гидравлического разрыва, полученной на основе технологии с использованием проппанта с полимерным покрытием. / Бадертдинова Е. Р., Харлампида Х.Э., Салимьянов И.Т. // Вестник Казанского технологического университета. – 2011. – № 2. – С.71-79.

10. Бадертдинова Е. Р. Определение фильтрационно-емкостных параметров пласта и трещины по результатам нестационарных гидродинамических исследований. / Бадертдинова Е. Р., Салимьянов И.Т. // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2011. – №3. – С. 62 – 67.

11. Бадертдинова Е. Р. Численное решение коэффициентной обратной задачи нестационарной фильтрации к скважине, пересеченной трещиной

гидравлического разрыва. / Шамсиев М.Н., Хайруллин М.Х., Салимьянов И.Т. Бадертдинова Е.Р.// ПМТФ. – 2012. – Т.53. – №3.

12. Бадертдинова Е. Р. Термогидродинамические исследования горизонтальных нефтяных скважин. / Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Абдуллин А.И., Бадертдинова Е. Р. // ТВТ. – 2012. – Т.50. – №6.

13. Бадертдинова Е. Р. Оценка фильтрационных и теплофизических параметров нефтяного пласта по результатам измерений температуры на забое скважины. / Шамсиев М.Н., Бадертдинова Е. Р.// Измерительная техника. – 2012. – №3. – С. 45-47.

14. Бадертдинова Е. Р. Термогидродинамические исследования вертикальных скважин, эксплуатирующих многопластовые залежи. / Хисамов Р.С., Фархуллин Р.Г., Хайруллин М.Х., Бадертдинова Е. Р., Шамсиев М.Н., Гадильшина В. Р. // Нефтяное хозяйство. – 2013. – № 9. – С. 28-30.

15. Бадертдинова Е. Р. Интерпретация результатов термогидродинамических исследований вертикальных скважин, эксплуатирующих многопластовые залежи. / Хайруллин М. Х., Шамсиев М. Н., Бадертдинова Е. Р., Абдуллин А. И. // ТВТ. – 2014. – № 4.

16. Бадертдинова Е. Р. Моделирование гидродинамического взаимодействия пласта и трещины гидравлического разрыва / М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, Е. Р. Бадертдинова, И. Т. Салимьянов, В. Р. Гадильшина // Вестник Казанского технологического университета. – 2015. – Т. 18. № 1. – С. 326-328.

17. Бадертдинова, Е. Р. Определение фильтрационных и теплофизических параметров слоистого пласта по результатам термогидродинамических и гидродинамических исследований вертикальных скважин на основе теории регуляризации / Е. Р. Бадертдинова // Вестник Казанского технологического университета. – 2015. – Т. 18., №5. – С. 194-198.

## Работы, опубликованные в других изданиях

18. Бадертдинова Е. Р., Хайруллин М.Х. Определение фильтрационных параметров слоистого пласта по данным нестационарного притока жидкости к скважине. Инженерно-физический журнал. Том 79, №3, 2006 г.

19. Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Бадертдинова Е. Р. Интерпретация результатов гидродинамических исследований горизонтальных скважин, вскрывших слоистые пласты (TestHW). Свидетельство №2011613498 об официальной регистрации программы для ЭВМ. – РОСПАТЕНТ. Заявка № 2011611898 от 24 марта 2011 г. – Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 5 мая 2011.

## Опубликованные доклады

20. E.R. Badertdinova, M.Kh. Khairullin Determination of filtration parameters of stratified reservoir by the method of regularization//. Abstracts international conference Modern approaches to flows in porous media. Moscow.1999.P1-P4.

21. Бадертдинова Е. Р. Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин / Р.С. Хисамов, Н.А. Назимов, Р.Г. Фархуллин, М. Т. Ханнанов, Е. Р. Бадертдинова, И. Т. Салимьянов, М. Х. Хайруллин // Сборник докладов научно-практической конференции, посвященной 60-летию образования ОАО «Татнефть». – Альметьевск. – 2010. – С. 85- 97.

22. Бадертдинова Е. Р. Численное решение обратной задачи фильтрации в пласте, содержащем трещину гидроразрыва / Е.Р. Бадертдинова, И.Т. Салимьянов // Материалы VIII Всероссийской конференции, посвященной 80-летию со дня рождения А.Д. Ляшко, «Сеточные методы для краевых задач и приложения». – Казань: Казан. ун-т. – 2010. – С. 105- 109.

23. Хайруллин М.Х., Бадертдинова Е. Р., Шамсиев М.Н., Салимьянов И.Т. Численное решение обратной задачи фильтрации жидкости к вертикальной скважине с трещиной гидравлического разрыва пласта. Труды

VIII школы-семинара молодых ученых и специалистов академика РАН В.Е. Алемасова. – Казань: Издательство Казанского государственного энергетического университета. 2012.

24. Бадертдинова Е. Р. Термогидродинамические методы исследования скважин, вскрывших слоистые пласты, на основе теории регуляризации / Е. Р. Бадертдинова // Материалы Десятой Международной конференции «Сеточные методы для краевых задач и приложения». – Казань: Казан. ун-т – 2014. – С. 97-102.

## **Глава 1 Анализ методов определения фильтрационно-емкостных свойств нефтегазоносных пластов**

В последние годы в нефтегазодобывающей промышленности РФ происходит переход к активной разработке трудноизвлекаемых запасов углеводородов. Поэтому создание и совершенствование методов определения фильтрационно-емкостных и теплофизических свойств нефтегазоносных пластов является одной из важнейших задач по разработке месторождений природных углеводородов. На современном этапе можно выделить следующие направления исследований по определению фильтрационно-емкостных и теплофизических свойств нефтегазоносных пластов. Одно из направлений основано на применении геофизических исследований и исследований керна. Фильтрационные и теплофизические свойства пласта, определяемые этими методами, характеризуют участок, непосредственно прилегающий к стволу скважины [27, 41, 48]. Другое направление – гидродинамические и термогидродинамические методы исследования нефтяных и газовых скважин, которые дают возможность получать по промысловым данным важные параметры пласта, на основании которых проектируются процессы технологии добычи, составляются схемы и проекты разработки и проводятся анализы разработки месторождений [18, 31, 32, 56, 66, 78, 97, 121, 125, 126].

Фильтрационные и теплофизические свойства, полученные этими методами, могут различаться. Так, например, фильтрационные и теплофизические свойства пласта, полученные по данным геофизических и лабораторных исследований, характеризуют участок, непосредственно прилегающий к стволу скважины. Они позволяют изучать послойное распределение этих параметров по толщине пласта [27, 41, 48]. На определение проницаемости по керну сказывается также изменение термодинамических условий (отбор и вынос керна на поверхность), что приводит к изменению физических свойств породы. Например, при подъеме

керна с глубин более 2000 м пористость образцов, как уже было отмечено в п.1.1., может возрастать до 6%, а проницаемость до 50% от их значений в пластовых условиях [41].

Гидродинамические и термогидродинамические методы позволяют оценивать фильтрационно-емкостные, теплофизические параметры, характеризующие значительную зону исследуемого пласта. Эти методы основываются на графоаналитическом или численном решении обратных задач для дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих процесс фильтрации [77, 82, 104, 105, 113, 122].

### **1.1 Гидродинамические методы исследования нефтяных скважин и пластов**

Исследование скважин в процессе эксплуатации включает в себя различные виды исследований, начиная с простых технологических замеров дебитов, уровней, давлений до исследований на стационарных и нестационарных режимах фильтрации. Далее приводится обзор гидродинамических методов исследований.

Метод установившихся отборов. Исследования методом установившихся отборов проводится с целью контроля продуктивности скважин, изучения влияния режима работы скважины на ее продуктивность и оценки фильтрационных характеристик пласта.

Коэффициент продуктивности вычисляется по формуле [26]

$$\eta = \frac{Q}{P_{\text{пл}} - P_3},$$

где  $Q$  – дебит скважины,  $P_{\text{пл}}$ ,  $P_3$  – соответственно пластовое и забойное давление и оценка по нему коэффициента гидропроводности. Метод установившихся отборов развивался в работах К. С. Басниева, В. И. Щурова, И. Д. Амелина, М. Н. Базлова, А. Бана, А. Ф. Блинова, Р. Н. Дияшева и др. [16, 21, 23, 50, 72, 77, 113, 121]

Исследование скважин методом установившихся отборов основано на ступенчатом последовательном и неоднократном изменении давления на забое исследуемой скважины и получении при установившемся забойном давлении стабильного дебита. Полученная при этом зависимость «дебит – забойное давление» называется индикаторной диаграммой.

В случае линейной фильтрации вид индикаторной диаграммы приведен на рис.1.1.

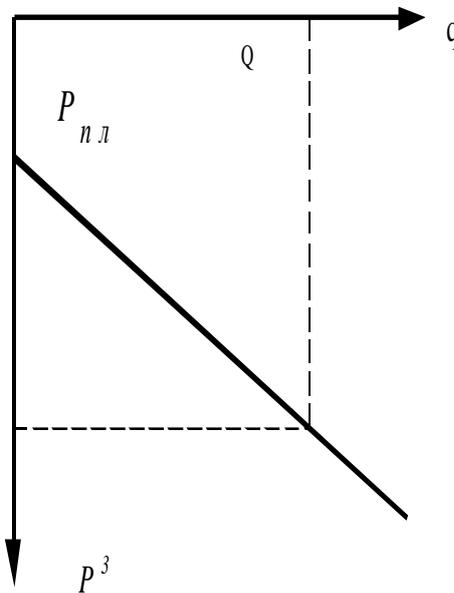


Рис. 1.1. Индикаторная диаграмма плоскорадиального потока несжимаемой жидкости по закону Дарси

При установившемся режиме работы скважины ее дебит в круговом однородном пласте определяется по формуле Дюпюи, поэтому гидропроводность пласта  $\sigma = kh/\mu$  представляется в виде

$$\sigma = \frac{\eta \ln\left(\frac{R_k}{r_c} + c_1 + c_2\right)}{2\pi},$$

где  $R_k, r_c$  – радиусы контура питания и скважины,  $c_1, c_2$  – фильтрационные сопротивления, обусловленные несовершенством скважины по характеру вскрытия и степени вскрытия. Для определения фильтрационных сопротивлений  $c_1$  и  $c_2$  пользуются графиками В. И. Щурова [1]. На разбуренной площади за радиус контура питания  $R_k$  принимается половина расстояния между скважинами, а радиус скважины берется равным 0,1 м.

Искривление индикаторной кривой может происходить по следующим причинам: нарушение закона Дарси; зависимость проницаемости от давления. В этом случае уравнение притока можно записать в виде степенной зависимости [26]:

$$Q = \eta (p_{nl} - p_z)^n$$

Опыт определения проницаемости пластов по коэффициенту продуктивности показывает, что получаемые значения коэффициентов проницаемости обычно значительно завышены по сравнению с данными, полученными при анализе кернов. Трудность определения фактического несовершенства скважин является основной причиной таких расхождений. Определяемая по графикам В. И. Щурова, степень несовершенства скважин оказывается сильно заниженной по сравнению с фактической. Поэтому при оценке коэффициента гидропроводности методом установившихся отборов возможны ошибки и этот метод, нужно применять в комплексе с другими методами.

Основные месторождения Российской Федерации, в том числе Республики Татарстан представлены несколькими продуктивными пластами. На таких месторождениях часто применяется совместная разработка нескольких пропластков единой системой эксплуатационных скважин. Для контроля за разработкой многопластового месторождения важно знать, что происходит на каждой нефтеносной площади в целом и на ее отдельных участках дифференцированно по каждому из пропластков.

Использование в промысловой практике глубинных дебитомеров позволяет применить метод исследования при установившихся режимах эксплуатации для каждого пропластка в отдельности при совместной разработке многопластового объекта [25, 50, 64].

Для этого при установившихся значениях забойного давления определяют профили притока и дебит каждого пропластка. Дальнейшую обработку ведут обычным способом, т.е. строят график зависимости между дебитом пропластка и забойным давлением. Продолжая индикаторную диаграмму до пересечения с осью давления, можно получить значение пластового давления для каждого пропластка.

Гидродинамические исследования вертикальных скважин и пластов при неустановившемся притоке. Цель исследования заключается в оценке фильтрационных параметров по изменению давления, т. е. в получении и обработке кривой изменения давления во времени. Технология исследования заключается в наблюдении за изменением давления или дебита скважины во времени, вызванного изменением режима ее работы.

Наиболее часто проводится следующее исследование: скважина останавливается и фиксируется восстановление забойного давления – кривая восстановления давления. Аналогично снимаются кривые падения давления при пуске скважины в работу. Скорость восстановления давления в скважине зависит от физических свойств пласта и насыщающей его жидкости.

Существующие методы обработки кривых восстановления давления позволяют определять величину приведенного радиуса скважины, которая характеризует степень ее гидродинамического несовершенства, среднюю гидропроводность пласта в районе исследуемой скважины.

Методы интерпретации результатов неустановившихся гидродинамических исследований скважин основаны на различных

математических моделях, в зависимости от типа коллектора и реологических свойств пластовой нефти.

Различные методы обработки кривых восстановления давления были предложены в работах В. Н. Щелкачева, М. Маскета, К. С. Басниева, Г. И. Баренблатта, Ю. П. Борисова, С. Н. Бузинова, Ю. М. Молоковича, А. П. Крылова, И. А. Чарного, Э. Б. Чекалюка, Д. Хорнера и др. [17, 19, 78, 113, 118, 120, 122, 125, 126].

Влияние границ пласта и непроницаемых сбросов на процесс восстановления давления в скважинах анализировались в работах С. Н. Бузинова, И. Д. Умрихина, Л. Г. Кульпина, Ю. А. Мясникова и др. [31, 32, 68].

Если предположить, что исследуемая скважина эксплуатирует однородный бесконечный пласт с постоянной толщиной, то при остановке или пуске скважины изменение давления  $\Delta p$  описывается приближенной зависимостью:

$$\Delta p = \frac{Q}{4\pi\sigma} \ln \frac{2.25\kappa t}{r_c^2}, \quad (1.1)$$

где  $Q$  – дебит скважины,  $\Delta p$  – изменение давления,  $\sigma$  – коэффициент гидропроводности,  $\kappa$  – коэффициент пьезопроводности пласта около исследуемой скважины,  $t$  – время прошедшее с момента остановки скважины,  $r_c$  – радиус скважины с учетом несовершенства.

На рис 1.2 приведена кривая восстановления давления (кривая 1), полученная по исследованиям, проведенным по скважине № 541 Азнакаевской площади [32]. Формула (1.1) определяет прямую в координатах  $p$ ,  $\ln t$ .

Уравнение асимптоты (кривая 2) имеет вид

$$p = A \ln t + B,$$

$$\text{где } A = \frac{Q}{4\pi\sigma}, \quad B = \frac{Q}{4\pi\sigma} \ln \frac{2.25kt}{r_c^2}.$$

Поскольку значение  $Q$  известно, то измерив по графику параметры  $A$  и  $B$ , можно найти гидропроводность  $\sigma$ , которая в данном случае равна  $2.01 \text{ мкм}^2 \cdot \text{м} / \text{МПа} \cdot \text{с}$

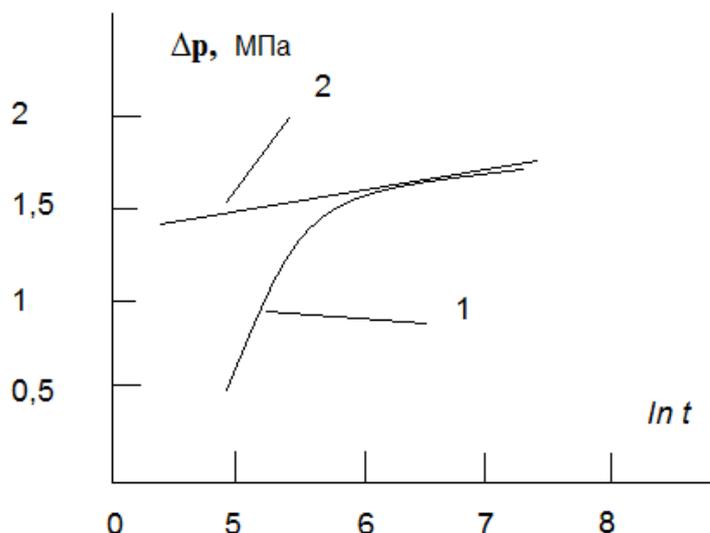


Рис. 1.2. Кривая изменения давления

Поскольку значение  $Q$  известно, то измерив по графику параметры  $A$  и  $B$ , можно найти гидропроводность  $\sigma$ , которая в данном случае равна  $2.01 \text{ мкм}^2 \cdot \text{м} / \text{МПа} \cdot \text{с}$

В настоящее время большое внимание уделяется исследованию скважин, вскрывших неоднородный пласт, состоящий из двух и более пропластков с различными значениями гидропроводности. В работах [59, 60] было показано, что наличие пропластков с отличными гидродинамическими характеристиками не влияет на форму кривой. По кривым восстановления давления в скважинах, одновременно эксплуатирующих несколько пропластков без учета неустановившегося притока жидкости из каждого пропластка в отдельности, могут быть

определены только некоторым образом осредненные фильтрационные характеристики пласта в целом [67, 126].

В работе [43] было показано, что если одновременно с восстановлением давления регистрировать и изменение дебитов каждого пропластка, то возможно определить их параметры.

#### Метод восстановления давления для горизонтальных скважин.

Применение горизонтальных технологий поставило следующие задачи, такие как разработка техники, технологии и методов обработки результатов гидродинамических исследований, проведенных в горизонтальных скважинах.

Проведение гидродинамических исследований в горизонтальных скважинах имеет свои особенности, связанные с доставкой контрольно-измерительной аппаратуры в горизонтальную часть ствола, несовершенством методов обработки результатов гидродинамических исследований.

П. Я. Полубариновой-Кочиной была предложена математическая модель, которая основана на представлении горизонтальной скважины в виде линии равных стоков [86]. Данная модель используется в работах [81, 104] для интерпретации кривых восстановления давления, снятых в горизонтальной скважине. Наряду с этой моделью применяется другая, основанная на предположении, что давление вдоль оси горизонтальной скважины является константой. Для модели, предложенной П. Я. Полубариновой-Кочиной, давление меняется по стволу скважины, при этом максимальное значение давления достигается на концах горизонтального ствола. Для модели, основанной на предположении, что давление является постоянным вдоль оси, скорость притока к стволу горизонтальной скважины является переменной и достигает максимального значения на концах скважины.

Исследования неустановившиеся процессов фильтрации к горизонтальной скважине (пуск или остановка) показали, что перераспределение давления в горизонтальной скважине может быть представлена как комбинации режимов течений: радиальный фильтрационный поток, линейный фильтрационный поток, псевдорadiaльный фильтрационный поток заключительный линейный поток. Такие режимы течений возникают вследствие увеличения области дренирования, влияния кровли и подошвы пласта [20].

Исходя из этих исследований, в окрестности скважины при её пуске процесс фильтрации в пласте считается радиальным.

Графоаналитические методы интерпретации кривых изменения давления, снятых в горизонтальных скважинах основана на том, что режимы течения развиваются последовательно и по каждому из них могут быть определены соответствующие фильтрационные параметры пласта. Время существования каждого из режимов течения определяется по наличию и размерам прямолинейного участка на кривых восстановления давления в соответствующих координатах.

Различные графоаналитические методики интерпретации результатов гидродинамических исследований горизонтальных скважин представлены в работах F. Kuchuk, P.A. Goode, R.K. Thambynaygam, A.S. Odah, D.K. Babu [133, 135, 137].

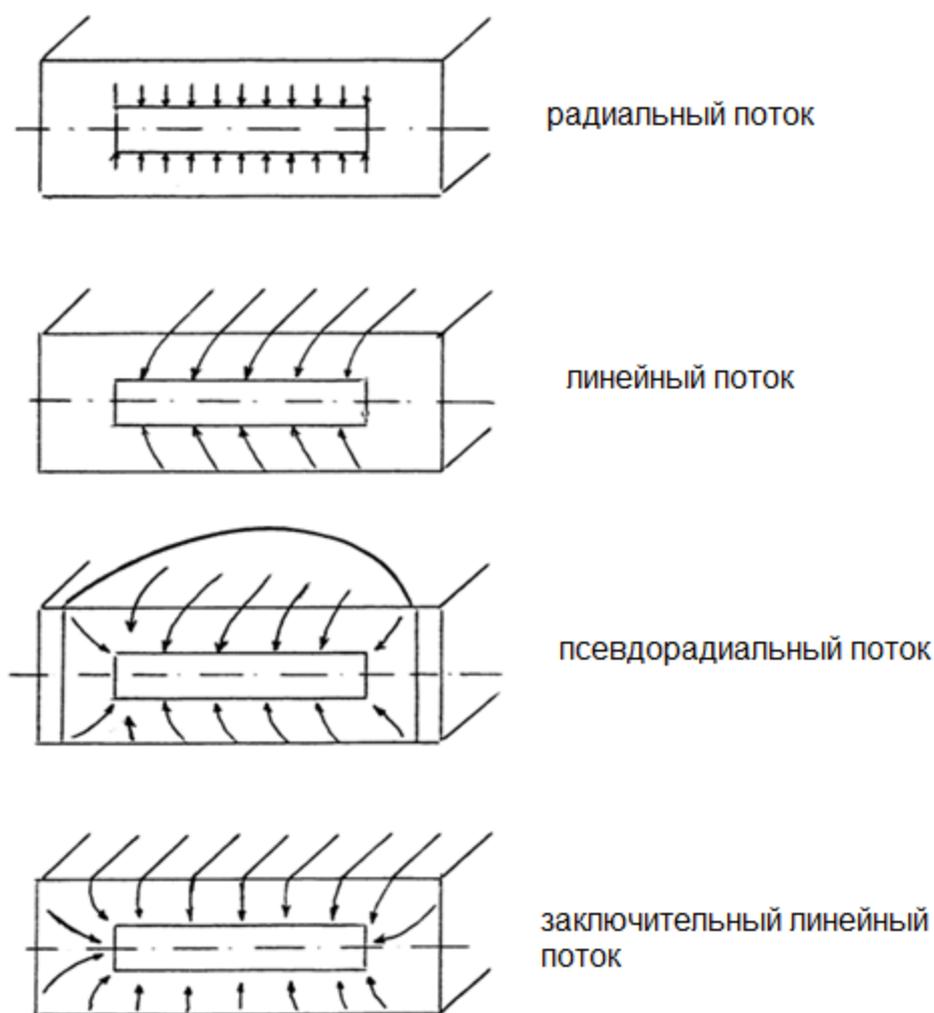


Рис. 1.3. Режимы течений жидкости к горизонтальной скважине

Метод восстановления давления для вертикальных скважин, пересеченных трещиной гидроразрыва. Многие основные месторождения Российской Федерации (РФ), в том числе и месторождения Республики Татарстан (РТ), находятся на поздней стадии. Они характеризуются общим истощением и большой обводненностью нефтедобывающих скважин. Поэтому активно вовлекаются в разработку месторождения с трудноизвлекаемыми запасами углеводородов. Они характеризуются низкой проницаемостью, слоистостью. Для повышения эффективности их выработки применяется гидравлический разрыв пласта.

Сущность ГРП заключается в создании трещины путем закачки в скважину жидкости гидроразрыва под высоким давлением. Для закрепления трещины гидроразрыва ее заполняют твердым гранулярным материалом – проппантом. Трещина ГРП представляет собой узкий канал, имеющий высокую проницаемость, для поступления пластового флюида в скважину, пересекающий продуктивный пласт. Таким образом, расширяется область дренирования пласта [51, 61, 62].

Гидравлический разрыв пласта влияет на нестационарное распределение давления, поэтому это необходимо учитывать при интерпретации данных исследования вертикальных скважин, пересеченных трещиной гидроразрыва.

Нестационарные гидродинамические исследования вертикальных скважин, пересеченных трещиной гидроразрыва позволяют оценить качество проведения ГРП. Проведение таких исследований дает возможность оценить основные параметры трещины и пласта: длина и проводимость трещины, проницаемость пласта, пластовое давление.

Наибольшее распространение среди нестационарных гидродинамических исследований вертикальных скважин, пересеченных трещиной гидроразрыва получили исследования с измерением кривой восстановления давления на забое скважины, которые позволяют определять фильтрационные параметры пласта, геометрию и проводимость трещины после ГРП. Хотя при гидроразрыве пласта могут образоваться как горизонтальные, так и вертикальные трещины, все же полагают, что на глубине свыше 1000 м в основном образуются только вертикальные трещины [20].

Диагностический график в логарифмических координатах давления и его производной от логарифма времени для вертикальных скважин с трещиной гидроразрыва позволяет установить различные режимы притока, которые характеризуются прямыми линиями с различными углами наклона.

Исходя из характера притока, выделяются следующие режимы течения [62, 130] (рис.1.4):

- билинейный (комбинация двух линейных притоков: линейного течения в трещине и к трещине);
- линейный (линейное течение к трещине в пласте после окончания билинейного течения);
- псевдорadiaльное течение.

На кривых изменения давления, снятых в вертикальной скважине, пересеченной трещиной гидроразрыва можно не различить названные режимы течений. Например, если продолжительность исследования недостаточна, может не проявиться зона псевдорadiaльного потока. При большой длительности послепритока может не проявиться зона билинейного потока.

Качество трещины определяется значением безразмерного параметра

$$F_{CD} = \frac{k_f w}{k x_f},$$

где  $k_f$  м – проницаемость трещины,  $x_f$  – полудлина трещины,  $w$  – ширина трещины,  $k$  – проницаемость пласта.

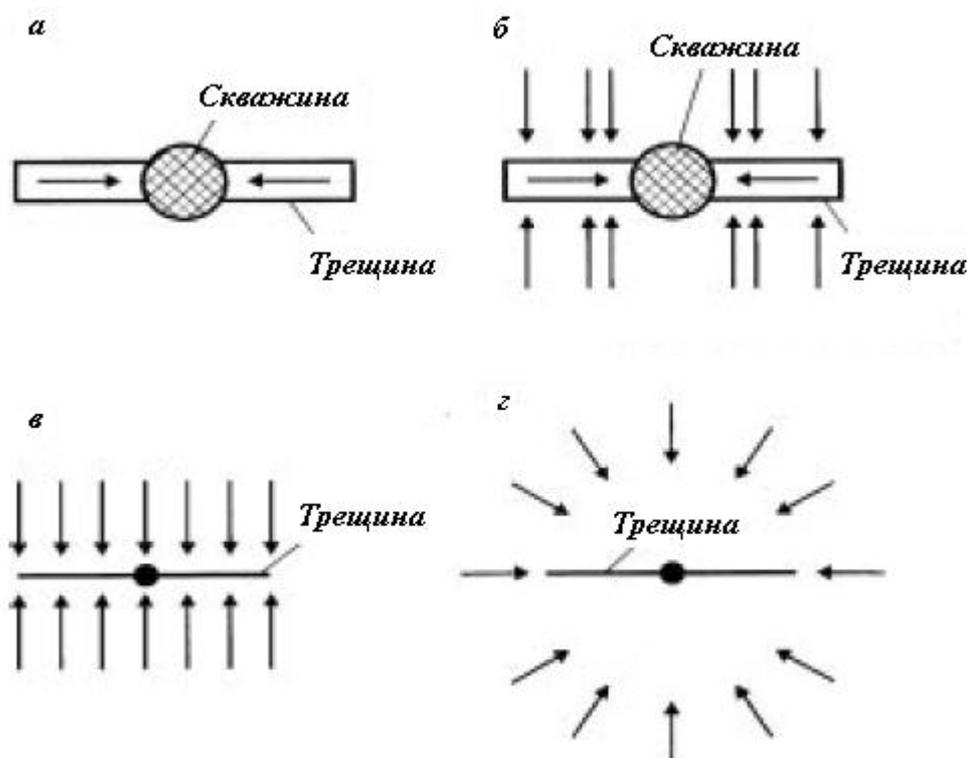


Рис. 1.4. Режимы неустановившегося течения жидкости к трещине гидроразрыва:  
 а) линейная фильтрация в трещине, б) билинейная фильтрация,  
 в) линейная фильтрация в пласте, г) псевдорadiaльная фильтрация.

Для получения представления о размерах, параметрах трещины приведем некоторые типичные значения ее проницаемости, ширины и длины:  $k_f = 300 \text{ мкм}^2$ ,  $w = 5\text{-}10 \text{ мм}$ ,  $L = 250 \text{ м}$ .

Линейный режим течения из пласта в трещину может проявляться как для конечной, так и для бесконечной проводимости. Для конечной проводимости  $F_{CD} < 300$ , когда учитывается перепад давления в трещине, можно диагностировать и билинейное и линейное течение. В трещине с  $F_{CD} > 300$  перепад давления не учитывается, поэтому можно диагностировать только линейное течение [126].

В результате анализа кривой восстановления давления (рис.1.5) находятся следующие параметры, которые позволяют оценить качество проведения ГРП:

- проводимость трещины (безразмерный параметр  $F_{CD}$ ), характеризующую реальную проводимость пропантной пачки в трещине;
- полудлина трещины  $x_f$ , характеризующая работающую длину трещины;
- фактический отрицательный скин – фактор (псевдорадимальный скин – фактор).

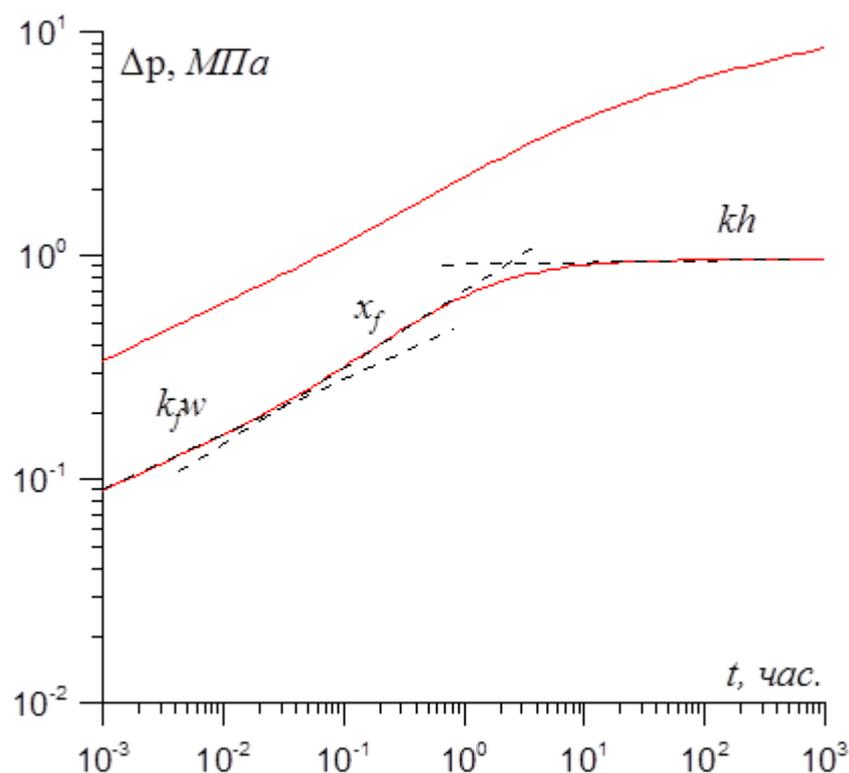


Рис. 1.5. Диагностический график изменения давления

Необходимо отметить, что подобный анализ можно проводить, если регистрация кривой восстановления давления проведена автономным глубинным манометром, установленным ниже насоса, и при наличии пакера.

В данной работе предлагается метод интерпретации результатов ГДИС, полученных по поверхностным замерам уровней.

## **1.2 Температурные измерения в скважинах**

Изучение температурного режима нефтегазоносных месторождений имеет важное научное и практическое значение. Это особенно актуально для контроля за разработкой месторождений с трудноизвлекаемыми запасами углеводородов. Методы термогидродинамических исследований скважин и пластов позволяют оценить физические параметры пласта и насыщающих их жидкостей, а также выявить неоднородность пласта [119]. Комплексное изучение термогидродинамических процессов складывается из следующих разделов:

- создание глубинной измерительной аппаратуры;
- исследование начального, невозмущенного геотермического поля нефтяного месторождения;
- создание математических моделей, описывающих термогидродинамические процессы в системе «пласт - скважина»;
- создание методов интерпретации термогидродинамических исследований в скважинах.

В работах И.А. Чарного было установлено, что происходит быстрое выравнивание температур скелета пласта и насыщающей его жидкости. Это справедливо для медленно протекающих процессов, когда из-за большой площади поверхности контакта твердой и жидкой фаз теплообмен между ними происходит очень быстро. Это позволяет считать температуры твердой и жидкой фазы одинаковыми [118-120].

Важные теоретические работы в области температурных явлений в нефтегазоносных пластах были сделаны Э. Б. Чекалюком [119]. Из уравнений неразрывности, движения, энергии он вывел систему дифференциальных уравнений с соответствующими начальными и

граничными условиями. В уравнении энергии учитывались эффект Джоуля-Томпсона, адиабатическое расширение.

Уравнения неизотермической фильтрации флюида имеют следующий вид :

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{w}) = 0,$$

$$c_{\text{п}} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho\vec{w}c_p(\nabla T + \varepsilon\nabla p) - \rho mc_p \eta \frac{\partial p}{\partial t} = \lambda_{\text{п}} \nabla^2 T,$$

$$\vec{w} = -\frac{k}{\mu} \nabla p,$$

где  $p$  – давление,  $T$  – температура,  $\eta$  – коэффициент адиабатического расширения,  $m$  – пористость пласта,  $\mu$  – вязкость,  $k = k(r)$  – проницаемость пласта,  $\varepsilon$  – коэффициент Джоуля-Томпсона,  $\lambda_{\text{п}} = (1 - m)\lambda_s + m\lambda$  – теплопроводность пласта,  $\lambda$  – теплопроводность жидкости,  $\lambda_s$  – теплопроводность среды,  $c_{\text{п}} = m\rho c_p + (1 - m)c_s\rho_s$  – объемная теплоемкость пласта,  $c_p$  – удельная теплоемкость жидкости,  $c_s$  – удельная теплоемкость среды,  $\rho$  – плотность жидкости,  $\rho_s$  – плотность среды.

Уравнение энергии выражает тот факт, что изменение температуры системы «скелет – флюид» ( $c_{\text{п}} \frac{\partial T}{\partial t}$ ) определяется следующими факторами:

- 1) теплопроводностью ( $\lambda_{\text{п}} \nabla^2 T$ )
- 2) конвективным переносом теплоты  $\rho\vec{w}c_p \nabla T$ ;
- 3) эффектом адиабатического охлаждения ( $-\rho mc_p \eta \frac{\partial p}{\partial t}$ );
- 4) дроссельным эффектом  $\rho\vec{w}c_p \varepsilon \nabla p$ .

Решение этой системы необходимо для получения достоверной картины неустановившихся процессов, происходящих при фильтрации в

продуктивных коллекторах. Решение данной системы позволяет установить взаимосвязь полей температур, давлений и скоростей.

Современные глубинные приборы позволяют проводить измерения температуры и давления в стволе скважины с высокой точностью. По этой информации можно судить о термогидродинамических процессах, происходящих, как в пласте, так и в стволе скважины.

Методом термометрии изучают начальное геотермическое поле нефтяного месторождения; термодинамику нефтегазового потока в пласте и скважине, дающую представление о процессах, как в продуктивном интервале, так и по стволу и позволяющую определить интервалы притока, их продуктивность и мощность; техническое состояние скважин.

Исследования термодинамических режимов работы скважин позволяют получать оценки теплофизических и фильтрационно-емкостных параметров пластов.

Обладая хорошей разрешающей способностью по изучению фильтрационно-емкостных характеристик пласта, кривые изменения забойной температуры позволяют оценить также и теплофизические характеристики пластов – теплопроводность, температуропроводность и др.

В работе [119] Э. Б. Чекалюк создал метод (метод термозондирования) для определения проницаемости пласта по измерениям температуры жидкости, притекающей в скважину после пуска в работу с постоянным дебитом. В этом методе не учитываются кондуктивный перенос тепла и эффект адиабатического расширения, процесс фильтрации – стационарный.

Существующие методы математического моделирования термогидродинамических процессов в пластах и скважинах, как правило, основаны на разделении процессов, происходящих в них без учета взаимовлияния [119]. Задачи неизотермической фильтрации решались по следующей схеме. По стационарному распределению давления, соответствующему отбору несжимаемой жидкости через одиночную

скважину, вычислялась скорость фильтрации, которая затем подставлялась в уравнение энергии. По этой схеме работает метод термодинамического зондирования [35, 119].

### **1.3 Постановки обратных задач и методы их решения**

Задачи об определении фильтрационно-емкостных и теплофизических параметров принадлежит к классу обратных задач математической физики. Это обратные задачи определения интересующих нас характеристик явления по результатам измерений их косвенных проявлений. Общие подходы к решению таких обратных коэффициентных задач были развиты в работах А. Н. Тихонова, М. М. Лаврентьева, В. К. Иванова и др. [1, 3, 4, 45, 49, 80, 92, 95, 96].

Обратные задачи математической физики, как правило, являются некорректно поставленными, т.е. малым изменениям в исходной информации могут соответствовать значительные изменения в решении задачи. С этой особенностью обратных задач связаны основные трудности построения эффективных вычислительных алгоритмов.

Рассмотрение некорректных задач и их постановка была впервые сделана А. Н. Тихоновым в 1943 году. Следующий этап развития теории некорректных задач связан с появлением ЭВМ.

Многие задачи математической физики сводится к необходимости решения уравнений вида

$$Au = f, \quad (1.2)$$

где  $A: D_A \subseteq U \rightarrow F$  – оператор с непустой областью определения  $D_A$ , действующий из метрического пространства  $U$  в аналогичное пространство  $F$ . А. Н. Тихоновым было показано, что для достаточно широкого класса обратных задач целесообразно перейти от классического понятия корректности к условно корректной постановке задачи (корректной по Тихонову). Условно-корректная постановка задачи предполагает

обязательное выполнение следующих условий корректности по Тихонову [95]:

1. решение уравнения (1.2) существует и принадлежит некоторому множеству допустимых решений;
2. решение единственно на этом множестве;
3. малым изменениям правой части  $f$ , не выводящим из этого множества, соответствуют малые изменения решения.

А. Н. Тихонов разработал метод регуляризации для решения некорректно поставленных задач, который позволял строить приближенные решения уравнения (1.2), устойчивые к малым изменениям исходных данных. При использовании этого метода необходимо выбрать стабилизатор  $\Omega(u)$  (неотрицательный функционал) рассматриваемой задачи и затем решать задачу минимизации по  $u \in U_0$ :

$$M^\alpha(u) = \rho_F^2(Au, \tilde{f}) + \alpha\Omega(u), \alpha > 0$$

Решение этой задачи  $\tilde{u}_\alpha$  при определенном выборе параметра регуляризации  $\alpha = \alpha(\delta)$  принимается за приближение к искомому решению  $u$ .

Метод регуляризации А.Н. Тихонова применяется для оценивания коэффициента гидропроводности многослойных пластов (см. гл. 3).

Численное решение некорректных задач, как правило, приводит к решению систем линейных алгебраических уравнений с плохо обусловленными матрицами, методы решения таких систем разрабатывались А. Н. Тихоновым, Дж. Форсайтом, К. Моулером, В. В. Воеводиным, Y. Saad и др. [40, 95, 100, 140].

Важное значение для практики имеет вопрос о единственности решения обратных задач математической физики. В работах [47, 49, 71, 92] рассматривались условия на искомую характеристику, при которых

обратная задача имеет единственное решение. В работе М. М. Лаврентьева, К. Г. Резницкой [70] показана единственность решения для уравнений параболического типа, в которых искомый параметр является функцией одной координаты. И.Б. Басовичем [23] доказана единственность решения обратной задачи теории фильтрации в радиальном случае.

Важным приложением теории некорректных задач являются задачи, связанные с определением (идентификацией) параметров, входящих в дифференциальное уравнение, по экспериментальной информации о решении последнего. Такие задачи называют коэффициентными обратными задачами [3]. Обратные коэффициентные задачи возникают, например, при рассмотрении процессов, описываемых уравнениями параболического типа: теплопроводности, диффузии, фильтрации [3, 15, 16, 24, 39, 85, 87, 134].

Решение задачи об определении гидропроводности, основывается на методах теории регуляризации. В работе П. Н. Вабищевича, А.Ю. Денисенко [33] на одномерной задаче теплопроводности проводится сравнительный анализ различных регуляризирующих алгоритмов для решения обратной коэффициентной задачи.

Один из наиболее распространенных подходов к решению этой задачи об определении фильтрационных свойств основывается на методе подгонки по истории разработки, который состоит в подборе параметров модели таких, как проницаемость, гидропроводность, пьезопроводность и т.д. таким образом, чтобы результаты расчетов за период истории разработки были близки к наблюдаемым данным.

Определением коэффициента гидропроводности неоднородного пласта как решением задачи идентификации занимались С. Н. Закиров, Э. С. Закиров В. Я. Булыгин, W. - G. Yeh, G. Chavent, W. Chen, Г. А. Вирновский, Г. В. Голубев, П. Г. Данилаев, G. Kravaris, J. H. Seinfeld и др. [28, 44, 53-55, 57, 85, 98, 101, 102, 129, 131, 142].

Кроме того, необходимо отметить, что при определении проницаемости различными методами осредняются данные по различным площадям, что также приводит к различным значениям проницаемости. Например, по индикаторным диаграммам определяется средняя проницаемость призабойной зоны, по кривым восстановления давления – средняя проницаемость области дренажа, по картам изобар – проницаемость участков достаточно больших размеров, по каротажным диаграммам – проницаемость пласта в зоне, непосредственно примыкающей к стенке скважины.

В силу неоднородности коллекторов, подверженности коллекторов деформации, существования перетоков жидкости из блоков в трещины в средах с двойной пористостью (карбонатных коллекторах) для интерпретации результатов гидродинамических методов исследования вертикальных и горизонтальных скважин были созданы методы для обработки промысловых исследований на основе теории регуляризации.

В работах [1, 22, 39, 104, 111] предлагаются вычислительные алгоритмы на основе теории регуляризации для интерпретации результатов нестационарных гидродинамических исследований для вертикальных и горизонтальных скважин. Для вертикальных скважин соответствующая обратная задача ставится следующим образом:

Необходимо оценить коэффициенты гидропроводности  $\sigma(r)$ , упругоемкости  $\beta^*$  и пластовое давление  $p_k$  из минимума средне-квадратичного отклонения:

$$J(\sigma, \beta^*, p_k) = \int_0^T [\phi(t) - p(r_c, t)]^2 dt, \quad (1.3)$$

где  $\phi(t)$  – наблюдаемые, а  $p(r_c, t)$  – вычисленные значения забойного давления, когда процесс неустановившейся фильтрации описывается уравнением:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \sigma(r)r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = H\beta^* \frac{\partial p}{\partial t}, \quad 0 < t \leq T, r_c < r < R_k \quad (1.4)$$

с начальным

$$p(r,0) = \varphi(r) \quad (1.5)$$

и граничными условиями

$$2\pi \left( \sigma(r)r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_c} = q(t), \quad (1.6)$$

$$p(R_k, t) = p_k, \quad (1.7)$$

где  $q(t)$  – дебит скважины,  $\beta^* = \beta_c + m\beta_{жс}$ ,  $\beta_c$  и  $\beta_{жс}$  – соответственно сжимаемость пористой среды и жидкости,  $R_k$  – радиус контура питания,  $r_c$  – радиус скважины,  $H$  – толщина пласта,  $m$  – пористость,  $\varphi(r)$  – начальное распределение давления в пласте.

Составляющие градиента функционала имеют вид:

$$J'_\sigma = -2\pi \int_0^T \int_{r_c}^{R_k} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} r dr dt,$$

$$J'_{\beta^*} = -2\pi H \int_0^T \int_{r_c}^{R_k} \psi \frac{\partial p}{\partial t} r dr dt, \quad (1.8)$$

$$J'_{p_k} = -2\pi \int_0^T \sigma \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \Big|_{r=R_k} dt,$$

где  $\psi(r, t)$  – решение соответствующей сопряженной задачи.

Итерационный процесс для минимизации средне-квадратичного отклонения (1.3) строится на основе градиентных методов [4, 37]:

$$\gamma_{n+1} = \gamma_n - \alpha_n J'_n, \quad (1.9)$$

где  $\gamma = [\sigma, \beta^*, p_k]^T$ ,  $J'_n = [J'_\sigma, J'_{\beta^*}, J'_{p_k}]^T$ ,  $\alpha_n$  – шаг спуска,  $n$  – номер итерации.

Итерационный процесс (1.9) останавливается, когда выполняется неравенство

$$|J(\gamma_{n+1}) - J(\gamma_n)| < \varepsilon, \quad (1.10)$$

где  $\varepsilon$  – заданное положительное число.

Обратная коэффициентная задача для интерпретации нестационарных гидродинамических исследований горизонтальных скважин ставится следующим образом [104]:

требуется оценить главные значения тензора проницаемости  $\bar{k}$ , исходя из минимума средне-квадратичного отклонения:

$$J(\bar{k}) = \int_0^T (\phi(t) - p^e(t))^2 dt, \quad (1.11)$$

где  $\phi(t)$  – измеренные значения давления, а  $p^e(t)$  – вычисленные значения давления, где  $T$  – время проведения промыслового эксперимента. При этом процесс фильтрации в области  $V$  (рис.1.6) описывается уравнением упругого режима:

$$\mu\beta^* \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \left( \bar{k} \nabla p \right), \quad 0 < t \leq T, \quad (x, y, z) \in V, \quad (1.12)$$

с начальным

$$p(x, y, z, 0) = p_0(x, y, z), \quad (1.13)$$

и граничными условиями

$$\left( \frac{\bar{k}}{\mu} \nabla p, n \right) \Big|_{\partial V_2} = 0, \quad (1.14)$$

$$p \Big|_{\partial V_1} = p_k, \quad (1.15)$$

$$\left( \frac{\bar{k}}{\mu} \nabla p, n \right) \Big|_{S_c} = q(x, y, z, t), \quad (1.16)$$

где  $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$  – оператор градиента в трехмерном случае,  $n$  – единичный вектор нормали,  $S_c$  – поверхность горизонтальной скважины,  $\partial V = \partial V_1 \cup \partial V_2$  – внешняя граница области  $V$  (рис.1.6),  $q(x, y, z, t)$  – приток жидкости, приходящийся на единицу поверхности ствола горизонтальной скважины. При условии (1.16) приток  $q(x, y, z, t)$  вычисляется из того, что давление на поверхности ствола горизонтальной скважины постоянно и

$$Q = \int_{S_c} q(x, y, z, t) d\sigma,$$

где  $Q$  – дебит горизонтальной скважины.

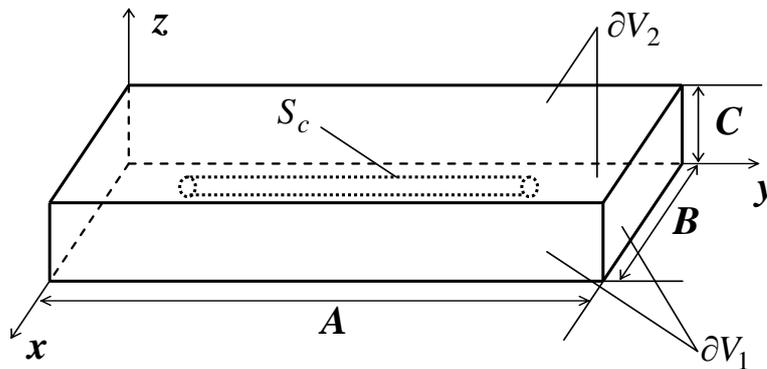


Рисунок 1.6 – Схема нефтяного пласта, вскрытого горизонтальной скважиной

Выражения для градиентов функционала невязки относительно главных значений тензора проницаемости имеют вид:

$$\begin{aligned} J'_{k_x} &= - \int_0^T \int_V \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} dV dt, \\ J'_{k_y} &= - \int_0^T \int_V \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} dV dt, \\ J'_{k_z} &= - \int_0^T \int_V \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial z} dV dt, \end{aligned} \quad (1.17)$$

Если два из трех главных значений тензора проницаемости совпадают, например  $k_h = k_x = k_y$ , но  $k_h \neq k_v = k_z$ , то, как известно, среда называется поперечно-изотропной или трансверсально-изотропной. В этом случае составляющие градиента функционала невязки имеют вид:

$$J'_{k_h} = -\int_0^T \int_V \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) dV dt, \quad J'_{k_v} = -\int_0^T \int_V \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial z} dV dt. \quad (1.18)$$

для однородного пласта  $k_x = k_y = k_z = k$  и выражение для градиента функционала имеет вид:

$$J'_k = -\int_0^T \int_V (\nabla p, \nabla \psi) dV dt. \quad (1.19)$$

Итерационная последовательность для минимизации функционала (1.11) строится градиентным методом:

$$k_i^{n+1} = k_i^n + \alpha_i^n J'_i, \quad k_i^n = k_x^n, k_y^n, k_z^n,$$

где  $\alpha_i^n$  – параметр спуска, который вычисляется из следующего условия:

$$\min_{\alpha_i^n} J(k_i^n + \alpha_i^n J'_i).$$

В работе [81] рассматривается задача интерпретации кривых восстановления (падения) давления в горизонтальной скважине, снятых одновременно несколькими манометрами, установленными на разных участках горизонтальной части ствола. Для решения этой задачи используется математическая модель горизонтальной скважины, предложенная П. Я. Полубариновой-Кочиной [86]. Решение этой задачи позволяет определить фильтрационные параметры пласта вдоль горизонтальной части ствола.

Пусть в  $N$  точках ствола горизонтальной скважины с координатами  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = \overline{1, N}$ , установлены манометры и фиксируются изменения давления по времени:

$$p_i(\tau) \equiv p(x_i, y_i, z_i, \tau) = f_i(\tau), \quad i = \overline{1, N}, \quad (1.20)$$

Значение коэффициента  $k/\mu$  ищется в классе кусочно-постоянных функций.

$$k/\mu(x, y, z) = \begin{cases} k_1/\mu, (x, y, z) \in V_1, \\ k_2/\mu, (x, y, z) \in V_2, \\ \dots\dots \\ k_N/\mu, (x, y, z) \in V_N. \end{cases}$$

где  $V_i$  – области однородности коэффициента проницаемости, границы которых проходят между точками установки манометров (рис.1.7).

Обратная задача ставится следующим образом: найти оценку коэффициента  $k/\mu$ , исходя из минимума функционала

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_0^T [p_i(\tau) - f_i(\tau)]^2 d\tau \quad (1.21)$$

где  $f_i(\tau)$  – наблюдаемые и  $p_i(\tau)$  – вычисленные значения давления, когда процесс фильтрации в пористой среде описывается уравнением упругого режима.

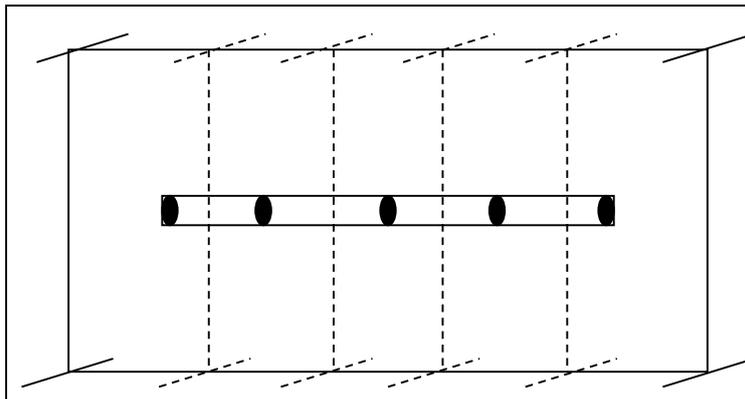


Рис.1.7. Схема пласта

Для решения обратной задачи используется подход, основанный на использовании регуляризирующих градиентных алгоритмов.

Формулы для вычисления составляющих градиента функционала имеют соответственно вид:

$$J'_{s_i} = - \int_0^T \int_{V_i} (\nabla \psi \nabla p) dV dt, \quad i = \overline{1, N}. \quad (1.22)$$

Итерационный алгоритм решения обратной задачи строится на основе метода наискорейшего спуска:

$$s_i^{n+1} = s_i^n + \alpha_i J'_{s_i}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1.23)$$

где  $\alpha_i$  – параметр спуска, который вычисляется из следующего условия

$$\min_{\alpha_i} J(s_i^n + \alpha_i J'_{s_i}).$$

Остановка итерационного процесса осуществляется по “слипанию” искомого решения на двух соседних итерациях, т.е.

$$|J(s^{n+1}) - J(s^n)| \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – наперед заданная величина.

При сооружении и эксплуатации нефтяных скважин происходят необратимые ухудшения фильтрационных свойств в призабойной зоне пласта (околоскважинная зона). Информация о ее состоянии имеет важное значение, так как позволяет установить необходимость обработки призабойной зоны пласта для восстановления дебита. Оценка степени загрязнения определяется скин-эффектом  $S$ , положительным при загрязнении и отрицательным в случае улучшения состояния призабойной зоны. Скин-эффект определяется соотношением (рис. 1.8) [19, 20, 126]

$$S = \left( \frac{k_2}{k_1} - 1 \right) \ln \frac{r_1}{r_c}, \quad (1.24)$$

где  $r_1$  – радиус призабойной зоны,  $R_k$  – радиус контура питания,  $k_1$  – проницаемость призабойной зоны,  $k_2$  – проницаемость внешней зоны.

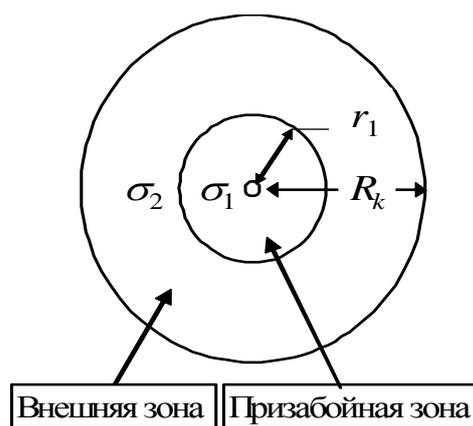


Рис. 1.8. Модель кругового кусочно-неоднородного пласта

На практике широко используются результаты интерпретации кривой восстановления давления, основанные на преобразовании графиков восстановления давления, которые позволяют определять проницаемость удаленной зоны пласта и значение скин-эффекта. Впервые в работе Г.И. Баренблатта [19] исследовалось влияние призабойной зоны с пониженной проницаемостью на оценку фильтрационных свойств пласта (рис. 1.8.).

Состояние призабойной зоны влияет на начальный участок графика кривой восстановления давления (КВД). Поэтому знание фильтрационных свойств пласта в окрестности скважины позволяет установить необходимость проведения воздействия на призабойную зону, оценить эффективность проведенных мероприятий.

Наличие призабойной зоны с ухудшенной или улучшенной проницаемостью приводит к запаздыванию выхода КВД в положение, соответствующее кривой в однородном пласте (рис. 1.9).

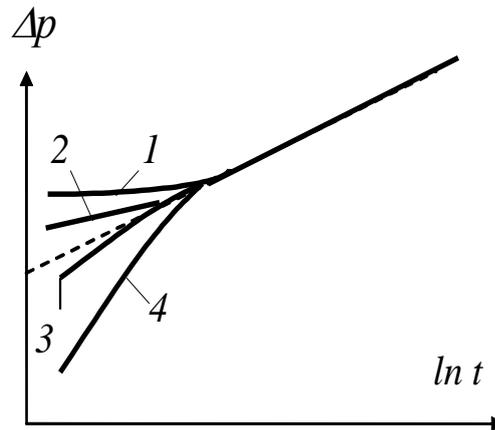


Рис. 1.9 - Влияние призабойной зоны на КВД  
 1 –  $k_1=5 k_2$ , 2 –  $k_1=2 k_2$ , 3 –  $k_1=0,5 k_2$ , 4 –  $k_1=0,2 k_2$

Оценки гидропроводностей призабойной и удаленной зон находятся из минимума средне-квадратичного отклонения:

$$J(\sigma_1, \sigma_2) = \int_0^T [\phi(t) - p(r_c, t)]^2 dt, \quad (1.25)$$

когда процесс фильтрации описывается уравнением упругого режима.

Составляющие градиента функционала (1.25) имеют вид [104]:

$$J'_{\sigma_1} = -2\pi \int_0^T \int_{r_c}^{r_1} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \phi}{\partial r} r dr dt, \quad J'_{\sigma_2} = -2\pi \int_0^T \int_{r_1}^{R_k} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \phi}{\partial r} r dr dt, \quad (1.26)$$

где  $\psi(r, t)$  - решение соответствующей сопряженной задачи.

Минимум средне-квадратичного отклонения (1.25) ищется градиентными методами.

В работе [53-55] интерпретация основывается на минимизации функционала:

$$J(\gamma) = \sum_{j=1}^N (y^j(\gamma) - Y^j)^T W (y^j(\gamma) - Y^j), \quad (1.27)$$

где  $Y^j$ ,  $y^j$  – соответственно наблюдаемые и вычисленные значения показателей работы скважины, в качестве которых используются значения

забойного и пластового давлений, дебитов по нефти и воде, а также коэффициент водонасыщенности призабойной зоны пласта.

Температура, как один из основных параметров, наряду с давлением и физико-химическими свойствами флюида определяет термодинамическое состояние пласта. Температурные измерения в скважинах нашли широкое применение при исследовании скважин в процессе освоения и эксплуатации [34, 83, 84, 88, 89]. В последние годы наряду с качественной интерпретацией температурных измерений стали широко применяться количественная интерпретация [9, 10, 15, 35, 46, 63, 69, 90, 91, 99, 106-108, 114-116, 123, 136, 143].

Взаимосвязь между изменениями пластовых температур и давлений во времени и пространстве при условии постоянного отбора жидкости в течение длительного времени была установлена Э. Б. Чекалюком. На основе данной зависимости был разработан метод термозондирования [119].

В работе [63] предложена методика совместной обработки данных давления и температуры, позволяющая повысить информативность интерпретации термогидродинамических исследований скважин. Исследование заключалось в сравнении последовательного подхода к интерпретации данных расхода, температуры и совместной регрессии двух наборов данных:

$$J_1(\gamma^1) = \ln \left[ \sum_{i=1}^N (Q_s(t_i, \gamma^1)) - Q(t_i) \right]^2, \quad (1.28)$$

$$J_2(\gamma^2) = \ln \left[ \sum_{i=1}^M (T_s(t_i, \gamma^2)) - T(t_i) \right]^2, \quad (1.29)$$

$$J_3(\gamma^1, \gamma^2) = \left( \frac{M}{2} \right) \ln \left[ \sum_{i=1}^N (T_s(t_i, \gamma^2)) - T(t_i) \right]^2 + \left( \frac{N}{2} \right) \ln \left[ \sum_{i=1}^N (Q_s(t_i, \gamma^1)) - Q(t_i) \right]^2, \quad (1.30)$$

где  $Q_s(t, \gamma^1)$ ,  $T_s(t, \gamma^1)$  – вычисленные показания расходомера и термометра соответственно,  $\gamma^1$ ,  $\gamma^2$  – векторы искомых параметров,  $Q(t)$ ,  $T(t)$  – наблюдаемые значения дебита и температуры. В данной работе показано, что совместная интерпретация данных по температуре и расходу является более информативным методом, чем интерпретация гидродинамических исследований скважин.

В работе [35] проводится интерпретация термогидродинамических исследований в системе «скважина–слоистый пласт». При этом минимизируется как отклонение зарегистрированных температур, так и углов наклона температурных кривых:

$$J = \ln \left[ \sum_k \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_k} (T_{ik}^f - T_{ik}^m)^2}{N_k - 1}} \right] + \ln \left[ \sum_k \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_k} \left( \frac{\partial T_k^f}{\partial z} \Big|_{z=z_i} - \frac{\partial T_k^m}{\partial z} \Big|_{z=z_i} \right)^2}{N_k - 1}} \right]. \quad (1.31)$$

В работах [46, 143] развивается метод по определению теплофизических и фильтрационных свойств пласта на основе минимизации средне-квадратичного отклонения

$$J(\gamma) = \int_0^{t'} [(\phi(t) - T(r_c, t))^2 + \varepsilon^2 (\zeta(t) - p(r_c, t))^2] dt,$$

где  $\gamma = (\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3, \gamma^4)$  – искомый параметр,  $m_i \leq \gamma^i \leq M_i$ ,  $m_i, M_i$  – постоянные,  $p(r, t)$ ,  $T(r, t)$  являются решениями уравнения энергии и уравнения упругого режима. Здесь  $\phi(t)$ ,  $\zeta(t)$  – наблюдаемые значения температуры и давления.

## **Глава 2 Гидродинамические методы исследования вертикальных скважин, пересеченных трещиной ГРП**

Технология гидравлического разрыва пласта является одним из самых успешных способов интенсификации добычи нефти и газа [51, 52]. При оценке параметров пласта и трещины возникают трудности при интерпретации результатов нестационарных гидродинамических исследований.

Одновременное моделирование течения в пласте и в трещине численными методами сопряжено с определенными трудностями. Они связаны с необходимостью введения неравномерной расчетной сетки, размеры ячеек которой сильно различаются [58, 62, 124].

В этой главе на основе предложенной модели (upscaling'a) численно решается обратная задача определения фильтрационных свойств пласта и параметров трещины ГРП. Результаты нестационарных гидродинамических исследований, выполненных с применением звукометрических методов (поверхностные измерения), вертикальных скважин, пересеченных трещиной гидроразрыва используются в качестве начальной информации. Проводится сравнение результатов интерпретации КВД предложенным и графоаналитическим методами. Приводятся результаты интерпретации реальных нестационарных гидродинамических исследований, выполненных с применением звукометрических методов, вертикальных скважин, пересеченных трещиной гидроразрыва [11-13, 103, 109, 110, 124].

### **2.1 Постановка задачи фильтрации к вертикальной скважине с трещиной ГРП**

Процесс стационарной фильтрации жидкости в круговом пласте  $D_r$  к вертикальной скважине с трещиной ГРП  $D_f$  (рис.2.1) описывается дифференциальным уравнением в частных производных:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k(r, \varphi) r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( k(r, \varphi) \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad (2.1)$$

$$r_c < r < R_k, 0 \leq \varphi < 2\pi$$

с граничными условиями:

$$\int_0^{2\pi} \left( r \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_c} d\varphi = \frac{Q}{H}, \quad \frac{\partial p}{\partial \varphi} \Big|_{r=r_c} = 0 \text{ (или } p(r_c, \varphi) = p_c) \quad (2.2)$$

$$p(R_k, \varphi) = p_k. \quad (2.3)$$

Здесь  $p = p(r, \varphi)$  – давление,  $p_k$  – начальное пластовое давление,  $p_c$  – забойное давление,  $Q$  – дебит скважины,  $k = k(r, \varphi)$  – проницаемость,  $\mu$  – вязкость нефти,  $r_c$  – радиус скважины,  $R_k$  – радиус контура питания,  $H$  – толщина пласта,  $L_f$  – полудлина трещины (большая полуось эллипса  $D_f$ ),  $w_f$  – раскрытие трещины ( $w_f$  – малая ось эллипса  $D_f$ ) (рис.2.1). Проницаемость  $k(r, \varphi)$  моделируется кусочно-постоянной функцией (рис.2.2):

$$k(r, \varphi) = \begin{cases} k_r, & (r, \varphi) \in D_r, \\ k_f, & (r, \varphi) \in D_f. \end{cases}$$

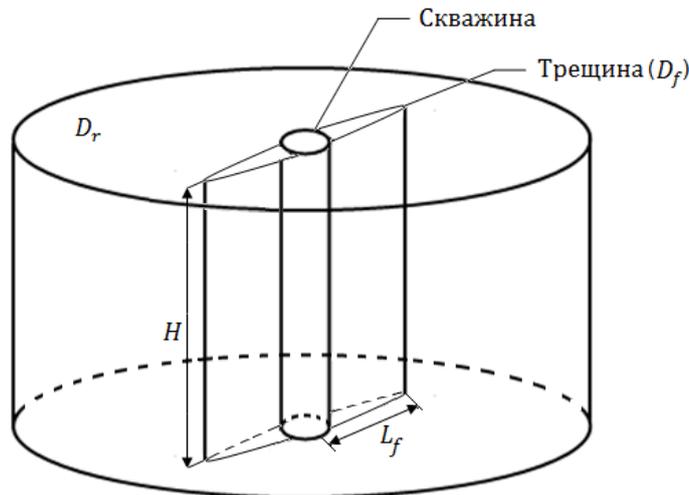


Рис.2.1. Скважина, пересеченная трещиной гидроразрыва

Дискретизация краевой задачи (2.1)-(2.3) проводится на основе интегро-интерполяционного метода [93, 94].

Для применения метода конечных разностей в области фильтрации [2] вводится неравномерная сетка, сгущающаяся к скважине (рис.2.2). Неравномерная сетка строится с помощью преобразования координат  $u = \ln r$  [2].

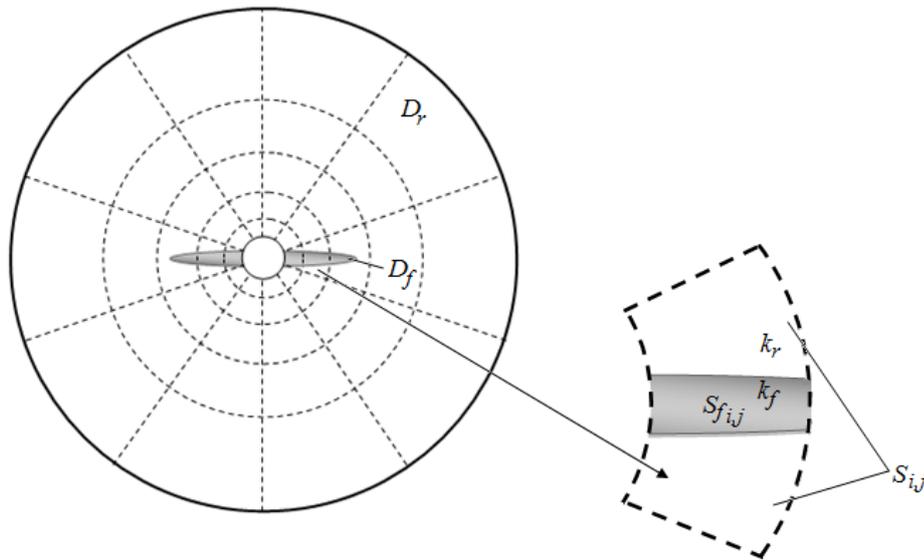


Рис. 2.2. Расчетная область кругового пласта с трещиной ГРП

В области  $\Omega = \{\ln r_c = u_c \leq u \leq U_k = \ln R_k, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$  вводится полярная сетка узлов (рис.2.2):

$$\omega_h = \left\{ (u_i, \varphi_j): u_i = u_c + (i-1)h_u, i = \overline{1, N_r}, h_u = \frac{U_k - u_c}{N_r - 1}, \right. \\ \left. \varphi_j = jh_\varphi, j = \overline{0, N_\varphi - 1}, h_\varphi = \frac{2\pi}{N_\varphi} \right\}$$

и полагается  $p_{i,j} = p(u_i, \varphi_j)$ ,  $k_{i,j} = k(u_i, \varphi_j)$ .

Дискретный аналог задачи (2.1)-(2.3) на сетке  $\omega_h$  имеет вид:

$$\frac{1}{h_u^2} \left[ a_{i+\frac{1}{2},j} (p_{i+1,j} - p_{i,j}) - a_{i-\frac{1}{2},j} (p_{i,j} - p_{i-1,j}) \right] + \\ + \frac{k_r}{h_\varphi^2} (p_{i,j+1} - 2p_{i,j} + p_{i,j-1}) = 0; i = \overline{2, N_r - 1}, j = \overline{0, N_\varphi - 1}, \quad (2.4)$$

$$p_{i,-1} = p_{i,N_\varphi-1}, p_{i,N_\varphi} = p_{i,0}, i = \overline{2, N_r - 1},$$

$$\sum_{j=0}^{N_\varphi-1} a_{\frac{1}{2},j} (p_{2,j} - p_{1,j}) \cdot \frac{h_\varphi}{h_u} = \frac{\mu Q}{H}, \text{ (или } p_{1,j} = p_c, j = \overline{0, N_\varphi - 1}), \quad (2.5)$$

$$p_{N,j} = p_k, \quad j = \overline{0, N_\varphi - 1}. \quad (2.6)$$

$$\text{Здесь } a_{i\pm\frac{1}{2},j} = \frac{2k_{i,j}k_{i\pm 1,j}}{k_{i,j} + k_{i\pm 1,j}}.$$

Значения коэффициента проницаемости в расчетных ячейках разностной сетки, через которые проходит трещина, вычисляются следующим образом [105, 124]:

$$k_{i,j} = \frac{k_r (S_{i,j} - S_{f_{i,j}}) + k_f S_{f_{i,j}}}{S_{i,j}}, \quad (2.7)$$

где  $S_{i,j}$  – площадь ячейки  $(i,j)$ ,  $S_{f_{i,j}}$  – площадь трещины в ячейке  $(i,j)$  (рис.2.2).

Матрица коэффициентов системы линейных уравнений (2.4) -(2.6) является несимметричной, ее портрет приводится на рис.2.3.

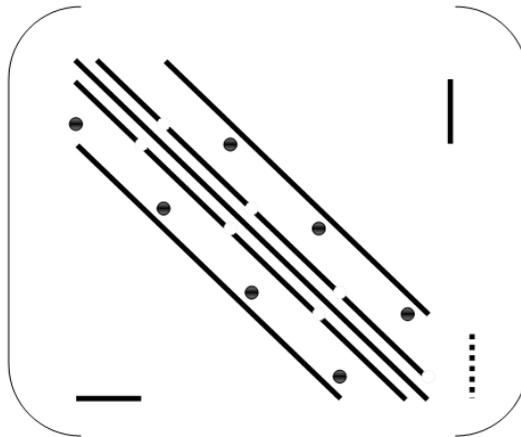


Рис. 2.3. Портрет матрицы

Полученная система линейных алгебраических уравнений решается методом BiCGStab с предобусловливанием [100, 141].

## 2.2 Результаты математического моделирования

Пример 2.1. Нефтяной круговой пласт эксплуатируется вертикальной скважиной с трещиной гидроразрыва (рис.2.1). Исходные данные:  $H = 5$  м,

$R_k = 100$  м,  $r_c = 0.1$  м,  $L_f = 20$  м,  $w_f = 0.01$  м,  $k_r = 0.05$  мкм<sup>2</sup>,  $k_f = 70$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 25$  мПа · с,  $p_c = 8$  МПа,  $p_k = 10$  МПа.

В данном примере приводятся результаты математического моделирования притока жидкости к вертикальной скважине, пересеченной трещиной ГРП. Вычисленные дебиты скважины с трещиной ГРП  $Q_c = Q_c(N_r, N_\varphi)$ , в зависимости от количества узлов сетки в расчетной области, сравниваются с дебитом  $Q_k$ , полученным с помощью аналитической формулы [62]:

$$Q_k = \frac{Q_0 \cdot \ln(R_k/r_c)}{(1 - \lambda) \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right) + \lambda \ln\left(\frac{2R_k}{f}\right) - (1 - \lambda) \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda^n \ln(1 - z^{4n}))}, \quad (2.8)$$

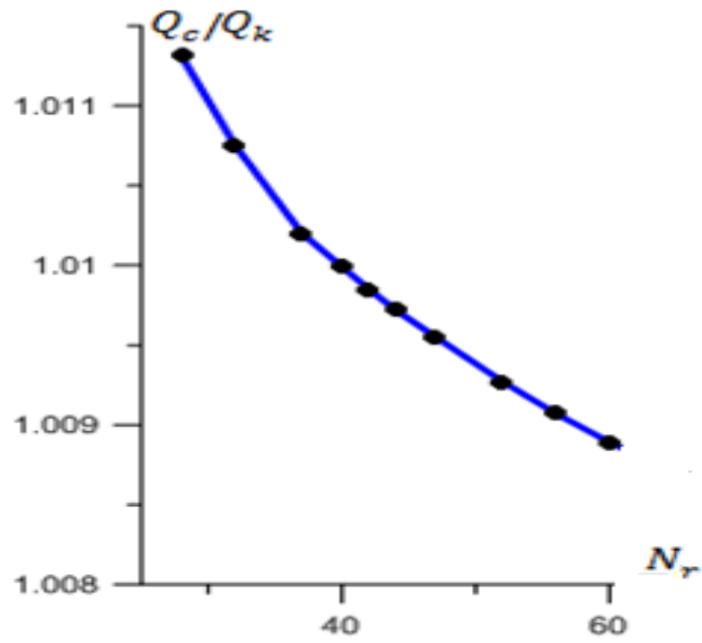
$$\lambda = \frac{k_f - k_r}{k_f + k_r}, z = \sqrt{\frac{L_f - w_f}{L_f + w_f}}, Q_0 = \frac{2\pi k_r H}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln(R_k/r_c)},$$

$Q_0$  – дебит скважины,  $f$  – фокусное расстояние.

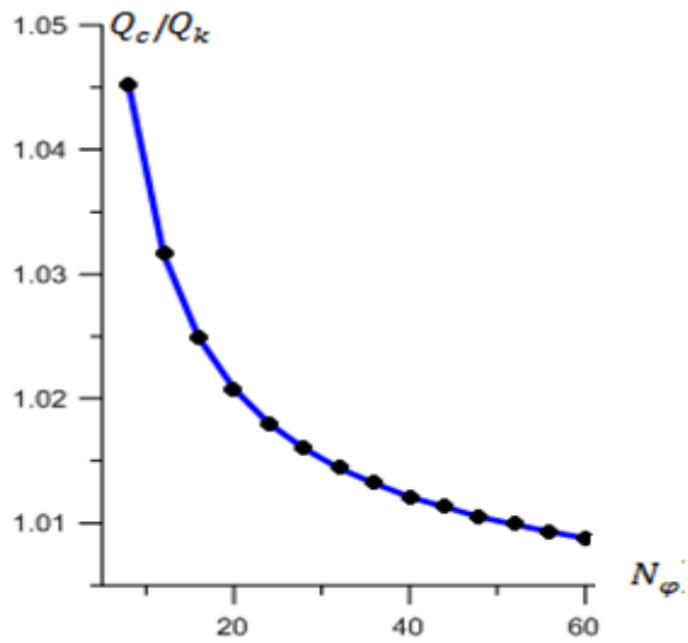
На рис. 2.4 приводятся графики отношения  $Q_c/Q_k$  в зависимости от числа узлов по  $r$  и  $\varphi$  ( $N_r$  и  $N_\varphi$ ) соответственно. Здесь  $Q_c$  – вычисленный дебит скважины из решения дискретной задачи (2.4)-(2.6) при заданном забойном давлении  $p_c$ ,  $Q_k$  – значение дебита, вычисленного по формуле (2.8). Результаты расчетов показали, что численное решение задачи (2.1)-(2.3), когда количество узлов находятся в границах  $40 \leq N_r, N_\varphi \leq 60$  получается с приемлемой для практических целей точностью.

Пример 2.2. Нефтяной круговой пласт эксплуатируется вертикальной скважиной с трещиной гидроразрыва. Исходные данные:  $H = 5$  м,  $R_k = 120$  м,  $r_c = 0.1$  м,  $L_f = 20$  м,  $w_f = 0.01$  м,  $k_r = 0.05$  мкм<sup>2</sup>,  $\mu = 25$  мПа · с,  $p_k = 10$  МПа,  $Q = 5$  м<sup>3</sup>/сут.

В этом примере исследуется влияние трещины на распределение давления в круговом пласте. Расчеты проводились на полярной сетке  $N_r = N_\varphi = 60$ .



а)  $N_\varphi = 60$ ;



б)  $N_r = 60$ ;

Рис. 2.4. Верификация численного решения при стационарном режиме фильтрации

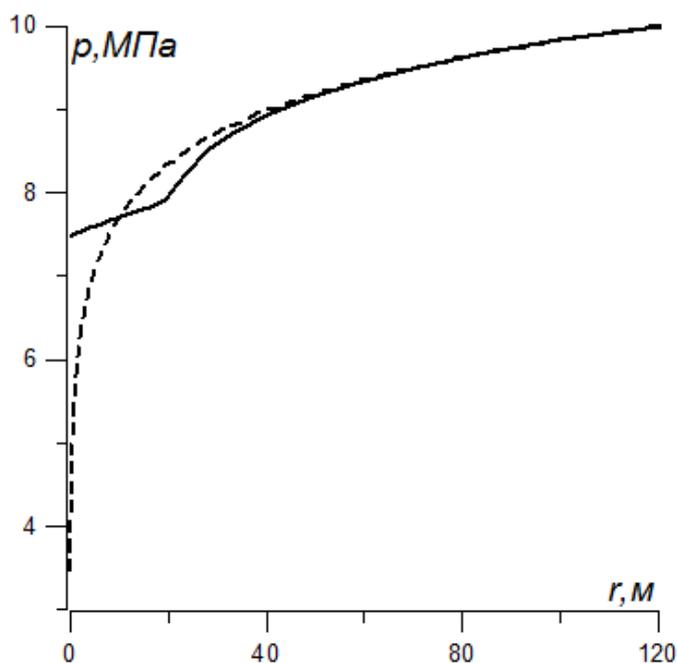


Рис. 2.5. Распределение давления в пласте.  
 (---) – до проведения ГРП, (—) – после проведения ГРП  
 в направлении оси трещины;  $k_f = 500 \text{ мкм}^2$

На рис.2.5 показано распределение давления в направлении  $\varphi = 0$  в круговом пласте при стационарной фильтрации до и после проведения гидроразрыва. После проведения гидроразрыва пласта, вскрытого вертикальной скважиной требуется значительно меньший перепад давления, чтобы получить дебита  $Q$  (рис. 2.5).

Кривая изменения давления  $p(r)$  вдоль крыла трещины в нефтяном пласте имеет характерный излом в точке, где заканчивается трещина.

На рис.2.6-2.7 приводятся линии изобар в круговом пласте до и после проведения гидроразрыва. Линии изобар в круговом пласте до проведения гидроразрыва являются окружностями, а после проведения ГРП линии изобар имеют эллиптическую форму.

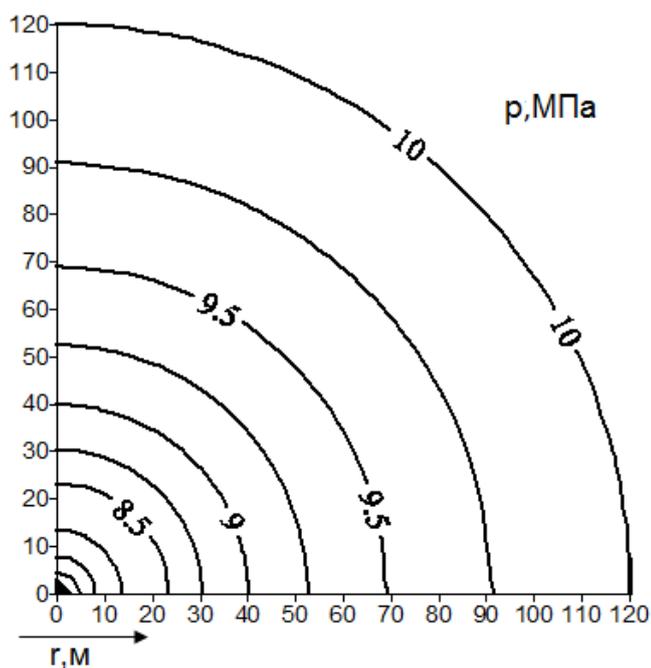


Рис.2.6. Распределение давления в круговом пласте:  $\frac{k_f}{k_r} = 1$

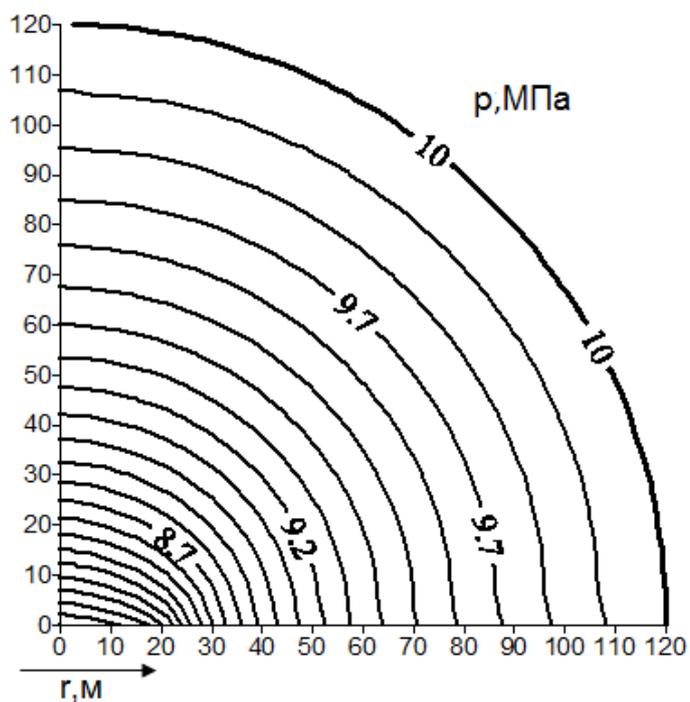


Рис.2.7. Распределение давления в круговом пласте:  $\frac{k_f}{k_r} = 10^6$

В результате гидравлического разрыва в несколько раз повышается дебит добывающих скважин, за счет приобщения к выработке слабодренируемых зон и улучшения состояния призабойной зоны. Продуктивность скважины зависит, в том числе, от проводимости  $k_f w_f$ ,

длины трещины  $L_f$ . Далее исследуется влияние проводимости и длины трещины на дебит скважины.

Пример 2.3. Нефтяной круговой пласт эксплуатируется вертикальной скважиной с трещиной гидроразрыва. Исходные данные:  $H = 5$  м,  $R_k = 200$  м,  $r_c = 0.1$  м,  $\mu = 25$  мПа · с,  $p_k = 10$  МПа,  $Q = 5$  м<sup>3</sup>/сут.

Расчеты проводились на полярной сетке  $N_r = N_\varphi = 60$ . На рис. 2.8 - 2.10 показано, как влияет проводимость  $k_f w_f$  и длина  $L_f$  трещины на дебит скважины после гидроразрыва пласта. Здесь  $Q_0$  – дебит скважины с трещиной гидроразрыва, который вычисляется по формуле И. А. Чарного. Для получения оценки дебита  $Q_0$  предполагается, что жидкость поступает в скважину только через трещину:

$$Q_0 = \frac{2\pi k_r H}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln\left(\frac{2R_k}{L_f}\right)}, \quad (2.9)$$

где  $k_r$  – проницаемость пласта,  $R_k$  – радиус контура питания,  $L_f$  – полудлина трещины.

Дебит скважины до проведения ГРП при наличии скин-эффекта вычисляется по формуле:

$$Q_1 = \frac{2\pi k_r H}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right) + S}, \quad (2.10)$$

где  $S$  – скин-фактор,  $r_c$  – радиус скважины.

Из (2.9) и (2.10) получается формула И. А. Чарного для оценки дебита  $Q_0$  [65, 138]:

$$Q_0 = Q_1 \frac{\ln\frac{R_k}{r_c} + S}{\ln\frac{2R_k}{L_f}} \quad (2.11)$$

Результаты численных экспериментов показывают, что увеличение длины трещины с некоторой величины, когда  $F_{CD} < 300$  не дает существенного повышения дебита (рис.2.8- 2.10).

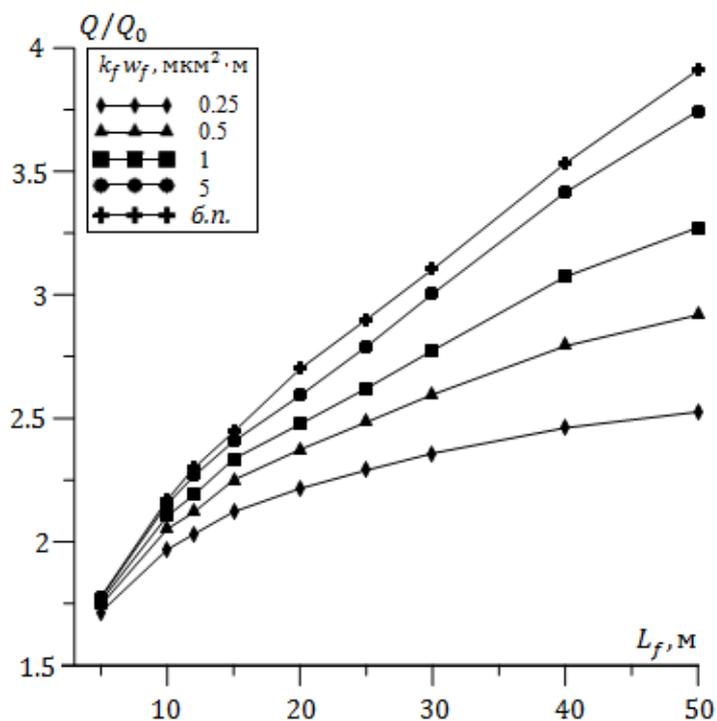


Рис. 2.8. Производительность скважины, вскрывшей пласт с  $k_r = 0.005 \text{ мкм}^2$

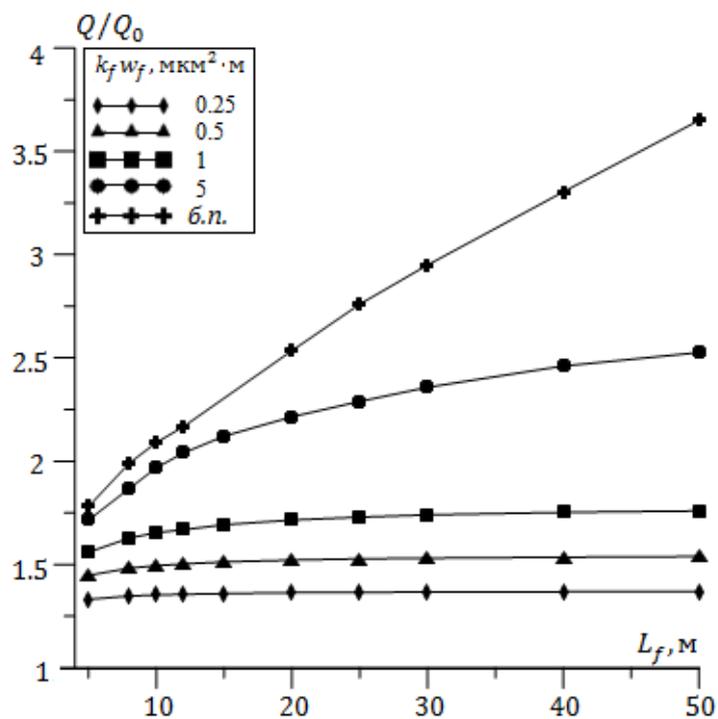


Рис.2.9. Производительность скважины, вскрывшей пласт с  $k_r = 0.1 \text{ мкм}^2$

На рис. 2.10 приводятся результаты исследования производительности вертикальной скважины с ухудшенной призабойной зоной в зависимости от длины и проводимости трещины гидроразрыва.

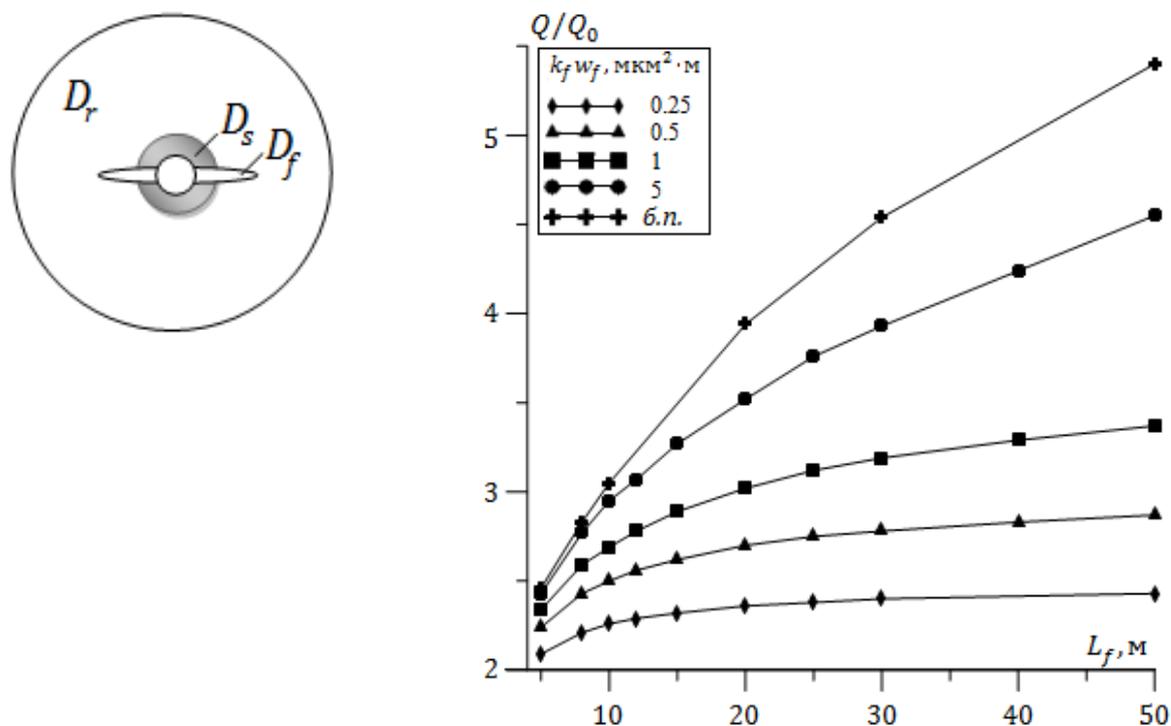


Рис. 2.10. Производительность скважины с ухудшенной призабойной зоной ( $k_r=0.05$  мкм<sup>2</sup>,  $k_s=0.025$  мкм<sup>2</sup>,  $r_s=3$  м).

Результаты численных экспериментов показывают, что гидроразрыв пласта является эффективным методом воздействия на пласт при наличии загрязненной призабойной зоны. Для восстановления дебита скважины с загрязненной призабойной зоной достаточно создать трещину гидроразрыва, чтобы полудлина трещины  $L_f$  в несколько раз превышала радиус призабойной зоны  $r_s$ .

После проведения гидроразрыва значительная часть дебита поступает в скважину через трещину, поэтому загрязненная призабойная зона оказывает меньшее влияние на продуктивность скважины.

### 2.3 Численное решение задачи нестационарной фильтрации к вертикальной скважине, пересеченной трещиной ГРП

Процесс неустановившейся фильтрации жидкости в круговом пласте к вертикальной скважине с трещиной гидроразрыва описывается следующим уравнением:

$$\beta^* \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{k(r, \varphi)}{\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{k(r, \varphi)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right), \quad (2.9)$$

$$0 < t \leq T, r_c < r < R_k, 0 \leq \varphi < 2\pi,$$

$$p(r, \varphi, 0) = p_0(r, \varphi), \quad (2.10)$$

с начальным и граничными условиями:

$$\int_0^{2\pi} \left( r \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_c} d\varphi = \frac{Q(t)}{H}, \quad \frac{\partial p}{\partial \varphi} \Big|_{r=r_c} = 0, \quad (2.11)$$

$$p(R_k, \varphi, t) = p_k, \quad (2.12)$$

где  $\beta^*$  – коэффициент упругоёмкости,  $p_0(r, \varphi)$  – начальное распределение давления в пласте. Проницаемость пласта предполагается кусочно-постоянной функцией:

$$k(r, \varphi) = \begin{cases} k_r, & (r, \varphi) \in D_r, \\ k_f, & (r, \varphi) \in D_f. \end{cases}$$

Краевая задача (2.9) - (2.12) решается численно методом конечных разностей. Для применения этого метода в области фильтрации по переменной  $r$  [2] вводится неравномерная сетка, сгущающаяся к скважине. Построение неравномерной сетки проводится с помощью преобразования координат  $u = \ln r$  [2].

В области  $\Omega = \{\ln r_c = u_c \leq u \leq U_k = \ln R_k, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 \leq t \leq T\}$  вводятся сетки узлов:

$$\omega_h = \left\{ (u_i, \varphi_j): u_i = u_c + (i-1)h_u, i = \overline{1, N_r}, h_u = \frac{U_k - u_c}{N_r - 1}, \right. \\ \left. \varphi_j = jh_\varphi, j = \overline{0, N_\varphi - 1}, h_\varphi = \frac{2\pi}{N_\varphi} \right\},$$

$$\omega_\tau = \{t_n, 0 = t_1 < \dots < t_{N_\tau} = T, t_n - t_{n-1} = \tau_n\}$$

и полагается  $p_{i,j}^n = p(u_i, \varphi_j, t_n)$ ,  $Q^n = Q(t_n)$ ,  $k_{i,j} = k(u_i, \varphi_j)$ .

Краевая задача (2.9)-(2.12) на сетке  $\omega_h \times \omega_\tau$  аппроксимируется следующей неявной разностной схемой:

$$\begin{aligned} \beta^* e^{2u_i} \frac{p_{i,j}^n - p_{i,j}^{n-1}}{\tau_n} &= \frac{1}{\mu h_u^2} \left[ a_{i+\frac{1}{2},j} (p_{i+1,j}^n - p_{i,j}^n) - a_{i-\frac{1}{2},j} (p_{i,j}^n - p_{i-1,j}^n) \right] + \\ &+ \frac{k_r}{\mu h_\varphi^2} (p_{i,j+1}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i,j-1}^n), \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$i = \overline{2, N_r - 1}, j = \overline{0, N_\varphi - 1}, n = \overline{1, N_\tau},$$

$$p_{i,-1}^n = p_{i, N_\varphi - 1}^n, p_{i, N_\varphi}^n = p_{i, 0}^n, i = \overline{2, N_r - 1}, n = \overline{1, N_\tau},$$

$$p_{i,j}^0 = p_{0,i,j}, i = \overline{1, N_r}, j = \overline{0, N_\varphi - 1}, \quad (2.14)$$

$$\sum_{j=0}^{N_\varphi-1} a_{\frac{1}{2},j} (p_{2,j}^n - p_{1,j}^n) \cdot \frac{h_\varphi}{h_u} = \frac{\mu Q^n}{H}, n = \overline{1, N_\tau}, \quad (2.15)$$

$$p_{N,j}^n = p_{k,j}, j = \overline{0, N_\varphi - 1}, n = \overline{1, N_\tau}, \quad (2.16)$$

$$a_{i\pm\frac{1}{2},j} = \frac{2k_{i,j}k_{i\pm 1,j}}{k_{i,j} + k_{i\pm 1,j}}.$$

С учетом того, что  $S_{i,j} \gg S_{f,i,j}$ ,  $S_{f,i,j} \cong L_{f,i,j} w_f$ ,  $k_f \gg k_r$ , значения коэффициента проницаемости в расчетных ячейках разностной сетки, содержащие трещину, вычисляются по формуле:

$$k_{i,j} = \frac{k_r (S_{i,j} - S_{f,i,j}) + k_f S_{f,i,j}}{S_{i,j}} \cong k_r + k_f w_f \frac{L_{f,i,j}}{S_{i,j}}, \quad (2.17)$$

где  $S_{i,j}$  – площадь ячейки  $(i, j)$ ,  $L_{f,i,j}$  – длина трещины в ячейке  $(i, j)$ .

Система линейных алгебраических уравнений решается методом BiCGStab с предобуславливанием [143].

## 2.4 Результаты расчетов

Численное решение краевой задачи (2.13) - (2.16) сравнивается с полуаналитическим решением, предложенным в работе [130]. Исследуется

поведение кривых восстановления давления в вертикальной скважине с трещиной гидроразрыва.

Пример 2.4. Нефтяной круговой пласт эксплуатируется вертикальной скважиной с трещиной гидроразрыва. Исходные данные:  $H = 5$  м,  $R_k = 200$  м,  $r_c = 0.1$  м,  $Q = 5$  м<sup>3</sup>/сут,  $p_k = 10$  МПа,  $\mu = 25$  мПа·с,  $k_r = 0.05$  мкм<sup>2</sup>,  $L_f = 20$  м,  $w_f = 0.01$  м,  $k_f = 50$  мкм<sup>2</sup>,  $\beta^* = 3 \cdot 10^{-4}$  МПа<sup>-1</sup>.

Расчеты проводились на полярной сетке  $N_r = N_\varphi = 60$ . На рис. 2.11 и 2.12 приводятся кривые восстановления давления в полулогарифмических и билогарифмических координатах при аппроксимации трещины эллипсом (2.7) и прямоугольником (2.17). Результаты расчетов показывают, что трещину ГРП можно аппроксимировать прямоугольником с достаточной точностью для решения практических задач. В дальнейших расчетах, которые приводятся в этой главе, трещина ГРП аппроксимируется прямоугольником.

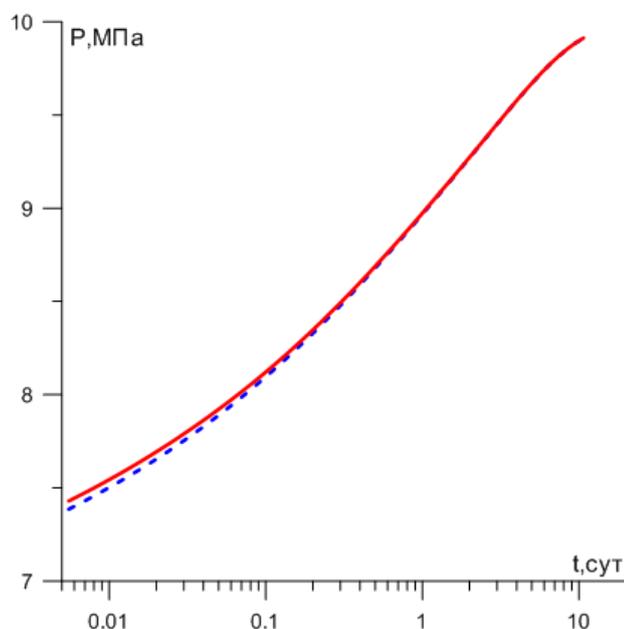


Рис.2.11. Кривые восстановления давления:  
— трещина ГРП – эллипс; --- трещина ГРП – прямоугольник

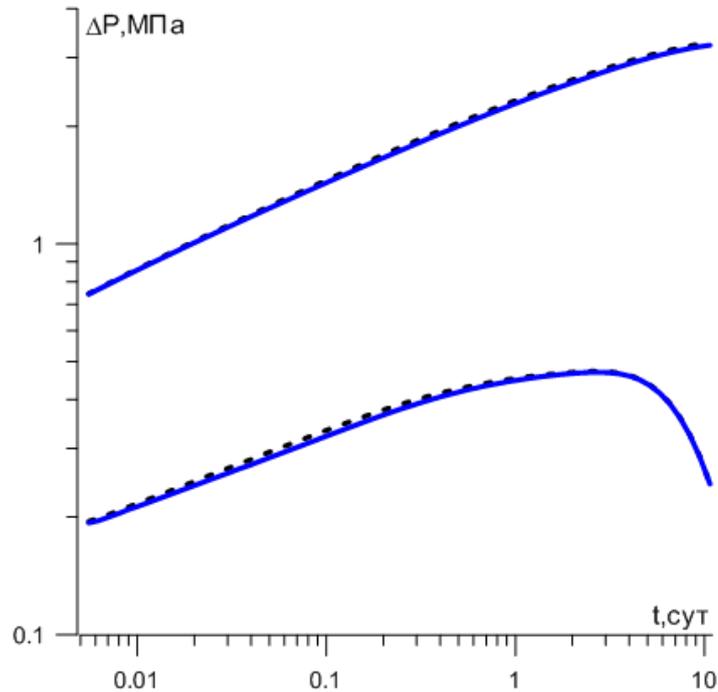


Рис.2.12. Кривые восстановления забойного давления и их производные: — - трещина ГРП – эллипс;  
 --- - трещина ГРП – прямоугольник.

На рис.2.13. приводятся результаты расчетов по предложенному вычислительному алгоритму, а также по модели Н. Cinco-Ley [130]. Кривые изменения давления и их производные, полученные на основе численного решения задачи (2.9)-(2.12) и полуаналитического решения по модели Н. Cinco-Ley, хорошо согласуются. При вычислении изменения давления в скважине по модели Н. Cinco-Ley, V.F. Samaniego, A.N. Dominguez трещина ГРП разбивалась на 100 сегментов [130].

Далее проводится анализ кривых восстановления давления в вертикальной скважине, пересеченной трещиной гидроразрыва. Кривые восстановления давления и их производные в билогарифмических координатах до и после проведения ГРП приводятся на рис.2.14. График производной давления после проведения ГРП не параллелен к оси абсцисс (начальный участок график производной давления отклоняется вниз), как при радиальном притоке жидкости к вертикальной скважине до проведения ГРП. Отрицательное значение скин-фактора показывает улучшение

фильтрационных свойств призабойной зоны. Отрицательное значение производной в конце промыслового эксперимента показывает, что возмущение давления дошло до  $P_k$ .

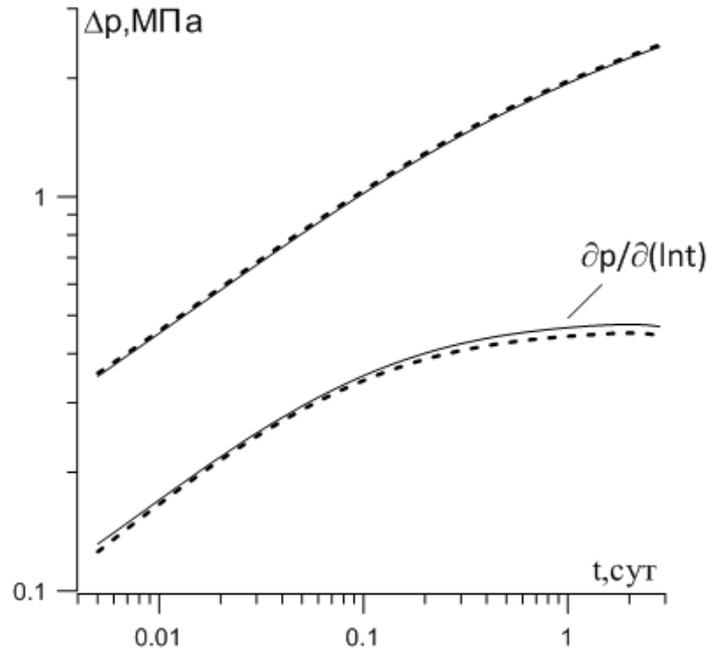


Рис.2.13. Кривые изменения давления и их производные:  
 — - численное решение задачи (2.9)-(2.12);  
 --- полуаналитическое решение по модели Н. Cinco-Ley .

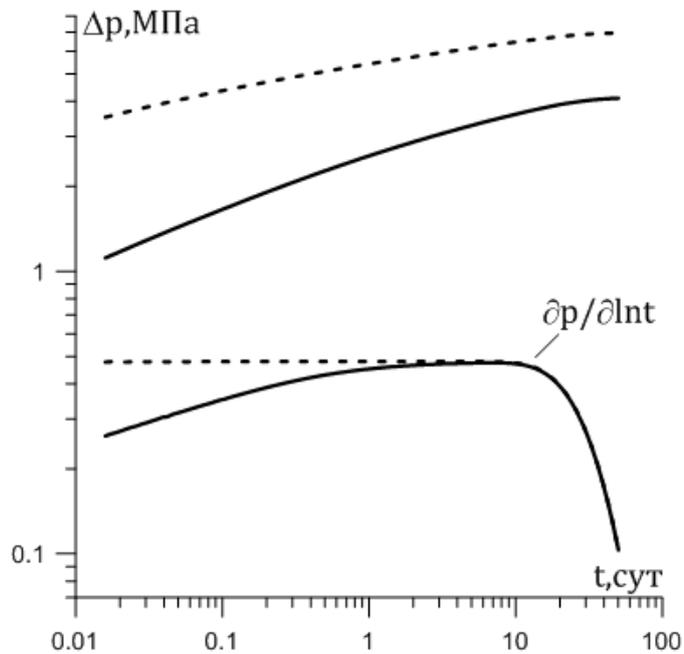


Рис.2.14. Кривые изменения давления и их производные в скважине с трещиной (---) и без трещины (—) ГРП.

Далее исследуется влияние объема ствола вертикальной скважины  $C$ , пересеченной трещиной ГРП на кривые восстановления давления. На рис. 2.15 приводятся результаты расчетов, полученные с учетом ( $C \neq 0$ ) и без учета ( $C=0$ ) влияния ствола скважины.

Как показали расчеты, учет влияния объема ствола вертикальной скважины с трещиной гидроразрыва приводит к изменению начального участка кривой восстановления давления. Угол наклона начального участка кривой изменения давления и ее логарифмической производной в билогарифмических координатах показывает о наличие притока после остановки скважины [122, 128]. Это не позволяет установить окончание линейного режима притока вдоль трещины, что затрудняет интерпретацию кривой восстановления давления.

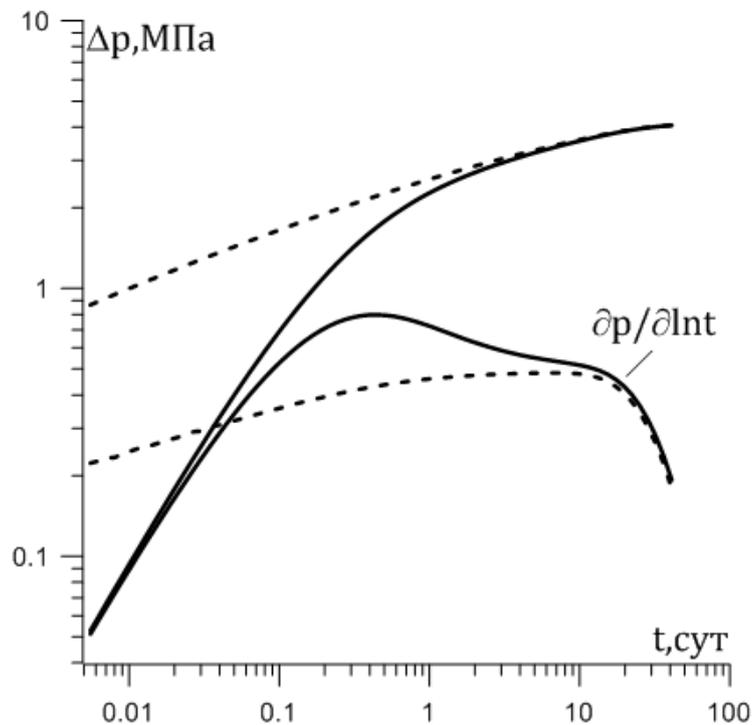


Рис.2.15. Кривые изменения давления и их производные  
(—) —  $C \neq 0$ ; (---) —  $C = 0$ .

Далее исследуется влияние загрязненной призабойной зоны на кривые восстановления давления в вертикальной скважине, пересеченной трещиной гидроразрыва.

Пример 2.5. Нефтяной неоднородный круговой пласт (рис. 2.16) эксплуатируется вертикальной скважиной, пересеченной трещиной гидроразрыва. Исходные данные:  $Q = 5 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $H = 5 \text{ м}$ ,  $p_k = 20 \text{ МПа}$ ,  $R_k = 200 \text{ м}$ ,  $r_c = 0.1 \text{ м}$ ,  $L_f = 10 \text{ м}$ ,  $w_f = 0.01 \text{ м}$ ,  $k_r = 0.05 \text{ мкм}^2$ ,  $k_s = 0.025 \text{ мкм}^2$ ,  $r_s = 3 \text{ м}$ ,  $S = 3,4$ ,  $k_f = 50 \text{ мкм}^2$ ,  $\mu = 25 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ ,  $\beta^* = 3 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$ .

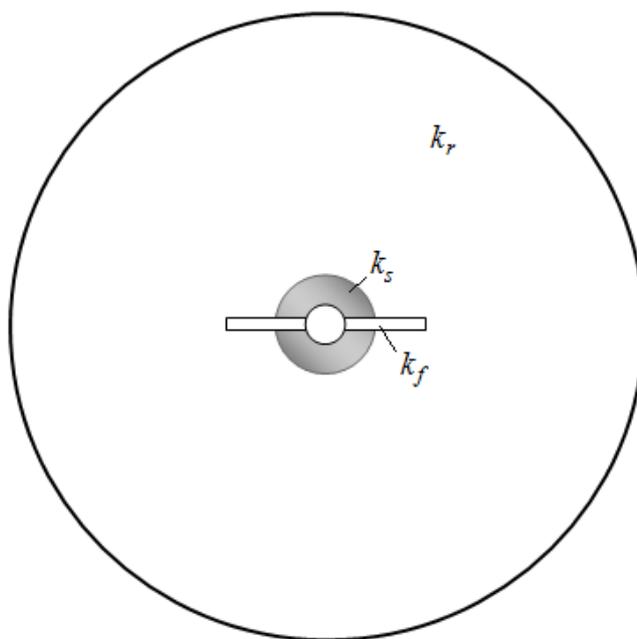


Рис.2.16. Зонально-неоднородный нефтяной пласт

Кривые восстановления давления и их производные в вертикальной скважине с трещиной и без трещины гидроразрыва в билогарифмических координатах приводятся на рис.2.17, кривые восстановления давления в полулогарифмических координатах – на рис.2.18. Начальные участки кривых изменения давления (рис. 2.18) и производной давления (рис.2.17) после проведения ГРП показывают наличие отрицательного скин-эффекта.

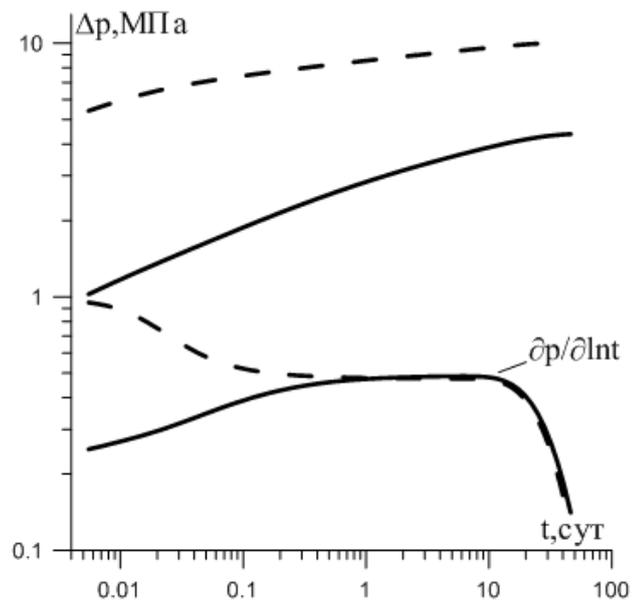


Рис.2.17. Кривые восстановления давления и их производные;  
 - - - - до проведения ГРП, — - после проведения ГРП

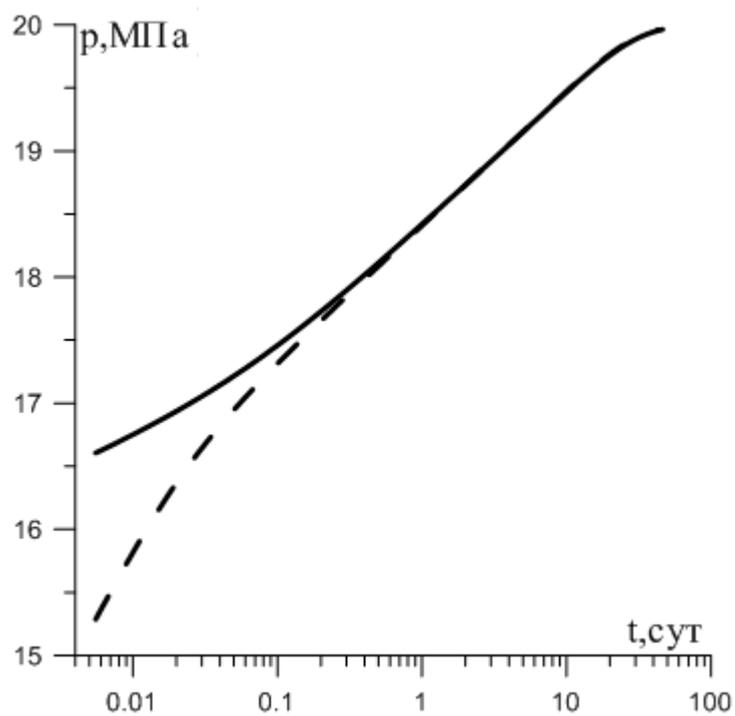


Рис.2.18. Кривые восстановления давления;  
 - - - - до проведения ГРП, — - после проведения ГРП

## **2.5 Определение параметров трещины и пласта**

Гидродинамические методы исследования (ГДИ) вертикальных скважин позволяют оценить эффективность проведения гидроразрыва пласта. Из существующих гидродинамических методов наиболее точными являются методы определения фильтрационных параметров пластов и скважин по наблюдениям неустановившихся режимов их работы и взаимодействия. На нефтяных промыслах наиболее часто проводятся следующие исследования: скважина останавливается и фиксируется кривая восстановления давления. Аналогично снимаются кривые падения давления. Существующие методы интерпретации результатов ГДИ вертикальных скважин с трещиной ГРП основаны на гипотезе плоских потоков. Для применения данной методики плоских потоков необходимо использовать измерения давления, зафиксированные глубинными приборами.

Большинство ГДИ на нефтяных месторождениях РФ выполняется с применением звукометрических исследований (поверхностные измерения). Поэтому является актуальной разработка методов определения параметров пласта и трещины на основе звукометрических измерений.

В этом пункте численно решается обратная задача по определению фильтрационных свойств пласта и параметров трещины гидроразрыва на основе теории некорректных задач. Для численного решения этой задачи используются результаты ГДИ вертикальных скважин.

Решение этой задачи основано на минимизации функционала невязки. В качестве функционала берется средне-квадратичное отклонение между наблюдаемыми и вычисленными значениями забойных давлений.

Разработанный вычислительный алгоритм решения обратных задач позволяет определять коэффициенты упругоэластичности и проницаемости пласта, пластовое давление, длину и проводимость трещины, скин-фактор.

### 2.5.1. Решение обратной задачи по определению параметров пласта и трещины

Обратная задача по определению значения пластового давления и параметров трещины гидроразрыва, когда процесс фильтрации жидкости к ВС с трещиной ГРП описывается системой (2.9) - (2.12). Дополнительно предполагается известным изменение давления после пуска или остановки скважины:

$$p(r_c, t) = \psi(t), \quad 0 < t \leq t_{\text{exp}}, \quad (2.18)$$

где  $t_{\text{exp}}$  – время промыслового эксперимента.

Численное решение обратной задачи (2.9) - (2.12), (2.18) сводится к задаче минимизации средне-квадратичного отклонения:

$$F(\bar{\alpha}) = \sum_{i=1}^{N_\tau} (\psi(t_i) - p(r_c, t_i))^2 \tau_i, \quad (2.19)$$

где  $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (L_f, k_f w_f, p_k)$ ,  $a_j \leq \alpha_j \leq b_j$  ( $a_j, b_j = \text{const}$ ),  $j = \overline{1,3}$ .

$\psi(t_i)$  – замеренные давления на забое скважины,  $p(r_c, t_n)$  – вычисленные значения забойного давления при неустановившейся фильтрации (2.9) - (2.12).

Вычислительный алгоритм минимизации средне-квадратичного отклонения строится на основе метода Левенберга-Марквардта:

1. Выбор начального приближения  $\bar{\alpha}^0 = (\alpha_1^0, \alpha_2^0, \alpha_3^0)$ .
2. Численное решение задачи (2.13) - (2.16).
3. Вычисление функционала

$$F(\bar{\alpha}^k) = \sum_{i=1}^{N_\tau} F_i \tau_i, \quad F_i = (p(r_c, t_i) - \psi(t_i))^2.$$

4. Вычисление вектор  $\bar{\alpha}^{k+1}$ :

$$\bar{\alpha}^{k+1} = \bar{\alpha}^k - (H^k + \nu E)^{-1} \nabla F,$$

где  $H^k$  – приближенная матрица Гессе,  $H^k = A^T A$ ,  $\{A_{i,j}\} = \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial \alpha_j} \right\}$  – матрица чувствительности,  $\nu$  – параметр регуляризации,  $E$  – единичная матрица,  $\nabla F$  – градиент функционала-невязки.

5. При выполнении одного из условий:

$$|F(\bar{\alpha}^{k+1}) - F(\bar{\alpha}^k)| < \varepsilon_1, \quad |\bar{\alpha}^{k+1} - \bar{\alpha}^k| < \varepsilon_2,$$

итерационный процесс прекращается.

$\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – заданные положительные числа.

В противном случае полагаем  $k = k + 1$  и переходим к шагу 2.

### 2.5.2. Результаты численных экспериментов

В данном пункте предложенный алгоритм тестировался на модельных задачах, проводилась верификация с графоаналитическим методом.

Пример 2.6. Рассматривается нефтяной круговой пласт, который эксплуатируется вертикальной скважиной, пересеченной трещиной гидроразрыва со следующими исходными данными:  $H = 5$  м,  $R_k = 200$  м,  $p_k = 10$  МПа,  $r_c = 0.1$  м,  $L_f = 20$  м,  $k_r = 0.01$  мкм<sup>2</sup>,  $Q = 3$  м<sup>3</sup>/сут,  $k_f w_f = 5$  мкм<sup>2</sup> · м,  $\mu = 25$  мПа · с,  $\beta^* = 1 \cdot 10^{-4}$  МПа<sup>-1</sup>.

Из численного решения прямой задачи (2.9) - (2.12) определяется кривая восстановления давления  $\psi(t_i)$ , которая в дальнейшем используется в качестве начальной информации.

Проводились расчеты при различных начальных приближениях. Результаты расчетов показали, что выбор начального приближения мало влияет на сходимость итерационного процесса. Вычислительный алгоритм сходится к истинным значениям искомых параметров за 6-15 шагов. Сходимость итерационного процесса по каждому оцениваемому параметру приводится на рис. 2.19.

В исходные данные  $\psi(t_i)$  случайным образом вносились погрешности в пределах  $\delta = 0.05$  Мпа. и исследовалась устойчивость предложенного

вычислительного алгоритма решения обратной задачи. В таблице 2.1 приводятся результаты расчетов с возмущенными и невозмущенными исходными данными. Результаты расчетов показали, что численное решение обратной задачи устойчиво относительно малых возмущений исходной информации. Возмущенная и вычисленная КВД приводятся на рис.2.20.

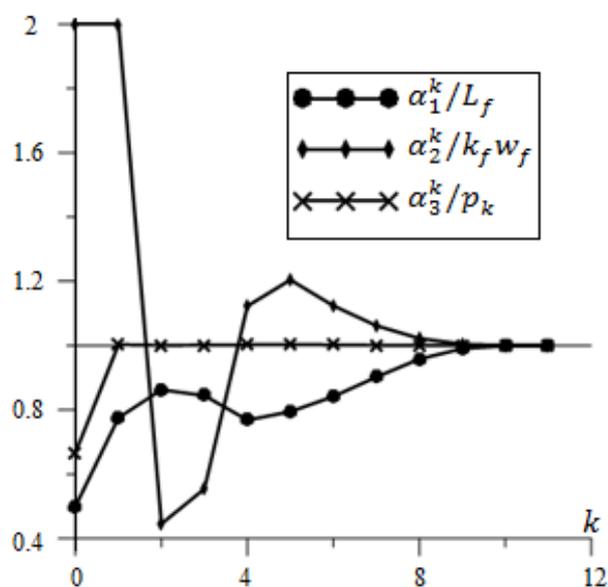


Рис.2.19. Сходимость итерационного процесса

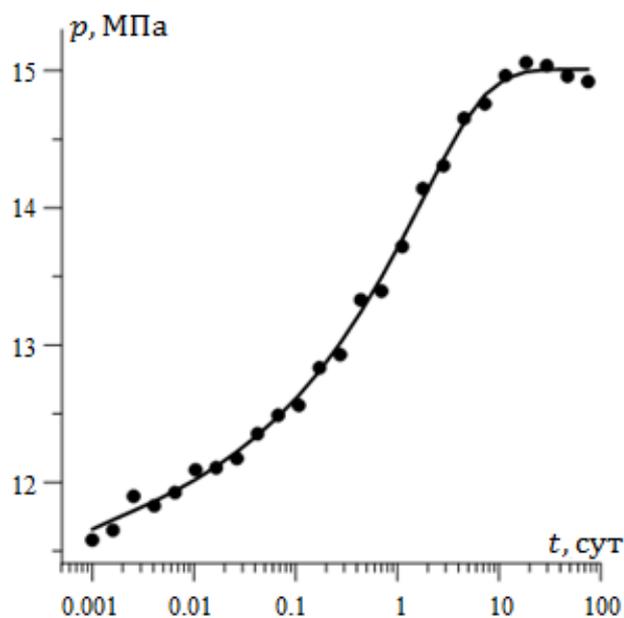


Рис.2.20. КВД с внесенными погрешностями (●●●) и вычисленная КВД (—)

Таблица 2.1. Результаты расчетов

	$L_f$ (м)	$k_f w_f$ (мкм <sup>2</sup> · м)	$P_k$ (МПа)
Истинные параметры	40.00	2.50	15.0
Вычисленные параметры, $\delta = \pm 0.05$ МПа	35.67	2.68	15.0
Вычисленные параметры	39,999	2,0501	15,0

Пример 2.7. Рассматривается нефтяной пласт с данными, приведенными в табл. 2.2, в табл. 2.3 приводятся данные по КПД, снятая в ВС с трещиной ГРП [130]. Решение обратной задачи, полученное по предложенному вычислительному алгоритму и методом совмещения типовых кривых [130], приводятся на рис.2.21 и в табл.2.4.

Таблица 2.2. Исходная информация

Параметры пласта	Значение
Упругость, МПа <sup>-1</sup>	$2.9 \cdot 10^{-4}$
Радиус скважины, м	0.08
Дебит, м <sup>3</sup> /сут	39.7
Толщина пласта, м	9.15
Объемный коэффициент, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	1.65
Вязкость нефти, мПа · с	0.85

Таблица 2.3. Данные по кривым падения давления

$t$ , час	$p_0 - p_c$ , МПа	$t$ , час	$p_0 - p_c$ , МПа
0.25	3.93	40	17.99
0.50	4.69	50	19.30
1	5.45	60	20.54
2.5	7.31	70	21.44
5	9.24	80	22.13
10	11.58	90	23.03
20	14.48	100	23.65
30	16.41	150	26.47

Таблица 2.4. Результаты расчетов по промысловой информации [130]

Параметры пласта и трещины	Метод совмещения типовых кривых [130]	Предложенный метод
Полудлина трещины $L_f$ , м	48.3	36.1
Проводимость трещины $k_f w_f$ , мкм <sup>2</sup> · м	2.35	2.05
Проницаемость пласта $k_r$ , мкм <sup>2</sup>	0.0078	0.0088

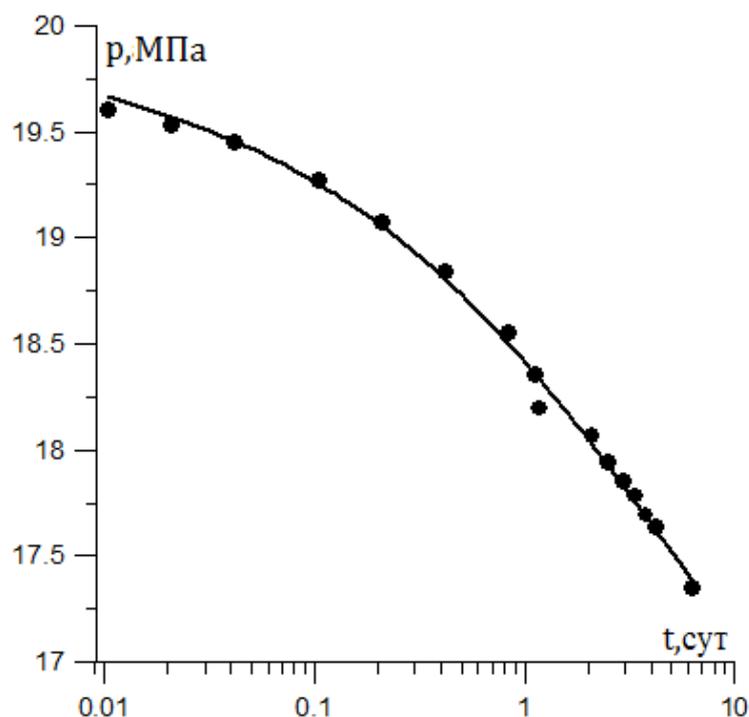


Рис. 2.21. Наблюдаемая (●●●) и вычисленная (—) кривые падения давления в скважине с трещиной ГРП

В следующем примере приводятся результаты интерпретации кривых восстановления давления в вертикальной скважине, пересеченной трещиной гидроразрыва, приведенной в работе [132]. В табл. 2.5 приводится исходная промысловая информация.

Пример 2.8. Нефтяной пласт эксплуатируется вертикальной скважиной. Исходные данные для решения обратной задачи приводятся в табл. 2.5. В табл. 2.6 приводятся данные по кривым восстановления давления, снятых в вертикальной скважине с трещиной ГРП [132]. Значения параметров: проницаемость пласта  $k_r$ , полудлина  $L_f$  и проводимость  $k_f w_f$  трещины, определенные графоаналитическим [132] и предложенным методом приводятся в табл. 2.7. На рис.2.22. приводятся измеренная КВД и вычисленная КВД, предложенным методом.

Таблица 2.5. Исходные параметры

Параметры пласта	Значение
Упругоэластичность, МПа <sup>-1</sup>	4,35·10 <sup>-4</sup>
Объемный коэффициент, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>	1,0588
Радиус скважины, м	0,1
Толщина пласта, м	30,5

Таблица 2.6. Данные по КВД

$t$ , час	$p_0 - p_c$ , МПа	$t$ , час	$p_0 - p_c$ , МПа	$t$ , час	$p_0 - p_c$ , МПа
0.022	16.49	1.263	22.26	12.505	30.89
0.028	16.63	1.558	22.83	13.893	31.42
0.036	16.78	1.852	23.34	15.417	31.94
0.047	16.96	2.235	23.92	17.098	32.47
0.061	17.17	2.614	24.43	19.284	33.07
0.080	17.42	3.105	25.02	21.397	33.58
0.104	17.70	3.585	25.53	24.145	34.16
0.135	18.02	4.210	26.12	26.893	34.67
0.176	18.39	4.811	26.63	30.466	35.22
0.228	18.79	5.593	27.23	34.212	35.71
0.297	19.22	6.336	27.75	39.083	36.23
0.386	19.69	7.150	28.27	45.416	36.76
0.502	20.18	8.042	28.79	52.348	37.22
0.653	20.71	9.015	29.31	60.000	37.62
0.819	21.20	10.078	29.84		
1.036	21.75	11.237	30.37		

Таблица 2.7. Результаты интерпретации КВД

Параметры пласта и трещины	Графоаналитический метод, М.Ж.Економидес [43]	Предложенный метод
Проницаемость пласта $k_r$ , мкм <sup>2</sup>	0.00041	0.00047
Полудлина трещины $L_f$ , м	37.8	35.6
Проводимость трещины $k_f w_f$ , мкм <sup>2</sup> · м	0.532	0.383

Расчеты на тестовых примерах и промысловых данных показали, что предложенный вычислительный алгоритм интерпретации ГДИ, снятых с вертикальных скважин, пересеченных трещиной гидроразрыва позволяет определить проницаемость пласта, длину и проводимость трещины гидроразрыва с достаточной для практических целей точностью.

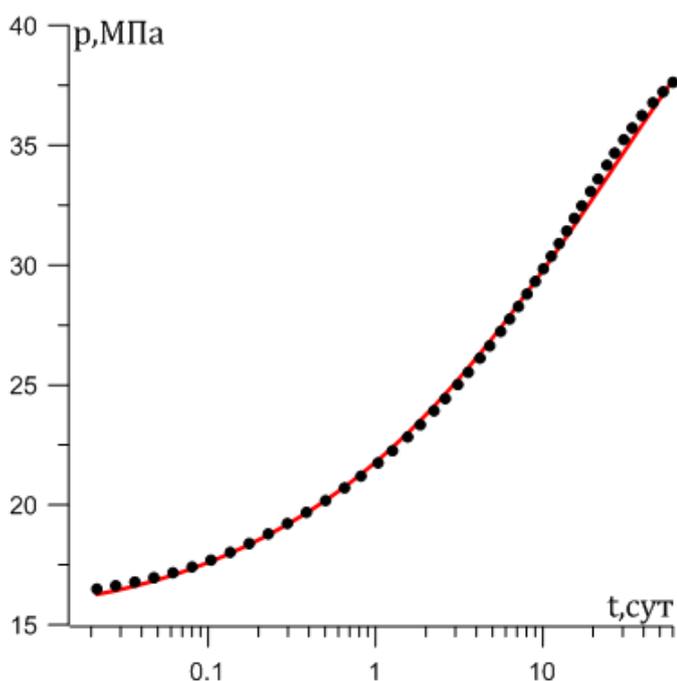


Рис. 2.22. Наблюдаемая [37] (●●●) и вычисленная КВД (—).

## 2.6 Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин

В этом пункте проводится интерпретация результатов ГДИ вертикальных скважин №№ 6406, 6247 Республики Татарстан.

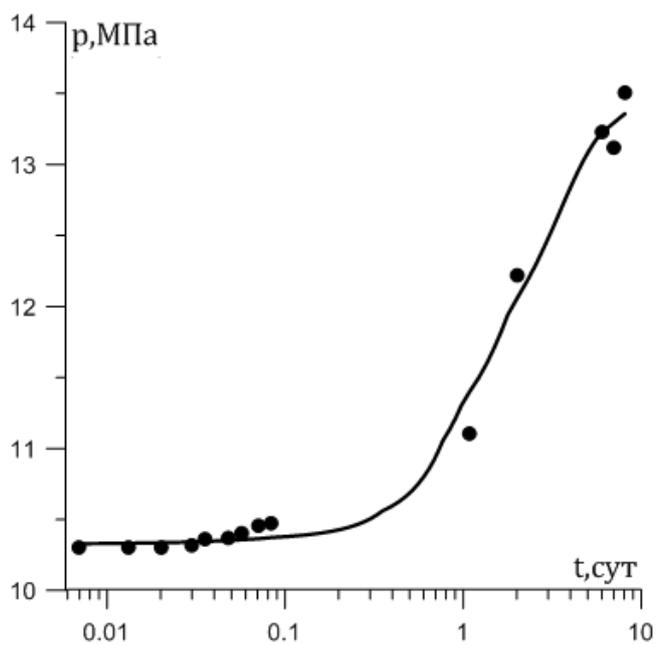
**Исследование скважины № 6406.** Исходные данные по пласту :  $H = 2.8$  м,  $R_k = 150$  м,  $r_c = 0.08$  м,  $\mu = 3.9$  мПа · с, Дебит скважины до остановки  $Q_0 = 2.6$  м<sup>3</sup>/сут (без трещины ГРП). Дебит скважины после проведения ГРП  $Q = 8.3$  м<sup>3</sup>/сут. Данные ГДИ скважины приводятся в табл. 2.8 (поверхностные измерения). Результаты расчетов приведены на рис. 2.23 в табл.2.9.

Таблица 2.8. Данные ГДИ скв. № 6406.

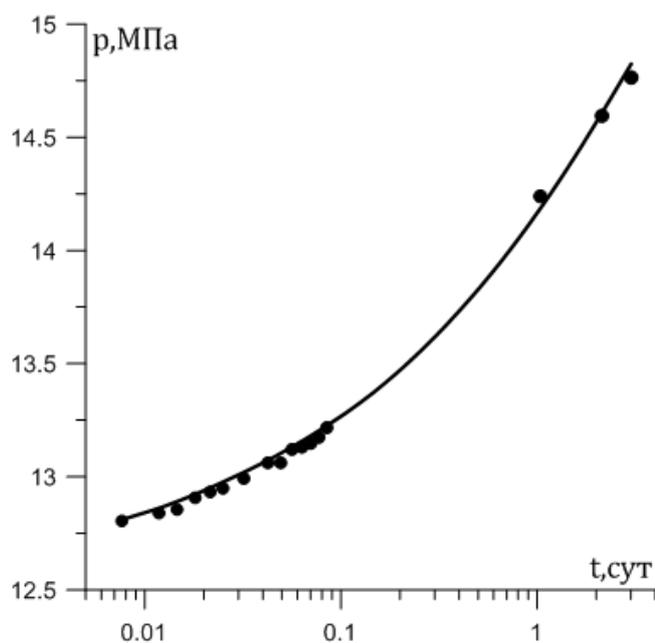
До ГРП			После ГРП		
t, мин	Уровень, м	$p_c$ , МПа	t, мин	Уровень, м	$p_c$ , МПа
0	559	10,271	0	358	12,771
10	548	10,303	11	354	12,805
19	548	10,303	17	350	12,840
29	547	10,302	21	347	12,856
43	545	10,318	26	341	12,908
51	541	10,362	31	338	12,933
69	540	10,370	36	335	12,949
82	536	10,404	46	330	12,993
102	531	10,456	61	322	13,062
120	529	10,473	71	322	13,062
1559	462	11,105	81	314	13,121
2892	347	12,220	91	314	13,131
8658	234	13,229	101	312	13,148
10077	234	13,119	111	309	13,174
11635	201	13,506	122	304	13,217
			1495	217	14,239
			3078	184	14,594
			4342	154	14,764
			5685	136	14,449

Таблица 2.9. Результаты интерпретации КВД, снятой в скважине №6406 до и после ГРП.

<i>до ГРП</i>		<i>после ГРП</i>	
$\beta^*$ , МПа <sup>-1</sup>	1.82 10 <sup>-4</sup>	$L_f$ , м	45.75
$k_r$ , мкм <sup>2</sup>	0.054	$k_f w_f$ , мкм <sup>2</sup> · м	6.56
$r_s$ , м	3.9	$p_k$ , МПа	15.57
$k_s$ , мкм <sup>2</sup>	0.050		
$S$	0.33	$S$	-4.12



а)



б)

Рис. 2.23. Скважина №6406. Наблюдаемая (●●●) и вычисленная (—) КВД до (а) и после (б) ГРП.

**Исследование скважины № 6247.** Исходные данные по пласту:  $H = 2.4$  м,  $R_k = 150$  м,  $r_c = 0.08$  м,  $\mu = 3.9$  мПа · с, Дебит скважины до остановки  $Q = 1.9$  м<sup>3</sup>/сут (без трещины ГРП). Дебит скважины после

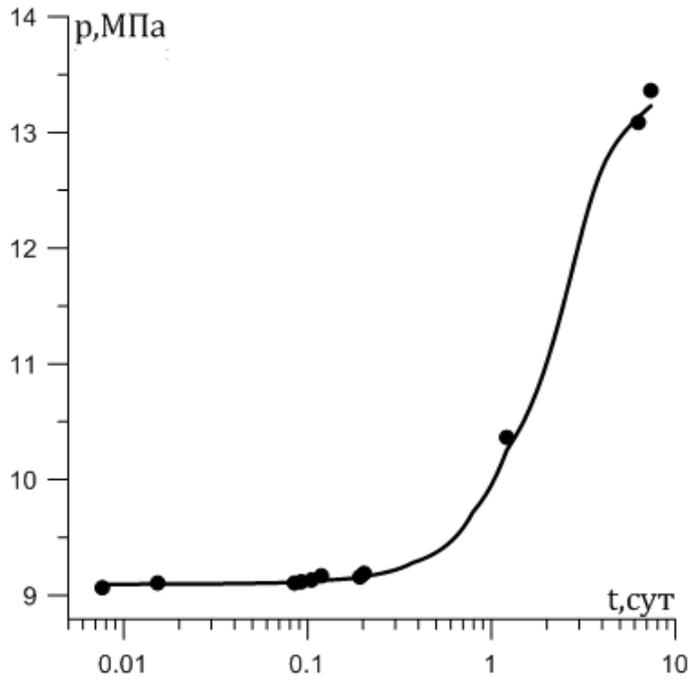
проведения ГРП  $Q = 4.7 \text{ м}^3/\text{сут}$ . Данные ГДИ скважины приводятся в табл. 2.10. Результаты расчетов приведены на рис. 2.24 в табл.2.11.

Таблица 2.10. Результаты исследований скв. № 6247.

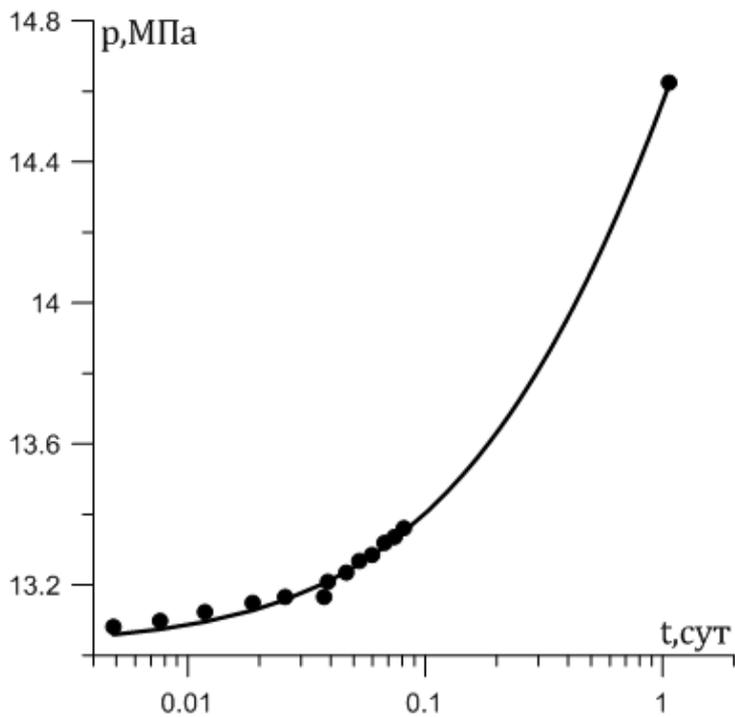
До ГРП			После ГРП		
t, мин	Уровень, м	$p_c$ , МПа	t, мин	Уровень, м	$p_c$ , МПа
0	788	9,047	0	318	13,071
11	788	9,067	7	318	13,081
22	782	9,108	11	316	13,098
122	782	9,108	17	313	13,123
133	782	9,118	27	310	13,149
151	779	9,133	37	308	13,166
171	777	9,170	54	308	13,166
277	777	9,160	56	304	13,209
292	771	9,191	67	301	13,235
1742	646	10,365	76	297	13,268
9042	301	13,086	86	295	13,285
10592	273	13,362	97	291	13,319
			107	289	13,336
			117	286	13,361
			1533	135	14,625

При интерпретации кривой восстановления давления, снятой в скважине, пересеченной трещиной гидроразрыва, использовались значения проницаемостей удаленной и призабойной зон и радиуса призабойной зоны пласта, полученные в результате интерпретации КВД до проведения ГРП. Как показывают расчеты, до проведения ГРП значение скин-фактора было положительным (скин-фактор  $S = 2.72$ ). После проведения ГРП в скважине

№6247 состояние призабойной зоны пласта улучшилось (скин-фактор  $S = -0.92$ ), что свидетельствует об эффективности проведенного гидроразрыва.



а)



б)

Рис. 2.24. Скважина №6247. Наблюдаемая (●●●) и вычисленная (—) КВД до (а) и после (б) ГРП.

Таблица 2.11. Результаты интерпретации КВД, снятой в скважине № 6247 до и после ГРП.

<i>до ГРП</i>		<i>после ГРП</i>	
$\beta^*$ , МПа <sup>-1</sup>	$3.94 \cdot 10^{-4}$	$L_f$ , м	50.91
$k_r$ , мкм <sup>2</sup>	0.017	$k_f w_f$ , мкм <sup>2</sup> · м	5.04
$r_s$ , м	4.97	$p_k$ , МПа	15.82
$k_s$ , мкм <sup>2</sup>	0.010		
$S$	2.72	$S$	-0.92

Предложенный алгоритм в отличие от графоаналитических методов не требует идентификации режимов течения жидкости к скважине с трещиной ГРП. На тестовых задачах установлено, что этот метод позволяет определять параметры пласта и трещины с приемлемой для практики точностью.

### **Глава 3 Решение обратных коэффициентных задач для многослойных нефтяных пластов при стационарной фильтрации и нестационарной фильтрации**

Большинство эксплуатируемых нефтяных месторождений РФ по своей структуре являются многопластовыми (например, Ромашкинское, Бавлинское и др.). При изучении вопроса о течении жидкости к эксплуатационным скважинам в многопластовой системе приходится учитывать возможные ее перетоки из одного пропластка в другой. В связи с этим наряду с задачей совершенствования расчетной модели и методов гидродинамических расчетов многопластовых нефтяных пластов, возникает необходимость изучения характеристик пластов, условий и особенностей их совместной эксплуатации на опыте реальных месторождений путем обобщения фактических материалов исследования скважин и проведения специальных промысловых исследований. Поэтому задача определения фильтрационных параметров таких пластовых систем представляется актуальной [7, 8, 50, 59, 74].

#### **3.1 Задача определения поля давления для многослойных пластов**

Первые исследования течения жидкости в многопластовой системе принадлежат А.Н. Мятиеву и Н.К. Гиринскому. Ими же впервые предложен приближенный гидравлический метод решения аналогичных задач, который обычно называется схемой Мятиева - Гиринского. По схеме Мятиева - Гиринского пласт в вертикальном разрезе состоит из нескольких пропластков (слоев), где хорошо проницаемые слои чередуются со слабо проницаемыми. В хорошо проницаемых пластах пренебрегают вертикальной составляющей скорости фильтрации и течение полагают горизонтальным (вдоль пропластка), а в слабо проницаемых пластах

пренебрегают горизонтальной составляющей скорости и течение полагают перпендикулярным к направлению напластования.

Учитывая, что толщина пропластка мала по сравнению с размерами в горизонтальной плоскости и что кровля и подошва пласта непроницаема, можно провести осреднение по пропласткам с учетом перетоков через слабопроницаемые перемычки и таким образом перейти от трехмерного уравнения к системе двумерных уравнений [28, 86]. При этом считается, что процесс фильтрации, описываемый этими уравнениями, происходит в некоторой многосвязной области, ограниченной внешним контуром, соответствующим границе пласта, и внутренними контурами, соответствующими эксплуатационным и нагнетательным скважинам. Число внутренних контуров области (скважин) в практических случаях измеряется десятками и сотнями.

Обозначим через  $D$  область, в которой происходит фильтрация, и будем считать, что  $D$  является двумерной многосвязной областью, ограниченной внешним замкнутым не самопересекающимся контуром  $\Gamma$  и внутренними контурами окружностями  $\Gamma_k$ ,  $k=1,2,\dots,r$  малого радиуса  $r_c=0.1$  м. В дальнейшем будем считать, что скважины гидродинамически совершенны и поток жидкости в окрестности каждой скважины является радиальным.

При постановке граничных условий на скважинах необходимо учесть, что закачка и отбор жидкости производятся только из пропластков, а в перемычках поверхность скважин непроницаема.

Предполагается, что пористая среда не деформируема и жидкость не сжимаема, тогда при однофазной изотермической фильтрации задача об определении давлений  $p_1=p_1(x,y)$ , ...,  $p_n=p_n(x,y)$  в многослойном пласте с непроницаемыми кровлей и подошвой (схема Мятлева-Гириного), разделенном слабо проницаемыми перемычками, при одновременно

раздельной эксплуатации сводится к решению системы дифференциальных уравнений в частных производных в многосвязной области  $D$  с границей

$\partial D = \Gamma + \sum_{k=1}^n \Gamma_k$ , где  $\Gamma_k$  - окружности радиуса  $r_c=0.1$ м с центрами в точках  $\mathcal{Y}_k$ ,

$$\begin{aligned} L_1 p_1 + \omega_1(p_1 - p_2) &= 0, \\ L_2 p_2 + \omega_1(p_2 - p_1) + \omega_2(p_2 - p_3) &= 0, \\ (3.1) \end{aligned}$$

...

$$L_n p_n + \omega_{n-1}(p_n - p_{n-1}) = 0,$$

с граничными условиями

$$\int_{\Gamma_l} \sigma_{2k-1} \frac{\partial p_k}{\partial n} ds = q_{kl}, \quad \left. \frac{\partial p_k}{\partial \tau} \right|_{\Gamma_l} = 0, \quad p_k|_{\Gamma} = p_0, \quad (3.2)$$

$$k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, m,$$

где  $L_i p_i \equiv \text{div}(\sigma_{2i-1} \text{grad} p_i)$ ,  $\sigma_{2i-1}, H_{2i-1}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) - коэффициент гидропроводности и толщина хорошо проницаемых пропластков;  $\omega_i = \sigma_{2i} / H_{2i}^2$ ,  $\sigma_{2i}, H_{2i}$  - коэффициент гидропроводности и толщина слабо проницаемых перемычек,  $\sigma_{2i-1} = k_{2i-1} H_i / \mu$ ,  $k_i = k_i(x, y)$  - коэффициент проницаемости,  $\mu$  - вязкость жидкости [86]. Второе из условий (3.2) означает, что давление на контуре каждой скважины постоянно.

Одним из распространенных численных методов решения задач подземной гидромеханики является метод конечных разностей. Метод конечных разностей не может быть непосредственно применен для решения задачи (3.1)-(3.2). При решении этой задачи конечно-разностными методами возникают трудности, связанные с аппроксимацией граничных

условий на внутренних контурах  $\Gamma_k$ . Для получения хорошей аппроксимации контуров скважин шаг сетки необходимо выбирать достаточно маленьким, а это приводит к системе линейных алгебраических уравнений с достаточно большим числом неизвестных. В работах [2, 38, 66] для преодоления этих трудностей используется метод эффективных граничных условий, состоящий в том, что скважины заменяются точками, совпадающими с узлами сетки, в которых исходные граничные условия аппроксимируются таким образом, чтобы решение разностной задачи в остальных узлах сеточной области достаточно хорошо аппроксимировало бы решение краевой задачи.

Приведем конечно-разностную аппроксимацию задачи (3.1)-(3.2), которая будет рассматриваться в дальнейшем.

Покроем область  $D$  квадратной сеткой с шагом  $h$  и будем считать, что центры контуров  $\Gamma_k$  совпали с узлами сетки и  $h \gg r_c$ , где  $r_c$  - радиус скважины, если центры контуров  $\Gamma_k$  не совпадают с узлами сетки, то эти случаи в дальнейшем будут специально оговариваться. Обозначим через  $D_h$  все внутренние узлы области  $D$  и узлы, в которых находятся центры контуров  $\Gamma_k$ , через  $\Gamma_h$  - граничные узлы. Узлы  $\gamma_k, k = 1, 2, \dots, r$ , в которых находятся центры контуров  $\Gamma_k$ , будем называть особыми. Для обозначения узлов сеточной области  $D_h + \Gamma_h$  будем использовать либо обозначение  $(i, j)$ , либо  $(x_i, y_j)$ , значение сеточной функции  $u^h$  в узле  $(i, j)$  будем обозначать либо  $(u^h)_{ij}$ , либо  $u_{ij}$ .

Дифференциальный оператор  $L_l, l = 1, \dots, n$  определенный равенством (3.1), будет аппроксимироваться конечно-разностным оператором [93, 94]

$$(\Lambda_l u^h)_{ij} = -[\sigma_{li-1/2j} u_{i-1j} + \sigma_{li+1/2j} u_{i+1j} + \sigma_{lij-1/2} u_{ij-1} + \sigma_{lij+1/2} u_{ij+1}]$$

$$-(\sigma_{li-1/2j} + \sigma_{li+1/2j} + \sigma_{lij-1/2} + \sigma_{lij+1/2})u_{ij}],$$

коэффициенты  $\sigma_{li\pm 1/2j}$ ,  $\sigma_{lij\pm 1/2}$  вычисляются по формулам:

$$\sigma_{li-1/2j} = \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \frac{dy}{\int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{dx}{\sigma_l(x, y)}}, y_{j\pm 1/2} = y_j \pm 0.5h,$$

$$\sigma_{lij-1/2} = \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \frac{dx}{\int_{y_{j-1}}^{y_j} \frac{dy}{\sigma_l(x, y)}}, x_{i\pm 1/2} = x_i \pm 0.5h,$$

где  $\sigma_l(x, y)$ - коэффициент  $l$ -го пропластка.

При построении конечно-разностных аппроксимаций граничных условий (3.2) будем использовать метод эффективных граничных условий. Исследования показали [27, 38], что для получения конечно-разностной аппроксимации задачи с точностью достаточной для практических расчетов необходимо, чтобы решение конечно-разностной задачи в особых узлах было равно давлению на забоях некоторых, так называемых фиктивных скважин, радиусы  $r_\phi$  которых связаны с шагом сетки  $h$  равенством

$$r_\phi \cong 0.2h$$

Узел сетки, заменяющий скважину, принято называть “точечной” скважиной. Если обозначить через  $p_i^h$  решение конечно-разностной задачи, где скважина моделируется описанным выше способом, то дебит  $q_{lk}$  такой “точечной” скважины, находящейся в узле  $\gamma_k = (i, j)$ , вычисляется по формуле

$$q_{lk} = \left( (p_l^h)_{ij} - p_{lk}^{(3)} \right) g_{lij}^h, (i, j) = \gamma_k,$$

где  $g_l^h$  - сеточная функция, определенная равенством

$$g_l^h = \begin{cases} \frac{0.25(\sigma_{li-\frac{1}{2}j} + \sigma_{li+\frac{1}{2}j} + \sigma_{lij-\frac{1}{2}} + \sigma_{lij+\frac{1}{2}})}{\frac{1}{2\pi} \ln(r_\phi/r_c)}, (i, j) = \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r, \\ 0, (i, j) \neq \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r \end{cases}$$

Граничное условие (3.2) аппроксимируется следующим образом [27, 38]

$$\begin{aligned} & \sigma_{li-\frac{1}{2}j} (p_{li-1j} - p_{lij}) + \sigma_{li+\frac{1}{2}j} (p_{li+1j} - p_{lij}) + \\ & + \sigma_{lij-\frac{1}{2}} (p_{lij-1} - p_{lij}) + \sigma_{lij+\frac{1}{2}} (p_{lij+1} - p_{lij}) = q_{lk}. \end{aligned}$$

Конечно-разностная аппроксимация задачи (3.1), (3.2) запишется в виде

$$\Lambda_1 p_1^h + \omega_1^h (p_1^h - p_2^h) + f_1^h = 0$$

$$\Lambda_2 p_2^h + \omega_1^h (p_2^h - p_1^h) + \omega_2^h (p_2^h - p_3^h) + f_2^h = 0,$$

...

$$\Lambda_n p_n^h + \omega_{n-1}^h (p_n^h - p_{n-1}^h) + f_n^h = 0,$$

$$p_l^h = p_0, l = 1, \dots, n,$$

где  $f_l^h = -\sum_{k=1}^r q_{lk} \delta_k^h$ ,  $\delta_k^h$  - сеточная  $\delta$  - функция

$$(\delta_k^h)_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{h^2}, (i, j) = \gamma_k, \\ 0, (i, j) \neq \gamma_k. \end{cases}$$

### **3.2 Определение коэффициента гидропроводности многослойного нефтяного пласта**

Задача об определении коэффициента гидропроводности многослойного нефтяного пласта принадлежит к классу обратных коэффициентных задач подземной гидромеханики и состоит в нахождении коэффициентов системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих процесс фильтрации, на основе некоторых данных о решении. Исходными данными для решения этой задачи являются дебиты скважин и соответствующие им забойные давления, значения функции давления на границе области фильтрации.

Задача о восстановлении коэффициента гидропроводности многослойного нефтяного пласта принадлежит к классу некорректно поставленных задач математической физики. Важным моментом при решении этой задачи является выделение класса допустимых решений на основе некоторой дополнительной априорной информации об искомом решении. В работе предполагается, что искомый коэффициент гидропроводности принадлежит классу кусочно-постоянных функций.

При постановке обратной задачи будем предполагать известной постановку прямой задачи (3.1)-(3.2), которую можно записать в операторной форме:

$$Lp = 0, \quad (3.3)$$

$$Mp = Q, \quad Np = 0, \quad p|_{\Gamma} = p_0 \quad (3.4)$$

Здесь  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ ,

$$L = \begin{pmatrix} L_1 + \omega_1 E & -\omega_1 E & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\omega_1 E & L_2 + \omega_1 E + \omega_2 E & -\omega_2 E & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & L_{n-1} + \omega_{n-2} E + \omega_{n-1} E & -\omega_{n-1} E \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\omega_{n-1} E & L_n + \omega_{n-1} E \end{pmatrix},$$

$L_i p_i = -\text{div}(\sigma_{2i-1} \text{grad} p_i)$ ,  $M = \{m_{kl}\}$ ,  $N = \{n_{kl}\}$  - матрицы

$$n \times m \text{ с элементами } m_{kl} = \int_{\Gamma_l} \sigma_{2k-1} \frac{\partial}{\partial n} ds = q_{kl}, \quad n_{kl} = \frac{\partial}{\partial \tau} \Big|_{\Gamma_l} = 0,$$

$Q = \{q_{kl}\}$  - матрица дебитов,  $k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, m$ .

Обратная задача состоит в нахождении  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{2n-1})$ , где  $\sigma_i = \text{const}$ ,  $c_1 \leq \sigma_i \leq c_2$ ,  $c_1, c_2$  - положительные постоянные.

Исходными данными для нее являются заданные дебиты  $q_{kl}$ , значения забойных давлений  $P_{kl}^{(3)} = P_k|_{\Gamma_l}$ , замеренные на скважинах, и значения функций давлений на границе области фильтрации. Эта обратная задача порождает некоторый неявно заданный нелинейный оператор.

$$A\sigma = P^*, \quad (3.5)$$

где  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{2n-1})$ ,  $P^* = \{P_{kl}^{(3)}\}$  - матрица забойных давлений.

Обычно матрица  $P^*$  известна неточно:  $\|P^* - P_\delta^*\| \leq \delta$ , где  $\|\cdot\|$  - норма в евклидовом пространстве  $R^{nm}$ ,  $\delta$  - погрешность измерений. Решение операторного уравнения (3.5) с приближенной правой частью осуществляется на основе минимизации сглаживающего функционала А.Н. Тихонова [95].

$$M^\alpha(\sigma) = \|A\sigma - P_\delta^*\|^2 + \alpha\Omega(\sigma), \quad (3.6)$$

где  $\Omega(\sigma) = \sum_{i=1}^{2n-1} (\sigma_i - \sigma_i^0)^2$  :  $\alpha = \alpha(\sigma)$ - параметр регуляризации, согласующийся с погрешностью измерений,  $\sigma_i^0$  - приближенные значения коэффициентов гидропроводности.

Построение итерационного процесса для минимизации сглаживающего функционала производится по схеме, предложенной в [14, 42, 102]. Последовательные приближения  $\sigma^n$  строятся следующим образом: в окрестности  $\sigma^n$  при фиксированном значении параметра регуляризации  $\alpha = \alpha_n$  нелинейный оператор  $A\sigma$  представляется в виде

$$A\sigma = A\sigma^n + A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n) + o(\|\sigma - \sigma^n\|)$$

где  $A'_\sigma(\sigma^n)$ - некоторый линейный оператор, называемый производной Фреше [62, 63], а  $A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n)$  - дифференциал Фреше в точке  $\sigma^n$ .

Функционал

$$M^{\alpha_n}(\sigma) = \|A\sigma^n + A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n) - P_\delta^*\|^2 + \alpha_n\Omega(\sigma)$$

является квадратичным и его экстремаль находится из уравнения Эйлера. Явное выражение дифференциала Фреше можно получить методами теории возмущений [76]. При нахождении дифференциала Фреше на основе методов теории возмущений считают, что истинный коэффициент гидропроводности определяет возмущенное состояние пластовой системы, приближенные - невозмущенное состояние. Значение дебитов и забойных давлений на скважинах рассматривают как функционалы от возмущенного состояния пластовой системы.

Предположим, что нам известны значения функционалов, соответствующие невозмущенным коэффициентам гидропроводности, тогда мы можем вычислить вариации функционалов, соответствующие изменениям коэффициентов гидропроводности. Формулы, характеризующие эти вариации, называются формулами теории возмущений [76], откуда следует представление дифференциала Фреше.

Краевую задачу (3.1)-(3.2) называют возмущенной [76].

Предположим, что известно приближение  $\tilde{\sigma} = (\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2, \dots, \tilde{\sigma}_{2n-1})$  коэффициента гидропроводности  $\sigma$  т.е.  $\sigma = \tilde{\sigma} + \delta\sigma$ ,  $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_n)$ -решение краевой задачи

$$\tilde{L}\tilde{p} = 0, \quad (3.7)$$

$$M\tilde{p} = Q, N\tilde{p} = 0, \tilde{p}|_{\Gamma} = p_0. \quad (3.8)$$

( $\tilde{L}$  и  $\tilde{M}$  - операторы, которые получаются из  $L$  и  $M$  - заменой  $\sigma$  на  $\tilde{\sigma}$ ). Краевую задачу (3.7)-(3.8) будем называть невозмущенной. Обозначим  $p_{kl}^{(3)} = p_k|_{\Gamma_l}$ ,  $\tilde{p}_{kl}^{(3)} = \tilde{p}_k|_{\Gamma_l}$  - давления на забое  $l$ -той скважины в  $k$ -том пласте и определим от решений задач (3.3)-(3.4) и (3.7)-(3.8) функционалы

$$I_{kl}(p) = p_{kl}^{(3)}, I_{kl}(\tilde{p}) = \tilde{p}_{kl}^{(3)}, k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, m.$$

В следующем параграфе приводится вывод формул теории возмущений, которые устанавливают связь между изменениями коэффициентов гидропроводности  $\delta\sigma = \sigma - \tilde{\sigma}$  и изменениями функционалов

$$\delta I_{kl} = I_{kl}(p) - I_{kl}(\tilde{p}), k=1, \dots, n, l=1, \dots, m$$

откуда получается представление дифференциала Фреше.

В конкретных задачах обычно не возникает сомнений в линеаризации оператора  $A$ , так как дифференциал Фреше может быть найден методом теории возмущений [42]. Линеаризация оператора  $A$  в функционале (3.6) называется в современной научной литературе процедурой Гаусса-Ньютона [42].

### 3.3 Формулы теории возмущений при стационарной фильтрации для многослойных пластов

Рассмотрим вектор-функции

$\tilde{p}_j^i = (\tilde{p}_{1j}^i, \tilde{p}_{2j}^i, \dots, \tilde{p}_{nj}^i), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ , которые являются

решениями краевых задач

$$\tilde{L}\tilde{p}_j^i = 0, \quad (3.9)$$

$$\tilde{M}\tilde{p}_j^i = E_{ij}, N\tilde{p}_j^i = 0, \tilde{p}_j^i|_{\Gamma} = p_0, \quad (3.10)$$

где  $E_{ij}$  - матрица  $n \times m$ , у которой элемент, стоящий на пересечении  $i$ -той строки и  $j$ -го столбца, равен единице, а остальные элементы равны нулю. Краевые задачи (3.9)-(3.10) будем называть сопряженными. Можно показать, что

$$\tilde{p} = \sum_{k=1}^m p_k^1 q_{1k} + \sum_{k=1}^m p_k^2 q_{2k} + \dots + \sum_{k=1}^m p_k^n q_{nk}. \quad (3.11)$$

Определим скалярное произведение функций  $a=a(x,y)$ ,  $b=b(x,y)$  и вектор-функций  $f=(f_1, f_2, \dots, f_n)$  и  $g=(g_1, g_2, \dots, g_n)$  как

$$(a, b) = \int_D a(x, y)b(x, y) dx dy$$

$$\langle f, g \rangle = (f_1, g_1) + (f_2, g_2) + \dots + (f_n, g_n)$$

Имеют место равенства

$$\langle Lp, \tilde{p}_j^i \rangle = \langle \delta Lp, \tilde{p}_j^i \rangle + \langle \tilde{L}p, \tilde{p}_j^i \rangle = 0, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m, \quad (3.12)$$

$\delta L = L - \tilde{L}$ . Нетрудно видеть, что

$$\begin{aligned}
\langle \tilde{L}p, \tilde{p}_j^i \rangle &= (\tilde{L}_1 p_1, \tilde{p}_{1j}^i) + (\tilde{\omega}_1(p_1 - p_2), \tilde{p}_{1j}^i) + \\
&+ (\tilde{L}_2 p_2, \tilde{p}_{2j}^i) + (\tilde{\omega}_1(p_2 - p_1), \tilde{p}_{2j}^i) + (\tilde{\omega}_2(p_2 - p_3), \tilde{p}_{2j}^i) + \\
&+ \dots \\
&+ (\tilde{L}_{n-1} p_{n-1}, \tilde{p}_{n-1j}^i) + (\tilde{\omega}_{n-2}(p_{n-1} - p_{n-2}), \tilde{p}_{n-1j}^i) + (\tilde{\omega}_{n-1}(p_{n-1} - p_n), \tilde{p}_{n-1j}^i) + \\
&+ (\tilde{L}_n p_n, \tilde{p}_{nj}^i) + (\tilde{\omega}_{n-1}(p_n - p_{n-1}), \tilde{p}_{nj}^i)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Применяя третью формулу Грина [79] к слагаемому  $(\tilde{L}_l p_l, \tilde{p}_{lj}^i), l=1,2,\dots,n$

и, используя (3.2), (3.9) и (3.10) получим

$$\begin{aligned}
(\tilde{L}_l p_l, \tilde{p}_{lj}^i) &= (\tilde{L}_l \tilde{p}_{lj}^i, p_l) - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} p_{lj}^i \sigma_{2l-1} \frac{\partial p_l}{\partial n} ds + \\
&+ \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_l \tilde{\sigma}_{2l-1} \frac{\partial \tilde{p}_{lj}^i}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{lj}^i \delta \sigma_{2l-1} \frac{\partial p_l}{\partial n} ds
\end{aligned}$$

При  $i \neq l$  будем иметь

$$(\tilde{L}_l p_l, \tilde{p}_{lj}^i) = (\tilde{L}_l \tilde{p}_{lj}^i, p_l) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{ljk}^i q_{lk} + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{lj}^i \delta \sigma_{2l-1} \frac{\partial p_l}{\partial n} ds \tag{3.14}$$

При  $i=l$  будем иметь

$$(\tilde{L}_l p_l, \tilde{p}_{lj}^i) = (\tilde{L}_l \tilde{p}_{lj}^i, p_l) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{ljk}^i q_{lk} + p_{ij}^* + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{lj}^i \delta \sigma_{2l-1} \frac{\partial p_l}{\partial n} ds \tag{3.15}$$

где  $p_{ij}^* = p_i|_{\Gamma_j}$ ,  $\tilde{p}_{ljk}^i = \tilde{p}_{lj}^i|_{\Gamma_k}$ ,  $i, l=1, \dots, n$ .

Величины  $\tilde{p}_{ljk}^i$  имеют смысл коэффициентов взаимовлияния. Имеют место равенства

$$\tilde{p}_{rjk}^l = \tilde{p}_{ljk}^r, \quad l, r=1, \dots, n, \quad k, j=1, \dots, m \quad (3.16)$$

Докажем равенство (3.14)

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{rjk}^l - \tilde{p}_{lkj}^r &= \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_i} \tilde{p}_{rj}^l \tilde{\sigma}_{2r-1} \frac{\partial \tilde{p}_{rk}^r}{\partial n} ds - \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_i} \tilde{p}_{lk}^r \tilde{\sigma}_{2l-1} \frac{\partial \tilde{p}_{lj}^l}{\partial n} ds = \\ &= \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_i} \tilde{p}_{rj}^l \tilde{\sigma}_{2r-1} \frac{\partial \tilde{p}_{rk}^r}{\partial n} ds - \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_i} \tilde{p}_{lk}^r \tilde{\sigma}_{2l-1} \frac{\partial \tilde{p}_{lj}^l}{\partial n} ds - \\ &- \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_i} \tilde{p}_{lk}^r \tilde{\sigma}_{2l-1} \frac{\partial \tilde{p}_{lj}^l}{\partial n} ds + \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_i} \tilde{p}_{lj}^l \tilde{\sigma}_{2l-1} \frac{\partial \tilde{p}_{lk}^r}{\partial n} ds + \\ &+ \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq l, r}}^n \left[ \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_i} \tilde{p}_{qj}^l \tilde{\sigma}_{2q-1} \frac{\partial \tilde{p}_{qk}^r}{\partial n} ds - \sum_{i=1}^m \int_{\Gamma_i} \tilde{p}_{qk}^r \tilde{\sigma}_{2q-1} \frac{\partial \tilde{p}_{qj}^l}{\partial n} ds \right] = \\ &= (\tilde{L}_r \tilde{p}_{rk}^r, \tilde{p}_{rj}^l) - (\tilde{L}_r \tilde{p}_{rj}^l, \tilde{p}_{rk}^r) + (\tilde{L}_l \tilde{p}_{lk}^r, \tilde{p}_{lj}^l) - (\tilde{L}_l \tilde{p}_{lj}^l, \tilde{p}_{lk}^r) + \\ &+ \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq l, r}}^n [(\tilde{L}_q \tilde{p}_{qk}^r, \tilde{p}_{qj}^l) - (\tilde{L}_q \tilde{p}_{qj}^l, \tilde{p}_{qk}^r)] = \sum_{q=1}^n [(\tilde{L}_q \tilde{p}_{qk}^r, \tilde{p}_{qj}^l) - (\tilde{L}_q \tilde{p}_{qj}^l, \tilde{p}_{qk}^r)] = \\ &= -\tilde{\omega}_1 (\tilde{p}_{1k}^r - \tilde{p}_{2k}^r, \tilde{p}_{1j}^l) + \tilde{\omega}_1 (\tilde{p}_{1j}^l - \tilde{p}_{2j}^l, \tilde{p}_{1k}^r) - \\ &- \tilde{\omega}_1 (\tilde{p}_{2k}^r - \tilde{p}_{1k}^r, \tilde{p}_{2j}^l) - \tilde{\omega}_2 (\tilde{p}_{2k}^r - \tilde{p}_{3k}^r, \tilde{p}_{2j}^l) + \\ &+ \tilde{\omega}_1 (\tilde{p}_{2j}^l - \tilde{p}_{1j}^l, \tilde{p}_{2k}^r) + \tilde{\omega}_2 (\tilde{p}_{2j}^l - \tilde{p}_{3j}^l, \tilde{p}_{2k}^r) \\ &+ \dots - \tilde{\omega}_{n-1} (\tilde{p}_{nk}^r - \tilde{p}_{n-1k}^r, \tilde{p}_{nj}^l) + \tilde{\omega}_{n-1} (\tilde{p}_{nj}^l - \tilde{p}_{n-1j}^l, \tilde{p}_{nk}^r) = 0 \end{aligned}$$

Подставляя (3.14) и (3.15) в (3.13) и, используя (3.11), получим

$$\begin{aligned} \langle \tilde{L}p, \tilde{p}_j^i \rangle &= (\tilde{L}_1 \tilde{p}_{1j}^i, p_1) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{1jk}^i q_{1k} + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \delta \sigma_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} ds + \\ &+ (\tilde{L}_2 \tilde{p}_{2j}^i, p_2) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{2jk}^i q_{2k} + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{2j}^i \delta \sigma_3 \frac{\partial p_2}{\partial n} ds + \\ &+ \dots + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (\tilde{L}_i \tilde{p}_{ij}^i, p_i) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{ljk}^i q_{lk} + p_{ij}^* + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{ij}^i \delta \sigma_{2i-1} \frac{\partial p_i}{\partial n} ds + \\
& \dots \\
& + (\tilde{L}_n \tilde{p}_{nj}^i, p_n) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{njk}^i q_{nk} + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \delta \sigma_{2n-1} \frac{\partial p_n}{\partial n} ds + \\
& + \tilde{\omega}_1(p_2 - p_1, \tilde{p}_{1j}^i) + \tilde{\omega}_2(p_2 - p_1, \tilde{p}_{2j}^i) + \tilde{\omega}_2(p_2 - p_3, \tilde{p}_{1j}^i) + \dots + \\
& \dots + \tilde{\omega}_{n-2}(p_{n-1} - p_{n-2}, \tilde{p}_{n-1j}^i) + \tilde{\omega}_{n-1}(p_{n-1} - p_n, \tilde{p}_{n-1j}^i) + \tilde{\omega}_{n-1}(p_n - p_{n-1}, \tilde{p}_{nj}^i) = \\
& = \langle \tilde{L} \tilde{p}_j^i, p \rangle - \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{ljk}^i q_{lk} + p_{ij}^* + \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{lj}^i \delta \sigma_{2l-1} \frac{\partial p_l}{\partial n} ds = \\
& = -\tilde{p}_{ij}^* + p_{ij}^* + \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{lj}^i \delta \sigma_{2l-1} \frac{\partial p_l}{\partial n} ds
\end{aligned}$$

Из (3.5) будем иметь

$$\begin{aligned}
& \langle \delta L p, \tilde{p}_j^i \rangle + (p_{ij}^* - \tilde{p}_{ij}^*) + \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{lj}^i \delta \sigma_{2l-1} \frac{\partial p_l}{\partial n} ds = 0 \\
& \sum_{l=1}^n \left[ (\delta L_l p_l, \tilde{p}_{lj}^i) + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{lj}^i \delta \sigma_{2l-1} \frac{\partial p_l}{\partial n} ds \right] + \\
& + \sum_{l=1}^{n-1} \delta \omega_l \left[ (p_l - p_{l+1}, \tilde{p}_{lj}^i) + (p_{l+1} - p_l, p_{l+1j}^i) \right] = -(p_{ij}^* - \tilde{p}_{ij}^*) \\
& i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.
\end{aligned}$$

Применяя к левой части соотношения первую формулу Грина, и пользуясь тем, что  $\delta I_{kl} = I_{kl}(p) - I_{kl}(\tilde{p})$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ,  $l = 1, 2, \dots, m$ , получим

$$\begin{aligned}
& (\delta \sigma_1 \text{grad} p_1, \text{grad} \tilde{p}_{1j}^i) + \dots + (\delta \sigma_{2n-1} \text{grad} p_n, \text{grad} \tilde{p}_{nj}^i) + \\
& \sum_{l=1}^{n-1} (\delta \sigma_{2l-2} / H_{2l-2}^2) \cdot \left[ (p_l - p_{l+1}, \tilde{p}_{lj}^i) + (p_{l+1} - p_l, \tilde{p}_{l+1j}^i) \right] = -\delta I_{ij}, \quad (3.17)
\end{aligned}$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Формулы (3.17) в современной научной литературе называются формулами теории возмущений [76].

Равенства (3.17) устанавливают связь между изменениями коэффициентов гидропроводности и изменениями забойных давлений.

Заменяя в (3.17)  $P_i$  на  $\tilde{p}_i$  получим формулы теории малых возмущений:

$$\begin{aligned} & (\delta\sigma_1 \text{grad}\tilde{p}_1, \text{grad}\tilde{p}_{1j}^i) + \dots + (\delta\sigma_{2n-1} \text{grad}\tilde{p}_n, \text{grad}\tilde{p}_{nj}^i) + \\ & \sum_{l=1}^{n-1} (\delta\sigma_{2l-2} / H_{2l-2}^2) \cdot [(\tilde{p}_l - \tilde{p}_{l+1}, \tilde{p}_{lj}^i) + ((\tilde{p}_{l+1} - \tilde{p}_l, \tilde{p}_{l+1j}^i))] = \delta I_{lj} \quad (3.18) \end{aligned}$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m.$$

Полагая

$$A_{ij} = (\delta\sigma_1 \text{grad}\tilde{p}_1, \text{grad}\tilde{p}_{1j}^i) + \dots + (\delta\sigma_{2n-1} \text{grad}\tilde{p}_n, \text{grad}\tilde{p}_{nj}^i) +$$

$$\sum_{l=1}^{n-1} (\delta\sigma_{2l-2} / H_{2l-2}^2) \cdot [(\tilde{p}_l - \tilde{p}_{l+1}, \tilde{p}_{lj}^i) + ((\tilde{p}_{l+1} - \tilde{p}_l, \tilde{p}_{l+1j}^i))],$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m,$$

получим представление дифференциала Фреше

$$A'_\sigma(\sigma)(\sigma - \tilde{\sigma}) = \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & \dots & A_{nm} \end{pmatrix}$$

Для нахождения  $\sigma$  при фиксированном  $\alpha$  применяется процедура Гаусса-Ньютона [42, 96]. Указанная процедура приводит к итерационному процессу

$$\sigma^{n+1} = \sigma^n + \delta\sigma^n$$

На  $n$ -ом шаге итерационного процесса формулы (3.17), (3.18) можно записать в матричной форме

$$B_n Z = F_n, \quad (3.19)$$

$$\tilde{B}_n Z = \tilde{F}_n, \quad (3.20)$$

где  $Z = (\delta\sigma_1^n, \delta\sigma_2^n, \dots, \delta\sigma_{2n-1}^n)$ , коэффициенты  $b_{ij}^n, \tilde{b}_{ij}^n$  получаются из решения задач (3.3)-(3.4), (3.7)-(3.8), (3.9)-(3.10).

Плохая обусловленность матриц  $B_n$  и погрешность, возникающая на каждом шаге итерационного процесса при замене системы (3.19) на (3.20) ведут, как правило, к неустойчивости итерационного процесса.

Для его стабилизации на каждом шаге итерационного процесса при решении системы (3.20) необходимо применять метод регуляризации. Он состоит в том, что в качестве решения берется вектор  $Z^\alpha$ , на котором реализуется минимум квадратичной формы

$$M^\alpha(Z, \tilde{F}_j, \tilde{B}_j) = \|\tilde{B}_j Z - \tilde{F}_j\|^2 + \alpha \|Z\|^2,$$

где  $\alpha$  - параметр регуляризации,  $\|\cdot\|$  - евклидова норма в  $R^{n \times m}$ . Вектор  $Z^\alpha$ , реализующий минимум этой квадратичной формы, всегда существует и находится из уравнения Эйлера [96].

$$\alpha Z^\alpha + (\tilde{B}_j)^T \tilde{B}_j Z^\alpha = (\tilde{B}_j)^T \tilde{F}_j,$$

где  $(\tilde{B}_j)^T$  - матрица, транспонированная к  $\tilde{B}_j$ .

Оптимальное значение параметра регуляризации находится по критерию невязки [45, 96]. Для этого вычисляют невязку  $r^\alpha = \tilde{B}_j Z^\alpha - \tilde{F}_j$ , где  $Z^\alpha$  - вектор, на котором реализуется минимум  $M^\alpha(Z, \tilde{F}_j, \tilde{B}_j)$  и сравнивают с погрешностями  $\|\delta B_j\| = \|B - \tilde{B}_j\|$ ,  $\|\delta F_j\| = \|F - \tilde{F}_j\|$ , возникающими при замене системы (3.19) системой (3.20). Оптимальным считается значение  $\alpha$ , при котором  $r^\alpha \cong \|\delta B_j Z^\alpha\| + \|\delta F_j\|$ .

### 3.4 Результаты численных расчетов на модельных задачах

На модельных задачах исследуется сходимость итерационного процесса в зависимости от начального приближения, от погрешности исходной информации.

Пример. Рассматривается двухслойный нефтяной пласт с коэффициентом проницаемости, который является кусочно-постоянной функцией, вязкость жидкости  $\mu = 10 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ,  $D = \{0 \leq x, y \leq 1000\text{м}\}$ . Пласт эксплуатируется 3-мя скважинами, давление на контуре  $\Gamma$  равно нулю. Исходные данные приводятся на рис.3.1 и в табл. 3.1.

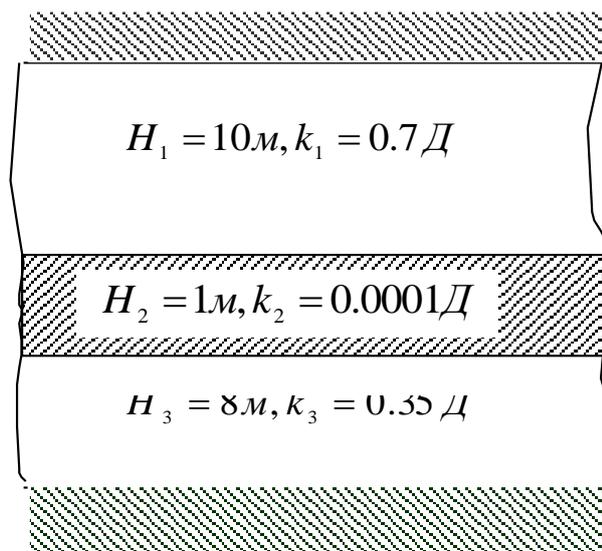


Рис. 3.1 Модель двухслойного пласта

Таблица 3.1. Исходные данные

$I$	$\gamma_i$	$p_{1i}^{(3)}$ (МПа)	$p_{2i}^{(3)}$ (МПа)	$q_{1i}$ (м <sup>3</sup> /сут)	$q_{2i}$ (м <sup>3</sup> /сут)
1	(400,400)	-0,8262	-1,2257	30	20
2	(600,600)	-1,3929	-2,3819	50	40
3	(800,800)	-1,7227	-3,2728	70	60

Задача (3.1)-(3.2) и сопряженные задачи решались методом конечных разностей. Расчеты проводились при шаге сетки  $h=100 \text{ м}$  и параметре регуляризации  $\alpha=1600$ . Начальные приближения коэффициентов

проницаемостей:  $k_1^0 = 0.5Д$ ,  $k_2^0 = 0.00013Д$ ,  $k_3^0 = 0.5Д$ . На каждом шаге итерационного процесса вычислялась невязка по забойным давлениям:

$$\|\Delta p^n\|^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 (p_{ij}^{(H)} - p_{ij}^{(B)})^2$$

$$\|\sigma - \sigma^n\|^2 = \sum_{i=1}^3 (\sigma_i - \sigma_i^n)^2, n = 1, 2, \dots$$

В табл.3.2. приводятся результаты расчетов: сходимость итерационного процесса, убывание невязки по забойным давлениям.

Таблица 3.2. Сходимость итерационного процесса

$N$	$k_1^n$	$k_2^n$	$k_3^n$	$\lg\ \Delta p^{(n)}\ $	$\lg\ \sigma - \sigma^n\ $
1	0.555408	0.000129	0.380006	-0.112412	-0.830701
5	0.663652	0.000110	0.353656	-0.235667	-1.437334
10	0.690909	0.000102	0.350590	-0.399504	-2.040497
15	0.697557	0.000101	0.350189	-0.982762	-2.610857
25	0.699791	0.000100	0.350034	-2.118217	-3.673311
35	0.699955	0.000100	0.350023	-3.218134	-4.295277
45	0.699967	0.000100	0.350022	-3.617391	-4.402144
50	0.699968	0.000100	0.350022	-3.624814	-4.409739

В табл.3.3 приводятся результаты расчетов, когда значение проницаемости в плохо проницаемом пропластке известно. Из табл.3.3 видно, что при известном значении проницаемости перемычки коэффициенты проницаемостей в хорошо проницаемых пропластках определяются с точностью  $10^{-5} - 10^{-6}$ , как в случае монопласта [101, 102].

Таблица 3.3. Сходимость итерационного процесса

$n$	$k_1^n$	$k_1^n$	$k_1^n$	$\lg\ \Delta p^{(n)}\ $	$\lg\ \sigma - \sigma^n\ $
1	0.563894	0.000100	0.367455	1.112126	-0.862580
5	0.667668	0.000100	0.353215	0.168822	-1.488233
15	0.697906	0.000100	0.350205	-1.064003	-2.677028
25	0.699848	0.000100	0.350015	-2.206393	-3.816559
35	0.699989	0.000100	0.350001	-3.342406	-4.953183
40	0.699997	0.000100	0.350000	-3.913934	-5.523998
50	0.700000	0.000100	0.350000	-5.024987	-6.619293

Расчеты показали, что скорость сходимости итерационного процесса зависит от выбора начального приближения коэффициента проницаемости перемычки и мало зависит от начального приближения коэффициентов проницаемостей хорошо проницаемых пропластков.

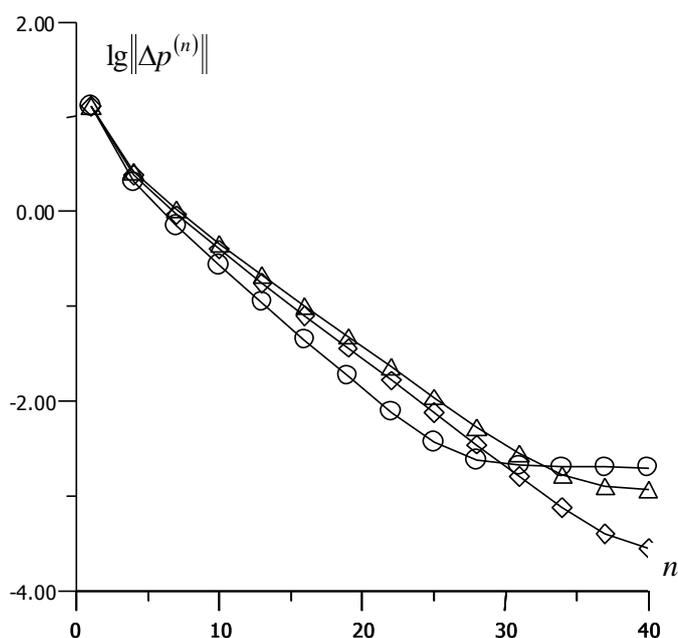


Рис. 3.2. Убывание функционала невязки по забойным давлениям при различных значениях параметра регуляризации  $\Delta - \alpha = 1700$ ,  $O - \alpha = 1400$ ,  $\diamond - \alpha = 1600$

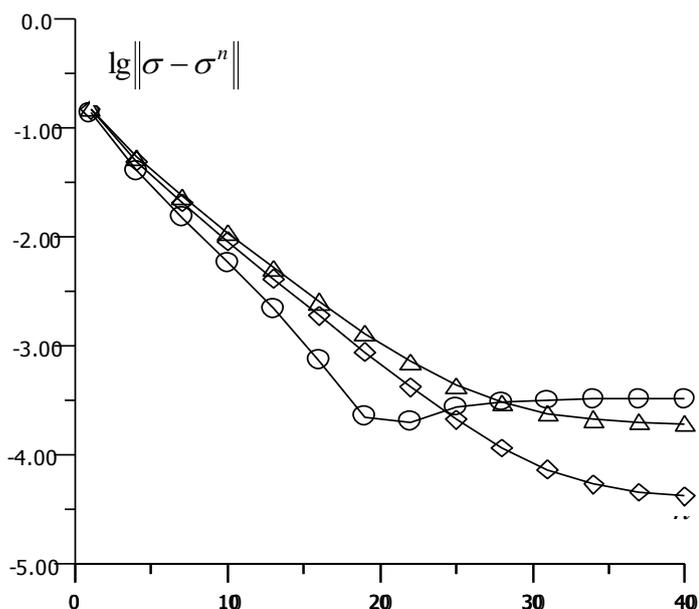


Рис. 3.3. Сходимость итерационного процесса  
 $\Delta - \alpha = 1700$ ,  $O - \alpha = 1400$ ,  $\diamond - \alpha = 1600$

На рис.3.2 и рис.3.3 представлены графики функций  $\lg\|\Delta p^{(n)}\|$ ,  $\lg\|\sigma - \sigma^n\|$  при различных параметрах регуляризации.

Из рис.3.2, рис.3.3 видно, что итерационный процесс быстрее сходится при значении параметра регуляризации  $\alpha = 1600$ . Из табл.3.4 следует, что параметр регуляризации  $\alpha = 1600$  является близким к оптимальному по критерию невязки.

Таблица 3.4. Расчеты по критерию невязки.

$n$	$\ \delta B_j Z^\alpha\  + \ \delta F_j\ $	$\ \tilde{B}_j Z^\alpha - \tilde{F}_j\ $	$\ B_j Z^\alpha - F_j\ $	$\ \Delta p^{(n)}\ $	$\lg\ \sigma - \sigma^n\ $
1	0.1682	10.8413	2.7042	12.9542	-0.8307
10	0.2324	0.3638	0.1367	0.3986	-2.0405
15	0.0604	0.0951	0.0355	0.1041	-2.6109
20	0.0171	0.0257	0.0093	0.0281	-3.1626
25	0.0055	0.0070	0.0026	0.0076	-3.6733
29	0.0029	0.0025	0.0017	0.0027	-4.0078

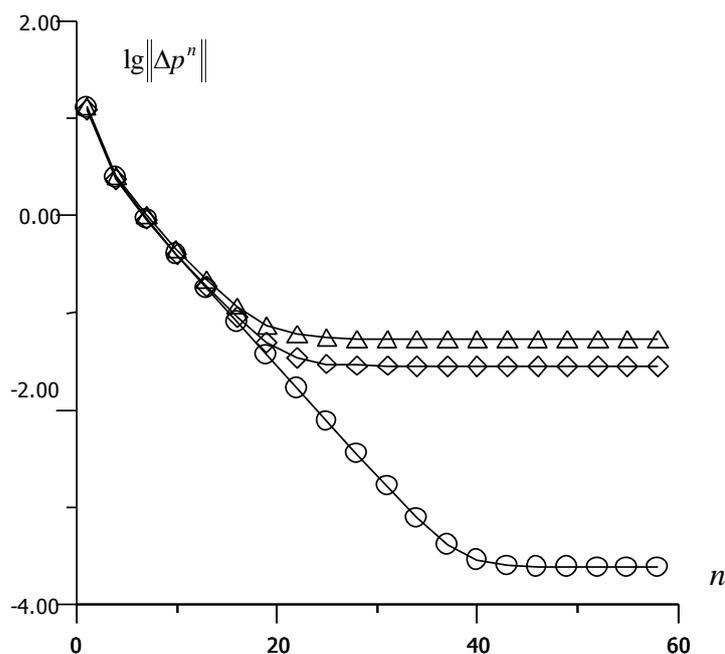


Рисунок 3.4. Убывание невязки по забойным давлениям.

O - расчет для невозмущенных данных.

◇, Δ - расчет для возмущенных данных.

Далее исследуется сходимость вычислительного алгоритма, когда исходные данные известны неточно. Расчеты проводились при шаге сетки  $h=100$  м и параметре регуляризации  $\alpha=1600$ . Результаты расчетов представлены графически. На рис.3.4 и рис.3.5 приводятся графики функций  $\lg\|\Delta p^{(n)}\|$  и  $\lg\|\sigma - \sigma^n\|$  при задании дебитов и забойных давлений с различными погрешностями. Кривая O- соответствует невозмущенным значениям дебитов и забойных давлений, кривая Δ - соответствует возмущениям дебитов и забойных давлений на 2%, кривая ◇ - возмущениям дебитов на 3% и забойных давлений на 1%. Расчеты показали, что при задании исходных данных: дебитов, забойных давлений с погрешностями, которые возникают при их измерении, относительная ошибка определения коэффициентов гидропроводностей составила 3-7%.

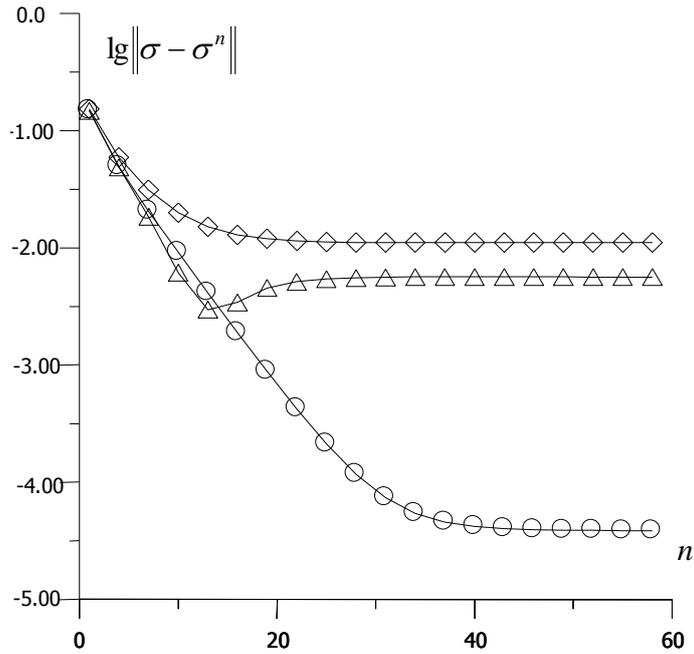


Рис. 3.5 Сходимость итерационного процесса  
 O - расчет для невозмущенных данных.  
 ◇, Δ - расчет для возмущенных данных.

Далее исследуется сходимость предложенного алгоритма, когда толщины хорошо проницаемых пропластков известны неточно. На рис.3.6. приведены изменения толщины пропластков  $H_1$  и  $H_3$ .

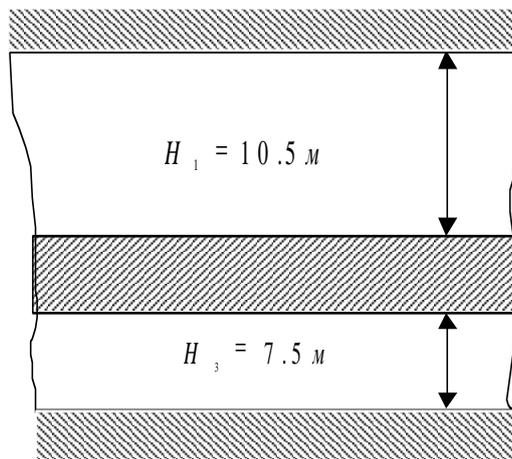


Рис. 3.6 Модель двухслойного пласта

Результаты расчетов представлены на рис.3.7, рис.3.8 в виде графиков функций  $\lg\|\Delta p^{(n)}\|$  и  $\lg\|\sigma - \sigma^n\|$ . Кривая O- соответствует варианту, когда

толщины заданы точно, кривая  $\diamond$ - соответствует варианту, когда толщины хорошо проницаемых пропластков заданы неточно. Относительная погрешность составила 4-5%.

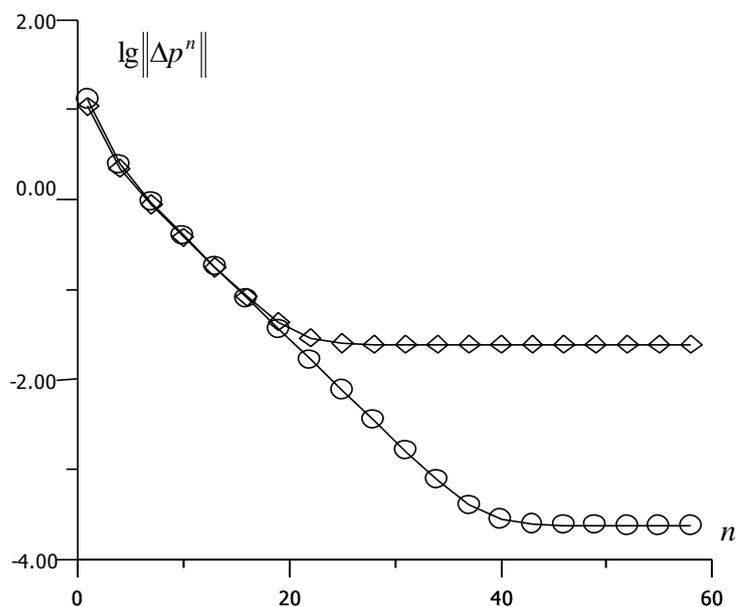


Рис. 3.7. Убывание невязки по забойным давлениям  
 $\circ$  - расчет для невозмущенных данных.  
 $\diamond$  - расчет для возмущенных данных.

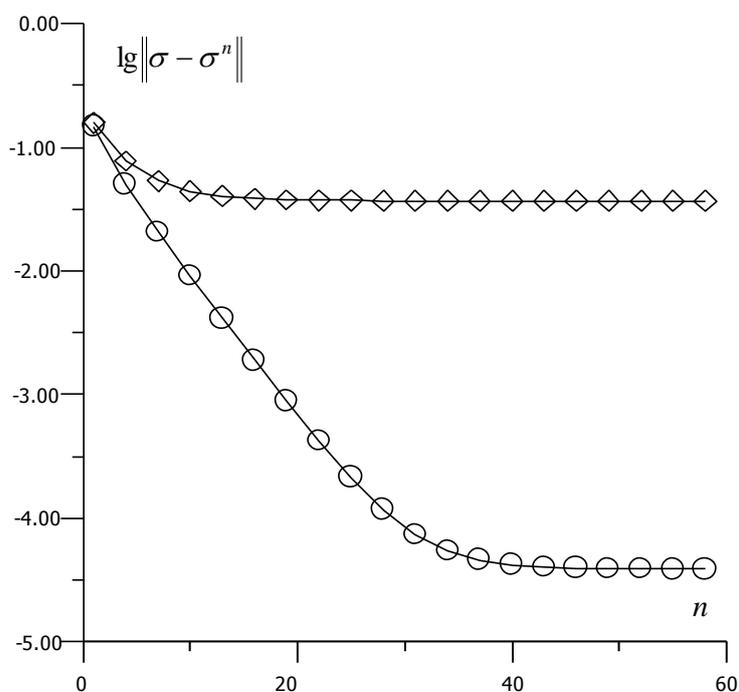


Рис. 3.8. Сходимость итерационного процесса.  
 $\circ$  - расчет для невозмущенных данных.  
 $\diamond$ , - расчет для возмущенных данных.

В следующем примере исследуется сходимость вычислительного алгоритма, когда рассматривается трехслойный пласт.

Пример. Рассматривается трехслойный нефтяной пласт (рис. 3.9), с коэффициентом проницаемости, который является кусочно-постоянной функцией, вязкость жидкости  $\mu = 10 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ ,  $D = \{0 \leq x, y \leq 1000 \text{ м}\}$ . Пласт эксплуатируется одной скважиной, координаты которой  $\gamma_1 = (400, 400)$ , давление на контуре  $\Gamma$  равно нулю. Исходные данные приводятся на рис.3.9. Расчеты проводились при шаге сетки  $h = 100 \text{ м}$  и параметре регуляризации  $\alpha = 1200$ . В качестве начального приближения брались величины:  $k_1^0 = 0.5 \text{ Д}$ ,  $k_2^0 = 0.00013 \text{ Д}$ ,  $k_3^0 = 0.4 \text{ Д}$ ,  $k_4^0 = 0.00013 \text{ Д}$ ,  $k_5^0 = 0.6 \text{ Д}$ .

На рис 3.10 и рис.3.11 приводятся графики функций  $\lg \|\Delta p^{(n)}\|$  и  $\lg \|\sigma - \sigma^n\|$ . Кривая  $\diamond$  - соответствует схеме Мятиева-Гиринского (коэффициенты проницаемостей перемычек неизвестны); кривая  $\circ$  - схеме изолированных пропластков; кривая  $\Delta$  - схеме Мятиева-Гиринского (коэффициенты проницаемостей перемычек известны).

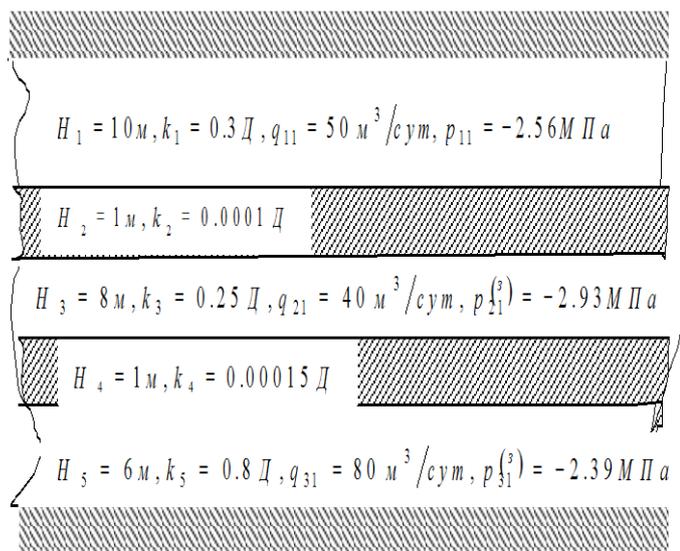


Рис. 3.9. Модель трехслойного пласта

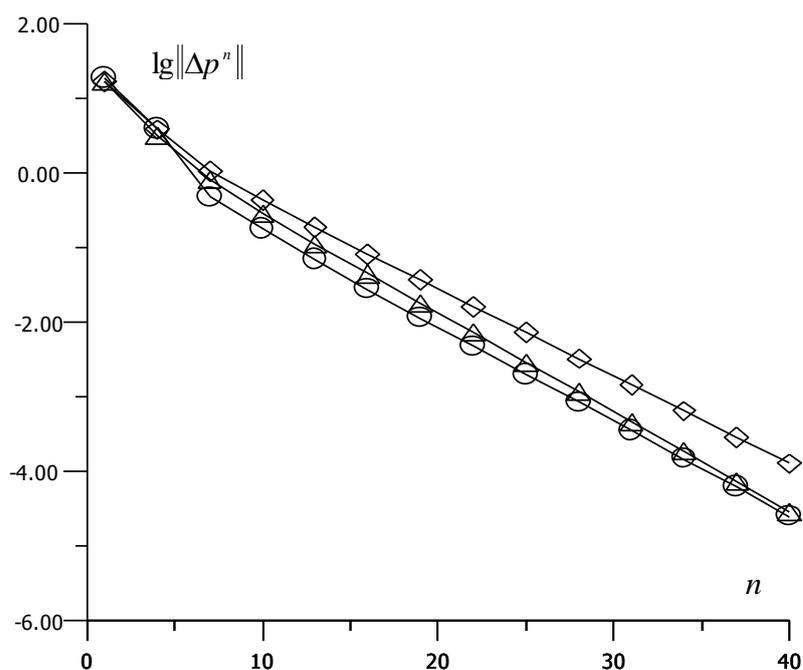


Рис. 3.10. Убывание невязки по забойным давлениям.

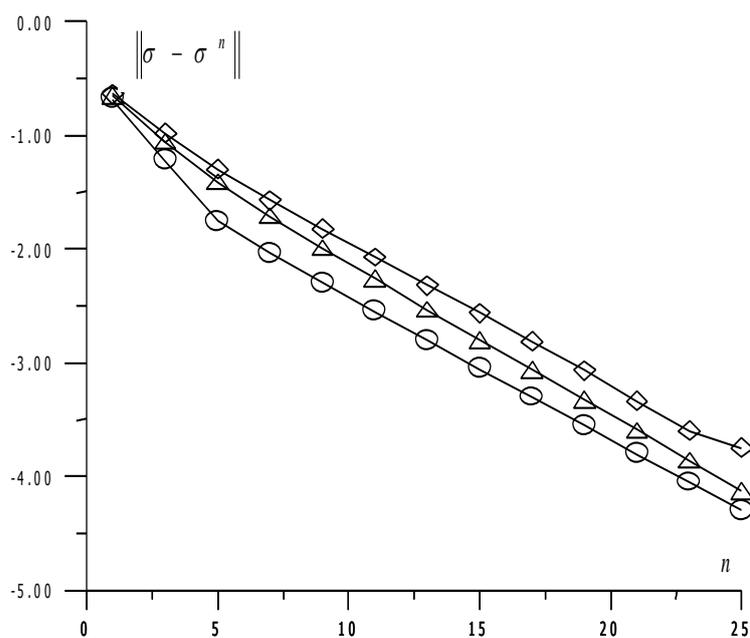


Рис. 3.11. Сходимость итерационного процесса

### 3.5 Результаты интерпретации гидродинамических исследований скважин 1405, 2046

В этом пункте рассматриваются результаты интерпретации реальных данных по схеме Мятиева–Гириного, по схеме изолированных пропластков.

**Скважина №1405 Восточно-Сулеевской площади Ромашкинского месторождения [25].** Перфорацией вскрыты пласты “а” (1604.8-1606.8 м), “б<sub>1+2</sub>” (1609.4-1613.6 м) и “б<sub>3</sub>” (1615.2-1617.2 м) горизонта D<sub>I</sub> (рис.3.12).

Исходные данные были следующие: дебиты скважины  $q_{11} = 29.7 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $q_{21} = 79.65 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $q_{21} = 75.6 \text{ м}^3/\text{сут}$ , забойное давление на скважине  $p^{(з)} = 12.38 \text{ МПа}$ ,  $D = \{0 \leq x, y \leq 1000 \text{ м}\}$

а) схема Мятлева-Гиринского. Пластовое давление бралось равным 14.8 МПа.

б) схема изолированных пропластков. Пластовое давление в пропластках бралось соответственно равным  $p_1 = 13.34 \text{ МПа}$ ,  $p_2 = 16.88 \text{ МПа}$ ,  $p_3 = 15.5 \text{ МПа}$ .

Расчеты проводились при шаге сетки  $h=100 \text{ м}$ . и параметре регуляризации  $\alpha = 1300$ .

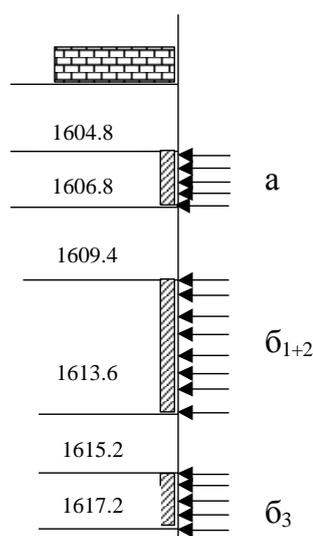


Рис. 3.12. Профили притока из пластов

На каждом шаге итерационного процесса вычислялась невязка по забойным давлениям

$$\|\Delta p^{(n)}\|^2 = \sum_{i=1}^3 (p_{i1}^{(H)} - p_{i1}^{(B)})^2.$$

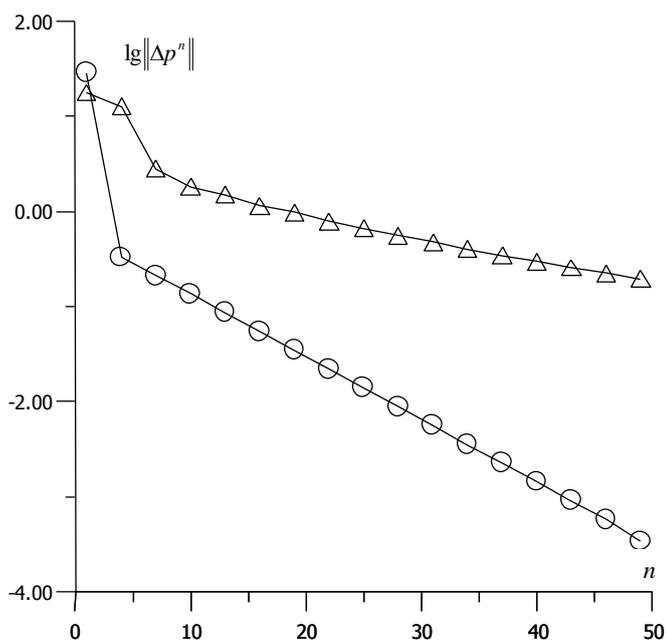


Рис. 3.13. Убывание невязки по забойным давлениям  
 $O$ - по схеме Мятиева-Гирина,  
 $\Delta$ - по схеме изолированных пропластков.

На рис.3.13 приводятся графики убывания невязки по забойным давлениям, кривая  $O$  - соответствует варианту а), кривая  $\Delta$  - варианту б).

Полученные коэффициенты гидропроводностей, по схеме Мятиева-Гирина и по схеме изолированных пропластков, а также коэффициенты гидропроводностей, полученные по методу установившихся отборов [25] приводятся в табл. 3.5.

Таблица 3.5. Результаты расчетов ( $\text{мкм}^2 \cdot \text{м} / \text{мПа} \cdot \text{с}$ )

	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$	$\sigma_5$
Метод установившихся отборов	0,54	0	0,268	0	0,352
Схема изолированных пропластков	0,588	0,0	0,294	0,0	0,308
Схема Мятиева-Гирина	0,229	0,00009	0,484	0,00007	0,422

Из табл.3.5. следует, что результаты, полученные по методу установившихся отборов (графоаналитический метод) и по предложенному алгоритму (схема изолированных пропластков) хорошо согласуются.

**Скважина № 2046** введена в эксплуатацию на 1 блоке Березовского месторождения РТ в июле 1979 г. Скважина вскрыла терригенные тульские (в интервале 1101 – 1105 м) и бобриковские (интервале 1112,5 – 1123 м) отложения. Дебит скважины  $q=13,9 \text{ м}^3/\text{сут}$ .

Гидродинамические исследования проводились как при одновременном дренировании двух пропластков, так и при отдельной их эксплуатации. Разобщение пропластков осуществлялось с помощью установки для одновременно-раздельной эксплуатации, установленной на глубине 1110 м (нижний конец). Изменение производительности насосной установки производилось путем изменения длины хода полированного штока станка – качалки. В результате проведенных исследований получены данные, приведенные на рис. 3.14 - 3.15.

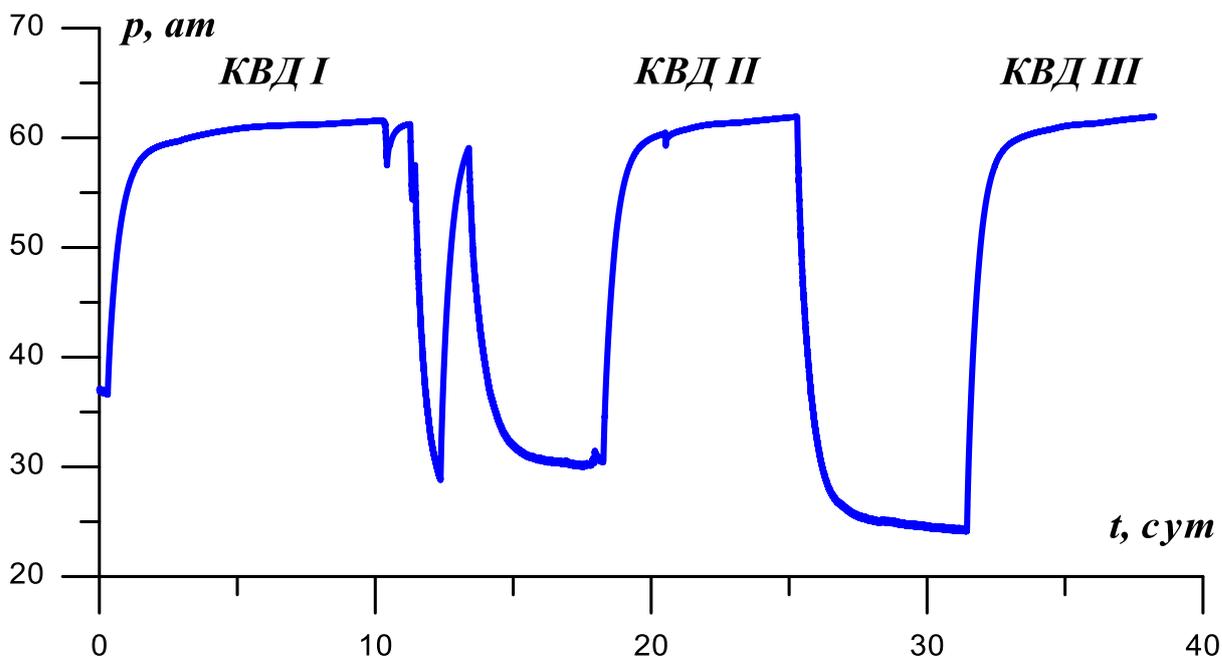


Рис. 3.14. Изменение давления при одновременной работе двух пропластков

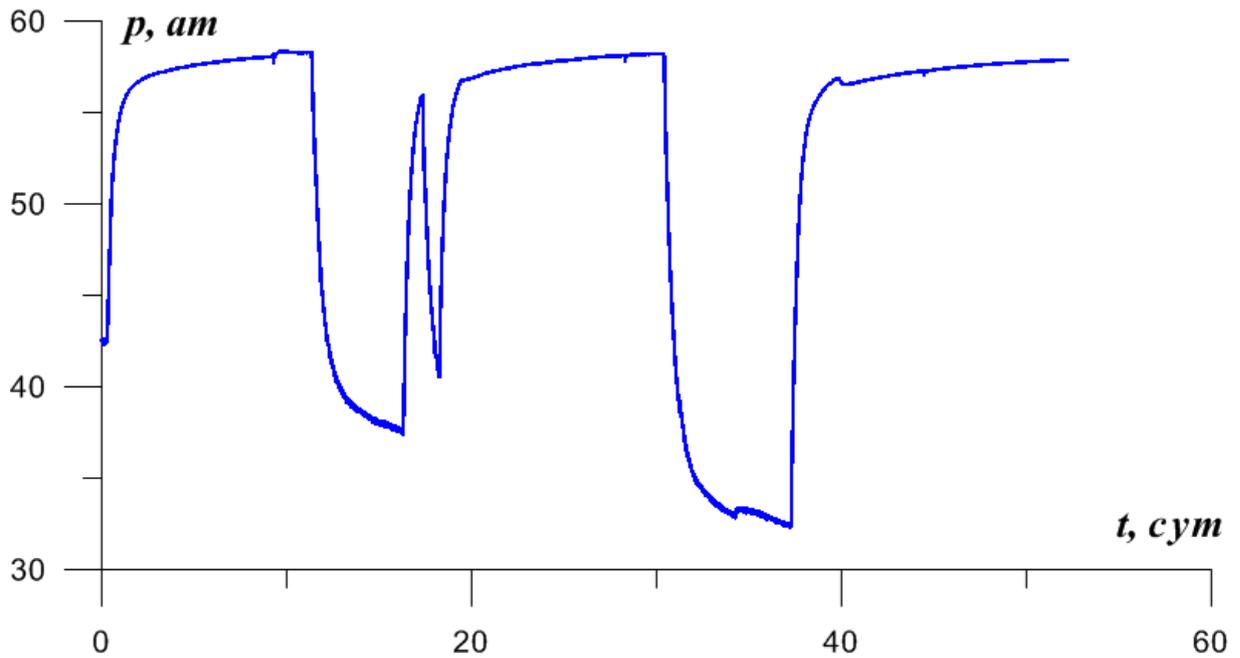


Рис. 3.15. Изменение давления при работе тульского горизонта.

На рис. 3.14 приводятся динамики изменения давления при одновременном дренировании двух пластов. Индикаторная диаграмма, построенная на основе гидродинамических исследований (рис.3.15), приведена на рис. 3.16 и имеет вид:

$$y = 65,66e^{-0,073x}.$$

Коэффициент продуктивности  $\eta_T = 0.27 \text{ м}^3/\text{атм сут}$ .

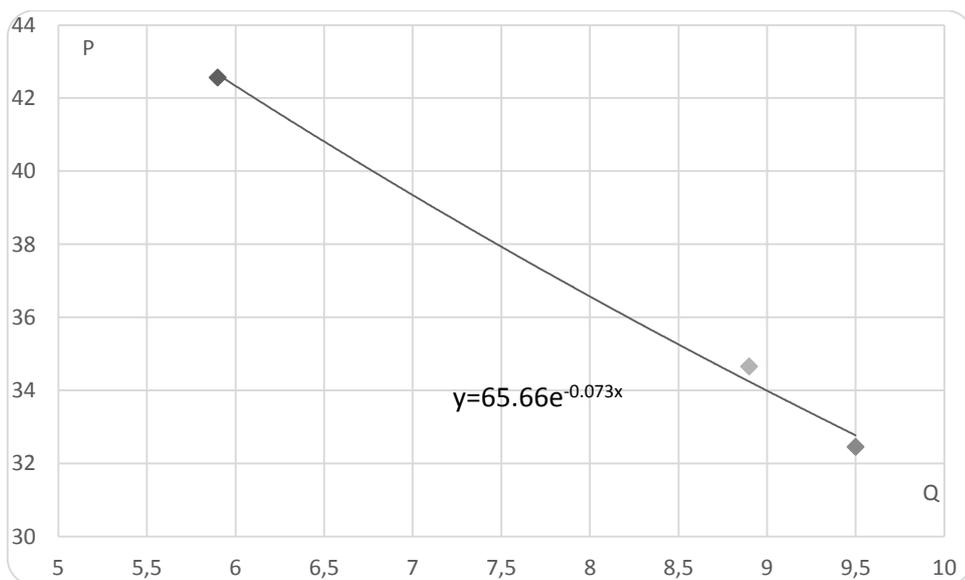


Рис. 3.16. Индикаторная диаграмма при работе тульского горизонта

Для оценки дебитов пропластков воспользуемся индикаторной диаграммой (рис. 3.16). По коэффициенту продуктивности  $\eta_T$  можно получить оценку дебита, который дает тульский горизонт при одновременной работе двух пластов.

$$q_T = \eta_T \Delta p = \eta_T (p_{nl} - p_3) = 0.27(65.66 - 24.66) \text{ м}^3/\text{сут.} \cong 11.1 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Здесь  $p_{nl} = 66.66$  атм,  $p_3 = 24.66$  атм (рис. 3.13, КВД III). Отсюда оценка дебита бобриковского горизонта:

$$q_B = q - q_T = 13.9 \text{ м}^3/\text{сут} - 11.1 \text{ м}^3/\text{сут} = 2.8 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

В табл. 3.6 приводятся результаты расчета по интерпретации результатов методом регуляризации. При расчетах использовалась схема «изолированных» пропластков, т.е. фильтрация в перемычках отсутствует.

Таблица 3.6.

$p_{nlB}$ (атм)	$p_{nlT}$ (атм)	$p_{зБ}$ (атм)	$p_{зT}$ (атм)	$q_B$ м <sup>3</sup> /сут	$q_T$ м <sup>3</sup> /сут	$k_B$ (Д)	$k_T$ (Д)
61.23	61.9	23.39	24.33	2.8	11.1	0.018	0.213

### **3.6 Задача об определении поля давления для многослойных пластов при нестационарной фильтрации**

По КВД в вертикальных скважинах, одновременно эксплуатируемых несколько пропластков без учета неустановившегося притока жидкости из каждого пропластка в отдельности, могут быть определены только некоторым образом осредненные фильтрационные характеристики пласта в целом. Проведение таких промысловых экспериментов для малодебитных скважин весьма затруднительно.

По схеме Мятиева-Гиринского задача об определении полей давлений  $p_1 = p_1(x, y, t)$ ,  $p_2 = p_2(x, y, t)$ , ...,  $p^n = p^n(x, y, t)$  в пласте с непроницаемыми

кровлей и подошвой, разделенном слабо проницаемой перемычкой, при одновременно отдельной эксплуатации сводится к решению системы дифференциальных уравнений в частных производных в многосвязной

области  $D$  с границей  $\partial D = \Gamma + \sum_{k=1}^n \Gamma_k$

$$\begin{aligned} \beta^* H_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} + L_1 p_1 + \omega_1 (p_1 - p_2) &= 0, \\ \beta^* H_3 \frac{\partial p_2}{\partial t} + L_2 p_2 + \omega_1 (p_2 - p_1) + \omega_2 (p_2 - p_3) &= 0, \end{aligned} \quad (3.21)$$

...

$$\beta^* H_{2n-1} \frac{\partial p_n}{\partial t} + L_n p_n + \omega_{n-1} (p_n - p_{n-1}) = 0, \quad 0 < t \leq T,$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_l} \sigma_{2k-1} \frac{\partial p_k}{\partial n} ds = q_{kl}(t), \quad \frac{\partial p_k}{\partial \tau} \Big|_{\Gamma_l} = 0, \quad p_k \Big|_{\Gamma} = p_0, \\ p_k(x, y, 0) = \varphi_k, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad l = 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (3.22)$$

где  $L_i p_i \equiv -\text{div}(\sigma_{2i-1} \text{grad} p_i)$ ,  $\sigma_{2i-1}, H_{2i-1}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – коэффициент гидропроводности и толщина хорошо проницаемых пропластков,  $\omega_k = \frac{\sigma_{2k}}{H_{2k}^2}$ ,  $\sigma_{2k}$ ,  $H_{2k}$  – коэффициент гидропроводности и толщина слабо проницаемых перемычек [86].

Второе из условий (3.22) означает, что давление на контуре каждой скважины постоянно.

В матричной форме задача (3.21)-(3.22) запишется в виде

$$\beta^* \frac{\partial p}{\partial t} + Lp = 0, \quad 0 < t \leq T \quad (3.23)$$

$$Mp = Q(t), \quad Np = 0, \quad p \Big|_{\Gamma} = p_0, \quad p \Big|_{t=0} = \varphi. \quad (3.24)$$

Здесь  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ ,

$$L = \begin{pmatrix} \frac{L_1 + \omega_1 E}{H_1} & \frac{\omega_1 E}{H_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{\omega_1 E}{H_3} & \frac{L_2 + \omega_1 E + \omega_2 E}{H_3} & -\frac{\omega_2 E}{H_3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{L_{n-1} + \omega_{n-2} E + \omega_{n-1} E}{H_{2n-3}} & -\frac{\omega_{n-1} E}{H_{2n-3}} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{\omega_{n-1} E}{H_{2n-1}} & \frac{L_n + \omega_{n-1} E}{H_{2n-1}} \end{pmatrix}$$

– матрицы  $n \times m$  с элементами

$$M = \{m_{kl}\}, N = \{n_{kl}\} \quad m_{kl} = \int_{\Gamma_l} \sigma_{2k-1} \frac{\partial}{\partial n} ds, \quad n_{kl} = \frac{\partial}{\partial \tau} \Big|_{\Gamma_l} \quad Q = \{q_{kl}(t)\} \quad -$$

матрица дебитов,  $k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, m$ .

Приведем конечно-разностные аппроксимации для задачи (3.21)-(3.22), которая будет рассматриваться в дальнейшем.

Покроем область  $D$  квадратной сеткой с шагом  $h$  и будем считать, что центры контуров  $\Gamma_k$  совпали с узлами сетки и  $h \gg r_c$ , где  $r_c$  - радиус скважины, если центры контуров  $\Gamma_k$  не совпадают с узлами сетки, то эти случаи в дальнейшем будут специально оговариваться. Обозначим через  $D_h$  все внутренние узлы области  $D$  и узлы, в которых находятся центры контуров  $\Gamma_k$ , через  $\Gamma_h$  - граничные узлы. Для обозначения узлов сеточной области  $D_h + \Gamma_h$  будем использовать либо обозначение  $(i, j)$ , либо  $(x_i, y_j)$ , значение сеточной функции  $u^h$  в узле  $(i, j)$  будем обозначать либо  $(u^h)_{ij}$ , либо  $u_{ij}$ . Разобьем отрезок  $[0, T]$  точками  $t_l$  на интервалы  $\tau = t_{l+1} - t_l$ .

Неявная схема:

$$\beta^* H_1 \frac{p_1^{(l+1)} - p_1^{(l)}}{\tau} = \Lambda_1 p_1^{(l+1)} + \omega_1 (p_1^{(l+1)} - p_2^{(l)}) + f_1^{(l+1)},$$

...

$$\beta^* H_n \frac{p_n^{(l+1)} - p_n^{(l)}}{\tau} = \Lambda_n p_n^{(l+1)} + \omega_{n-1} (p_n^{(l+1)} - p_{n-1}^{(l)}) + f_n^{(l+1)}.$$

$$p_i^{(0)} = \varphi_l, p_i^{(l+1)} \Big|_{\Gamma_h} = 0, \quad i=1,2,\dots,n.$$

Явная схема:

$$\beta^* H_1 \frac{p_1^{(l+1)} - p_1^{(l)}}{\tau} = \Lambda_1 p_1^{(l)} + \omega_1 (p_1^{(l)} - p_2^{(l)}) + f_1^{(l)},$$

...

$$\beta^* H_n \frac{p_n^{(l+1)} - p_n^{(l)}}{\tau} = \Lambda_n p_n^{(l)} + \omega_{n-1} (p_n^{(l)} - p_{n-1}^{(l)}) + f_n^{(l)}.$$

$$p_i^{(0)} = \varphi_l, p_i^{(l)} \Big|_{\Gamma_h} = 0, \quad i=1,2,\dots,n,$$

где  $f^{(l)} = -\sum_{k=1}^r q_k(t_l) \delta_k^h$ ,  $\delta_k^h$  - сеточная  $\delta$ -функция

$$(\delta_k^h)_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{h^2}, & (i, j) = \gamma_k, \\ 0, & (i, j) \neq \gamma_k. \end{cases}$$

Неявная схема является устойчивой при любых  $h$  и  $\tau$  [93, 94], явная схема является устойчивой лишь при определенных соотношениях между  $h$  и  $\tau$  [93, 94].

### **3.7 Постановка и метод решения обратных коэффициентных задач для многослойных нефтяных пластов при нестационарной фильтрации**

В этом пункте строится адаптивно-регуляризирующий по А. Н. Тихонову алгоритм, позволяющий определять коэффициент гидропроводности многослойного пласта по информации, поступающей в процессе эксплуатации месторождения.

При постановке обратной задачи будем предполагать известной постановку прямой задачи.

Обратная коэффициентная задача состоит в нахождении  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{2n-1})$ . Исходными данными для нее являются заданные дебиты  $q_{kl}(t)$ , забойные давления  $p_{kl}^{(3)}(t) = p_k(t) |_{\Gamma}$ , замеренные на скважинах, и значения функций давления на границе области фильтрации. Эта обратная задача порождает некоторый неявно заданный нелинейный оператор

$$A\sigma = P^*, \quad (3.25)$$

где  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{2n-1})$ ,  $P^* = \{p_{kl}^{(3)}\}$  - матрица забойных давлений.

$$p_{kl}^* = \int_0^T p_{kl}^{(3)}(t) dt, k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, m. \quad (3.26)$$

Обычно матрица  $P^*$  известна неточно:  $\|P^* - P_\delta^*\| \leq \delta$ , где  $\|\cdot\|$  - норма в евклидовом пространстве  $R^{nm}$ ,  $\delta$  - погрешность измерений. Решение операторного уравнения (3.27) с приближенной правой частью осуществляется на основе минимизации сглаживающего функционала А.Н. Тихонова [95]

$$M^\alpha(\sigma) = \|A\sigma - P_\delta^*\|^2 + \alpha\Omega(\sigma), \quad (3.27)$$

где  $\Omega(\sigma) = \sum_{i=1}^{2n-1} (\sigma_i - \sigma_i^0)^2$ ;  $\alpha = \alpha(\delta)$  - параметр регуляризации, согласующийся с погрешностью измерений,  $\sigma_i^0$  - приближенные значения коэффициентов гидропроводности.

Построение итерационного процесса для минимизации сглаживающего функционала производится по схеме предложенной в [143, 42, 102]. Последовательные приближения  $\sigma^n$  строятся следующим образом:

в окрестности  $\sigma^n$  при фиксированном значении параметра регуляризации  $\alpha = \alpha_n$  нелинейный оператор  $A\sigma$  представляется в виде

$$A\sigma = A\sigma^n + A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n) + o(\|\sigma - \sigma^n\|),$$

где  $A'_\sigma(\sigma^n)$  - некоторый линейный оператор, называемый производной Фреше [76], а  $A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n)$  - дифференциал Фреше в точке  $\sigma^n$ .

Функционал

$$M^{\alpha_n}(\sigma) = \|A\sigma^n + A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n) - P_\delta^*\|^2 + \alpha_n \Omega(\sigma)$$

является квадратичным и его экстремаль находится из уравнения Эйлера [96].

Явное выражение дифференциала Фреше можно получить методами теории возмущений [76]. При нахождении дифференциала Фреше на основе методов теории возмущений считают, что истинные коэффициенты гидропроводности определяют возмущенное состояние пластовой системы, приближенные – невозмущенное состояние. Значение дебитов и забойных давлений на скважинах рассматривают как функционалы от возмущенного состояния пластовой системы.

### **3.8 Вывод формул теории возмущений для многослойного нефтяного пласта при нестационарной фильтрации**

Предположим, что нам известны значения функционалов, соответствующие невозмущенному коэффициенту гидропроводности, тогда мы можем вычислить вариации функционалов, соответствующие изменению коэффициента гидропроводности. Формулы, характеризующие эти вариации, называются формулами теории возмущений [76], откуда следует представление дифференциала Фреше.

Краевую задачу (3.23)-(3.24) называют возмущенной.

Предположим, что известно приближение  $\tilde{\sigma} = (\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2, \dots, \tilde{\sigma}_{2n-1})$  коэффициентов гидропроводности  $\sigma$ , т.е.  $\sigma = \tilde{\sigma} + \delta\sigma$ ,  $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_n)$ -решение краевой задачи

$$\beta^* \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \tilde{L}\tilde{p} = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad (3.28)$$

$$\tilde{M}\tilde{p} = Q(t), N\tilde{p} = 0, \tilde{p}|_{\Gamma} = p_0, \quad (3.29)$$

где  $\tilde{L}$  и  $\tilde{M}$  – операторы, которые получаются из  $L$  и  $M$  заменой  $\sigma$  на  $\tilde{\sigma}$ .

Краевую задачу (3.28)-(3.29) будем называть невозмущенной. Обозначим

$p_{kl}^{(3)}(t) = p_k|_{\Gamma_l}$ ,  $\tilde{p}_{kl}^{(3)}(t) = \tilde{p}_k|_{\Gamma_l}$  давления на забое  $l$ -той скважины в  $k$ -том пласте и определим от решений задач (3.21)-(3.22) и (3.28)-(3.29) функционалы

$$\begin{aligned} I_{kl}(p) &= \int_0^T p_{kl}^{(3)}(t) dt, \\ I_{kl}(\tilde{p}) &= \int_0^T \tilde{p}_{kl}^{(3)}(t) dt, \quad k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3.30)$$

Установим связь между изменениями коэффициентов гидропроводности  $\delta\sigma = \sigma - \tilde{\sigma}$  и изменениями функционалов

$$\delta I_{kl} = I_{kl}(p) - I_{kl}(\tilde{p}), \quad k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, m. \quad (3.31)$$

Рассмотрим вектор-функции

$$\tilde{p}_j^i = (\tilde{p}_{1j}^i, \tilde{p}_{2j}^i, \dots, \tilde{p}_{nj}^i), \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m,$$

которые являются решениями краевых задач

$$-\beta^* \frac{\partial \tilde{\mathcal{P}}_l^i}{\partial t} + \tilde{L}\tilde{p}_j^i = 0, \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned}\tilde{M}\tilde{p}_j^i &= E_{ij}, N\tilde{p}_j^i = 0, \\ \tilde{p}_j^i|_{\Gamma} &= p_0, \tilde{p}_j^i|_{t=T} = 0,\end{aligned}\tag{3.33}$$

где  $E_{ij}$  – матрица  $n \times m$ , у которой элемент, стоящий на пересечении  $i$ -той строки и  $j$ -того столбца, равен единице, а остальные элементы равны нулю.

Краевые задачи (3.32)-(3.33) будем называть сопряженными. Определим скалярное произведение функций  $a=a(x,y)$ ,  $b=b(x,y)$  и вектор-функций  $f=(f_1, f_2, \dots, f_n)$ ,  $g=(g_1, g_2, \dots, g_n)$  как

$$\begin{aligned}(a, b) &= \int_D a(x, y) b(x, y) dx dy \\ \langle f, g \rangle &= h_1(f_1, g_1) + h_2(f_2, g_2) + \dots + h_n(f_n, g_n).\end{aligned}$$

где  $(f_i, g_i) = \int_D f_i g_i dx dy$ ,  $h_i$  – весовые коэффициенты.

Имеют место равенства

$$\beta^* \frac{\partial}{\partial \alpha} \langle p, \tilde{p}_j^i \rangle + \langle \delta L p, \tilde{p}_j^i \rangle + \langle \tilde{L} p, \tilde{p}_j^i \rangle - \langle L \tilde{p}_j^i, p \rangle = 0,\tag{3.34}$$

$$\beta^* \frac{\partial}{\partial \alpha} \langle \tilde{p}, \tilde{p}_j^i \rangle + \langle \tilde{L} \tilde{p}, \tilde{p}_j^i \rangle - \langle \tilde{L} \tilde{p}_j^i, \tilde{p} \rangle = 0.\tag{3.35}$$

Нетрудно видеть, что

$$\begin{aligned}\langle \tilde{L} p, \tilde{p}_j^i \rangle - \langle L \tilde{p}_j^i, p \rangle &= (\tilde{L}_1 p_1, \tilde{p}_{1j}^i) + (\tilde{\omega}_1(p_1 - p_2), \tilde{p}_{1j}^i) - \\ &- (\tilde{L}_1 \tilde{p}_{1j}^i, p_1) - (\tilde{\omega}_1(\tilde{p}_{1j}^i - \tilde{p}_{2j}^i), p_1) + \\ &+ (\tilde{L}_2 p_2, \tilde{p}_{2j}^i) + (\tilde{\omega}_1(p_2 - p_1), \tilde{p}_{2j}^i) + (\tilde{\omega}_2(p_2 - p_3), \tilde{p}_{2j}^i) - \\ &- (\tilde{L}_2 \tilde{p}_{2j}^i, p_2) - (\tilde{\omega}_1(\tilde{p}_{2j}^i - \tilde{p}_{1j}^i), p_2) - (\tilde{\omega}_2(\tilde{p}_{2j}^i - \tilde{p}_{3j}^i), p_2) + \\ &+ \dots + \\ &+ (\tilde{L}_n p_n, \tilde{p}_{nj}^i) + (\tilde{\omega}_{n-1}(p_n - p_{n-1}), \tilde{p}_{nj}^i) - \\ &- (\tilde{L}_n \tilde{p}_{nj}^i, p_n) - (\tilde{\omega}_{n-1}(\tilde{p}_{nj}^i - \tilde{p}_{n-1j}^i), p_n) =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} p_1 \tilde{\sigma}_1 \frac{\tilde{\mathcal{P}}_{1j}^i}{\partial n} ds - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \tilde{\sigma}_1 \frac{\hat{\mathcal{P}}_1}{\partial n} ds + \dots + \\
&+ \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} p_n \tilde{\sigma}_{2n-1} \frac{\tilde{\mathcal{P}}_{nj}^i}{\partial n} ds - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \tilde{\sigma}_{2n-1} \frac{\hat{\mathcal{P}}_n}{\partial n} ds = \\
&= \sum_{k=1}^m p_{1k}^{(3)} \int_{\Gamma_k} \tilde{\sigma}_1 \frac{\tilde{\mathcal{P}}_{1j}^i}{\partial n} ds - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \sigma_1 \frac{\hat{\mathcal{P}}_1}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \delta \sigma_1 \frac{\hat{\mathcal{P}}_1}{\partial n} ds + \dots + \\
&+ \sum_{k=1}^m p_{nk}^{(3)} \int_{\Gamma_k} \tilde{\sigma}_{2n-1} \frac{\tilde{\mathcal{P}}_{nj}^i}{\partial n} ds - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \sigma_{2n-1} \frac{\hat{\mathcal{P}}_n}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \delta \sigma_{2n-1} \frac{\hat{\mathcal{P}}_n}{\partial n} ds = \\
&= p_{ij}^{(3)}(t) - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \sigma_1 \frac{\hat{\mathcal{P}}_1}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \delta \sigma_1 \frac{\hat{\mathcal{P}}_1}{\partial n} ds - \\
&- \dots - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \sigma_{2n-1} \frac{\hat{\mathcal{P}}_n}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \delta \sigma_{2n-1} \frac{\hat{\mathcal{P}}_n}{\partial n} ds
\end{aligned}$$

Таким образом, равенство (3.34) имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\beta^* \frac{\partial}{\partial t} \langle p, \tilde{p}_j^i \rangle + \langle \delta L p, \tilde{p}_j^i \rangle + p_{ij}^{(3)}(t) - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \sigma_1 \frac{\hat{\mathcal{P}}_1}{\partial n} ds + \\
&+ \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \delta \sigma_1 \frac{\hat{\mathcal{P}}_1}{\partial n} ds - \dots - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \sigma_{2n-1} \frac{\hat{\mathcal{P}}_n}{\partial n} ds + \\
&+ \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \delta \sigma_{2n-1} \frac{\hat{\mathcal{P}}_n}{\partial n} ds = 0
\end{aligned} \tag{3.34'}$$

Используя (3.32), преобразуем левую часть равенства (3.35):

$$\begin{aligned}
&\beta^* \frac{\partial}{\partial t} \langle \tilde{p}, \tilde{p}_j^i \rangle + \langle \tilde{L} \tilde{p}, \tilde{p}_j^i \rangle - \langle \tilde{L} \tilde{p}_j^i, \tilde{p} \rangle = \\
&\beta^* \frac{\partial}{\partial t} \langle \tilde{p}, \tilde{p}_j^i \rangle + (\tilde{L}_1 \tilde{p}_1, \tilde{p}_j^i) - (\tilde{L}_1 \tilde{p}_j^i, \tilde{p}_1) + \dots + (\tilde{L}_n \tilde{p}_n, \tilde{p}_j^i) - (\tilde{L}_n \tilde{p}_j^i, \tilde{p}_n) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \beta^* \frac{\partial}{\partial t} \langle \tilde{p}, \tilde{p}_j^i \rangle + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_1 \tilde{\sigma}_1 \frac{\tilde{\Phi}_{1j}^i}{\partial n} ds - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \tilde{\sigma}_1 \frac{\tilde{\Phi}_1}{\partial n} ds + \dots + \\
&+ \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_n \tilde{\sigma}_{2n-1} \frac{\tilde{\Phi}_{nj}^i}{\partial n} ds - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \tilde{\sigma}_{2n-1} \frac{\tilde{\Phi}_n}{\partial n} ds = \\
&= \beta^* \frac{\partial}{\partial t} \langle \tilde{p}, \tilde{p}_j^i \rangle + \tilde{p}_{ij}^{(3)}(t) - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \tilde{\sigma}_1 \frac{\tilde{\Phi}_1}{\partial n} ds \\
&- \dots - \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{nj}^i \tilde{\sigma}_{2n-1} \frac{\tilde{\Phi}_n}{\partial n} ds = 0 \tag{3.35'}
\end{aligned}$$

Вычитая из равенства (3.34') (3.35') и, учитывая

$$\sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \sigma_{2l-1} \tilde{p}_{lj}^i \frac{\partial \tilde{\Phi}_l}{\partial n} ds = \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{\sigma}_{2l-1} \tilde{p}_{lj}^i \frac{\partial \tilde{\Phi}_l}{\partial n} ds, \quad l, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m,$$

получим

$$\begin{aligned}
&\beta^* \frac{\partial}{\partial t} \langle p - \tilde{p}, \tilde{p}_j^i \rangle + \langle \delta L p, \tilde{p}_j^i \rangle + \sum_{r=1}^n \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{rj}^i \delta \sigma_{2r-1} \frac{\partial \tilde{\Phi}_r}{\partial n} ds + \\
&+ p_{ij}^{(3)}(t) - \tilde{p}_{ij}^{(3)}(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m. \tag{3.36}
\end{aligned}$$

Применяя к (3.36) первую формулу Грина [79] и интегрируя от 0 до  $T$ , используя (3.31), получим

$$\begin{aligned}
&\sum_{l=1}^n \int_0^T (\delta \sigma_{2l-1} \text{grad} p_l, \text{grad} \tilde{p}_{lj}^i) dt + \\
&+ \sum_{k=1}^{n-1} \delta \omega_k \int_0^T [(p_k - p_{k+1}, \tilde{p}_{kj}^i) - (p_{k+1} - p_k, \tilde{p}_{k+1j}^i)] dt = \\
&= -(I_{ij}(p) - I_{ij}(\tilde{p})), \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m. \tag{3.37}
\end{aligned}$$

Равенства (3.37) устанавливают связь между изменениями коэффициентов гидропроводности и изменениями забойных давлений.

Заменяя в (3.37)  $p_k$  на  $\tilde{p}_k$  и, полагая

$$A_{ij} = \sum_{l=1}^n \int_0^T (\delta\sigma_{2l-1} \text{grad} p_l, \text{grad} \tilde{p}_{lj}^i) dt +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\delta\sigma_{2k}}{H_{2k}} \int_0^T [(\tilde{p}_k - \tilde{p}_{k+1}, \tilde{p}_{kj}^i) - (\tilde{p}_{k+1} - \tilde{p}_k, \tilde{p}_{k+1j}^i)] dt$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m,$$

получим представление дифференциала Фреше

$$A'_\sigma(\tilde{\sigma})(\sigma - \tilde{\sigma}) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nm} \end{pmatrix}$$

### 3.9 Численные расчеты

В настоящем пункте предложенный алгоритм тестируется на модельных задачах и применяется

Пример. Рассматривается двухслойный нефтяной пласт с коэффициентом проницаемости, который является кусочно-постоянной

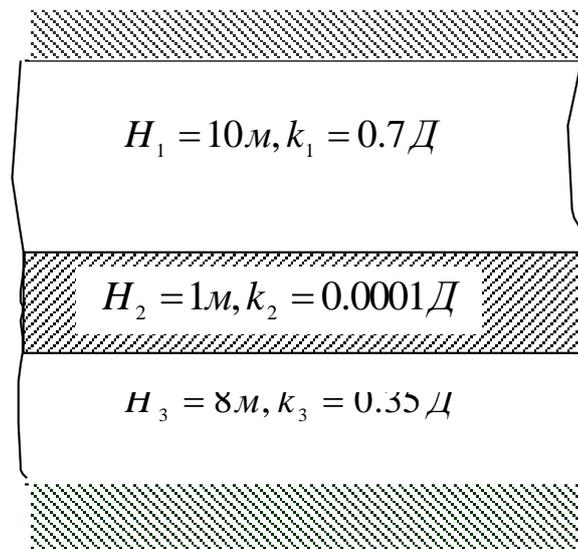


Рис. 3.17. Модель двухслойного пласта

функцией (рис.3.17), вязкость жидкости  $\mu = 10 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ ., коэффициент упругоёмкости  $\beta^* = 0.3 \cdot 10^{-3} 1/\text{МПа}$ , период разработки  $T = 30 \text{ сут}$ ,  $D = \{0 \leq x, y \leq 1000 \text{ м}\}$ .

Пласт эксплуатируется одной скважиной. Дебиты и забойные давления равны соответственно  $q_{11} = 30 \text{ м}^3 / \text{сут}$ ,  $q_{21} = 20 \text{ м}^3 / \text{сут}$ . Функция давления на границе области фильтрации  $P_0 = 0$ . Начальные приближения коэффициентов проницаемостей в зонах однородности брались равными соответственно  $k_1^0 = 0.5 \text{ Д}$ ,  $k_2^0 = 0.00013 \text{ Д}$ ,  $k_3^0 = 0.5 \text{ Д}$ .

Расчеты проводились при шаге сетки  $h = 100 \text{ м}$  и параметре регуляризации  $\alpha = 400$ . На каждом шаге итерационного процесса вычислялась невязка по забойным давлениям

$$\|\Delta p^n\|^2 = \sum_{i=1}^2 \int_0^T [p_{i1}^{(H)}(t) - p_{i1}^{(B)}(t)]^2 dt,$$

$$\|\sigma - \sigma^n\|^2 = \sum_{i=1}^3 (\sigma_i - \sigma_i^n)^2, \quad n = 1, 2, \dots$$

На рис. 3.18 и рис. 3.19. приводятся графики функций  $\lg \|\Delta p^n\|$  и  $\lg \|\sigma - \sigma^n\|$ . Кривая  $\Delta$  соответствует случаю, когда аппроксимация задачи (3.21.)-(3.22.) производилась по явной схеме,  $\tau_i = 0.0033 \text{ сут}$ , кривая  $O$  – по неявной схеме,  $\tau_i = 1 \text{ сут}$ . Как следует из результатов, итерационный процесс сходится.

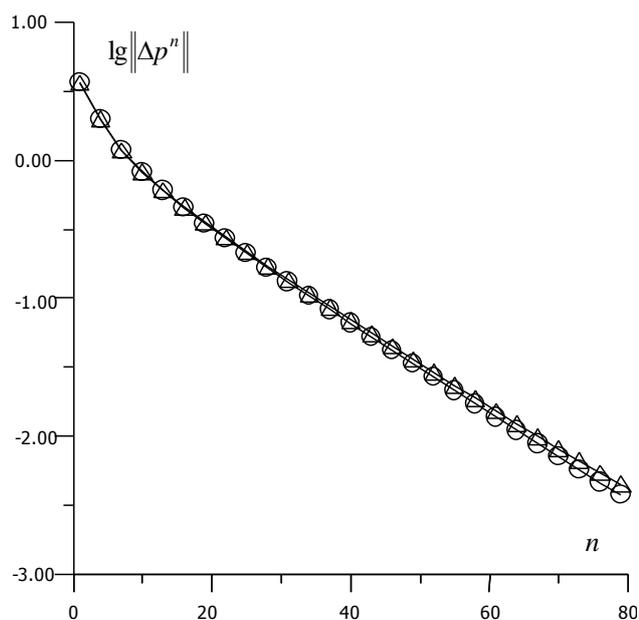


Рис. 3.18. Убывание невязки по забойным давлениям.

Δ - явная схема,  $\tau_l = 0.0033$  сут,

O - неявная схема,  $\tau_l = 1$  сут

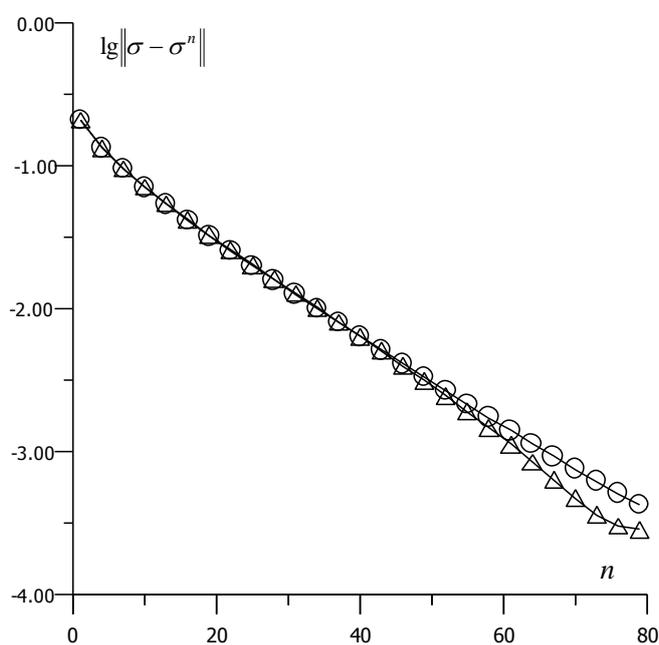


Рис. 3.19. Сходимость итерационного процесса

O - неявная схема,  $\tau_l = 1$  сут,

Δ - явная схема,  $\tau_l = 0.0033$  сут

В следующем примере исследуется сходимость вычислительного алгоритма, когда рассматривается трехслойный пласт.

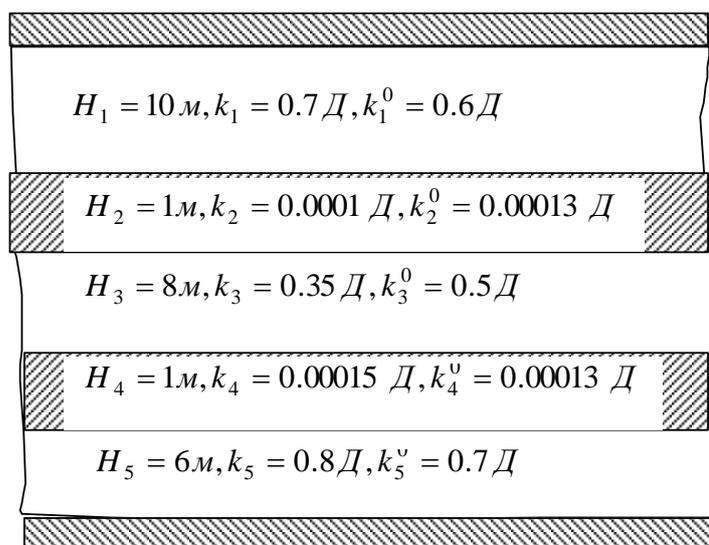


Рис. 3.20. Модель трехслойного пласта.

Пример 2. Рассматривается трехслойный нефтяной пласт с коэффициентом гидропроводности, который является кусочно-постоянной функцией. Вязкость жидкости  $\mu = 10 \text{ мПа}\cdot\text{с.}$ ,  $D = \{0 \leq x, y \leq 1000 \text{ м}\}$ , коэффициент упругости  $\beta^* = 0.3 \cdot 10^{-3} \text{ 1/МПа}$ , период разработки  $T = 30 \text{ сут.}$ , функция давления на границе области фильтрации  $P_0 = 0$ . В табл. 3.7 приводятся значения забойных давлений на начальный момент времени и значения дебитов. Данные по пласту приводятся на рис.3.20.

Таблица 3.7. Исходные данные

$i$	$\gamma_i$	$p_{1i}^{(3)}$ (МПа)	$p_{2i}^{(3)}$ (МПа)	$p_{3i}^{(3)}$ (МПа)	$q_{1i}$ (м <sup>3</sup> /сут)	$q_{2i}$ (м <sup>3</sup> /сут)	$q_{3i}$ (м <sup>3</sup> /сут)
1	(400,400)	-0.8385	-1.2646	-1.4479	30	20	40
2	(600,600)	-1.4075	-2.4138	-2.2407	50	40	60
3	(800,800)	-1.7296	-3.2743	-2.7283	70	60	80

Расчеты проводились по неявной схеме при шаге сетки  $h = 100 \text{ м}$ ,  $\tau_i = 1 \text{ сут}$  и параметре регуляризации  $\alpha = 1500$ .

В табл. 3.8. приводятся результаты сходимости итерационного процесса в зонах однородности.

Далее исследуется сходимость вычислительного алгоритма, когда исходные данные известны неточно. На рис. 3.21 и рис. 3.22 приводятся графики функций  $\lg\|\Delta p^n\|$  и  $\lg\|\sigma - \sigma^n\|$ . Кривая О соответствует невозмущенным значениям дебитов и забойных давлений, кривая  $\Delta$  – возмущенным значениям дебитов и забойных давлений на 3% и 2% соответственно

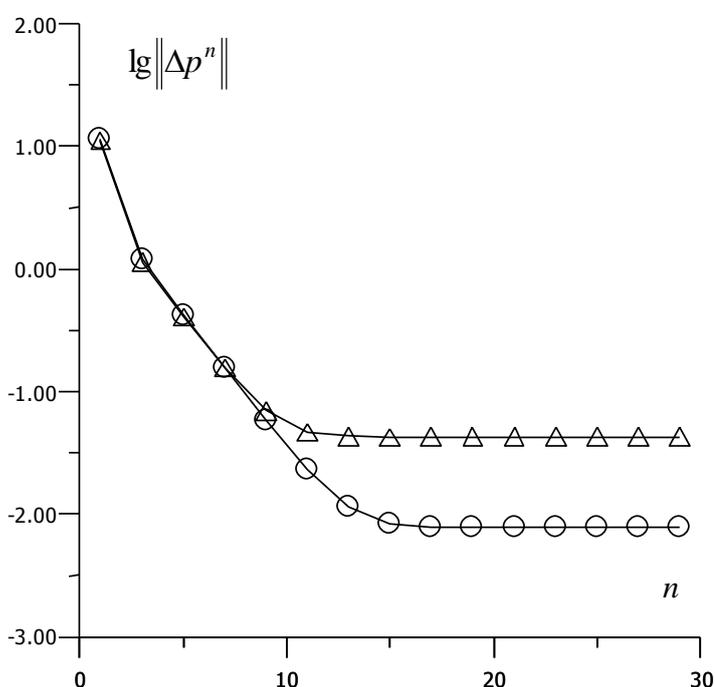


Рис. 3.21. Убывание невязки по забойным давлениям.

О – расчет для невозмущенных данных.

Δ – расчет для возмущенных данных

Расчеты показали, что при задании исходных данных с погрешностями, которые возникают при их измерении, относительная ошибка определения коэффициента гидропроводности в зонах однородностей составляет 4-7%.

Таблица 3.8. Сходимость итерационного процесса

$n$	$k_1^n$	$k_2^n$	$k_3^n$	$k_4^n$	$k_5^n$	$\lg\ \sigma - \sigma^n\ $
1	0.641915	0.000115	0.351139	0.000151	0.782309	-1.215768
5	0.692119	0.000102	0.349869	0.000151	0.799518	-2.102576
10	0.699184	0.000099	0.350045	0.000151	0.799942	-3.086458
15	0.699805	0.000099	0.350061	0.000151	0.799973	-3.685212
20	0.699860	0.000099	0.350063	0.000151	0.799976	-3.808876
25	0.699865	0.000099	0.350063	0.000151	0.799976	-3.821358
30	0.699865	0.000099	0.350063	0.000151	0.799976	-3.822731

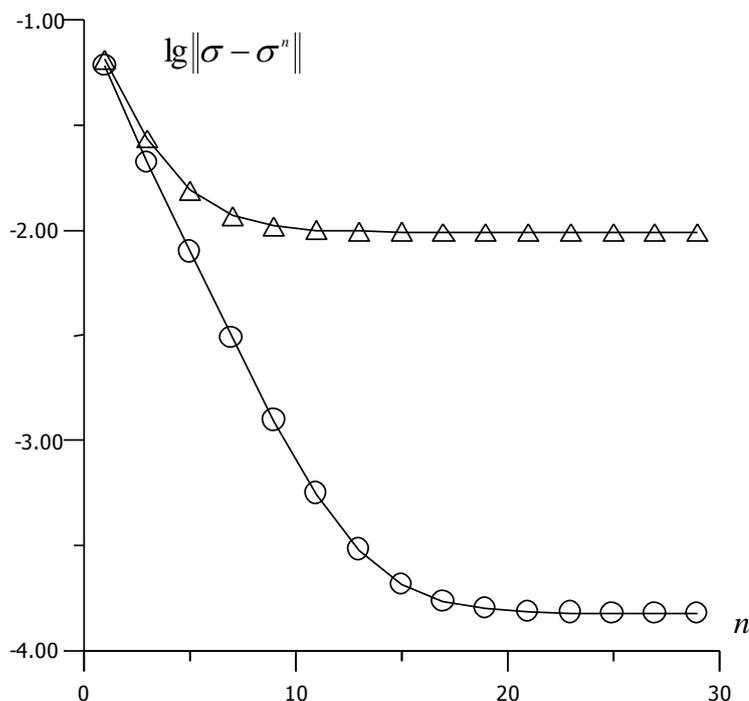


Рис. 3.22. Сходимость итерационного процесса.

$O$  – расчет для невозмущенных данных.

$\Delta$  – расчет для возмущенных данных.

Далее исследуется сходимость итерационного процесса, когда коэффициенты проницаемостей перемычек известны и, когда перемычки непроницаемые (схема изолированных пропластков).

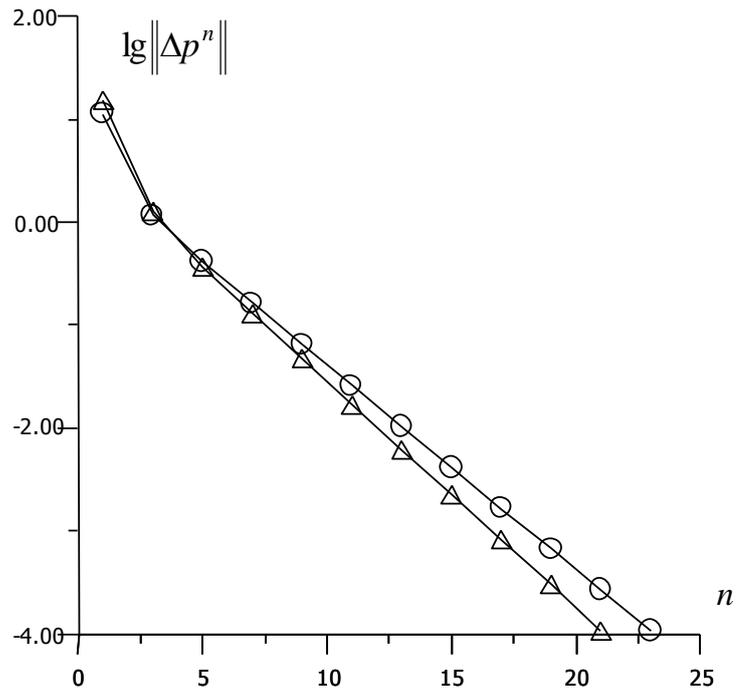


Рис. 3.23. Убывание невязки по забойным давлениям.  
 $\Delta$  – расчет по схеме изолированных пропластков  
 $\circ$  – расчет по схеме Мятиева-Гиринского

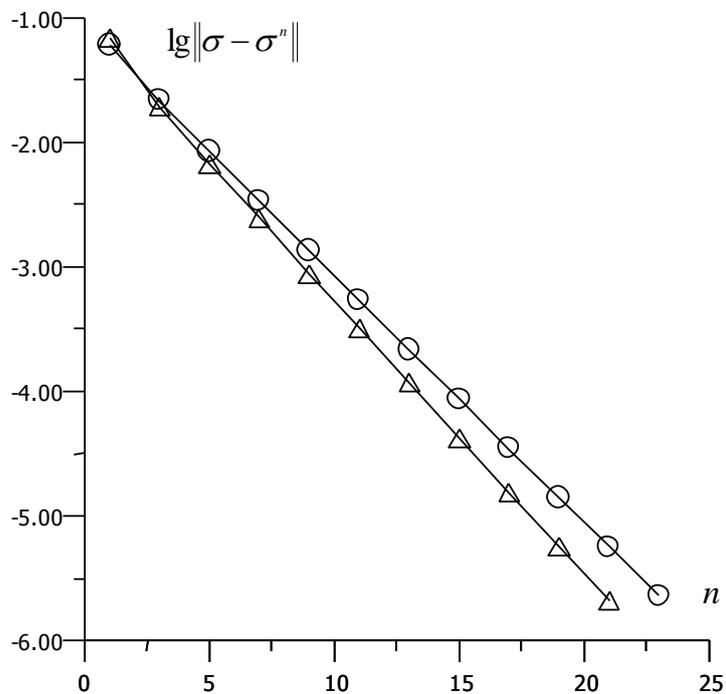


Рис. 3.24. Сходимость итерационного процесса.  
 $\Delta$  – расчет по схеме изолированных пропластков  
 $\circ$  – расчет по схеме Мятиева-Гиринского

На рис. 3.23 и рис. 3.24 представлены графики функций  $lg\|\Delta p^n\|$  и  $lg\|\sigma - \sigma^n\|$ . Кривая  $O$  соответствует, когда коэффициенты проницаемостей перемычек известны (схема Мятиева-Гиринского), кривая  $\Delta$  – соответствует схеме изолированных пропластков.

### **3.10 Результаты расчетов по скважине 1182**

В этом пункте приводится интерпретация результатов гидродинамических исследований, снятых с реальной скважины. Способ исследования скважины заключается в следующем [25, 43]. Эксплуатационная скважина, проработавшая при установившемся режиме длительное время, закрывается на восстановление забойного давления. При помощи глубинного дебитомера снимается кривая падения продолжающегося притока из каждого пласта. Для этого до остановки скважины в нее опускается дебитомер и замеряется установившийся дебит каждого пласта. Далее скважина закрывается на устье и поочередным установлением дебитомера над пластами замеряется продолжающийся приток. Глубинные дистанционные дебитомеры с управляемым пакером позволяют производить многократную установку прибора на необходимых глубинах. По данным исследования строится кривая падения притока для каждого из пластов в отдельности и всего горизонта. Характер кривых продолжающегося притока будет зависеть от фильтрационных свойств пластов. Поэтому соответствующая обработка их дает информацию о коллекторских свойствах каждого пласта.

В методике [25, 43] принимается, что при незначительных различиях в глубине залегания изменение забойного давления во времени будет одинаковым для всех пластов. Это позволяет использовать известные зависимости, выражающие взаимосвязь между повышением давления на забое и продолжающимся притоком жидкости [43].

**Скважина №1182** Восточно-Сулеевской площади Ромашкинского месторождения. Результаты измерений представлены в табл. 3.9 и на рис. 3.25, рис. 3.26. На рис. 3.25 представлены графики убывания дебитов в зависимости от времени: кривая  $\diamond$  – для первого пропластка и кривая  $\Delta$  – для второго пропластка.

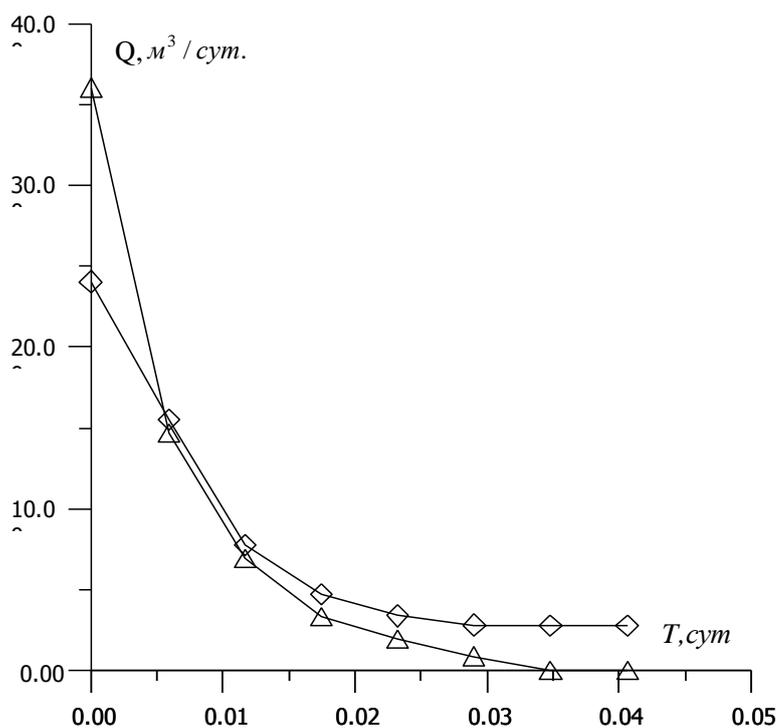


Рис. 3.25. Графики изменения продолжающегося притока по скв. №1182.

$\diamond$ -первый пропласток,  $\Delta$ -второй пропласток

Таблица 3.9. Исходные данные

Время, сут	$q_{11}(t), \text{м}^3/\text{сут}$	$q_{21}(t), \text{м}^3/\text{сут}$	$\Delta p(t), \text{МПа}$
0.000000	24.027660	36.041490	-1.0
0.005900	15.514260	14.675890	-5.92340
0.011690	7.778738	6.955057	-4.23390
0.017477	4.712187	3.352636	-3.43010
0.023264	3.390666	1.946413	-2.96000
0.029051	2.808989	0.885912	-2.67950
0.034838	2.805532	0.000000	-2.45130
0.040625	2.800346	0.000000	-2.28420

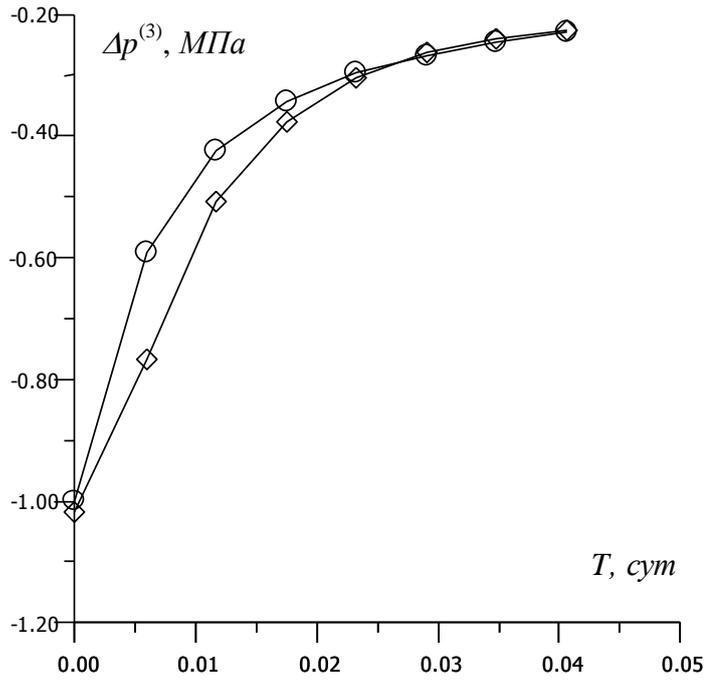


Рис. 3.26. Кривая изменения забойного давления для первого пропластка  
 O- наблюдаемая кривая, ◇- вычисленная кривая

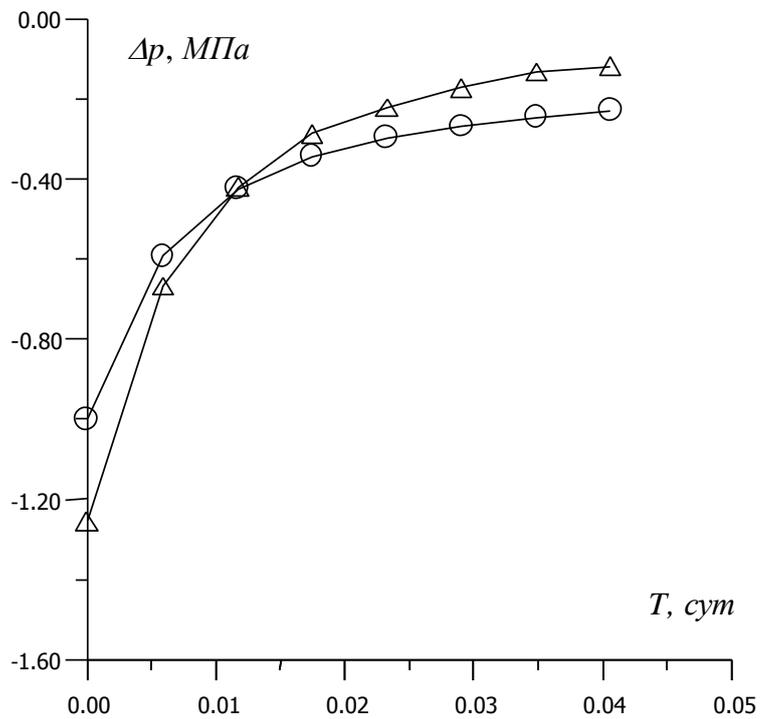


Рис. 3.27. Кривая изменения забойного давления для второго пропластка  
 O-наблюдаемая кривая, Δ- вычисленная кривая

На рис 3.26. и рис. 3.27. представлены результаты расчетов. На рис. 3.26 кривая O соответствует наблюдаемым изменениям забойного давления, кривая  $\diamond$  – вычисленным изменениям забойного давления по первому пропластку. На рис. 3.27 кривая O соответствует наблюдаемым изменениям забойного давления, кривая  $\Delta$  – вычисленным изменениям забойного давления по второму пропластку.

Значения гидропроводности, полученные графоаналитическими методами, для пропластков составили соответственно 0,254 и 0,365  $\text{мкм}^2 \cdot \text{м}/\text{МПа} \cdot \text{с}$  [43]. Предложенным вычислительным алгоритмом эти оценки составили 0,301 и 0,444  $\text{мкм}^2 \cdot \text{м}/\text{МПа} \cdot \text{с}$ .

## Глава 4 Термогидродинамические методы исследования вертикальных скважин и пластов

Основная масса информации о теплофизических свойствах горных пород поступает из экспериментов, проводимых в лабораторных условиях, которые имеют высокую точность измерения. Однако различие лабораторных условий проведения эксперимента и естественных условий горных пород в массиве ограничивает, а в ряде случаев и исключает использование лабораторных измерений для практических целей. Поэтому исследование температурных режимов нефтяных скважин имеет важное значение. Методы термогидродинамических исследований нефтяных залежей позволяют определять физические параметры пласта и насыщающих их жидкостей.

### 4.1 Неизотермическая фильтрация жидкости к вертикальной скважине с учетом влияния ствола

В этом пункте строится математическая модель для описания термодинамических процессов в нефтяном пласте с учетом влияния ствола скважины. Физический смысл коэффициента влияния ствола скважины состоит в том, что он характеризует изменение объема жидкости в затрубном пространстве при пуске или остановке скважины в начальный момент времени. С течением времени по мере увеличения или уменьшения давления на забое коэффициент влияния ствола скважины уменьшается.

Процесс неизотермической фильтрации флюида в круговом пласте к вертикальной скважине с учетом кондуктивного и конвективного переноса тепла, адиабатического расширения, эффекта Джоуля-Томсона и влияния ствола скважины описывается следующей системой уравнений:

$$\beta^* \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{k}{\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} \right), \quad r \in (r_c, R_k), \quad t > 0, \quad (4.1)$$

$$c_{\text{п}} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_{\text{п}} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho m c_p \eta \frac{\partial p}{\partial t} +$$

$$+ \rho c_p \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \left( \frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial p}{\partial r} \right), \quad r \in (r_c, R_k), \quad t > 0, \quad (4.2)$$

с начальными

$$p(r, 0) = p_0(r), \quad T(r, 0) = T_0(r), \quad r \in [r_c, R_k] \quad (4.3)$$

и граничными условиями

$$2\pi H \frac{k}{\mu} \left[ r \frac{\partial p}{\partial r} \right]_{r=r_c} = q + C \frac{\partial p}{\partial t}, \quad \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=r_c} = 0 \quad t > 0, \quad (4.4)$$

$$p(R_k, t) = P_k, \quad T(R_k, t) = T_k, \quad (4.5)$$

где  $p = p(r, t)$ ,  $T = T(r, t)$  – давление и температура пласта,  $H$  – толщина пласта,  $P_k$  – пластовое давление,  $T_k$  – пластовая температура,  $r_c$  – радиус ствола скважины,  $R_k$  – радиус контура питания,  $C$  – коэффициент влияния ствола скважины,  $\beta^*$  – упругоёмкость пласта. При пуске скважины в начальный момент времени жидкость отбирается из затрубного пространства и через некоторое время в работу включается пласт, что сказывается на изменениях температуры на забое скважины.

На границе  $r = r_c$  пренебрегается кондуктивным переносом тепла, поскольку его эффект мал по сравнению с конвективным переносом [5, 119].

Для решения краевой задачи (4.1) – (4.5) используется метод конечных разностей. Для этого область фильтрации покрывается неравномерной сеткой, сгущающейся к скважине. Такая сетка строится с помощью преобразования координат

$$u = \ln r. \quad (4.6)$$

В области

$$\Omega = \{ \ln r_c = u_c < u < U_k = \ln R_k, \quad 0 < t \leq T \}$$

вводятся сетки узлов

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_h &= \{u_i, \quad u_c = u_1 < u_2 < \dots < u_N = U_k, \\ u_i &= u_1 + ih, \quad h = (u_N - u_1)/(N-1)\}, \\ \bar{\omega}_\tau &= \{t_n, \quad 0 = t_0 < t_1 < \dots < t_M = T_{\text{экс}}, t_n - t_{n-1} = \tau_n\}.\end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$p_i^n = p(u_i, t_n), \quad T_{1,i}^n = T(u_i, t_n), \quad p_{1,i}^0 = p_0(u_i), \quad T_{1,i}^0 = T_0(u_i).$$

Дискретная аппроксимация краевой задачи (4.1)-(4.5) строится интегро-интерполяционным методом [93, 94] и имеет вид:

$$\frac{e^{2u_i} \beta^*}{\tau_n} (p_i^n - p_i^{n-1}) = \frac{1}{h_r} \left[ a_{i+1/2} \frac{p_{i+1}^n - p_i^n}{h_r} - a_{i-1/2} \frac{p_i^n - p_{i-1}^n}{h_r} \right],$$

$$i = \overline{2, N-1}, \quad n = \overline{1, M}, \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned}c_{\text{п}} e^{2u_i} \frac{T_i^n - T_i^{n-1}}{\tau_n} &= \frac{\lambda_{\text{п}}}{h_r^2} [T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n] + me^{2u_i} \rho mc_p \eta \frac{p_i^n - p_i^{n-1}}{\tau_n} + \\ &+ \rho c_p a_{i+1/2} \frac{p_{i+1}^n - p_{i-1}^n}{2h_r} \left( \frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{2h_r} - \varepsilon \frac{p_{i+1}^n - p_{i-1}^n}{2h_r} \right), \quad i = \overline{2, N-1}, \quad n = \overline{1, M}, \quad (4.8)\end{aligned}$$

$$p_i^0 = p_{0i}, \quad T_i^0 = T_{0i}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (4.9)$$

$$2\pi H a_{1/2} \frac{p_2^n - p_1^n}{h_r} = q + C \frac{p_i^n - p_i^{n-1}}{\tau_n}, \quad T_2^n - T_0^n = 0, \quad n = \overline{1, M}, \quad (4.10)$$

$$p_N^n = P_k, \quad T_N^n = T_k, \quad n = \overline{1, M}, \quad (4.11)$$

$$a_{i\pm 1/2} = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu} (k_{i\pm 1} + k_i).$$

Изложение вопросов исследования разностных схем для численного решения нестационарных краевых задач теплопроводности можно найти в монографиях [93, 94].

## 4.2 Исследование влияния ствола скважины на изменения температуры на забое

Температурное поле, обусловленное дроссельным эффектом, образующееся в пласте, перераспределяется со скоростью конвективного переноса тепла и, в конечном итоге, стремится копировать поле давлений [119, 120].

Поле давлений восстанавливается гораздо быстрее, чем поле температур. Изменение температуры на забое скважины при стационарной фильтрации и постоянстве фильтрационных и теплофизических параметров определяется формулой Э.Б. Чекалюка [119]:

$$\Delta T(r, t) = \varepsilon \frac{\Delta p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \sqrt{1 + \frac{C_{жс} Q_{жс}}{C_{пл} \pi H r^2} t} \quad (4.12)$$

Формулой (4.12) можно пользоваться для времени  $t < t_{yc}$ ,

$$t_{yc} = \frac{\pi R_k^2}{\frac{C_{жс} Q_{жс}}{C_{пл} H}},$$

по истечении этого времени устанавливается максимально возможная величина дроссельного разогрева  $\Delta T = -\varepsilon \Delta p$ .

Далее проводится верификация численного решения краевой задачи (4.1)-(4.5) при условии  $\eta = 0$ ,  $\lambda = 0$  и решения, полученного по аналитической формуле Э.Б. Чекалюка [119].

Нефтяной круговой пласт эксплуатируется вертикальной скважиной. Рассматривается пуск скважины с постоянным дебитом. В расчетах используются исходных данные, которые характерны для нефтяных месторождений Республики Татарстан [113-116]:  $c_p = 1800 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$ ,  $c_s = 800$

$$\frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}, \rho = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_s = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, m = 0.2, \lambda = 0.1385 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}, \lambda_s = 2.42 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}},$$

$$\eta = 0.014 \frac{K}{\text{МПа}}, \quad \varepsilon = 0.4 \frac{K}{\text{МПа}}, \quad T_k = 300 \text{ K}, \quad p_k = 10 \text{ МПа}, \quad r_c = 0.1 \text{ м}, \quad R_k = 100$$

$$\text{м}, \quad H = 10 \text{ м}, \quad C = 0.7 \frac{\text{м}^3}{\text{МПа}}, \quad \mu = 5 \text{ МПа с}, \quad k = 0.01 \text{ мкм}^2, \quad \beta^* = 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}, \quad q =$$

$$5 \frac{\text{м}^3}{\text{сут}}, \quad T_{\text{экс}} = 100 \text{ сут.}$$

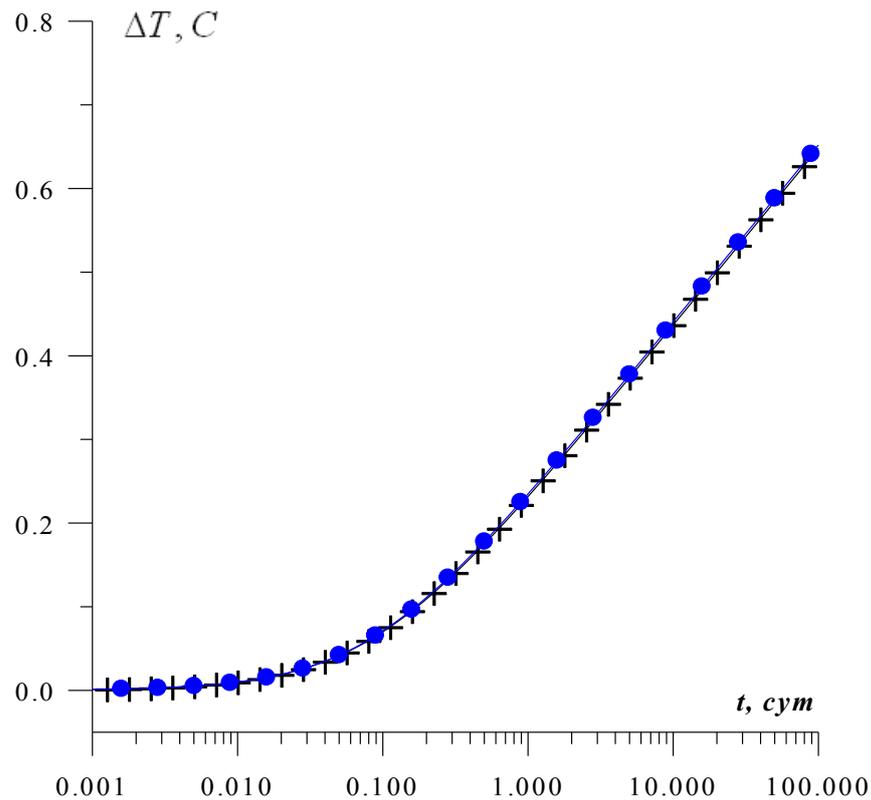


Рис. 4.1. Кривые изменения температуры ( $C=0$ ).  
 + - по формуле Э.Б. Чекалюка; • - численное решение.

Кривые изменения температуры, полученные из численного решения краевой задачи (4.1)-(4.5) и по аналитической формуле, предложенной Э. Б. Чекалюком, приводятся на рис. 4.1. Они хорошо согласуются. При численном решении краевой задачи (4.1)-(4.5)  $M=100$ ,  $N=30$ .

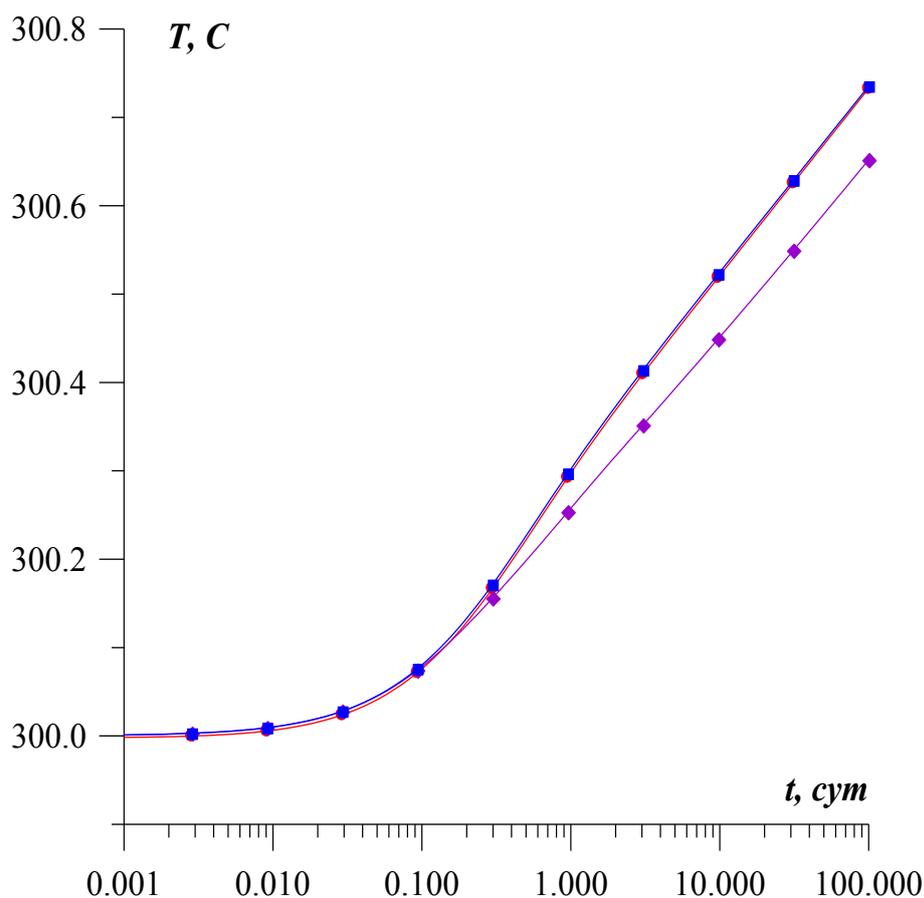


Рис. 4.2. Изменение температуры на забое скважины ( $C = 0$ ).

- – учитывается влияние коэффициентов  $\varepsilon$ ,  $\eta$ ,  $\lambda_n$ ;
- – не учитывается влияние  $\eta$ ;
- ◆ – не учитывается влияние  $\eta$ ,  $\lambda_n$ .

Далее анализируется влияние коэффициентов влияния ствола скважины  $C$ , адиабатического расширения  $\eta$ , Джоуля-Томсона  $\varepsilon$ , теплопроводности  $\lambda_n$ , на кривые изменения температуры. На рис. 4.2-4.3 приводятся результаты исследований. На рис. 4.2 не учитывается влияние ствола скважины. Из результатов расчетов следует, что влияние коэффициента адиабатического расширения на процесс изменения температуры незначительно. На рис. 4.3 приводятся результаты вычислительного эксперимента с учетом влияния ствола скважины. При пуске скважины в эксплуатацию вначале жидкость отбирается из затрубного пространства и только через некоторое время в работу

включается пласт. Это существенно влияет на изменения забойной температуры для пластов с низкими коллекторскими свойствами (малодебитные скважины).

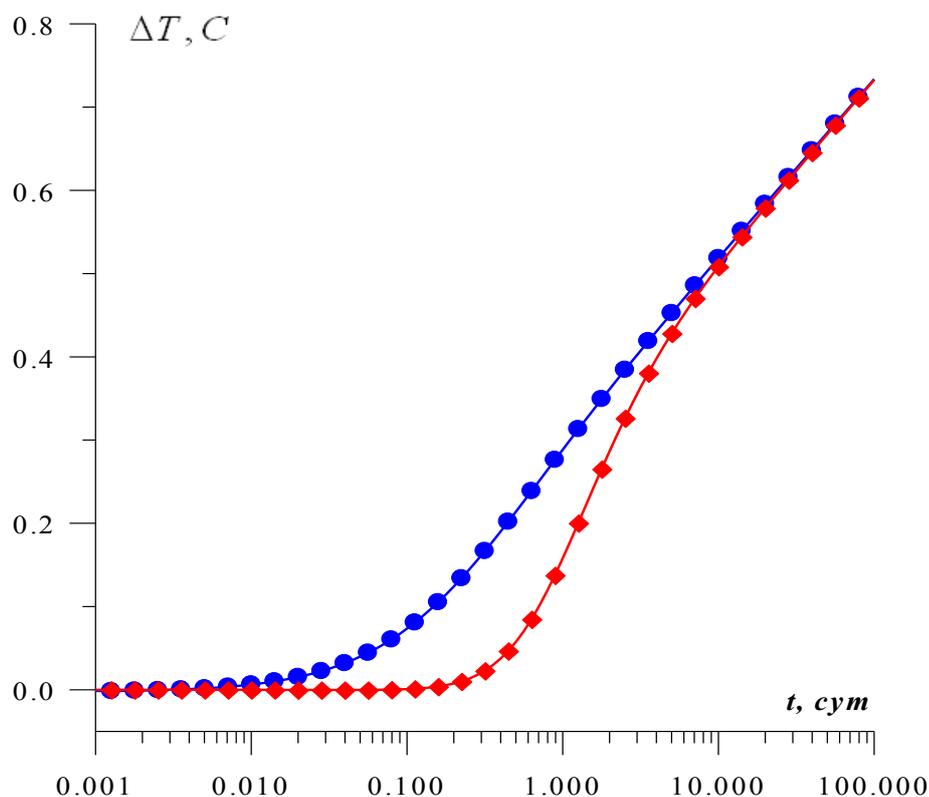


Рис. 4.3. Кривые изменение температуры.  
 (♦) - численное решение ( $C \neq 0$ ); (•) – численное решение ( $C = 0$ ).

#### **4.3 Анализ влияния теплофизических параметров пласта на изменения забойной температуры**

Теплофизические свойства горных пород зависят от их пористости, влажности и многих других факторов. Значения теплофизических характеристик пород изменяются как по глубине скважины, так и в радиальном от нее направлении. На величину коэффициента теплопроводности и температуропроводности оказывает влияние повышение плотности пород с глубиной, изменение температуры пород.

Один из возможных методов определения теплофизических свойств пород (осредненные оценки) – решение обратных задач.

Для повышения информативности термогидродинамических исследований скважин необходимо создание чувствительной глубинной аппаратуры и новых подходов к интерпретации результатов измерений на основе методов решения некорректных задач.

При построении конкретной термогидродинамической модели нефтяного пласта необходимо восстановить неизвестные характеристики (фильтрационные и теплофизические параметры). Поэтому, далее исследуется чувствительность термогидродинамической модели нефтяного пласта к изменениям фильтрационных и теплофизических параметров. Т. е. необходимо установить характеристики, которые в наибольшей степени влияют на кривые изменения температуры.

При определении физических параметров пласта используются кривые изменения температуры, замеренные глубинным прибором после пуска скважины в работу.

Кривая восстановления температуры не может быть использована в качестве исходной информации, поскольку необходимо знание распределения температуры в момент остановки скважины. Распределение температуры в пласте на момент остановки скважины не может быть получено экспериментально и достаточно точно вычислена.

Результаты вычислительных экспериментов приводятся на рис. 4.4-4.8. Значения теплофизических и фильтрационных параметров берутся из п. 4.2.

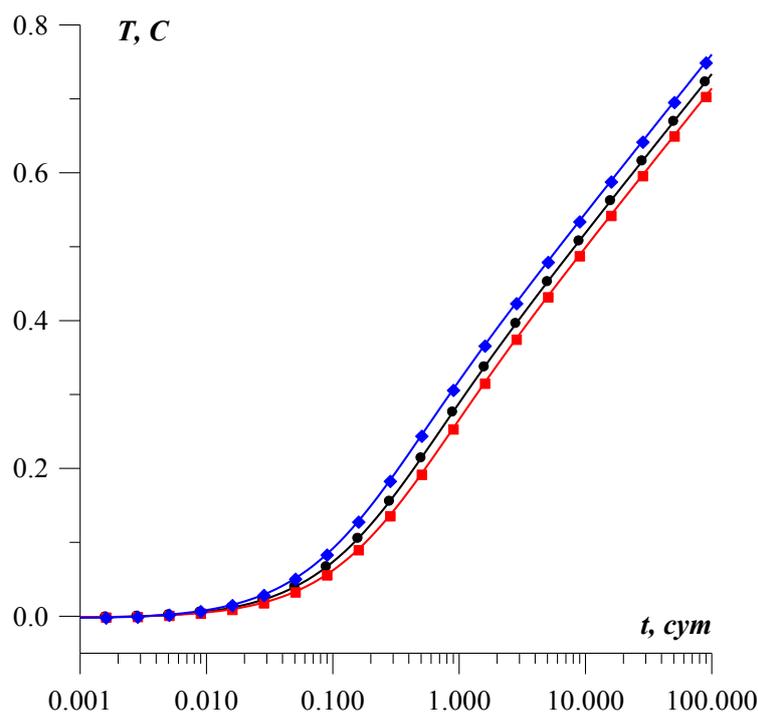


Рис. 4.4. Кривая изменения температуры (влияние теплоемкости).

$$\blacklozenge -c_n = 1.5 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}, \bullet -c_n = 2.016 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}, \blacksquare -c_n = 2.5 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}.$$

Кривые изменения температуры на забое скважины мало чувствительны к изменениям коэффициентов теплоемкости и теплопроводности (рис. 4.4, рис. 4.5).

Результаты вычислительного эксперимента показали, что Коэффициент адиабатического расширения оказывает влияние в момент пуска скважины, т. е. на начальный участок кривой изменения температуры (рис. 4.6). Если давление на забое скважины выше давления насыщения то на кривую изменения температуры коэффициент адиабатического расширения влияет незначительно.

На основе расчетов было установлено, что кривая изменения температуры чувствительна к изменениям коэффициентов Джоуля-Томсона и проницаемости (рис. 4.7-4.8).

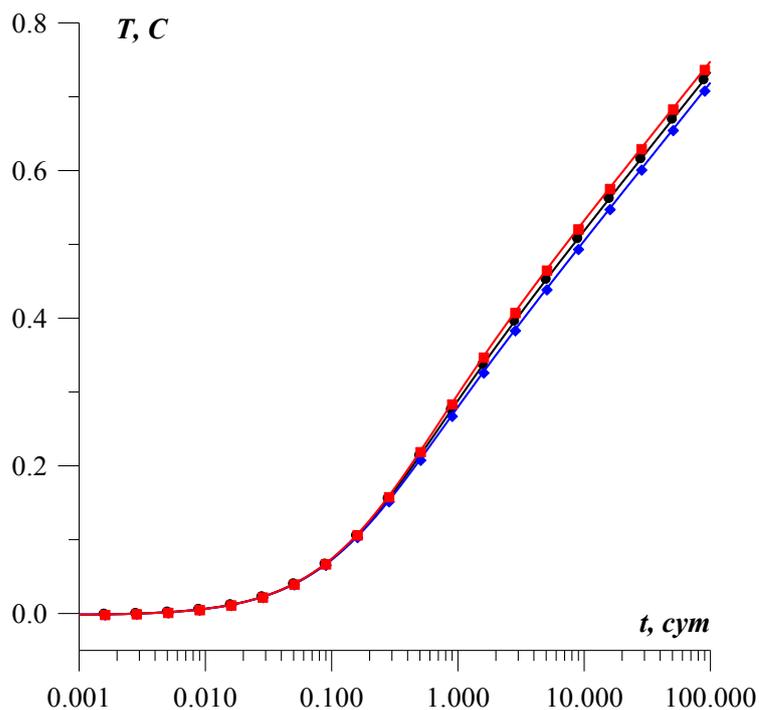


Рис. 4.5. Кривая изменения температуры (влияние теплопроводности).

$$\blacklozenge - \lambda_n = 1.5 \frac{Bm}{мК}, \bullet - \lambda_n = 1.9637 \frac{Bm}{мК}, \blacksquare - \lambda_n = 2.5 \frac{Bm}{мК}.$$

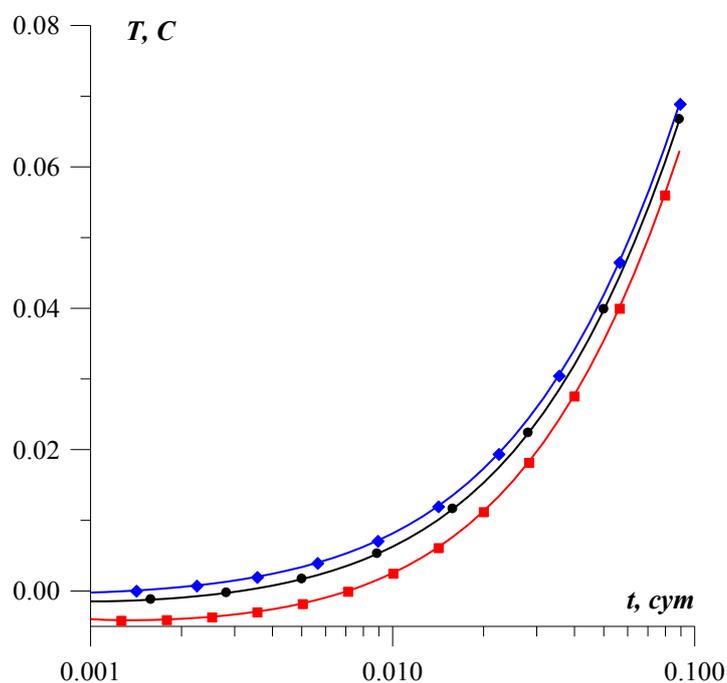


Рис. 4.6. Кривая изменения температуры (влияние коэффициента адиабатического расширения).

$$\blacklozenge - \eta = 0.0007 \frac{К}{МПа}, \bullet - \eta = 0.0014 \frac{К}{МПа}, \blacksquare - \eta = 0.0028 \frac{К}{МПа}$$

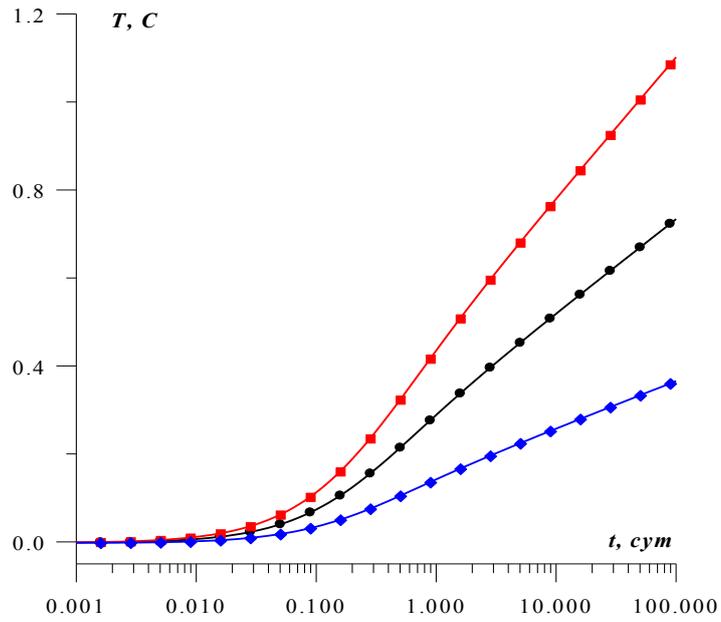


Рис. 4.7. Кривая изменения температуры  
(влияние коэффициента Джоуля-Томсона).

$$\blacklozenge -\varepsilon = 0.02 \frac{K}{MPa}, \bullet -\varepsilon = 0.04 \frac{K}{MPa}, \blacksquare -\varepsilon = 0.6 \frac{K}{MPa}.$$

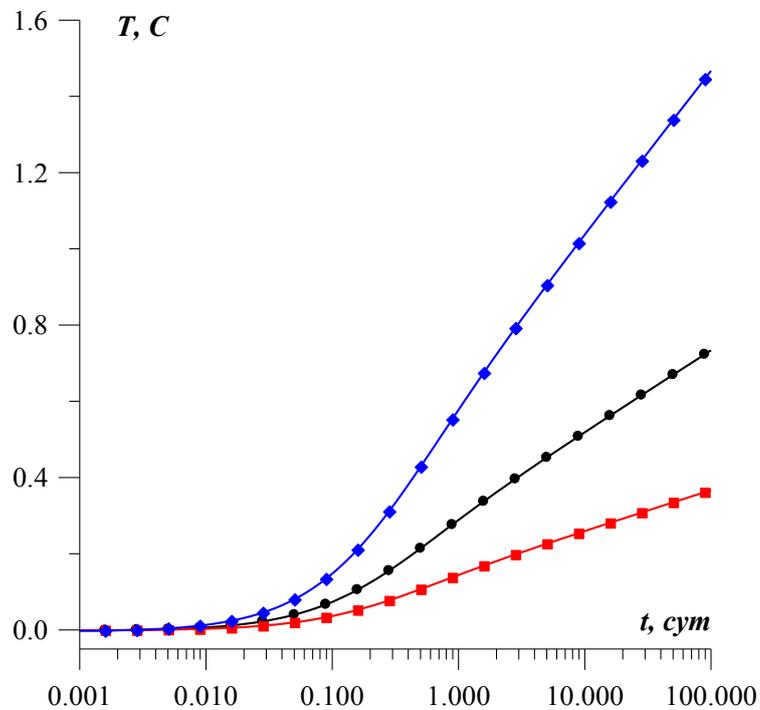


Рис. 4.8. Кривая изменения температуры (влияние проницаемости)

$$\blacklozenge -k = 0.005 мкм^2, \bullet -k = 0.01 мкм^2, \blacksquare -k = 0.02 мкм^2.$$

#### 4.4 Оценка теплофизических и фильтрационных параметров пласта по кривым температурных измерений

В данном пункте численно решается обратная задача по определению фильтрационных и теплофизических параметров нефтяного пласта. В качестве исходной информации используются кривые изменения температуры, снятые в период пуска вертикальной скважины в работу. Обратная коэффициентная задача заключается в определении значений коэффициентов Джоуля-Томсона  $\varepsilon$ , проводимости  $\frac{k}{\mu}$ , объемной теплоемкости пласта  $c_n$ , теплопроводности пласта  $\lambda_n$ , когда процесс неизотермической фильтрации к вертикальной скважине описывается системой дифференциальных уравнений с частными производными (4.1)-(4.5). Дополнительно предполагается известным изменение температуры  $\phi(t)$ ,  $0 < t \leq T$  после пуска скважины в работу, где  $T$  – время промышленного эксперимента. Предлагаемый подход к решению данной обратной задачи основан на сведении ее к задаче минимизации функционала:

$$J = \int_0^T [\phi(t) - T(r_c, t)]^2 dt, \quad (4.13)$$

где  $\phi(t)$  – измеренные значения температуры,  $T(r_c, t)$  – решение краевой задачи (4.1) – (4.5).

Итерационная последовательность минимизации функционала невязки (4.13) строится на основе метода Левенберга-Марквардта. Схема вычислительного алгоритма приводится в пункте 2.5.1.

Далее предложенный вычислительный алгоритм тестируется на модельной задаче. В качестве исходной информации по нефтяному пласту используются данные из пункта 4.2. В табл. 4.1 и на рис. 4.9. приводятся результаты численного решения обратной задачи.

Таблица 4.1. Результаты решения обратной задачи

	теплоемкость $c_1, \frac{Дж}{кг К}$	теплопроводность $\lambda_n, \frac{Вт}{м К}$	коэфф. Джоуля – Томсона $\varepsilon, \frac{К}{МПа}$	коэфф. проницаемости $k, мкм^2$
Истинные параметры	$2,016 \cdot 10^6$	1,9637	0,4	0,01
Вычисленные параметры	$2,027 \cdot 10^6$	1,9964	0,3998	0,0099

Для исследования устойчивости предложенного вычислительного алгоритма в кривую изменения температуры случайным образом вводятся погрешности. В табл. 4.2 и на рис. 4.10 приводятся результаты численного решения обратной задачи. Из результатов расчетов следует, что предложенный вычислительный алгоритм устойчив относительно погрешности исходной информации и позволяет определять искомые параметры с приемлемой для практики точностью.

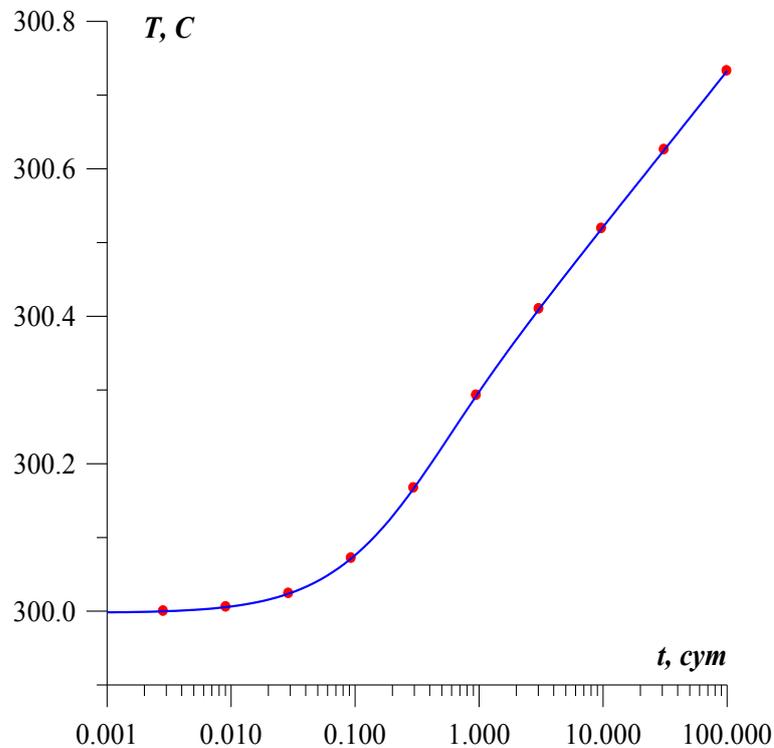


Рис. 4.9. Кривые изменения температуры.

● - измеренная кривая, — - вычисленная кривая

Таблица 4.2. Результаты решения обратной задачи с неточной исходной информацией

	теплоемкость $\frac{Дж}{кг К}$ $c_1$	теплопроводность $\frac{Вт}{м К}$ $\lambda_1$	коэфф. Джоуля – Томсона $\frac{К}{МПа}$ $\varepsilon$	коэфф. проницаемости $k$ , $мкм^2$
Истинные параметры	$2,016 \cdot 10^6$	1,9637	0,4	0,01
Вычисленные параметры	$2,000 \cdot 10^6$	2,0003	0,3999	0,0100

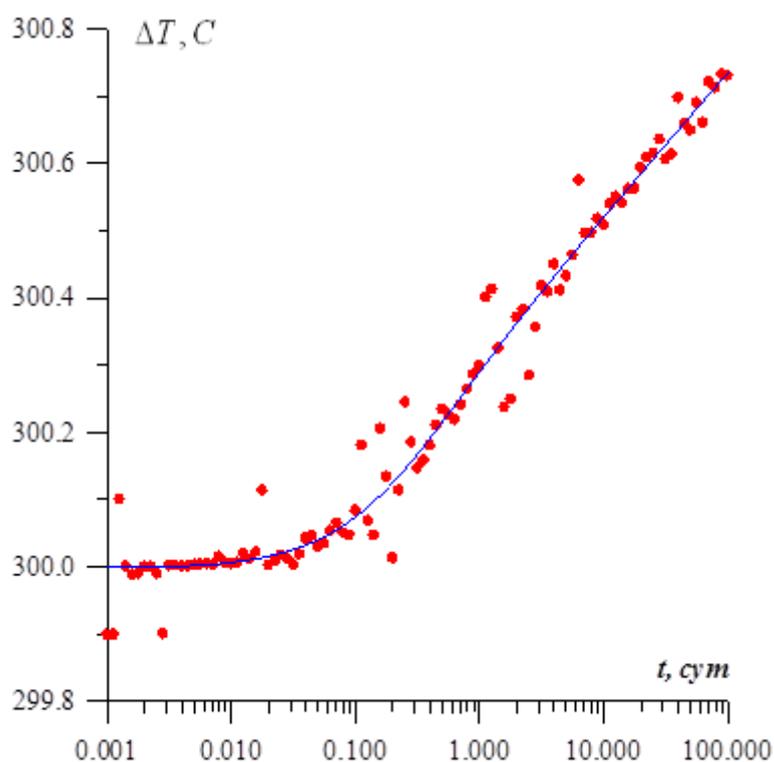


Рис. 4.10. • - возмущенная кривая,  
— - вычисленная кривая температуры.

#### 4.5 Интерпретация результатов термодинамических исследований

**Исследование скважины № 2030.** Скважина вскрывает тульские отложения в интервале 1104 – 1107,6 м. Кривые изменения забойного

давления и температуры, снятые глубинным измерительным прибором приводятся на рис. 4.11, 4.12. Исходные данные:  $Q = 8,25 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $R_k = 200 \text{ м}$ ,  $r_c = 0,1 \text{ м}$ ,  $p_k = 7,15 \text{ МПа}$ ,  $T_k = 24 \text{ C}^0$ ,  $\beta^* = 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$ ,  $m = 0,2$ .

Результаты численного решения обратной задачи с этими данными промышленного эксперимента со скважины №2030 приводятся в табл. 4.3 и на рис.4.13 – 4.18.

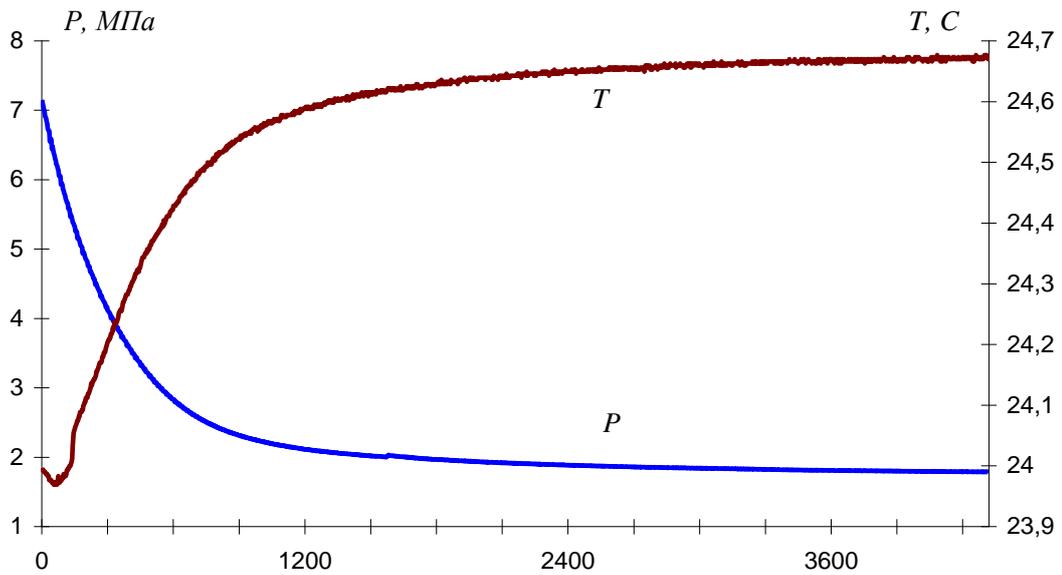


Рис. 4.11. Результаты исследования скв. № 2030. 18.09.2005.

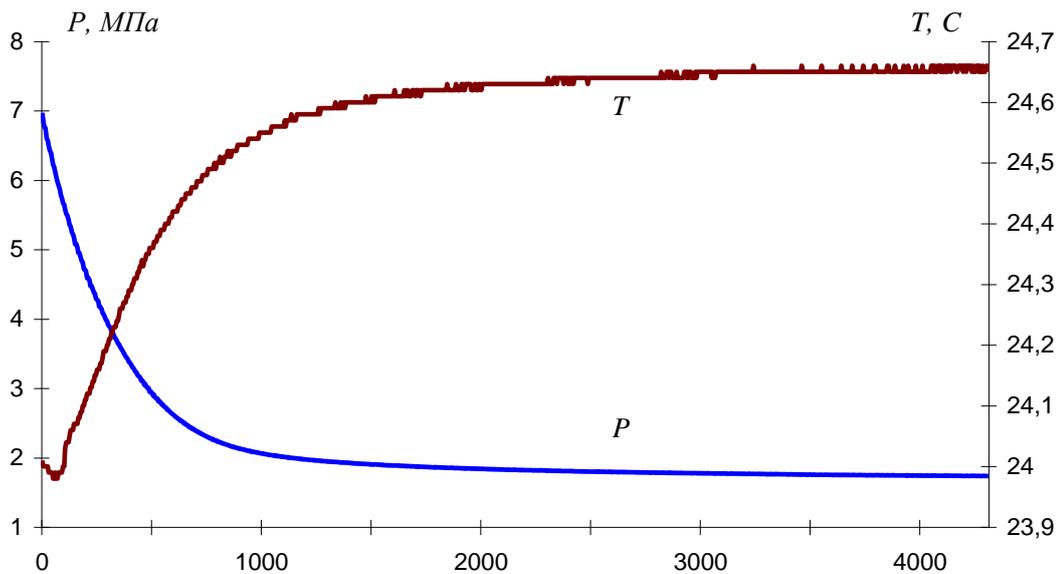


Рис. 4.12. Результаты исследования скв. № 2030. 24.09.2005

Таблица 4.3. Результаты интерпретации скв. № 2030

Результаты по кривой изменения давления		
	18.09.05	24.09.05
пластовое давление, МПа	7.15	7.06
проводимость пласта, $\text{мкм}^2/(\text{МПа с})$	0.0062	0.0059
упругость пласта, $\text{МПа}^{-1}$	0.0002	0.0001
коэффициент влияния ствола скважины, $\text{м}^3/\text{МПа}$	0.33	0.35
Результаты по кривой изменения температуры		
теплоемкость пласта, $\text{Дж}/(\text{м}^3 \text{ К})$	$1.50 \cdot 10^6$	$1.55 \cdot 10^6$
проводимость пласта, $\text{мкм}^2/(\text{МПа с})$	0.0076	0.0063
теплопроводность пласта, $\text{Вт}/(\text{м К})$	2.99	2.99
коэффициент Джоуля-Томсона, $\text{К}/\text{МПа}$	0.35	0.29

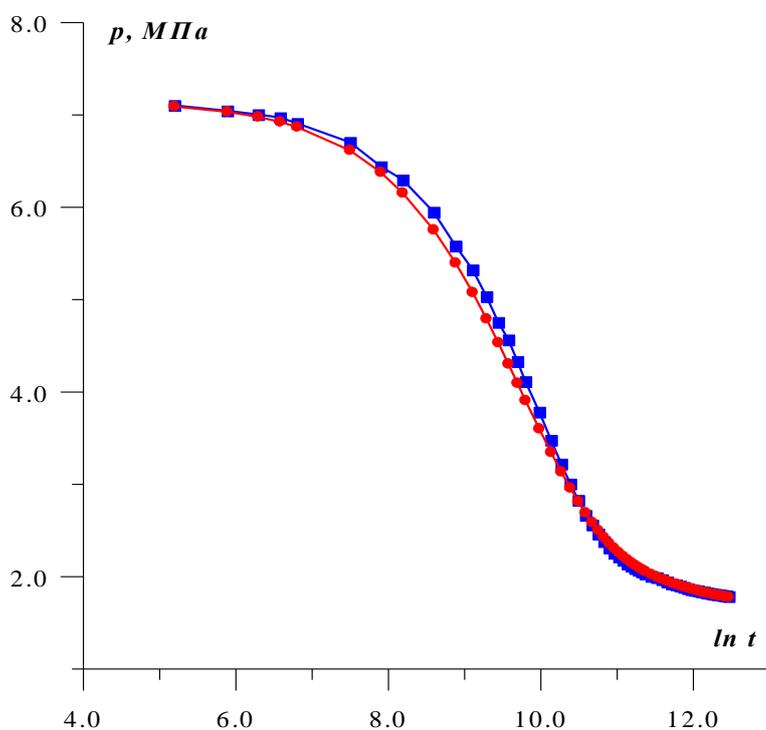


Рис. 4.13. Скв. № 2030. 18.09.05. Кривая изменения давления.

■ – наблюдаемая кривая, ● – вычисленная кривая

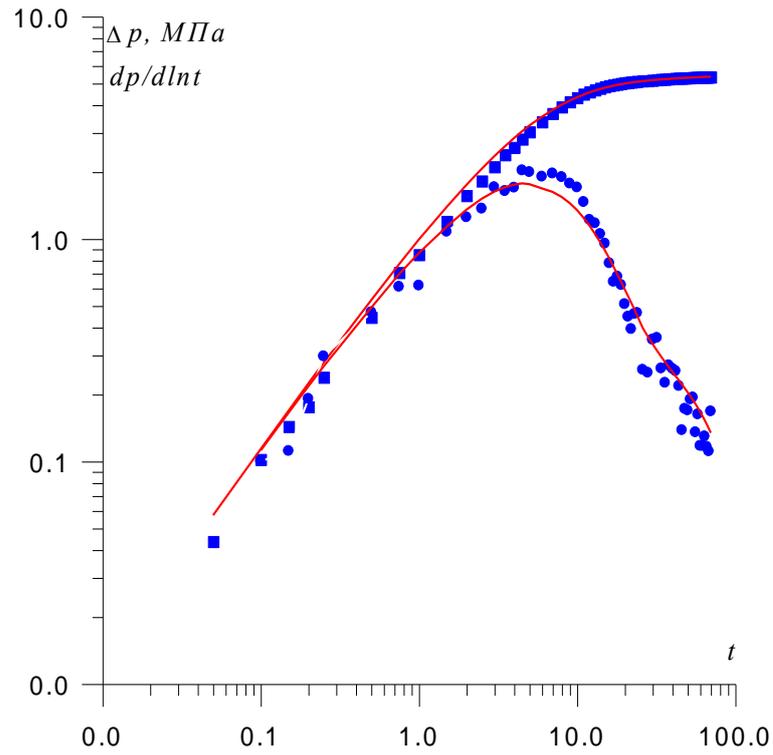


Рис. 4.14. Скв. № 2030. 18.09.05. Кривая изменения давления.  
 ■ – наблюдаемая кривая, ● – ее производная, — – вычисленные кривые.

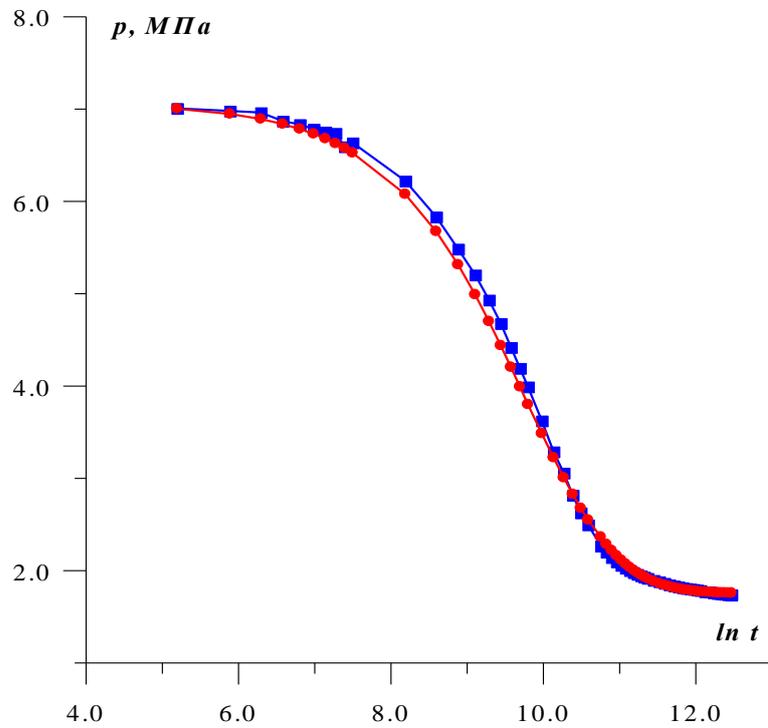


Рис. 4.15. Скв. № 2030. 24.09.05. Кривая изменения давления.  
 ■ – наблюдаемая кривая, ● – вычисленная кривая.

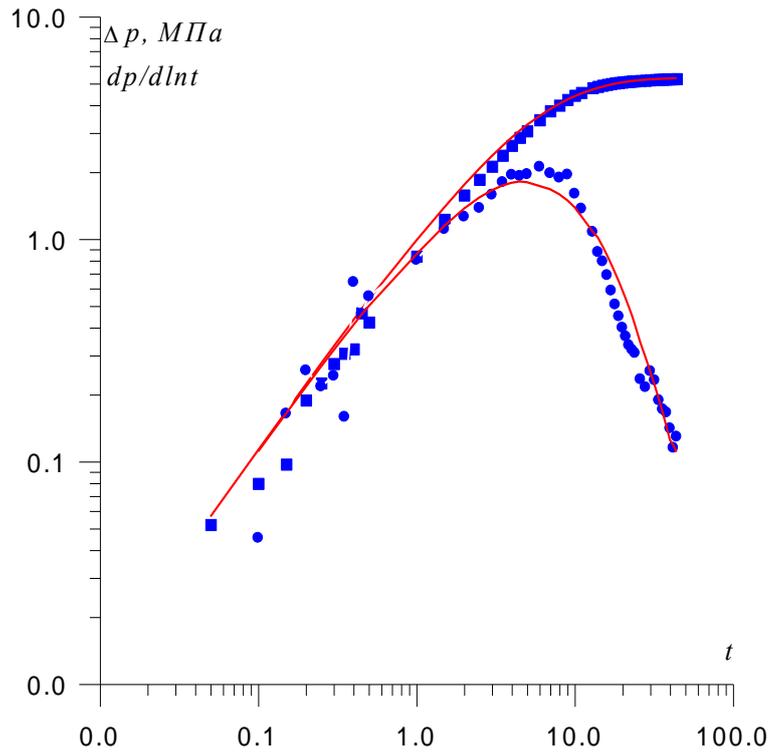


Рис. 4.16. Скв. № 2030. 24.09.05. Кривая изменения давления.  
 ■ – наблюдаемая кривая, ● – ее производная, — вычисленные кривые

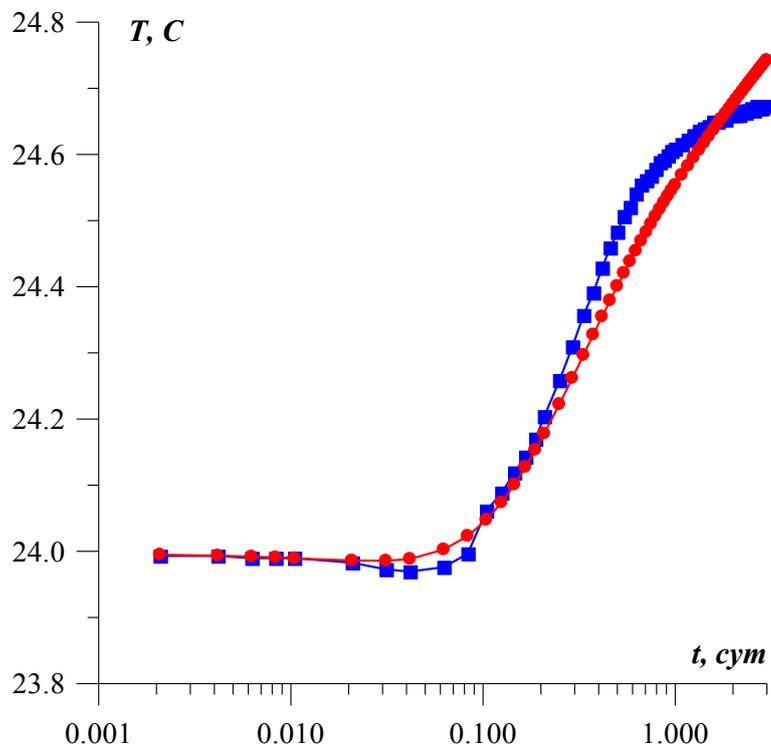


Рис. 4.17. Скв. № 2030. Кривая изменения температуры. 18.09.05.  
 ■ – наблюдаемая, ● – вычисленная кривая.

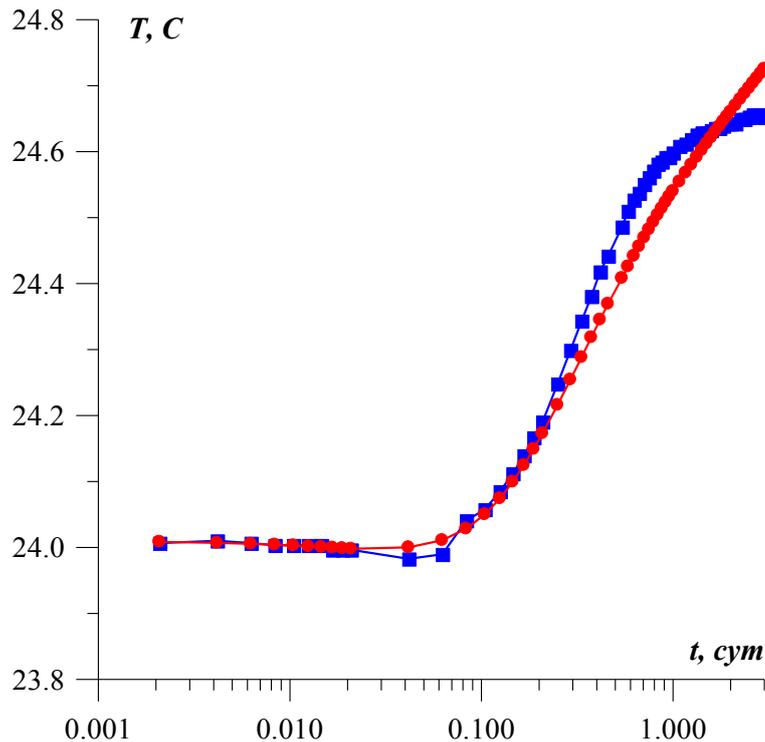


Рис. 4.18. Скв. № 2030. Кривая изменения температуры. 24.09.05.  
 ■ – наблюдаемая, ● – вычисленная кривая.

Оценки коэффициента проводимости, полученные по результатам интерпретации гидродинамических и термогидродинамических исследований хорошо согласуются (табл. 4.3).

#### **4.6 Термогидродинамические исследования слоистых пластов**

В настоящее время ряд нефтедобывающих предприятий по экономическим соображениям вынуждены вести эксплуатацию двух или более залежей нефти единой сеткой добывающих скважин. При этом рекомендуется совместная разработка одной скважиной нескольких близко расположенных объектов с похожими фильтрационно-емкостными свойствами. Поэтому актуальной задачей является разработка методов определения фильтрационных параметров и способа контроля дебита жидкости по каждому из объектов разработки.

Распределение температуры по стволу эксплуатационных вертикальных скважин является предметом многих публикаций [29, 30, 139].

Математическое моделирование распределения температуры и давления по стволу вертикальной скважины, вскрывающей многопластовый объект, связано с определением полей давления, скорости потока и температуры каждого пропластка и окружающих пород. Необходимо отметить, что время перераспределения давления в каждом пропластке и в стволе вертикальной скважины сильно различается. Поэтому для описания движения жидкости в стволе вертикальной скважины используются квазистационарные уравнения изменения количества движения и неразрывности, а в многослойном пласте – уравнение неустановившейся фильтрации. Из интегральных законов сохранения массы, импульса и энергии с учетом присоединенной массы [36] получается система дифференциальных уравнений, описывающая процесс тепломассопереноса в стволе вертикальной скважины, вскрывающей многопластовый объект:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\sum_{i=1}^N \gamma_i \frac{\chi w_i}{\omega}, \quad w_i = -\frac{k_i}{\mu} \frac{\partial p_2^i}{\partial r} \Big|_{r=r_w}, \quad 0 < z \leq L, \quad (4.14)$$

$$-\frac{\partial p_1}{\partial z} = \rho_f v \left( 2 \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\chi \psi}{8\omega} |v| \right) + \rho_f g \sin \alpha, \quad 0 < z \leq L, \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + v \left( \frac{\partial T_1}{\partial z} + \varepsilon \frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{g}{C_f} \sin \alpha \right) - \eta \frac{\partial p_1}{\partial t} = \frac{\chi}{\omega \rho_f} \left[ \frac{\alpha}{C_f} - \rho_f \sum_{i=1}^N \gamma_i w_i \right] \left( T_2 \Big|_{r=r_w} - T_1 \right),$$

$$0 < z \leq L, \quad 0 < t \leq t_{exp}, \quad (4.16)$$

с начальными

$$T_1(z, 0) = T_0 + G(L_{pr} - z), \quad p_1(z, 0) = p_0 + \rho_f g(L_{pr} - z),$$

$$v(z, 0) = 0, \quad 0 \leq z \leq L, \quad (4.17)$$

и граничными условиями

$$p_1(0) = p_2^1(r_w, t) + \rho_f g L_1^1, \quad T_1(0, t) = T_0 + G L_{pr}, \quad v(0, t) = 0, \quad 0 < t \leq t_{exp}, \quad (4.18)$$

$$\gamma_i = \begin{cases} 1, & z \in [L_i^1, L_i^2] \\ 0, & z \notin [L_i^1, L_i^2] \end{cases}, \quad 0 \leq z \leq L, \quad i = \overline{1, N}.$$

где  $p = p_1(z, t)$ ,  $T_1 = T_1(z, t)$ ,  $v = v(z, t)$  м – давление, температура и скорость движения в стволе скважины,  $p_2^i = p_2^i(r, t)$  – давление  $i$ -го пропластка,  $w_i$  – скорость фильтрации жидкости в пропластках,  $N$  – количество пропластков,  $T_2 = T_2(r, z, t)$  – температура среды,  $q(t)$  – дебит скважины,  $C_f$  – удельная теплоемкость жидкости,  $\rho_f$  – плотность жидкости,  $G$  – геотерма,  $\mathcal{X}$  – периметр ствола скважины,  $\mathcal{O}$  – площадь поперечного сечения ствола скважины,  $\mathcal{E}$  – коэффициент Джоуля-Томсона,  $\Psi$  – коэффициент гидравлического сопротивления,  $\alpha$  – коэффициент теплопередачи ствола скважины,  $L$  – длина участка ствола скважины,  $t_{exp}$  – время работы скважины,  $T_0$ ,  $p_0$  – температура и давление при  $t=0$  на уровне расположения прибора,  $L_i^1$ ,  $L_i^2$  – координаты подошвы и кровли  $i$ -го пропластка,  $L_{pr}$  – координаты прибора.

Коэффициенты теплопередачи  $\alpha$  и гидравлического сопротивления  $\Psi$  вычисляются по формулам для ламинарного течения [73, 75]

Процессы тепломассопереноса в окружающих горных породах и в многопластовом нефтяном объекте описывается следующим уравнением:

$$\begin{aligned} C_{env} \frac{\partial T_2}{\partial t} = & \frac{\lambda_{env}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{env} \frac{\partial T_2}{\partial z} \right) + \\ & + \rho_f C_f \sum_{i=1}^N \gamma_i \left[ m \eta \frac{\partial p_2^i}{\partial t} + \frac{k_i}{\mu} \frac{\partial p_2^i}{\partial r} \left( \frac{\partial T_2}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial p_2^i}{\partial r} \right) \right], \quad 0 < z < L, \\ r_c < r < R_k, \quad 0 < t \leq t_{exp}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

с начальным

$$T_2(r, z, 0) = T_0 + G(L_{pr} - z), \quad 0 \leq z \leq L, \quad r_c \leq r \leq R_k, \quad (4.20)$$

и граничными условиями

$$-\lambda_{env} r \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = r_w \left[ \alpha - \rho_f C_f \sum_{i=1}^N \gamma_i w_i \right] (T_1 - T_2), \quad 0 \leq z \leq L, \quad 0 < t \leq t_{exp}, \quad (4.21)$$

$$T_2(R_k, z, t) = T_0 + G(L_{pr} - z), \quad 0 \leq z \leq L, \quad 0 < t \leq t_{exp}, \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0, \quad r_c \leq r \leq R_k, \quad 0 < t \leq t_{exp}, \quad (4.23)$$

где  $\lambda_{env}$  – коэффициент теплопроводности среды,  $\eta$  – коэффициент адиабатического расширения,  $m$  – пористость пласта,  $C_{env}$  – объемная теплоемкость среды,  $R_k$  – радиус контура питания.

Фильтрация жидкости в пропластках описывается следующим уравнением:

$$\beta^* \frac{\partial p_2^i}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{k_i}{\mu} r \frac{\partial p_2^i}{\partial r} \right), \quad r_c < r < R_k, \quad 0 < t \leq t_{exp}, \quad (4.24)$$

с начальным

$$p_2^i(r, 0) = p_2^{i0}(r), \quad r_c \leq r \leq R_k, \quad (4.25)$$

и граничными условиями

$$p_2^i(r_w, t) = p_1(L_2^i, t), \quad 0 < t \leq t_{exp}, \quad (4.26)$$

$$p_2^i(R_k, t) = p_1(L_2^i, 0), \quad 0 < t \leq t_{exp}, \quad (4.27)$$

$\beta^*$  – упругоёмкость пласта.

Краевая задача (4.14) – (4.27) описывает процесс тепломассопереноса в стволе вертикальной скважины и пропластках. Изменение температуры жидкости в стволе вертикальной скважины является результатом термогидродинамических процессов, происходящих как в многопластовой залежи, так и в стволе скважины. Это дает возможность оценить коэффициенты проницаемостей пропластков и коэффициент Джоуля-Томсона. Краевая задача (4.14) - (4.27) решается численно методом

конечных разностей. Численное решение краевой задачи (4.14) - (4.27) основано на сопряжении внешней (в многослойном пласте и окружающих породах) и внутренней (в стволе вертикальной скважины) задачи. Нелинейная система разностных уравнений на каждом временном слое решается методом простых итераций.

#### **4.7 Исследование термодинамических процессов в системе «вертикальная скважина - многопластовый объект»**

В этом пункте проводятся исследования чувствительности математической модели, описывающей термогидродинамические процессы, в системе «вертикальная скважина - многопластовый объект» к фильтрационным и теплофизическим свойствам.

Рассматривается двухпластовый нефтяной объект, вскрытый вертикальной скважиной. Исходные данные:  $Q = 5 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $R_k = 100 \text{ м}$ ,  $r_w = 0.0621 \text{ м}$ ,  $p_k = 10 \text{ МПа}$ ,  $T_k = 300 \text{ К}$ ,  $\beta^* = 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$ ,  $\mu = 5 \text{ МПа} \cdot \text{с}$ ,  $\beta_T = 9 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$ ,  $m = 0.2$ ,  $C_f = 1800 \text{ Дж}/(\text{кг К})$ ,  $\rho_f = 800 \text{ кг}/\text{м}^3$ ,  $\lambda_f = 0.1385 \text{ Вт}/(\text{м К})$ ,  $C_{rock} = 800 \text{ Дж}/(\text{кг К})$ ,  $\rho_{rock} = 2700 \text{ кг}/\text{м}^3$ ,  $\lambda_{rock} = 2.42 \text{ Вт}/(\text{м К})$ ,  $C_{wb} = 480 \text{ Дж}/(\text{кг К})$ ,  $\lambda_{wb} = 43.268 \text{ Вт}/(\text{м К})$ ,  $\eta = 0,14 \text{ К}/\text{МПа}$ ,  $\varepsilon = 0.3 \text{ К}/\text{МПа}$ ,  $\lambda_{cem} = 0.7269 \text{ Вт}/(\text{м К})$ ,  $H_1 = H_2 = 5 \text{ м}$ ,  $C_{well} = 0.5 \text{ м}^3/\text{МПа}$ ,  $T_{экс} = 10 \text{ сут}$ ,  $L_1^1 = 990 \text{ м}$ ,  $L_1^2 = 975 \text{ м}$ ,  $L_2^1 = 985 \text{ м}$ ,  $L_2^2 = 970 \text{ м}$ .

На рис. 4.19 – 4.22 приводятся результаты расчетов изменения скорости потока, температуры в стволе вертикальной скважины и за стволом на момент времени  $T = 10 \text{ сут}$  для различных вариантов задания проницаемости пропластков:  $k_1 = k_2 = 0.01 \text{ мкм}^2$ ;  $k_1 < k_2$ ,  $k_1 = 0.005 \text{ мкм}^2$ ,  $k_2 = 0.015 \text{ мкм}^2$ ;  $k_1 > k_2$ ,  $k_1 = 0.015 \text{ мкм}^2$ ,  $k_2 = 0.005 \text{ мкм}^2$ . Из результатов расчетов следует, что в стволе скважины происходит изменение скорости потока за

счет поступления жидкости из пропластков. На изменение температуры вдоль ствола скважины влияют значения проницаемостей пропластков.

На рис. 4.23 приводятся результаты расчетов изменения температуры на уровне  $z = 960$  м (место расположения прибора) с учетом и без учета коэффициента влияния ствола скважины. Если  $C=0$ , то при пуске скважины происходит значительное изменение температуры жидкости в стволе (кривая - ■). Если  $C \neq 0$ , то такого резкого изменения температуры не наблюдается (кривая - ●). Поэтому, в расчетах необходимо учитывать коэффициент влияния ствола скважины. Это объясняется тем, что при пуске скважины в начальный момент времени жидкость отбирается из ствола, и поэтому температура жидкости меняется незначительно и только через некоторое время происходит понижение температуры за счет адиабатического эффекта. Далее температура повышается за счет поступления в ствол жидкости из пласта.

На рис. 4.24 приводятся результаты расчетов, как изменяется температура в скважине в разных точках ствола. Перепад температуры растет с увеличением расстояния прибора от кровли пласта.

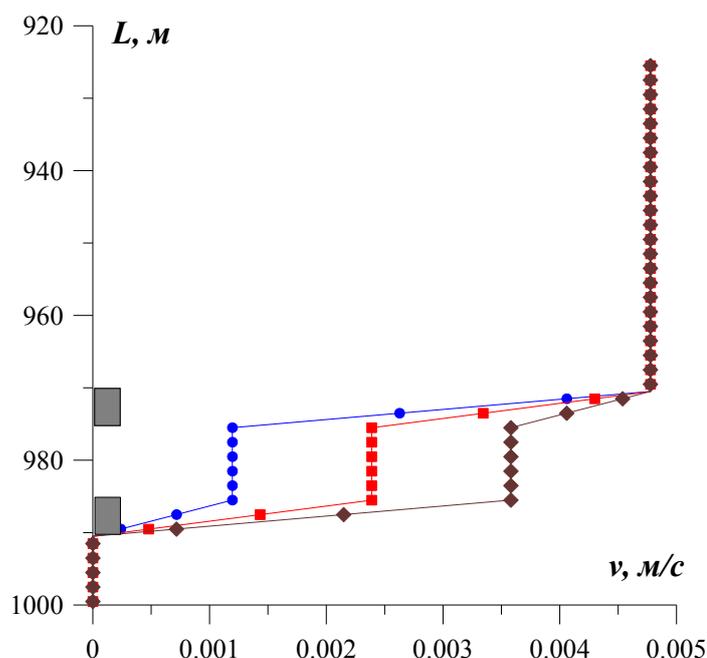


Рис. 4.19. Распределение скорости в скважине.

● -  $k_1=k_2$ , ■ -  $k_1 < k_2$ , ◆ -  $k_1 > k_2$ .

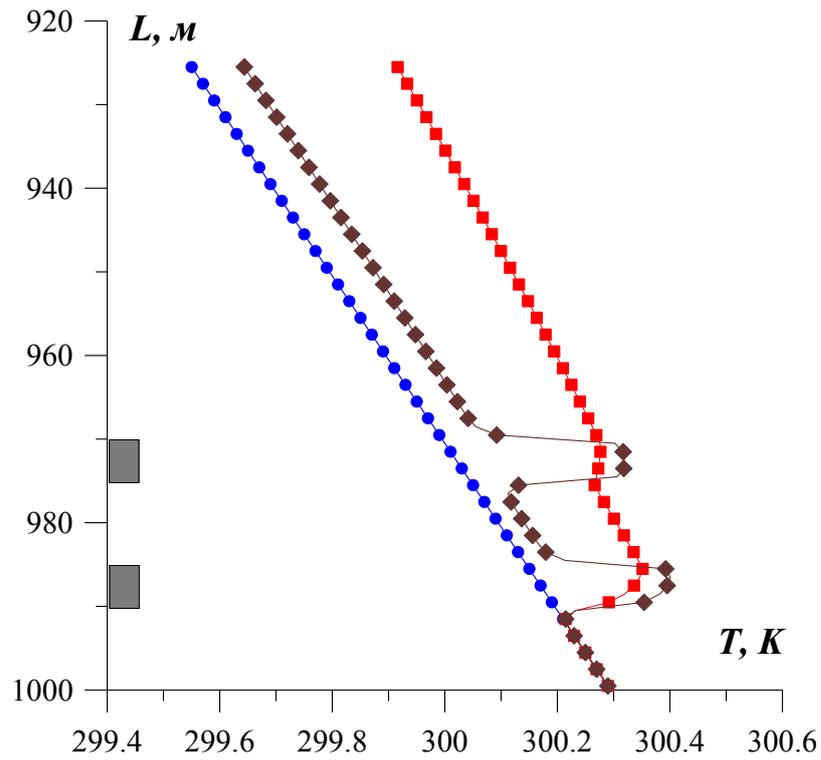


Рис. 4.20.  $k_1=k_2$ . • - геотерма. Распределение температуры в стволе (■) и за стволом (◆) скважины.

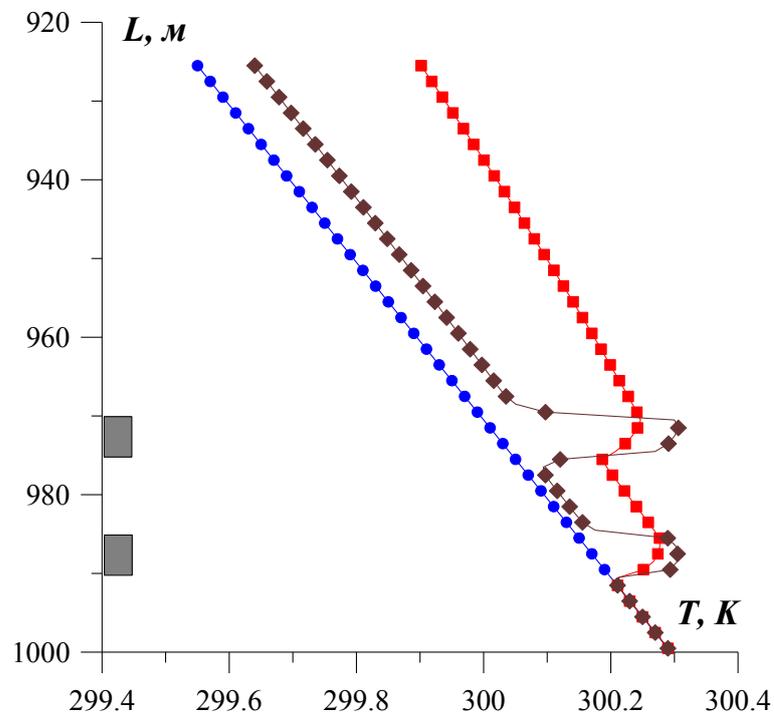


Рис. 4.21.  $k_1 < k_2$ . • - геотерма. Распределение температуры в стволе (■) и за стволом (◆) скважины.

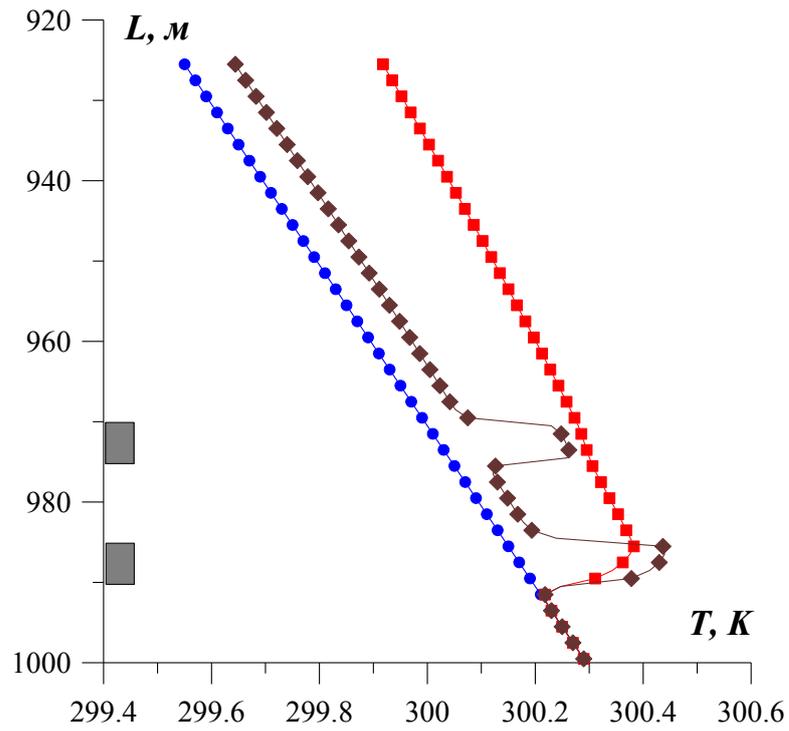


Рис. 4.22.  $k_1 > k_2$ . ● - геотерма.  
 Распределение температуры в стволе (■) и за стволом (◆) скважины.

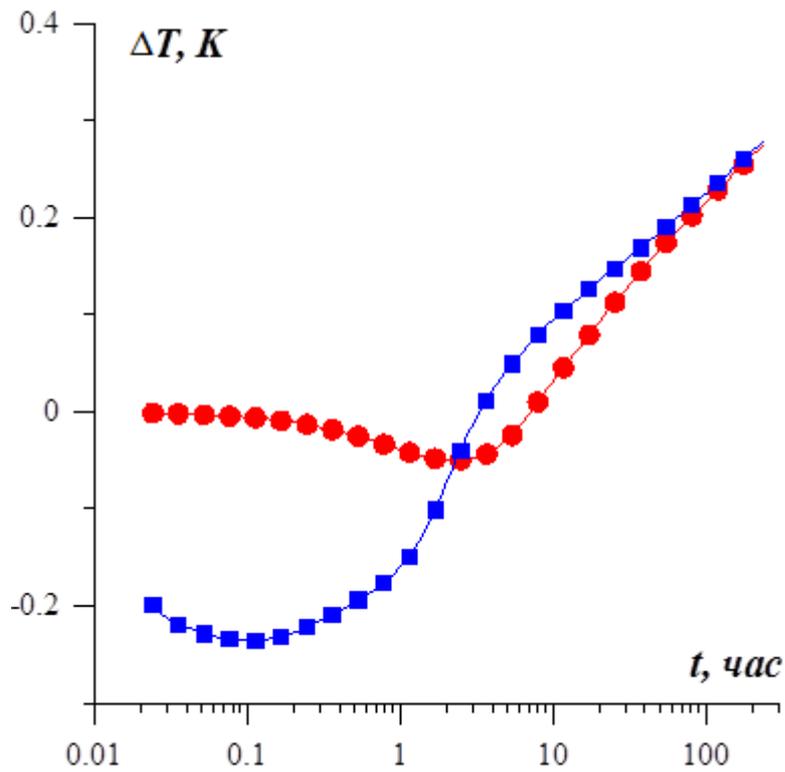


Рис. 4.23. Кривая изменения температуры.  $L_{pr}=960$  м.  
 ● -  $C_{well}=0.5$  м<sup>3</sup>/МПа, ■ -  $C_{well}=0$ .

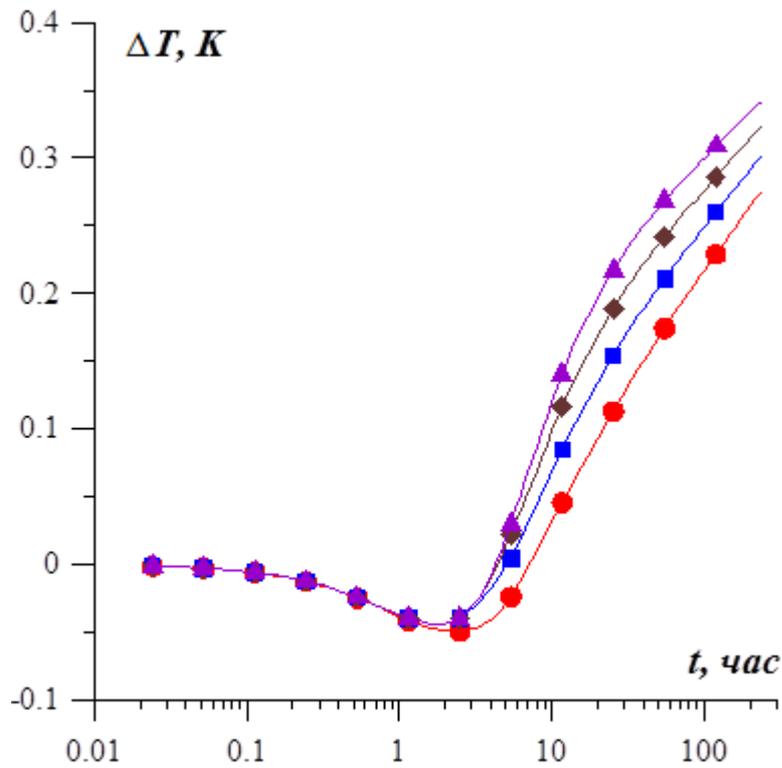


Рис. 4.24. Кривая изменения температуры.  $k_1=k_2$ .  
 • -  $L_{pr}=970$  м, ■ ♦ -  $L_{pr}=950$  м, ▲ -  $L_{pr}=940$  м

На рис. 4.25-4.27 приводятся результаты исследования влияния значений коэффициентов проницаемости пропластков, Джоуля-Томсона и адиабатического расширения. Изменение температуры в точке установки прибора ( $z=L_{pr}$ ) зависит от проницаемостей пропластков (рис. 4.25), значений коэффициентов Джоуля – Томсона (рис. 4.26) и адиабатического расширения (рис. 4.27). Увеличение коэффициента Джоуля – Томсона ведет к увеличению температуры и влияет на конечный участок кривых изменения температуры (рис. 4.26). При пуске скважины в начальный момент времени за счет понижения давления в стволе скважины наблюдается охлаждение жидкости, связанное с эффектом адиабатического расширения (рис. 4.27).

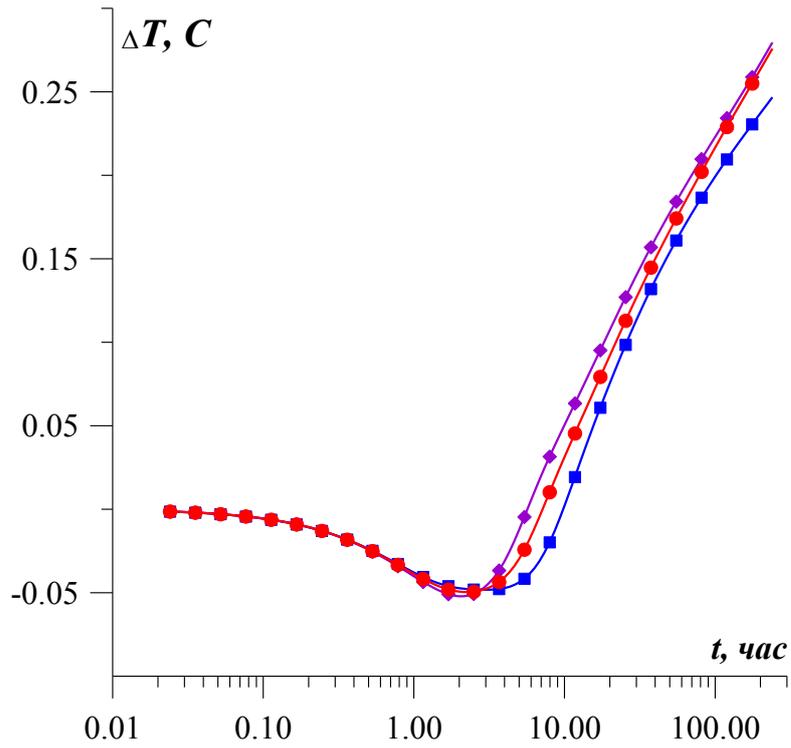


Рис.4.25. Кривая изменения температуры.  $L_{pr}=970 \text{ м}$ .

•  $-k_1=k_2$  ■  $-k_1 < k_2$ , ♦  $-k_1 > k_2$ .

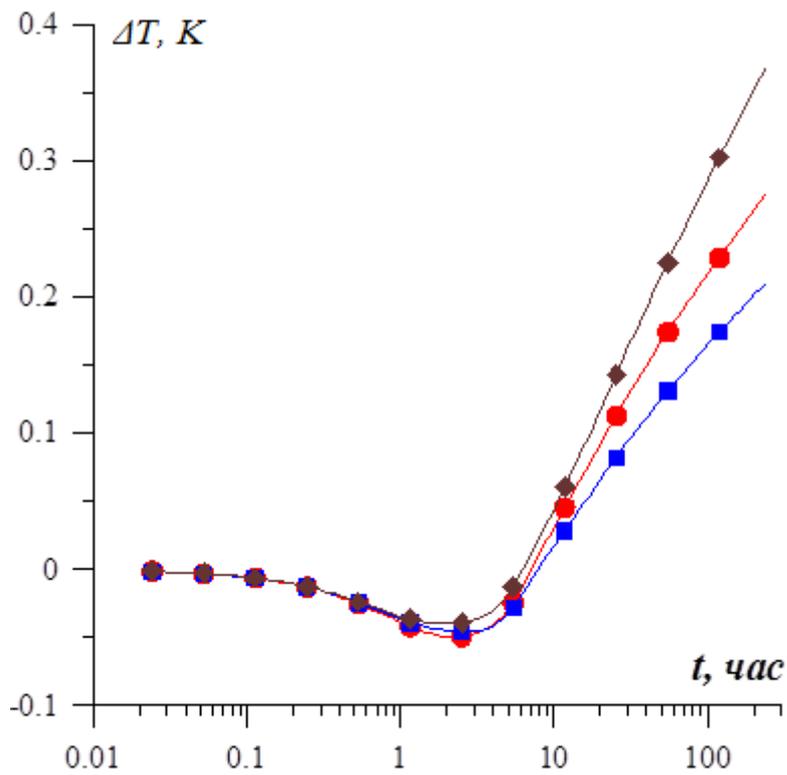


Рис.4.26. Кривая изменения температуры.  $L_{pr}=970 \text{ м}$ .  $k_1=k_2$ .

•  $\varepsilon = 0.3 \text{ К/МПа}$ , ■  $\varepsilon = 0.2 \text{ К/МПа}$ , ♦  $\varepsilon = 0.4 \text{ К/МПа}$ .

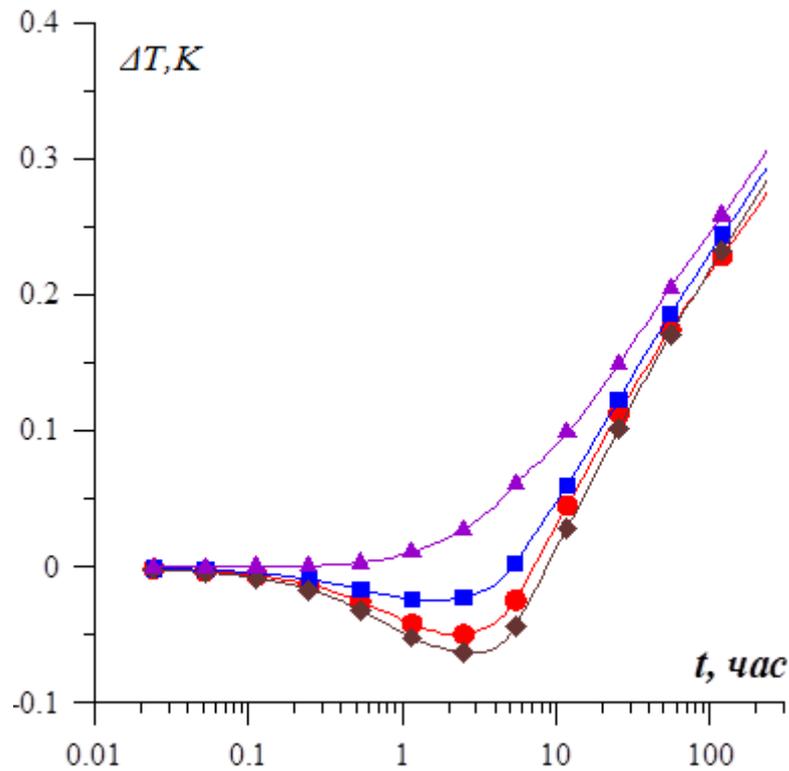


Рис.4.27. Кривая изменения температуры.  $L_{pr}=970$  м.  $k_1=k_2$ .  
 ●  $\eta = 0.14$  К/МПа, ■ -  $\eta = 0.1$  К/МПа, ◆ -  $\eta = 0.18$  К/МПа, ▲ -  $\eta = 0$ .

#### 4.8 Определение фильтрационных и теплофизических свойств многопластового объекта

В последние годы в нефтегазодобывающей промышленности РФ происходит переход к активной разработке трудноизвлекаемых запасов углеводородов (низкопроницаемые коллекторы, слоистость). Поэтому создание и развитие термогидродинамических исследований многопластовых объектов имеет важное практическое значение [112].

Обратная задача определения коэффициентов проницаемости пропластков  $k_i$ , Джоуля-Томсона  $\varepsilon$ , адиабатического расширения  $\eta$  сводится к минимизации функционала-невязки:

$$F(\alpha) = \int_0^T [\phi(t) - T_1(L_{pr}, t)]^2 dt, \quad (4.28)$$

когда термогидродинамические процессы в системе «вертикальная скважина – многопластовый объект» описывается системой уравнений (4.14)-(4.27). Здесь  $\phi(t)$  - наблюдаемые значения температуры,  $T_1(L_{pr}, t)$  - вычисленные значения температуры в стволе скважины, где  $\alpha = (k_i, \varepsilon, \eta)$ ,  $0 < \alpha_i^0 \leq \alpha_i \leq \beta_i^0$  ( $\alpha_i^0, \beta_i^0 = const$ ).

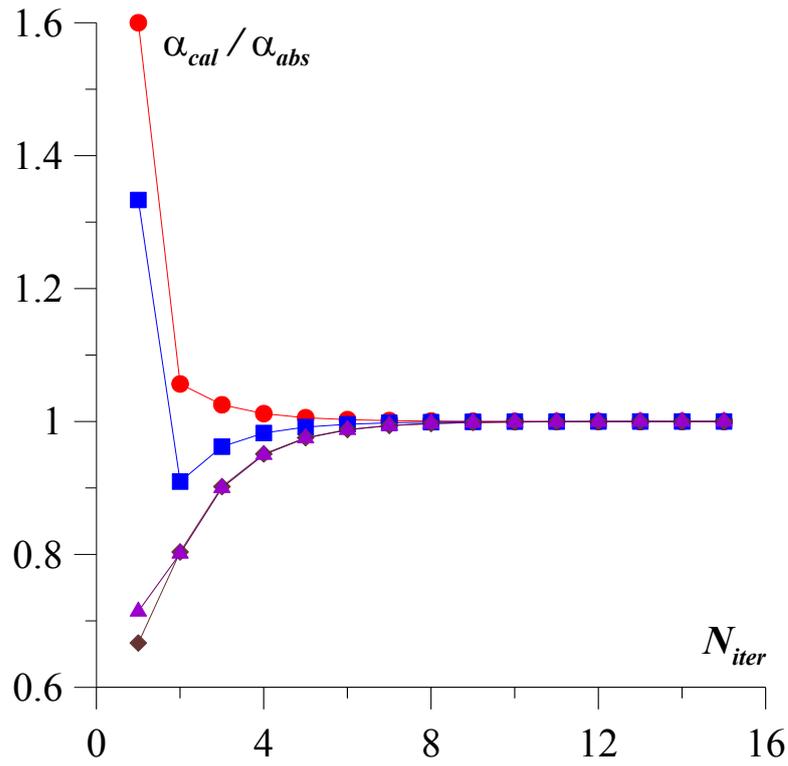
На основе метода Левенберга-Марквардта строится вычислительный алгоритм для минимизации средне-квадратичного отклонения (4.28). Итерационная последовательность вычисляется по формуле:

$$\alpha^{k+1} = \alpha^k - (\mathbf{H}^k + \nu \mathbf{E})^{-1} \nabla \mathbf{F}^k, \quad (4.29)$$

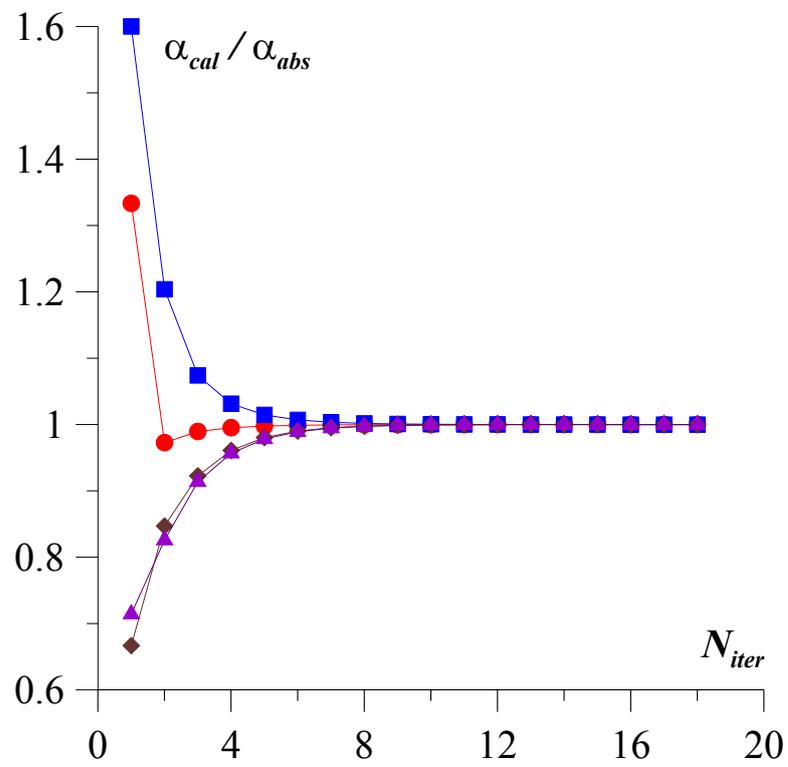
где  $\mathbf{H}^k$  – приближенная матрица вторых производных,  $\mathbf{H}^k = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A}$  – матрица чувствительности,  $\nu$  – параметр Марквардта,  $\mathbf{E}$  – единичная матрица,  $\nabla \mathbf{F}^k$  – градиент функционала-невязки.

На модельных задачах исследовалась сходимость и устойчивость вычислительного алгоритма. На рис.4.28-4.31 приводятся результаты вычислительных экспериментов. Результаты исследования сходимости итерационного процесса в зависимости от начальных приближенных значений коэффициента проницаемости пропластков приведены на рис. 4.28-4.29. Графики убывания среднеквадратичного отклонения в зависимости от проницаемости пропластков и расположения прибора приводятся на рис. 4.30-4.31.

Результаты вычислительных экспериментов на модельных задачах показывают, что итерационный процесс сходится за 15-20 итераций.

Рис. 4.28. Сходимость итерационного процесса ( $k_1 < k_2$ ):

$\bullet$   $k_1$   $\blacksquare$   $k_2$   $\blacklozenge$  -  $\epsilon$ ,  $\blacktriangle$  -  $\eta$ .

Рис. 4.29. Сходимость итерационного процесса ( $k_1 > k_2$ ):

$\bullet$   $k_1$   $\blacksquare$   $k_2$   $\blacklozenge$  -  $\epsilon$ ,  $\blacktriangle$  -  $\eta$ .

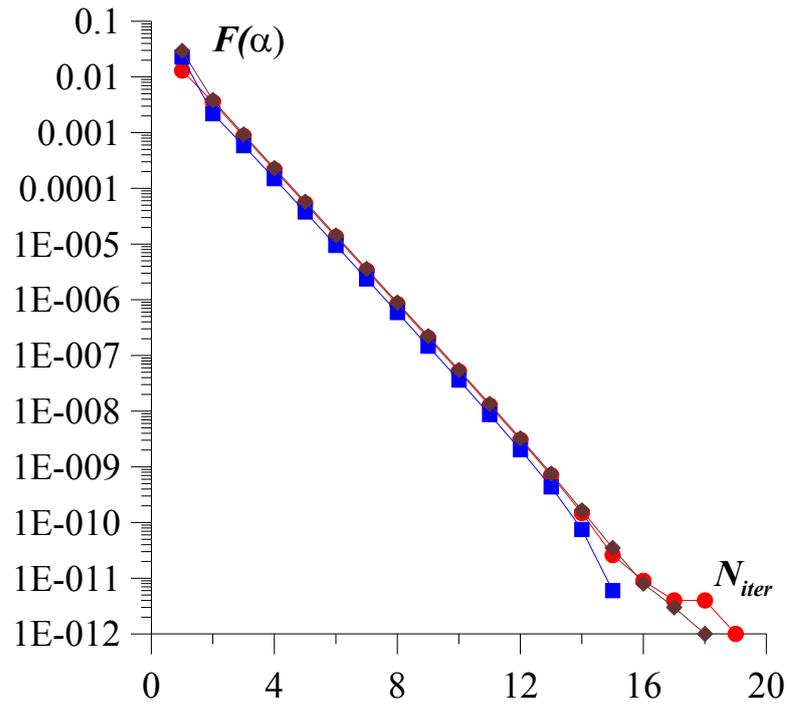


Рис. 4.30. Убывание функционала-невязки.

•  $k_1=k_2$  ■  $k_1 < k_2$  ◆  $k_1 > k_2$ .

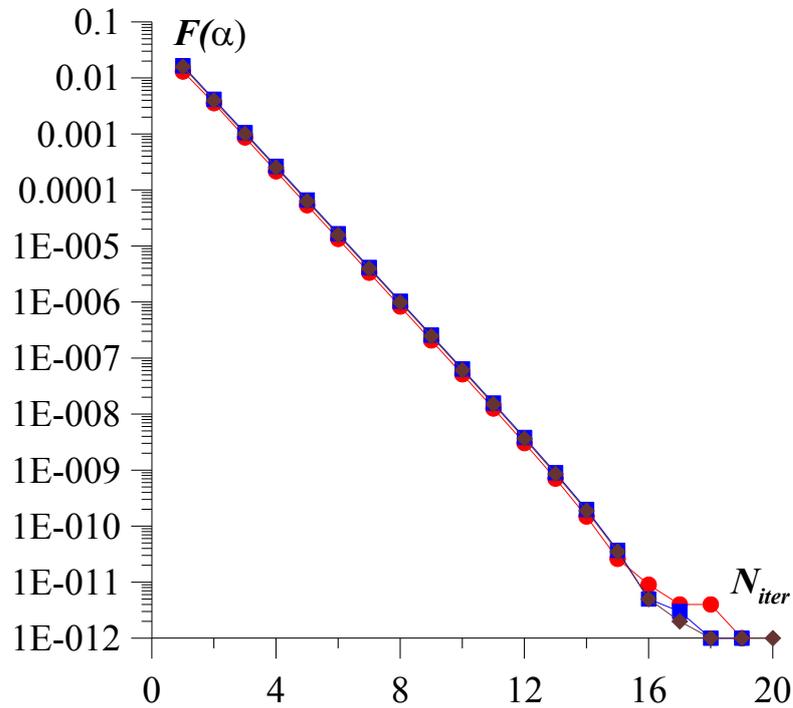


Рис. 4.31. Убывание функционала-невязки.

• -  $L_{pr}=970$  м ■ -  $L_{pr}=960$  м ◆ -  $L_{pr}=950$  м.

#### **4.9 Исследование скважины № 2046**

Стандартные технологии гидродинамических исследований скважин, вскрывшие слоистые объекты предусматривают одновременную регистрацию давления и дебитов пропластков [50, 59]. Большинство скважин месторождений ОАО «Татнефть» являются малодебитными и данная технология трудно реализуема на практике.

Скважина № 2046 введена в эксплуатацию на 1 блоке Березовского месторождения РТ в июле 1979 г. Скважина вскрыла терригенные тульские (в интервале 1101 – 1105 м) и бобриковские (интервале 1112,5 – 1123 м) отложения.

27.07 – 02.08.2004 были произведены замеры давления и температуры глубинным прибором. Результаты исследования приведены на рис. 4.32. Дебит скважины  $13,9 \text{ м}^3/\text{сут}$ .

Далее приводятся результаты интерпретации термогидродинамических исследований скв. № 2046. Результаты интерпретации кривых изменения давления и температуры приведены в табл. 4.4. и рис. 4.32-4.35.

Термогидродинамические исследования проводились при одновременном дренировании двух пластов. Результаты замеров изменения забойного давления и температуры приведены на рис. 4.32.

На рис. 4.33 приводятся распределения температуры в стволе и за стволом скважины, на рис. 4.34 - наблюдаемые и вычисленные кривые изменения температуры, на рис. 4.35 - наблюдаемые и вычисленные кривые изменения давления. В расчетах учитывается коэффициент влияния ствола скважины. Из полученных результатов следует, что тульские отложения в районе расположения скважины № 2046 имеют высокую проницаемость и соответственно основной приток жидкости в скважину поступает из этого пропластка.

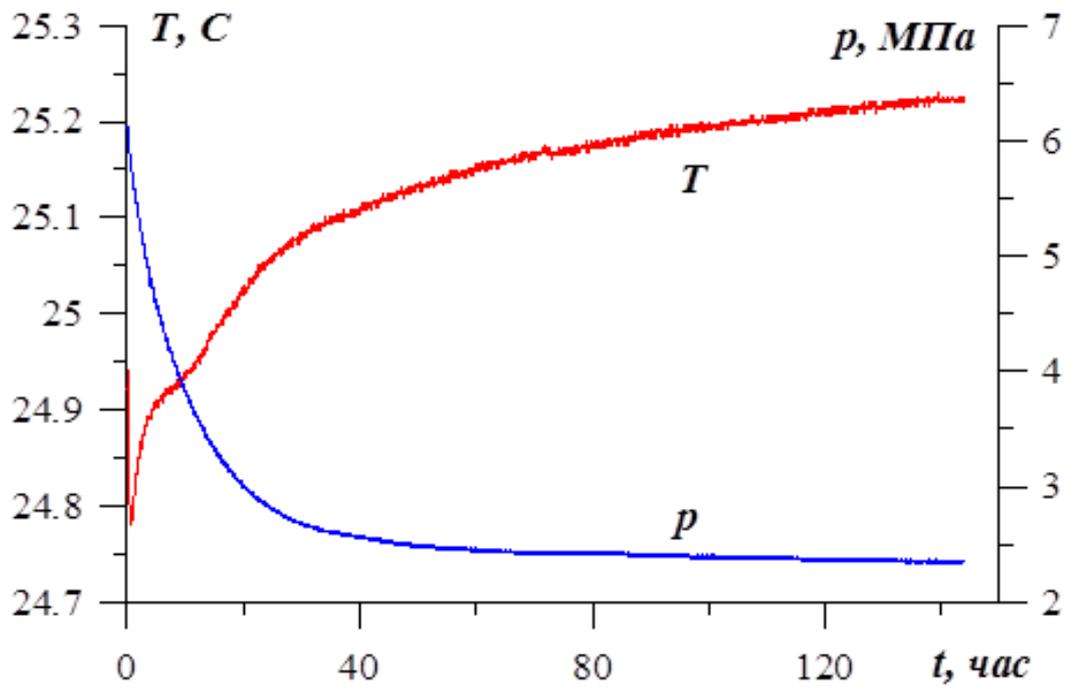


Рис.4.32. Результаты исследования скв. № 2046

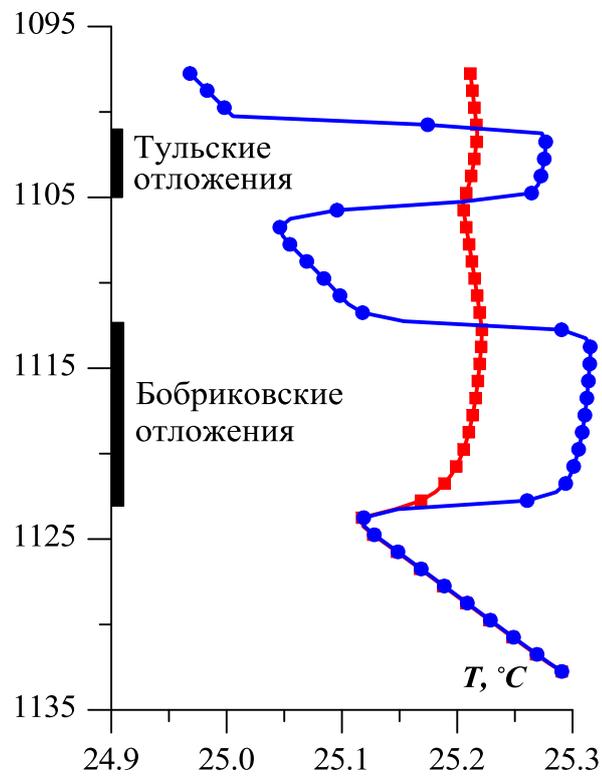


Рис.4.33. Кривые изменения температуры в стволе (■) и за стволом (●) скважины

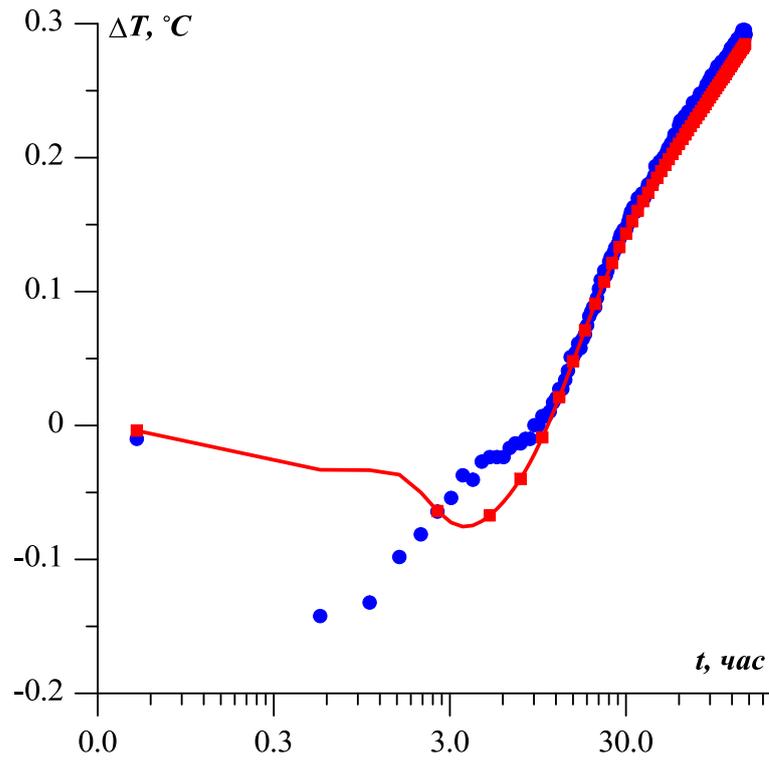


Рис. 4.34. Скв. № 2046. Кривая изменения температуры.  
 ■ — наблюдаемая, ● — вычисленная кривая.

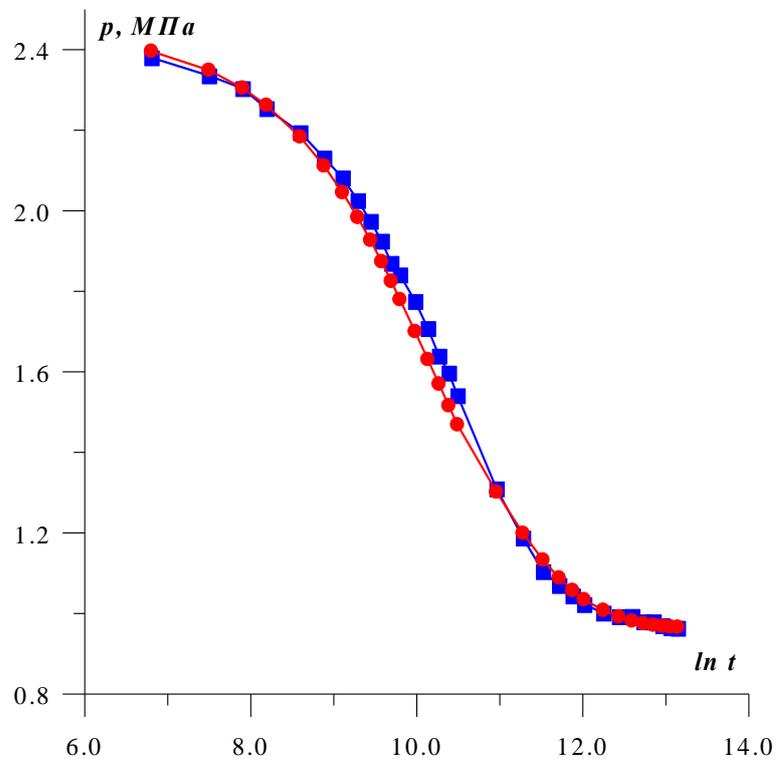


Рис. 4.35. Скв. № 2046. Кривая изменения давления.  
 ■ — наблюдаемая, ● — вычисленная кривая.

Таблица 4.4. Результаты расчетов.

$k_1$ <i>мкм<sup>2</sup></i>	$k_2$ <i>мкм<sup>2</sup></i>	$\varepsilon$ <i>К/МПа</i>	$\eta$ <i>К/МПа</i>	$q_1$ <i>м<sup>3</sup>/сут</i>	$q_2$ <i>м<sup>3</sup>/сут</i>
0,029	0,231	0,479	0,295	3,75	10,13
1 - бобриковские, 2 - тульские отложения.					

В табл 4.4 приводятся оценки значений коэффициентов проницаемостей пропластков, дебитов, коэффициента Джоуля-Томсона и адиабатического расширения.

## **Глава 5 Термогидродинамические методы исследования горизонтальных скважин**

В данной главе строится математическая модель термогидродинамических процессов, происходящих в нефтяном пласте и стволе горизонтальной скважины. На основе теории некорректных задач предлагается численный метод решения обратной задачи по определению коллекторских свойств нефтяного пласта, эксплуатируемого горизонтальной скважиной. В качестве начальной информации берутся кривые изменения температуры, снятые одновременно несколькими глубинными приборами, установленными на разных участках горизонтальной части ствола скважины.

По предложенному методу оценивается неоднородность пласта вдоль горизонтальной части ствола скважины. Этим методом проведена интерпретация кривых изменения температуры, зарегистрированных в горизонтальных скважинах №№ 1947, 18326 РТ.

### ***5.1 Термогидродинамические процессы в нефтяном пласте и стволе горизонтальной скважины***

В связи с активной разработкой нефтяных месторождений с трудноизвлекаемыми запасами широко применяются термогидродинамические исследования как вертикальных, так и горизонтальных скважин.

Измерения температуры и давления в стволе горизонтальной скважины чувствительной глубинной аппаратурой дает достаточно полную информацию о термогидродинамических процессах, происходящих в пласте и стволе. Изменение температуры в стволе горизонтальной скважины является интегральным показателем процессов тепломассопереноса, происходящих как в самой скважине, так и в пласте.

Математическое моделирование распределения температуры и давления по стволу горизонтальной скважины, эксплуатирующей нефтяной пласт, связано с определением полей давления и температуры в пласте.

Предполагается, что ствол горизонтальной скважины параллелен кровле и подошве пласта, процесс распределения давления в стволе является квазистационарным (время перераспределения давления в пласте и в стволе горизонтальной скважины сильно различается), приток флюида к стволу при пуске является радиальным [135]. При этих предположениях из законов сохранения массы, импульса и энергии следует:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{2w}{r_c}, \quad w = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p_2}{\partial r} \Big|_{r=r_c}, \quad 0 < x \leq L, \quad (5.1)$$

$$-\frac{\partial p_1}{\partial x} = \rho \frac{\partial(v^2)}{\partial x} + \frac{\pi}{4r_c} \psi \rho v |v|, \quad 0 < x \leq L, \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + v \left( \frac{\partial T_1}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial p_1}{\partial x} \right) = \frac{2(\alpha_{mp} - w \rho C_p)}{\rho C_p r_c} (T_2|_{r=r_c} - T_1), \quad 0 < x \leq L, \quad 0 < t \leq t_{\text{exp}}, \quad (5.3)$$

$$\beta^* \frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{k}{\mu} r \frac{\partial p_2}{\partial r} \right), \quad 0 \leq x \leq L, \quad r_c < r < R_k, \quad 0 < t \leq t_{\text{exp}}, \quad (5.4)$$

$$C_n \frac{\partial T_2}{\partial t} = \rho C_p \frac{k}{\mu} \frac{\partial p_2}{\partial r} \left( \frac{\partial T_2}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial p_2}{\partial r} \right), \quad 0 \leq x \leq L, \quad r_c \leq r < R_k, \quad 0 < t \leq t_{\text{exp}}, \quad (5.5)$$

с начальными

$$p_2(x, r, 0) = p_0(x, r), \quad T_2(x, r, 0) = T_0(x, r), \quad 0 \leq x \leq L, \quad r_c \leq r < R_k \quad (5.6)$$

и граничными условиями

$$\int_S \frac{k}{\mu} \frac{\partial p_2}{\partial r} dS = q, \quad 0 < t \leq t_{\text{exp}}, \quad (5.7)$$

$$p_2(x, R_k, t) = P_k, \quad T_2(x, R_k, t) = T_k. \quad (5.8)$$

Здесь  $p_1 = p_1(x)$ ,  $T_1 = T_1(x, t)$  - давление и температура в стволе горизонтальной скважины,  $p_2 = p_2(x, r, t)$ ,  $T_2 = T_2(x, r, t)$  - давление и температура в пласте,  $P_k$  - пластовое давление,  $T_k$  - пластовая температура,

$q$  – дебит горизонтальной скважины,  $S$  – поверхность ствола горизонтальной скважины,  $r_c$  – радиус ствола скважины,  $R_k$  – радиус контура питания,  $\beta^*$  – упругоёмкость пласта,  $v(x)$  – скорость флюида в стволе ГС,  $\rho$  – плотность флюида,  $\omega$  – площадь поперечного сечения ствола горизонтальной скважины,  $\varepsilon$  – коэффициент Джоуля – Томсона,  $\psi$  – коэффициент гидравлического сопротивления,  $\alpha_{mp}$  – коэффициент теплопередачи ствола горизонтальной скважины,  $C_p$  – удельная теплоёмкость флюида,  $w$  – скорость фильтрации,  $L$  – длина ствола горизонтальной скважины,  $t_{exp}$  – время работы скважины.

Уравнение сохранения массы (5.1) получено в работе [6]. Вывод уравнения сохранения количества движения при сделанных допущениях приводится в работах [117]. Уравнение сохранения энергии (5.3) в случае стационарности процессов теплообмена рассматривалась в работах [143]. Уравнения (5.4) - (5.5) описывают неизотермическую фильтрацию флюида в окрестности горизонтальной скважины.

Метод решения краевой задачи (5.1) - (5.8) основывается на сопряжении внешней (пласт) и внутренней (ствол горизонтальной скважины) задач. Система (5.1) - (5.8) решается численно методом конечных разностей. Область фильтрации покрывается неравномерной сеткой, которая сгущается к скважине. Построение такой сетки проводится с помощью преобразования координат  $\xi = \ln r$  [2]. Полученная нелинейная система разностных уравнений решается итерационно.

## **5.2 Анализ термогидродинамических процессов в нефтяном пласте, вскрытом горизонтальной скважиной**

Рассматривается модельный нефтяной пласт, который разрабатывается горизонтальной скважиной. Горизонтальная скважина запускается в эксплуатацию с постоянным отбором жидкости из пласта.

Исходные данные:  $C_n = 1.48 \cdot 10^6 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \text{ К})$ ,  $C_p = 1929 \text{ Дж}/(\text{кг К})$ ,  $T_k = 300 \text{ К}$ ,  $p_k = 15 \text{ МПа}$ ,  $\beta^* = 10^{-4} \text{ МПа}^{-1}$ ,  $\mu = 25 \text{ мПа с}$ ,  $\rho = 800 \text{ кг}/\text{м}^3$ ,  $\varepsilon = 0.4 \text{ К}/\text{МПа}$ ,  $L = 100 \text{ м}$ ,  $r_c = 0.1 \text{ м}$ ,  $R_k = 5 \text{ м}$ ,  $q = 30 \text{ м}^3/\text{сут}$ . Предполагается, что проницаемость пласта является кусочно-постоянной функцией. В каждой зоне однородности пласта расположен глубинный прибор (рис.5.1). Рассматриваются следующие варианты зон неоднородности пласта:

1.  $k_1 > k_2$ ,  $k_1 = 0.05 \text{ мкм}^2$ ,  $k_2 = 0.01 \text{ мкм}^2$ ,
2.  $k_1 < k_2$ ,  $k_1 = 0.01 \text{ мкм}^2$ ,  $k_2 = 0.05 \text{ мкм}^2$ .

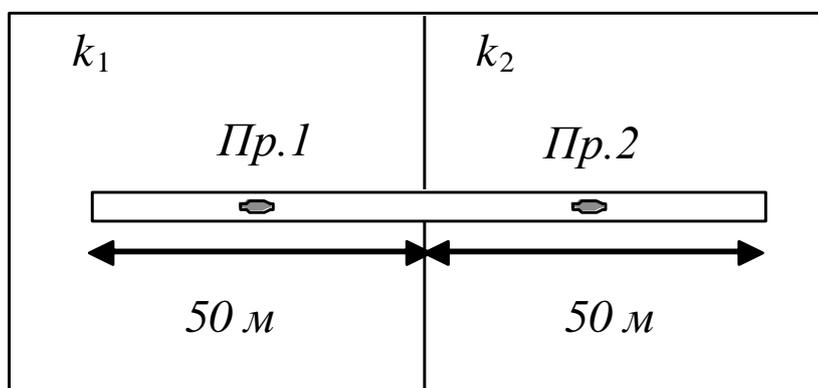


Рис. 5.1. Расположения приборов в неоднородном пласте

В нефтяном пласте (рис.5.1) жидкость поступает из зон неоднородности с различной температурой. Увеличение температуры объясняется калориметрическим эффектом – смешиванием жидкости в стволе скважины с поступающей из пласта жидкостью, имеющую более высокую температуру за счёт эффекта Джоуля-Томсона.

Результаты численных расчетов показали, что для однородного нефтяного пласта температура по стволу не меняется (является одиноковой) и со временем возрастает. Скорость жидкости по стволу горизонтальной скважины изменяется линейно (рис.5.2).

В случае неоднородности пласта изменения температуры, зарегистрированные глубинными приборами в стволе горизонтальной

скважины, возрастают со временем неодинаково (рис.5.3). На рис. 5.4-5.5 представлены результаты расчетов изменения температуры и скорости потока для вариантов 1, 2 на момент времени  $t = 120$  ч. Температура (рис. 5.4), скорость потока (рис. 5.5) в стволе горизонтальной скважины меняются нелинейно. Интенсивность притока флюида к стволу горизонтальной скважины (рис. 5.6 – 5.7) имеет разрыв в точке, соответствующей границе зон однородности пласта по проницаемости. Распределение температуры, скорости потока по стволу горизонтальной скважины и интенсивность притока флюида к стволу горизонтальной скважины зависят от значений проницаемостей и размеров зон однородностей.

Кривые изменения температуры, измеренные приборами 1, 2 (рис.5.1) в зонах однородности, приведены на рис. 5.8 и 5.9.

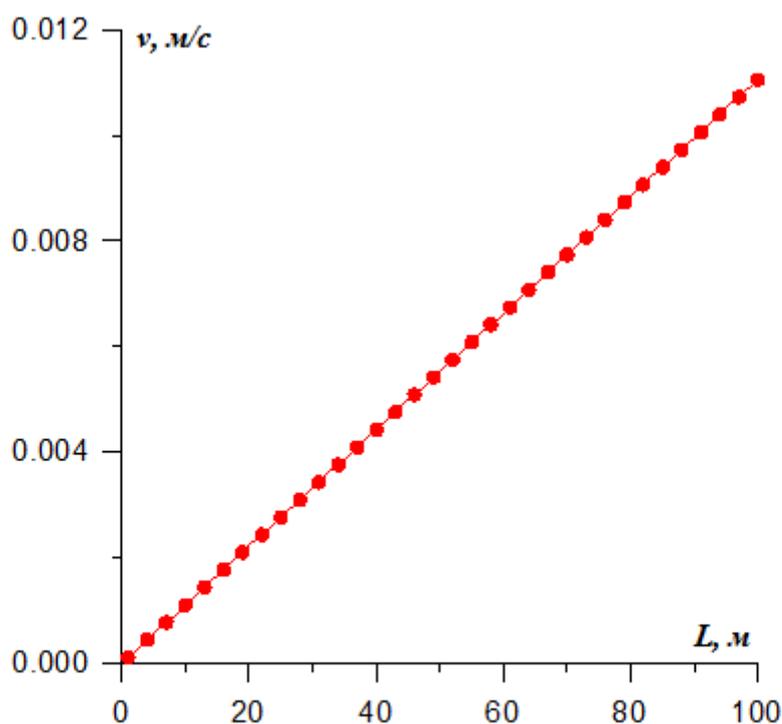


Рис. 5.2. Распределение скорости по стволу ГС.  $k = 0.03$ .

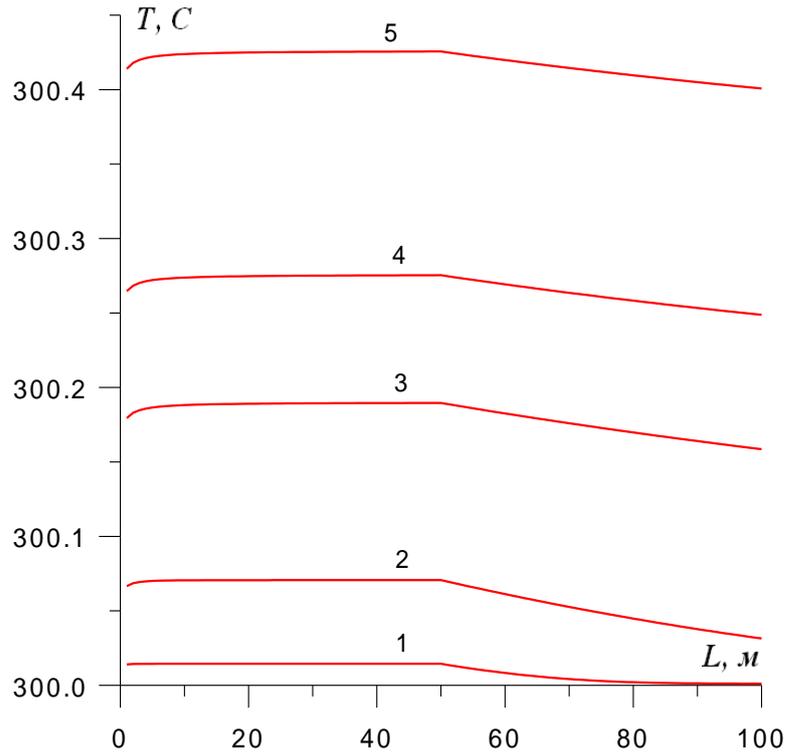


Рис. 5.3. Распределение температуры по стволу ГС на разные моменты времени.

$k_1 = 0.05$ ,  $k_2 = 0.01$ . 1 - 1 ч., 2 - 3 ч., 3 - 10 ч., 4 - 24 ч., 5 - 120 ч.

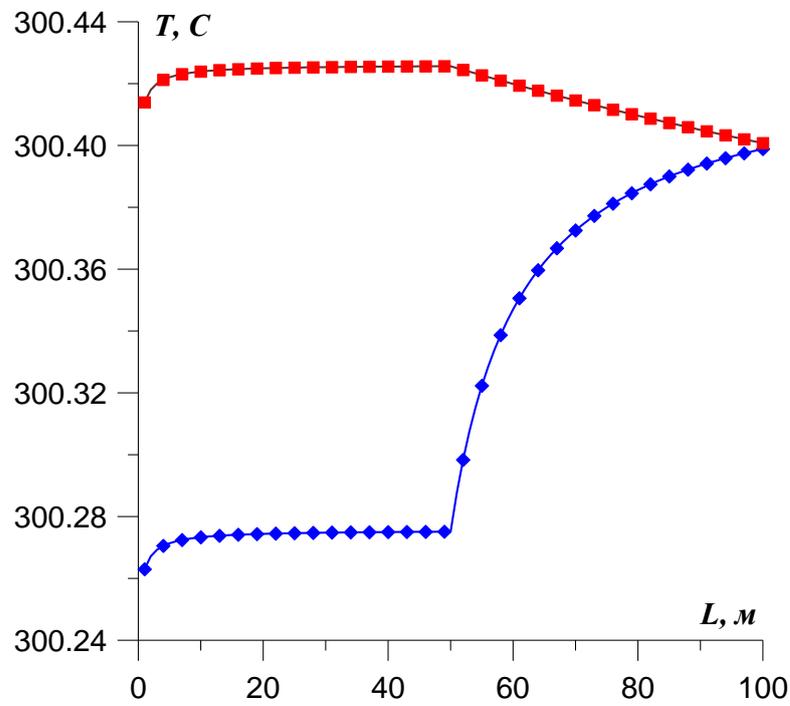


Рис. 5.4. Распределение температуры по стволу ГС.

■ - Вар. 1  $k_1 > k_2$ , ♦ - Вар. 2  $k_1 < k_2$ .

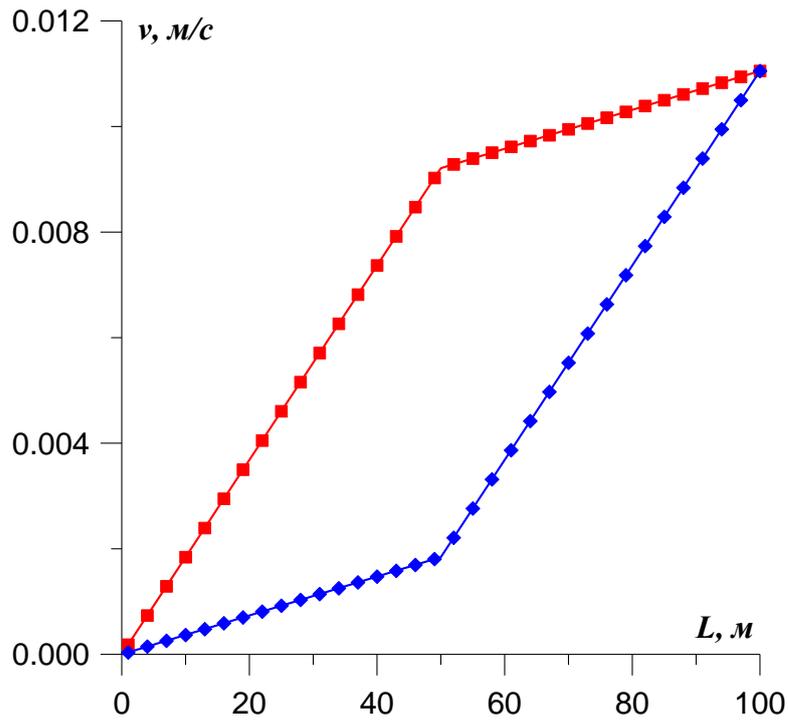


Рис. 5.5. Распределение скорости по стволу ГС.  
 ■ – Вар.1  $k_1 > k_2$  , ◆ – Вар. 2  $k_1 < k_2$ .

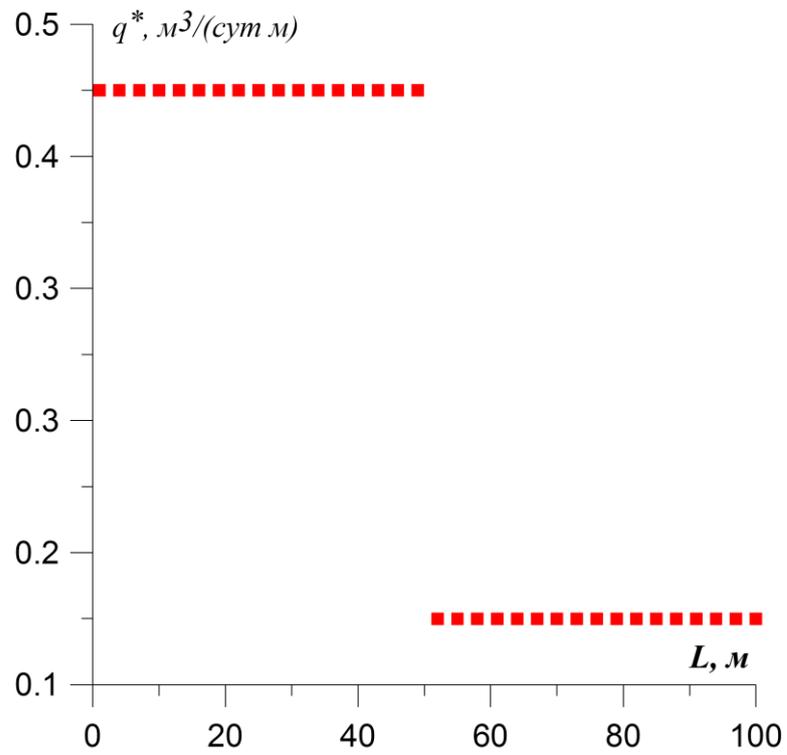


Рис. 5.6. Распределение притока по стволу ГС.  
 ■ – Вар.1  $k_1 > k_2$ .

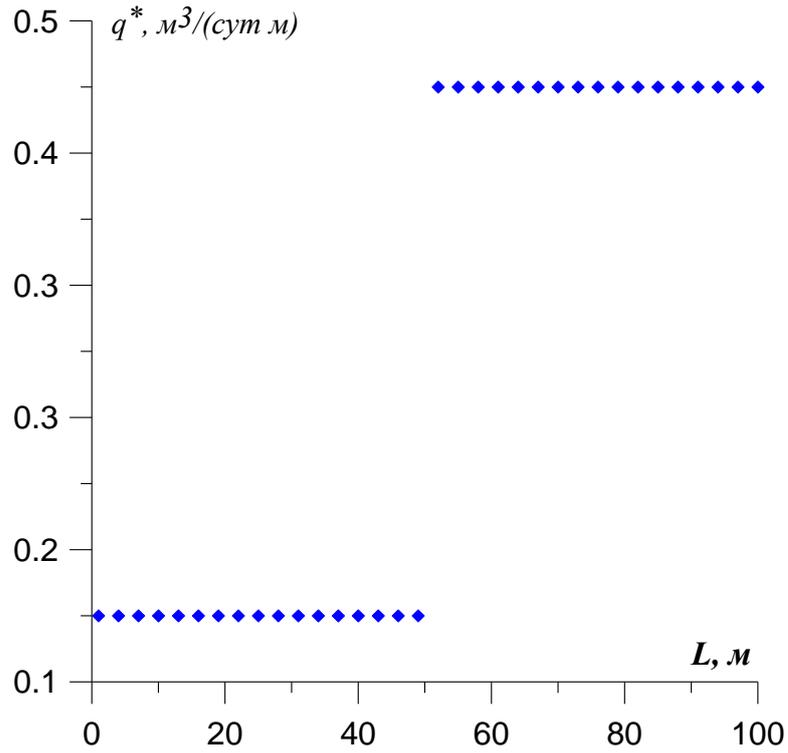
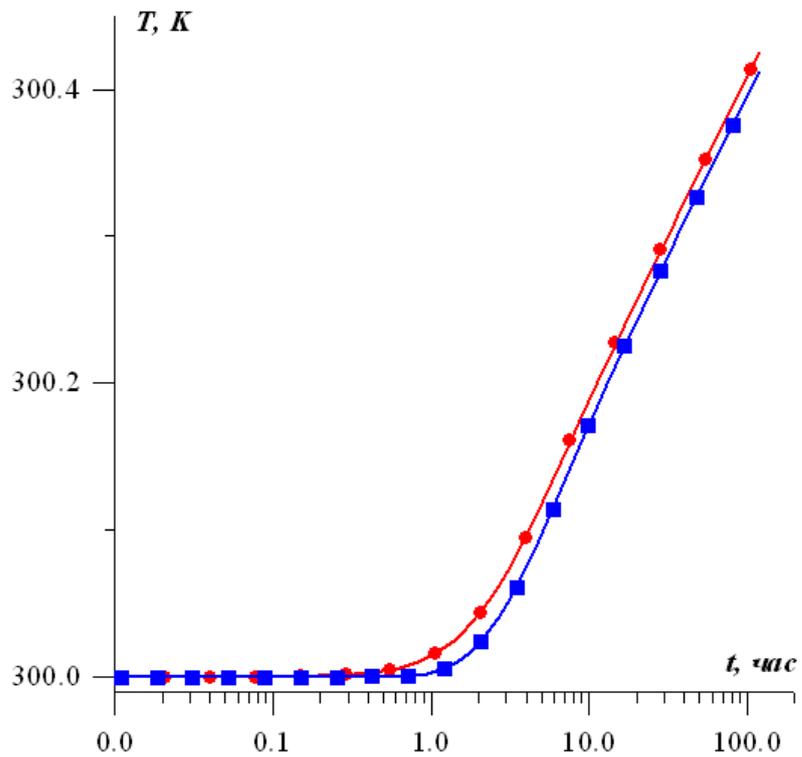


Рис. 5.7. Распределение притока по стволу ГС.

◆ – Вар. 2  $k_1 < k_2$ .

Рис. 5.8. Кривая изменения температуры. Вар.1  $k_1 > k_2$ .

● – прибор 1, ■ – прибор 2.

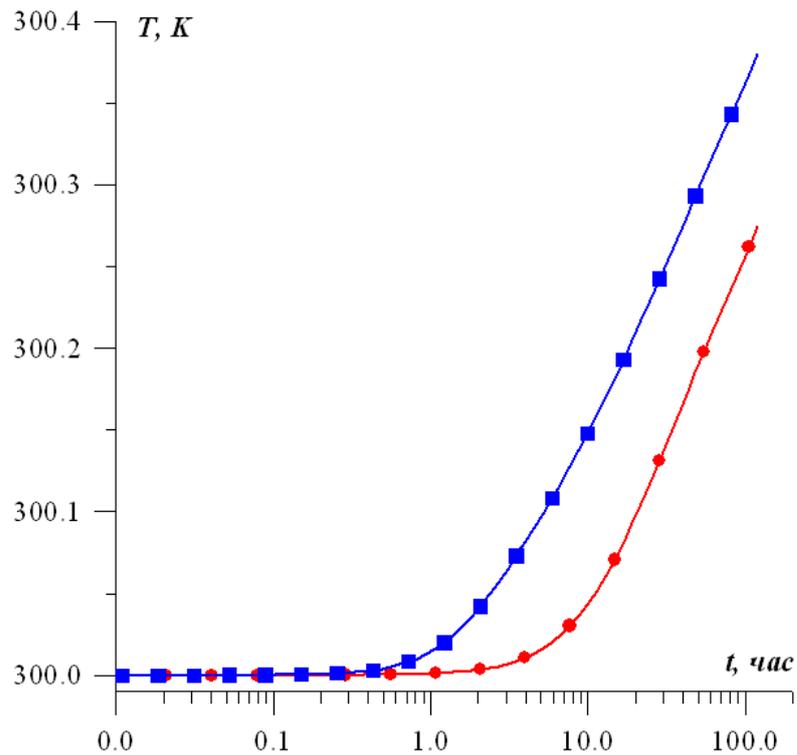


Рис. 5.9. Кривая изменения температуры. Вар. 2  $k_1 < k_2$ .

● – прибор 1, ■ – прибор 2.

### **5.3 Определение коллекторских свойств пласта по результатам измерений температуры в стволе горизонтальной скважины**

На основе созданной математической модели предлагается вычислительный алгоритм для интерпретации результатов термогидродинамических исследований горизонтальных скважин. Результаты измерений изменения температуры в период пуска скважины на разных участках горизонтального ствола скважины используются в качестве начальной информации. С учетом геофизических исследований скважины определяются точки размещения глубинной измерительной аппаратуры. В работе [104] описана технология проведения термогидродинамических исследований горизонтальной скважины с помощью нескольких глубинных автономных приборов.

Пусть в местах расположения глубинных измерительных приборов в стволе горизонтальной скважины с координатами  $x_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , снимаются кривые изменения температуры:

$$T_{1,i}(t) \equiv T_1(x_i, t) = f_i(t), \quad i = \overline{1, N}, \quad 0 < t \leq t_{\text{exp}}. \quad (5.9)$$

Обратная коэффициентная задача формулируется следующим образом:

определить коэффициент проницаемости  $k = k(x, r)$ , когда термогидродинамические процессы в нефтяном пласте и стволе горизонтальной скважины описываются уравнениями (5.1) – (5.8). В качестве начальной информации используются замеренные изменения температуры глубинными автономными приборами, установленными в различных участках ствола горизонтальной скважины (5.9).

Оценка коэффициента проницаемости ищется в классе кусочно-постоянных функций  $k(x, r) = k_n$ ,  $(x, r) \in V_n$ ,  $\bigcup_{n=1}^N V_n = V$ , где  $V_n$ ,  $n = \overline{1, N}$  – области однородности (рис.5.1).

Численное решение обратной коэффициентной задачи (5.1) – (5.9) ищется из минимизации среднеквадратичного отклонения между наблюдаемыми и вычисленными величинами:

$$F(\alpha) = \sum_{n=1}^N \int_0^{t_{\text{exp}}} [T_{1,n}(t) - \phi_n(t)]^2 dt, \quad (5.10)$$

где  $\phi_n(t)$  – наблюдаемые значения температуры,  $T_{1,n}(t)$  – вычисленные значения температуры, полученные из численного решения уравнений (5.30)–(5.37),  $\alpha = (k_1, k_2, \dots, k_N)$  – искомые параметры,  $0 < m_n \leq k_n \leq M_n$  ( $m_n, M_n = \text{const}$ ).

На основе метода Левенберга-Марквардта строится вычислительный алгоритм для минимизации средне-квадратичного отклонения (5.10).

**Алгоритм решения обратной задачи.**

1. Выбирается начальное приближение  $\alpha^0 = (k_1^0, k_2^0, \dots, k_N^0)$ .
2. Численно решается краевая задача (5.1) – (5.8). Для этого используется неявная разностная схема. Нелинейная разностная система решается итерационно на каждом временном слое. Функционал-невязка вычисляется следующим образом:

$$F(\alpha^l) = \sum_{i=1}^{N_\tau} F_i, \quad F_i = \sum_{n=1}^N [T_{1,n}(t_i) - \phi_n(t_i)]^2 \tau_i, \quad N_\tau \text{ — количество измерений}$$

температуры.

3. Вычисляется  $\alpha^{l+1}$  на очередной итерации:

$$\alpha^{l+1} = \alpha^l - (H^l + \nu E)^{-1} \nabla F,$$

где  $H^l$  – приближенная матрица Гессе,  $H^l = A^T A$ ,  $\{A\} = \{\partial F_i / \partial \alpha_j\}$  – матрица чувствительности,  $\nu$  – параметр Марквардта,  $E$  – единичная матрица,  $\nabla F$  – градиент функционала-невязки.

4. При выполнении хотя бы одного из условий:

$$|F(\alpha^{l+1}) - F(\alpha^l)| < \varepsilon_1, \quad |\alpha^{l+1} - \alpha^l| < \varepsilon_2,$$

итерационный процесс останавливается; иначе  $l = l + 1$  и переход к шагу 2,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – заданные положительные числа.

Рассматривается нефтяной пласт с исходными данными, которые приводятся в п. 5.2. По этим данным вычисляются модельные кривые изменения температуры, которые затем используются в качестве исходной информации.

Результаты вычислительных экспериментов приводятся на рис. 5.10 – 5.12, где  $k_i^0$  – истинные значения проницаемости. Они показывают, что предложенный вычислительный алгоритм решения обратной задачи позволяет оценивать неоднородность пласта и распределение притока вдоль ствола скважины.

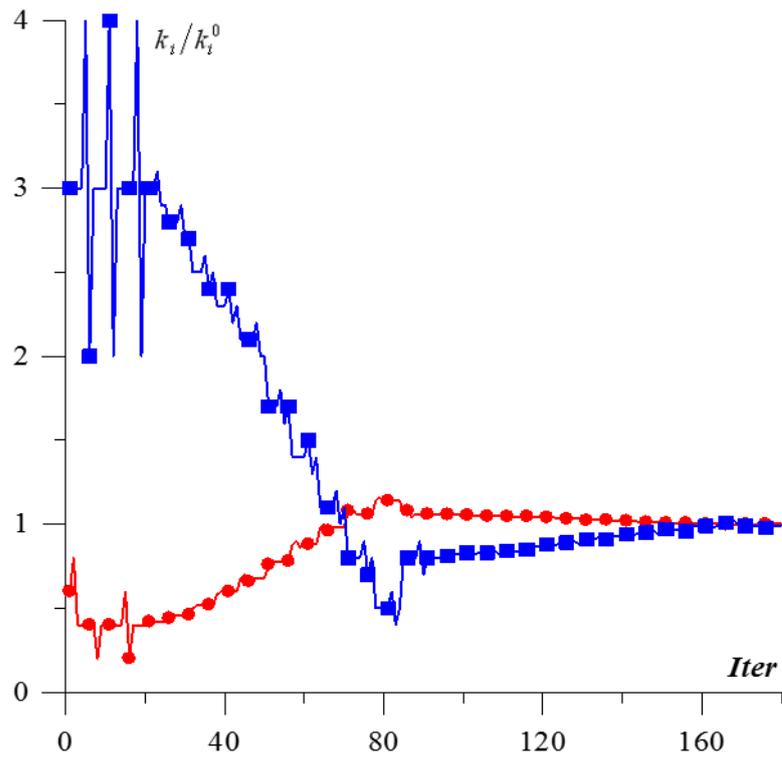


Рис. 5.10. Сходимость вычислительного алгоритма.  
Первый вариант. ● -  $k_1$ , ■ -  $k_2$ .

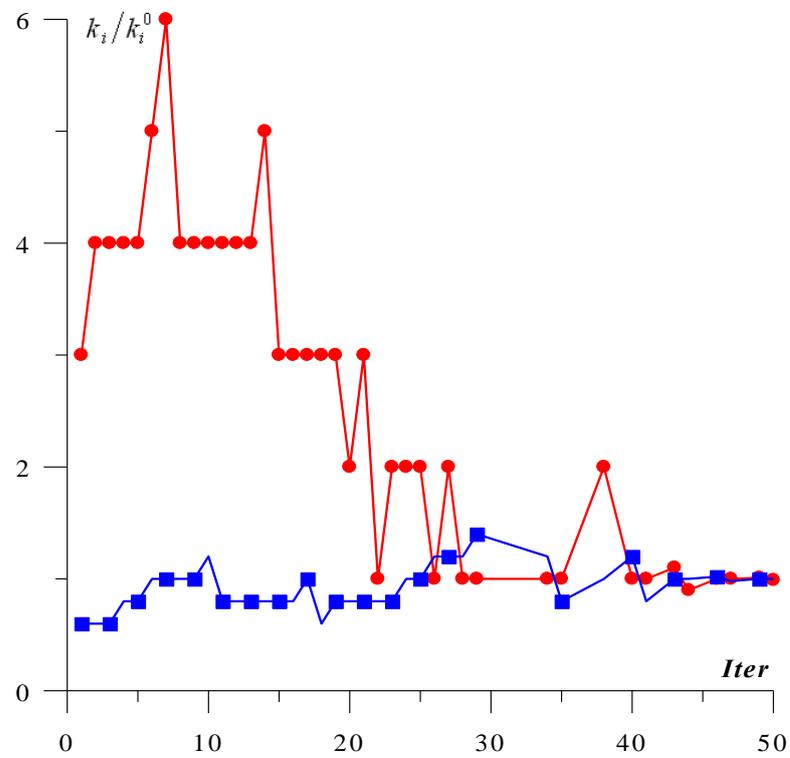


Рис. 5.11. Сходимость вычислительного алгоритма.  
Второй вариант. ● -  $k_1$ , ■ -  $k_2$ .

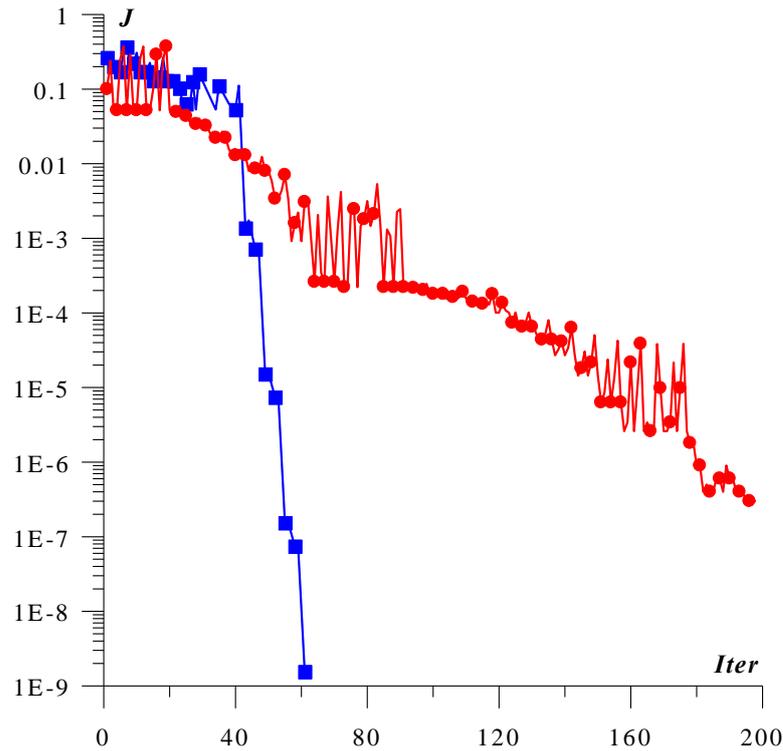


Рис. 5.12. Убывание функционала.

● - первый вариант, ■ - второй вариант .

Случай  $k_1 > k_2$ : кривые изменения температуры, зафиксированные приборами (рис.5.8), мало отличаются друг от друга, поскольку имеет место калориметрический эффект. Вследствие этого итерационный процесс сходится медленнее, чем при  $k_1 < k_2$  (рис. 5.9).

#### 5.4 Интерпретация результатов термогидродинамических исследований ГС №№ 1947, 18326

**Исследование ГС № 1947.** Скважина расположена на первом блоке Сиреневского месторождения Республики Татарстан. Скважина имеет горизонтальный участок в кизеловско-черепетских отложениях турнейского яруса. Данные по пласту и скважине: мощность пласта 35 м; длина горизонтальной части ствола скважины 310 м; радиус скважины 0,1 м; пластовое давление 33,71 ат; дебит скважины 8,9 м<sup>3</sup>/сут; упругость пласта  $\beta^* = 2 \cdot 10^{-5}$  1/ат.

В горизонтальной скважине № 1947 были проведены нестационарные термогидродинамические исследования глубинными измерительными приборами, которые были установлены в намеченных точках горизонтальной части ствола скважины. Места расположения приборов приводятся на рис. 5.13.

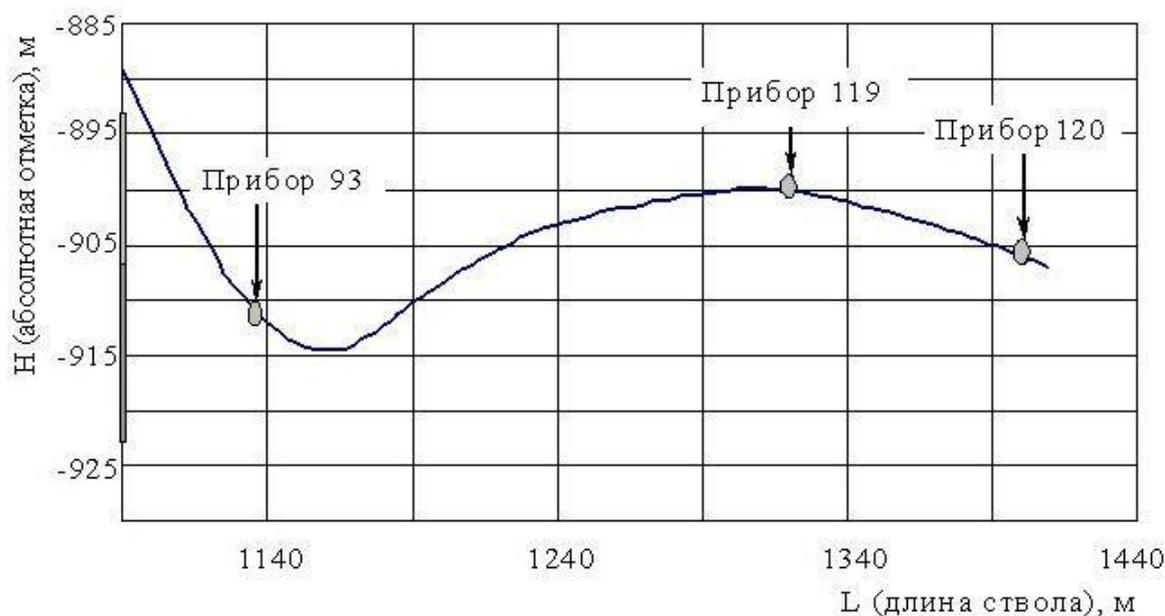


Рис. 5.13. Траектории ствола горизонтальной скважины и места расположения приборов

Приборами № 93 и 119 (рис. 5.13) было зафиксировано наибольшее повышение температуры, что свидетельствует о наличии притока из пласта в зонах расположения этих приборов. Кривые изменения температуры, зафиксированные глубинными манометрами - термометрами №№ 120, 119 и 93, будут использоваться в качестве начальной информации для решения обратной задачи. Предложенный вычислительный алгоритм применяется для интерпретации кривых изменения температуры, снятых глубинными приборами №№ 120, 119 и 93. Для этого нефтяной пласт разбивается на три зоны однородности, в каждой из которых расположен глубинный прибор. На рис. 5.14 – 5.15 приводятся результаты расчетов распределения скорости течения жидкости, температуры в стволе горизонтальной скважины.

Распределение притока жидкости вдоль ствола горизонтальной скважины приводится на рис.5.16. На рис. 5.17 – 5.19 и в табл. 5.1 приводятся результаты интерпретации кривых изменения температуры по приборам №№ 120, 119 и 93. На рис. 5.17 – 5.19 показываются вычисленные и наблюдаемые кривые изменения температуры. В табл. 5.1. приводятся оценки значений проницаемостей в зонах расположения приборов.

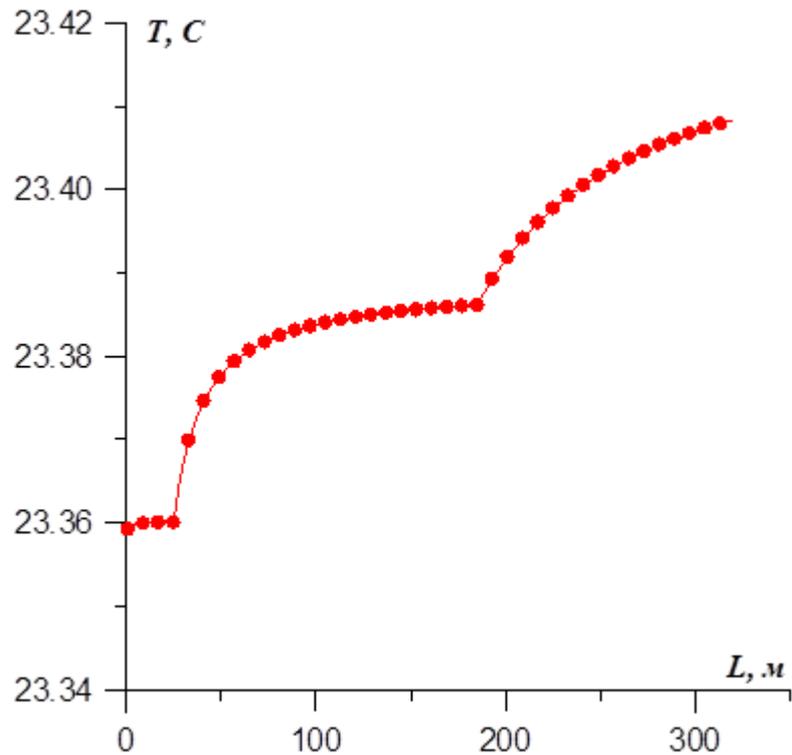


Рис.5.14. ГС № 1947. Распределение температуры по стволу скважины

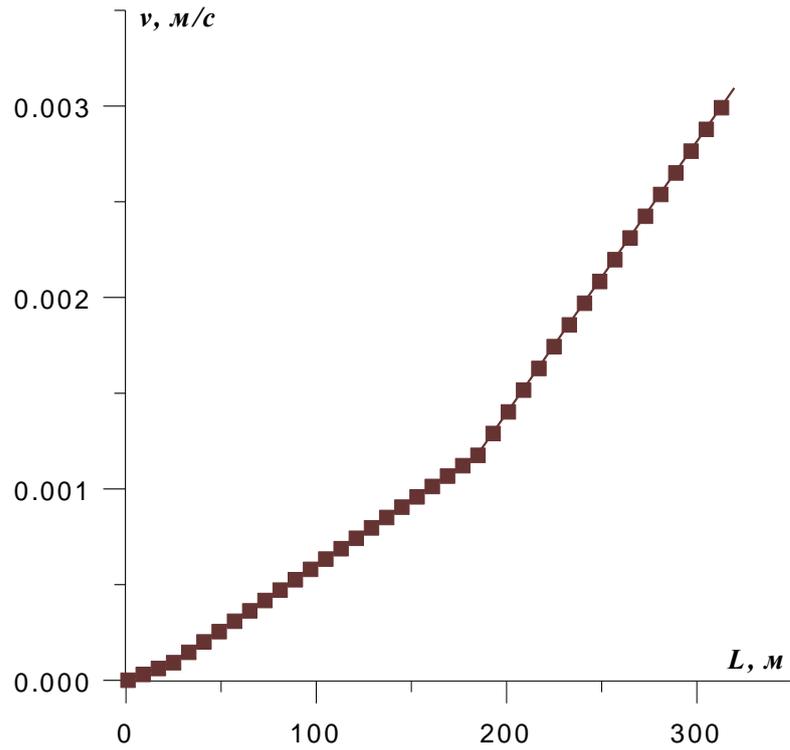


Рис. 5.15. ГС № 1947. Распределение скорости жидкости вдоль ствола скважины.

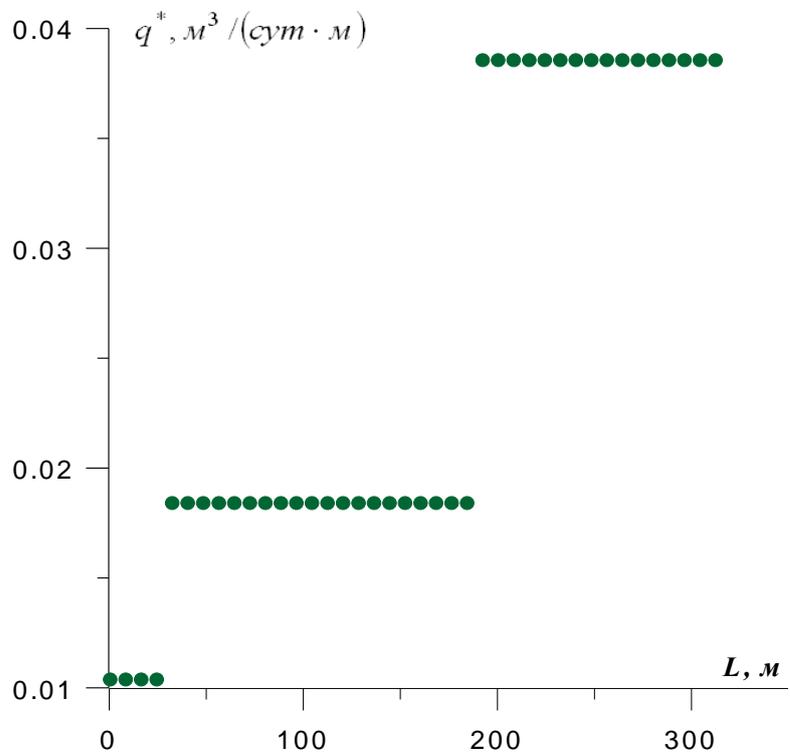


Рис. 5.16. ГС № 1947. Распределение притока жидкости вдоль ствола скважины.

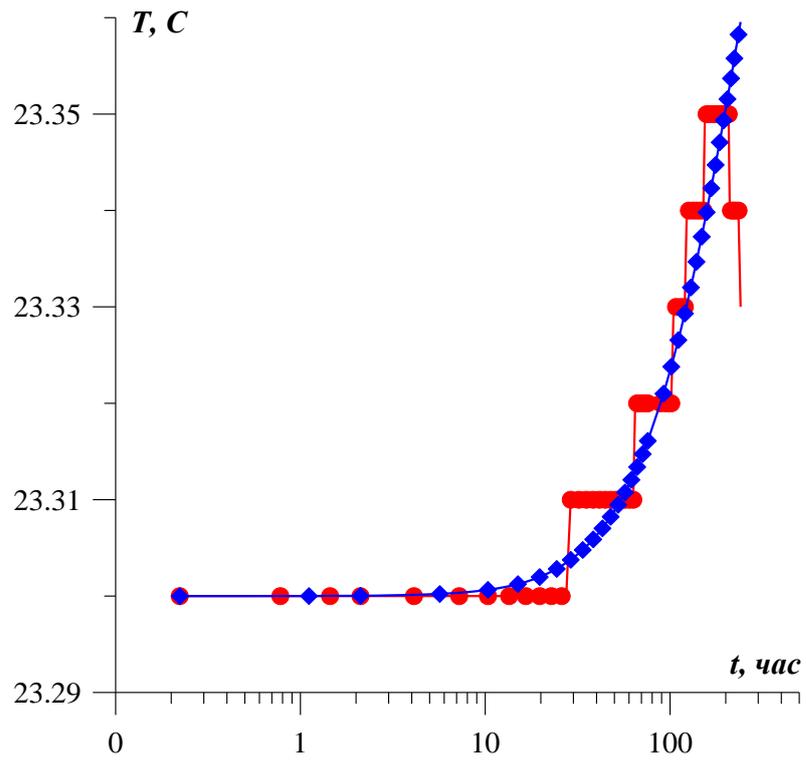


Рис. 5.17. ГС № 1947. Прибор №120. Кривая изменения температуры.

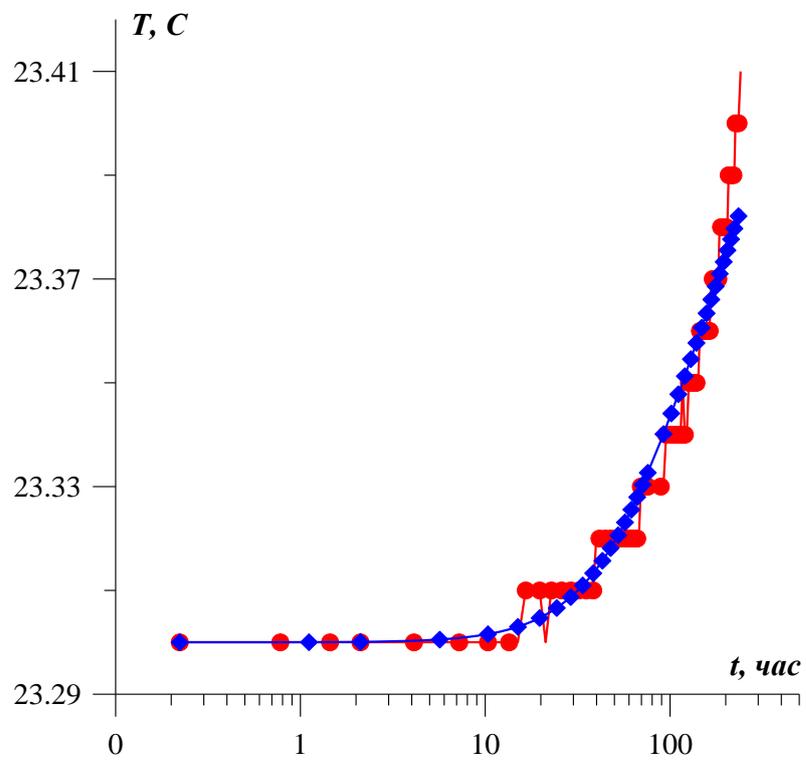


Рис. 5.18. ГС № 1947. Прибор №119. Кривая изменения температуры.

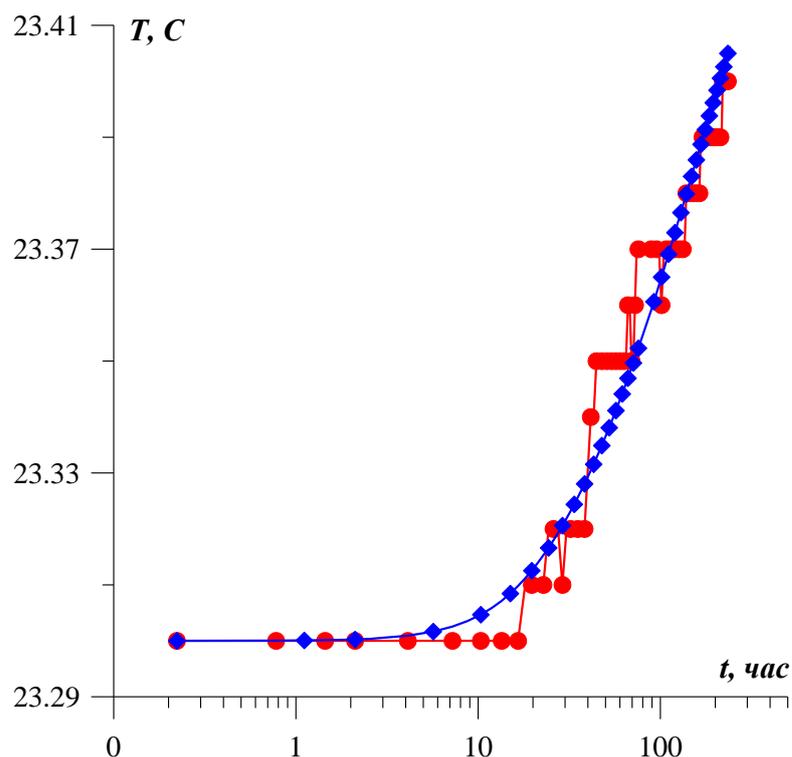


Рис. 5.19. ГС № 1947. Прибор №93. Кривая изменения температуры.

Таблица 5.1. ГС № 1947. Оценки фильтрационных параметров.

	Зона пр. №120	Зона пр. №119	Зона пр. №93
По кривым изменения температуры			
$k/\mu$ (мкм <sup>2</sup> /мПа·с)	$5.71 \cdot 10^{-4}$	$1.01 \cdot 10^{-3}$	$2.12 \cdot 10^{-3}$
По кривым изменения давления			
$k/\mu$ (мкм <sup>2</sup> /мПа·с)	$7,30 \cdot 10^{-4}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$3,86 \cdot 10^{-3}$

Численное решение обратной задачи с использованием результатов термогидродинамических исследований хорошо согласуется с оценками коэффициента проводимости, полученными по результатам интерпретации гидродинамических исследований. В районе расположения прибора № 120 наблюдается низкая проницаемость пласта.

**Исследование ГС № 18326.** Скважина расположена в залежи № 665 Ромашкинского месторождения Республики Татарстан. Скважина имеет 313 метровый открытый горизонтальный участок в данково-лебедянского горизонте в интервале от 1475 до 1788 м (рис. 5.20). В 2004 году в скважине проведены глубинные гидродинамические исследования с использованием технологии доставки приборов. На рис. 5.21 указаны места расположения приборов. После окончания подземного ремонта скважина была пущена в работу с дебитом  $7,8 \text{ м}^3/\text{сут}$ .

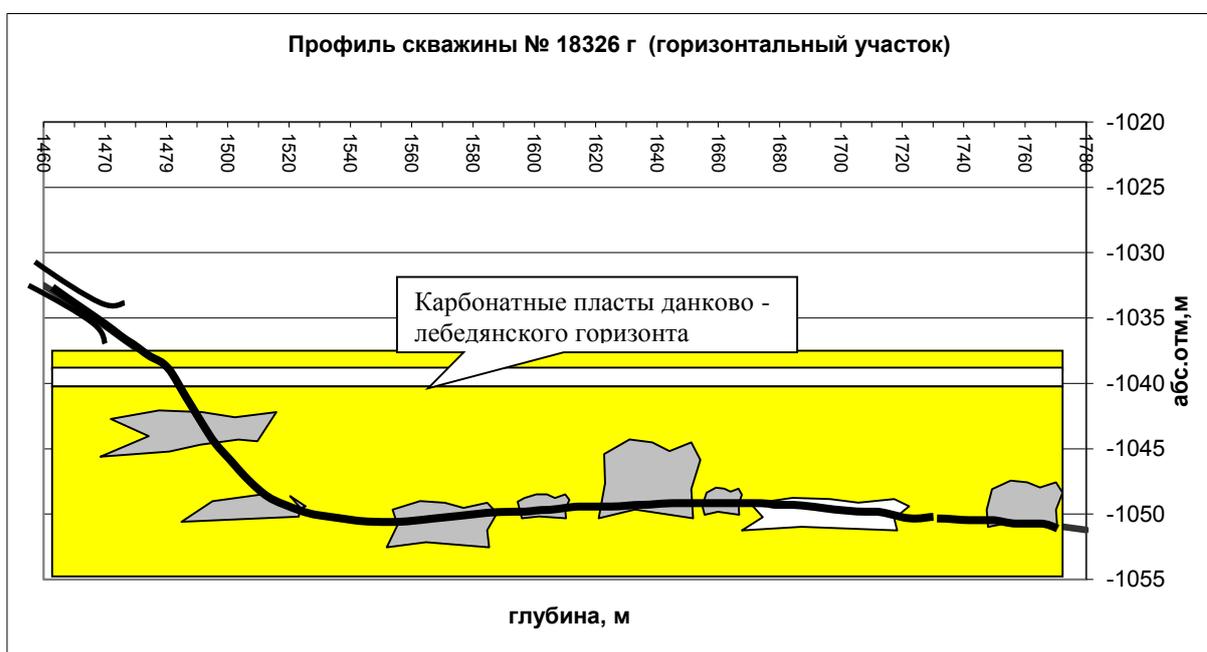


Рис. 5.20.

Схема ствола горизонтальной скважины № 18326 в продуктивном пласте.

■ - коллектор нефтеносный, ■ - коллектор уплотненный или слабонефтенасыщенный, □ - неколлектор.

После пуска скважины приборами №№ 1879, 1721 и 1885 было зарегистрировано монотонное повышение температуры, вызванное притоком в ствол скважины жидкости из пласта. Прибором № 1726 было зарегистрировано незначительное повышение температуры.

Предложенный вычислительный алгоритм применяется для интерпретации кривых изменения температуры, снятых глубинными приборами №№ 1879, 1721, 1726 и 1885. Для этого пласт разбивается на

четыре зоны однородности, в которых расположены приборы №№ 1879, 1721, 1726 и 1885.

На рис. 5.22 – 5.23 приводятся результаты расчетов распределения скорости течения жидкости и температуры в стволе горизонтальной скважины. Распределение притока жидкости вдоль ствола горизонтальной скважины приводится на рис.5.24.

На рис.5.25 – 5.28 и в табл. 5.2 приводятся результаты интерпретации кривых изменения температуры по приборам №№ 1879, 1721, 1726 и 1885. На рис. 5.25 – 5.28 приведены вычисленные и наблюдаемые кривые изменения температуры. В табл. 5.2. приведены оценки проницаемости в зонах расположения приборов.

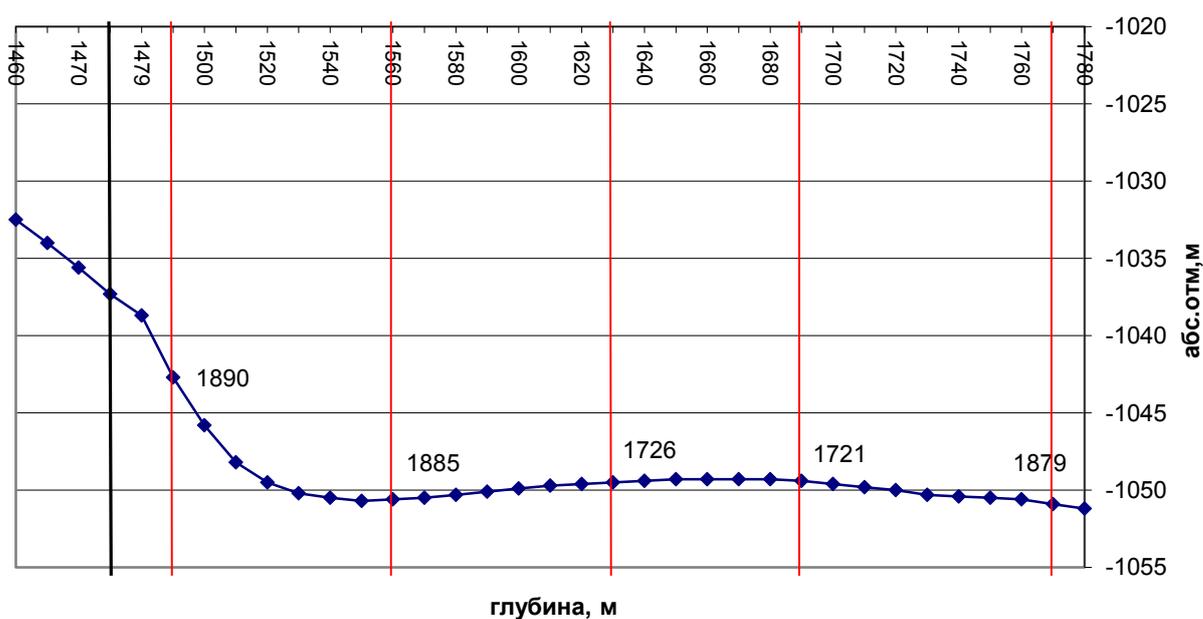


Рис. 5.21. Схема траектории ствола ГС № 18326 и места расположения приборов

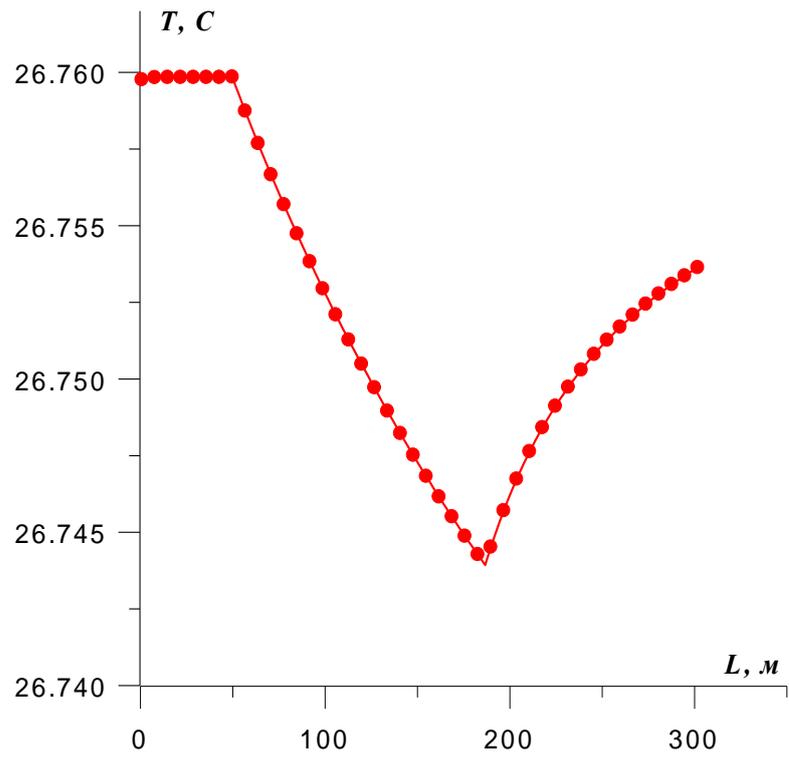


Рис. 5.22. ГС № 18326. Распределение температуры по стволу скважины.

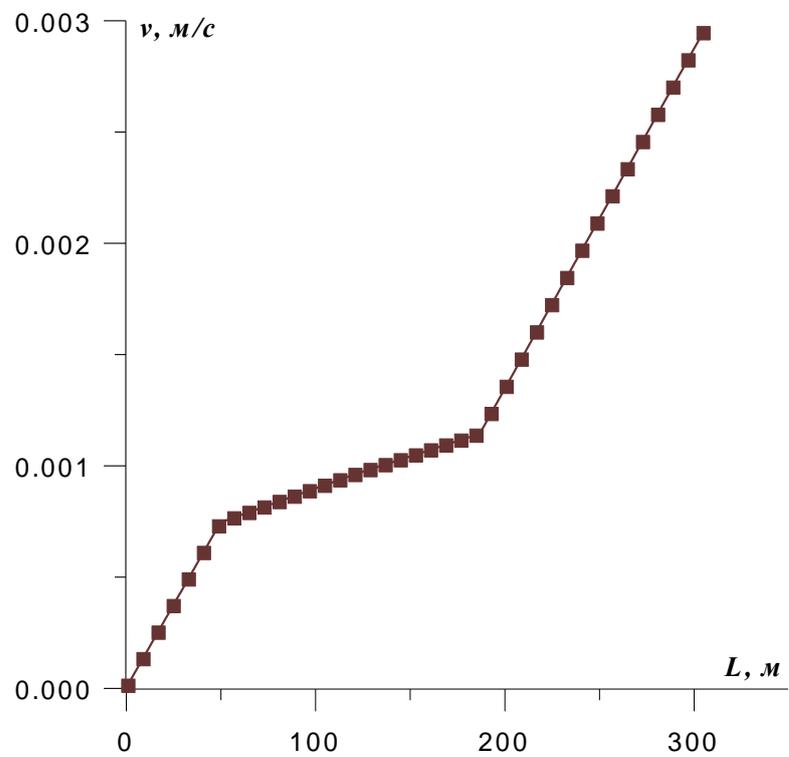


Рис. 5.23. ГС № 18326. Распределение скорости жидкости по стволу скважины.

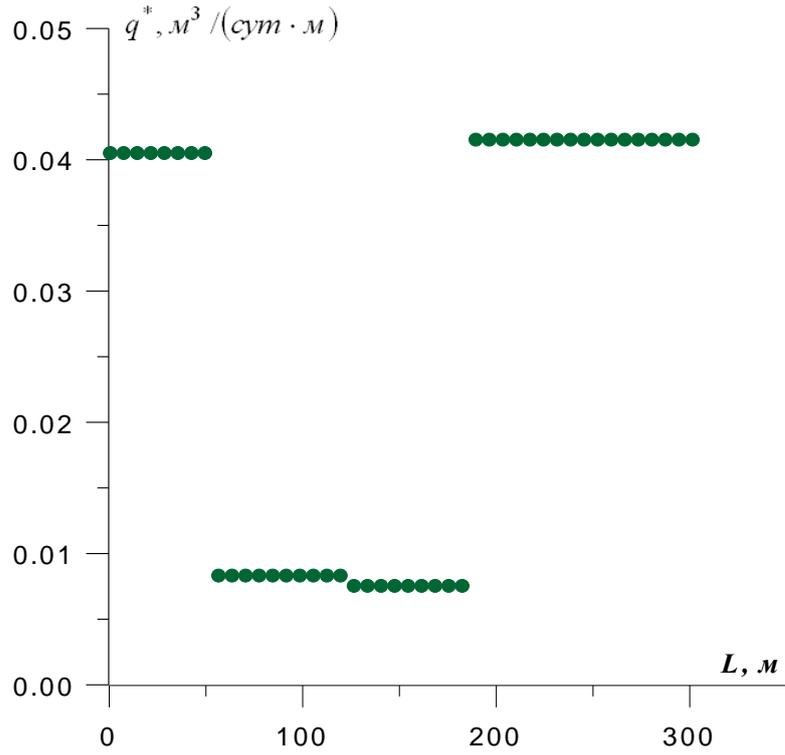


Рис. 5.24. ГС № 18326. Распределение притока жидкости по стволу скважины.

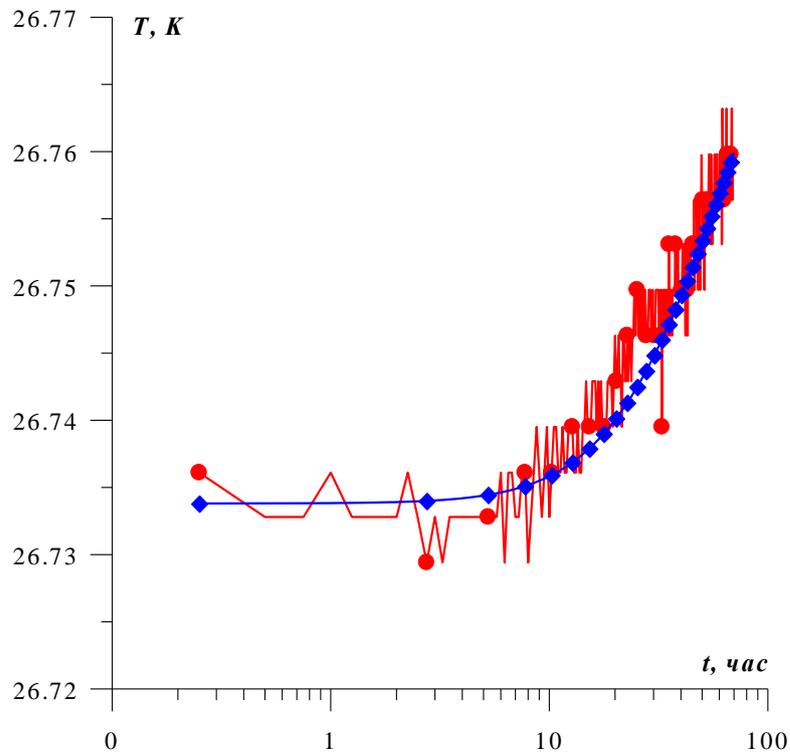


Рис. 5.25. ГС № 18326. Прибор №1879. Кривая изменения температуры.  
 ● – наблюдаемая, ◆ - вычисленная.

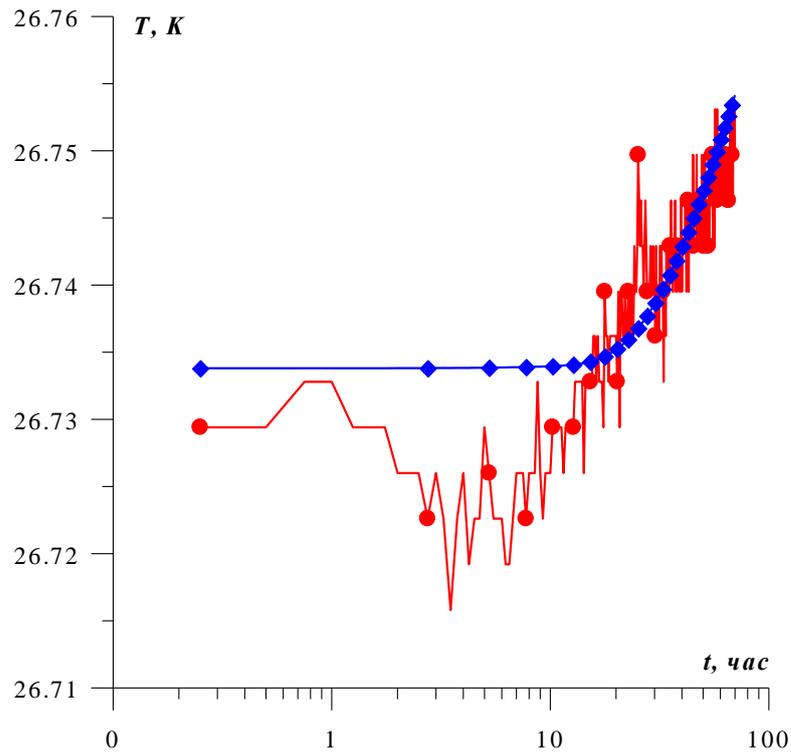


Рис. 5.26. ГС № 18326. Прибор №1721. Кривая изменения температуры.  
 ● – наблюдаемая, ◆ - вычисленная.

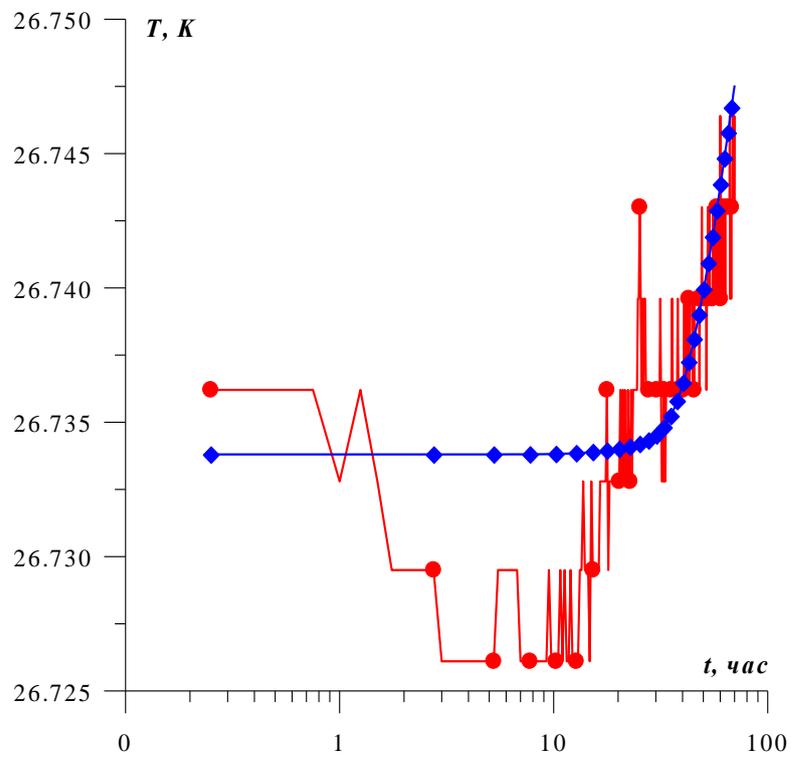


Рис. 5.27. ГС № 18326. Прибор №1726. Кривая изменения температуры.  
 ● – наблюдаемая, ◆ - вычисленная.

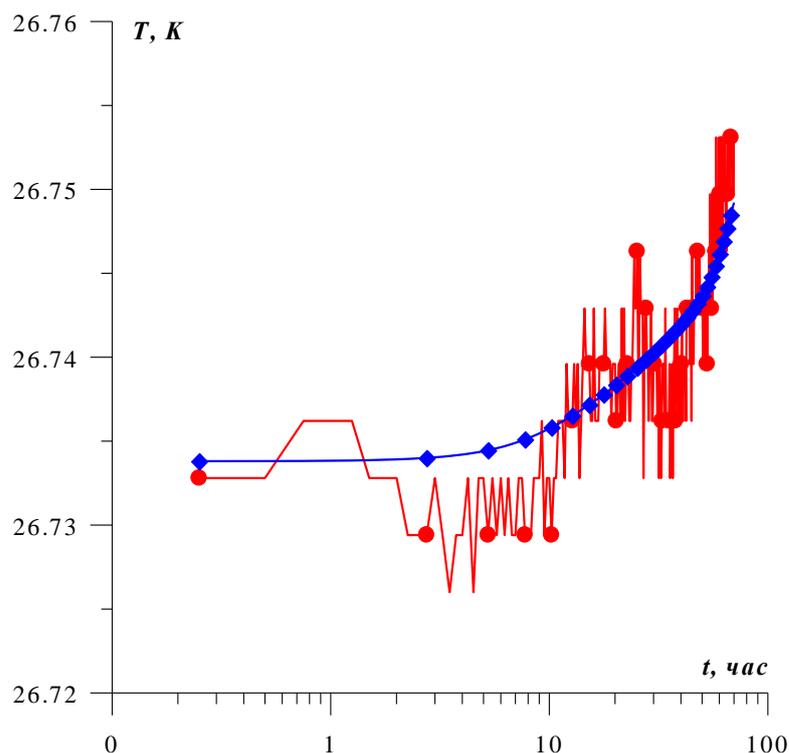


Рис. 5.28. ГС № 18326. Прибор №1885. Кривая изменения температуры.  
 ● — наблюдаемая, ◆ - вычисленная.

Таблица 5.2. ГС № 18326. Оценки фильтрационных параметров.

	Зона пр. №1879	Зона пр. №1721	Зона пр. №1726	Зона пр. №1885
Интерпретация кривых изменения температуры				
$k/\mu$ (мкм <sup>2</sup> /мПа·с)	$1.04 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-4}$	$1.93 \cdot 10^{-4}$	$1.07 \cdot 10^{-3}$
Интерпретация кривых изменения давления				
$k/\mu$ (мкм <sup>2</sup> /мПа·с)	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$4,46 \cdot 10^{-3}$	$3,63 \cdot 10^{-3}$	$6,34 \cdot 10^{-3}$

Из полученных результатов следует, что зоны расположения приборов № 1721, 1726 имеют низкую проницаемость – в этих участках приток к стволу горизонтальной скважины наименьший (рис. 5.20). Геофизические исследования показали, что в районе 1680-1721 м (прибор № 1721) ствол скважины проходит по низкопроницаемому включению, а в

районе 1620-1670 м (прибор № 1726) – по слабонефтенасыщенному включению. Результаты исследований, проведенных ОАО «Пермнефтегеофизика» в середине 2006 года с технологическим комплексом «ЛАТЕРАЛЬ-2005», показали, что в зонах расположения этих приборов наблюдается низкий приток к стволу горизонтальной скважины.

Оценки проводимости в районах расположения приборов №№ 1885 и 1879, полученные по кривым изменения температуры и давления хорошо согласуются. При интерпретации результатов гидродинамических исследований скин-эффект не учитывался, поэтому имеется расхождение оценок проводимости в районах расположения приборов №№ 1721, 1726.

## **Заключение**

### **Основные результаты и выводы**

1. Разработана математическая модель для описания термогидродинамических процессов в системе «пласт-горизонтальная скважина» и метод интерпретации кривых изменения температуры, снятых одновременно несколькими глубинными измерительными автономными приборами, установленными в различных участках ствола горизонтальной скважины. Он позволяет оценить фильтрационные параметры неоднородного пласта и строить профиль притока вдоль ствола горизонтальной скважины.

2. Разработана математическая модель, описывающая термогидродинамические процессы в системе «слоистый пласт-вертикальная скважина» и метод интерпретации результатов термогидродинамических исследований, который позволяет оценивать фильтрационные свойства пропластков, а также величину притока из каждого пропластка.

3. Создан метод на основе теории регуляризации А. Н. Тихонова для определения фильтрационных свойств многослойных пластов по информации, поступающей в процессе текущей разработки пласта при одновременно раздельной эксплуатации.

4. Создан эффективный метод представления трещины гидроразрыва в численных моделях фильтрации и разработан вычислительный алгоритм интерпретации результатов нестационарных гидродинамических исследований вертикальных скважин с трещиной гидроразрыва.

## Список литературы

1. Авдеев, А.В. К решению одной обратной задачи, связанной с оценкой параметров нефтяного пласта / А.В. Авдеев, М.М. Лаврентьев-мл., Э.В. Горюнов и др. //Вычислительные технологии, 2001. – Т. 6, №6. – С. 3-13.
2. Азиз, Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари // М: Недра. – 1982. – 407 с.
3. Алифанов, О. М. Обратные задачи теплообмена / О.М. Алифанов // М.: Машиностроение. – 1988. – 280с.
4. Алифанов, О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач / О.М. Алифанов, Е.А. Артюхин, С.В. Румянцев // М.: Наука. – 1988. – 286 с.
5. Алишаев, М.Г. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений / М.Г. Алишаев , М.Д. Розенберг, Е.В. Теслюк // М.: Наука. – 1985. – 271 с.
6. Афанасьев, Е. Ф., Васильев Ю. К., Славянский А. А. К задаче о течении жидкости в системе пористый пласт – скважина / Е. Ф. Афанасьев, Ю. К. Васильев, А. А. Славянский // Тр. МИНХ и ГП им. Губкина. – 1977. – Вып. 129. С. 6-14.
7. Бадертдинова, Е. Р. Оценивание коллекторских свойств слоистых систем при нестационарной фильтрации. / Бадертдинова Е. Р. //Вестник Казанского технологического университета. – 2006. – №4. – С. 224-230.
8. Бадертдинова, Е. Р. Определение фильтрационных параметров многослойных нефтяных пластов на основе методов регуляризации. диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Е. Р. Бадертдинова // Казань. – 2001. – 99 с.

9. Бадертдинова, Е. Р. Термогидродинамические методы исследования скважин, вскрывших слоистые пласты, на основе теории регуляризации / Е. Р. Бадертдинова // Материалы Десятой Международной конференции «Сеточные методы для краевых задач и приложения». – Казань: Казан. ун-т – 2014. – С. 97-102.
10. Бадертдинова, Е. Р. Определение фильтрационных и теплофизических параметров слоистого пласта по результатам термогидродинамических и гидродинамических исследований вертикальных скважин на основе теории регуляризации / Е. Р. Бадертдинова // Вестник Казанского технологического университета. – 2015. – Т. 18., №5. – С. 194-198.
11. Бадертдинова Е. Р. Численное решение обратной задачи фильтрации в пласте, содержащем трещину гидроразрыва / Е.Р. Бадертдинова, И.Т. Салимьянов // Материалы VIII Всероссийской конференции, посвященной 80-летию со дня рождения А.Д. Ляшко, «Сеточные методы для краевых задач и приложения». – Казань: Казан. ун-т. – 2010. – С. 105- 109.
12. Бадертдинова, Е. Р. Определение фильтрационно-емкостных параметров пласта и трещины по результатам нестационарных гидродинамических исследований / Е. Р. Бадертдинова, И.Т. Салимьянов // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2011. – №3. – С. 62 – 67.
13. Бадертдинова, Е. Р. Определение фильтрационно-емкостных параметров пласта и трещины гидравлического разрыва, полученной на основе технологии с использованием проппанта с полимерным покрытием / Е. Р. Бадертдинова, Х.Э. Харлампиди, И.Т. Салимьянов // Вестник Казанского технологического университета. – 2011. – № 2. – С.71-79.

14. Бадертдинова, Е. Р. Определение фильтрационных параметров слоистого пласта по данным нестационарного притока жидкости к скважине / Е. Р. Бадертдинова, М.Х. Хайруллин // Инженерно-физический журнал. – Т. 79, №3. – 2006.
15. Балакиров, Ю.А. Термодинамические исследования фильтрации нефти и газа в залежи / Ю.А. Балакиров // М.: Недра. – 1970. – 230 с.
16. Бан А. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости / А. Бан, А. Ф. Богомолова, В. А. Максимов, В. Н. Николаевский, В. Г. Оганджянц, В. М. Рыжик // М.: Гостоптехиздат. – 1962. – 275 с.
17. Баренблатт Г.И., Борисов Ю.П. Каменский С.Г., Крылов А.П. Об определении параметров нефтяного пласта по данным о восстановлении давления в остановленных скважинах. //Известия Академии Наук СССР (отделение технических наук), №11, 1957.
18. Баренблатт Г.И., Ентов В.И., Рыжик В.М. Движение жидкости и газов в природных пластах. М: Недра, 1984.
19. Баренблатт Г.И., Максимов В.А. О влиянии неоднородностей на определение параметров нефтяного пласта по данным нестационарного притока жидкости к скважинам. //Известия Академии Наук СССР (отделение технических наук), №7, 1958.
20. Басниев К. С., Дмитриев Н. М., Каневская Р. Д., Максимов В. М. Подземная гидромеханика. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований. – 2006. – 488 с.
21. Басниев К. С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М: Недра, 1993, -416 с.
22. Басниев К. С., Хайруллин М. Х., Шамсиев М.Н., Садовников Р.В., Морозов П.Е. Интерпретация газогидродинамических исследований вертикальных скважин в деформируемых пластах // Газовая промышленность. – 2002. – № 11. – С.33–35.

23. Басович И.Б. Определение переменной проницаемости пласта в случае радиальной симметрии по опытным откачкам из центральной скважины. //Прикл. мат. и мех. 1974, т.38, №3, с.514-522.
24. Бек Дж., Блокуэлл Б., Сент-Клер Ч. Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир,1989, 310 с.
25. Блинов А. Ф., Дияшев Р. Н. Исследование совместно эксплуатируемых пластов. М.: Недра. 1971.-173с.
26. Бойко В.С. Разработка и эксплуатация нефтяных месторождений. – М.: Недра. –1990. – 432 с.
27. Булыгин В.Я. Гидромеханика нефтяного пласта. М.: Недра, 1974, - 230с.
28. Булыгин В.Я. Идентификация при математическом моделировании пластовых систем // Сб. Проблемы теории фильтрации и механика процессов повышения нефтеотдачи. М.: Наука, 1987,с.36-45.
29. Бондарев, Э.А. Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа / Э.А. Бондарев, В.И. Васильев, А.Ф. Воеводин, Н.Н. Павлов, А.П. Шадрина // М.: Наука. – 1988. – 270 с.
30. Бондарев, Э. А. Температурный режим нефтяных и газовых скважин / Э. А. Бондарев, Б. А. Красовский // Новосибирск: Наука. – 1974. – 89 с.
31. Бузинов С.Н., Умрихин И.Д. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов / С.Н. Бузинов, И.Д. Умрихин // М.: Недра. – 1984. – 270 с.
32. Бузинов, С.Н. Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации / С.Н. Бузинов, И.Д. Умрихин // М.: Недра. – 1964. – 272 с.
33. Вабищевич, П.Н. Численные методы решения коэффициентной обратной задачи / П.Н. Вабищевич, А.Ю. Денисенко // Сб. Методы

- математического моделирования и вычислительной диагностики. М.: Изд-во МГУ. – 1990. – С.35-45.
34. Валиуллин, Р. А. Термогидродинамические исследования пластов и скважин нефтяных месторождений / Р. А. Валиуллин, Г. Р. Вахитова, В. Ф. Назаров, А. Ш. Рамазанов, Р. Ф. Шарафутдинов, В. Я. Федотов, Р. К. Яруллин // – Уфа, 2004. – 249 с.
  35. Валиуллин, Р.А. Количественная интерпретация нестационарных температурных данных в многопластовой скважине на основе температурных симуляторов / Р.А. Валиуллин, А.Ш. Рамазанов, А.А. Садретдинов, Р.Ф. Шарафутдинов, В.В. Шако, М.В. Сидорова, Д.Н. Крючатов // Доклад SPE-171233, представленный на Российской нефтегазовой технической конференции и выставке SPE по разведке и добыче. 14-16 октября. – 2014. – Москва. – Россия.
  36. Васильев, О. Ф. О газотермодинамическом расчете потоков в простых и сложных трубопроводах (постановка задачи) / О. Ф. Васильев, А. Ф. Воеводин // Изв. Сиб. отд. АН СССР. – 1968. – №13. Вып 3. – С. 53.
  37. Васильев, Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач / Ф. П. Васильев // М.: Наука. – 1980. – 519 с.
  38. Вахитов, Г. Г. Разностные методы решения задач разработки неоднородных нефтеводоносных пластов методом конечных разностей / Г. Г. Вахитов // М.: Недра. – 1970. – 248 с.
  39. Вирновский, Г.А. Об идентификации двумерной модели течения однородной жидкости в пористой среде/ Г.А Вирновский, Е.И. Левитан // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1990. – Т. 30, №5. – С. 727-735.
  40. Воеводин, В.В. Вычислительные основы линейной алгебры / В.В. Воеводин // М.: Наука. – 1980. – 304 с.

41. Гиматудинов, Ш.К. Физика нефтяного пласта / Ш.К. Гиматудинов // М.: Гостоптехиздат. – 1963. – 274 с.
42. Гласко, В. Б. Обратные задачи математической физики / В.Б. Гласко // М.: Изд-во МГУ. – 1984. – 111 с.
43. Глоговский, М.М. Определение параметров при совместной эксплуатации пластов по кривым изменения дебита / М.М. Глоговский, Р.Н. Дияшев // Тр.МИНХ и ГП, вып.91, М.: изд-во Недра. – 1968. – С. 305-316.
44. Голубев, Г.В. Определение гидропроводности неоднородных нефтяных пластов нелокальными методами / Г.В. Голубев, П.Г. Данилаев, Г.Г. Тумашев // Казань: Изд-во КГУ. – 1978. – 176 с.
45. Гончарский, А.В. Численные методы решения обратных задач астрофизики / А.В. Гончарский, А.М. Черепашук, А.Г. Ягода // М.: Наука. – 1978. – 335 с.
46. Гортышов, Ю.Ф. Численный метод решения обратной задачи термометрии вертикальных нефтяных скважин / Ю.Ф. Гортышов, В.Р. Гадильшина, М.Х. Хайруллин // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2012. – № 4, вып. 1, С. 56-60.
47. Данилаев, П. Г. Коэффициентные обратные задачи для уравнений параболического типа и их приложения / П. Г. Данилаев // Казань. Изд-во Казанского математического общества, изд-во УНИПРЕСС. – 1998. – 127с.
48. Дахнов, В.Н. Термические исследования скважин / В.Н. Дахнов, Д.И. Дьяконов //Гостоптехиздат. – 1952. – 252 с.
49. Денисов, А.М. Введение в теорию обратных задач / А.М. Денисов // М., изд-во МГУ. – 1994. – 208 с.
50. Дияшев, Р.Н. Совместная разработка нефтяных пластов / Р.Н. Дияшев // М.Недра. – 1984. – 208с.

51. Желтов, Ю. П. Механика нефтегазоносного пласта / Ю. П. Желтов // М.: Недра. – 1975. – 216 с.
52. Желтов, Ю.П. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта / Ю.П. Желтов, С.А. Христианович // Известия Академии наук СССР. Отд-ние техн. наук. – 1955. – N 5. – С.3-41.
53. Закиров, С. Н. Взаимодействие залежей газа и нефти с пластовыми водами / С. Н. Закиров и др. // М.: Недра. – 1991. – 189 с.
54. Закиров, С. Н. К достоверной интерпретации результатов гидродинамических исследований скважин / С. Н. Закиров, Э. С. Закиров, З. Т. Мамедов // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений, изд-во ВНИИОЭНГ. – Москва. – 2010. – №10. –С. 33-37.
55. Закиров, Э. С. Ирезмерные многофазные задачи прогнозирования, анализа и регулирования разработки месторождений нефти и газа / Э. С. Закиров // Изд. Грааль. – 2001. – 303 с.
56. Зотов, Г.А. Инструкция по комплексному исследованию газовых и газоконденсатных пластов и скважин / Г. А. Зотов, З. С. Алиев // М.: Недра. – 1980.
57. Индрупский, И.М. Новые научно-методические и технологические решения применительно к разработке месторождений нефти и газа на основе модели эффективного порового пространства: автореф. дис. докт. тех. наук: 25.00.17 Индрупский Илья Михайлович; ИПНГ РАН. – М., 2010. – 50 с.
58. Кадет, В. В. Фильтрация флюида в среде, содержащей эллиптическую трещину гидроразрыва / В. В. Кадет, В. И. Селяков // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1988. - №5. – С. 54-60.
59. Каменецкий, С.Г. Нефтепромысловые исследования пластов / С.Г. Каменецкий, В.М. Кузьмин, В.П. Степанов // М.: Недра. – 1974. – 221с.

60. Каменецкий, С.Г. Изучение характеристики пластов по вскрытому разрезу / С.Г. Каменецкий, В.М. Кузьмин // Тр. ВНИИ., вып.50, М., изд-во Недра. – 1967. – С. 132-138.
61. Каневская, Р.Д. Зарубежный и отечественный опыт применения гидроразрыва пласта / Р.Д. Каневская // – М.: ВНИИОЭНГ. – 2002. – 40 с.
62. Каневская, Р.Д. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта / Р.Д. Каневская // М.: ООО «Недра-Бизнесцентр». – 1999. – 212с.
63. Котляр, Л.А. Математическое моделирование и интерпретация нестационарных термогидродинамических процессов в системе скважина-пласт: дис. Канд. физ.-мат. наук: 25.00.10/ Котляр Лев Андреевич; МГРИ-РГГРУ. – М. – 2013. – 145 с.
64. Кривоносов, И. В. Освоение, исследование и эксплуатация многопластовых скважин / И. В. Кривоносов, Ю.А. Балакиров // М.:Недра. – 1975. – 165 с.
65. Кривоносов, И.В. Расчет дебитов скважин с трещиноватой призабойной зоной пласта / И.В. Кривоносов, И.А. Чарный // Нефтяное хозяйство. – 1955, №4. – С.40-47.
66. Кричлоу, Г.Б. Современная разработка нефтяных месторождений - проблемы моделирования / Г.Б. Кричлоу // М.: Недра. – 1979. – 303 с.
67. Кузьмин, В.М. Определение параметров совместно разрабатываемых пластов / Л.Г. Кульпин, Ю.П. Мясников //НТС по добыче нефти. Изд-во Недра. – 1969. – № 36. – С. 122-125.
68. Кульпин Л.Г., Мясников Ю.П. Гидродинамические методы исследования нефтегазоносных пластов. М.: Недра, 1974, -200с.

69. Куштанова, Г. Г. Температурный контроль разработки месторождений нефти и газа / Г. Г. Куштанова // Казань. – Новое знание. – 2003. – 178 с.
70. Лаврентьев, М. М. Одномерные обратные задачи математической физики / М. М. Лаврентьев, К. Г. Резницкая, В. Г. Яхно // Новосибирск: Наука, Сиб. Отделение. – 1982. – 88 с.
71. Лаврентьев, М. М., Некорректные задачи математической физики и анализа / М. М. Лаврентьев, В. Г. Романов, С. П. Шишатский // М.: Наука. – 1980. – 286 с.
72. Литвинов, А. А. Промысловые исследования скважин / А. А. Литвинов, А. Ф. Блинов // М.: Недра. – 1964. – 235 с.
73. Лурье, М. В. Математическое моделирование процессов трубопроводного транспорта нефти, нефтепродуктов и газа / М. В. Лурье // Изд-во Нефть и газ. РГУ нефти и газа. М. – 2003. – 335 с.
74. Максutow, Р. А. Совместно-раздельный отбор нефти и раздельная закачка воды по пластам горизонта Д на Ромашкинском месторождении / Р. А. Максutow, А. А. Литвинов, Б. Е. Добросок // В кн. Опыт одновременной раздельной эксплуатации нескольких пластов через одну скважину. ЦНИИТЭнефтегаз. Москва. – 1964. – С. 45-84.
75. Марон, В. И. Гидродинамика однофазных и многофазных потоков в трубопроводе / В. И. Марон //: учебное пособие. М.: МАКС Пресс. – 2009. – 344 с.
76. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук // М.: Наука. – 1980. – 534 с.
77. Мангазеев, П. В., Гидродинамические исследования скважин / П. В. Мангазеев, М. В. Панков, Т. Е. Кулагина, М. Р. Камартдинов, Т. А. Деева // Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ. – 2004. – 340 с.

78. Маскет, М. Течение однородной жидкости в пористой среде / М. Маскет // М.-Л.: Гостоптехиздат. – 1949. – 628 с.
79. Михлин, С.Г. Вариационные методы в математической физике / С.Г. Михлин // 2-ое изд. перераб. и доп. М.: Наука. – 1970. – 512 с.
80. Морозов, В.А. Регулярные методы решения некорректно поставленных задач / В.А. Морозов // М.: Наука. – 1987. – 240 с.
81. Морозов, П. Е. Интерпретация кривых восстановления давления, снятых одновременно на разных участках ствола горизонтальной скважины / П. Е. Морозов, Р. Г. Фархуллин, М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев // Изв. РАН. МЖГ. – 2007. – № 1. – С. 91-95.
82. Николаевский, В.Н. Механика насыщенных пористых сред / В.Н. Николаевский, К. С. Басниев, А. Т. Горбунов, Г. А. Зотов // М.: Недра. – 1970. – 336 с.
83. Непримеров, Н.Н. Трехмерный анализ нефтеотдачи охлажденных пластов / Н.Н. Непримеров // Казань: Изд-во КГУ. – 1978. – 216 с.
84. Непримеров, Н. Н. Особенности теплового поля нефтяного месторождения / Н. Н. Непримеров, М. А. Пудовкин, А. И. Марков // Казань: Изд-во Казанского университета. – 1968.
85. Овчинников, М. Н. Гидропроводность в методе кривых восстановления давления как динамический параметр / М. Н. Овчинников // Изв. вузов. Нефть и газ. – 2004., №6. – С. 41-45.
86. Полубаринова-Кочина, П. Я. Теория движения грунтовых вод / П. Я. Полубаринова-Кочина // М.: Наука. – 1977. – 664с.
87. Позин, Л. З. Дифференциальная термометрия нефтяных и газовых скважин / Л. З. Позин // – Москва: Недра. – 1965. – 115с.
88. Проселков, Ю. М. Теплопередача в скважинах / Ю. М. Проселков // Москва: Недра. – 1975. – 234с.

89. Пудовкин, М. А., Саламатин А. И., Чугунов В. А. Температурные процессы в действующих скважинах / М. А. Пудовкин, А. И. Саламатин, В. А. Чугунов // Казань: КГУ. – 1977. – 168 с.
90. Рамазанов, А. Ш. Аналитическая модель для расчета температурного поля в нефтяном пласте при нестационарном притоке жидкости / А. Ш. Рамазанов, В. М. Нагимов // Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн. – 2008. – [http://www.ogbus.ru/authors/Ramazanov\\_2.pdf](http://www.ogbus.ru/authors/Ramazanov_2.pdf). – 8 с.
91. Рамазанов, А. Ш. Температурное поле в пласте с учетом термодинамических эффектов при работе скважины с переменным дебитом / А. Ш. Рамазанов, В. М. Нагимов, Р. К. Ахметов // Нефтегазовое дело. – 2013. – №1. – С. 527-536.
92. Романов, В. Г. Обратные задачи математической физики / В. Г. Романов // – М.: Наука. – 1984. – 263 с.
93. Самарский, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский // М.: Наука. – 1983. – 611 с.
94. Самарский, А. А. Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, С.Е. Николаев // М.: Наука – 1978. – 590 с.
95. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин // М.: Наука. – 1986. – 287 с.
96. Тихонов, А. Н. Численные методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, А. В. Гончарский, В.В. Степанов, А.Г. Ягода // М.: Наука. – 1990. – 230 с.
97. Требин, Ф.А. Гидромеханические методы исследования скважин и пластов / Ф.А. Требин, Г.В. Щербаков, В. П. Яковлев // М.: Недра. – 1976.
98. Фархуллин, Р. Г. Гидродинамические исследования горизонтальных скважин, вскрывших слоистые пласты / Р. Г. Фархуллин, Р. С. Хисамов, М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, П. Е. Морозов, Е. Р. Бадертдинова // Геология, геофизика и разработка нефтяных и

- газовых месторождений, изд-во ВНИИОЭНГ. – Москва. – 2005. – №12. –С. 50-52
99. Филиппов, А.И. Температурное поле в пласте и скважине/ А. И. Филиппов, О. В. Ахметова // Уфа: АН РБ. – Гилем. – 2011. – 336 с.
100. Форсайт, Д.Ж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений / Д.Ж. Форсайт, К. Молер //М.: Мир. – 1969. – 166 с.
101. Хайруллин, М. Х. О решении обратных задач подземной гидромеханики с помощью регуляризирующих по А. Н. Тихонову алгоритмов / М. Х. Хайруллин // Ж. вычисл. матем. и матем. Физики. – 1986. – Т. 26, №5. – С.780-783.
102. Хайруллин, М. Х. О регуляризации обратной коэффициентной задачи нестационарной фильтрации / М. Х. Хайруллин //Докл. АН СССР. – 1988. – Т. 299, №5. – С. 1108-1111.
103. Хайруллин, М.Х. Численное решение обратной задачи фильтрации жидкости к вертикальной скважине с трещиной гидравлического разрыва пласта / М.Х. Хайруллин, Е. Р. Бадертдинова, М. Н. Шамсиев, И. Т. Салимьянов // Труды VIII школы-семинара молодых ученых и специалистов академика РАН В.Е. Алемасова. – Казань: Издательство Казанского государственного энергетического университета. – 2012.
104. Хайруллин, М. Х. Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин методами регуляризации / М. Х. Хайруллин, Р. С. Хисамов, М. Н. Шамсиев, Р. Г. Фархуллин // М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьютерных исследований. – 2006. – 172 с.
105. Хайруллин, М. Х. Гидродинамические методы исследования вертикальных скважин с трещиной гидроразрыва пласта / М. Х.

- Хайруллин, Р. С. Хисамов, М. Н. Шамсиев, Е.Р. Бадертдинова // М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014. – 84 с.
106. Хайруллин, М. Х. Термогидродинамические исследования вертикальных нефтяных скважин / М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, Е. Р. Бадертдинова // ТВТ. – 2011. – том 49. – № 5.
107. Хайруллин, М. Х. Термогидродинамические исследования горизонтальных нефтяных скважин / М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, Е. Р. Бадертдинова, А. И. Абдуллин // Теплофизика высоких температур. – 2012. – v Т. 50. – №6. С.830-834.
108. Хайруллин, М. Х. Интерпретация результатов термогидродинамических исследований вертикальных скважин, эксплуатирующих многопластовые залежи / М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, Е. Р. Бадертдинова, А. И. Абдуллин / Хайруллин М. Х., Шамсиев М. Н., Бадертдинова Е. Р., Абдуллин А. И. // ТВТ. – 2014. – № 4.
109. Хайруллин, М.Х. Моделирование гидродинамического взаимодействия пласта и трещины гидравлического разрыва / М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, Е. Р. Бадертдинова, И. Т. Салимьянов, В. Р. Гадильшина // Вестник Казанского технологического университета. – 2015. – Т. 18. № 1. – С. 326-328
110. Хайруллин, М. Х. Оценка эффективности гидравлического разрыва пласта на основе гидродинамических исследований вертикальных скважин / М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, П. Е. Морозов, Р. С. Хисамов, Е. Р. Бадертдинова, И.Т. Салимьянов // Нефтяное хозяйство. – 2009. – №7. – С. 54-56.
111. Хисамов, Р. С. Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин / Р.С. Хисамов, Н.А. Назимов, Р.Г. Фархуллин, М. Т. Ханнанов, Е. Р. Бадертдинова, И. Т. Салимьянов, М. Х. Хайруллин // Сборник докладов научно-практической

- конференции, посвященной 60-летию образования ОАО «Татнефть».  
– Альметьевск. – 2010. – С. 85- 97.
112. Хисамов, Р.С. Новые технологии разработки и эксплуатации многопластовых месторождений / Р. С. Хисамов // Нефтяное хозяйство. – 2008. – № 12. – С. 43-45.
113. Хисамов, Р. С. Гидродинамические исследования скважин и методы обработки результатов измерений / Р. С. Хисамов, Э. И. Сулейманов, Р. Г. Фархуллин и др. // М. ОАО ВНИИОЭНГ. – 1999. – 227с.
114. Хисамов, Р. С. Интерпретация результатов термогидродинамических исследований горизонтальных скважин / Р. С. Хисамов, А. С. Султанов, Р. Г. Фархуллин, Н. А. Назимов, М. Т. Ханнанов, М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, Е. Р. Бадертдинова // Нефтяное хозяйство. – 2011. – № 10. – С. 103-105.
115. Хисамов, Р. С. Термогидродинамические исследования вертикальных скважин, эксплуатирующих многопластовые залежи / Р. С. Хисамов, Р. Г. Фархуллин, М. Х. Хайруллин, Е. Р. Бадертдинова, М. Н. Шамсиев, В. Р. Гадильшина // Нефтяное хозяйство. – 2013. – № 9. – С. 28-30.
116. Хисамов, Р. С. Термогидродинамические исследования вертикальных нефтяных скважин / Р. С. Хисамов, Р. Г. Фархуллин, М. Г. Ханнанов, М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев, Е. Р. Бадертдинова // Нефтяное хозяйство. – 2010. – №9 – С.76-78
117. Чарный, И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах / И. А. Чарный // М.: Недра. – 1975. – 296 с.
118. Чарный, И. А. Подземная гидромеханика / И. А. Чарный // М.: Гостоптехиздат. – 1963. – 396с.
119. Чекалюк, Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта / Э. Б. Чекалюк // М.: Недра. – 1965. – 240 с.

120. Чекалюк, Э.Б. Основы пьезометрии залежей нефти и газа / Э. Б. Чекалюк // Киев: Гос. изд. технической литературы УССР. – 1961. – 286 с.
121. Чернов, Б.С. Гидродинамические методы исследования скважин / Б. С. Чернов, М. Н. Базлов, А. И. Жуков // М.: Гостоптехиздат. – 1960. – 320 с.
122. Шагиев, Р. Г. Исследование скважин по КВД / Р.Г. Шагиев // – М.: Наука. – 1998. – 304 с.
123. Шамсиев, М. Н. Оценка фильтрационных и теплофизических параметров нефтяного пласта по результатам измерений температуры на забое скважины / М. Н. Шамсиев, Е. Р Бадертдинова // Измерительная техника. – 2012. – №3. – С. 45-47.
124. Шамсиев, М. Н. Численное решение коэффициентной обратной задачи нестационарной фильтрации к скважине, пересеченной трещиной гидравлического разрыва / М. Н. Шамсиев, М. Х. Хайруллин, И. Т. Салимьянов, Е. Р. Бадертдинова // ПМТФ. – 2012. – Т.53. – №3.
125. Щелкачев, В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме / В. Н. Щелкачев // М.: Гостоптехиздат. – 1959. – 467 с.
126. Эрлагер, Р. мл. Гидродинамические методы исследования скважин / Р. Эрлагер мл. // М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований. – 512 с.
127. Badertdinova, Determination of filtration parameters of stratified reservoir by the method of regularization / E. R. Badertdinova, M. Kh. Khairullin // Abstracts international conference Modern approaches to flows in porous media. Moscow. – 1999. – P. 1-4.
128. Bourdet, D. Interpreting well tests in fractured reservoirs / D. Bourdet, J. A. Ayoub, T. M. Whittle, Y. M. Pirard, V. Kniazeff // World Oil. – 1983. – P.77-87.

129. Chen, W.H. A new algorithm for automatic history matching/ W. H. Chen, G. R. Gavalas, J. H. Seinfeld, M. L. Wasserman //Soc Petr. Engrs J. – 1974. – Vol. 14, №6. – P. 593-608.
130. Cinco-Ley, H. Transient pressure behavior for a well with a finite-conductivity vertical fracture / H. Cinco-Ley, V. F. Samaniego, A. N. Dominguez // SPE. J. – 1978. – Vol. 18, №4. – P. 253-264.
131. Chavent, G. History matching by use of optimal control theory / G. Chavent, M. Dupuy, P. Lemonier //Soc. Petrol. Eng. J. – 1975 – Vol. 15, №1. – P. 74-86.
132. Economides, M. J. Reservoir Stimulation / M. J. Economides, K. G. Nolte // 3<sup>rd</sup> Edition Publisher. – J. Wiley Sons. – 2000. – 856 p.
133. Gringarten, A.C. Unsteady-state pressure distributions created by a well with a single infinite-conductivity vertical fracture / A.C. Gringarten, H.J. Ramey, R. Raghavan //SPE. J. – 1974. – V. 14, № 4. – P. 347-360. (93)
134. Kravaris, G. Identification of parameters in distributed parameter system by regularization / G. Kravaris, J. H. Seinfeld //SIAM J. Control and Optimization – 1985 – Vol. 23, №2. – P. 217-241.
135. Kuchuk, F.J. Pressure transient analysis and inflow performance for horizontal wells / F. J. Kuchuk, P. A. Goode, B. W. Brice et al. // JPT – 1990, Aug. – P. 974-1031.
136. Kutasov, I. M. A new method for determining the formation temperature from bottom-hole temperature logs. / I. M. Kutasov, L.V. Eppelbaum // Journal of Petroleum and Gas Engineering. – March 2010. – Vol. 1(1). – P. 001-008.
137. Odeh, A.S. Transient flow behavior of horizontal wells: Pressure drawdown and buildup analysis / A. S. Odeh, D. K.Babu // SPE FE. – 1990, Mar. – P. 7-15.

138. Prats, M. Effect of vertical fractures on reservoir behavior – incompressible fluid case/ M. Prats // Soc. Petrol. Eng. Journal. – 1961. – Vol. 1, № 2. – P. 105-118.
139. Ramey, H. J. Wellbore Heat Transmission / H. J. Ramey // JPT. – 1962, №4. – P. 427.
140. Saad, Y. Iterative methods for sparse linear systems. / Y. Saad. – PWS Publishing, Boston, 2000. – 447 pp.
141. VanderVorst, H.A. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems / H. A. VanderVorst // SIAM J. Sci. Comput. – 1992, №12. – P. 631-644.
142. Yeh, W.-G. Variational sensitivity analysis, data requirements and parameter identification in a leaky aquifer system/ W.-G. Yeh, Sun. Ne-Zheng // Water Resources Research. – 1990. – Vol. 26, №9. – P. 1927-1938.
143. Yoshioka K., Zhu D., Hill A. D. Interpretation of Temperature and Pressure Profiles Measured in Multilateral Wells Equipped with Intelligent Completions // SPE 94097/ 2005/