И. Ф. Гончаревич, А. В. Докукин

ДИНАМИКА ГОРНЫХ МАШИН С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
МИНИСТЕРСТВО УГОЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ СССР
Ордена Трудового Красного Знамени
институт горного дела им. А. А. Скочинского

И. Ф. Гончаревич, А. В. Докукин

ДИНАМИКА ГОРНЫХ МАШИН С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА 1975

УДК 62-26.001.24

Динамика горных машин с упругими связями. *Гончаревич И. Ф., Докукин А. В.* Изд-во «Наука», 1975, 1—212.

В книге рассмотрены вопросы динамики машин с упругими связями под нагрузкой с учетом характеристики привода. На базе теории нелинейных колебаний изложены принципы виброреологии и предложены методы построения механико-реологических моделей среды и конструктивных узлов машин. Показаны методы расчета колебательных систем с вибровозбудителями различных типов с учетом нагрузки и характеристики источника энергии. Описаны физические основы самовозбуждения горных машин с упругими связями малой жесткости. Выявлены наиболее перспективные конструктивные решения.

Издание рассчитано на специалистов исследователей, конструкторов, машиностроителей и инженеров-эксплуатационников, занятых проектированием, строительством и освоением машин с упругими связями, в том числе для горной промышленности.

Иллюстраций 80, библиогр. 56 назв.

Ответственный редактор
профессор доктор техн. наук В. М. БЕРМАН

Г $\frac{31301-025}{055(02)-75}$ 701-75 (ч. 2)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Повышение быстроходности, работа в условиях периодических нагрузок заставляют рассматривать многие машины как системы с упругими связями (Кожевников, 1961; Давыдов, Скородумов, 1961; Поповко, 1957). Строго говоря, все машины представляют собой системы с упругими связями. Однако в различных машинах составляющие их звенья характеризуются различной степенью упругости, и собственные частоты их узлов могут либо оказываться в диапазоне частот возмущения, либо находиться достаточно далеко от них. Только с известным приближением некоторые виды машин, характеризующиеся высокой степенью жесткости образующих их звеньев и высокими собственными частотами, могут быть отнесены к системам с кинематическими связями. Да и то такое допущение не ведет к ошибочным результатам только при отсутствии периодических нагрузок или в случае, когда частоты возмущения достаточно далеки от собственных частот машины. Последнее требование применительно к горным машинам выполнить трудно, так как спектр частот действующих на них нагрузок достаточно широк.

При создании методов расчета современных машин необходимо иметь в виду, что в них в ряде случаев реализуются виброударные режимы.

Виброударные режимы в динамических системах с упругими связями могут реализоваться как в силу их принципиального устройства, так и вследствие наличия конструктивных и технологических зазоров, а также обусловливаться особенностями взаимодействия с технологической нагрузкой (Рагульскис, Кубайтис, Кумпикас, 1969).

Виброударные режимы могут фигурировать как в качестве чрезвычайно эффективных технологических режимов, так и нежелательных побочных явлений, обусловленных конструктивно-технологическими дефектами машины либо закономерностями взаимодействия с производственной нагрузкой.

С одной стороны, виброударные воздействия повышают эффективность протекания ряда технологических процессов, например таких, как дробление, разрушение горного массива, вибрационное транспортирование и т. д., с другой — увеличивают динамические нагрузки в звеньях машины, снижают их долговечность и надежность, меняют ее диссипативные свойства. К таким явлениям приводят зазоры в кинематических парах, соударения с технологической нагрузкой.

Учет ударных взаимодействий в машинах с зазорами в кинематических парах важен также с точки зрения исследования узла с зазорами как источника диссипации энергии в системе, так как в механизмах с большим числом зазоров доля рассеиваемой ими энергии может оказаться весьма значительной.

Изложенное показывает, что при разработке вопросов динамики современных машин следует исходить из того, что они представляют собой виброударные колебательные системы с упругими связями, закон движения которых формируется в результате взаимодействия с нагрузкой и источником энергии.

В настоящее время достаточно подробно разработаны методы анализа систем машина — двигатель (Кононенко, 1964; Фролов, 1962). Решение же поставленной задачи в полном объеме, т. е. исследование системы нагрузка — машина — двигатель, встречает чрезвычайные затруднения, что связано с серьезными трудностями аналитического описания сопротивлений, оказываемых нагрузкой движению исполнительных органов машины. Дело в том, что сопротивления, оказываемые обрабатываемой средой рабочим органам машин с упругими связями даже в наиболее простых условиях эксплуатации, не говоря уже об условиях работы горных машин, зависят от большого числа всевозможных действующих факторов и, как правило, носят стохастический характер.

В настоящей работе с использованием принципов феноменологической виброреологии и статической механики разрабатываются методические основы механико-реологического описания нагрузки с учетом стохастического характера ее изменения в реальных объектах (Гончаревич, 1972).

С использованием разработанного подхода изложены методы расчета ряда характерных виброударных и самовозбуждающихся систем с учетом действующей нагрузки и характеристики источника энергии.

Разрабатывая круг затронутых вопросов, авторы не претендуют на исчерпывающее их решение, однако надеются, что предложенный подход может оказаться плодотворным в решении некоторых задач динамики систем с упругими связями, в том числе и виброударных.

В написании книги приняли участие: канд. техн. наук Л. А. Свиступ (гл. 2, раздел 3, стр. 92—114), канд. техн. наук В. Д. Земсков (гл. 3, раздел 2, стр. 135—148), инж. И. И. Гончаревич (гл. 3, раздел 3, стр. 148—167), канд. техн. наук Э. А. Вуколов и инж. О. В. Мухин (гл. 3, раздел 3, стр. 167—176), канд. техн. наук В. Г. Дмитриев и инж. А. А. Фролов (гл. 3, раздел 4, стр. 186—204).

Глава первая

РЕОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ НАГРУЗКИ

Сложные задачи динамики машин с упругими связями под нагрузкой не могут быть успешно решены методами одной лишь механики. При решении этих задач приходится иметь дело с деформациями как элементов самих машин, так и обрабатываемой ими среды. Поскольку вопросами деформации различных сред и возникающими при этом напряжениями занимается реология (Рейнер, 1965; Лодж, 1969; Членов, Михайлов, 1972), представляет интерес привлечение методов реологии к исследованию динамики машин с упругими связями. Можно наметить два основных направления использования реологических методов применительно к поставленной задаче — для представления элементов динамической системы и, что особенно важно, для описания производственной нагрузки и закономерностей ее взаимодействия с рабочим органом машины.

В этой главе предполагается рассмотреть методы феноменологической реологии, развить их применительно к решаемым задачам и разработать на основе принципов феноменологической реологии, детерминированной и статистической механики метод исследования динамических систем с упругими связями под нагрузкой.

Так, разработка феноменологических моделей элементов машин с упругими связями, их узлов, в том числе имеющих зазор и эксплуатирующихся вследствие этого в ударных режимах, позволит более полно описать структуру динамических систем с упругими связями и рассмотреть закономерности их работы в различных режимах, в том числе и ударных. Взаимодействие рабочего органа машины с обрабатываемой средой (в процессе транспортирования, дробления, резания и т. д.) в целях более полного описания явления также следует рассматривать с позиций механики (детерминированной и статистической) и реологии. Методами механики описывается взаимодействие инструмента со средой как механическим объектом, реология позволяет вскрыть внутренние процессы в среде.

Для решения реологических задач математическими методами создаются феноменологические концепции структуры исследуемых тел, имеющих строго определенные реологические свойства. Этот процесс облегчается построением, хотя бы мысленным, моделей, которые ведут себя качественно достаточно достоверно, с некоторой степенью приближения аналогично реальной среде, и описывают это поведение через соотношения между силами и удлинениями. Если эти соотношения выразить через напряжения и деформации, то в результате легко получить реологическое уравнение.

С использованием модели может быть составлена структурная формула, представляющая сокращенную схему модели и показывающая характер соединения основных (простейших) реологических тел в сложной модели. Структурная формула дает всю информацию, которая может быть получена из схемы модели. Правда, структурные формулы обладают меньшей наглядностью, являясь в то же время более экономной формой представления реологической информации.

Феноменологические модели и структурные формулы помогают качественно охарактеризовать реологическое поведение среды. Они являются также исходной основой для составления реологических уравнений различных сред, необходимой для математического (количественного) их описания. Реологические уравнения связывают определенные типы напряжений и деформаций.

1. Простейшие реологические тела и методы построения феноменологических моделей

Рассмотрим, каким образом свойства сложных сред могут быть охарактеризованы методами феноменологической реологии, и изложим принципы составления описывающих их реологических уравнений.

Реологические свойства различных сред могут быть фундаментальными и сложными (Рейнер, 1965). К фундаментальным реологическим свойствам принято относить упругость, вязкость и пластичность. К перечисленным свойствам следует еще добавить прочность. Сложные реологические свойства являются комбинацией фундаментальных свойств. Носителями фундаментальных свойств служат простейшие реологические тела: упругое тело (тело Гука — *H*), вязкое тело (тело Ньютона — *N*), пластическое тело (тело Сен-Венана *StV*).

Сложные свойства воспроизводятся феноменологическими моделями, составленными определенным образом из простейших реологических тел. В сложной феноменологической модели простейшие реологические тела могут быть соединены друг с другом последовательно (в структурной формуле последовательное соединение будем обозначать —›) или параллельно (параллельное соединение будем обозначать в структурной формуле ‖).

Простейшие реологические тела, соединенные последовательно, действуют как звенья одной цепи и должны поэтому воспринимать одинаковые напряжения, а деформация всей последовательности реологических тел будет равна сумме деформаций каждого тела.

При параллельном соединении простейшие реологические тела испытывают одинаковые деформации; общее напряжение, которое воспринимает их комбинация, представляет собой сумму напряжений, воспринимаемых каждым отдельным простейшим реологическим телом.

Так формулируются принципы построения феноменологических моделей из простейших реологических тел. Воспользуемся изложенными принципами и составим реологические уравнения для различных комбинаций простейших реологических тел.

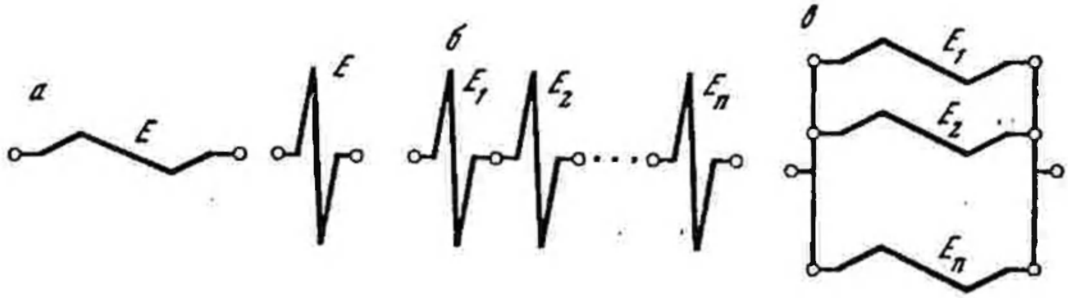


Рис. 1. Схемы простейшего упругого тела и упругих феноменологических моделей

а — простейшее тело; б — феноменологическая модель с последовательным расположением простейших тел; в — феноменологическая модель с параллельным расположением простейших тел

Начнем с упругого тела (H-тела), реологическое уравнение которого записывается в виде (рис. 1, а)

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{1.1}$$

здесь σ — напряжение в упругом теле; E — модуль упругости; ε — деформация.

Если имеется n простейших реологических упругих тел, реологические уравнения которых имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= E_1\varepsilon_1, \\ \sigma_2 &= E_2\varepsilon_2, \\ &\cdots\cdots \\ \sigma_n &= E_n\varepsilon_n, \end{aligned} \tag{1.2}$$

и они соединены последовательно (их структурная формула $H_1 \to H_2 \to \ldots \to H_n$), то в соответствии с первым принципом построения феноменологических моделей из простейших реологических тел имеем $\sigma_1 = \sigma_2 = \ldots = \sigma_n = \sigma$ (см. рис. 1, б), откуда

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_n = \frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_2}{E_2} + \ldots + \frac{\sigma_n}{E_n} = \\ = \sigma\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \ldots + \frac{1}{E_n}\right) = \frac{\sigma}{E}, \tag{1.3}$$

где $1/E_1$, $1/E_2$, ..., $1/E_n$ — коэффициент упругости первого, второго, n-го реологических тел (коэффициент упругости — величина, обратная модулю упругости); E — приведенный модуль упругости.

Таким образом, n простейших реологических упругих тел, соединенных последовательно, равноценны одному объединенному феноменологическому упругому телу, коэффициент упругости которого является суммой коэффициентов упругости отдельных реологических тел и модуль упругости которого может быть определен по выражению

$$E = \frac{E_1 E_2 \ldots E_n}{E_1 + E_2 + \ldots + E_n}. \tag{1.4}$$

Если простейшие упругие тела соединены параллельно (структурная формула сложного тела $H_1 \mid H_2 \mid \ldots \mid H_n$), то в соответствии со вторым принципом построения феноменологических моделей из простейших реологических тел имеем (см. рис. 1, *в*)

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \ldots = \varepsilon_n,$$

или

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_n = E_1\varepsilon_1 + E_2\varepsilon_2 + \ldots + E_n\varepsilon_n = $$
$$= (E_1 + E_2 + \ldots E_n)\,\varepsilon. \tag{1.5}$$

Следовательно, n простейших реологических упругих тел, соединенных параллельно, равноценны одному объединенному феноменологическому упругому телу, модуль упругости которого равен сумме модулей упругости простейших реологических упругих тел

$$E = E_1 + E_2 + \ldots + E_n. \tag{1.6}$$

Рассмотрим простейшее вязкое тело (N-тело), реологическое уравнение которого записывается в виде (рис. 2, *а*)

$$\sigma = \mu\dot{\varepsilon}, \tag{1.7}$$

где μ — коэффициент вязкости; $\dot{\varepsilon}$ — скорость деформации.

Если имеется n простейших реологических вязких тел, реологические уравнения которых имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \mu_1\dot{\varepsilon}_1, \\ \sigma_2 &= \mu_2\dot{\varepsilon}_2, \\ &\cdots\cdots \\ \sigma_n &= \mu_n\dot{\varepsilon}_n, \end{aligned} \tag{1.8}$$

и они соединены последовательно ($N_1 \to N_2 \to \ldots \to N_n$), то в соответствии с первым принципом имеем (см. рис. 2, *б*)

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \ldots + \dot{\varepsilon}_n = \frac{\sigma_1}{\mu_1} + \frac{\sigma_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{\sigma_n}{\mu_n} =$$
$$= \sigma\left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \ldots + \frac{1}{\mu_n}\right) = \frac{\sigma}{\mu}. \tag{1.9}$$

Таким образом, n простейших реологических вязких тел, соединенных последовательно, равноценны одному объединенному феноменологическому упругому телу, коэффициент вязкости которого определяется выражением

$$\mu = \frac{\mu_1 \mu_2 \ldots \mu_n}{\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n}. \tag{1.10}$$

Если простейшие вязкие тела соединены параллельно ($N_1 \| N_2 \| \ldots \| N_n$), то в соответствии со вторым принципом имеем (см.

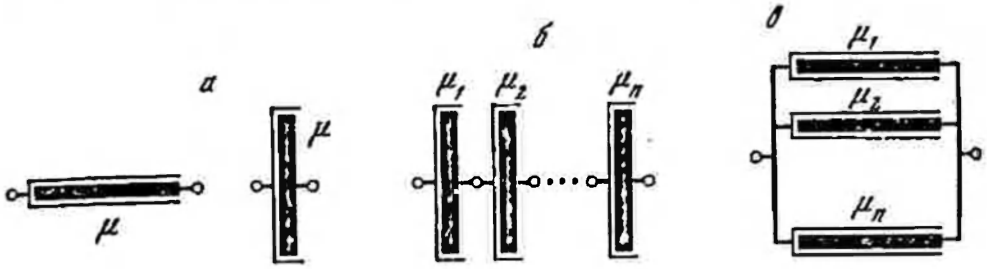


Рис. 2. Схемы простейшего вязкого тела (*а*) и вязких феноменологических моделей с последовательным (*б*) и параллельным (*в*) соединением элементов

рис. 2, *в*)

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_n = \mu_1 \dot{\varepsilon}_1 + \mu_2 \dot{\varepsilon}_2 + \ldots + \mu_n \dot{\varepsilon}_n = (\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n)\dot{\varepsilon}. \tag{1.11}$$

Следовательно, n простейших реологических вязких тел, соединенных параллельно, равноценны одному объединенному феноменологическому вязкому телу, коэффициент вязкости которого равен сумме коэффициентов вязкости составляющих его простейших реологических вязких тел

$$\mu = (\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n). \tag{1.12}$$

Реологическое уравнение простейшего пластического тела (StV-тела) имеет вид (рис. 3, *а*)

$$\sigma = \sigma_т, \tag{1.13}$$

где $\sigma_т$ — предел текучести.

Что касается комбинации n простейших пластических реологических тел, то как при последовательном их соединении ($StV_1 \to StV_2 \to \ldots \to StV_n$), так и при параллельном ($StV_1 \| StV_2 \| \ldots \| StV_n$) в процессе деформации все они испытывают одинаковые смещения. В силу этого в обеих схемах их соединения действует второй принцип построения феноменологических моделей из простейших реологических тел, гласящий, что напряжения, испытываемые комбинацией простейших реологических тел, равны сумме напряжений, воспринимаемых каждым отдельным элементом

$$\sigma = \sigma_{т1} + \sigma_{т2} + \ldots + \sigma_{тn}. \tag{1.14}$$

Следовательно, n соединенных простейших пластических тел равноценны одному объединенному феноменологическому пластическому телу, предел текучести которого равен сумме пределов текучести составляющих его простейших реологических пластических тел.

Известно, что ряд материалов и сред обладает свойством упрочнения. Сущность процесса упрочнения состоит в том, что предел текучести (момент перехода от упругих деформаций к пластическим) возрастает с увеличением деформации. Обычно по мере развития деформации предел текучести постепенно увеличивается со

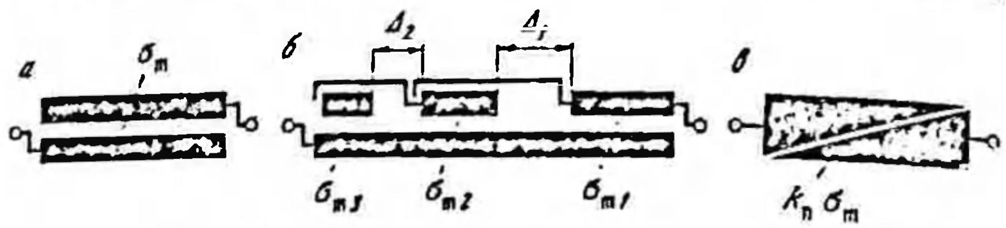


Рис. 3. Схемы простейшего пластического тела и пластических феноменологических моделей

а — простейшее тело; б — упрочняющаяся феноменологическая модель; в — клиновая феноменологическая модель

все уменьшающейся степенью, пока не достигнет максимального значения, т. е. существует предел упрочнения материала, за которым следует предел разрушения.

Для описания процесса упрочнения среды может быть использована усложненная пластическая феноменологическая модель (см. рис. 3, б). Модель состоит из нескольких соединенных последовательно тягами с зазором простейших пластических тел, имеющих различные пределы текучести. С ростом деформации, т. е. с выбиранием зазоров у все большего числа тяг, все большее число простейших реологических пластических тел будет вовлекаться в движение, что соответствует повышению предела текучести феноменологической пластической упрочняющейся модели. Диаграмма деформация — напряжение феноменологической модели пластической деформации с упрочнением приведена на рис. 4, а.

Реологическое уравнение приведенной упрочняющейся пластической модели будет иметь вид

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_{т1} & \text{при} \quad 0 < \varepsilon \leqslant \Delta_1, \\ \sigma_{т1} + \sigma_{т2} & \text{при} \quad \Delta_1 \leqslant \varepsilon \leqslant \Delta_1 + \Delta_2, \\ \sigma_{т1} + \sigma_{т2} + \sigma_{т3} & \text{при} \quad \varepsilon \geqslant \Delta_1 + \Delta_2, \end{cases} \qquad (1.15)$$

где Δ_1, Δ_2 — зазоры между простейшими пластическими реологическими телами.

Для описания процесса пластической деформации с упрочнением (Гончаревич, 1971б) может быть использована также модель типа клина (см. рис. 3, в), реологическое уравнение которой имеет

вид (см. рис. 4, б)

$$\sigma = \sigma_т + k_п\varepsilon, \qquad (1.16)$$

где $k_п$ — коэффициент упрочнения в процессе пластической деформации.

Упругость, вязкость, пластичность и прочность представляют собой основные реологические свойства, из которых может быть получено большинство других. Следует иметь в виду, что реальные

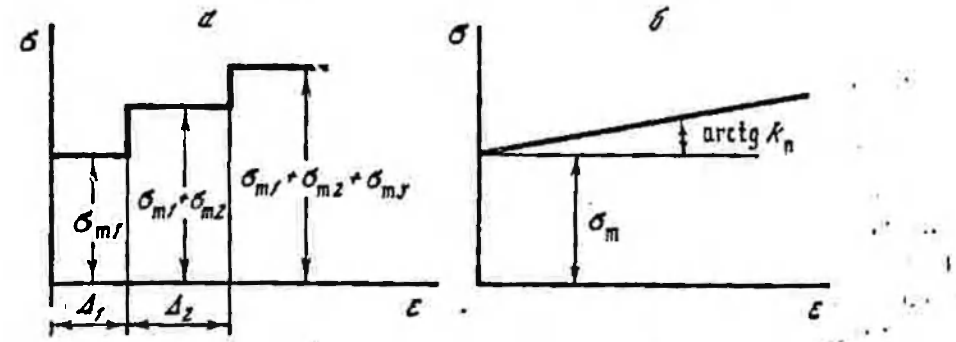


Рис. 4. Диаграммы напряжение — деформация

а — упрочняющаяся пластическая феноменологическая модель; б — клиновая пластическая феноменологическая модель

среды обладают всеми реологическими свойствами, хотя и в различной степени.

Существует иерархия феноменологических моделей среды, соответствующих различным реальным материалам, причем реологическое уравнение более простой модели (низшей по иерархии) может быть получено из реологического уравнения более сложной модели (высшей по иерархии), если исключить какие-либо элементы последней (положить какие-либо константы равными нулю).

Выше мы рассмотрели применение двух принципов построения феноменологических моделей из простейших реологических тел на примере последовательного и параллельного соединения простейших реологических моделей одного вида.

При соединении простейших реологических тел разных видов и образовании из них более сложной составной феноменологической модели руководствуются теми же принципами. Рассмотрим наиболее распространенные составные феноменологические модели, образованные из двух простейших реологических тел разного вида.

Упругопластическое тело (тело Прандтля — P) представляет собой последовательно соединенные пластическое и упругое реологические тела (рис. 5, а). Реологическое уравнение упругопластического тела имеет вид

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & \text{при} \quad 0 < \varepsilon \leqslant \dfrac{\sigma_т}{E}, \\ \sigma_т & \text{при} \quad \varepsilon \geqslant \dfrac{\sigma_т}{E}. \end{cases} \qquad (1.17)$$

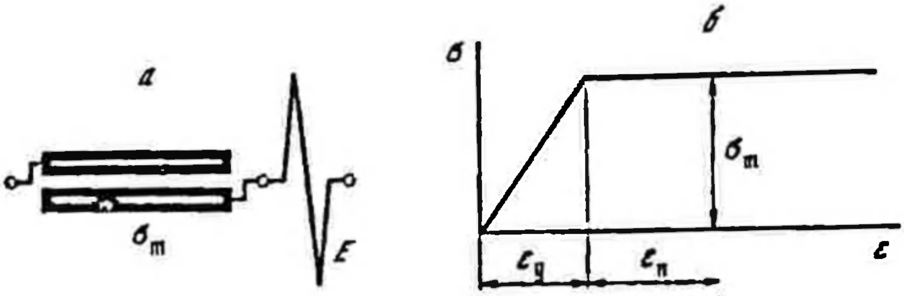


Рис. 5. Упругопластическая феноменологическая модель с последовательным соединением простейших реологических тел

а — схема соединения реологических тел; б — диаграмма деформация — напряжение

На рис. 5, б реологическое уравнение упругопластического тела представлено графически. Упругопластическое тело подчиняется закону Гука при напряжениях ниже предела текучести, при достижении предела текучести начинается пластическая деформация. Согласно первому принципу полная деформация упругопластического тела равна сумме упругой и пластической деформаций.

Работа, производимая напряжениями вплоть до предела текучести, накапливается в теле в виде энергии упругой деформации и возвращается без потерь при разгрузке. Работа напряжений сверх предельного значения энергии упругой деформации рассеивается в тело вследствие внутреннего трения.

Упругопластическое тело с параллельным соединением составляющих элементов приведено на рис. 6, а. Согласно второму принципу деформации составляющих элементов такого тела одинаковы, а напряжение равно сумме составляющих напряжений. Реологическое уравнение упругопластического тела с параллельным соединением составляющих элементов имеет вид

$$\sigma = \sigma_т + E\varepsilon. \qquad (1.18)$$

График нагружения рассматриваемого тела приведен на рис. 6, б. Деформации тела начинаются в тот момент, когда деформирую-

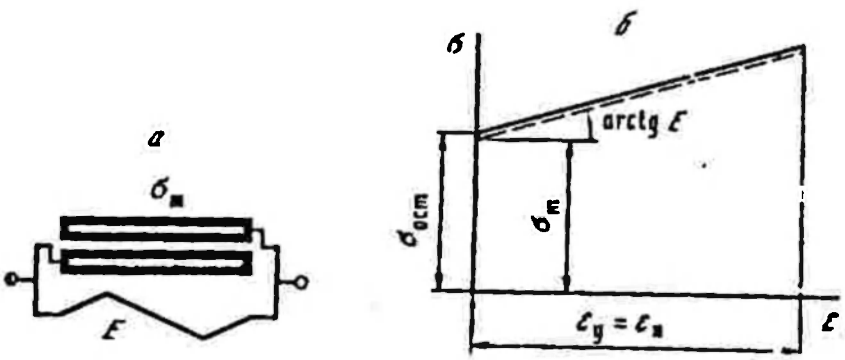


Рис. 6. Упругопластическая феноменологическая модель с параллельным соединением простейших реологических тел

а — схема соединения реологических тел; б — диаграмма деформация — напряжение щее усилие создает напряжение течения. По мере дальнейшей деформации напряжение будет возрастать, складываясь из напряжения течения и упругих напряжений. Интересно отметить, что в рассматриваемом упругопластическом теле при разгрузке упругие напряжения полностью не снимаются и тело остается в напряженном состоянии; напряжения его численно равны пределу текучести. Таким образом, рассмотренная феноменологическая упругопластическая модель позволяет воспроизводить остаточные напряжения.

Упругопластическое упрочняющееся тело представляет собой последовательно соединенные упругое тело и пластические тела с зазором. Стилизованное изображение упругопластического упрочняющегося тела представлено на рис. 7, *а*. Реологическое уравнение упругопластического упрочняющегося тела имеет вид

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon & \text{при } 0 < \varepsilon \leqslant \dfrac{\sigma_{т1}}{E}, \\ \sigma_{т1} & \text{при } \dfrac{\sigma_{т1}}{E} \leqslant \varepsilon \leqslant \dfrac{\sigma_{т1}}{E} + \Delta_1, \\ \sigma_{т1} + E\left(\varepsilon - \dfrac{\sigma_{т1}}{E} - \Delta_1\right) & \text{при } \dfrac{\sigma_{т1}}{E} + \Delta_1 \leqslant \varepsilon \leqslant \dfrac{\sigma_{т1} + \sigma_{т2}}{E} + \Delta_1, \\ \sigma_{т1} + \sigma_{т2} & \text{при } \dfrac{\sigma_{т1} + \sigma_{т2}}{E} + \Delta_1 \leqslant \varepsilon \leqslant \dfrac{\sigma_{т1} + \sigma_{т2}}{E} + \Delta_1 + \Delta_2, \\ \sigma_{т1} + \sigma_{т2} + E\left(\varepsilon - \dfrac{\sigma_{т1} + \sigma_{т2}}{E} - \Delta_1 - \Delta_2\right) & \text{при } \dfrac{\sigma_{т1} + \sigma_{т2}}{E} + \Delta_1 + \Delta_2 \leqslant \varepsilon \leqslant \dfrac{\sigma_{т1} + \sigma_{т2} + \sigma_{т3}}{E} + \Delta_1 + \Delta_2, \\ \sigma_{т1} + \sigma_{т2} + \sigma_{т3} & \text{при } \dfrac{\sigma_{т1} + \sigma_{т2} + \sigma_{т3}}{E} + \Delta_1 + \Delta_2 \leqslant \varepsilon. \end{cases} \tag{1.19}$$

График деформации упругопластического упрочняющегося тела приведен на рис. 7, *б*. С ростом деформации пружины напряжение возрастает линейно (участок упругой деформации) до тех пор, пока не будет достигнут предел текучести $\sigma_{т1}$. При дальнейшей деформации тела напряжения будут оставаться постоянными до тех пор, пока не будет выбран зазор Δ_1 между смежными пластическими телами, затем вновь начнется упругая деформация пружины. Напряжения будут линейно возрастать до момента достижения предела текучести $\sigma_{т1}+\sigma_{т2}$ и т. д. Следует иметь в виду, что у реальных материалов процесс упрочнения продолжается не бесконечно. Предел текучести постепенно увеличивается со все уменьшающейся степенью, пока не достигнет максимального значения.

Упругопластическое упрочняющееся тело с параллельным соединением упругого и пластических элементов приведено на рис. 8, *а*. Реологическое уравнение упругопластического упрочняющегося тела с параллельным расположением элементов имеет вид

$$\sigma=\begin{cases}\sigma_{т1}+E\varepsilon & \text{при}\quad 0<\varepsilon\leqslant\Delta_1,\\ \sigma_{т1}+\sigma_{т2}+E\varepsilon & \text{при}\quad \Delta_1\leqslant\varepsilon\leqslant\Delta_1+\Delta_2,\\ \sigma_{т1}+\sigma_{т2}+\sigma_{т3}+E\varepsilon & \text{при}\quad \Delta_1+\Delta_2\leqslant\varepsilon.\end{cases}\tag{1.20}$$

График деформации рассматриваемого упругопластического упрочняющегося тела приведен на рис. 8, *б*. Деформации начинаются при достижении деформирующей силой значений напряжения течения $\sigma_{т1}$. При дальнейшей деформации напряжения будут возрастать, складываясь из напряжений течения на первом участке и упругих напряжений. Если напряжения течения на втором участке больше этих суммарных напряжений, деформация тела на некоторое время прекратится и начнется вновь только по достижении деформирующей силой значений напряжения от упругих и пластических деформаций в начале второго участка и т. д. При разгрузке напряжения полностью не снимаются; в теле остаются внутренние остаточные напряжения, равные сумме напряжений течения.

Упругопластическое упрочняющееся тело может быть и с клиповым элементом. Стилизованное изображение клинового упругопластического упрочняющегося тела представлено на рис. 9, *а*. Оно состоит из последовательно соединенных упругого тела и клина; реологическое уравнение этого тела имеет вид

$$\sigma=\begin{cases}E\varepsilon & \text{при}\quad 0<\varepsilon\leqslant\dfrac{\sigma_т}{E},\\ \sigma_т+k_п\left(\varepsilon-\dfrac{\sigma_т}{E}\right) & \text{при}\quad \dfrac{\sigma_т}{E}\leqslant\varepsilon.\end{cases}\tag{1.21}$$

График деформации клинового упругопластического упрочняющегося тела приведен на рис. 9, *б*. Как и на предшествующих графиках, вначале имеет место упругая деформация, которая при напряжениях, равных пределу текучести $\sigma_т$, переходит в пластическую деформацию с упрочнением; предел текучести непрерывно возрастает от $\sigma_т$ до $\sigma_{т_{max}}$. При разгрузке тела напряжения снимаются по линейному закону и остаточная деформация численно равна пластической деформации.

Упруговязкие тела могут быть образованы как при параллельном, так и при последовательном соединении упругого и вязкого

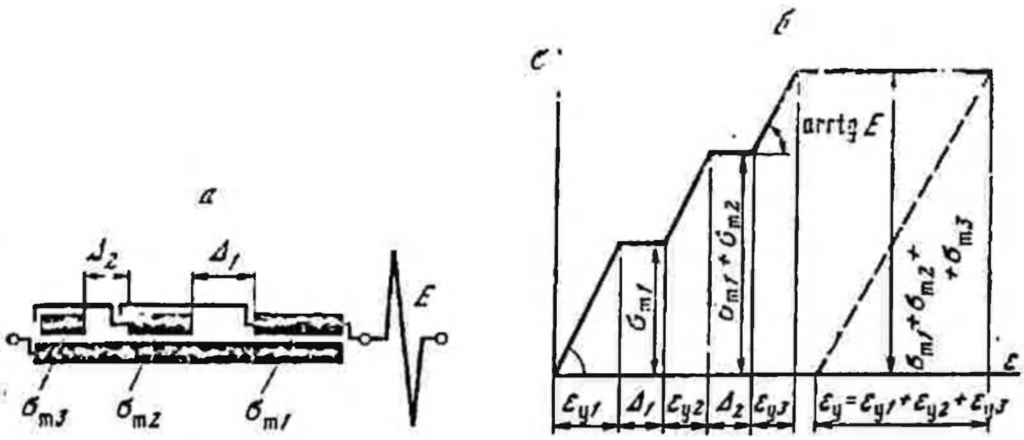


Рис. 7. Упругопластическая упрочняющаяся феноменологическая модель с последовательным соединением простейших реологических тел

а — схема соединения реологических тел; *б* — диаграмма деформация — напряжение

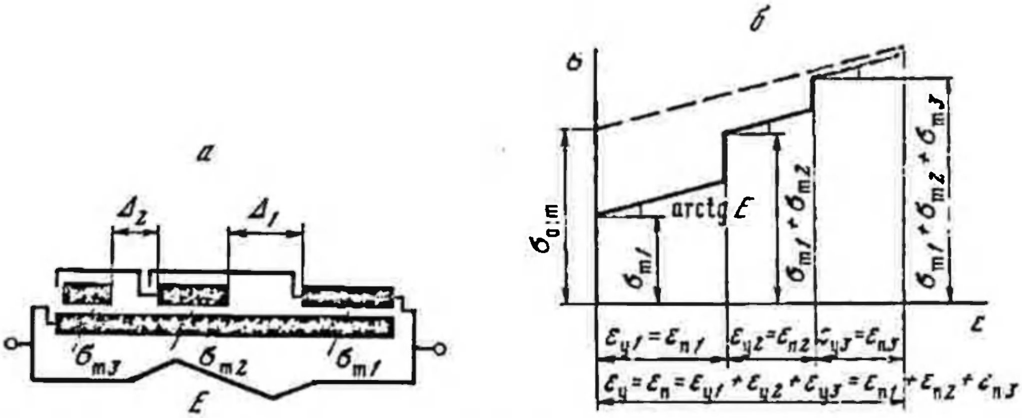


Рис. 8. Упругопластическая упрочняющаяся феноменологическая модель с параллельным соединением простейших реологических тел

а — схема соединения реологических тел; *б* — диаграмма деформация — напряжение

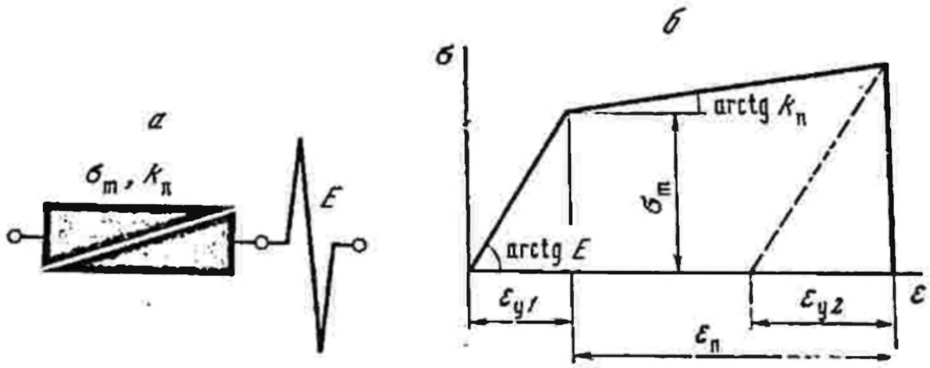


Рис. 9. Упругопластическая феноменологическая модель с клиновым элементом

а — схема соединения реологических тел; *б* — диаграмма деформация — напряжение реологических тел. Первая феноменологическая модель характерна для упруговязкого твердого тела (рис. 10, *а*), вторая — для упруговязкой жидкости (рис. 10, *б*).

Рассмотрим упруговязкое твердое тело с параллельным соединением упругого и вязкого реологических тел (см. рис. 10, *а*). Такое

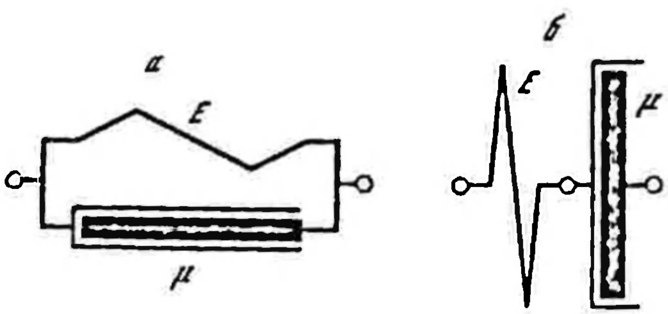


Рис. 10. Упруговязкие феноменологические модели

а — твердое упруговязкое тело; *б* — упруговязкая жидкость

тело называется телом Кельвина. Для получения его реологического уравнения воспользуемся вторым принципом, согласно которому

$$\sigma = E\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon}. \qquad (1.22)$$

Это — дифференциальное уравнение первого порядка относительно деформации ε. Решив его, найдем деформацию в функции напряжения

$$\varepsilon = e^{-\frac{E}{\mu}t}\left(\varepsilon_0 + \frac{1}{\mu}\int \sigma e^{\frac{E}{\mu}t}\,dt\right), \qquad (1.23)$$

где ε_0 — начальная деформация.

Если сила приложена к недеформированному телу, то зависимость между напряжением и деформацией примет вид

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma\left(1 - e^{-\frac{E}{\mu}t}\right), \qquad (1.24)$$

откуда следует, что деформация упруговязкого тела не происходит мгновенно, а протекает на протяжении достаточно длительного времени. Как следует из вида функции $e^{-\frac{E}{\mu}t}$, деформация тела будет приближаться к номинальной σ/E асимптотически и достигнет ее только через бесконечное время. Это явление задержки деформации упруговязких тел чрезвычайно существенно в ряде процессов, особенно в режимах периодического нагружения.

Точно так же, если нагрузка снимается с деформируемого тела, оно возвращается в недеформированное состояние на протяжении длительного времени, что следует из соотношения

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-\frac{E}{\mu}t}. \qquad (1.25)$$

Интенсивность протекания процессов нагружения и разгрузки в значительной степени определяется отношением μ/E, имеющим размерность времени и называемым временем запаздывания. Чем больше это отношение, тем медленнее протекают процессы деформации, тем больше задержки.

Если к деформируемому телу приложено постоянное усилие, выражение (1.23) примет вид

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma}{E}\right) e^{-\frac{E}{\mu}t}. \tag{1.26}$$

Приведенное выражение описывает семейство кривых зависимости деформации от времени. Если приложенная сила вызывает напряжение $\sigma = E\varepsilon_0$, то $\varepsilon = \varepsilon_0$ и деформация остается постоянной; при $\sigma > E\varepsilon_0$ деформация возрастает; при $\sigma < E\varepsilon_0$ деформация уменьшается, приближаясь в обоих случаях к величине ε_0 асимптотически.

Обратимся к рассмотрению основных закономерностей деформации упруговязкой жидкости. Упруговязкая жидкость представляется феноменологической моделью, составленной из последовательно соединенных упругого и вязкого элементов (см. рис. 10, *б*). Согласно первому принципу реологии для этого случая имеем

$$\varepsilon = \varepsilon_у + \varepsilon_в \tag{1.27}$$

или, продифференцировав,

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_у + \dot{\varepsilon}_в, \tag{1.28}$$

где $\varepsilon_у$, $\dot{\varepsilon}_у$ — деформация и скорость деформации упругого элемента;

$\varepsilon_в$, $\dot{\varepsilon}_в$ — деформация и скорость деформации вязкого элемента.

Согласно (1.1) и (1.7) имеем

$$\dot{\varepsilon}_у = \frac{\dot{\sigma}}{E}, \tag{1.29}$$

$$\dot{\varepsilon}_в = \frac{\sigma}{\mu}, \tag{1.30}$$

где $\dot{\sigma}$ — производная по времени от напряжения σ.

Подставив значения $\dot{\varepsilon}_у$ и $\dot{\varepsilon}_в$, согласно (1.29), (1.30), в (1.28), получим реологическое уравнение упруговязкой жидкости

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\mu}. \tag{1.31}$$

Это — дифференциальное уравнение первого порядка относительно напряжения σ. Умножив все члены уравнения на E и расположив в порядке убывания порядка производной, получим

$$\dot{\sigma} + \frac{E}{\mu}\sigma = E\dot{\varepsilon}. \tag{1.32}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\sigma = e^{-\frac{E}{\mu}t}\left(\sigma_0 + E\int \dot{\varepsilon} e^{\frac{E}{\mu}t} dt\right), \tag{1.33}$$

где σ_0 — начальное напряжение.

В приведенном выражении отношение μ/E обозначается T_{rel} и называется временем релаксации (время, в течение которого величина σ уменьшается в e раз).

Если скорость деформации постоянна $\dot{\varepsilon} = \mathrm{const} = \dot{\varepsilon}_c$, то выражение (1.33) приобретет вид

$$\sigma = \mu\dot{\varepsilon}_c + (\sigma_0 - \mu\dot{\varepsilon}_c) e^{-\frac{t}{T_{rel}}}. \tag{1.34}$$

Приведенное выражение описывает семейство кривых зависимости напряжения от времени. Если $\dot{\varepsilon}_c = \sigma_0/\mu$, то будет иметь место установившееся течение, при котором внутренние силы находятся в равновесии с внешней нагрузкой. Если $\dot{\varepsilon}_c > \sigma_0/\mu$, то напряжение возрастает, если $\dot{\varepsilon}_c < \sigma_0/\mu$ — уменьшается, пока не достигнет постоянного значения, соответствующего данной скорости $\sigma = \mu\dot{\varepsilon}_c$. Если под действием начального напряжения σ_0 в теле возникнет деформация и в дальнейшем останется постоянной, что имеет место при $\dot{\varepsilon} = 0$, то напряжение убывает в соответствии с уравнением релаксации

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{T_{rel}}}. \tag{1.35}$$

Если напряжение возрастает с постоянной скоростью, т. е. $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_c$ и, следовательно, $\sigma = \dot{\sigma}t$, то деформация возрастает по закону

$$\varepsilon = \frac{\dot{\sigma}_c t}{E} + \int \frac{\dot{\sigma}_c t}{\mu} + \frac{\dot{\sigma}_c}{E}\left(t + \frac{t^2}{2T_{rel}}\right) = \frac{\sigma}{E}\left(1 + \frac{t}{2T_{rel}}\right), \tag{1.36}$$

откуда получим

$$\sigma = E\varepsilon \frac{2T_{rel}}{2T_{rel} + t}. \tag{1.37}$$

Из приведенного выражения видно, что если деформация производится в течение краткого момента времени $t \ll T_{rel}$, то рассматриваемое упруговязкое тело ведет себя как обычное упругое тело.

Записав выражение (1.31) в форме

$$\sigma = \mu\dot{\varepsilon} - \dot{\sigma}T_{rel}, \tag{1.38}$$

видим, что если деформация продолжается в течение длительного времени, т. е. $T_{rel} \ll t$, то второй член выражения становится исчезающе малым и рассматриваемое упруговязкое тело ведет себя как обычное вязкое тело.

2. Методы учета случайного характера изменения параметров моделируемых объектов

Большинство объектов и процессов, с которыми приходится иметь дело в технике, носит в той или иной степени случайный характер. Особенно это относится к горной технике, где наиболее близко приходится сталкиваться с проявлениями сложных природных явлений (Барон, 1973; Позин, 1972). Строго говоря, ни один реальный объект или процесс не может быть точно определен и описан аналитической функцией времени.

В настоящее время не все процессы удается решать статистическими методами в основном из-за недостатка накопленных экспериментально-статистических данных. В качестве примера процессов, протекание которых в известной степени обусловливается воздействием всевозможных случайных факторов, можно назвать различные технологические процессы обработки массовых сред с применением вибрации. Рассмотрим в качестве примера процесс вибротранспортирования насыпных грузов.

В процессе вибротранспортирования массовых грузов действует большое число разнообразных сил и характер транспортирования определяется многочисленными факторами (Блехман, Джанелидзе, 1964).

Установлено, что при вибротранспортировании массовых грузов в любых режимах характер процесса движения определяется особенностями взаимодействия составляющих их монослоев и частиц друг с другом и грузонесущим органом (Лавендел, 1970; Повидайло, 1973; Крюков, 1967). При транспортировании насыпных грузов монослой, входящий в контакт с поверхностью грузонесущего органа, получает от него силовые импульсы. От нижнего монослоя импульсы передаются вышележащим монослоям груза. Вследствие наличия сил трения и необратимых деформаций импульсы по мере передачи их от монослоя к монослою постепенно ослабляются, причем степень их затухания определяется свойствами транспортируемого груза, а также характером и величиной силовых импульсов, создаваемых грузонесущим органом (Гончаревич, Сергеев, 1963).

Энергия колебательного движения грузонесущего органа затрачивается на ускорение транспортируемого груза и восполнение потерь при необратимых деформациях. Вследствие упругогистерезисных свойств слоя транспортируемого груза наблюдается сдвиг по фазе в перемещении смежных монослоев в вертикальной плоскости и обычно некоторое уменьшение горизонтальной скорости движения верхних монослоев относительно нижних. Однако в отдельных режимах верхние монослои в своем движении могут не просто равномерно отставать от нижних, а совершать более сложные перемещения. Возможны случаи, когда соседние монослои имеют ступенчатые сдвиги по фазе. Все это свидетельствует о том, что в массе перемещаемого груза происходят сложные пространственные перемещения слагающих его частиц и монослоев. Такая внутренняя циркуляция в транспортируемом слое определяет характер процесса перемещения и связанных с ним потерь энергии.

Запаздывания по фазе в перемещении монослоев обусловлены тем, что силовой импульс от грузонесущего органа передается не одновременно всей массе груза (из-за его способности сжиматься) и не в полную меру (вследствие рассеяния энергии), а постепенно, от нижних монослоев к верхним. Сдвиг фаз в перемещении монослоев груза и грузонесущего органа в зависимости от свойств транспортируемого груза может достигать значительной величины. Экспериментально установлено, что при транспортировании некоторых мелкодисперсных грузов с плохой воздухопроницаемостью сдвиг фаз между перемещениями груза и грузонесущего органа может достигать почти 180° .

Интересно отметить, что сдвиги фаз груза в плоскости транспортирования и перпендикулярной к ней могут быть различными. При колебаниях грузонесущего органа в движение может вовлекаться вся масса груза или только часть его, если толщина слоя слишком велика. При этом чем дальше монослой груза находится от поверхности грузонесущего органа, тем меньше амплитуда периодической составляющей его движения. Сдвиги по фазе в движении смежных монослоев обусловливают периодические сжатия и разрыхления всей массы. В режимах с подбрасыванием при падении груз может частично вернуть свою кинетическую энергию грузонесущему органу, если в момент падения реакция груза согласуется со скоростью движения грузонесущего органа, или, наоборот, вызвать дополнительные затраты энергии вибрационной транспортирующей машиной при несогласованности указанных характеристик. В последнем случае энергия удара будет непроизводительно израсходована на дробление и измельчение транспортируемого груза, а также на износ грузонесущего органа.

Так как при передаче движения в направлении транспортирования нижними монослоями груза вышележащим происходит некоторое проскальзывание составляющих их частиц относительно друг друга, при вибротранспортировании скорость вышележащих слоев по отношению к нижележащим снижается. Основное влияние на величину сдвига фаз в перемещении монослоев и на градиент скорости оказывают свойства груза, высота слоя, а также частота, амплитуда и направление колебаний грузонесущего органа.

В зависимости от режима работы вибрационной транспортирующей машины груз может транспортироваться стабильно, каждый раз подбрасываясь на одинаковую высоту и с одинаковой скоростью, или неравномерно, когда за каждым нормальным следует уменьшенный бросок. Нестабильное вибротранспортирование имеет место в том случае, когда при падении груза ускорение грузонесущего органа близко к значениям, необходимым по условиям подбрасывания, или превышает их. В таком случае упавший груз, не успев приобрести необходимую скорость движения, вновь теряет контакт с поверхностью грузонесущего органа. При этом происходит небольшой бросок груза, и он падает в более благоприятный, с точки зрения последующего подбрасывания, момент. Поэтому следующий отрыв груза протекает нормально, но момент падения вновь оказывается неблагоприятным для последующего броска.

Стохастический характер изменения свойств массового груза существенно меняет характер движения по сравнению с движением одиночных частиц. Особенно велики эти отклонения в движении мелкодисперсных частиц. Это объясняется тем, что при вибротранспортировании мелкодисперсных грузов с плохой воздухопроницаемостью слоя на характер движения большое влияние оказывают аэродинамические силы, возникающие вследствие того, что в пространстве между поверхностью грузонесущего органа и нижним монослоем транспортируемого груза при подбрасывании создается разряжение, а при падении — повышение давления по отношению к атмосферному. Уравнивание этих периодических колебаний давления в пространство между слоем транспортируемого груза и поверхностью грузонесущего органа достигается путем периодического оттока избыточного и притока недостающего количества воздуха, проходящего через поры, имеющиеся в слое транспортируемого груза. Вследствие этого на частицы транспортируемого груза действует пульсирующий аэродинамический напор, направленный с некоторым сдвигом по фазе, в основном в сторону, противоположную их перемещению. Величины аэродинамических сил, действующих на частицы транспортируемого груза, являются функцией насыпного веса и удельной газопроницаемости транспортируемого груза, а также зависят от режима колебаний грузонесущего органа.

На рис. 11 приведена осциллограмма записи нормальной реакции N, перемещения грузонесущего органа x и давления p под слоем груза, экспериментально установленных В. П. Архипенко и Н. Н. Бельковым, при вибротранспортировании мелкодисперсного материала слоем толщиной 90 *мм* с частотой 950 *кол/мин* и амплитудой 5,0 *мм*.

Экспериментально установлено, что на описанные закономерности процесса вибрационного транспортирования массовых грузов оказывают также влияние такие нестабильные параметры транспортируемого груза, как насыпной и удельный вес, форма кусков и частиц, гранулометрический состав, содержание влаги, воздухопроницаемость, упругие свойства, внутреннее и внешнее трение, липкость, толщина транспортируемого слоя, и т. д.

Все изложенное настоятельно выдвигает задачу разработки статистических методов расчета технологических процессов вибраци-

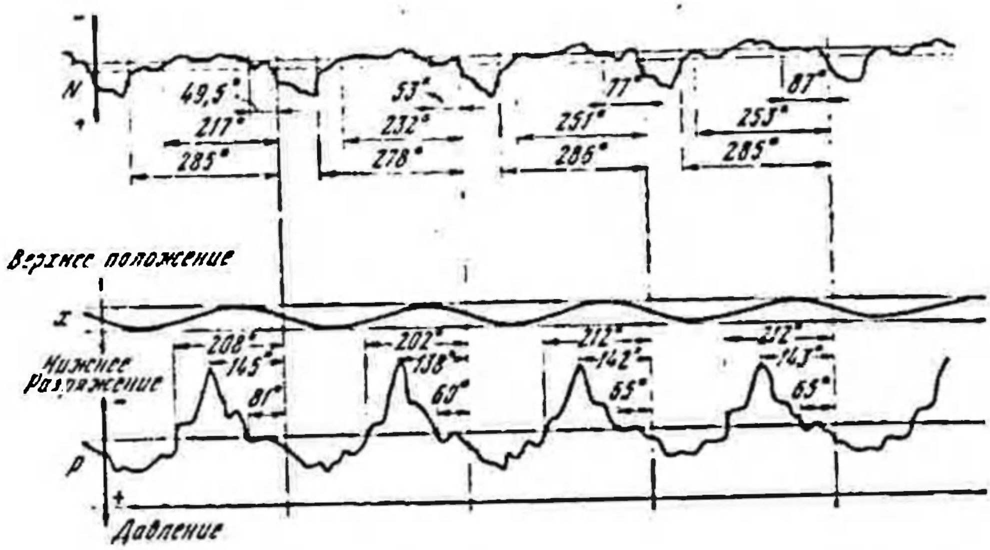


Рис. 11. Осциллограмма перемещения грузонесущего органа виброконвейера, нормальной реакции и давления воздуха под слоем транспортируемого груза

онных машин. Естественно, что при использовании в основном детерминированных методов такая сложная задача не может быть решена сразу. Но работы в этом направлении надо начинать, накапливая экспериментально-статистический материал.

Таким образом, анализ на основе опытных данных (Гончаревич, 1972) физических закономерностей процесса вибротранспортирования массовых грузов показывает, что для повышения достоверности исследований динамики процесса вибротранспортирования в качестве первой меры необходимо осуществить переход к моделям слоя, которые бы воспроизводили не только деформационные, гистерезисные, но и стохастические свойства реальных грузов. В связи с изложенным для описания процессов, подобных рассмотренным, в которых существенную роль играют неупорядоченные случайные факторы, используемые феноменологические модели среды должны быть дополнены статистическими характеристиками ее параметров.

Основной целью, которую ставили авторы в настоящем разделе, являлось приспособление методов современной реологии к описанию реальных статистических по своей природе процессов, т. е. создание метода приближенного исследования процесса в тех случаях, когда отсутствуют необходимые предпосылки для решения задачи на статистической основе (Гончаревич, 1971).

Случайные значения параметров модели можно достаточно полно охарактеризовать двумя параметрами — распределением вероятностей и плотностью вероятностей. Однако для характеристики статистических параметров модели наряду с вероятностным описанием можно использовать совокупность неслучайных числовых характеристик, которые могут быть неизменными или меняться со временем. Второй способ оценки случайных параметров модели предпочтительнее, так как числовые характеристики просты и с ними легко оперировать при расчетах. В качестве числовых характеристик случайных параметров феноменологических моделей используем: среднее значение параметра (математическое ожидание); среднее значение его квадрата (среднюю мощность); дисперсию (среднее значение квадрата отклонения параметра от его средней величины); функцию корреляции (корреляционную функцию), характеризующую статистическую связь между мгновенными значениями параметра, взятыми в два произвольных момента времени. Случайные параметры феноменологической модели обозначим $K(t)$ (случайная жесткость), $C(t)$ (случайная вязкость). Значения этих параметров модели не могут быть точно предсказаны в любой заданный момент времени. Определенный вид $k(t)$, $c(t)$, принятый случайными параметрами модели $K(t)$, $C(t)$ и установленный в результате экспериментальных исследований, является реализацией соответствующих случайных параметров.

В результате проведения многократных исследований параметров модели путем снятия характеристик реальной среды получим множество реализаций параметров. Полностью охарактеризовать случайные параметры модели можно бесконечным множеством реализаций, образующих ансамбль. Случайные параметры можно характеризовать еще одним показателем — сечением, под которым понимается совокупность мгновенных значений параметра, заданного ансамблем.

Для сечения случайного процесса, соответствующего моменту t_1, можно вычислить распределение вероятностей случайных параметров $K(t_1)$ и $C(t_1)$

$$P(k, t_1) = \lim_{N_k \to \infty} \frac{n_k}{N_k}, \tag{1.39}$$

$$P(c, t_1) = \lim_{N_c \to \infty} \frac{n_c}{N_c}, \tag{1.40}$$

где n_k — число значений параметров $K(t_1)$, удовлетворяющих условию $K(t_1) \leqslant k$; N_k — общее число реализаций $k(t)$; n_c — число значений параметра $C(t_1)$, удовлетворяющих условию $C(t_1) \leqslant c$; N_c — общее число реализаций $c(t)$.

Для практических расчетов при достаточно больших n_k, n_c можно принимать

$$P(k, t_1) \cong \frac{n_k}{N_k}, \tag{1.41}$$

$$P(c, t_1) \cong \frac{n_c}{N_c}. \tag{1.42}$$

Производные случайных параметров модели $K(t_1)$, $C(t_1)$ по функциям соответственно k и c называются плотностью вероятности и определяются по формулам

$$p(k, t_1) = \lim_{\Delta k \to 0} \frac{P[k < K(t_1) < k + \Delta k]}{\Delta k}, \tag{1.43}$$

$$p(c, t_1) = \lim_{\Delta c \to 0} \frac{P[c < C(t_1) < c + \Delta c]}{\Delta c}. \tag{1.44}$$

Наряду с вероятностными характеристиками $P(k)$, $p(k)$ и $P(c)$, $p(c)$, случайных жесткости и вязкости феноменологической модели будем пользоваться следующими их числовыми характеристиками:

средним значением случайных параметров

$$\overline{K}(t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} k p(k, t_1)\, dk, \tag{1.45}$$

$$\overline{C}(t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} c p(c, t_1)\, dc, \tag{1.46}$$

здесь черта над $K(t_1)$ и $C(t_1)$ означает операцию усреднения случайных параметров $K(t_1)$, $C(t_1)$ по ансамблю реализаций;

средним значением квадрата случайных параметров

$$\overline{K^2}(t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} k^2 p(k, t_1)\, dk, \tag{1.47}$$

$$\overline{C^2}(t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} c^2 p(k, t_1)\, dc, \tag{1.48}$$

характеризующим их интенсивность.

Вычтя из случайных параметров $K(t_1)$, $C(t_1)$ их среднее значение, получим центрированные случайные параметры модели

$$K^0(t_1) = K(t_1) - \overline{K}(t_1), \tag{1.49}$$

$$C^0(t_1) = C(t_1) - \overline{C}(t_1). \tag{1.50}$$

Еще одну характеристику случайных параметров модели, называемую дисперсией, получим, взяв среднее значение квадрата центрированных случайных параметров

$$\sigma_k^2(t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} k^2 p(k^0, t_1)\, dk, \tag{1.51}$$

$$\sigma_c^2(t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} c^2 p(c^0, t_1)\, dc. \tag{1.52}$$

Наиболее важной характеристикой случайных параметров модели является корреляционная функция

$$R_k(t_1, t_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(k_1 - \bar{K}_1)(k_2 - \bar{K}_2)\,p_2(k_1, k_2)\,dk_1\,dk_2, \quad (1.53)$$

$$R_c(t_1, t_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(c_1 - \bar{C}_1)(c_2 - \bar{C}_2)\,p_2(c_1, c_2)\,dc_1\,dc_2. \quad (1.54)$$

Корреляционные функции характеризуют быстроту изменения случайных параметров.

Весьма важным показателем, характеризующим взаимосвязь различных параметров модели (жесткости и вязкости), является функция взаимной корреляции

$$R_{kc}(t_1, t_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(k_1 - \bar{K}_1)(c_2 - \bar{C}_2)\,p_2(k_1, c_2)\,dk_1\,dc_2, \quad (1.55)$$

$$R_{ck}(t_1, t_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}(c_1 - \bar{C}_1)(k_2 - \bar{K}_2)\,p_2(c_1, k_2)\,dc_1. \quad (1.56)$$

Два параметра модели являются некоррелированными, если функция их взаимной корреляции равна нулю при любых значениях аргумента. Некоррелированные параметры энергетически не взаимодействуют.

3. Методы построения механико-реологических феноменологических моделей

Задачи, решаемые при исследовании машин с упругими связями, выходят за рамки чисто реологических и чисто механических аспектов. Более или менее полное описание рассматриваемых систем может быть достигнуто с использованием методов механики и реологии. Методами механики описывается движение системы как механического объекта, методами реологии — зависимости между деформациями и напряжениями элементов системы.

Все это требует создания механико-реологических феноменологических моделей элементов системы и объекта в целом. Такая феноменологическая модель объекта вследствие наличия неудерживающих связей временами выступает как единая система, временами распадается на ряд феноменологических моделей, описывающих отдельные элементы исследуемого объекта.

Рассмотрим методы построения и описания механико-реологических феноменологических моделей на примере моделей среды, подвергаемой различной вибрационной технологической обработке (Докукин, Гончаревич, 1968, 1969).

Механико-реологические феноменологические модели, в отличие от чисто реологических, прежде всего учитывают инерционность моделируемых объектов (Гончаревич, 1972). Это позволяет использовать их для исследования динамических процессов, неотъемлемой особенностью которых являются меняющиеся ускорения; учет этого фактора имеет особенно большое значение при исследовании процессов с периодически меняющимися параметрами. В механико-реологических феноменологических моделях учтены также статистические свойства среды, взаимодействие напряжений и деформаций во взаимно перпендикулярных направлениях, введены неудерживающие связи, которые позволяют воспроизводить потерю контакта и распадение сложной модели на некоторое время на ряд более простых. В промежутках, когда система находится в распавшемся состоянии, ее элементам свойственно индивидуальное «поведение», нормированное лишь начальными условиями в момент распада. При ликвидации разрывов и возвращении системы в агрегатное состояние она вновь «ведет» себя как единый объект, однако «помнит» о независимом «поведении» ее элементов благодаря начальным условиям момента объединения системы. Таким образом, механико-реологические феноменологические модели способны описывать сложные многофакторные системы.

Рассмотренные в первом разделе настоящей главы простейшие реологические тела, дополненные перечисленными усовершенствованиями, позволяют воспроизводить с необходимой степенью достоверности практически любые сложные реальные объекты. Поэтому при разработке механико-реологических феноменологических моделей ставится задача воспроизвести с необходимой точностью заданные свойства объекта при минимальном наборе реологических тел.

К механико-реологическим феноменологическим моделям предъявляются требования достоверного воспроизведения внутренних процессов, связанных с упругими и пластическими деформациями, а также гистерезисными явлениями, и движения как механического объекта. При этом должны моделироваться реальные внутренние и внешние взаимодействия, а также продолжительности процессов. Модели должны учитывать не только взаимодействие составляющих ее элементов, но и влияние среды, в которой происходит движение.

На рис. 12 приведены феноменологические модели среды для исследования процесса вибротранспортирования массовых грузов. Трехкомпонентная многомассная модель монослоя транспортируемого груза (см. рис. 12, *а*) позволяет исследовать пространственные процессы вибрационного перемещения. Упругие деформации моно-

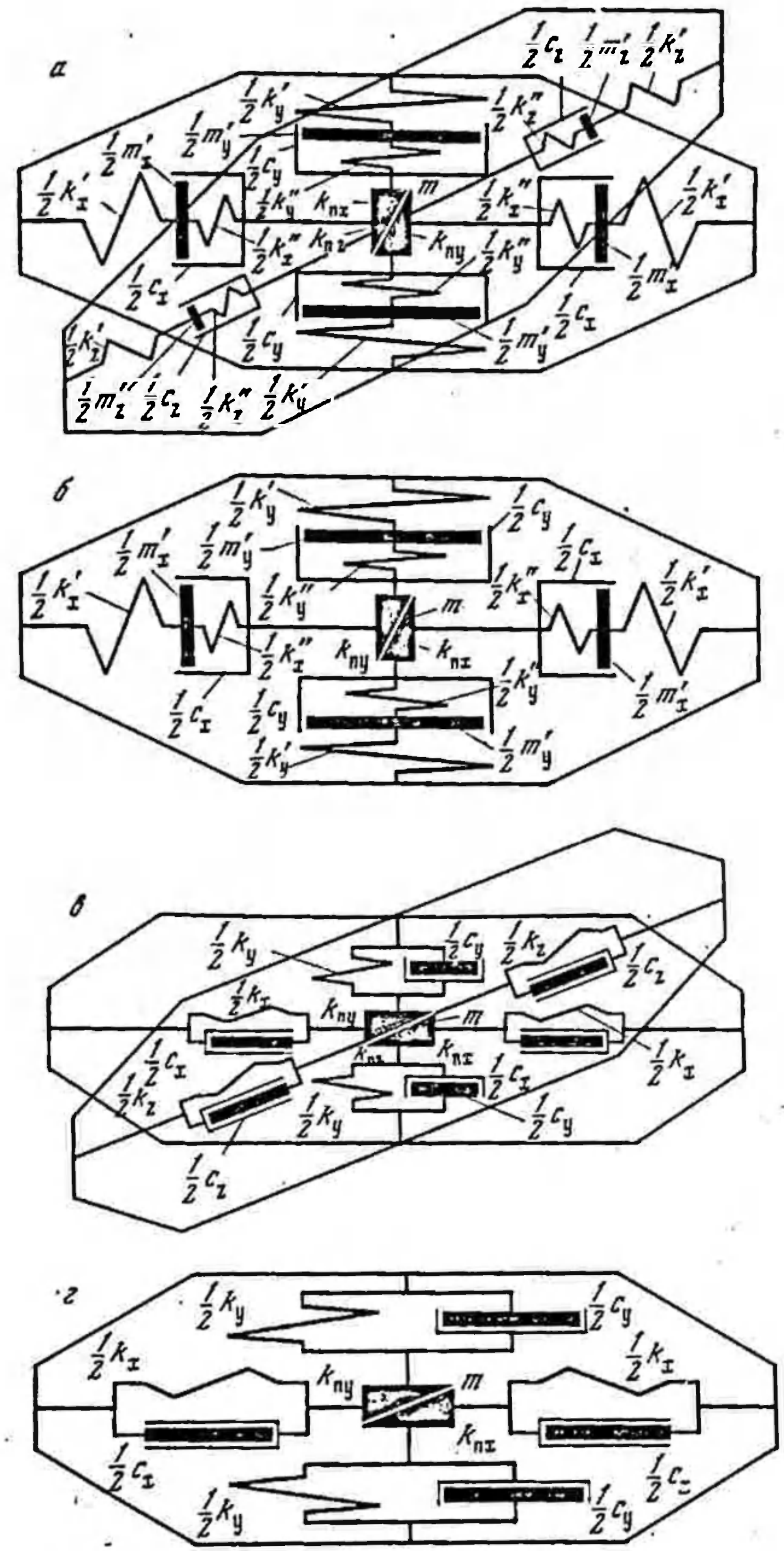


Рис. 12. Феноменологические упруговязкопластические модели монослоя транспортируемого груза

а — трехкомпонентная многомассная; *б* — двухкомпонентная многомассная; *в* — трехкомпонентная одномассная; *г* — двухкомпонентная одномассная слоя груза массы $(m + m_x' + m_y' + m_z')$ в процессе вибрационного транспортирования моделируются упругими телами с коэффициентами жесткости $k_x', k_x'', k_y', k_y'', k_z', k_z''$. Рассеяние энергии (гистерезисные потери) в процессе деформаций монослоя воспроизводится упруговязкими телами с коэффициентами вязкости c_x, c_y, c_z. Инерционные свойства перемещаемой среды учитываются инерционными элементами с массами m, m_x', m_y' и m_z'. Рассматриваемая модель монослоя позволяет также моделировать необратимые деформации среды в направлении всех трех осей x, y, z с помощью упрочняющихся пластических тел, характеризующихся коэффициентами $k_{nx}; k_{ny}; k_{nz}$.

Рассмотренное устройство упруговязкопластической модели слоя транспортируемого груза позволяет непосредственно воспроизводить не только внутрислоевые процессы, но также усилия и продолжительности взаимодействия, возникающие при соударении с грузонесущим органом. Нормальная реакция груза на грузонесущий орган (в направлении оси y) на этапе упругих деформаций оказывается пропорциональной деформациям упруговязких элементов k_y', k_y'' и c_y; на участке пластических деформаций определяется значениями k_{ny}. Тангенциальные реакции груза на грузонесущий орган в отсутствие проскальзывания (в направлении осей x и z) пропорциональны соответственно деформации упруговязких элементов k_x', k_x'', c_x и k_z', k_z'', c_z или смещению пластических элементов k_{nx}, k_{nz}. Если груз скользит по грузонесущему органу, тангенциальные реакции равны произведению нормальной реакции на величину коэффициента трения в направлении соответствующей оси μ_x или μ_z.

В связи с характером работы подавляющего большинства современных вибрационных транспортирующих машин перемещаемый груз подвержен не объемным, а двухкомпонентным деформациям. Поэтому при производстве практических расчетов можно ограничиться двухкомпонентной моделью. Двухкомпонентная модель монослоя приведена на рис. 12, *б*. Она является вариантом трехкомпонентной модели, и устройство ее не требует специальных пояснений.

Как отмечалось уже при изложении физических основ вибрационного транспортирования, оно носит в известной степени стохастический характер в силу того, что факторы, влияющие на характер протекания процесса, меняются с течением времени случайным образом. Наиболее существенное влияние на формирование процесса оказывают случайные изменения свойств транспортируемого груза. Все это приводит к тому, что при вибрационном транспортировании на несущие параметры процесса накладывается случайный фон, обусловленный стохастическим изменением свойств перемещаемого груза. Для воспроизведения стохастического характера процесса вибрационного транспортирования массовых грузов в разработанных моделях предусматривается при проведеции исследований менять в соответствии с корреляционными и спектральными характеристиками моделируемого груза коэффициенты, характеризующие его свойства.

Рассмотренные модели монослоя груза допускают воспроизведение с необходимой степенью точности закономерностей вибрационного транспортирования реальных грузов. Однако приведенные модели являются многомассными многоэлементными системами, что увеличивает объем вычислений при проведении исследований с их использованием.

В связи с изложенным во всех случаях, когда это может быть осуществлено без ущерба для точности расчетов, модель слоя упрощается за счет исключения некоторых ее элементов. Так, если пренебречь инерционностью упруговязких элементов, т. е. принять $m_x' = m_y' = m_z' = 0$, система уравнений движения модели монослоя груза по каждой оси будет понижена на порядок. В этом случае инерционные свойства груза будут моделироваться сосредоточенной массой m. В случае, если пренебречь частью деформативных свойств монослоя, выражаемых упругими элементами k_x'', k_y'' и k_z'', система уравнений еще упростится. В упрощенной модели деформативные свойства груза моделируются упругими элементами k_x, k_y, k_z.

Таким образом, упрощенный вариант модели монослоя груза полностью учитывает все основные характеристики монослоя — инерционные, деформативные и гистерезисные. Поэтому приведенная модель монослоя груза также физически достоверно воспроизводит процесс вибрационного перемещения, и сделанные упрощения могут лишь отразиться на точности моделирования.

При указанных упрощениях монослой груза будет моделироваться одномассной трех- или двухкомпонентной упруговязкопластической моделью (см. рис. 12, *в*, *г*). Здесь демпфер с коэффициентом вязкости c_y моделирует сопротивления, пропорциональные скорости деформации монослоя груза перпендикулярно к поверхности грузонесущего органа. Демпферы с коэффициентами вязкости c_x и c_z моделируют сопротивления, пропорциональные скорости деформации слоя груза параллельно поверхности слоя груза соответственно в направлении осей x и z.

Перечисленный набор простейших реологических тел путем разнообразных их комбинаций позволяет воспроизводить с необходимой степенью достоверности практически любые свойства среды. При разработке реологических моделей среды задача ставится так: воспроизвести с необходимой точностью заданные свойства среды при минимальном наборе реологических элементов.

К феноменологической модели слоя транспортируемого груза предъявляется требование достоверного воспроизведения внутрислоевых процессов и закономерностей взаимодействия с грузонесущим органом, связанных с рассеянием энергии и необратимыми деформациями среды. Должны моделироваться реальные силы и продолжительности взаимодействия с грузонесущим органом.

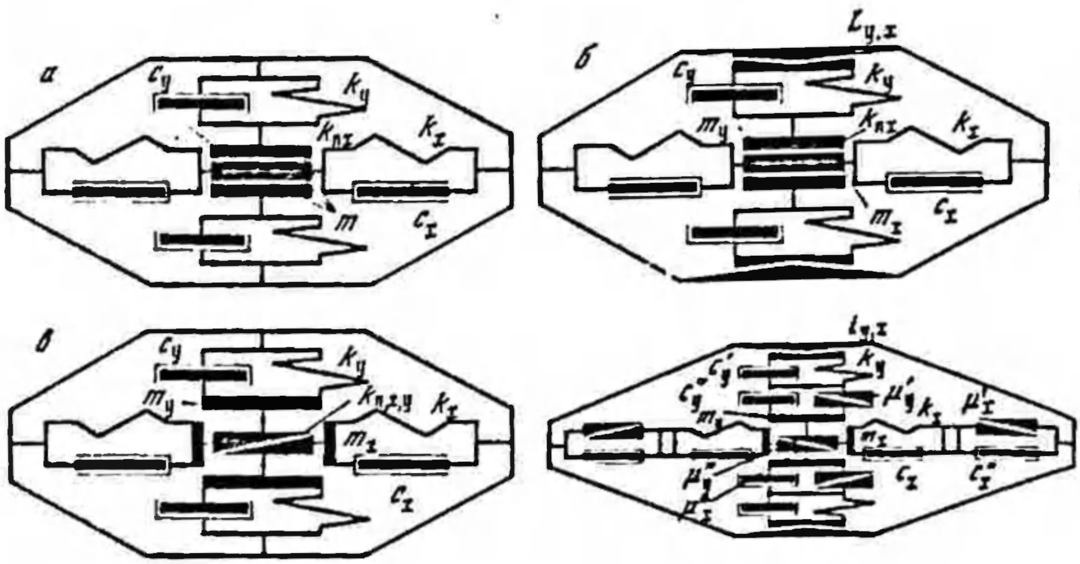


Рис. 13. Феноменологические модели среды

а — упруговязкопластическая; *б* — упруговязкопластическая дилатансионная; *в* — упруговязкопластическая упрочняющаяся; *г* — многомассная упруговязкопластическая упрочняющаяся дилатансионная

Необходимо учитывать влияние среды, в которой происходит перемещение груза, на параметры его движения. Для более точного воспроизведения закономерностей процесса вибротранспортирования были разработаны феноменологические модели среды с неудерживающими связями, которые позволяют моделировать потерю контакта между отдельными слоями груза (Гончаревич, 1972).

Ряд усовершенствованных феноменологических моделей среды представлен на рис. 13. Упругие деформации слоя груза моделируются упругими элементами $k_{x,\,y,\,z}$ (индекс указывает ось, в направлении которой воспроизводится деформация). Рассеяние энергии (гистерезисные потери) в процессе деформации монослоя воспроизводится демпферами с коэффициентами вязких сопротивлений $c_{x,\,y,\,z}$. Инерционные свойства перемещаемой среды учитываются инерционными элементами с массами m, $m_{x,\,y,\,z}$. Необратимые (пластические) деформации среды моделируются пластическими элементами с коэффициентами $k_{\text{п}x,\,y,\,z}$. В случае клинового элемента оказывается возможным воспроизводить также явление уплотнения среды; для воспроизведения зависимости деформации во взаимно перпендикулярных плоскостях (дилатансия) используются элементы с передаточным отношением $i_{x,\,y,\,z}$.

При рассмотрении перечисленных моделей среды следует иметь в виду, что составляющие их элементы являются некоторыми условными стилизованными изображениями, которые не следует воспринимать буквально. Вкладываемый в них физический смысл точно воспроизведен математически в реологических уравнениях. Нужно также отдавать отчет в том, что в феноменологической реологии отдельные элементы не воспроизводят определенных физических свойств среды (например, упругости или пластичности).

Лишь вся модель в целом с известной достоверностью и в определенном диапазоне деформаций приближенно описывает свойства среды. Существенным достоинством феноменологических моделей груза является возможность качественно достоверного воспроизведения с их помощью физических закономерностей процесса вибротранспортирования. Феноменологический подход позволяет теоретически осветить экспериментально установленные особенности многих процессов и открывает перспективы синтеза новых высокоэффективных режимов.

Как уже отмечалось выше, для воспроизведения стохастического характера процесса вибрационного транспортирования массовых грузов в разработанных феноменологических моделях транспортируемого груза предусматривается при проведении исследований менять случайным образом, в соответствии с корреляционными и спектральными характеристиками моделируемого груза, коэффициенты, характеризующие его свойства (k, c, m, $k_п$, i).

На рис. 13, *а* приведена одномассная модель слоя транспортируемого груза, составленная из параллельно соединенных упругих и вязких элементов, массы и пластического элемента. При этом деформации модели слоя в направлении оси y меняют усилия смещения пластического элемента в направлении оси x. Такое устройство модели позволяет изучить много важных проблем виброреологии, например влияние вибрации, приложенной в направлении оси y, на закономерности деформации слоя в направлении оси x. В рассматриваемой модели деформативные свойства груза в направлении оси y моделируются упругими элементами k_y, в направлении оси x — упругими элементами k_x и пластическим элементом $k_{пx}$. Демпфер с коэффициентом вязких сопротивлений c_y моделирует сопротивления, пропорциональные относительной скорости деформации монослоя груза перпендикулярно к поверхности грузонесущего органа; демпфер с коэффициентом c_x — сопротивления, пропорциональные относительной скорости деформации слоя груза в направлении оси x. Модель воспроизводит также передачу деформации в направлении оси y на ось x с соотношением i_{yx}.

Модель на рис. 13, *б* воспроизводит более сложные свойства слоя — она составлена из параллельно включенных упругого $k_{x,\,y}$ и вязкого $c_{x,\,y}$ элементов и соединенного с ними последовательно пластического элемента $k_{пx}$. Модель воспроизводит также передачу деформации в направлении оси y на ось x с соотношением i_{xy}.

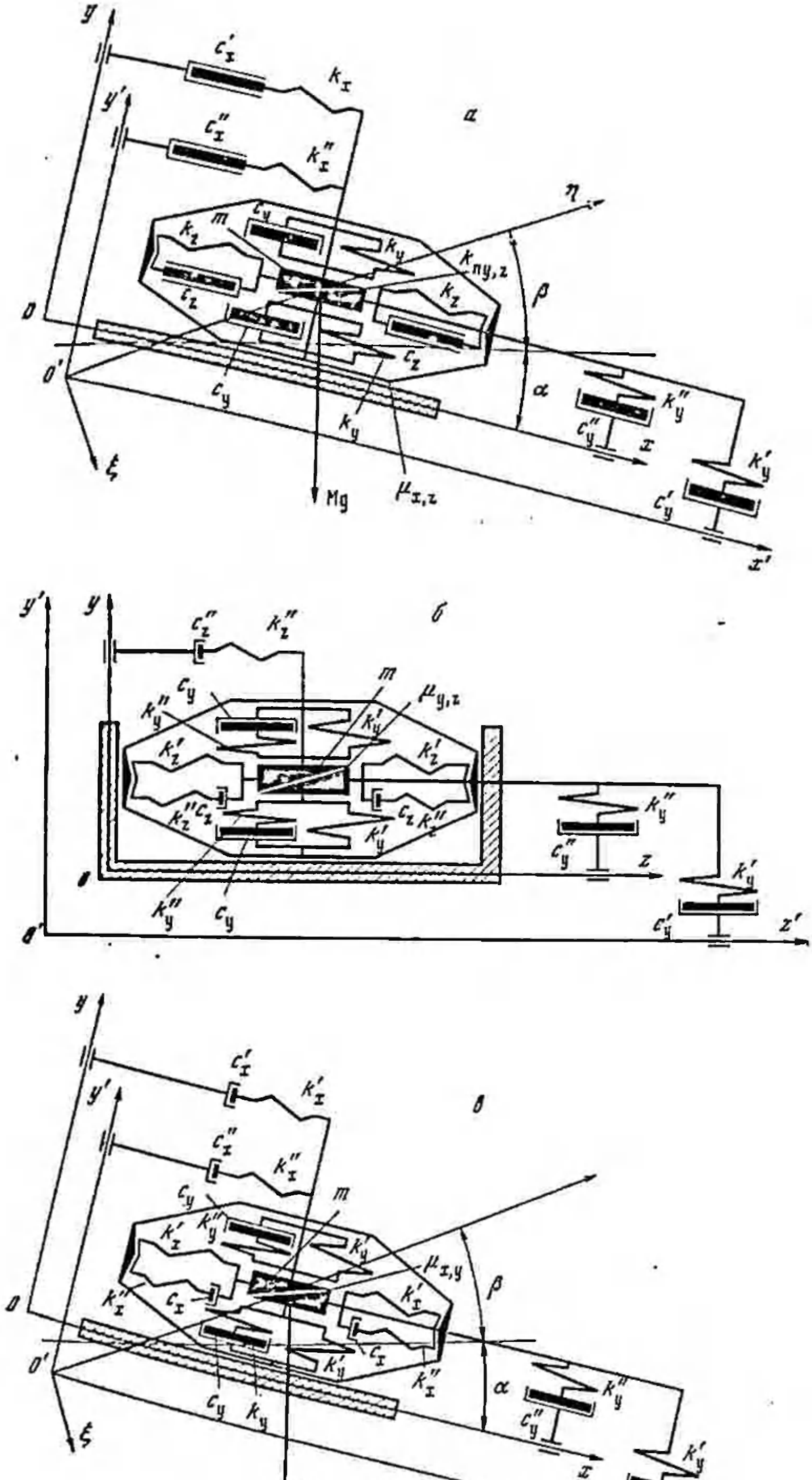
Упруговязкопластическая дилатансионная модель слоя, приведенная на рис. 13, *в*, позволяет моделировать упрочнение слоя в процессе пластической деформации с помощью клинового пластического элемента $k_{пx,\,y}$. С помощью элементов m_x и m_y здесь также воспроизводятся различные инерционные свойства слоя при деформации его в направлении осей x и y и, кроме того, зависимость пластических деформаций в направлении оси x от деформации в направлении оси y.

Модель с еще большей разрешающей способностью, составленная из упругих элементов k_x, k_y, вязких элементов в c'_x, c''_x, c'_y, c''_y, клиновых элементов k'_{nx}, k'_{ny}, k_{nxy}, инерционных элементов m_x, m_y и передающих i_{xy} представлена на рис. 13, *г*.

В процессе вибрационного транспортирования на слой груза действуют также внешние силы, обусловленные трением о поверхность грузонесущего органа и сопротивлением среды, в которой осуществляется перемещение (при перемещении в воздухе — аэродинамические сопротивления, в жидкости — гидродинамические). Сила трения груза о поверхность грузонесущего органа пропорциональна нормальной реакции на соответствующую плоскость (в направлении оси, перпендикулярной к этой плоскости) F_x, F_y, F_z и коэффициенту трения о нее μ_{xy}, μ_{yz}, μ_{xz}. Существенны два вида сопротивлений среды — сопротивления, обусловленные обтеканием слоя при его движении в среде, и сопротивления, обусловленные деформацией прослойки среды, находящейся между слоем и поверхностью грузонесущего органа, а также связанные с этим перетечки ее через поры, имеющиеся в массе груза. Если первые пропорциональны первой или второй степени, в зависимости от режима обтекания (ламинарного или турбулентного), абсолютной скорости движения груза, то вторые зависят от скорости его движения относительно грузонесущего органа. Сопротивления жидкости лучше моделируются последовательно включенными упругим и вязким элементами (рис. 14). Таким образом, сопротивления в абсолютном движении груза моделируются в зависимости от характера среды (газ, жидкость) либо вязкими элементами c'_x, c'_y, c'_z, либо последовательно соединенными упруговязкими элементами k'_x, k'_y, k'_z, c'_x, c'_y, c'_z, которые на схеме показаны связанными с неподвижной системой координат. Сопротивления, пропорциональные относительной скорости перемещения груза, моделируются либо вязкими элементами c''_x, c''_y, c''_z, либо последовательно соединенными упруговязкими элементами k''_x, k''_y, k''_z, c''_x, c''_y, c''_z, которые на схеме показаны связанными с подвижной системой координат. Так как на участках совместного и свободного движения условия взаимодействия со средой могут быть различными, на отдельных этапах движения коэффициенты упругих и вязких сопротивлений имеют разные значения: на участке совместного движения $\ddot{c}_{xyz}$, $\ddot{c}_{xyz}$, $\ddot{k}_{xyz}$, $\ddot{k}_{xyz}$ и на участке свободного движения $\dot{c}_{xyz}$, $\bar{c}_{xyz}$, $\dot{k}_{xyz}$, $\bar{k}_{xyz}$. Рассмотрим закономерности вибротранспортирования упруговязкопластической модели слоя груза по грузонесущему органу

Рис. 14. Схема процесса вибротранспортирования феноменологической модели массового груза

а — с параллельным расположением упруговязких элементов, оси *xy*; *б* — с параллельным расположением упруговязких элементов, оси *yz*; *в* — с параллельно-последовательным расположением упруговязкопластических элементов


а
б
в
Mg
x
y
x'
y'
z
z'
α
β
m

вибрационной транспортирующей машины, совершающему колебания, направленные под углом β к грузонесущему органу (см. рис. 14), наклоненному (в направлении оси x) под углом α к горизонту. Не конкретизируя закон колебаний грузонесущего органа, примем, что проекции его на оси x', y' неподвижной системы координат равны x' и y'.

На слой груза в процессе вибротранспортирования действуют: сила тяжести mg; на участке совместного движения — восстанавливающие силы упругих связей $k_x x$, $k_y y$, $k_z z$, силы вязких сопротивлений, пропорциональных относительным $c_x^{*} \dot{x}$, $c_y^{*} \dot{y}$, $c_z^{*} \dot{z}$ и абсолютным $c_x^{''} (\dot{x}' + \dot{x})$, $c_y^{''} (\dot{y}' + \dot{y})$ скоростям перемещения, а также внутренние силы, обусловленные пластическими деформациями $k_{\text{п}x} (y_{\text{н}} + x)$, $k_{\text{п}y} (x_{\text{н}} + y)$, $k_{\text{п}z} (y_{\text{н}} + z)$, и внешние, вызванные трением о грузонесущий орган $\mu_{x}F_{y}$, $\mu_{z}F_{z}$; на участке свободного движения — силы сопротивления, пропорциональные абсолютной $c_x' (\dot{x}' + \dot{x})$, $c_y' (\dot{y}' + \dot{y})$ и относительной $c_x''\dot{x}$, $c_y''\dot{y}$ скоростям движения груза (так как рассматривается движение груза в воздухе, можно принять, что k_x', k_y', k_x'', k_y'' равны нулю). Здесь $x_{\text{н}}$, $y_{\text{н}}$ — начальная деформация слоя, определяющая начало пластической деформации ($k_{\text{п}x}y_{\text{н}}$, $k_{\text{п}y}x_{\text{н}}$ — соответствующие пределы текучести).

Уравнения движения слоя груза на участке упругой деформации слоя будут иметь вид

$$
\begin{aligned}
m\ddot{x} &= -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - k_x x - c_x\dot{x},\\
m\ddot{y} &= -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - k_y y - c_y\dot{y},\\
m\ddot{z} &= -m\ddot{z}' - k_z z - c_z\dot{z}.
\end{aligned}
\tag{1.57}
$$

При упругих деформациях слоя на него действуют силы

$$
\begin{aligned}
F_x &= k_x x + c_x\dot{x},\\
F_y &= k_y y + c_y\dot{y},\\
F_z &= k_z z + c_z\dot{z}.
\end{aligned}
\tag{1.58}
$$

Сила F_x действует в направлении транспортирования, деформирует слой и стремится сдвинуть его относительно грузонесущего органа или, наоборот, затормозить (в зависимости от знака). Силы F_y и F_z действуют нормально к плоскостям xz и yx, деформируя слой и стремясь вызвать необратимые деформации.

Когда напряжения упругих деформаций слоя станут равны пределу текучести в соответствующем направлении, начнется пластическая деформация слоя или скольжение его по грузонесущему органу.

Условия перехода от упругой деформации к пластической и наоборот можно записать следующим образом:

$$
\begin{aligned}
k_x x + c_x\dot{x} &= k_{\text{п}x}(y_{\text{н}} + x),\\
k_y y + c_y\dot{y} &= k_{\text{п}y}(x_{\text{н}} + y),\\
k_z z + c_z\dot{z} &= k_{\text{п}z}(z_{\text{н}} + z),
\end{aligned}
\tag{1.59}
$$

условия перехода от упругой деформации к скольжению

$$k_x x + c_x \dot{x} = \mu_{xz} F_y,\qquad k_y y + c_y \dot{y} = \mu_{xy} F_z. \tag{1.60}$$

Пластические деформации слоя груза описываются уравнениями

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - k_{\text{п}x}(y_{\text{п}} + x),\\ m\ddot{y} &= -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - k_{\text{п}y}(x_{\text{п}} + y),\\ m\ddot{z} &= -m\ddot{z}' - k_{\text{п}z}(y_{\text{п}} + z), \end{aligned} \tag{1.61}$$

скольжение по грузонесущему органу — уравнениями

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - \operatorname{sign}(\dot{x})\,\mu_{xz}F_y - c_x^{*}(\dot{x}' + \dot{x}), \tag{1.62}$$
$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - \operatorname{sign}(\dot{y})\,\mu_{xy}F_z - c_y^{*}(\dot{y}' + \dot{y}) - c_y^{**}y.$$

Связь между значениями нормальных реакций F_y и F_z устанавливается тем, что значения z и $\dot{z}$, входящие в выражение для определения сил упругих и пластических деформаций, находятся из уравнения

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= -m\ddot{z}' - mi_{yz}\ddot{y} - k_z z - c_z\dot{z},\\ m\ddot{z} &= -m\ddot{z}' - mi_{yz}\ddot{y} - k_{\text{п}z}(z_{\text{п}} + z). \end{aligned} \tag{1.63}$$

Рассмотрим закономерности взаимодействия вибрирующего рабочего органа со средой, представленной упруговязкопластической (см. рис. 14, *в*) моделью, состоящей из соединенных последовательно упругого элемента жесткости k_{x1}, k_{y1} и вязкого элемента с коэффициентом вязкости c_x, c_y и включенного параллельно им упругого элемента k_{x11}, k_{y11}. Воздействие среды моделируется последовательно соединенными упруговязкими элементами k_x', c_x' и k_y', c_y' (Гончаревич, 1973).

На обрабатываемую среду на всех этапах движения действует сила тяжести mg, на участке совместного движения упруговязкие силы $k_{x11}x + k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c_x}t}\int \dot{x}e^{\frac{k_{x1}}{c_x}t}dt$, $k_{y11}y + k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c_y}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c_y}t}dt$, силы пластической деформации $k_{\text{п}x}(y_{\text{п}} - x_y)$, $k_{\text{п}y}(y_{\text{п}} - y_y)$, силы сухого трения груза о грузонесущий орган $\mu_x\left(k_{y11}y + k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c_y}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c_y}t}dt\right)$, упруговязкие силы сопротивления окружающей среды, пропорциональные абсолютной $k_x'e^{-\frac{k_x'}{c_x'}t}\int(\dot{x} + \dot{x}')e^{\frac{k_x'}{c_x'}t}dt$ и относительным $k_x''e^{-\frac{k_x''}{c_x''}t}\int \dot{x}e^{\frac{k_x''}{c_x''}t}dt$, $k_y''e^{-\frac{k_y''}{c_y''}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_y''}{c_y''}t}dt$ скоростям перемещения обрабатываемой среды на участке совместного и свободного движения.

Под воздействием указанных сил обрабатываемая среда может подвергаться упругим и пластическим деформациям в направлении осей x и y, скользить по вибрирующему рабочему органу в направлении оси x и совершать свободные перемещения в направлении осей x и y.

Упруговязкие деформации обрабатываемой среды в условиях упруговязких сопротивлений окружающей среды описываются следующими дифференциальными уравнениями

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - k_{y11}y - k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int_0^t \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt -$$

$$- \dot{k}_y e^{-\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\int_0^t \dot{y}e^{\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\,dt, \qquad (1.64)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - k_{x11}(x - x_0) +$$

$$+ k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int_0^t(\dot{x} - \dot{x}_0)e^{-\frac{k_{x1}}{c_x}t}\,dt - \dot{k}_x' e^{-\frac{\dot{k}_x}{c_x'}t}\int_0^t(\dot{x} + \dot{x}')e^{\frac{\dot{k}_x}{c_x'}t}\,dt.$$

Пластические деформации обрабатываемой среды в условиях упруговязких сопротивлений окружающей среды описываются следующими дифференциальными уравнениями

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - k_{\text{п}y}(x_0 - y_y) - \dot{k}_y e^{-\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\int_0^t \dot{y}e^{\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\,dt,$$

$$(1.65)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - k_{\text{п}x}(y_0 - x_y) - \dot{k}_x' e^{-\frac{\dot{k}_x}{c_x'}t}\int_0^t(\dot{x} + \dot{x}')e^{\frac{\dot{k}_x}{c_x'}t}\,dt.$$

Скольжение обрабатываемой среды описывается дифференциальным уравнением

$$m_0\ddot{x}_0 = -m_0\ddot{x}' + m_0 g\sin\alpha + k_{x11}(x - x_0) -$$

$$- k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int_0^t(\dot{x} - \dot{x}_0)e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt -$$

$$- \dot{k}_x' e^{-\frac{\dot{k}_x}{c'}t}\int_0^t(\dot{x}_0 + \dot{x})e^{\frac{\dot{k}_x}{c'}t}\,dt - \operatorname{sign}(\dot{x}_0)\,\mu_{xz}F_y. \qquad (1.66)$$

Дифференциальные уравнения свободного движения обрабатываемой среды имеют вид

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - \dot{k}_y e^{-\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\int_0^t \dot{y}e^{\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\,dt,$$

$$(1.67)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - \dot{k}_x' e^{-\frac{\dot{k}_x}{c_x'}t}\int_0^t(\dot{x} + \dot{x}')e^{\frac{\dot{k}_x}{c_x'}t}\,dt.$$

Решив полученную систему дифференциальных уравнений, можно определить силы воздействия вибромеханизма на обрабатываемую среду.

Упруговязкие деформации обрабатываемой среды происходят в результате действия нормальных и тангенциальных сил, создаваемых вибромеханизмом

$$
\begin{aligned}
F_{\text{ув}x} &= k_{y11}y + k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt, \\
F_{\text{ув}y} &= k_{x11}x + k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int \dot{x}e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt.
\end{aligned}
\tag{1.68}
$$

Сила $F_{\text{ув}y}$ действует на обрабатываемую среду в направлении, перпендикулярном к плоскости рабочего органа, она деформирует среду, сплющивая ее и стремясь вызвать необратимые деформации (сдвинуть клин, моделирующий уплотняющийся пластический элемент). Сила $F_{\text{ув}x}$ действует в плоскости транспортирования, деформируя обрабатываемую среду и стремясь вызвать продольные пластические деформации и сдвинуть ее относительно рабочего органа вибромеханизма.

При пластических деформациях вибромеханизм действует на обрабатываемую среду с силой

$$
\begin{aligned}
F_{\text{п}y} &= k_{\text{п}y}(x_{\text{п}} + y), \\
F_{\text{п}x} &= k_{\text{п}x}(y_{\text{п}} + x).
\end{aligned}
\tag{1.69}
$$

Сила $F_{\text{п}x}$ действует в плоскости рабочего органа вибромеханизма, вызывая необратимые деформации обрабатываемой среды, и стремится сдвинуть ее относительно рабочего органа. Сила $F_{\text{п}y}$ действует в перпендикулярном направлении, спрессовывая обрабатываемую среду.

При скольжении обрабатываемой среды по рабочему органу вибромеханизма на последний действует сила сухого трения

$$
F_{\pm x} = \operatorname{sign}(\dot{x})\,\mu_{x_2}F_y, \tag{1.70}
$$

где F_y — нормальная сила действия рабочего органа на обрабатываемую среду, которая в зависимости от вида деформации может быть равна $F_{\text{ув}y}$ или $F_{\text{п}y}$.

Моменты перехода от упруговязких деформаций среды к пластическим определяются в результате решения трансцендентных уравнений

$$
\begin{aligned}
k_{y11}y + k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt &= k_{\text{п}y}x_{\text{п}}, \\
k_{x11}x + k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int \dot{x}e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt &= k_{\text{п}x}y_{\text{п}}.
\end{aligned}
\tag{1.71}
$$

Под воздействием указанных сил обрабатываемая среда может подвергаться упругим и пластическим деформациям в направлении осей x и y, скользить по вибрирующему рабочему органу в направлении оси x и совершать свободные перемещения в направлении осей x и y.

Упруговязкие деформации обрабатываемой среды в условиях упруговязких сопротивлений окружающей среды описываются следующими дифференциальными уравнениями

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - k_{y11}y - k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int_0^t \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt -$$

$$- \ddot{k}_y e^{-\frac{\ddot{k}_y}{\ddot{c}_y}t}\int_0^t \dot{y}e^{\frac{\ddot{k}_y}{\ddot{c}_y}t}\,dt, \qquad (1.64)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - k_{x11}(x - x_0) +$$

$$+ k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int_0^t (\dot{x} - \dot{x}_0)e^{-\frac{k_{x1}}{c_x}t}\,dt - \dot{k}_x e^{-\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\int_0^t (\dot{x} + \dot{x}')e^{\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\,dt.$$

Пластические деформации обрабатываемой среды в условиях упруговязких сопротивлений окружающей среды описываются следующими дифференциальными уравнениями

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - k_{\text{п}y}(x_0 - y_y) - \ddot{k}_y e^{-\frac{\ddot{k}_y}{\ddot{c}_y}t}\int_0^t \dot{y}e^{\frac{\ddot{k}_y}{\ddot{c}_y}t}\,dt,$$

$$(1.65)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - k_{\text{п}x}(y_0 - x_y) - \dot{k}_x e^{-\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\int_0^t (\dot{x} + \dot{x}')e^{\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\,dt.$$

Скольжение обрабатываемой среды описывается дифференциальным уравнением

$$m_0\ddot{x}_0 = -m_0\ddot{x}' + m_0 g\sin\alpha + k_{x11}(x - x_0) -$$

$$- k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int_0^t (\dot{x} - \dot{x}_0)e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt -$$

$$- \dot{k}_x e^{-\frac{\dot{k}_x}{c'}t}\int_0^t (\dot{x}_0 + \dot{x})e^{\frac{\dot{k}_x}{c'}t}\,dt - \operatorname{sign}(\dot{x}_0)\,\mu_{xz}F_y. \qquad (1.66)$$

Дифференциальные уравнения свободного движения обрабатываемой среды имеют вид

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - \ddot{k}_y e^{-\frac{\ddot{k}_y}{\ddot{c}_y}t}\int_0^t \dot{y}e^{\frac{\ddot{k}_y}{\ddot{c}_y}t}\,dt,$$

$$(1.67)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - \dot{k}_x e^{-\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\int_0^t (\dot{x} + \dot{x}')e^{\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\,dt.$$

Решив полученную систему дифференциальных уравнений, можно определить силы воздействия вибромеханизма на обрабатываемую среду.

Упруговязкие деформации обрабатываемой среды происходят в результате действия нормальных и тангенциальных сил, создаваемых вибромеханизмом

$$
\begin{gathered}
F_{\text{ув}x} = k_{y11}y + k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt, \\
F_{\text{ув}y} = k_{x11}x + k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int \dot{x}e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt.
\end{gathered} \tag{1.68}
$$

Сила $F_{\text{ув}y}$ действует на обрабатываемую среду в направлении, перпендикулярном к плоскости рабочего органа, она деформирует среду, сплющивая ее и стремясь вызвать необратимые деформации (сдвинуть клин, моделирующий уплотняющийся пластический элемент). Сила $F_{\text{ув}x}$ действует в плоскости транспортирования, деформируя обрабатываемую среду и стремясь вызвать продольные пластические деформации и сдвинуть ее относительно рабочего органа вибромеханизма.

При пластических деформациях вибромеханизм действует на обрабатываемую среду с силой

$$
\begin{gathered}
F_{\text{п}y} = k_{\text{п}y}(x_{\text{в}} + y), \\
F_{\text{п}x} = k_{\text{п}x}(y_{\text{н}} + x).
\end{gathered} \tag{1.69}
$$

Сила $F_{\text{п}x}$ действует в плоскости рабочего органа вибромеханизма, вызывая необратимые деформации обрабатываемой среды, и стремится сдвинуть ее относительно рабочего органа. Сила $F_{\text{п}y}$ действует в перпендикулярном направлении, спрессовывая обрабатываемую среду.

При скольжении обрабатываемой среды по рабочему органу вибромеханизма на последний действует сила сухого трения

$$
F_{\pm x} = \operatorname{sign}(\dot{x})\,\mu_{xz}F_y, \tag{1.70}
$$

где F_y — нормальная сила действия рабочего органа на обрабатываемую среду, которая в зависимости от вида деформации может быть равна $F_{\text{ув}y}$ или $F_{\text{п}y}$.

Моменты перехода от упруговязких деформаций среды к пластическим определяются в результате решения трансцендентных уравнений

$$
\begin{gathered}
k_{y11}y + k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt = k_{\text{п}y}x_{\text{н}}, \\
k_{x11}x + k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int \dot{x}e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt = k_{\text{п}x}y_{\text{н}}.
\end{gathered} \tag{1.71}
$$

Под воздействием указанных сил обрабатываемая среда может подвергаться упругим и пластическим деформациям в направлении осей x и y, скользить по вибрирующему рабочему органу в направлении оси x и совершать свободные перемещения в направлении осей x и y.

Упруговязкие деформации обрабатываемой среды в условиях упруговязких сопротивлений окружающей среды описываются следующими дифференциальными уравнениями

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - k_{y11}y - k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int y e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt -$$

$$- \dot{k}_y e^{-\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\int \dot{y} e^{\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\,dt, \qquad (1.64)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - k_{x11}(x - x_0) +$$

$$+ k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int (\dot{x} - \dot{x}_0) e^{-\frac{k_{x1}}{c_x}t}\,dt - \dot{k}_x e^{-\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\int (\dot{x} + \dot{x}') e^{\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\,dt.$$

Пластические деформации обрабатываемой среды в условиях упруговязких сопротивлений окружающей среды описываются следующими дифференциальными уравнениями

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - k_{ny}(x_0 - y_y) - \dot{k}_y e^{-\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\int \dot{y} e^{\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\,dt, \qquad (1.65)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - k_{nx}(y_0 - x_y) - \dot{k}_x e^{-\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\int (\dot{x} + \dot{x}') e^{\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\,dt.$$

Скольжение обрабатываемой среды описывается дифференциальным уравнением

$$m_0\ddot{x}_0 = -m_0\ddot{x}' + m_0 g\sin\alpha + k_{x11}(x - x_0) -$$

$$- k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int (\dot{x} - \dot{x}_0) e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt -$$

$$- \dot{k}_x e^{-\frac{\dot{k}_x}{c'}t}\int (\dot{x}_0 + \dot{x}') e^{\frac{\dot{k}_x}{c'}t}\,dt - \operatorname{sign}(\dot{x}_0)\,\mu_{xz}F_y. \qquad (1.66)$$

Дифференциальные уравнения свободного движения обрабатываемой среды имеют вид

$$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg\cos\alpha - \dot{k}_y e^{-\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\int \dot{y} e^{\frac{\dot{k}_y}{\dot{c}_y}t}\,dt, \qquad (1.67)$$

$$m\ddot{x} = -m\ddot{x}' + mg\sin\alpha - \dot{k}_x e^{-\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\int (\dot{x} + \dot{x}') e^{\frac{\dot{k}_x}{\dot{c}_x}t}\,dt.$$

Решив полученную систему дифференциальных уравнений, можно определить силы воздействия вибромеханизма на обрабатываемую среду.

Упруговязкие деформации обрабатываемой среды происходят в результате действия нормальных и тангенциальных сил, создаваемых вибромеханизмом

$$
\begin{aligned}
F_{\text{ув}x} &= k_{y11}y + k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt,\\
F_{\text{ув}y} &= k_{x11}x + k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int \dot{x}e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt.
\end{aligned}
\qquad (1.68)
$$

Сила $F_{\text{ув}y}$ действует на обрабатываемую среду в направлении, перпендикулярном к плоскости рабочего органа, она деформирует среду, сплющивая ее и стремясь вызвать необратимые деформации (сдвинуть клин, моделирующий уплотняющийся пластический элемент). Сила $F_{\text{ув}x}$ действует в плоскости транспортирования, деформируя обрабатываемую среду и стремясь вызвать продольные пластические деформации и сдвинуть ее относительно рабочего органа вибромеханизма.

При пластических деформациях вибромеханизм действует на обрабатываемую среду с силой

$$
\begin{aligned}
F_{\text{п}y} &= k_{\text{п}y}(x_{\text{п}} + y),\\
F_{\text{п}x} &= k_{\text{п}x}(y_{\text{п}} + x).
\end{aligned}
\qquad (1.69)
$$

Сила $F_{\text{п}x}$ действует в плоскости рабочего органа вибромеханизма, вызывая необратимые деформации обрабатываемой среды, и стремится сдвинуть ее относительно рабочего органа. Сила $F_{\text{п}y}$ действует в перпендикулярном направлении, спрессовывая обрабатываемую среду.

При скольжении обрабатываемой среды по рабочему органу вибромеханизма на последний действует сила сухого трения

$$
F_{\pm x} = \operatorname{sign}(\dot{x})\,\mu_{xz}F_y, \qquad (1.70)
$$

где F_y — нормальная сила действия рабочего органа на обрабатываемую среду, которая в зависимости от вида деформации может быть равна $F_{\text{ув}y}$ или $F_{\text{п}y}$.

Моменты перехода от упруговязких деформаций среды к пластическим определяются в результате решения трансцендентных уравнений

$$
\begin{aligned}
k_{y11}y + k_{y1}e^{-\frac{k_{y1}}{c}t}\int \dot{y}e^{\frac{k_{y1}}{c}t}\,dt &= k_{\text{п}y}x_{\text{п}},\\
k_{x11}x + k_{x1}e^{-\frac{k_{x1}}{c}t}\int \dot{x}e^{\frac{k_{x1}}{c}t}\,dt &= k_{\text{п}x}y_{\text{п}}.
\end{aligned}
\qquad (1.71)
$$

практике в виде инерционных, эксцентриковых и гидравлических вибраторов.

Третья группа включает ударные вибровозбудители — вибраторы, которые возбуждают колебания ведомого звена колебательной системы ударом. Некоторые типы вибраторов, например ударные электромагнитные вибраторы или инерционные вибромолоты, сообщают ведомому звену вибрационной машины как ударные, так и вибрационные импульсы. Этот тип привода в настоящее время имеет ограниченное применение.

1. Закономерности формирования возмущающей силы в инерционных вибровозбудителях (вибраторах)

В инерционных вибраторах возмущающая сила создается вследствие вращения одной или нескольких неуравновешенных масс (Быховский, 1969). Создаваемая инерционным вибратором возмущающая сила может быть вращающейся, т. е. непрерывно изменяющей свое направление, или направленной. В вибраторах с направленной возмущающей силой последняя постоянно действует в одном и том же направлении и изменяется только по величине. Существуют также специальные типы инерционных вибраторов, создающие возмущающий крутящий момент или различные комбинации возмущающих сил и крутящих моментов.

К вибраторам с вращающейся возмущающей силой относятся вибраторы типа дебаланс, в которых возмущающая сила создается одной вращающейся неуравновешенной массой (дебалансом), а также вибраторы для создания эллиптических и бигармонико-эллиптических колебаний.

Для получения прямолинейно направленной возмущающей силы в инерционных вибраторах применяют обычно два способа: составляющие, действующие в нежелательном направлении, уравновешиваются равными по величине, но противоположно направленными силами, или используется известное свойство шарнира — передавать усилие только в направлении, перпендикулярном к его оси. На практике в этих целях обычно применяются резиновые шарниры, обладающие некоторой упругостью, или рессоры с небольшой поперечной жесткостью.

Направленное действие возмущающей силы обеспечивается вибратором типа самобаланс, представляющим собой два спаренных дебалансных вибратора, синфазно и синхронно вращающихся с одинаковой угловой скоростью. Если синфазность и синхронность вращения дебалансов достигается без механической связи между вибраторами, то они называются самосинхронизирующимися. В целях получения направленной возмущающей силы от одного дебалансного вибратора его подвешивают к шарниру с помощью коромысла в виде маятника. Для обеспечения устойчивого положения коромысла в пространстве его распирают между двумя пружинами или используют резиновый шарнир. При этом возмущающая сила передается вибрационной машине лишь в направлении линии, соединяющей центр вращения дебаланса и центр подвески коромысла, на котором закреплен мотор-вибратор. Такие вибраторы называются маятниковыми. Направленная возмущающая сила, изменяющаяся по бигармоническому закону, создается двумя спаренными самобалансными вибраторами, один из которых вращается с удвоенной по отношению к другому скоростью.

Для одновременного создания возмущающей силы и возмущающего момента применяют маятниковые вибраторы со смещенным

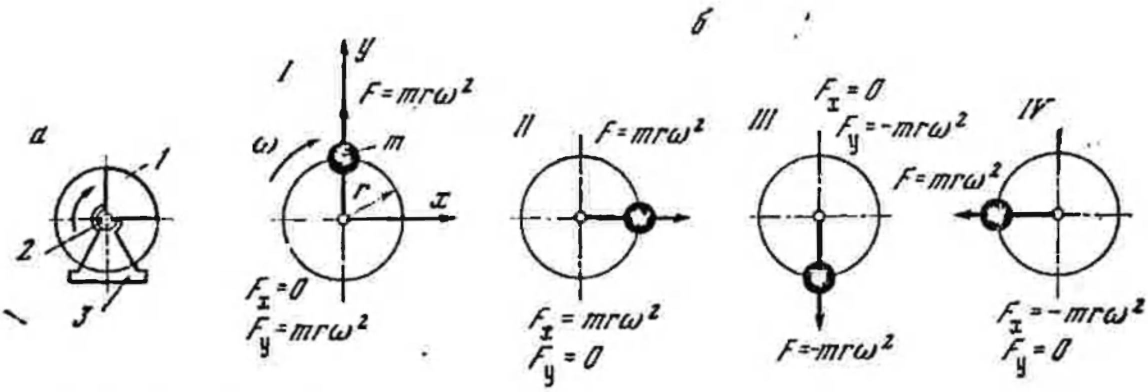


Рис. 15. Инерционный вибратор типа дебаланс

а — принципиальная схема; *б* — принцип действия

дебалансами, подвешиваемые с помощью пространственного шарнира, и специальные двухвальные четырехдебалансные вибраторы.

Принципиальная схема устройства инерционного вибратора типа дебаланс приведена на рис. 15, *а*. Вибратор состоит из дебаланса *1*, вращающегося с постоянной угловой скоростью па валу *2* в подшипниках опорной части *3*, которая жестко крепится к вибрационной машине. При вращении дебаланса создается постоянная по величине центробежная (возмущающая) сила, которая непрерывно меняет свое направление.

Принцип действия дебалансного вибратора поясняют схемы, приведенные на рис. 15, *б*. В дебалансном вибраторе возмущающая сила создается центробежной силой неуравновешенной массы m (дебаланса), вращающейся с угловой скоростью ω. При расстоянии от центра вращения этой массы до ее центра тяжести r возмущающая сила будет равна $mr\omega^2$. В положении *I* она направлена вертикально вверх, в положении *II* по горизонтали вправо и т. д. Таким образом, возмущающая сила дебалансного вибратора постоянно меняет свое направление, вращаясь вместе с дебалансом, и остается равной по величине $F = mr\omega^2$. Проекции возмущающей силы на оси x, y будут соответственно равны

$$F_x = mr\omega^2 \sin \omega t,$$

$$F_y = mr\omega^2 \cos \omega t.$$

Принципиальная схема инерционного вибратора типа самобаланс с дебалансами, вращающимися в противоположные стороны, приведена на рис. 16, *а*. Вибратор состоит из двух дебалансов *1* и *2*, вращающихся в противоположные стороны с одинаковой угловой скоростью на валах *3* и *4*, укрепленных в общей опоре *5*.

Принцип действия самобалансного вибратора поясняют схемы, приведенные на рис. 16, *б*. При нахождении дебалансов, имеющих массу m и эксцентриситет r, в положении *I* центробежные силы, равные каждая $mr\omega^2$, направлены по горизонтали в противоположные стороны, и так как они равны по величине, то их равнодействующая равна нулю. При нахождении дебалансов в положении *II* центробежные силы действуют по вертикали и направлены вниз. Возмущающая сила вибратора в этом случае равна их сумме $F = -2mr\omega^2$. В положении *III* возмущающая сила равна нулю, в положении *IV* она направлена вертикально вверх и по величине равна сумме центробежных сил дебалансов $F = 2\,mr\omega^2$. Таким образом, самобалансный вибратор с дебалансами, вращающимися в противоположные стороны, создает постоянную по направлению и переменную по величине возмущающую силу, изменяющуюся по закону $F = 2\,mr\omega^2 \sin \omega t$.

В тех случаях, когда желательно иметь наряду с возмущающей силой и возмущающий момент, находит применение двухдебалансный вибратор, в котором дебалансы смещены относительно друг друга на некоторый угол и вращаются в противоположные стороны.

Принципиальная схема устройства такого вибратора (со смещением дебалансов на 90°) приведена на рис. 17, *а*. Вибратор состоит из двух дебалансов *1* и *2*, вращающихся на валах *3* и *4* в общей опорной части *5*. Дебалансы соединены зубчатой передачей, обеспечивающей их синхронное вращение в противоположные стороны. При таком расположении дебалансов в процессе вращения создается возмущающая сила, направленная под углом 45° (90°/2) к прямой, соединяющей их центры, и крутящий момент, пропорциональный величине возмущающей силы и расстоянию между дебалансами.

Принцип действия инерционного вибратора со смещенными дебалансами поясняют схемы, приведенные на рис. 17, *б*. На рисунке приняты следующие обозначения: m — масса дебалансов, r — их эксцентриситет, a — половина расстояния между валами вибратора, ω — угловая скорость вращения дебалансов. Для удобства рассмотрения закономерностей формирования возмущающей силы воспользуемся системой координат, ось x которой проходит через центры вращения дебалансов и направлена вправо, ось y направлена вверх и ось z — перпендикулярно к плоскости чертежа. При нахождении дебалансов в положении *I* горизонтальные и вертикальные составляющие центробежной силы складываются и результирующая возмущающая сила равна их сумме. Однако в отличие от самобалансного вибратора возмущающая сила направлена не вертикально, а под углом 45° к горизонтали. По величине она равна

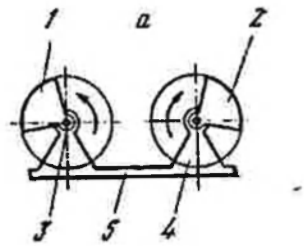
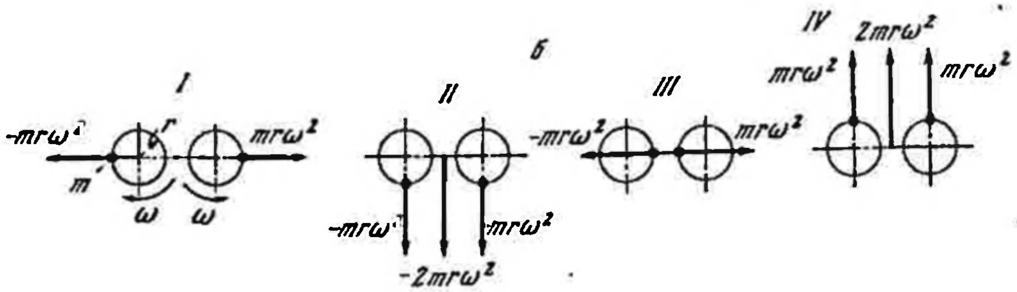


Рис. 16. Инерционный вибратор типа самобаланс

а — принципиальная схема; б — принцип действия



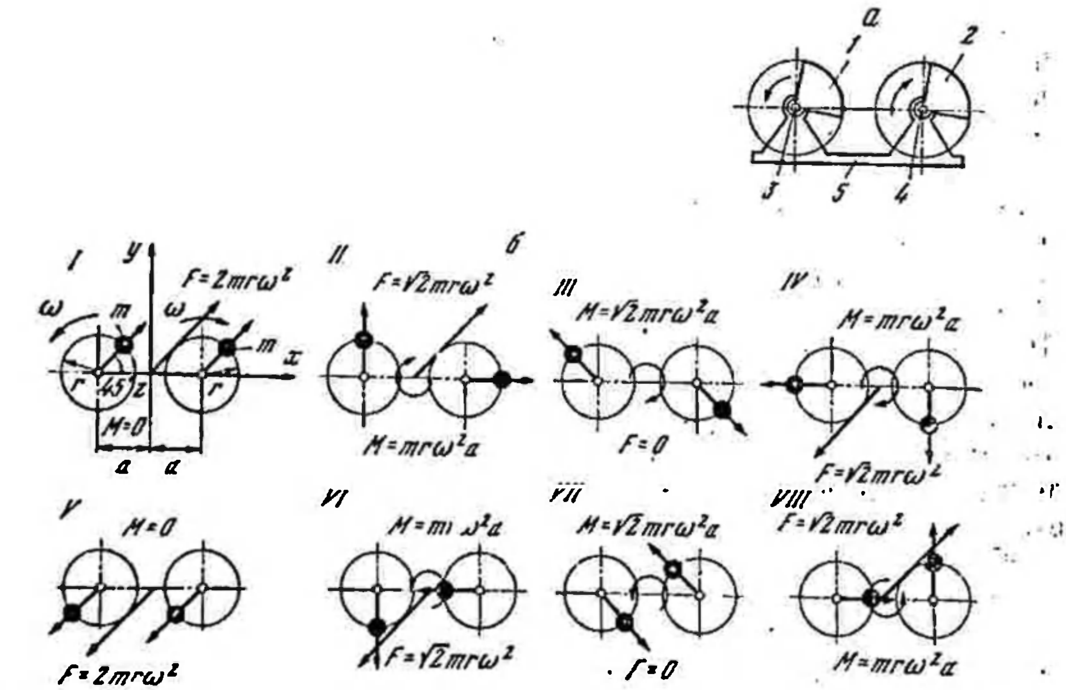


Рис. 17. Инерционный вибратор со смещенными дебалансами, вращающимися в разные стороны

а — принципиальная схема; б — принцип действия

$F = 2mr\omega^2$, проекции ее на оси x, y равны соответственно $F_x = F_y = \frac{\sqrt{2}}{2} mr\omega^2$; возмущающий момент вибратора вокруг оси z равен $M = 0$. В положении *II* центробежная сила левого дебаланса направлена вертикально вверх, правого — в направлении оси x. При этом возмущающая сила, как и во всех прочих положениях дебалансов, направлена под углом 45° к осям x, y и по величине равна $F = \sqrt{2}mr\omega^2$, ее проекции на оси x, y будут равны соответственно $F_x = F_y = mr\omega^2$. Крутящий момент вокруг оси z действует по часовой стрелке и равен $M = mr\omega^2 a$. Закономерности формирования возмущающих силы и момента в других положениях дебалансов поясняют приведенные на рис. 17 схемы.

В тех случаях, когда нужно получить возмущающий момент, используют двухдебалансные вибраторы с дебалансами, смещенными относительно друг друга на 180° и вращающимися в одном направлении. Принципиальная схема такого вибратора приведена на рис. 18, *а*. Вибратор состоит из двух дебалансов *1* и *2*, укрепленных на валах *3* и *4* и вращаемых приводной шестерней *5* в одну сторону. Валы дебалансов и приводная шестерня закреплены в общей опоре *6*.

Принцип действия двухдебалансного вибратора с дебалансами, вращающимися в одном направлении и смещенными на 180° один относительно другого, поясняет рис. 18, *б*. В положении *I* центробежные силы, возникающие при вращении дебалансов, равные по величине и направленные в противоположные стороны, создают вращающий момент в вертикальной плоскости, действующий против часовой стрелки и равный по величине $M = -2mr\omega^2 a$. В положении *II* центробежные силы дебалансов, равные по величине и действующие по одной линии в противоположные стороны, уравновешивают друг друга и создаваемый вибратором момент $M = 0$. В положении *III* действует момент по часовой стрелке, равный $M = 2mr\omega^2 a$, в положении *IV* воздействие вибратора равно нулю. Таким образом, двухдебалансный вибратор с дебалансами, смещенными на 180° и вращающимися в одном направлении, создает переменный по величине и направлению возмущающий момент, действующий в плоскости вращения дебалансов, который изменяется по закону $M = 2mr\omega^2 a \sin \omega t$.

Принципиальная схема устройства маятникового вибратора приведена на рис. 19, *а*. Вибратор состоит из дебаланса *1*, вращающегося на валу *2*, закрепленном на коромысле *3*, которое шарнирно (при помощи резино-металлического шарнира) крепится в опоре *4*. При шарнирном креплении вибратора составляющая центробежной силы, проходящая через центр вращения дебаланса и шарнир коромысла, полностью передается на опору, которая жестко крепится к вибрационной машине. Составляющая центробежной силы, действующая в перпендикулярном направлении, обусловливает колебания вибратора вокруг шарнира коромысла. При этом вследствие малой жесткости резино-металлического шарнира

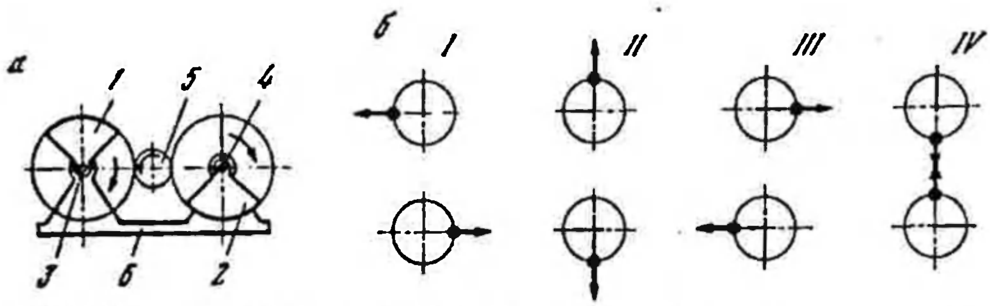


Рис. 18. Инерционный вибратор со смещенными дебалансами, вращающимися в одну сторону

а — принципиальная схема; *б* — принцип действия

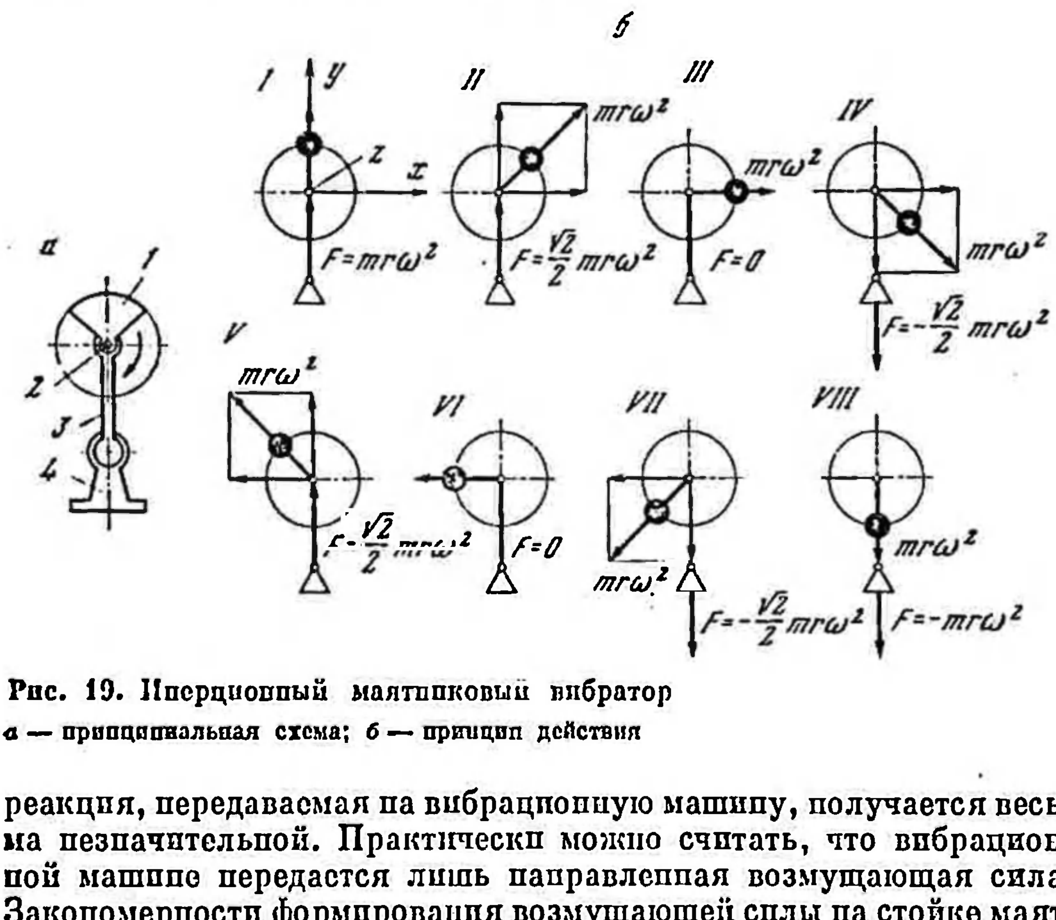


Рис. 19. Инерционный маятниковый вибратор

а — принципиальная схема; *б* — принцип действия

реакция, передаваемая на вибрационную машину, получается весьма незначительной. Практически можно считать, что вибрационной машине передастся лишь направленная возмущающая сила. Закономерности формирования возмущающей силы на стойке маятникового вибратора поясняют *I—VIII* на рис. 19, *б*.

Принципиальная схема устройства маятникового вибратора с двумя шарнирами, расположенными в перпендикулярных плоскостях, и со смещенными дебалансами приведена на рис. 20, *а*. Вибратор состоит из двух дебалансов *1* и *2*, вращающихся на валу *3* и смещенных относительно друг друга на угол 90° или несколько больше. Вал с дебалансами с помощью шарниров *4*, ось которых перпендикулярна к валу, устанавливается шарнирно в коромысле *5*, крепящемся с помощью резино-металлического шарнира *6* к опоре *7*.

Принцип действия двухшарнирного маятникового вибратора поясняют диаграммы рис. 20, *б*. В положении *I* горизонтальные составляющие центробежных сил дебалансов направлены перпендикулярно к оси шарнира *6* и вследствие этого не передаются на опору вибратора *7*, а лишь обусловливают отклонение коромысла влево. Вертикальные составляющие создают момент относительно оси шарниров *4*, вызывающий поворот вала вибратора против часовой стрелки. При этом на опору вибратора, а следовательно, и на колебательную систему практически не передается никаких усилий. В положении *II* горизонтальные составляющие создают момент $M = \sqrt{2}\, mr\omega^2 a$ в горизонтальной плоскости вокруг оси y, действующий по часовой стрелке. Вертикальные составляющие действуют в одну сторону и создают вертикальную возмущающую силу $F = \sqrt{2}\, mr\omega^2$. Так как ни момент, ни возмущающее усилие не компенсируются шарнирами (см. рис. 20, *а*), они полностью передаются опоре вибратора и от нее колебательной системе. В положении *III* двухшарнирный маятниковый вибратор не сообщает колебательной системе никаких усилий. В положении *IV* создаются возмущающая сила, действующая вертикально вниз $F = -\sqrt{2} mr\omega^2$, и момент в горизонтальной плоскости, направленный против часовой стролки, $M = -\sqrt{2}\, mr\omega^2 a$. Таким образом, двухшарнирный маятниковый вибратор со смещенными дебалансами создает возмущающую силу, действующую в вертикальной плоскости, и возмущающий момент — в горизонтальной плоскости, которые изменяются по закону

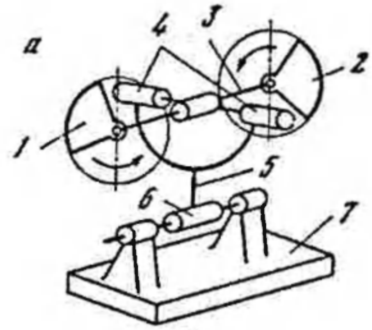
$$F = 2\, mr\omega^2 \cos \omega t, \qquad M = 2\, mr\omega^2 a \sin \omega t.$$

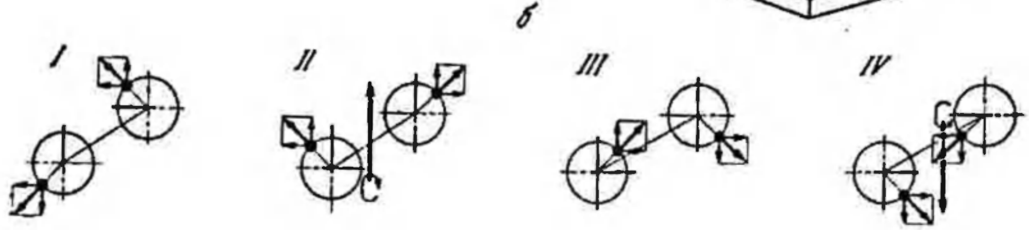
Для одновременного создания возмущающей силы и возмущающего момента находят также применение двухвальные вибраторы с четырьмя смещенными дебалансами. Принципиальная схема устройства такого вибратора приведена на рис. 21, *а*. Вибратор состоит из двух валов *1* и *2*, синхронно вращающихся в противоположные стороны, на которых укреплено по два дебаланса *3*, *4* и *5*, *6*. Дебалансы каждого вала смещены относительно друг друга на 90° или несколько больше; дебалансы, находящиеся с одной стороны вибратора, смещены относительно друг друга на 180° или несколько меньше.

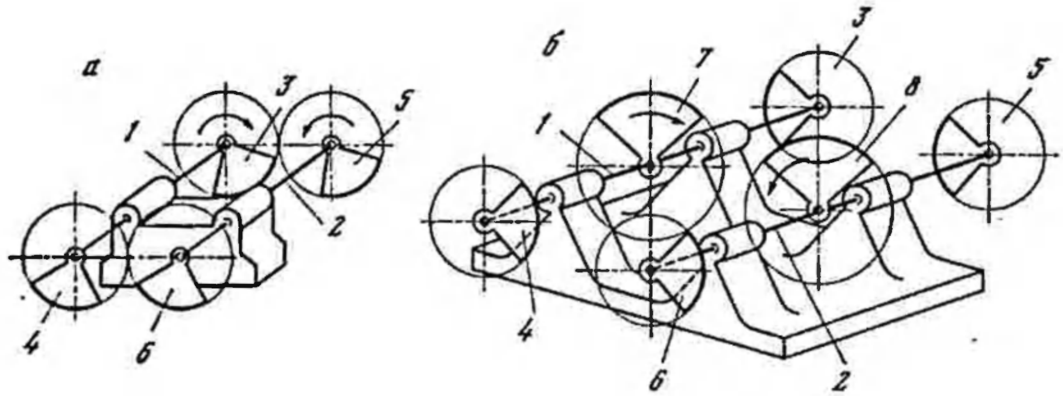
Принцип действия двухвального вибратора с четырьмя дебалансами поясняют диаграммы рис. 21, *в*. В положении *I* горизонтальные составляющие центробежных сил передних дебалансов направлены влево, задних — вправо. Результирующие силы горизонтальных составляющих создают момент в горизонтальной плоскости, направленный по часовой стрелке и равный $M = 2\sqrt{2}\, mr\omega^2 a$. Вертикальные составляющие создают вертикальную возмущающую силу $F = -2\sqrt{2}\, mr\omega^2$, направленную вниз. В положении *II* горизонтальные составляющие центробежных сил левого переднего и правого заднего дебалансов создают момент в горизонтальной плос-

Рис. 20. Инерционный двухшарнирный маятниковый вибратор

а — принципиальная схема; *б* — принцип действия







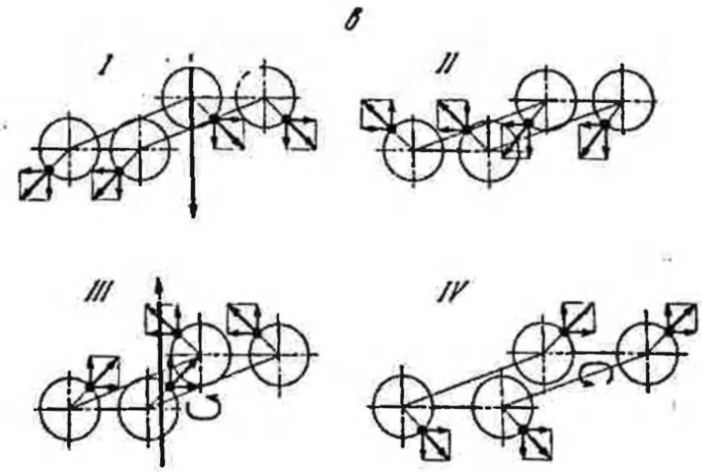


Рис. 21. Инерционный двухвальный вибратор

а — принципиальная схема четырехдебалансного вибратора; *б* — принципиальная схема шестидебалансного вибратора; *в* — принцип действия кости, направленный по часовой стрелке. Горизонтальные составляющие двух других дебалансов создают равный по величине момент в горизонтальной плоскости, но направленный в противоположную сторону. Поэтому равнодействующий момент четырех дебалансов равен нулю. Точно так же уравновешиваются и моменты, создаваемые вертикальными составляющими центробежных сил дебалансов. Таким образом, равнодействующий момент центробежных сил всех дебалансов в положении *II* равен нулю. В положении *III* вибратор создает направленную вверх вертикальную возмущающую силу $F = 2\sqrt{2}\,mr\omega^2$ и момент в горизонтальной плоскости $M = -2\sqrt{2}\,mr\omega^2 a$, действующий против часовой стрелки. В положении *IV* вибратор не передает никаких возмущений. Законы изменения возмущающей силы и возмущающего момента следующие:

$$F = 4\,mr\omega^2 \cos \omega t, \quad M = 4\,mr\omega^2 a \cos \omega t.$$

В тех случаях, когда хотят независимо регулировать величину возмущающей силы и возмущающего момента, используют шестидебалансные вибраторы (см. рис. 21, *б*). Здесь, как и в предыдущей конструкции, имеются два синхронно вращающихся вала *1* и *2*, по концам которых и в середине установлены дебалансы *3—6* и *7*, *8*. Так как возмущающая сила средних дебалансов совпадает с центром вращения системы, они не создают возмущающего момента. В рассмотренной конструкции открывается возможность регулирования в отдельности кинетических моментов средних и крайних дебалансов, а следовательно, независимого изменения величины возмущающей силы и возмущающего момента.

В вибрационных машинах находят также применение специальные конструкции инерционных вибролриводов. К числу таких приводов относятся и вибраторы для создания эллиптических и бигармонических колебаний, а также трехвальные и четырехвальные вибраторы, создающие возмущающую силу, меняющуюся по сложному закону.

Для создания бигармонических колебаний можно использовать инерционные четырехдебалансные вибраторы, синхронизированные пары дебалансов которых вращаются с угловыми скоростями, относящимися как 1 : 2. Принципиальная схема четырехдебалансного бигармонического инерционного вибратора представлена на рис. 22, *а*. Вибратор состоит из двух пар синхронно вращающихся в противоположные стороны дебалансов *1*, *2* и *3*, *4*, которые закреплены в общей опоре *5*. Первая пара дебалансов вращается с удвоенной скоростью.

Принцип действия бигармонического инерционного вибратора поясняет рис. 22, *б* (на схеме представлен случай, когда угол сдвига фазы между возмущающими силами, создаваемыми первой и второй парой дебалансов, равен 90°). Приняты следующие обозначения: m' и r' — масса и эксцентриситет дебалансов первой ступени, вращающихся с угловой скоростью ω; m'' и r'' — масса и

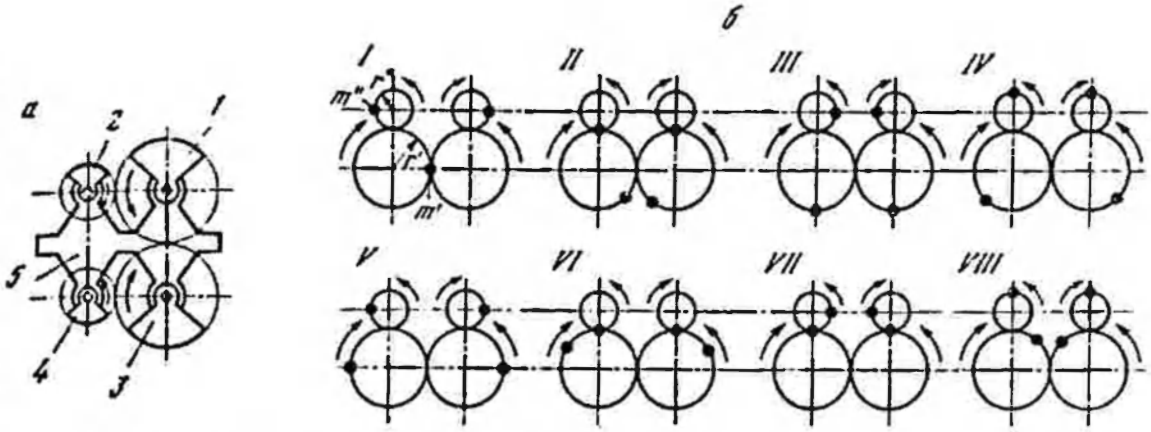


Рис. 22. Инерционный бигармонический вибратор

а — принципиальная схема; *б* — принцип действия

эксцентриситет дебалансов второй ступени. При нахождении дебалансов в положении *I* центробежные силы всех четырех дебалансов действуют в горизонтальном направлении и в каждой паре направлены в противоположные стороны. Вследствие этого суммарная возмущающая сила каждой пары дебалансов и вибратора в целом равна нулю. Положение *II* соответствует повороту первой пары дебалансов на 45° и второй — на 90°. В этом положении обе пары дебалансов дают составляющие, направленные вниз. Возмущающая сила вибратора в положении *II* также будет направлена вниз и равна сумме составляющих обеих пар дебалансов $F =$ $= -2m''r''4\omega^2 - \sqrt{2}\,m'r'\omega^2$. В положении *III* (поворот первой пары дебалансов на 90° и второй на 180°) возмущающая сила первой пары дебалансов достигает максимального значения $2m'r'\omega^2$ и направлена вниз; суммарная возмущающая сила второй пары дебалансов равна нулю. Поэтому возмущающая сила всего вибратора в положении *III* равна возмущающей силе, создаваемой первой парой дебалансов $F = 2m'r'\omega^2$.

В положении *IV* (поворот первой пары дебалансов на 135° и второй на 270°) суммарные возмущающие силы обеих пар дебалансов направлены в противоположные стороны. Возмущающая сила вибратора равна при этом их разности, а направление ее зависит от соотношения возмущающих сил пар дебалансов: если суммарная составляющая первой пары больше, то возмущающая сила вибратора направлена вниз, в противном случае — наоборот. Формирование возмущающей силы бигармонического инерционного вибратора в положениях *V—VIII* ясно из рисунка. Изменяя величину дебалансов каждой пары и угол сдвига фазы между ними, можно получать разнообразные бигармонические возбуждения, подбирая оптимальный их характер для решения данной технологической задачи.

Закон изменения возмущающей силы бигармонического вибратора определяется соотношением

$$F = m'r'\omega^2 \cos \omega t + 4m''r''\omega^2 \cos(\omega t + \gamma),$$

где γ — угол сдвига фаз между дебалансами второй и первой ступеней.

Для создания эллиптических колебаний находят применение специальные двухдебалансные инерционные вибраторы. Принципиальная схема инерционного вибратора для создания эллиптических колебаний аналогична принципиальной схеме вибратора типа самобаланс (см. рис. 16, *а*). Отличие состоит лишь в том, что кинетические моменты дебалансов вибратора неодинаковы.

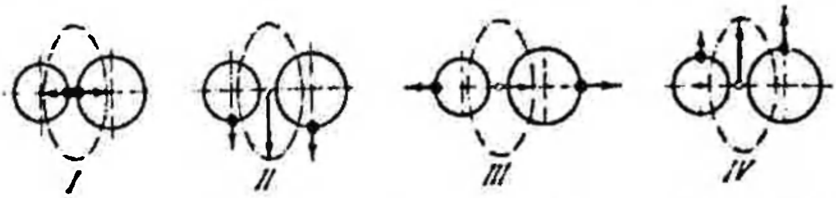


Рис. 23. Принцип действия инерционного вибратора для создания эллиптических колебаний

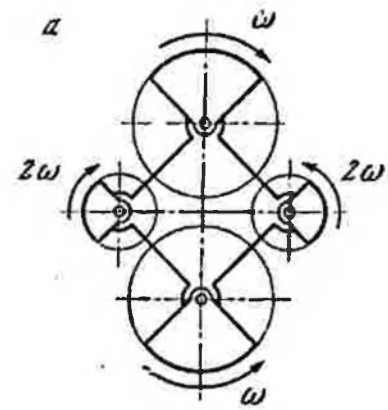
Принцип действия инерционного двухдебалансного вибратора для создания эллиптических колебаний поясняет рис. 23 (на рисунке принято, что кинетический момент $m'r'$ правого дебаланса больше кинетического момента $m''r''$ левого дебаланса). В положении *I* центробежные силы дебалансов направлены по горизонтали в противоположные стороны, и так как кинетический момент правого дебаланса больше, возмущающая сила вибратора направлена по оси x влево и равна по величине разности центробежных сил дебалансов $F_x = -(m'r' - m''r'')\,\omega^2$, $F_y = 0$. В положении *II* центробежные силы дебалансов направлены по оси в одну сторону — вниз. Возмущающая сила вибратора также направлена вниз и равна сумме центробежных сил дебалансов $F_x = 0$, $F_y = -(m'r' + m''r'')\,\omega^2$. В положении *III* центробежные силы дебалансов направлены по горизонтали в противоположные стороны; возмущающая сила вибратора равна разности центробежных сил дебалансов $F_x = (m'r' - m''r'')\,\omega^2$, $F_y = 0$, также направлена по горизонтали, но в отличие от положения *I* вправо. В положении *IV* центробежные силы дебалансов направлены вверх; возмущающая сила также направлена вверх и равна сумме центробежных сил дебалансов $F_y = (m'r' + m''r'')\,\omega^2$, $F_x = 0$.

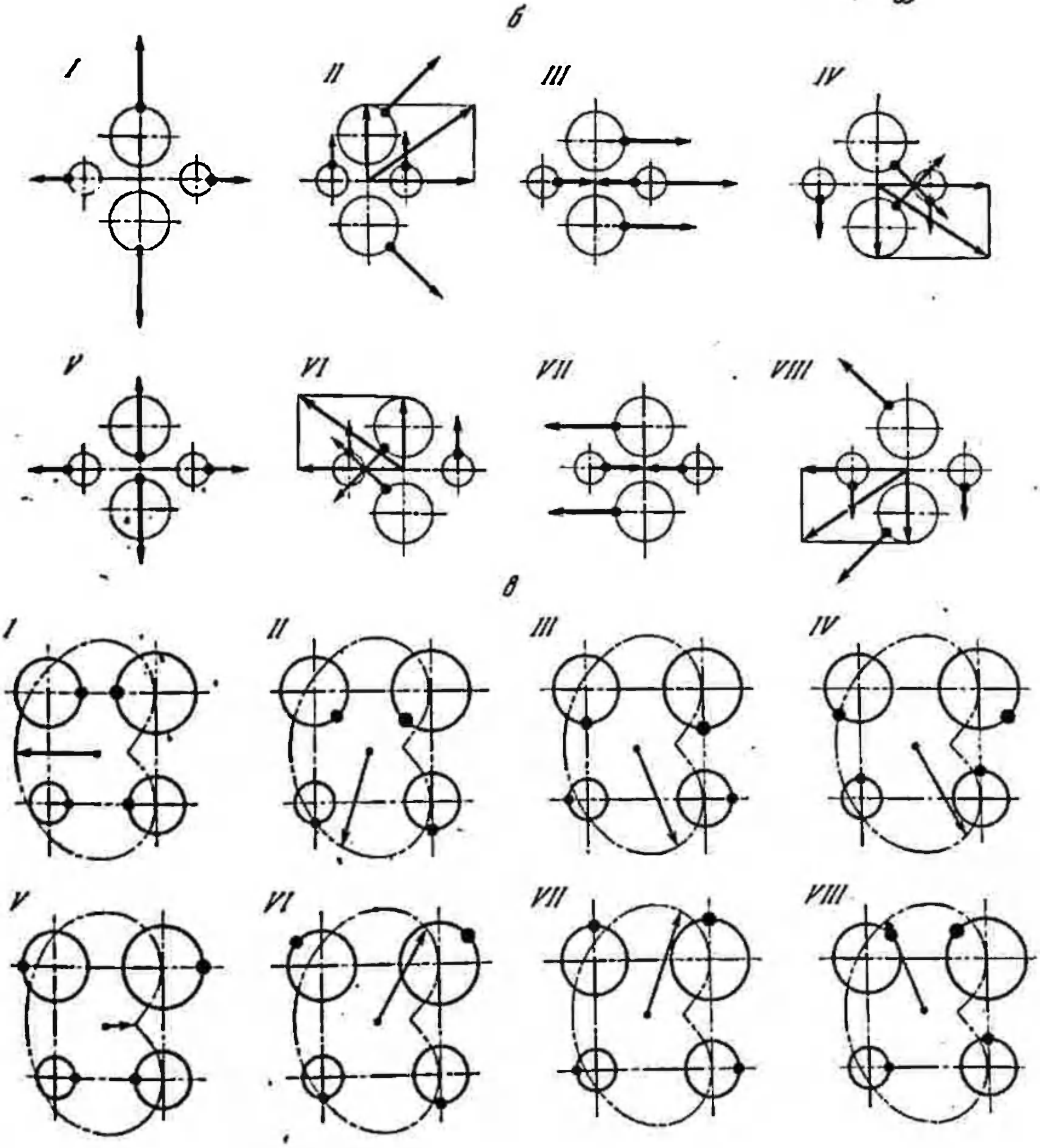
Таким образом, двухдебалансный вибратор с дебалансами, имеющими различные кинетические моменты дебалансов, создает вращающуюся возмущающую силу, годограф которой представляет собой эллипс.

Для получения более сложных годографов возмущающей силы может быть использован бигармонико-эллиптический вибратор. По принципиальному устройству он подобен бигармоническому инерционному вибратору для создания прямолинейных колебаний (см. рис. 22, *а*). Однако каждая ступень вибратора повернута относительно другой на 90° (рис. 24, *а*). Принцип действия бигармонико-эллиптического вибратора поясняют *I*—*VIII* на рис. 24, *б*.

Рис. 24. Инерционный бигармонико-эллиптический вибратор

а — принципиальная схема; *б* — формирование возмущающей силы при двух парах одинаковых дебалансов; *в* — формирование возмущающей силы при четырех разных дебалансах





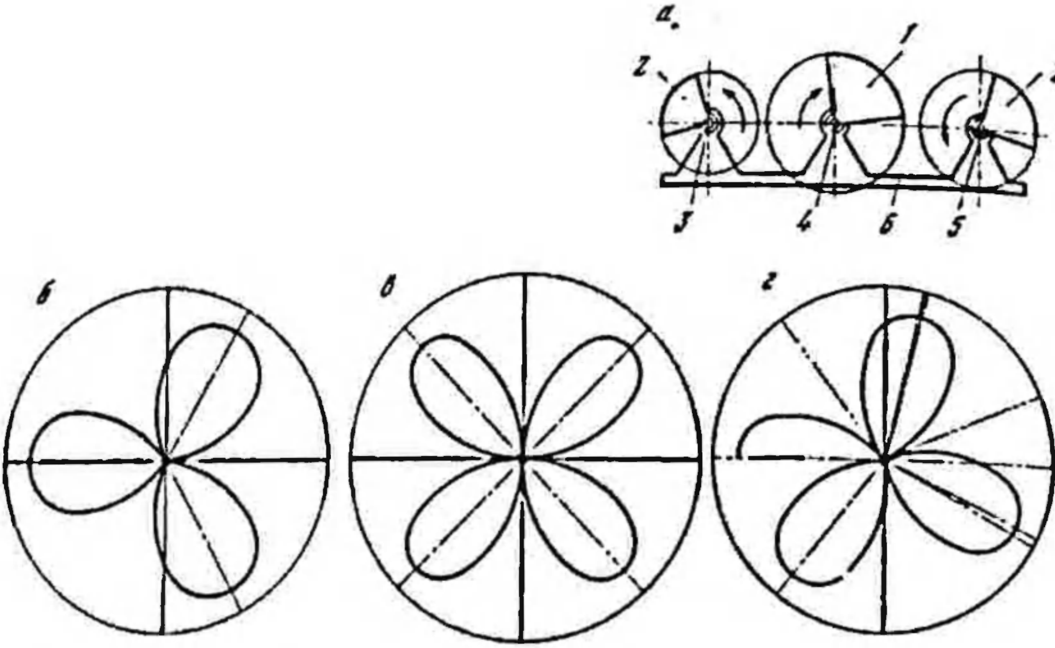


Рис. 25. Инерционный трехдебалансный вибратор

а — принципиальная схема; *б* — формирование возмущающей силы при передаточном отношении 1 : 2; *в* — формирование возмущающей силы при передаточном отношении 1 : 3; *г* — формирование возмущающей силы при передаточном отношении 1 : 2,5

Формирование возмущающей силы, имеющей годограф в виде кардиоиды, в бигармоническо-эллиптическом вибраторе представлено на рис. 24, *в* (*I—VIII*). Меняя величину кинетических моментов дебалансов и угол сдвига между парами дебалансов, можно получать самые разнообразные по характеру возмущающие силы.

Для создания возмущающей силы, изменяющейся по сложному многолепестковому годографу, который может вращаться вокруг своего центра, предложены использовать трехдебалансные вибраторы.

Принципиальная схема такого вибратора приведена на рис. 25,*а*. Вибратор состоит из трех дебалансов (центрального *1* и двух боковых *2*), вращающихся на трех параллельных валах *3—5*, расположенных на равных расстояниях друг от друга. Все валы крепятся в общей опоре *6*. Центральный вал *4* вибратора вращается в направлении, противоположном направлению вращения крайних валов *3* и *5*. Каждый из дебалансов, вращаясь с постоянной угловой скоростью ω, создает постоянную по величине центробежную силу (средний дебаланс $m'r'\omega^2$ и крайние $m''r''\omega^2$), которая непрерывно меняет направление. Результирующая возмущающая сила вибратора равна векторной сумме этих сил.

Схема сил, действующих в вибраторе при передаточных отношениях между валами дебалансов, равных $i = 1:2$ и $i = 1:3$, представлена на рис. 25, *б* и *в*[1].

---

[1] В данном анализе принимал участие инженер А. Ю. Полевой.

Угловые скорости вращения и центробежные силы центрального и крайних дебалансов связаны соотношением

$$\omega' = \omega'' i, \qquad F'' = 2m''r''\left(\frac{\omega'}{i}\right)^2.$$

При повороте первого дебаланса на угол φ' второй дебаланс повернется на угол $\varphi'' = 1/i\,(\varphi')$. Суммируя векторы сил F' и F'', определим равнодействующую по формуле

$$F = \sqrt{F'^2 + F''^2 + 2F'F''\cos\alpha},$$

где α — угол между векторами F' и F''.

Равнодействующая F обращается в нуль при условии $\alpha = 0$, $F' - F'' = 0$, $F' = 2F''$. Из этого же условия определим соотношение масс дебалансов $m'/2m'' = 1/i^2$.

Для передаточного отношения $i = 1:2$

$$\frac{m'}{2m''} = 4, \qquad m'' = \frac{1}{8}m',$$

т. е. масса каждого второго и третьего дебалансов в восемь раз меньше массы первого дебаланса, а для передаточного отношения $i = 1:3$ в 18 раз меньше ($m'' = 1/18\ m'$).

На основе графических построений выявлена аналитическая зависимость для угла α между векторами сил F' и F'' от угла поворота первого дебаланса φ'

$$\alpha = |(2n+1)\pi - (1+p)\varphi'| \text{ при } n\cdot 2\pi < (1+p)\varphi' < (n+1)2\pi,$$

где n — целые числа ($n = 0,1,2,3,\ldots$); p — знаменатель дроби передаточного отношения $i = 1/p$.

Приведенная формула действительна для любых передаточных отношений. Приравняв полученное выражение нулю, получим формулу для определения положения вектора равнодействующей с максимальным значением (F_{max}). Если это выражение будет равно π, то получается формула для определения положения вектора равнодействующей с минимальным значением (F_{min})

$$\varphi'(F_{max}) = \frac{\pi}{1+p}(2n+1), \qquad \varphi'(F_{min}) = \frac{\pi}{1+p}2n.$$

Значения углов $\varphi'(F_{max})$ и $\varphi'(F_{min})$ позволяют определить количество максимальных и минимальных значений равнодействующей F при построении годографа в полярных координатах.

Например, при $i = 1:2$ график функции $F = f(\alpha, \varphi')$ имеет три максимума и три минимума

$$\varphi'(F_{max}) = \frac{\pi}{3}, \quad \pi, \quad \frac{5\pi}{3};$$

$$\varphi'(F_{min}) = 0, \quad \frac{2\pi}{3}, \quad \frac{4\pi}{3},$$

при $i = 1:3$ четыре максимума и четыре минимума

$$\varphi'(F_{max}) = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{5\pi}{4}, \quad \frac{7\pi}{4};$$

$$\varphi'(F_{min}) = 0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \pi, \quad \frac{3\pi}{2}.$$

Анализируя построенные в полярных координатах графики функции $F = f(a, \varphi')$ для $i = 1:2$ и $i = 1:3$ (см. рис. 25, *б*, *в*), видим, что они представляют собой замкнутые кривые линии с несколькими лепестками. Причем количество лепестков равно соответственно трем и четырем, т. е. сумме числителя и знаменателя передаточного отношения: для $i = 1:2$ $K = 1 + 2 = 3$; для $i = 1:3$ $K = 1 + 3 = 4$. Эта закономерность имеет место для любого передаточного отношения, в том числе и для такого, у которого в знаменателе стоит десятичная дробь. Например, график $F(a, \varphi')$ для $i = 1:2,5$ имеет 3,5 лепестка (см. рис. 25, *г*).

Анализ годографов возмущающей силы для передаточных отношений от $i = 1:2,1$ до $i = 1:2,9$ за оборот первого дебаланса дает возможность проследить за зарождением и развитием нового четвертого лепестка, который окончательно сформировывается при $i = 1:3$. Одновременно с увеличением количества лепестков наблюдается их сужение и вращение по часовой стрелке, а также уменьшение угла между соседними векторами F_{max} с $2\pi/3$ до $\pi/2$. Вектор F_{max} за каждый оборот первого дебаланса поворачивается на угол, постоянный для данного передаточного отношения, в направлении, противоположном вращению дебаланса. Другими словами, вектор F_{max} вращается с постоянной угловой скоростью, увеличивающейся по мере возрастания дроби в знаменателе передаточного числа.

Инерционные вибраторы используются при средних частотах колебаний. Применение вибраторов этого типа в низкочастотных режимах нерационально, так как в этом случае нужно значительно увеличивать массу дебалансов для получения необходимой величины возмущающей силы. На высоких частотах значительно увеличиваются опорные реакции в подшипниках вибратора, что приводит к быстрому выходу их из строя. Инерционные вибраторы способны создавать значительные возмущающие силы при небольших габаритах и весе. Инерционные вибраторы позволяют простыми средствами получать различные законы изменения возмущающей силы. Вследствие отсутствия жесткой связи между подвижными деталями вибратора и колебательной системой даже в случае защемления последней не происходит поломок привода. Недостатком большинства конструкций инерционных вибраторов является увеличенное время пуска и останова. Это затрудняет их применение в вибрационных машинах, работающих с частыми включениями и выключениями.

Современные конструкции инерционных вибраторов допускают регулирование режимов работы. Изменение частоты колебаний осуществляется регулированием скорости вращения приводного двигателя. Регулирование величины возмущающей силы (момента) производится изменением массы или эксцентриситета дебалансов. Используются также конструкции вибраторов с поворотными дебалансами. Изменяя взаимное положение дебалансов, регулируют величину результирующей возмущающей силы. Находят также применение инерционные вибраторы со специальным автоматическим регулированием величины возмущающей силы. В частности, для вибрационных машин, работающих на зарезонансных режимах, применяются инерционные вибраторы с выдвижными и поворотными дебалансами. В исходном положении величина кинетического момента дебалансов такого вибратора мала или вообще равна нулю и при вращении вала вибратора со скоростью, соответствующей собственной частоте колебаний вибрационной машины (при резонансной частоте), он создает ничтожную возмущающую силу или вообще ее не создает. Номинального значения возмущающая сила достигает лишь после перехода резонансной области за счет выдвижения дебалансов на полную величину эксцентриситета. Применение таких вибраторов устраняет чрезмерное раскачивание вибрационной машины при переходе ею резонансной области.

2. Закономерности взаимодействия инерционных вибровозбудителей с колебательной системой

Гармонический осциллятор с вибратором типа дебаланс

Расчетная схема гармонического осциллятора с вибратором типа дебаланс приведена на рис. 26, *а*. Гармонический осциллятор образован сосредоточенной массой M и упругими элементами подвески. На схеме упругие элементы изображены в виде параллельно соединенных пружин и демпфера. Пружины характеризуются жесткостью k_x, k_y и создают восстанавливающую силу, пропорциональную их деформации x, y — $k_x x$, $k_y y$; демпфер моделирует гистерезисные потери в упругой системе, пропорциональные скоростям деформации $\dot{x}$, $\dot{y}$ и зависящие от коэффициента вязких сопротивлений c_x, c_y. Сила вязких сопротивлений упругого элемента равна $c_x\dot{x}$, $c_y\dot{y}$.

Принятая реологическая модель достаточно точно моделирует поведение реального упругого элемента. Суммарная сила, создаваемая упругим элементом, равна $k_x x + c_x\dot{x}$, $k_y y + c_y\dot{y}$. Возбуждение гармонического осциллятора осуществляется дебалансным вибратором, суммарная масса и эксцентриситет (расстояние от общего центра тяжести дебалансов до их оси вращения) неуравновешенных вращающихся частей которого равны соответственно m и r; угловая скорость вращения вала дебаланса ω. Вал дебалансного вибратора установлен в центре инерции гармонического осциллятора. При работе вибратора дебаланс создает вращающуюся возмущающую силу $mr\omega^2$.

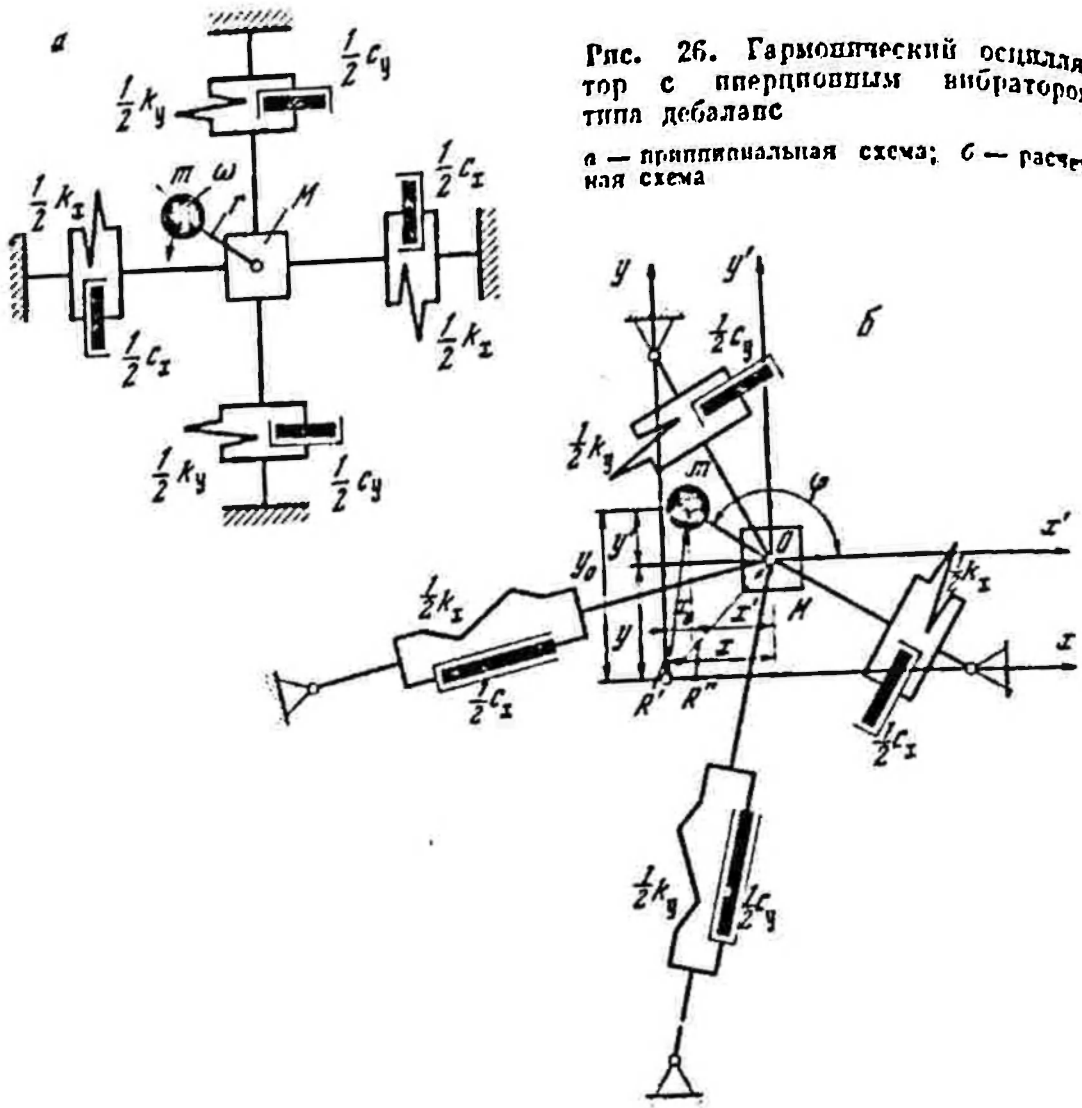


Рис. 26. Гармонический осциллятор с инерционным вибратором типа дебаланс

а — принципиальная схема; б — расчетная схема

Теория дебалансного привода подробно разработана В. Д. Земсковым (Земсков, 1952; Земсков, 1958); остановимся здесь лишь на некоторых специальных вопросах, необходимых для разработки методов расчета вибраторов других типов.

Проиллюстрируем применение метода Лагранжа для составления уравнений движения. Воспользуемся двумя системами координат — неподвижной XOY и подвижной $X'O'Y'$. Поместим начало неподвижной системы координат XOY в центре тяжести массы M в положении ее статического равновесия на упругих связях, направив оси X и Y в направлении экстремальных значений их жесткостей. Начало подвижной системы координат $X'O'Y'$ совместим с осью вращения дебаланса. Таким образом, координатами центра тяжести массы M в неподвижной системе координат будут x, y, координатами центра тяжести дебаланса в подвижной системе координат — x', y'; угол поворота дебаланса — φ (см. рис. 26, *б*).

Уравнения Лагранжа второго рода для гармонического осциллятора с дебалансным вибратором будут иметь вид

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}-\frac{\partial L}{\partial x}=Q_x,$$
$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}-\frac{\partial L}{\partial y}=Q_y, \qquad (2.1)$$
$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}-\frac{\partial L}{\partial \varphi}=Q_\varphi,$$

где L — лагранжева функция ($L = T - \text{П}$); T — полная кинетическая энергия системы, включающая кинетическую энергию массы M и кинетическую энергию дебаланса m; П — потенциальная энергия системы; Q_x, Q_y — обобщенные силы, характеризующие рассеяние энергии в гармоническом осцилляторе; Q_φ — обобщенный момент, характеризующий рассеяние и приток энергии к вибратору.

Кинетическая энергия системы определится из выражения

$$T=\frac{1}{2}M(\dot{x}^2+\dot{y}^2)+\frac{1}{2}m(\dot{x}_0'^2+\dot{y}_0'^2)+\frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2, \qquad (2.2)$$

где $\dot{x}_0'$, $\dot{y}_0'$ — скорости движения центра тяжести дебаланса в неподвижной системе координат;

I — приведенный к валу дебаланса момент инерции вращающихся частей вибратора.

Выразим скорости движения дебаланса через ее проекции на оси координат. Согласно рис. 26, *б* имеем

$$x_0=x+r\cos\varphi, \qquad y_0=y+r\sin\varphi \qquad (2.3)$$

и после дифференцирования

$$\dot{x}_0=\dot{x}-r\dot{\varphi}\sin\varphi, \qquad \dot{y}_0=\dot{y}+r\dot{\varphi}\cos\varphi, \qquad (2.4)$$

Подставив полученные значения $\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$ в (2.2), получим

$$T=\frac{1}{2}(M+m)(\dot{x}^2+\dot{y}^2)+\frac{1}{2}m\left[2r\dot{\varphi}(\dot{y}\cos\varphi-\dot{x}\sin\varphi)+r^2\dot{\varphi}^2\right]+$$
$$+\frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2. \qquad (2.5)$$

Потенциальная энергия системы включает энергию положения и энергию деформации упругих связей

$$\text{П}=(M+m)gy+mgr\sin\varphi+\frac{1}{2}k_x x^2+\frac{1}{2}k_y(y-y_{\text{ст}})^2, \qquad (2.6)$$

где $y_{\text{ст}}$ — статическая деформация упругих связей от веса гармонического осциллятора.

Таким образом, для гармонического осциллятора с дебалансным вибратором лагранжева функция будет иметь вид

$$L = \frac{1}{2} M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} m [\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 2r\dot{\varphi}(\dot{y}\cos\varphi - \dot{x}\sin\varphi) + r^2\dot{\varphi}^2] +$$
$$+ \frac{1}{2} I\dot{\varphi}^2 - \left[(M+m) gy + mgr\sin\varphi + \frac{1}{2} k_x x^2 + \frac{1}{2} k_y (y - y_{ст})\right]. \tag{2.7}$$

При принятой гипотезе вязких сопротивлений в упругой системе гармонического осциллятора обобщенные силы Q_x, Q_y будут равны

$$Q_x = - c_x\dot{x}, \quad Q_y = - c_y\dot{y}. \tag{2.8}$$

Обобщенная сила Q_φ будет складываться из момента L_φ, развиваемого двигателем на валу дебаланса, и момента сопротивления $M_п$ от сил трения в подшипниках вибратора.

Определим величину давления, создаваемого дебалансом в подшипниках вибратора (Спиваковский, Гончаревич, 1972). Оно равно неуравновешенной массе дебаланса, умноженной на ускорение его центра тяжести в неподвижной системе координат. Проекции ускорения центра тяжести дебаланса на неподвижные координатные оси определим, продифференцировав выражения (2.4)

$$\ddot{x}_п = \ddot{x} - r\ddot{\varphi}\sin\varphi - r\dot{\varphi}^2\cos\varphi, \quad \ddot{y}_п = \ddot{y} + r\ddot{\varphi}\cos\varphi - r\dot{\varphi}^2\sin\varphi. \tag{2.9}$$

Спроектировав проекции ускорения центра тяжести дебаланса на направление его радиуса и умножив полученное выражение на массу дебаланса, определим давление в подшипниках

$$F_п = - m(\ddot{x}\cos\varphi + \ddot{y}\sin\varphi - r\dot{\varphi}^2). \tag{2.10}$$

Если приведенный диаметр подшипников вибратора равен D и коэффициент трения в них μ, то выражение для момента сил трения в подшипниках вибратора можно записать

$$M_п = \frac{1}{2}\mu D m (r\dot{\varphi}^2 - \ddot{x}\cos\varphi - \ddot{y}\sin\varphi). \tag{2.11}$$

Определим члены лагранжевых уравнений (2.1):
частные производные по скоростям

$$\frac{dL}{d\dot{x}} = (M+m)\dot{x} - mr\dot{\varphi}\sin\varphi,$$
$$\frac{dL}{d\dot{y}} = (M+m)\dot{y} + mr\dot{\varphi}\cos\varphi,$$
$$\frac{dL}{\partial\dot{\varphi}} = mr(\dot{y}\cos - \dot{x}\sin\varphi) + mr^2\dot{\varphi} + I\dot{\varphi};$$

частные производные по перемещениям

$$\frac{\partial L}{\partial x} = - k_x x,$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = - k_y y,$$
$$\frac{\partial L}{\partial\varphi} = mr\dot{\varphi}(- \dot{y}\sin\varphi - \dot{x}\cos\varphi) - mgr\cos\varphi;$$

дифференцирование по времени

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial L}{\partial\dot{x}} = (M+m)\ddot{x} - mr\ddot{\varphi}\sin\varphi - mr\dot{\varphi}^2\cos\varphi,$$
$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial L}{\partial\dot{y}} = (M+m)\ddot{y} + mr\ddot{\varphi}\cos\varphi - mr\dot{\varphi}^2\sin\varphi,$$
$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}} = mr(\ddot{y}\cos\varphi - \ddot{x}\sin\varphi) + mr^2\ddot{\varphi} + I\ddot{\varphi} - mr\dot{\varphi}(\dot{y}\sin\varphi + \dot{x}\cos\varphi).$$

Подставив определенные члены, обобщенные силы и моменты в уравнения (2.1) и приведя подобные члены, получим дифференциальные уравнения движения гармонического осциллятора с вибратором типа дебаланс

$$(M+m)\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = mr\dot{\varphi}^2\cos\varphi + mr\ddot{\varphi}\sin\varphi,$$
$$(M+m)\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y = mr\dot{\varphi}^2\sin\varphi - mr\ddot{\varphi}\cos\varphi, \tag{2.12}$$
$$(I + mr^2)\ddot{\varphi} = L_\varphi + mr\ddot{x}\sin\varphi - mr\ddot{y}\cos\varphi - mgr\cos\varphi -$$
$$- \frac{1}{2}\mu D m (r\dot{\varphi}^2 - \ddot{x}\cos\varphi - \ddot{y}\sin\varphi).$$

Система уравнений позволяет проанализировать движение гармонического осциллятора на холостом ходу (в отсутствие рабочих сопротивлений) в любом режиме работы — при пуске и выбеге, в установившемся движении. Методы решения такой системы уравнений приведены в работе А. О. Спиваковского, И. Ф. Гончаревича (1972). Для исследования установившегося режима работы, который нас в данном случае интересует, систему (2.12) можно существенно упростить, полагая $\ddot{\varphi} = 0$, $\dot{\varphi} = \omega$:

$$(M+m)\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = mr\omega^2\cos\omega t,$$
$$(M+m)\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y = mr\omega^2\sin\omega t,$$
$$m\ddot{x}\left(\frac{1}{2}\mu D\cos\omega t - r\sin\omega t\right) + m\ddot{y}\left(\frac{1}{2}\mu D\sin\omega t + r\cos\omega t\right) +$$
$$+ mgr\cos\omega t = L_\varphi. \tag{2.13}$$

В последнем уравнении (2.13) величина 1/2 μD представляет собой радиус круга трения подшипника. Первые два уравнения системы позволяют определить координаты движения гармонического осциллятора, третье — затраты энергии на восполнение потерь энергии в установившемся движении.

Приведем первые два уравнения системы (2.13) к виду, удобному для решения. Для этого разделим все члены на коэффициент при высшей производной

$$\ddot{x} + 2n_x\dot{x} + p_x^2 x = qr\omega^2\cos\omega t, \tag{2.14}$$

$$\ddot{y} + 2n_y\dot{y} + p_y^2 y = qr\omega^2\sin\omega t, \tag{2.15}$$

где n_x, n_y — приведенные коэффициенты вязких сопротивлений упругой системы,

$$2n_x = \frac{c_x}{M+m}, \quad 2n_y = \frac{c_y}{M+m};$$

p_x, p_y — собственные частоты колебаний гармонического осциллятора на упругих элементах k_x, k_y,

$$p_x^2 = \frac{k_x}{M+m}, \quad p_y^2 = \frac{k_y}{M+m};$$

q — соотношение вращающейся и общей масс колебательной системы,

$$q = \frac{m}{M+m}.$$

Решив дифференциальные уравнения (2.14) и (2.15), найдем перемещения колеблющейся массы гармонического осциллятора в направлении осей x, y в установившемся режиме (здесь перемещение берется относительно положения статического равновесия системы)

$$x = A_x\cos(\omega t - \varphi_x), \tag{2.16}$$

$$y = A_y\sin(\omega t - \varphi_y), \tag{2.17}$$

где амплитуды вынужденных колебаний гармонического осциллятора

$$A_x = \frac{qr\omega^2}{\sqrt{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}}, \tag{2.18}$$

$$A_y = \frac{qr\omega^2}{\sqrt{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}} \tag{2.19}$$

и углы сдвига фаз между перемещениями колебательной системы и смещениями дебалансов вибратора

$$\varphi_x = \operatorname{arctg}\frac{2n_x\omega}{p_x^2 - \omega^2}, \tag{2.20}$$

$$\varphi_y = \operatorname{arctg}\frac{2n_y\omega}{p_y^2 - \omega^2}. \tag{2.21}$$

С точки зрения эффективного осуществления заданного технологического процесса представляет существенный интерес траектория движения (рабочей) массы M гармонического осциллятора.

Уравнение траектории центра тяжести массы M определим, исключив из уравнений (2.16), (2.17) время. Для исключения параметра ωt возведем обе части уравнений (2.16) и (2.17) в квадрат и почленно сложим, затем перемножим обе части уравнений, умножим их на $2 \cos \gamma$ и почленно вычтем. В результате получим следующее уравнение траектории движения массы M

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - 2\frac{xy}{A_x A_y} \cos\gamma = \sin^2\gamma, \tag{2.22}$$

где γ — угол сдвига фаз, зависящий от углов сдвига фаз φ_x, φ_y,

$$\gamma = 90^\circ + \varphi_x - \varphi_y.$$

Уравнение (2.22) является уравнением эллипса не в канонической форме, что говорит о несовпадении главных осей эллипса с координатными осями. Из приведенного уравнения видно, что конфигурация эллипса существенно зависит от угла сдвига фаз между составляющими перемещения и может меняться от круговой до прямолинейной. Таким образом, круговые и прямолинейные колебания можно рассматривать как частный случай эллиптических. Угол наклона главной оси эллипса к оси x и соотношение осей эллипса определяются выражениями

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \cos\gamma; \tag{2.23}$$

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{A_x^2 + A_y^2 + \sqrt{(A_x^2 + A_y^2)^2 - 4A_x^2 A_y^2 \sin^2\gamma}}{A_x^2 + A_y^2 - \sqrt{(A_x^2 + A_y^2)^2 - 4A_x^2 A_y^2 \sin^2\gamma}}}. \tag{2.24}$$

Направление обегания эллипса без изменения его конфигурации достигается изменением угла сдвига фаз с $+\gamma$ на $-\gamma$.

Так как в процессе колебаний ось вращения дебаланса вибратора смещается на величину x, y, получая ускорение $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, и центр тяжести дебаланса совершает сложное движение (относительное вращение с угловой скоростью ω вокруг своей оси и переносное движение совместно с колеблющейся массой), сила инерции, развиваемая массой m в абсолютном движении, будет отличаться от центробежной силы массы m в ее относительном движении. Таким образом, на возбужденную колебательную систему будут действовать составляющие возмущающей силы

$$F_x = m(r\omega^2 \cos\omega t - \ddot{x}), \tag{2.25}$$

$$F_y = m(r\omega^2 \sin\omega t - \ddot{y}). \tag{2.26}$$

Продифференцировав дважды выражения (2.16), (2.17) и подставив найденные значения $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ в (2.25), (2.26), получим

$$F_x = mr\omega^2\left[\cos\omega t + \frac{A_x}{r}\cos(\omega t - \varphi_x)\right] = P_x \cos(\omega t - \Psi_x), \tag{2.27}$$

$$F_y = mr\omega^2\left[\sin\omega t + \frac{A_y}{r}\sin(\omega t - \varphi_y)\right] = P_y \sin(\omega t - \Psi_y), \tag{2.28}$$

где амплитудные значения составляющих возмущающей силы

$$P_x = mr\omega^2 \sqrt{\frac{4n_x^2\omega^2 + [p_x^2 - (1-q)\,\omega^2]^2}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}}; \tag{2.29}$$

$$P_y = mr\omega^2 \sqrt{\frac{4n_y^2\omega^2 + [(p_y^2 - (1-q)\,\omega^2]^2}{4n_y^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}} \tag{2.30}$$

и углы сдвига фаз между смещением дебаланса вибратора x_0, y_0 и составляющими возмущающей силы F_x, F_y

$$\Psi_x = \operatorname{arctg} \frac{2qn_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + [p_x^2 - (1-q)\,\omega^2]\,(p_x^2 - \omega^2)}, \tag{2.31}$$

$$\Psi_y = \operatorname{arctg} \frac{2qn_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + [p_y^2 - (1-q)\,\omega^2]\,(p_y^2 - \omega^2)}. \tag{2.32}$$

Из выражений (2.29), (2.30) видно, что амплитудные значения составляющих возмущающей силы при установившихся колебаниях гармонического осциллятора так же, как и при неподвижном вибраторе, пропорциональны $mr\omega^2$, но зависят, кроме того, от настройки (режима работы) и соотношения масс колебательной системы, а также действующих в упругой системе сопротивлений. Направление действия возмущающей силы, как следует из (2.31), (2.32), не совпадает с положением дебалансов и также является функцией параметров и настройки колебательной системы.

Подставив в (2.10) значения x, y, определим давление в подшипниках вибратора

$$F_п = mr\omega^2\left[1 + \frac{A_x}{r}\cos\omega t\cdot\cos(\omega t - \varphi_x) + \frac{A_y}{r}\sin\omega t\sin(\omega t - \varphi_y)\right] =$$

$$= mr\omega^2\left\{1 + \frac{q\omega^2(p_x^2 - \omega^2)}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}\cos^2\omega t + \frac{q}{2}\left[\frac{2n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{2n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}\right]\sin 2\omega t + \frac{q\omega^2(p_y^2 - \omega^2)}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}\sin^2\omega t\right\}. \tag{2.33}$$

При колебаниях гармонического осциллятора по круговой траектории, т. е. когда большая и малая полуоси эллипса не отличаются друг от друга, $A_x = A_y = A$ и выражение (2.33) для расчетов давления в подшипниках можно записать в виде

$$F_п = mr\omega^2\left[1 + \frac{q\omega^2(p^2 - \omega^2)}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}\right]. \tag{2.34}$$

Давление на упругие связи гармонического осциллятора в направлении осей x, y равно

$$F_{cx} = k_x x + c_x\dot{x}, \tag{2.35}$$

$$F_{cy} = k_y y + c_y\dot{y}. \tag{2.36}$$

Продифференцировав (2.16), (2.17) и подставив значения x, y, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ в (2.35), (2.36), получим

$$F_{cx} = [k_x \cos(\omega t - \varphi_x) - c_x \omega \sin(\omega t - \varphi_x)] A_x = R_x \cos(\omega t - \xi_x), \tag{2.37}$$

$$F_{cy} = A_y [k_y \sin(\omega t - \varphi_y) + c_y \omega \cos(\omega t - \varphi_y)] = R_y \sin(\omega t - \xi_y), \tag{2.38}$$

где амплитудные значения составляющих давления на упругие связи

$$R_x = q(M+m) r\omega^2 \frac{\sqrt{[4n_x^2\omega^2 + p_x^2(p_x^2 - \omega^2)] + 4n_x^2\omega^6}}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}, \tag{2.39}$$

$$R_y = q(M+m) r\omega^2 \frac{\sqrt{[4n_y^2\omega^2 + p_y^2(p_y^2 - \omega^2)] + 4n_y^2\omega^6}}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2} \tag{2.40}$$

и угол сдвига фаз между смещением дебаланса вибратора и составляющими давления на упругие связи

$$\xi_x = \operatorname{arctg} \frac{2n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + p_x^2(p_x^2 - \omega^2)}, \tag{2.41}$$

$$\xi_y = \operatorname{arctg} \frac{2n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + p_y^2(p_y^2 - \omega^2)}. \tag{2.42}$$

Мощность, затрачиваемую вибратором при установившихся колебаниях гармонического вибратора, можно определить с помощью третьего уравнения системы (2.13) либо интегрированием произведения возмущающего усилия вибратора на соответствующую скорость перемещения гармонического осциллятора и перемножением давления в подшипниках вибратора на угловую скорость вращения дебалансов.

Рассмотрим оба подхода.

Третье уравнение системы (2.13) выражает зависимость между движением гармонического осциллятора в установившемся режиме и внешним вращающим моментом. Таким образом, указанное уравнение позволяет определить внешний вращающий момент, обеспечивающий постоянную угловую скорость вращения дебаланса вибратора в функции установившегося движения колебательной системы. Для этого подставим в левую часть третьего уравнения системы (2.13) значения $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, определенные ранее из двух первых уравнений той же системы. После подстановки и преобразований получим

$$Q_\varphi = m\omega^2 \Big[r \Big(\frac{A_x \cos\varphi_x - A_y \cos\varphi_y}{2} \sin 2\omega t + A_x \sin\varphi_x \sin^2 \omega t +$$
$$+ A_y \sin\varphi_y \cos^2 \omega t \Big) - \frac{1}{2}\mu D \Big(\frac{A_y \sin\varphi_y + A_x \sin\varphi_x}{2} \sin 2\omega t -$$
$$- A_x \cos\varphi_x \cos^2 \omega t - A_y \cos\varphi_y \sin \omega t \Big) + mgr \cos\omega t \Big]. \tag{2.43}$$

Анализируя приведенное выражение, видим, что момент на валу вибратора является переменной величиной, содержащей гармоники с частотой ω и 2ω. Первые три члена связаны с наличием в системе гистерезисных потерь, вторые три — сил трения в подшипниках и последний обусловлен силами тяжести.

Выражение для момента на валу вибратора можно записать следующим образом:

$$Q_\varphi = m\omega^2\left[\left(r\,\frac{A_x\cos\varphi_x - A_y\cos\varphi_y}{2} - \frac{1}{2}\mu D\,\frac{A_y\sin\varphi_y - A_x\sin\varphi_x}{2}\right)\times\right.$$

$$\times\sin 2\omega t + \left(rA_x\sin\varphi_x - \frac{1}{2}\mu DA_y\cos\varphi_y\right)\sin^2\omega t +$$

$$\left.+\left(rA_y\sin\varphi_y - \frac{1}{2}\mu DA_x\cos\varphi_x\right)\cos^2\omega t\right] + mgr\cos\omega t. \qquad (2.44)$$

Проинтегрировав момент на валу вибратора Q_φ по $d\omega t$, получим

$$W = \pi mr\omega^2\,(A_x\sin\varphi_x + A_y\sin\varphi_y) - \frac{1}{2}\pi\mu D\,(A_x\cos\varphi_x + A_y\cos\varphi_y). \qquad (2.45)$$

Определим затраты энергии вторым методом.

Работа, совершаемая составляющими возмущающей силы за цикл колебаний и идущая на восполнение потерь энергии в упругих связях, равна

$$W = W_x + W_y; \qquad (2.46)$$

$$W_x = \int_0^{2\pi} F_x\dot{x}\,d\omega t = \pi P_x A_x\sin(\varphi_x - \Psi_x); \qquad (2.47)$$

$$W_y = \int_0^{2\pi} F_y\dot{y}\,d\omega t = \pi P_y A_y\sin(\varphi_y - \Psi_y). \qquad (2.48)$$

Работа на восполнение потерь энергии в упругих связях пропорциональна амплитудным значениям возмущающей силы и перемещения и зависит от угла сдвига фаз между ними $\varphi_x - \Psi_x$, $\varphi_y - \Psi_y$, достигая максимума при угле сдвига фазы 90°.

Подставив в приведенные выражения значения P_x, P_y, согласно (2.29), (2.30), A_x, A_y согласно (2.18), (2.19), φ_x φ_y согласно (2.20), (2.21), Ψ_x, Ψ_y согласно (2.31), (2.32) и произведя интегрирование, получим окончательные выражения для составляющих затрат энергии на упругий гистерезис:

$$W_x = 2\pi qmr^2\omega^2\,\frac{n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}; \qquad (2.49)$$

$$W_y = 2\pi qmr^2\omega^2\,\frac{n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}; \qquad (2.50)$$

$$W = 2\pi qmr^2\omega^2\left[\frac{n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2} + \frac{n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}\right]. \qquad (2.51)$$

Работа, затрачиваемая на преодоление сил трения в подшипниках вибратора, равна,

$$W_{п} = \int_{0}^{2\pi} \mu F_{п} \frac{D}{2}\, d\omega t. \tag{2.52}$$

Подставив в приведенное выражение значение $F_{п}$ согласно (2.33) и (2.34) и произведя интегрирование, получим расчетные формулы для определения затрат энергии на преодоление сопротивлений в подшипниках при колебаниях:

по эллиптической траектории

$$W_{п} = 2\pi\mu s m r^2\omega^2 \left\{1 + \frac{q}{2}\left[\frac{\omega^2(p_x^2-\omega^2)}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2} + \frac{\omega^2(p_y^2-\omega^2)}{4n_y^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2}\right]\right\}, \tag{2.53}$$

по круговой траектории

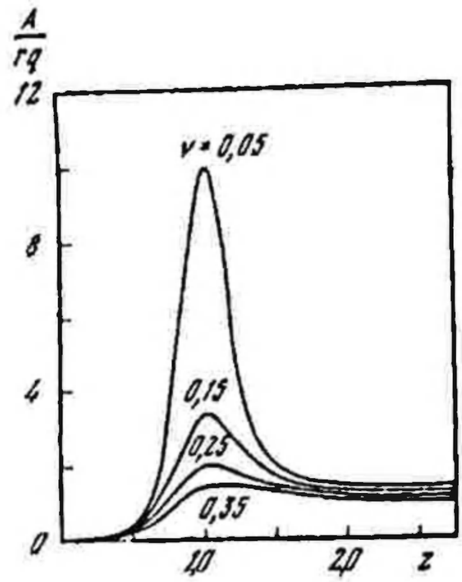
$$W_{п} = 2\pi\mu s m r^2\omega^2 \left\{1 + \frac{q\omega^2(p^2-\omega^2)}{4n^2\omega^2+(p^2-\omega^2)^2}\right\}, \tag{2.54}$$

где $s = D/2r$ — соотношение приведенного диаметра подшипника и эксцентриситета дебаланса.

Суммарная мощность, необходимая для поддержания установившихся колебаний гармонического осциллятора с вибратором типа дебаланс, равна

$$N = mr^2\omega^3 \left\{\mu s + q\left[\frac{n_x\omega^3 + \frac{1}{2}\mu s\omega^2(p_x^2-\omega^2)}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2} + \frac{n_y\omega^3 + \frac{1}{2}\mu s\omega^2(p_y^2-\omega^2)}{4n_y^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2}\right]\right\}. \tag{2.55}$$

Безразмерные параметры гармонического осциллятора с вибратором типа дебаланс: составляющие амплитуды колебаний A_x/qr; A_y/qr; составляющие амплитуды возмущающей силы $P_x/mr\omega^2$, $P_y/mr\omega^2$; амплитуды, составляющих давления на упругие связи гармонического осциллятора $R_x/(M+m)qr\omega^2$, $R_y/(M+m)qr\omega^2$; амплитуда давления на подшипники вибратора $F_{п}/mr\omega^2$; составляющие затрат мощности на преодоление гистерезисных потерь в упругой системе $N_x/qmr^2\omega^3$, $N_y/qmr^2\omega^3$; затраты мощности на преодоление трения в подшипниках вибратора $N_{п}/\mu s m r^2\omega^3$; углы сдвига фаз между смещением дебаланса вибратора и составляющими перемещения гармонического осциллятора φ_x, φ_y; углы сдвига фаз между смещением дебаланса вибратора и составляющими возмущающей силы ψ_x, ψ_y; углы сдвига фаз между смещением дебаланса и составляющими давления на упругие связи ξ_x, ξ_y в зависимости от коэффициентов расстройки z_x, z_y ($z_x = \omega/p_x$, $z_y = \omega/p_y$) для различных значений коэффициентов демпфирования ν_x, ν_y ($\nu_x = n_x/p_x$, $\nu_y = n_y/p_y$) и соотношения масс q приведены на рис. 27—35.



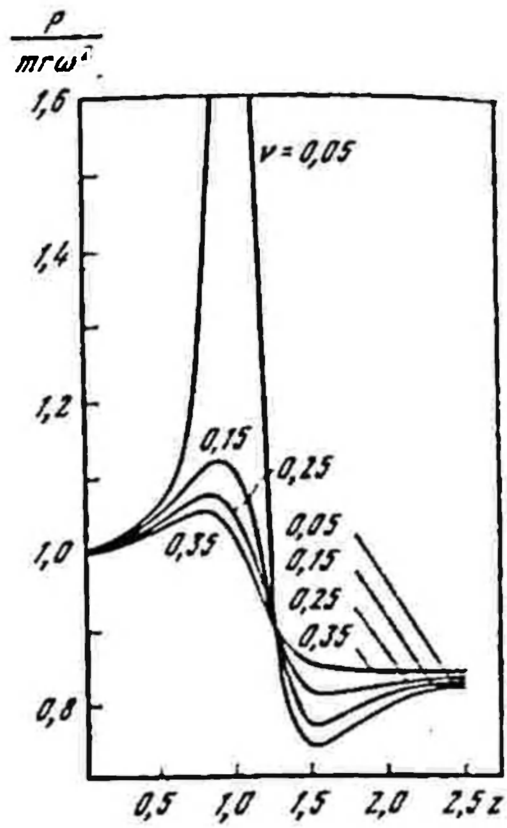


Рис. 27. Зависимость безразмерных составляющих амплитуды колебаний гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки при различных коэффициентах демпфирования

Рис. 28. Зависимость безразмерных составляющих амплитуды возмущающей силы гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки при различных коэффициентах демпфирования и $q = 0{,}15$

Безразмерные параметры гармонического осциллятора, возбуждаемого вибратором типа дебаланс, вычислялись по следующим формулам: составляющие амплитуды колебаний (рис. 27)

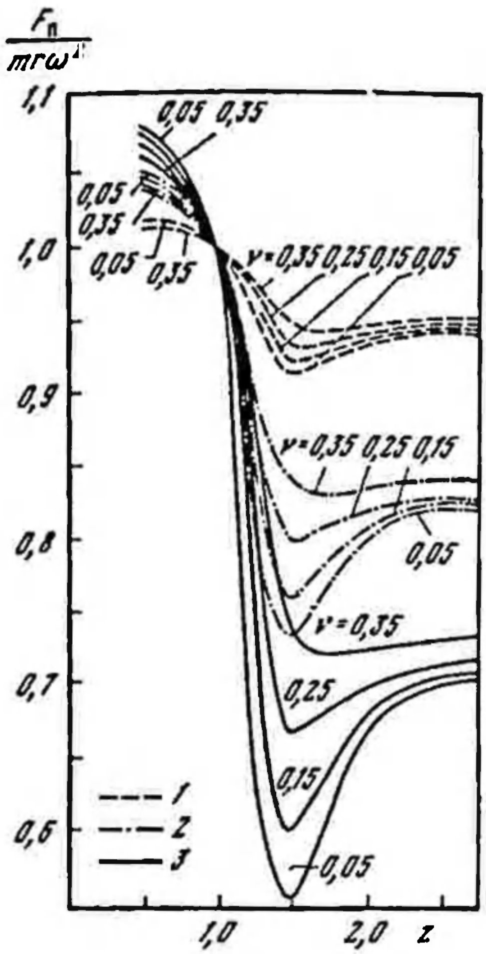
$$\frac{A_x}{qr} = \frac{z_x^2}{\sqrt{4\nu_x^2 z_x^2 + (1 - z_x^2)^2}}, \tag{2.56}$$

$$\frac{A_y}{qr} = \frac{z_y^2}{\sqrt{4\nu_y^2 z_y^2 + (1 - z_y^2)^2}}; \tag{2.57}$$

составляющие возмущающей силы (рис. 28)

$$\frac{P_x}{mr\omega^2} = \sqrt{\frac{4\nu_x^2 z_x^2 + [1 - (1 - q)\, z_x^2]^2}{4\nu_x^2 z_x^2 + (1 - z_x^2)^2}}, \tag{2.58}$$

$$\frac{P_y}{mr\omega^2} = \sqrt{\frac{4\nu_y^2 z_y^2 + [1 - (1 - q)\, z_y^2]^2}{4\nu_y^2 z_y^2 + (1 - z_y^2)^2}}, \tag{2.58а}$$



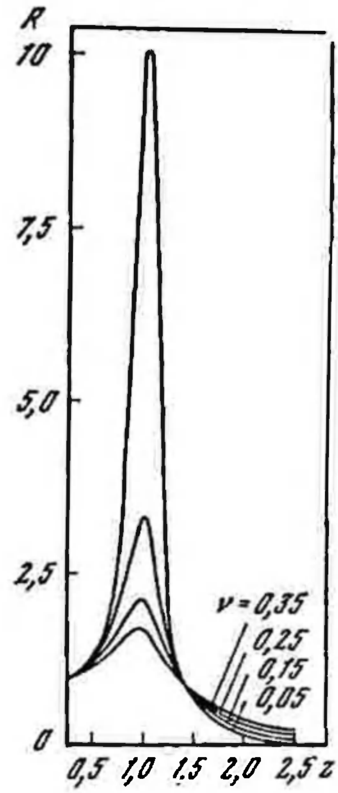


Рис. 29. Зависимость безразмерной амплитуды давления на подшипники гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

1 — $q = 0{,}005$; 2 — $q = 0{,}15$; 3 — $q = 0{,}25$

Рис. 30. Зависимость безразмерных составляющих давления на упругие связи гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

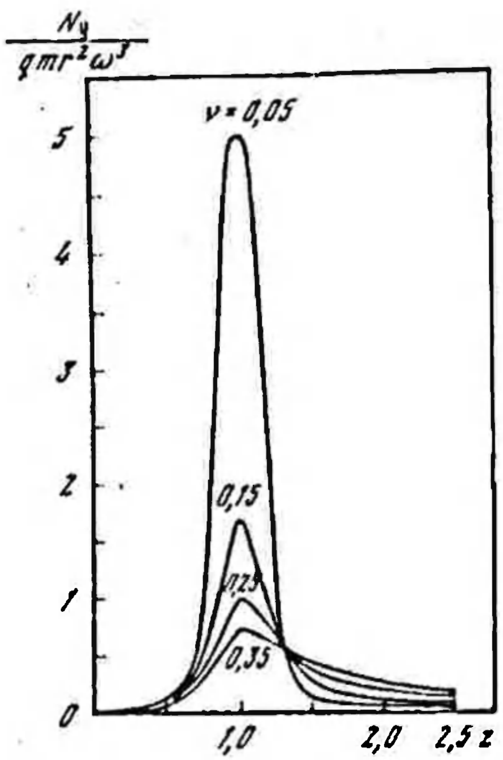
амплитуда давления на подшипники вибратора (рис. 29)

$$\frac{F_{\text{п}}}{mr\omega^2} = \left[1 + \frac{qz^2(1 - z^2)}{4\nu^2 z^2 + (1 - z^2)^2}\right]; \tag{2.59}$$

амплитуды составляющих давления на упругие связи (рис. 30)

$$\frac{R_x}{(M + m)\,r\omega^2} = \frac{\sqrt{[4\nu_x^2 z_x^2 + (1 - z_x^2)]^2 + 4\nu_x^2 z_x^2}}{4\nu_x^2 z_x^2 + (1 - z_x^2)^2}, \tag{2.60}$$

$$\frac{R_y}{(M + m)\,r\omega^2} = \frac{\sqrt{[4\nu_y^2 z_y^2 + (1 - z_y^2)]^2 + 4\nu_y^2 z_y^2}}{4\nu_y^2 z_y^2 + (1 - z_y^2)^2}; \tag{2.61}$$



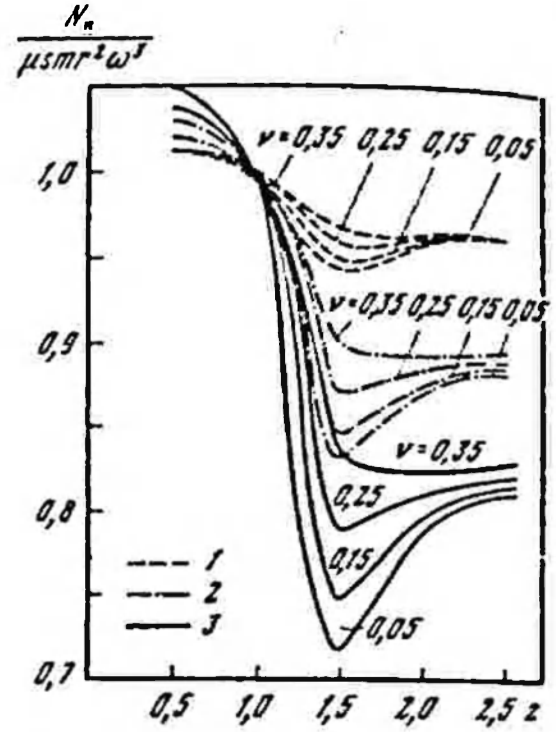


Рис. 31. Зависимость безразмерных составляющих затрат мощности на преодоление гистерезисных потерь гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

Рис. 32. Зависимость безразмерных затрат мощности на преодоление трения в подшипниках вибратора гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

1 — $q = 0{,}05$; *2* — $q = 0{,}15$; *3* — $q = 0{,}25$

составляющие затрат мощности на преодоление гистерезисных потерь (рис. 31)

$$\frac{N_x}{qmr^2\omega^3} = \frac{\nu_x z_x^3}{4\nu_x^2 z_x^2 + (1 - z_x^2)^2}, \tag{2.62}$$

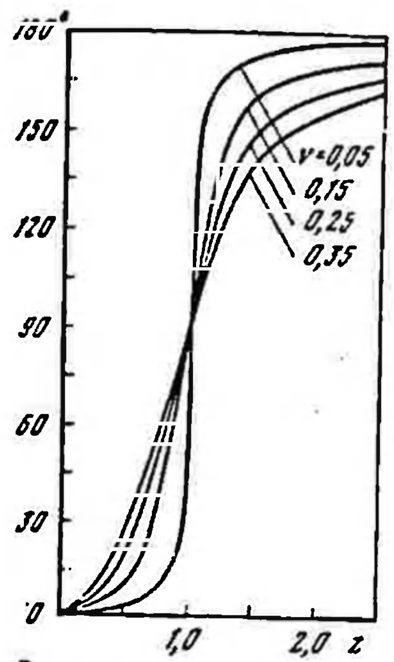
$$\frac{N_y}{qmr^2\omega^3} = \frac{\nu_y z_y^3}{4\nu_y^2 z_y^2 + (1 - z_y^2)^2}; \tag{2.63}$$

затраты мощности на преодоление трения в подшипниках вибратора (рис. 32)

$$\frac{N_n}{\mu s m r^2\omega^3}\left\{1 + \frac{qz^3(1 - z^2)^2}{4\nu^2 z^2 + (1 - z^2)^2}\right\}; \tag{2.64}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими перемещения (рис. 33)

$$\varphi_x = \operatorname{arctg}\frac{2\nu_x z_x}{1 - z_x^2}, \tag{2.65}$$



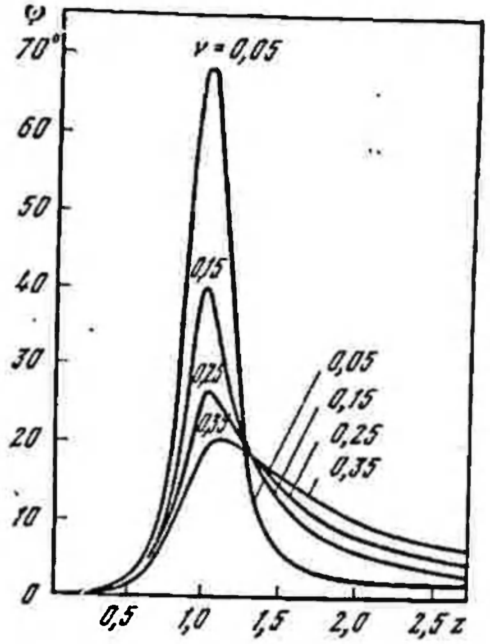


Рис. 33. Зависимость углов сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими перемещения гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

Рис. 34. Зависимость углов сдвига фаз между смещениями дебалансов вибратора и составляющими возмущающей силы гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования и $q = 0{,}005$

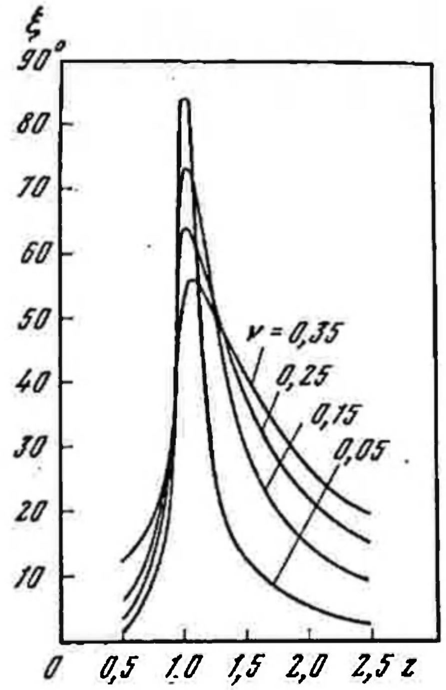


Рис. 35. Зависимость углов сдвига фаз между смещениями дебалансов вибратора и составляющими давления на упругие связи гармонического осциллятора с инерционным вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

$$\varphi_y = \operatorname{arctg} \frac{2\nu_y z_y}{1 - z_y^2}; \tag{2.66}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими возмущающей силы (рис. 34)

$$\Psi_x = \frac{2q\nu_x z_x^3}{4\nu_x^2 z_x^2 + [1 - (1-q) z_x^2](1 - z_x^2)}; \tag{2.67}$$

$$\Psi_y = \frac{2q\nu_y z_y^3}{4\nu_y^2 z_y^2 + [1 - (1-q) z_y^2](1 - z_y^2)}; \tag{2.68}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими давления на упругие связи (рис. 35)

$$\xi_x = \operatorname{arctg} \frac{2\nu_x z_x^3}{4\nu_x^2 z_x^2 + (1 - z_x^2)^2}, \tag{2.69}$$

$$\xi_y = \operatorname{arctg} \frac{2\nu_y z_y^3}{4\nu_y^2 z_y^2 + (1 - z_y^2)^2}. \tag{2.70}$$

Гармонический осциллятор с вибратором для создания эллиптических колебаний

В предыдущем разделе было показано, что эллиптические колебания гармонического осциллятора могут быть возбуждены простым дебалансным вибратором при анизотропии упругих связей. Однако в практике работы промышленных машин первоначально заданный эллиптический закон колебаний рабочего органа при таком возбуждении может существенно нарушаться под влиянием производственных сопротивлений. Это происходит в силу того, что при некоторых видах производственных сопротивлений искажается наперед заданная анизотропия упругих связей. Исходя из этого становятся понятными мотивы применения специальных вибраторов для создания эллиптических колебаний.

Динамическая схема гармонического осциллятора с вибратором для создания эллиптических колебаний (рис. 36, *а*) состоит из сосредоточенной массы M, которая с помощью упругих связей k_x, k_y укреплена на фундаменте. Гистерезисные потери в упругой системе моделируются демпферами c_x и c_y. Возбуждение колебаний достигается с помощью двухдебалансного вибратора, кинетические моменты дебалансов которого равны соответственно $m'r'$ и $m''r''$ и вращаются с одинаковой угловой скоростью ω.

Составляющие возмущающей силы, создаваемой эллиптическим вибратором при неподвижной колебательной системе, будут

$$F_x = (m'r' + m''r'')\,\omega^2 \sin \omega t, \tag{2.71}$$
$$F_y = (m'r' - m''r'')\,\omega^2 \cos \omega t, \tag{2.72}$$

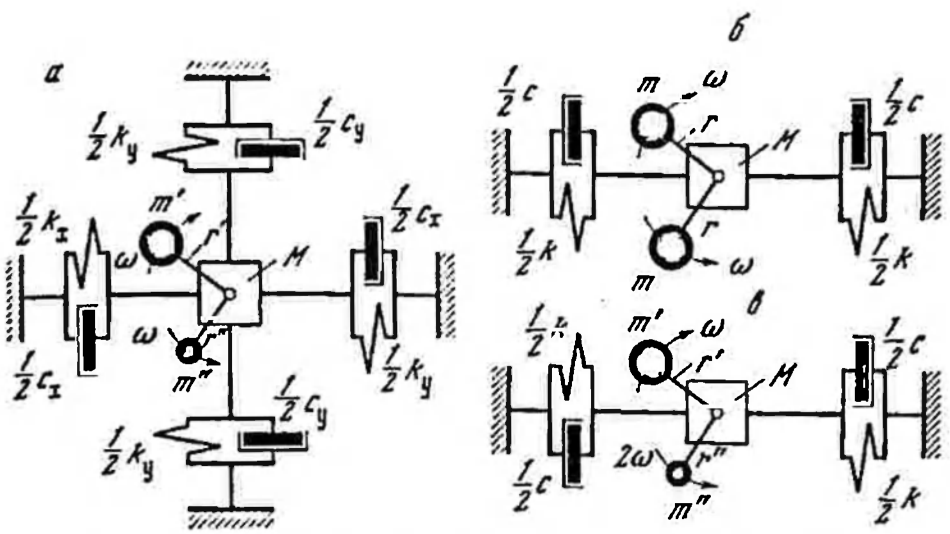


Рис. 36. Динамические схемы гармонического осциллятора с инерционными вибраторами

а — вибратор для создания эллиптических колебаний; *б* — вибратор типа самобаланс; *в* — вибратор для создания бигармонических колебаний

где m' и m'' — неуравновешенные массы вращающихся деталей первого и второго дебалансов вибратора; r' и r'' — эксцентриситеты первого и второго дебалансов вибратора.

Обозначив соотношение кинетических моментов дебалансов вибратора $u = m''r''/m'r'$ и приняв $m'r' = mr$, получим следующие выражения для составляющих возмущающей силы вибратора

$$F_x = mr(1+u)\,\omega^2 \sin \omega t, \tag{2.73}$$

$$F_y = mr(1-u)\,\omega^2 \cos \omega t. \tag{2.74}$$

Воспользовавшись методом Лагранжа, составим, как и в предыдущем разделе, дифференциальные уравнения установившегося движения гармонического осциллятора с вибратором для создания эллиптических колебаний

$$(M + m' + m'')\ddot{x} = -c_x\dot{x} - k_x x + (m'r' + m''r'')\,\omega^2 \sin \omega t, \tag{2.75}$$

$$(M + m' + m'')\ddot{y} = -c_y\dot{y} - k_y y + (m'r' - m''r'')\,\omega^2 \cos \omega t. \tag{2.76}$$

Левые части дифференциальных уравнений представляют собой силы инерции суммарной массы колебательной системы, правые — сумму действующих на колеблющуюся массу сил.

Разделив, как и выше, все члены уравнений (2.75) и (2.76) на коэффициент при высшей производной и перенеся члены, содержащие неизвестные $\dot{x}$, $\dot{y}$ и x, y в левую часть, приведем их к виду, удобному для решения

$$\ddot{x} + 2n_x\dot{x} + p_x^2 x = q(1+u)\,r\omega^2 \sin \omega t, \tag{2.77}$$

$$\ddot{y} + 2n_y\dot{y} + p_y^2 y = q(1-u)\,r\omega^2 \cos \omega t, \tag{2.78}$$

где n_x, n_y — приведенные коэффициенты вязких сопротивлений упругой системы,

$$2n_x = \frac{c_x}{M + m' + m''}, \quad 2n_y = \frac{c_y}{M + m' + m''};$$

p_x, p_y — собственные частоты колебаний гармонического осциллятора в направлении осей x, y,

$$p_x^2 = \frac{k_x}{M + m' + m''}, \quad p_y^2 = \frac{k_y}{M + m' + m''};$$

q (q') — соотношение вращающейся (m', m) и общей масс колебательной системы,

$$q = q' = \frac{m'}{M + m' + m''}.$$

Решив дифференциальные уравнения, найдем перемещения колеблющейся массы гармонического осциллятора в направлении осей в установившемся режиме (здесь перемещение берется относительно положения статического равновесия системы)

$$x = A_x \sin(\omega t - \varphi_x), \tag{2.79}$$

$$y = A_y \cos(\omega t - \varphi_y), \tag{2.80}$$

где амплитуды вынужденных колебаний гармонического осциллятора

$$A_x = \frac{q(1+u) r\omega^2}{\sqrt{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}}, \tag{2.81}$$

$$A_y = \frac{q(1-u) r\omega^2}{\sqrt{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}} \tag{2.82}$$

и углы сдвига фаз между перемещениями колебательной системы и смещением дебалансов вибратора

$$\varphi_x = \operatorname{arctg} \frac{2n_x\omega}{p_x^2 - \omega^2}, \tag{2.83}$$

$$\varphi_y = \operatorname{arctg} \frac{2n_y\omega}{p_y^2 - \omega^2}. \tag{2.84}$$

Полученные зависимости показывают, что амплитуда перемещения колебательной системы пропорциональна величине возмущающей силы вибратора $(m'r' + m''r'')\,\omega^2$, $(m'r' - m''r'')\,\omega^2$, обратно пропорциональна общей колеблющейся массе колебательной системы $M + m' + m''$, а также существенно зависит от величины действующих сопротивлений, определяющихся значениями коэффициентов вязких сопротивлений n_x, n_y, уменьшаясь с их ростом. Очень большое влияние на величину амплитуды колебаний оказывает настройка колебательной системы, т. е. соотношение собственной и вынужденной частот колебаний ω/p_x, ω/p_y. Если $\omega/p_x < 1$, $\omega/p_y < 1$, режим называется дорезонансным; если $p_x > \omega > p_y$,— межрезонансным; при $p_x = \omega$, $p_y = \omega$ будет иметь место резонанс в направлении соответствующей оси; если $\omega/p_x > 1$, $\omega/p_y > 1$, режим называется зарезонансным. Из выражений (2.81), (2.82) видно, что в случае резонанса второй член подкоренного выражения обращается в нуль и амплитуда перемещения приобретает максимальное значение. Соотношения (2.83), (2.84) свидетельствуют о возможности несовпадения по фазе в перемещении дебалансов вибратора и гармонического осциллятора, т. е. не во всех режимах колебаний углы сдвига фаз φ_x, φ_y равны нулю. В реальных машинах практически невозможен режим работы, при котором бы отсутствовал сдвиг фаз между перемещениями дебалансов и колеблющейся массы, однако при дорезонансной настройке колебательной системы сдвиг фаз может быть небольшим. При резонансе, независимо от величин действующих сопротивлений, он равен 90°, а при далеко зарезонансном режиме может достигать 180°, т. е. дебаланс и колеблющаяся масса в этом случае движутся в противоположные стороны.

Так как в процессе колебаний оси вращения дебалансов вибратора смещаются на величину x, y, получая ускорение $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, и центры тяжести дебалансов совершают сложное движение — вращение с угловой скоростью ω и переносное движение совместно с колеблющейся массой, согласно изложенному в предыдущем разделе на возбужденную колебательную систему будут действовать составляющие возмущающей силы

$$F_x = m(1+u)(r\omega^2 \sin \omega t - \ddot{x}), \tag{2.85}$$

$$F_y = m(1-u)(r\omega^2 \cos \omega t - \ddot{y}). \tag{2.86}$$

Продифференцировав дважды выражения (2.79), (2.80) и подставив полученные значения $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ в (2.85), (2.86), получим

$$F_x = m(1+u)\, r\omega^2 \left[\sin \omega t + \frac{A_x}{r} \sin(\omega t - \varphi_x)\right] = P_x \sin(\omega t - \Psi_x), \tag{2.87}$$

$$F_y = m(1-u)\, r\omega^2 \left[\cos \omega t + \frac{A_y}{r} \cos(\omega t - \varphi_y)\right] = P_y \cos(\omega t - \Psi_y), \tag{2.88}$$

где амплитудные значения составляющих возмущающей силы

$$P_x = mr(1+u)\,\omega^2 \sqrt{\frac{4n_x^2\omega^2 + \{p_x^2 - [1 - q(1+u)]\,\omega^2\}^2}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}}, \tag{2.89}$$

$$P_y = mr(1-u)\,\omega^2 \sqrt{\frac{4n_y^2\omega^2 + \{p_y^2 - [1 - q(1-u)]\,\omega^2\}^2}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}} \tag{2.90}$$

и углы сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и составляющими возмущающей силы

$$\Psi_x = \operatorname{arctg} \frac{2q(1+u)\,n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + \{p_x^2 - [1 - q(1+u)]\,\omega^2\}(p_x^2 - \omega^2)}, \qquad (2.91)$$

$$\Psi_y = \operatorname{arctg} \frac{2q(1-u)\,n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + \{p_y^2 - [1 - q(1-u)]\,\omega^2\}(p_y^2 - \omega^2)}. \qquad (2.92)$$

Из выражений (2.89), (2.90) видно, что амплитудные значения составляющих возмущающей силы при установившихся колебаниях гармонического осциллятора так же, как и при неподвижном вибраторе, пропорциональны $mr(1+u)\,\omega^2$, $mr(1-u)\,\omega^2$, но зависят, кроме того, от настройки (режима работы) и соотношения масс колебательной системы, а также действующих в упругой системе сопротивлений. Направление действия возмущающей силы, как следует из (2.91), (2.92), не совпадает с положением дебалансов и также являются функцией параметров и настройки колебательной системы.

Согласно (2.10) давление в подшипниках вибратора без учета сил тяжести вследствие их малости по сравнению с инерционными силами равно:

для дебаланса с кинетическим моментом $m'r'$

$$F'_п = m(1+u)(r\omega^2 - \ddot{x}\sin\omega t - \ddot{y}\cos\omega t), \qquad (2.93)$$

для дебаланса с кинетическим моментом $m''r''$

$$F''_п = m(1-u)(r\omega^2 - \ddot{x}\sin\omega t + \ddot{y}\cos\omega t). \qquad (2.94)$$

Продифференцировав дважды выражения (2.79), (2.80) и подставив полученные значения $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ в (2.93), (2.94), получим

$$F'_п = m(1+u)\,r\omega^2\Big[1 + \frac{A_x}{r}\sin\omega t\sin(\omega t - \varphi_x) + $$
$$+ \frac{A_y}{r}\cos\omega t\cos(\omega t - \varphi_y)\Big] =$$
$$= mr(1+u)\,\omega^2\Big\{1 + \frac{q\omega^2(p_x^2 - \omega^2)}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}\sin^2\omega t +$$
$$+ \frac{q}{2}\Big[\frac{2n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2} - \frac{2n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}\Big]\sin 2\omega t +$$
$$+ \frac{q\omega^2(p_y^2 - \omega^2)}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}\cos^2\omega t\Big\}, \qquad (2.95)$$

$$F''_п = m(1-u)\,r\omega^2\Big[1 + \frac{A_x}{r}\sin\omega t\sin(\omega t - \varphi_x) -$$
$$- \frac{A_y}{r}\cos\omega t\cos(\omega t - \varphi_y)\Big] =$$

$$= mr(1-u)r\omega^2 \left\{ 1 + \frac{q\omega^2(p_x^2-\omega^2)}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2}\sin^2\omega t - \right.$$

$$- \frac{q}{2}\left[\frac{2n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2} + \frac{2n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2}\right]\sin 2\omega t -$$

$$\left. - \frac{q\omega^2(p_y^2-\omega^2)}{4n_y^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2}\cos^2\omega t \right\}. \qquad (2.96)$$

При колебаниях гармонического осциллятора по траектории, мало отличающейся от окружности, т. е. когда большая и малая полуоси незначительно отличаются друг от друга, величина $A_x - A_y$ будет незначительной и выражения (2.95), (2.96) с учетом (2.81), (2.82) для ориентировочных расчетов можно записать в виде

$$F_{\text{п}}' = m(1+u)r\omega^2\left[1 + \frac{q(1+u)\omega^2(p_x^2-\omega^2)}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2}\right], \qquad (2.97)$$

$$F_{\text{п}}'' = m(1-u)r\omega^2\left[1 + \frac{q(1-u)\omega^2(p_y^2-\omega^2)}{4n_y^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2}\right]. \qquad (2.98)$$

Давление на упругие связи гармонического осциллятора в направлении осей x, y равно

$$F_{cx} = k_x x + c_x\dot{x}, \qquad (2.99)$$

$$F_{cy} = k_y y + c_y\dot{y}. \qquad (2.100)$$

Продифференцировав (2.79), (2.80) и подставив значения φ_x, φ_y в (2.99), (2.100), получим

$$F_{cx} = k_x A_x \sin(\omega t - \varphi_x) + c_x A_x\omega\cos(\omega t - \varphi_x) = R_x \sin(\omega t - \xi_x), \qquad (2.101)$$

$$F_{cy} = k_y A_y \cos(\omega t - \varphi_y) - c_y A_y\omega\sin(\omega t - \varphi_y) = R_y\cos(\omega t - \xi_y), \qquad (2.102)$$

где амплитудные значения составляющих давления на упругие связи

$$R_x = (M + m' + m'')rq(1+u)\omega^2 \frac{\sqrt{[4n_x^2\omega^2 + p_x^2(p_x^2-\omega^2)]^2 + 4n_x^2\omega^6}}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2}, \qquad (2.103)$$

$$R_y = (M + m' + m'')rq(1-u)\omega^2 \frac{\sqrt{[4n_y^2\omega^2 + p_y^2(p_y^2-\omega^2)]^2 + 4n_y^2\omega^6}}{4n_y^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2}, \qquad (2.104)$$

и углы сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и составляющими давления на упругие связи

$$\xi_x = \mathrm{arctg}\frac{2n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + p_x^2(p_x^2 - \omega^2)}, \tag{2.105}$$

$$\xi_y = \mathrm{arctg}\frac{2n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + p_y^2(p_y^2 - \omega^2)}. \tag{2.106}$$

Работа, совершаемая составляющими возмущающей силы за цикл колебаний и идущая на восполнение потерь энергии в упругих связях, равна

$$W = W_x + W_y, \tag{2.107}$$

$$W_x = \int_0^{2\pi} P_x\dot{x}\,d\omega t = \pi P_x A_x \sin(\varphi_x - \Psi_x), \tag{2.108}$$

$$W_y = \int_0^{2\pi} F_y\dot{y}\,d\omega t = \pi P_y A_y \sin(\varphi_y - \Psi_y). \tag{2.109}$$

Таким образом, работа на восполнение потерь энергии в упругих связях пропорциональна амплитудным значениям возмущающей силы и перемещения и зависит от угла сдвига фаз между ними $\varphi_x - \Psi_x$, $\varphi_y - \Psi_y$.

Подставив в приведенные выражения значения P_x, P_y согласно (2.89), (2.90), A_x, A_y согласно (2.81), (2.82), φ_x, φ_y согласно (2.83), (2.84), Ψ_x, Ψ_y согласно (2.91), (2.92) и произведя интегрирование, получим

$$W_x = 2\pi q m r^2 (1+u)^2 \omega^2 \frac{n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2}, \tag{2.110}$$

$$W_y = 2\pi q m r^2 (1-u)^2 \omega^2 \frac{n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}, \tag{2.111}$$

$$W = 2\pi q m r^2 \omega^2 \left[\frac{(1+u)^2 n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2 + (p_x^2 - \omega^2)^2} + \frac{(1-u)^2 n_y\omega^3}{4n_y^2\omega^2 + (p_y^2 - \omega^2)^2}\right]. \tag{2.112}$$

Работа, затрачиваемая на преодоление сил трения в подшипниках первого и второго дебалансов вибратора, равна

$$W_п = W'_п + W''_п, \tag{2.113}$$

$$W'_п = \int_0^{2\pi} \mu' F'_п \frac{D'}{2}\,d\omega t, \tag{2.114}$$

$$W''_п = \int_0^{2\pi} \mu'' F''_п \frac{D''}{2}\,d\omega t, \tag{2.115}$$

где μ', μ'' — приведенные коэффициенты трения подшипников первого и второго дебалансов вибратора;

D', D'' — приведенные диаметры подшипников первого и второго дебалансов вибратора.

Подставив в приведенные выражения значения $F'_п$, $F''_п$ согласно (2.97), (2.98) и произведя интегрирование, получим

$$W'_п = 2\pi\mu' s' mr^2\omega^2 (1+u)\left[1+\frac{q(1+u)\,\omega^2 (p_x^2-\omega^2)}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2}\right], \qquad (2.116)$$

$$W''_п = 2\pi\mu'' s'' (1-u)\, mr^2\omega^2\left[1+\frac{q(1-u)\,\omega^2 (p_y^2-\omega^2)}{4n_y^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2}\right], \qquad (2.117)$$

где $s' = D'/2r'$, $s'' = D''/2r''$ — соотношение приведенного диаметра подшипников и эксцентриситета первого и второго дебалансов вибратора.

Приняв $\mu' = \mu'' = \mu$, $s' = s'' = s$, определим суммарную работу, затрачиваемую в подшипниках вибратора

$$W_п = 4\pi\mu s mr^2\omega^2\left\{1+q\omega^2\left[\frac{(1+u)^2 (p_x^2-\omega^2)}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2}+\frac{(1-u)^2 (p_y^2-\omega^2)}{4n_y^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2}\right]\right\}. \qquad (2.118)$$

Мощность, необходимая для поддержания установившихся колебаний гармонического осциллятора, равна

$$N = mr^2\omega^3\left\{2\mu s+q\left[(1+u)^2\,\frac{\mu s\omega^2 (p_x^2-\omega^2)+n_x\omega^3}{4n_x^2\omega^2+(p_x^2-\omega^2)^2}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+(1-u)\,\frac{\mu s\omega^2 (p_x^2-\omega^2)+n_y\omega^3}{4n^2\omega^2+(p_y^2-\omega^2)^2}\right]\right\}. \qquad (2.119)$$

Безразмерные параметры гармонического осциллятора с вибратором для создания эллиптических колебаний: составляющие амплитуды колебаний $\frac{A_x}{q(1+u)\,r}$, $\frac{A_y}{q(1-u)\,r}$; составляющие амплитуды возмущающей силы $\frac{P_x}{mr(1+u)\,\omega^2}$, $\frac{P_y}{mr(1-u)\,\omega^2}$; амплитуда давления на подшипники первого и второго дебалансов вибратора $\frac{F'_п}{(1+u)\,mr\omega^2}$, $\frac{F''_п}{(1-u)\,mr\omega^2}$; амплитуды составляющих давления на упругие связи $\frac{R_x}{q(M+m'+m'')\,r(1+u)\,\omega^2}$, $\frac{R_y}{q(M+m'+m'')\,r(1-u)\,\omega^2}$; составляющие затрат мощности на преодоление гистерезисных потерь в упругой системе $\frac{N'_у}{q(1+u)\,mr^2\omega^3}$, $\frac{N''_у}{q(1-u)\,mr^2\omega^3}$; составляющие затрат мощности на преодоление трения в подшипниках первого и второго дебалансов вибратора $\frac{N'_п}{(1+u)\mu' \varepsilon' m r^2 \omega^3}$, $\frac{N''_п}{(1-u)\mu'' \varepsilon'' m r^2 \omega^3}$; углы сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и составляющими перемещения гармонического осциллятора φ_x, φ_y, а также углы сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и составляющими возмущающей силы Ψ_x, Ψ_y; углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими давления на упругие связи ξ_x, ξ_y в зависимости от коэффициентов расстройки z_x, z_y ($z_x = \omega/p_x$, $z_y = \omega/p_y$) для различных значений коэффициентов демпфирования ν_x, ν_y ($\nu_x = n_x/p_x$, $\nu_y = n_y/p_y$) приведены на рис. 35.

Безразмерные параметры гармонического осциллятора, возбуждаемого вибратором для создания эллиптических колебаний, вычислялись по следующим формулам:

составляющие амплитуды колебаний (см. рис. 27).

$$\frac{A_x}{q(1+u)r} = \frac{z_x^2}{\sqrt{4\nu_x^2 z_x^2 + (1-z_x^2)^2}}, \tag{2.120}$$

$$\frac{A_y}{q(1-u)r} = \frac{z_y^2}{\sqrt{4\nu_y^2 z_y^2 + (1-z_y^2)^2}}; \tag{2.121}$$

составляющие амплитуды возмущающей силы (см. рис. 28)

$$\frac{P_x}{mr(1+u)\omega^2} = \sqrt{\frac{4\nu_x^2 z_x^2 + \{1-[1-q(1+u)]z_x^2\}^2}{4\nu_x^2 z_x^2 + (1-z_x^2)^2}}, \tag{2.122}$$

$$\frac{P_y}{mr(1-u)\omega^2} = \sqrt{\frac{4\nu_y^2 z_y^2 + \{1-[1-q(1-u)]z_y^2\}^2}{4\nu_y^2 z_y^2 + (1-z_y^2)^2}}; \tag{2.123}$$

амплитуда давления на подшипники первого и второго дебалансов вибратора (см. рис. 29)

$$\frac{F'_п}{(1+u)mr\omega^2} = \left[1 + \frac{q(1+u)z_x^2(1-z_x^2)}{4\nu_x^2 z_x^2 + (1-z_x^2)^2}\right], \tag{2.124}$$

$$\frac{F''_п}{(1-u)mr\omega^2} = \left[1 + \frac{q(1-u)z_y^2(1-z_y^2)}{4\nu_y^2 z_y^2 + (1-z_y^2)^2}\right]; \tag{2.125}$$

амплитуды составляющих давления на упругие связи (см. рис. 30)

$$\frac{R_x}{q(1+u)(M+m'+m'')r\omega^2} = \frac{\sqrt{[4\nu_x^2 z_x^2 + (1-z_x^2)]^2 + 4\nu_x^2 z_x^6}}{4\nu_x^2 z_x^2 + (1-z_x^2)^2}, \tag{2.126}$$

$$\frac{R_y}{q(1-u)(M+m'+m'')r\omega^2} = \frac{\sqrt{[4\nu_y^2 z_y^2 + (1-z_y^2)]^2 + 4\nu_y^2 z_y^6}}{4\nu_y^2 z_y^2 + (1-z_y^2)^2}; \tag{2.127}$$

составляющие затрат мощности на преодоление гистерезисных потерь в упругой системе (см. рис. 31)

$$\frac{N_{\gamma}'}{q(1+u)\,mr^2\omega^3}=\frac{\nu_x z_x^3}{4\nu_x^2 z_x^2+(1-z_x^2)^2}, \tag{2.128}$$

$$\frac{N_{\gamma}''}{q(1-u)\,mr^2\omega^3}=\frac{\nu_y z_y^3}{4\nu_y^2 z_y^2+(1-z_y^2)^2}; \tag{2.129}$$

составляющие затрат мощности на преодоление трения в подшипниках (см. рис. 32)

$$\frac{N_{\text{п}}'}{(1+u)\,\mu's'mr^2\omega^3}=\left[1+\frac{q(1+u)\,z_x^2(1-z_x^2)}{4\nu_x^2 z_x^2+(1-z_x^2)^2}\right], \tag{2.130}$$

$$\frac{N_{\text{п}}''}{(1-u)\,\mu''s''mr^2\omega^3}=\left[1+\frac{q(1-u)\,z_y^2(1-z_y^2)}{4\nu_y^2 z_y^2+(1-z_y^2)^2}\right]; \tag{2.131}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими перемещения (см. рис. 33)

$$\varphi_x=\operatorname{arctg}\frac{2\nu_x z_x}{1-z_x^2}, \tag{2.132}$$

$$\varphi_y=\operatorname{arctg}\frac{2\nu_y z_y}{1-z_y^2}; \tag{2.133}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими возмущающей силы (см. рис. 34)

$$\Psi_x=\operatorname{arctg}\frac{2q(1+u)\,\nu_x z_x^3}{4\nu_x^2 z_x^2+\{1-[1-q(1+u)]\,z_x^2\}(1-z_x^2)}, \tag{2.134}$$

$$\Psi_y=\operatorname{arctg}\frac{2q(1-u)\,\nu_y z_y^3}{4\nu_y^2 z_y^2+\{1-[1-q(1-u)]\,z_y^2\}(1-z_y^2)}; \tag{2.135}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими давления на упругие связи (см. рис. 35)

$$\xi_x=\operatorname{arctg}\frac{2\nu_x z_x^3}{4\nu_x^2 z_x^2+(1-z_x^2)^2}, \tag{2.136}$$

$$\xi_y=\operatorname{arctg}\frac{2\nu_y z_y^3}{4\nu_y^2 z_y^2+(1-z_y^2)^2}. \tag{2.137}$$

Гармонический осциллятор с вибратором типа самобаланс

Динамическая схема колебательной системы, включающей гармонический осциллятор, возбуждаемый инерционным вибратором типа самобаланс, легко может быть получена из динамической схемы более общей колебательной системы, рассмотренной в предыдущем разделе. Для этого положим $m' = m'' = {}^1/_2\, m$; $r' = r'' = r$; $k_y = 0$; $c_y = 0$; $k_x = k$; $c_x = c$. Динамическая схема гармонического осциллятора с вибратором типа самобаланс приведена на рис. 36, *б*.

При вращении валов каждый из дебалансов вибратора создает вращающуюся центробежную силу ${}^1/_2 mr\omega^2$. Вследствие того что дебалансы вибратора, соединенные шестернями, вращаются с равной скоростью в противоположные стороны, неподвижный вибратор создает прямолинейную возмущающую силу $mr\omega^2 \sin \omega t$ (подробно устройство самобалансного вибратора рассмотрено в разделе 1 настоящей главы).

Дифференциальное уравнение установившегося движения гармонического осциллятора по схеме рис. 36, *б* имеет вид

$$(M + m)\ddot{x} = mr\omega^2 \sin \omega t - kx - c\dot{x}, \qquad (2.138)$$

где M — масса колеблющихся частей вибрационного питателя.

Левая часть дифференциального уравнения представляет собой силы инерции суммарной массы колеблющихся частей вибрационного питателя, правая — сумму действующих на него сил.

Разделив все члены уравнения на коэффициент при высшей производной $(M + m)$ и перенеся члены, содержащие неизвестные x и $\dot{x}$, в левую часть, приведем его к виду, удобному для решения

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2 x = qr\omega^2 \sin \omega t, \qquad (2.139)$$

где $q = m/(M + m)$ — соотношение вращающейся и общей масс колебательной системы; n — приведенный коэффициент вязких сопротивлений упругой системы, $2n = c/(M + m)$; $p^2 = k/(M + m)$ — собственная частота колебаний гармонического осциллятора.

Решив дифференциальное уравнение (2.139), найдем перемещение массы M гармонического осциллятора в установившемся режиме (здесь перемещение берется относительно положения статического равновесия системы)

$$x = A \sin (\omega t - \varphi), \qquad (2.140)$$

где амплитуда вынужденных колебаний грузонесущего органа

$$A = \frac{qr\omega^2}{\sqrt{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}}, \qquad (2.141)$$

угол сдвига фаз между перемещением грузонесущего органа и смещением дебалансов вибратора

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2n\omega}{p^2 - \omega^2}. \qquad (2.142)$$

Таким образом, расчет показывает, что величина амплитуды перемещения гармонического осциллятора пропорциональна величине возмущающей силы вибратора $mr\omega^2$, обратно пропорциональна общей колеблющейся массе машины $M+m$, а также существенно зависит от величины действующих сопротивлений n, уменьшаясь с их ростом. Очень большое значение имеет настройка машины, т. е. соотношение собственной и вынужденной частоты колебаний ω/p. Если $\omega/p < 1$, режим называется дорезонансным; если $\omega/p > 1$ — зарезонансным; при $\omega = p$ имеет место резонанс. Из выражения (2.141) следует, что в случае резонанса второй член подкоренного выражения обращается в нуль и амплитуда перемещения приобретает максимальное значение. Из выражения (2.142) видно, что перемещения дебалансов вибратора и грузонесущего органа вибрационного питателя могут не совпадать по фазе, т. е. угол φ не всегда равен нулю. Например, при резонансе он равен 90°, а при зарезонансном режиме работы может достигать 180°, т. е. дебаланс и грузонесущий орган в этом случае движутся в противоположные стороны.

Так как под действием возмущающей силы вибратора центр тяжести массы M колебательной системы смещается на величину x, получая ускорение $\ddot{x}$, на возбужденную колебательную систему будет действовать возмущающая сила

$$F = m(r\omega^2 \sin \omega t - \ddot{x}). \tag{2.143}$$

Для определения величины возмущающей силы вибратора в установившемся режиме колебаний вибрационного питателя определим $\ddot{x}$: продифференцировав дважды значение x согласно выражению (2.140) и подставив полученное ускорение колебаний грузонесущего органа в выражение (2.143), получим

$$F = P \sin(\omega t - \Psi), \tag{2.144}$$

где амплитудное значение возмущающей силы

$$P = mr\omega^2 \sqrt{\frac{4n^2\omega^2 + [p^2 - \omega^2(1-q)]^2}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}}, \tag{2.145}$$

угол сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и возмущающей силой

$$\Psi = \operatorname{arctg} \frac{2qn\omega^3}{4n^2\omega^2 + [p^2 - \omega^2(1-q)](p^2 - \omega^2)}. \tag{2.146}$$

Из выражения (2.145) видно, что амплитудное значение возмущающей силы при установившихся колебаниях грузонесущего органа так же, как и при неподвижном вибраторе, пропорционально $mr\omega^2$, но зависит, кроме того, от настройки гармонического осциллятора, соотношения масс колебательной системы и действующих в упругих элементах сопротивлений. Направление действия возмущающей силы не совпадает с положением дебалансов и является также функцией параметров машины.

Надежность работы и долговечность вибрационного питателя в значительной мере определяются сроком службы подшипниковых узлов вибратора. В связи с изложенным одним из важных элементов расчета является определение нагрузок на подшипники вибратора.

При неподвижной колебательной системе на подшипники вибратора действует суммарное давление

$$F_{по} = mr\omega^2 - mg. \qquad (2.147)$$

В выражении (2.147) можно пренебречь силами тяжести дебаланса mg вследствие их малости по сравнению с действующими центробежными силами $mr\omega^2$.

В режиме установившихся колебаний вследствие того, что грузонесущий орган перемещается с ускорением $\ddot{x}$, сила давления на подшипники вибратора согласно (2.10) равна

$$F_{п} = m(r\omega^2 - \ddot{x}\sin\omega t). \qquad (2.148)$$

Подставив в выражение (2.148) значение ускорения $\ddot{x}$ колебаний гармонического осциллятора, получим нагрузки на подшипники вибратора.

$$F_{п} = mr\omega^2\left[1 + \frac{\omega^2(p^2-\omega^2)}{4n^2\omega^2 + (p^2-\omega^2)^2}\sin^2\omega t - \frac{2n\omega^3}{4n^2\omega^2 + (p^2-\omega^2)^2}\sin 2\omega t\right]. \qquad (2.149)$$

Давление на упругие связи гармонического осциллятора согласно (2.35) равно

$$F_0 = (M+m)A\left[p^2\sin(\omega t - \varphi) + 2n\omega\cos(\omega t - \varphi)\right] = R\sin(\omega t - \xi), \qquad (2.150)$$

где амплитудное значение давления на упругие связи

$$R = (M+m)r\omega^2\,\frac{\sqrt{[4n^2\omega^2 + p^2(p^2-\omega^2)]^2 + 4n^2\omega^6}}{4n^2\omega^2 + (p^2-\omega^2)^2}, \qquad (2.151)$$

угол сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и давлением на упругие связи

$$\xi = \operatorname{arctg}\frac{2n\omega^3}{4n^2\omega^2 + p^2(p^2-\omega^2)}. \qquad (2.152)$$

Работа, совершаемая возмущающей силой вибратора за одно колебание грузонесущего органа и идущая на восполнение потерь энергии в упругих связях, равна

$$W_y = \int_0^{2\pi} F\dot{x}\,d\omega t = \pi PA\sin(\varphi - \Psi), \qquad (2.153)$$

т. е. она пропорциональная амплитудным значениям возмущающей силы, перемещения и зависит от угла сдвига фаз $(\varphi - \Psi)$

между перемещением и возмущающей силой. Подставив в выражение амплитудное значение возмущающей силы P согласно (2.145), амплитуду перемещения A согласно (2.141), углы сдвига фаз φ согласно (2.142) и Ψ согласно (2.146), получим

$$W_y = 2\pi m r^2 \omega^2 \frac{q n \omega^3}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}. \tag{2.154}$$

Мощность, затрачиваемая вибратором на преодоление гистерезиса в упругих связях, равна

$$N_y = m r^2 \omega^3 \frac{q n \omega^3}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}. \tag{2.155}$$

Работа, затрачиваемая за один оборот на преодоление сил трения в подшипниках вибратора, равна

$$W_п = \int_0^{2\pi} \mu F_п \frac{D}{2} d\omega t, \tag{2.156}$$

где μ — приведенный коэффициент трения в подшипниках вибратора; D — диаметр беговой дорожки подшипников вибратора.

Подставив в это выражение значение $F_п$ согласно (2.148) и произведя интегрирование, получим

$$W_п = 2\pi\mu s m r^2 \omega^2 \left[1 + \frac{q\omega^2 (p^2 - \omega^2)}{2\,[4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2]}\right]. \tag{2.157}$$

Мощность, затрачиваемая на преодоление сил трения в подшипниках вибратора, равна

$$N_п = \eta s m r^2 \omega^3 \left[1 + \frac{q\omega^2 (p^2 - \omega^2)}{2\,[4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2]}\right], \tag{2.158}$$

где $s = D/2r$ — соотношение диаметра беговой дорожки подшипника и эксцентриситета вращающихся частей вибратора.

Безразмерные параметры гармонического осциллятора с инерционным вибратором типа самобаланс — амплитуда колебаний A/qr, возмущающая сила вибратора $P/mr\omega^2$, давление на подшипники $F_п/mr\omega^2$, затраты мощности на преодоление гистерезисных потерь в упругой системе $N_y/qmr^2\omega^3$, затраты мощности на преодоление трения в подшипниках $N_п/\mu s m r^2\omega^3$, амплитуда давления на упругие связи $R/(M + m)\, r\omega^2$, угол сдвига фазы между смещением дебалансов вибратора и перемещением гармонического осциллятора φ, угол сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и возмущающей силой Ψ, угол сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и давлением на упругие связи ξ, в зависимости от коэффициента расстройки z ($z = \omega/p$), для различных значений коэффициента демпфирования ν ($\nu = n/p$) приведены на рис. 27—35.

Безразмерные параметры гармонического осциллятора, возбуждаемого вибратором типа самобаланс, вычислялись по следующим формулам

амплитуда колебаний (см. рис. 27)

$$\frac{A}{qr}=\frac{z^2}{\sqrt{4\nu^2z^2+(1-z^2)^2}}, \qquad (2.159)$$

амплитуда возмущающей силы (см. рис. 28)

$$\frac{P}{mr\omega^2}=\sqrt{\frac{4\nu^2z^2+[1-(1-q)z^2]^2}{4\nu^2z^2+(1-z^2)^2}}, \qquad (2.160)$$

амплитуда давления на подшипники (см. рис. 29)

$$\frac{F_{п}}{Nr\omega^2}=\left[1+\frac{qz^2(1-z^2)}{4\nu^2z^2+(1-z^2)^2}\right], \qquad (2.161)$$

амплитуда давления на упругие связи (см. рис. 30)

$$\frac{R}{(M+m)\,r\omega^2}=\frac{\sqrt{[4\nu^2z^2+(1-z^2)]^2+4\nu^2z^6}}{4\nu^2z^2+(1-z^2)^2}, \qquad (2.162)$$

угол сдвига фаз между смещением дебалансов и перемещением (см. рис. 33)

$$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{2\nu z}{1-z^2}, \qquad (2.163)$$

угол сдвига фаз между смещением дебалансов и возмущающей силой (см. рис. 34)

$$\Psi=\operatorname{arctg}\frac{2\nu z}{4\nu^2z^2+(1-z^2)^2}, \qquad (2.164)$$

угол сдвига фаз между смещением дебалансов и давлением на упругие связи (см. рис. 35)

$$\xi=\operatorname{arctg}\frac{2\nu z^3}{4\nu^2z^2+(1-z^2)^2}. \qquad (2.165)$$

Анализ приведенных графиков показывает, что амплитуда колебаний гармонического осциллятора достигает максимальных значений при резонансной настройке $z=1$, при этом она тем больше, чем меньше значение коэффициента демпфирования. Следует отметить, что в резонансных режимах амплитуда колебаний существенно зависит от величины действующих сопротивлений (коэффициента демпфирования), в зарезонансных — весьма незначительно. В связи с этим резонансные колебательные системы работают неустойчиво при переменных сопротивлениях, зарезонансные, наоборот, практически не реагируют на изменение сопротивлений.

Нагрузки на подшипниковые узлы вибратора при резонансной настройке численно равны центробежной силе дебалансов. При дорезонансной настройке они несколько выше, а при зарезонансной снижаются, достигая минимума при коэффициенте расстройки $z = 1{,}5$. Уменьшение сопротивлений также способствует снижению нагрузок на подшипники.

Амплитуда возмущающей силы привода возрастает с увеличением z, достигая максимума при резонансной настройке; причем имеет тем большее значение, чем ниже коэффициент демпфирования. В зарезонансных режимах величина возмущающей силы уменьшается, достигая минимального значения при совпадении частоты возмущающей силы с собственной частотой колебательной системы

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = p\sqrt{\frac{1}{1-q}}.$$

Максимальные затраты энергии на преодоление гистерезисных потерь в упругой системе имеют место при резонансе; при этом они тем больше, чем ниже коэффициент демпфирования. Указанное обстоятельство объясняется тем, что в резонансных режимах резко возрастает амплитуда колебаний, причем тем в большей степени, чем ниже коэффициент демпфирования, а мощность, затрачиваемая на поддержание колебаний, пропорциональна квадрату амплитуды.

Номинальные затраты энергии на преодоление трения в подшипниках вибратора $\mu s m r^2 \omega^2$ имеют место при резонансной настройке колебательной системы. В дорезонансных режимах они возрастают, в зарезонансных падают, имея минимальное значение при коэффициенте расстройки $z = 1{,}5$. Снижение коэффициента демпфирования способствует уменьшению затрат энергии на преодоление трения в подшипниках вибратора.

Угол сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и перемещением колебательной системы независимо от величины коэффициента демпфирования при резонансе равен 90°. В дорезонансных режимах он изменяется от 0 до 90°, в зарезонансных — от 90 до 180°. Увеличение демпфирования в дорезонансном режиме способствует увеличению угла сдвига фаз, в зарезонансном — снижает его.

Угол сдвига фаз между смещением дебалансов вибратора и возмущающей силой максимальное значение имеет при резонансе и уменьшается при зарезонансных и дорезонансных режимах. В дорезонансных, резонансных и околорезонансных режимах уменьшение демпфирования обусловливает возрастание угла сдвига фаз, в зарезонансных режимах снижает его. С ростом коэффициента соотношения масс углы сдвига фаз увеличиваются.

Гармонический осциллятор с вибратором для создания бигармонических колебаний

Динамическая схема гармонического осциллятора с вибратором для создания бигармонических колебаний приведена на рис. 36, *в*.

Возмущающая сила, создаваемая бигармоническим вибратором при неподвижной колебательной системе

$$F_0 = m'r'\omega^2 \sin \omega t + 4m''r''\omega^2 \sin (2\omega t + \gamma), \tag{2.166}$$

где m' и m'' — суммарные неуравновешенные массы вращающихся частей первой и второй ступеней вибратора; r' и r'' — эксцентриситеты вращающихся частей первой и второй ступеней вибратора; ω — угловая скорость вращения тихоходного вала вибратора.

Обозначив соотношение кинетических моментов дебалансов первой и второй ступеней вибратора $u = m'r'/m''r''$ и приняв $m' = m$ и $r' = r$, получим выражение для возмущающей силы бигармонического вибратора при неподвижной колебательной системе

$$F_0 = mr\omega^2 [\sin \omega t + 4\, u \sin (2\omega t + \gamma)]. \tag{2.167}$$

Дифференциальное уравнение установившегося движения гармонического осциллятора с бигармоническим вибратором имеет вид

$$(M + m' + m'')\ddot{x} + c\dot{x} + kx = mr\omega^2 [\sin \omega t + 4u \sin (2\omega t + \gamma)] \tag{2.168}$$

и после преобразований

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2 x = qr\omega^2 [\sin \omega t + 4u \sin (2\omega t + \gamma)]. \tag{2.169}$$

Колебательная система в установившемся режиме будет перемещаться по закону

$$x = A' \sin (\omega t - \varphi') + A'' \sin (2\omega t + \gamma - \varphi''), \tag{2.170}$$

где амплитуды составляющих вынужденных колебаний системы

$$A' = \frac{q'r'\omega^2}{\sqrt{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}}, \tag{2.171}$$

$$A'' = \frac{4q''r''\omega^2}{\sqrt{16n^2\omega^2 + (p^2 - 4\omega^2)^2}}; \tag{2.172}$$

углы сдвига фаз между смещением дебалансов первой φ' и второй φ'' ступеней вибратора и перемещением колебательной системы

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{2n\omega}{p^2 - \omega^2}, \tag{2.173}$$

$$\varphi'' = \operatorname{arctg} \frac{4n\omega}{p^2 - 4\omega^2}. \tag{2.174}$$

Здесь $q' = m'/(M + m' + m'')$ — соотношение вращающейся массы первой ступени вибратора и общей массы колебательной системы; $q'' = m''/(M + m' + m'')$ — соотношение вращающейся массы второй ступени вибратора и общей массы машины.

Таким образом, расчет показывает, что движение гармонического осциллятора будет формироваться в результате сложения двух гармонических перемещений $A' \sin (\omega t - \varphi')$ и $A'' \times$

$\times \sin(\omega t+\gamma-\varphi'')$, совершающихся с угловыми скоростями ω и 2ω. Амплитуда первой составляющей пропорциональна величине возмущающей силы дебалансов первой ступени вибратора $q'r'\omega^2$, обратно пропорциональна общей колеблющейся массе колебательной системы и зависит также от величины действующих сопротивлений и настройки. Рассматриваемая система может резонировать на частоте либо первой гармоники ω, либо второй — 2ω. Для этого нужно, чтобы собственная частота колебаний системы p была равна ω либо 2ω. При резонансе на низкой частоте амплитуда первой гармоники будет достигать максимального значения.

Амплитуда второй гармоники пропорциональна величине возмущающей силы дебалансов второй ступени вибратора $4m''r''\omega^2$. Максимального значения амплитуда второй гармоники будет достигать при резонировании колебательной системы на частоте 2ω.

Так как под действием возмущающей силы вибратора центр тяжести массы M колебательной системы будет смещаться на величину x, получая ускорение $\ddot{x}$, на возбужденную колебательную систему будет действовать возмущающая сила

$$F = m'(r'\omega^2 \sin\omega t - \ddot{x}) + m''[r'4\omega^2 \sin(2\omega t+\gamma) - \ddot{x}] =$$
$$= mr\omega^2[\sin\omega t + 4u\sin(2\omega t+\gamma)] - (m'+m'')\ddot{x}. \qquad (2.175)$$

Подставив в выражение (2.175) значение $\ddot{x}$, определим величину возмущающей силы вибратора в режиме установившихся бигармонических колебаний

$$F = P'\sin(\omega t - \Psi') + P''\sin(2\omega t + \gamma - \Psi''), \qquad (2.176)$$

где амплитудные значения гармоник возмущающей силы

$$P' = m'r'\omega^2 \sqrt{\frac{4n^2\omega^2 + [p^2 - (1-q')\,\omega^2]^2}{4n^2\omega^2 + (p^2-\omega^2)^2}}, \qquad (2.177)$$

$$P'' = 4m''r''\omega^2 \sqrt{\frac{16n^2\omega^2 + [p^2 - (1-q'')\,\omega^2]^2}{16n^2\omega^2 + (p^2-\omega^2)^2}} \qquad (2.178)$$

и углы сдвига фаз между смещением дебалансов первой и второй ступеней вибратора и возмущающей силой

$$\Psi' = \operatorname{arctg}\frac{2q'n\omega^3}{4n^2\omega^2 + [p^2 - (1-q')\,\omega^2]\,(p^2-\omega^2)}, \qquad (2.179)$$

$$\Psi'' = \operatorname{arctg}\frac{2q''n8\omega^3}{16n^2\omega^2 + [p^2 - (1-q'')\,4\omega^2]\,(p^2-4\omega^2)}. \qquad (2.180)$$

Из выражений (2.177), (2.178) видно, что амплитудные значения составляющих возмущающей силы при установившихся колебаниях пропорциональны величинам $m'r'\omega^2$ и $4m''r''\omega^2$ и зависят от настройки колебательной системы, соотношения масс и действующих в упругих связях сопротивлений.

Направление действия возмущающей силы не совпадает с положением дебалансов и обусловливается также параметрами колебательной системы. В режиме установившихся колебаний на подшипники первой и второй ступеней вибратора будут действовать согласно (2.10) следующие нагрузки

$$F'_{п} = m'(r'\omega^2 - \ddot{x}\sin\omega t), \tag{2.181}$$

$$F''_{п} = m''(r''4\omega^2 - \ddot{x}\sin\omega t). \tag{2.182}$$

Подставив в выражения (2.181), (2.182) значение ускорения колебаний $\ddot{x}$, определим нагрузки на подшипники первой и второй ступеней вибратора

$$\begin{aligned} F'_{п} = m'r'\omega^2\Big[1 &+ \frac{q'\omega^2(p^2-\omega^2)}{4n^2\omega^2+(p^2-\omega^2)^2}\sin^2\omega t - \frac{q'n\omega^3}{4n^2\omega^2+(p^2-\omega^2)^2}\sin^2(2\omega t + \\ &+ \gamma) - \frac{16uq''\omega^2(p^2-4\omega^2)}{16n^2\omega^2+(p^2-4\omega^2)^2}\sin\omega t\sin(2\omega t+\gamma) - \\ &- \frac{32uq''n\omega^3}{16n^2\omega^2+(p^2-4\omega^2)}\sin\omega t\cos(2\omega t+\gamma)\Big], \end{aligned} \tag{2.183}$$

$$\begin{aligned} F''_{п} = 4m''r''\omega^2\Big[1 &- \frac{4q''\omega^2(p^2-4\omega^2)}{16n^2\omega^2+(p^2-4\omega^2)^2}\sin 2(2\omega t+\gamma) + \\ &+ \frac{16q''n\omega^3}{16n^2\omega^2+(p^2-4\omega^2)^2}\cos^2(2\omega t+\gamma) - \\ &- \frac{uq'\omega^2(p^2-\omega^2)}{4[4n^2\omega^2+(p^2-\omega^2)^2]}\cos\omega t + \frac{2uq'n\omega^3}{4[4n^2\omega^2+(p^2-\omega^2)^2]}\sin\omega t\Big]. \end{aligned} \tag{2.184}$$

Из выражений (2.183), (2.184) видим, что в установившемся режиме давление на подшипники бигармонического вибратора изменяется по весьма сложному закону.

Давление на упругие связи колебательной системы

$$\begin{aligned} F_c &= (M + m' + m'')\{p^2[A'\sin(\omega t - \varphi') + A''\sin(2\omega t + \gamma - \varphi'')] + \\ &+ 2n\omega[A'\cos(\omega t - \varphi') - 2A''\cos(2\omega t + \gamma - \varphi'')]\} = \\ &= R'\sin(\omega t - \xi') + R''\sin(2\omega t - \xi''), \end{aligned} \tag{2.185}$$

где амплитудные значения составляющих давления на упругие связи

$$R' = (M + m' + m'')r\omega^2\sqrt{\frac{[4n^2\omega^2 + p^2(p^2-\omega^2)]^2 + 4n^2\omega^6}{4n^2\omega^2+(p^2-\omega^2)^2}}, \tag{2.186}$$

$$R'' = (M + m' + m'')r''4\omega^2\sqrt{\frac{[16n^2\omega^2 + p^2(p^2-4\omega^2)]^2 + 256n^2\omega^6}{16n^2\omega^2+(p^2-4\omega^2)^2}}, \tag{2.187}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов вибратора и давлением на упругие связи

$$\xi' = \operatorname{arctg}\frac{2n\omega^3}{4n^2\omega^2 + p^2(p^2-\omega^2)^2}, \tag{2.188}$$

$$\xi'' = \operatorname{arctg}\frac{16n\omega^3}{16n^2\omega^2 + p^2(p^2-4\omega^2)^2}. \tag{2.188a}$$

Работа, совершаемая возмущающей силой вибратора за одно колебание и идущая на восполнение потерь энергии в упругих связях, равна

$$W_{\text{у}} = \int\limits_0^{2\pi} F\dot{x}\,d\omega t = \pi\,[P'A' \sin(\Psi' - \varphi') + P''A'' \sin(\Psi'' - \varphi'')], \qquad (2.189)$$

т. е. она пропорциональна амплитудным значениям составляющих возмущающей силы и перемещения и зависит от угла сдвига фаз между ними $(\Psi' - \varphi')$, $(\Psi'' - \varphi'')$. Подставив в выражение (2.189) амплитудные значения составляющих возмущающей силы P', P'' согласно (2.177), (2.178), перемещения A', A'' согласно (2.171), (2.172), углы сдвига фаз φ', φ'' согласно (2.173), (2.174) и Ψ', Ψ'' согласно (2.179), (2.180), получим

$$W_{\text{у}} = W'_{\text{у}} + W''_{\text{у}}, \qquad (2.190)$$

$$W'_{\text{у}} = 2\pi m' r'^2 \omega^2 \frac{q' n\omega^3}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}, \qquad (2.191)$$

$$W''_{\text{у}} = 8\pi m'' r''^2 \omega^2 \frac{8q'' n\omega^3}{16n^2\omega^2 + (p^2 - 4\omega^2)^2}. \qquad (2.192)$$

Затраты энергии приведены раздельно по составляющим, так как это облегчает пользование расчетными графиками рис. 31.

Мощность, затрачиваемая вибратором на преодоление гистерезиса в упругих связях, равна

$$N_{\text{у}} = N'_{\text{у}} + N''_{\text{у}}, \qquad (2.193)$$

$$N'_{\text{у}} = m' r'^2 \omega^3 \frac{q' n\omega^3}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}, \qquad (2.194)$$

$$N''_{\text{у}} = m'' r''^2 \omega^3 \frac{8q'' n\omega^3}{16n^2\omega^2 + (p^2 - 4\omega^2)^2}. \qquad (2.195)$$

Работа, затрачиваемая за один оборот на преодоление сил трения в подшипниках вибратора, равна

$$W_{\text{п}} = W'_{\text{п}} + W''_{\text{п}}, \qquad (2.196)$$

$$W'_{\text{п}} = \int\limits_0^{2\pi} \mu' F'_{\text{п}} \frac{D'}{2}\,d\omega t = 2\pi\mu' s' m' r'^2 \omega^2 \left[1 + \frac{q'\omega^2 (p^2 - \omega^2)}{2\,[4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2]}\right], \qquad (2.197)$$

$$W''_{\text{п}} = \int\limits_0^{2\pi} \mu'' F''_{\text{п}} \frac{D''}{2}\,d\omega t = 2\pi\mu'' s'' m'' r''^2 \omega^2 \left[1 + \frac{q'' 4\omega^2 (p^2 - 4\omega^2)}{2\,[16n^2\omega^2 + (p^2 - 4\omega^2)^2]}\right], \qquad (2.198)$$

где μ', μ'' — приведенные коэффициенты трения в подшипниках первой и второй ступеней бигармонического вибратора; D', D'' — диаметры беговых дорожек подшипников первой и второй ступеней бигармонического вибратора; $s' = D'/2r'$, $s'' = D''/2r''$ — соотношение диаметров беговых дорожек подшипников и эксцентриситета дебалансов первой и второй ступеней бигармонического вибратора.

Мощность, затрачиваемая на преодоление сил трения в подшипниках бигармонического вибратора, равна

$$N_п = N'_п + N''_п, \tag{2.199}$$

$$N'_п = \mu' s' m' r'^2 \omega^3 \left[1 + \frac{q'\omega^2 (p^2 - \omega^2)}{2[4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2]}\right], \tag{2.200}$$

$$N''_п = 8\mu'' s'' m'' r''^2 \omega^3 \left[1 + \frac{q'' 4\omega^2 (p^2 - 4\omega^2)}{2[16n^2\omega^2 + (p^2 - 4\omega^2)^2]}\right]. \tag{2.201}$$

Безразмерные параметры колебательной системы с инерционным бигармоническим вибратором: составляющие амплитуды колебаний $A'/q'r'$, $A''/q''r''$, составляющие возмущающей силы вибратора $P'/m'r'\omega^2$, $P''/4m''r''\omega^2$, составляющие затрат мощности на преодоление гистерезисных потерь в упругой системе $N'_y/q'm'r'^2\omega^3$, $N''_y/8q''m''r''^2\omega^3$, составляющие затрат мощности на преодоление трения в подшипниках вибратора $N'_п/\mu' s' m' r'^2\omega^3$, $N''_п/8\mu'' s'' m'' r''^2\omega^3$, углы сдвига фаз между смещениями дебалансов вибратора и перемещением колебательной системы φ', φ'', углы сдвига фаз между смещениями дебалансов вибратора и составляющими возмущающей силы Ψ', Ψ'' также могут быть определены по приведенным ранее графикам (см. рис. 34).

Безразмерные параметры колебательной системы с инерционным бигармоническим вибратором вычислялись по следующим формулам:

составляющие амплитуды колебаний (см. рис. 27)

$$\frac{A'}{q'r'} = \frac{z^2}{\sqrt{4\nu^2 z^2 + (1 - z^2)^2}}, \tag{2.202}$$

$$\frac{A''}{q''r''} = \frac{z^2}{\sqrt{4\nu^2 (2z)^2 + [1 - (2z)^2]^2}}, \tag{2.203}$$

составляющие амплитудных значений возмущающей силы (см. рис. 28)

$$\frac{P'}{m'r'\omega^2} = \sqrt{\frac{4\nu^2 z^2 + [1 - (1 - q') z^2]^2}{4\nu^2 z^2 + (1 - z^2)^2}}, \tag{2.204}$$

$$\frac{P''}{m''r''(2\omega)^2} = \sqrt{\frac{4\nu^2 (2z)^2 + [1 - (1 - q'')(2z)^2]^2}{4\nu^2 (2z)^2 + [1 - (2z)^2]^2}}, \tag{2.205}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими перемещения (см. рис. 33)

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{2\nu z}{1 - z^2}, \tag{2.206}$$

$$\varphi'' = \operatorname{arctg} \frac{2\nu (2z)}{1 - (2z)^2}, \tag{2.207}$$

углы сдвига фаз между смещениями дебалансов и составляющими возмущающей силы (см. рис. 34)

$$\Psi' = \operatorname{arctg} \frac{2q'\nu z^3}{4\nu^2 z^2 + [1-(1-q')z^2](1-z^2)}, \tag{2.208}$$

$$\Psi'' = \operatorname{arctg} \frac{2q''\nu(2z)^3}{4\nu^2(2z)^2 + [1-(1-q'')(2z)^2][1-(2z)^2]}, \tag{2.209}$$

составляющие затрат мощности на преодоление гистерезиса в упругих связях (см. рис. 31)

$$\frac{N'_{\text{у}}}{q'm'r'^2\omega^3} = \frac{\nu z^3}{4\nu^2 z^2 + (1-z^2)^2}, \tag{2.210}$$

$$\frac{N''_{\text{у}}}{q''m''r''^2(2\omega)^3} = \frac{\nu(2z)^3}{4\nu^2(2z)^2 + [1-(2z)^2]^2}, \tag{2.211}$$

составляющие затрат мощности на преодоление трения в подшипниках вибратора (см. рис. 32)

$$\frac{N'_{\text{п}}}{\mu's'm'r'^2\omega^3} = \left\{1 + \frac{q'z^2(1-z^2)}{2[4\nu^2z^2+(1-z^2)^2]}\right\}, \tag{2.212}$$

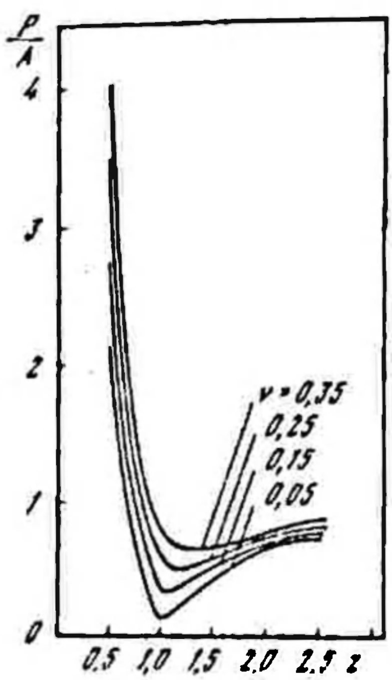
$$\frac{N''_{\text{п}}}{\mu''s''m''r''^2(2\omega)^3} = \left\{1 + \frac{q''(2z)^2[1-(2z)^2]}{2\{4\nu^2(2z)^2+[1-(2z)^2]^2\}}\right\}. \tag{2.213}$$

Приведенные параметры инерционных вибраторов

С точки зрения создания высокоэффективных колебательных систем с вынужденным возбуждением представляет интерес проанализировать их основные параметры, приведенные к единичному перемещению колеблющейся массы. Значение приведенных параметров колебательной системы позволяет обосновано выбирать режимы работы. Дело в том, что по соображениям технологии всегда задается амплитуда колебаний системы, поэтому не безразлично, при каких параметрах будут достигнуты заданные показатели.

Приведенные значения амплитуды возмущающей силы и давления на подшипники, а также затрат мощности на преодоление упругого гистерезиса и трения в подшипниках в зависимости от коэффициента расстройки системы при различных значениях коэффициента демпфирования представлены на рис. 37—40.

Сравним обычные и приведенные параметры колебательной системы. Так, если из рис. 28 следовало, что максимального значения возмущающая сила достигает при резонансе, то из рис. 37 вытекает, что единичное перемещение колебательной системы в резонансных режимах достигается при минимальном возмущении. Точно так же обстоит дело и с давлением на подшипники — в резонансном режиме при единичном перемещении колебательной системы оно имеет минимальное значение (см. рис. 38). Интересно



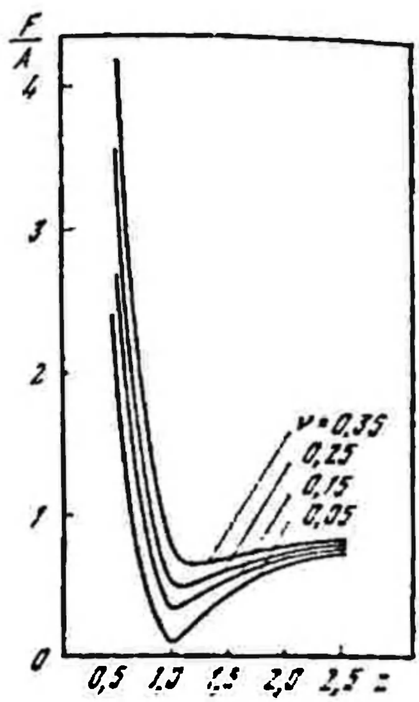


Рис. 37. Зависимость приведенной (к единичному перемещению) амплитуды возмущающей силы гармонического осциллятора с инерционным виброзвозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования и $q = 0,1$

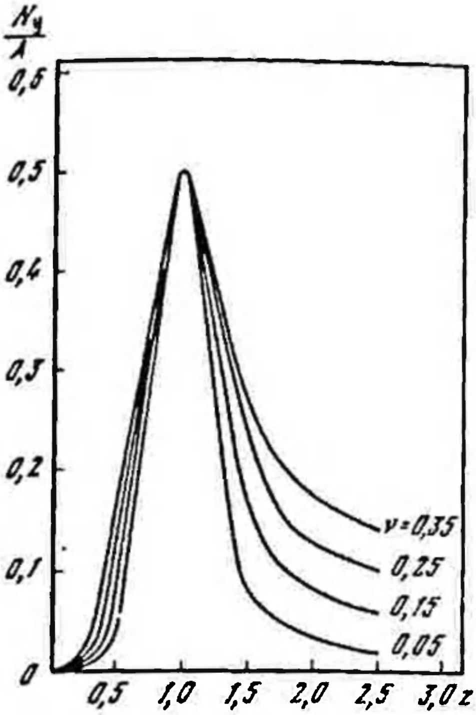
Рис. 38. Зависимость приведенной (к единичному перемещению) амплитуды давления на подшипники гармонического осциллятора с инерционным виброзвозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования и $q = 0,1$

отметить, что приведенные затраты мощности в резонансном режиме минимальны на преодоление трения в подшипниках и максимальны на преодоление упругого гистерезиса (см. рис. 40 и 39).

3. Методы устранения резонансных колебаний в переходных режимах

Известен ряд методов ограничения амплитуд колебательных систем при переходе через область резонанса: метод, связанный с введением затухания в колебательную систему; метод, основанный на ударном гашении колебаний; метод, базирующийся на повышении скорости прохождения через резонанс и применении саморегулирующихся вибраторов.

Первый метод основан на диссипации части избыточной энергии механических колебаний в период резонанса с помощью различных демпферных устройств, включенных параллельно упругим элементам вибромашины. Недостатком этого метода является уменьшение коэффициента виброизоляции, поскольку динамические нагрузки передаются на опорные конструкции через упругие элементы и одновременно демпферные устройства. Кроме того,



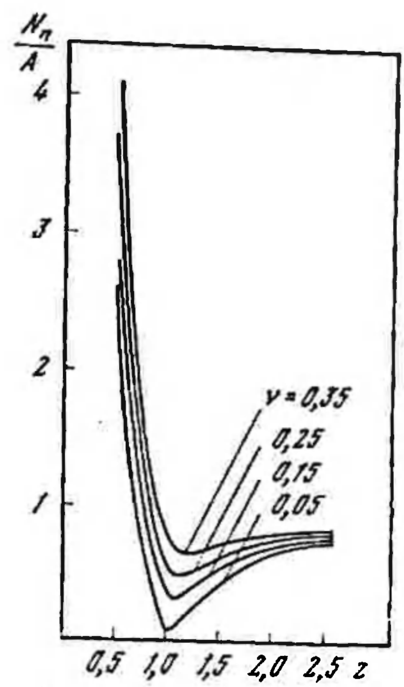


Рис. 39. Зависимость приведенных (к единичному перемещению) затрат мощности гармоническим осциллятором с инерционным вибровозбудителем на преодоление гистерезисных потерь от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования и $q = 0{,}1$

Рис. 40. Зависимость приведенных (к единичному перемещению) затрат мощности гармоническим осциллятором с инерционным вибровозбудителем на преодоление трения в подшипниках от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования и $q = 0{,}1$

указанный метод обусловливает непроизводительные потери не только в период резонанса, но и в рабочем режиме.

Использование ударных виброгасителей достаточно эффективно, однако ограничено в основном высокочастотными режимами работы и связано с дополнительным рассеянием энергии. К недостаткам ударных виброгасителей следует отнести также наличие шума в процессе работы.

Известно, что амплитуда перемещения колебательной системы в переходных режимах связана с угловым ускорением обратной зависимостью: чем меньше угловое ускорение, с которым система проходит резонансную область, тем больше величина резонансной амплитуды. Изменяя величину углового ускорения, можно эффективно оказывать влияние на величину резонансных амплитуд колебаний. Это обстоятельство положено в основу метода устранения резонансного эффекта, связанного с повышением скорости прохождения через резонанс.

Для устранения резонансных колебаний все большее распространение получает метод, основанный на применении в качестве привода вибросистем специальных вибраторов с автоматически изменяющимся статическим моментом дебалансов. Эти вибраторы сочетают в себе функции источника колебаний, а также устройства, снижающего резонансные амплитуды колебаний в переходных режимах работы вибромашины.

Принцип устранения резонансных колебаний с указанным вибратором состоит в том, что при пуске автоматическое включение механизма вибратора происходит после прохождения резонансной области, а выключение (уравновешивание) на выбеге осуществляется до наступления резонанса в тот момент, когда кинетическая энергия колебаний рабочего органа минимальна. При этом прямой и обратный переход через резонанс осуществляется при полностью выключенном вибраторе (статический момент дебалансов равен нулю.)

Принципиальное устройство вибраторов с автоматически изменяющимся статическим моментом дебалансов

Механизмы автоматизации этих вибраторов по характеру движения дебалансов можно отнести к механизмам с выдвижными, откидными и поворотными дебалансами. Вибратор с выдвижными дебалансами был предложен В. Д. Земсковым.

Схема механизма с выдвижным дебалансом приведена на рис. 41, *а*. При вращении вала вибратора с угловыми скоростями, меньшими расчетного критического значения, дебаланс *1* остается прижатым пружиной *2* к втулке *3* (на рисунке положение *I*). В этом положении статический момент дебаланса относительно оси вращения равен нулю. При угловых скоростях вращения, превышающих критические, центробежная сила превосходит силу упругости пружины, в результате чего дебаланс выдвигается и приходит в рабочее положение *II*, указанное на рисунке пунктиром. Регулирование величины возмущающего усилия выполняется гайкой *4*, навинчиваемой на шток *5* дебаланса. При этом уход дебаланса и, следовательно, величина возмущающего усилия уменьшаются. К недостаткам указанного механизма необходимо отнести склонность к заклиниванию дебаланса при его перемещении в период пуска и выбега, поскольку вектор относительной скорости дебаланса вращается и возникает кориолисова сила, направленная перпендикулярно к его перемещению. Полная статическая уравновешенность механизма может быть осуществлена только в одном положении дебаланса, соответствующем, например, максимальной величине возмущающего усилия. При регулировании вибратора на меньшее усилие общая уравновешенность механизма нарушается.

Аналогичным по принципиальному устройству, но отличающимся по конструктивному выполнению, является инерционный вибратор с откидными дебалансами, схематично представленный на рис. 41, *б*. Механизм вибратора имеет дебаланс *6* эллипсоподоб-

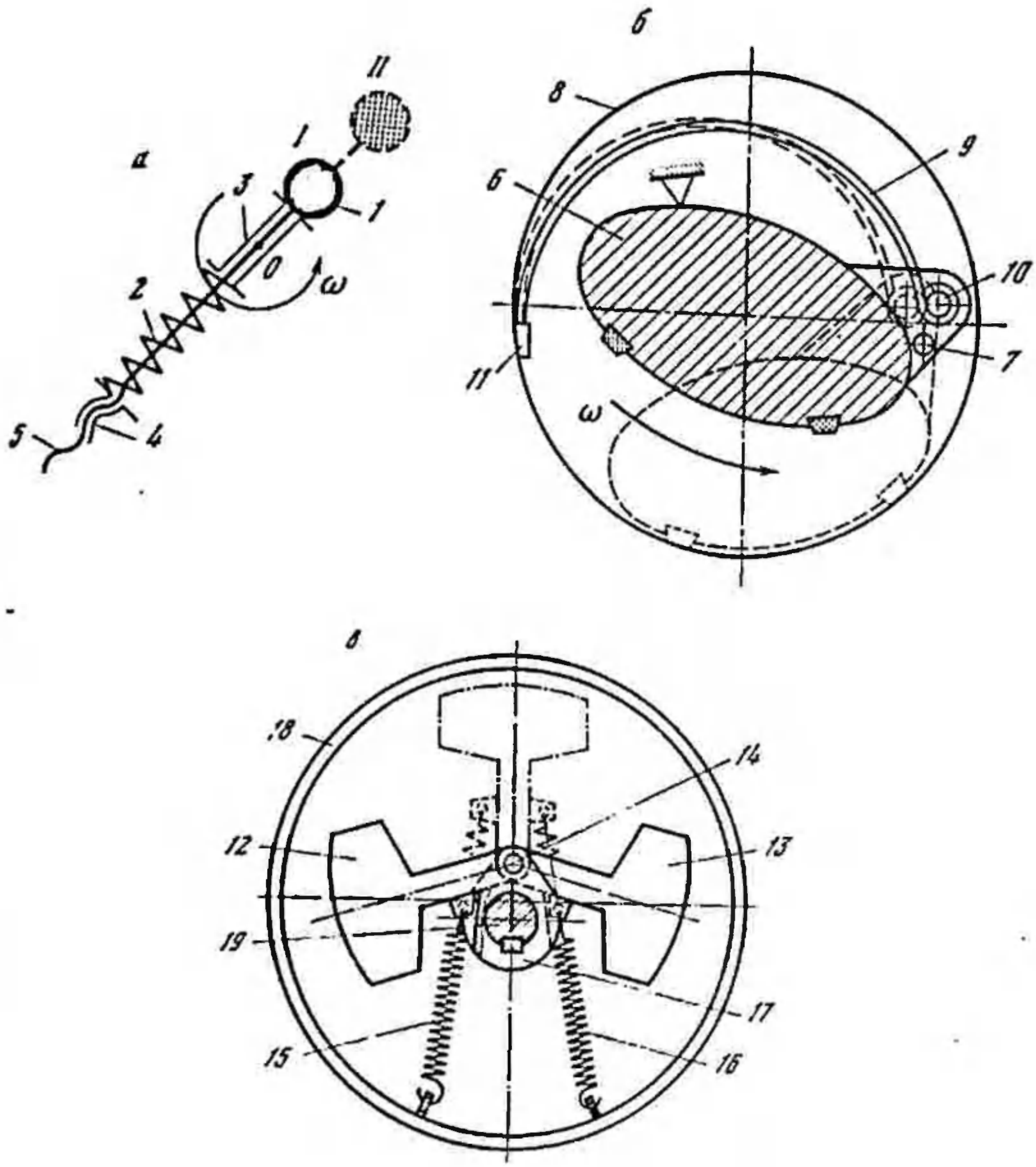


Рис. 41. Схемы инерционных вибраторов с автоматически изменяющимся статическим моментом дебалансов

а — механизм с выдвижным дебалансом; *б* — механизм с откидными эллипсоподобными дебалансами; *в* — механизм с откидными дебалансами

ной формы, установленный на оси *7*, смещенной относительно оси вращения шкива *8*. В статическом состоянии дебаланс с предварительным натяжением удерживается у центра шкива рессорой *9*, один конец которой прикреплен к дебалансу с помощью штифта *10*, а другой крепится к упору *11*, размещенному на шкиве.

В отличие от рассмотренных вибраторов с выдвижными дебалансами у анализируемого вибратора не регулируется ни величина возмущающего усилия, ни угловая скорость, соответствующая началу поворота дебалансов из начального положения в рабочее.

Вибратор с откидными дебалансами состоит из двух дебалансов 12 и 13, установленных на оси 14, смещенной относительно оси вращения. Пружинами 15 и 16 дебалансы прижаты к ступице 17 маховика 18 в таком положении, что в состоянии покоя они полностью уравновешивают друг друга (см. рис. 41, *в*). Когда вал 19 вибратора вместе с маховиком достигает скорости вращения, превышающей резонансную, дебалансы 12 и 13 под действием центробежной силы отбрасываются к периферии в положение, указанное на чертеже пунктиром, создавая неуравновешенную массу.

К недостаткам приведенных конструкций следует отнести полное отсутствие какой-либо регулировки, а также наличие пружин растяжения, подверженных действию центробежных сил и повышенных вибраций.

Рассмотрим две модификации вибраторов с поворотными дебалансами.

Кинематическая схема дебалансного механизма вибратора приведена на рис. 42, *а*. Дебалансы 1 и 2 установлены на эксцентричной относительно оси вала вибратора втулке и пружиной 3 прижимаются к упорам 4 и 5 диска с начальным регулируемым моментом. Упоры дебалансов размещены на диске в таком положении, при котором механизм в статическом состоянии полностью уравновешен относительно оси вращения.

Принцип работы механизма вибратора состоит в следующем. Ось O_1 поворота дебалансов 1 и 2 смещена относительно оси O вращения механизма на величину r, которую назовем эксцентриситетом механизма. Дебалансы представлены в виде математических маятников, массы которых сосредоточены в центрах качания A и B, отстоящих от оси O_1 их поворота на расстоянии l.

При включении электродвигателя вибратора производится разгон дебалансного механизма с угловым ускорением до номинальной угловой скорости вращения. Движение дебалансов происходит в центробежном силовом поле с напряженностью $\rho\dot{\varphi}^2$ (ρ — расстояние от оси вращения до центра тяжести дебаланса; $\dot{\varphi}$ — угловая скорость вращения механизма). До момента отрыва дебалансов от упоров на них действуют нормальные P_A^n и P_B^n, а также тангенциальные P_A^τ и P_B^τ силы инерции в переносном движении (вращение вокруг оси O).

Анализируя силы, действующие на дебалансы, легко можно заметить, что поворот их произойдет неодновременно; при левом вращении механизма (против часовой стрелки) первым начнет движение дебаланс 1, поскольку нормальная P_A^n и тангенциальная P_A^τ силы инерции его массы в переносном движении создают момент относительно оси поворота O_1, отрывающий его от упора 5. Отрыв дебаланса произойдет при такой угловой скорости вращения, при которой момент силы инерции P_A^n и P_A^τ превысит момент предварительно закрученной пружины 3 и момент силы трения, направленные навстречу повороту дебаланса.

Момент трения равен

$$M_{тр} = (P^n_{A(n)} - P^\tau_{A(n)})\,\mu\,\frac{d}{2},$$

где $P^n_{A(n)}$ и $P^\tau_{A(n)}$ — проекции сил инерции P^n_A и P^τ_A на линию O_1A; μ — коэффициент трения в эксцентриковой втулке дебаланса; d — диаметр эксцентриковой втулки.

Начальный момент закрученной пружины выбирается такой величины, чтобы поворот дебаланса O_1A осуществлялся при угловой скорости, превышающей круговую частоту собственных колебаний вибромашины. Дебаланс 2 некоторое время остается неподвижным относительно вращающегося диска (вращается с ним совместно), так как тангенциальная сила инерции создает отрицательный момент, прижимающий его к упору 4. Поворот дебаланса начнется лишь после того, как момент силы инерции относительно оси O_1 превысит сумму моментов силы P^τ_B, момента закрученной пружины и момента силы трения относительно той же оси. При дальнейшем разгоне механизма поворот обоих дебалансов происходит одновременно до момента установившегося динамического равновесия (на рис. 42 обозначено пунктиром). Таким образом, дебалансы поворачиваются поочередно, создавая плавную нагрузку на электродвигатель при пуске.

Рис. 42. Принципиальные схемы дебалансного механизма с поворотными дебалансами

а — нерегулируемые дебалансы; *б* — дебалансы с регулируемым эксцентриситетом

В процессе выбега угловая скорость вращения дебалансов уменьшается и при величине ее, еще превышающей частоту собственных колебаний вибромашины, момент пружины преодолевает момент сил инерции, который резко уменьшается по мере падения оборотов электродвигателя, и механизм уравновешивается. Поворот дебалансов на выбеге осуществляется в обратной по отношению к пуску последовательности, поскольку направление углового ускорения в этом случае меняется на противоположное. Дальнейший выбег вибратора и переход его через резонанс происходит при уравновешенном дебалансом механизме (статический момент дебалансов равен нулю).

С целью регулирования амплитуды колебаний устройство вибратора должно обеспечивать регулировку величины возмущающего усилия при неизменной скорости вращения вибратора. Величина возмущающего усилия зависит от эксцентриситета механизма при прочих неизменных его параметрах. Следовательно, изменяя величину эксцентриситета, можно плавно регулировать величину возмущающего усилия и соответственно амплитуду колебательной системы.

Кинематическая схема дебалансного механизма с регулируемым эксцентриситетом приведена на рис. 42, *б*. Этот механизм отличается от приведенного на рис. 42, *а* тем, что узел эксцентриков, на котором установлены дебалансы, состоит из двух эксцентриковых втулок, размещенных одна в другой и связанных между собой резьбовым сопряжением. Поворот втулок относительно друг друга плавно изменяет величину эксцентриситета механизма.

Если обозначить эксцентриситет внутренней втулки через $r_в$, а наружной через $r_н$, то минимальный и максимальный эксцентриситеты механизма будут соответственно равны

$$r_{min} = r_н - r_в, \qquad r_{max} = r_н + r_в.$$

В общем виде зависимость эксцентриситета r механизма от эксцентриситетов втулок определяется формулой

$$r = (r_в^2 + r_н^2 + 2r_н r_в \cos\Psi)^{1/2},$$

где Ψ — угол поворота втулок относительно друг друга.

Принцип работы дебалансного механизма с регулируемым эксцентриситетом аналогичен принципу работы рассмотренного выше механизма с нерегулируемым эксцентриситетом.

Расчетная схема вибратора с выдвижными дебалансами приведена на рис. 43. Вибратор состоит из вала *1*, диска *2* с ободом *3* (Гончаревич, Земсков, Корешков, 1960). Вал вибратора установлен в подшипниках, располагающихся на колебательной системе. В направляющих на диске установлен дебаланс *4*, который прижат пружиной *5* к ступице диска силой P_0. В этом положении дебаланса ротор вибратора полностью сбалансирован. При пуске вибратора ротор в течение некоторого времени остается сбалансированным, не создавая возмущающей силы. Сила предварительной затяжки пружины удерживает дебаланс на внутреннем упоре до того момента, пока угловая скорость вибратора не превысит собственной частоты колебательной системы. Угловую скорость, при которой дебаланс перейдет с внутреннего упора на внешний,

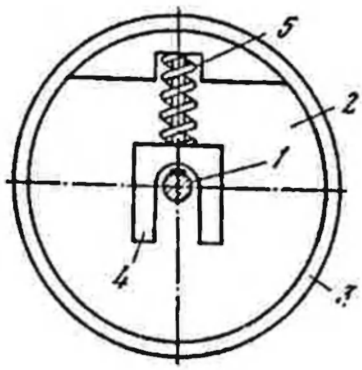


Рис. 43. Расчетная схема механизма с выдвижным дебалансом

определим из условия равенства центробежной силы дебаланса начальному затягу пружины

$$\omega_{вкл} r_0 m = k_п f_0, \qquad (2.214)$$

откуда

$$\omega_{вкл} = \sqrt{\frac{k_п f_0}{r_0 m}},$$

где $k_п$ — жесткость пружины; f_0 — начальный затяг пружины; m и r_0 — масса и эксцентриситет центра тяжести дебаланса в положении на внутреннем упоре.

При выбеге колебательной системы все происходит в обратном порядке. При достижении вибратором заданной угловой скорости дебаланс силой нажатия пружины перебрасывается с внешнего упора на внутренний. Вибратор уравновешивается, и колебательная система спокойно проходит резонансную область. В. Д. Земсков показал, что для получения минимальных резонансных амплитуд угловая скорость вибратора, при которой должны выключаться дебалансы на выбеге, определяется из соотношения $\omega = \sqrt{3}p$ (где p — собственная частота колебательной системы).

Угловая скорость выключения дебалансов определяется из условия равенства сил нажатия пружины и центробежных сил дебаланса на внешнем упоре

$$k_п = (f_0 + s) = m\omega_{вык}^2 (r_0 + s), \qquad (2.215)$$

откуда

$$\omega_{вык} = \sqrt{\frac{k_п (f_0 + s)}{m (r_0 + s)}},$$

где s — величина перемещения дебаланса с внутреннего на внешний упор.

 4*

Пользуясь выражениями (2.214) и (2.215), определим соотношения между угловыми скоростями включения и выключения вибратора

$$\omega_{\text{вкл}} = \omega_{\text{вык}} \sqrt{\frac{(r_0 + s)\lambda}{\lambda r_0 + s}}, \tag{2.216}$$

где $\lambda = l_0/r_0$.

По этой формуле можно определить угловую скорость ротора, при которой вибратор переключится с холостого хода на рабочий, если переключение с рабочего хода на холостой при остановке произойдет при скорости $\omega_{\text{вык}}$. Из формулы (2.216) видно, что при $\lambda > 1$ $\omega_{\text{вкл}} > \omega_{\text{вык}}$; при $\lambda < 1$ $\omega_{\text{вкл}} < \omega_{\text{вык}}$; при $\lambda = 1$ $\omega_{\text{вкл}} = \omega_{\text{вык}}$; при $\lambda < 1$, когда угловая скорость $\omega_{\text{вкл}}$, при которой происходит передвижка дебаланса при пуске вибратора в ход, меньше $\omega_{\text{вык}}$, возможны его устойчивые положения на промежуточных радиусах, в интервале от r_0 до $r_0 + s$. В этом случае передвижка дебаланса будет происходить плавно в течение промежутка времени, пока угловая скорость ротора не возрастет от $\omega_{\text{вкл}}$ до $\omega_{\text{вык}}$ при пуске или пока не уменьшится от $\omega_{\text{вык}}$ до $\omega_{\text{вкл}}$ при остановке.

Если $\lambda > 1$, никаких устойчивых промежуточных положений дебаланса не может быть. В самом деле, центробежная сила на внешнем упоре становится меньше силы давления пружин при угловой скорости $\omega_{\text{вык}} < \omega_{\text{вкл}}$, при которой дебаланс начинает свое перемещение во время разгона. Поэтому во время остановки при уменьшении радиуса $R = r_0 + s$ разность между силами давления упругих связей и центробежной силой $P_0 - P$ будет увеличиваться, если даже угловая скорость ротора будет оставаться постоянной, но меньшей $\omega_{\text{вык}}$. При этом дебаланс будет перемещаться при остановке вибратора с внешнего упора на внутренний с возрастающим ускорением. При пуске в ход дебаланс начнет свое движение, когда угловая скорость $\omega_{\text{вкл}} > \omega_{\text{вык}}$, и будет перемещаться на внешние упоры при $\omega \geqslant \omega_{\text{вык}}$ так же, как при остановке с ускорением, если даже угловая скорость $\omega = \text{const}$. Если угловые скорости ротора находятся в интервале $\omega_{\text{вык}} - \omega_{\text{вкл}}$, дебаланс может иметь два устойчивых положения или на внутреннем, или на внешнем упоре. При разгоне он находится на внутреннем упоре, а при остановке — на внешнем. Поэтому при $\lambda > 1$ переключение вибратора с холостого хода на рабочий и наоборот происходит быстро и с небольшим ударом. Последнее, конечно, является некоторым недостатком, однако этот недостаток окупается более мягкой характеристикой регулировочной пружины, что в свою очередь позволяет осуществить меньший эксцентриситет центра тяжести дебаланса при выключенном вибраторе.

Кинематическая схема механизма вибратора с поворотными дебалансами приведена на рис. 44. На схеме приняты следующие обозначения:

m — масса дебалансов; r — эксцентриситет механизма (расстояние от оси вращения механизма O до оси поворота дебалансов O_1); l — приведенная длина маятника (расстояние от оси O_1 до центра качания дебалансов); m_1 — масса эксцентриковой втулки; σ — угол установки дебалансов, соответствующий полному уравновешиванию механизма.

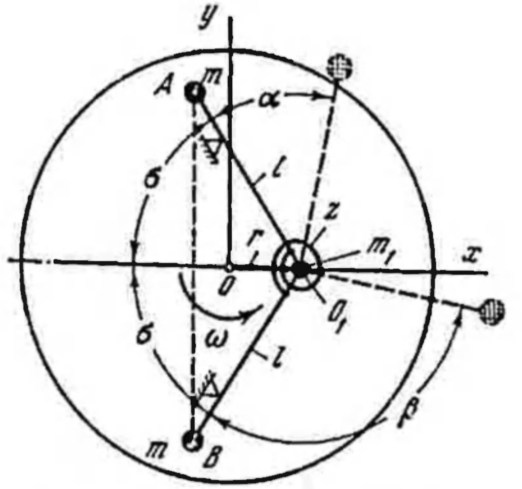


Рис. 44. Кинематическая схема механизма вибратора с поворотными дебалансами

Дебалансы механизма рассматриваются как маятники, масса которых сосредоточена в их центрах тяжести. Масса эксцентриковой втулки сосредоточена в точке O_1 на расстоянии r от оси вращения механизма. Угол установки дебалансов σ, соответствующий полному уравновешиванию механизма, определяется из условия статического равновесия моментов масс относительно оси O

$$\sigma = \arccos \frac{r}{l}\left(1 + \frac{m_1}{2m}\right). \qquad (2.217)$$

Для расчета вибратора с поворотными дебалансами необходимо знать зависимость между статическим моментом механизма и углами поворота дебалансов α и β, которые в общем случае могут быть различными. Результирующий статический момент механизма определяется как геометрическая сумма проекций статических моментов каждой массы на оси координат

$$K = \Big[r^2(m_1+2m)^2 - 2mrl(m_1+2m)[\cos(\sigma+\alpha)+\cos(\sigma+\beta)] + \\ + 4m^2l^2\cos^2\left(\sigma+\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\Big]^{1/2}. \qquad (2.218)$$

Когда углы поворота дебалансов равны ($\alpha = \beta$), формула (2.218) приводится к более простому виду

$$K = (m_1 + 2m)r - 2ml\cos(\sigma + \alpha). \qquad (2.219)$$

Возмущающее усилие вибратора пропорционально статическому моменту механизма и квадрату угловой скорости вращения. Используя формулу (2.219), запишем выражение для вычисления результирующего возмущающего усилия, развиваемого дебалансным механизмом вибратора

$$P = \omega^2[r(m_1 + 2m) - 2ml\cos(\sigma + \alpha)]. \qquad (2.220)$$

Момент инерции механизма относительно оси вращения O (см. рис. 44) складывается из момента инерции эксцентриковой втулки относительно оси O

$$I_0 = m_1\left(r^2 + \frac{d^2}{8}\right), \qquad (2.221)$$

где d — диаметр эксцентриковой втулки.

Момент инерции дебалансного механизма вибратора ($\alpha = \beta$)

$$I_д = m_1\left(r^2 + \frac{d^2}{8}\right) + 2I_s + 2m\,[r^2 + l^2 - 2rl\cos(\beta + \alpha)], \qquad (2.222)$$

где I_s — момент инерции дебаланса относительно его центра тяжести.

С целью упрощения исследования динамики колебательной системы, возбуждаемой инерционным вибратором с поворотными

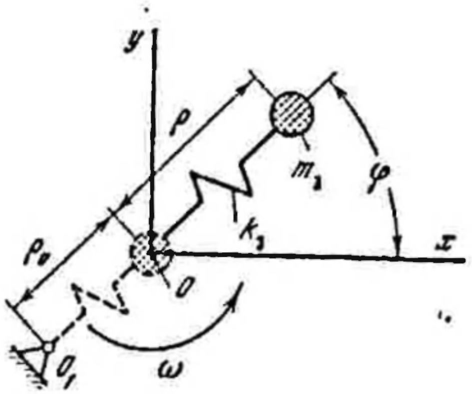


Рис. 45. Эквивалентная схема вибратора с поворотными дебалансами

дебалансами, исследуемый механизм вибратора заменим эквивалентным одномассным механизмом (рис. 45).

За критерий эквивалентности механизмов примем равенство их статических моментов. Введем следующие обозначения параметров эквивалентного механизма: $m_э$ — эквивалентная масса; ρ — эксцентриситет; ρ_0 — предварительное натяжение эквивалентной пружины; $k_э$ — коэффициент жесткости пружины.

Эквивалентную массу примем равной сумме всех масс исследуемого механизма, т. е.

$$m_э = m_1 + 2m.$$

Взаимосвязь эксцентриситета эквивалентного механизма с параметрами исследуемого механизма и углами поворота дебалансов определяется из условия равенства статических моментов обоих механизмов

$$\rho = r - \frac{2ml}{m_1 + 2m}\cos(\beta + \alpha). \qquad (2.223)$$

Величину предварительного натяжения ρ_0 пружины, а также коэффициента ее жесткости $k_э$ определим из условия равенства потенциальных энергий исследуемого и эквивалентного механизмов вибратора

$$\rho_0=\theta\sqrt{\frac{k}{k_э}}\,, \tag{2.224}$$

$$k_э=\frac{k}{\rho^2}\left\{\left\{\theta^2+4\left[\arccos\frac{m_1+2m}{2ml}(r-\rho)-\sigma\right]\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\left[\arccos\frac{m_1+2m}{2ml}(r-\rho)-\sigma+\theta\right]\right\}^{1/2}-\theta\right\}^2. \tag{2.225}$$

Из выражения (2.224) следует, что при начальном угле закручивания пружины θ, равном нулю, предварительное натяжение пружины ρ_0 эквивалентного механизма также равно нулю.

Из выражения (2.225) следует, что характеристика пружины нелинейна, поскольку коэффициент жесткости ее зависит от деформации ρ. В процессе перемещения колебательной системы дебалансные механизмы вибратора подвержены действию поля сил инерции, обусловленного движением вместе с колебательной системой, и центробежного силового поля, создающегося при вращении механизмов. Ускорения поля сил инерции малы по сравнению с центробежными ускорениями, действующими на дебалансе вибратора. Это обстоятельство позволяет при рассмотрении системы вибратор — двигатель пренебречь влиянием сил инерции.

Движение системы двигатель — вибратор в установившемся режиме описывается системой дифференциальных уравнений

$$\frac{r}{l}\omega^2\sin(\sigma+\alpha)+\frac{\mu d}{2l}\omega^2+\frac{\mu dr}{2l^2}\omega^2\cos(\sigma+\alpha)-\frac{k}{ml^2}(\theta+\alpha+\beta)=0, \tag{2.226}$$

$$\frac{r}{l}\omega^2\sin(\sigma+\beta)-\frac{\mu d}{2l}\omega^2+\frac{\mu dr}{2l^2}\omega^2\cos(\sigma+\beta)-\frac{k}{ml^2}(\theta+\alpha+\beta)=0,$$
$$M=0, \tag{2.227}$$

где M — разность между моментом двигателя и моментом диссипативных сопротивлений вращению вибратора.

Анализ уравнения (2.226) и первого уравнения (2.227) позволяет заметить, что в установившемся режиме углы поворота дебалансов равны, т. е. $\alpha=\beta$. Равенство нулю момента во втором уравнении (2.227) свидетельствует о том, что момент диссипативных сопротивлений вращению все время точно уравновешивается моментом, развиваемым двигателем.

Поскольку в установившемся режиме движения углы поворота дебалансов равны, из уравнения (2.226) можно определить зависимость углов поворота дебалансов от угловой скорости вращения и параметров механизма

$$\left(\sin\sigma+\frac{\mu d}{2l}\cos\sigma\right)\cos\alpha+\left(\cos\sigma-\frac{\mu d}{2l}\sin\sigma\right)\sin\alpha-$$
$$-\frac{2k}{mrl\omega^2}\alpha-\frac{k\theta}{mrl\omega^2}-\frac{\mu d}{2r}=0. \tag{2.228}$$

Анализируя это уравнение, видим, что оно трансцендентное и может быть решено приближенно, графическим методом. После приведения его к виду, удобному для исследования, получим

$$\cos \Psi = c\Psi + F, \tag{2.229}$$

где

$$c = \frac{2k}{mrl\omega^2}, \quad \Psi = \alpha - \nu, \quad F = \frac{2k\nu + \frac{1}{2} ml\mu d\omega^2 + k0}{mrl\omega^2}, \tag{2.230}$$

ν — угол сдвига косинусоиды относительно начала координат.

Левая часть уравнения (2.229) представляет собой косинусоиду, а правая часть — уравнение прямой линии.

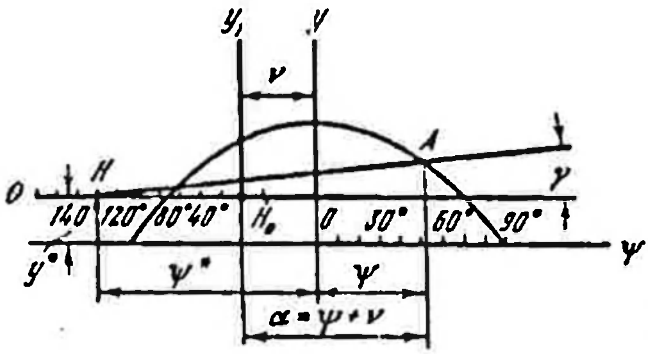


Рис. 46. Графический метод решения трансцендентного уравнения

Действительный корень уравнения дает абсцисса точки пересечения косинусоиды и прямой линии (рис. 46). Поскольку коэффициент c представляет собой тангенс угла наклона прямой линии к оси абсцисс, можно записать

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{2k}{mrl\omega^2}. \tag{2.231}$$

Из этой формулы следует, что угол γ зависит только от угловой скорости вращения. Для различных угловых скоростей вращения механизма угол наклона прямых линий меняется, но все они пересекаются в одной точке H, которую назовем полюсом графика. Обозначим координату полюса в направлении оси ординат через y^*, а в направлении оси абсцисс — через Ψ^*. Абсциссу Ψ^* определим, решая совместно два уравнения прямых, соответствующих двум произвольно выбранным угловым скоростям ω_1 и ω, т. е.

$$c'\Psi^* + F' = c''\Psi^* + F'',$$

где F', F'', c', c'' — коэффициенты, вычисляемые по формулам (2.230).

Из этого уравнения имеем

$$\Psi^* = \frac{F'' - F'}{c' - c''}. \tag{2.232}$$

Определив указанные коэффициенты и подставив их в выражение (2.232), получим

$$\Psi^* = -\left(\nu + \frac{0}{2}\right), \tag{2.233}$$

где

$$\nu = \arccos\left(\sin\sigma + \frac{\mu d}{2l}\cos\sigma\right).$$

Ординату y^* определим по выражению

$$y^* = \frac{\mu d}{2r}. \tag{2.234}$$

Анализируя формулы (2.232) и (2.234), видим, что ордината полюса для конкретного механизма — величина постоянная, зависящая только от параметров механизма. Абсцисса же зависит как от параметров механизма, так и от начального угла закручивания пружины. При угле закручивания, равном нулю, абсцисса Ψ^* равна углу сдвига косинусоиды ν.

Рассмотрим решение уравнения (2.229), когда угол $\sigma = \pi/2$:

$$\Psi^* = \arccos\left(\sin\sigma + \frac{\mu d}{2l}\cos\sigma\right). \tag{2.235}$$

В этом случае для начального уравновешивания дебалансного механизма необходимо наличие противовеса. Ордината полюса y^* и угол γ наклона прямой линии к оси абсцисс при этом останутся неизменными. Величина угла поворота дебалансов α в этом случае определится как разность углов Ψ и ν (рис. 47).

Угловую скорость начала поворота дебалансов при пуске определим из условия динамического равновесия сил, действующих на дебалансы, относительно оси O_1 (см. рис. 44). При вращении механизма против часовой стрелки первым оторвется от упора дебаланс O_1A. К действующим на дебаланс силам относится момент сил инерции P_A^n и P_A^τ, равный

$$M_{дв} = mrl\dot\varphi^2\sin\sigma + ml\ddot\varphi\,(l - r\cos\sigma). \tag{2.236}$$

При пуске повороту дебалансов препятствуют момент сил трения и момент предварительно закрученной пружины, которые соответственно равны

$$M_{тр} = \frac{1}{2}m\mu d\,[(l - r\cos\sigma)\dot\varphi^2 - r\ddot\varphi\sin\sigma], \tag{2.237}$$

$$M_{пр} = k\theta. \tag{2.238}$$

Таким образом, уравнение граничного равновесия сил, действующих на дебаланс O_1A, можно записать в виде

$$m\left[rl\sin\sigma - \frac{1}{2}\mu d\,(l - r\cos\sigma)\right]\dot\varphi^2 + \\ + m\left[(l - r\cos\sigma)\,l + \frac{1}{2}\mu dr\sin\sigma\right]\ddot\varphi - k\theta = 0. \tag{2.239}$$

Из этого уравнения может быть определена величина угловой скорости, соответствующей началу поворота дебалансов при пуске

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k\theta - m\left[(l - r\cos\alpha)\, l + \frac{1}{2}\mu d r \sin\alpha\right]\ddot{\varphi}}{m\left[rl\sin\alpha - \frac{1}{2}\mu d\,(l - r\cos\alpha)\right]}}. \qquad (2.240)$$

Анализируя приведенное выражение, видим, что угловая скорость начала поворота дебалансов при пуске зависит как от параметров механизма, так и от углового ускорения разгона вибратора.

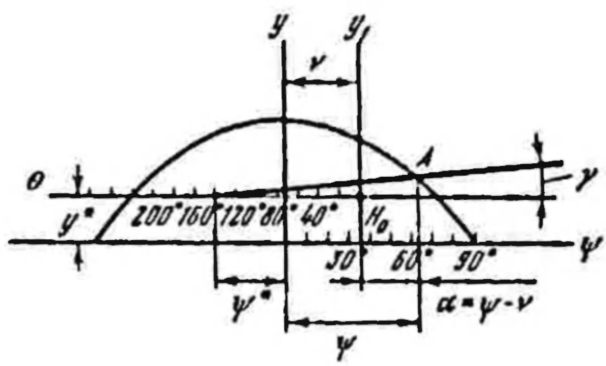


Рис. 47. Расчетная схема определения угловой скорости начала поворота дебалансов

Чем с бо́льшим угловым ускорением происходит пуск, тем при меньшей угловой скорости дебалансы переходят из уравновешенного положения в рабочее.

Однако анализ механизмов на конкретных примерах показал, что влияние углового ускорения пуска на величину угловой скорости начала поворота дебалансов невелико. Так, для исследуемого механизма с принятыми параметрами при начальном угле закручивания пружины более $100°$ и угловом ускорении 40 *сек*$^{-2}$ второй член числителя формулы (2.240) составляет не более 1%.

Так как вибратор с поворотными дебалансами не требует применения приводного двигателя с повышенным пусковым моментом, служащего для ограничения резонансных амплитуд колебаний вибромашины, разгон вибратора может осуществляться при небольшом угловом ускорении. В этом случае вторым членом числителя можно пренебречь. Тогда формула для определения угловой скорости начала поворота дебалансов при пуске примет более простой вид

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k\theta}{m\left[rl\sin\alpha - \frac{1}{2}\mu d\,(l - r\cos\alpha)\right]}}. \qquad (2.241)$$

Следовательно, не внося большой погрешности, можно констатировать, что угловая скорость начала переключения вибратора из холостого хода на рабочий режим зависит лишь от параметров механизма и начального угла закручивания пружины.

Угловая скорость $\omega_н$, соответствующая началу поворота дебалансов в исходное положение на выбеге, определяется из уравнения динамического равновесия и имеет выражение

$$\omega_н = \sqrt{\frac{k(\theta + 2\alpha) - \left\{l\left[l - r\cos(\sigma + \alpha)\right] - \frac{1}{2}\mu d r \sin(\sigma + \alpha)\right\} m\ddot{\varphi}}{m\left\{rl\sin(\sigma + \alpha) + \frac{1}{2}\mu d\left[l - r\cos(\sigma + \alpha)\right]\right\}}}. \tag{2.242}$$

Анализ этой формулы показывает, что угловая скорость начала поворота дебалансов на выбеге зависит как от параметров механизма, так и от угла α, на который повернулись дебалансы при пуске вибратора. Положив $\alpha = 0$, определим угловую скорость $\omega_у$, при которой дебалансный механизм вибратора полностью уравновесится (выключится)

$$\omega_у = \sqrt{\frac{k\theta}{m\left[rl\sin\sigma + \frac{1}{2}\mu d\,(l - r\cos\sigma)\right]}}. \tag{2.243}$$

В формуле (2.243) пренебрегаем угловым ускорением выбега, которое, как правило, меньше ускорения пуска. Отличие этой формулы для угловой скорости уравновешивания дебалансного механизма от формулы, определяющей угловую скорость начала поворота дебалансов при пуске, состоит в знаке перед вторым членом в знаменателе. Знак минус изменился на плюс. Это значит, что при одном и том же угле закручивания пружины θ величина угловой скорости, соответствующей полному уравновешиванию механизма на выбеге, меньше угловой скорости начала поворота дебалансов при пуске, т. е. $\omega_у < \omega_0$.

Следовательно, отстройка вибромашины от резонанса должна производиться в режиме выбега, при этом отстройка от пускового резонанса будет осуществляться одновременно.

Установившиеся и переходные режимы колебательной системы, возбуждаемой вибратором с поворотными дебалансами

Главной целью экспериментальных исследований установившихся режимов работы являлась проверка эффективности уменьшения резонансных колебаний при использовании вибраторов с поворотными дебалансами.

В процессе экспериментов угловая скорость вращения вала вибратора плавно увеличивалась от нуля до 2000 *об/мин*, а затем медленно уменьшалась до нуля. Был проведен ряд экспериментов с различной величиной начальных моментов закручивания пружины дебалансных механизмов; при этом начальные углы θ закручивания пружины принимались поочередно равными 60, 100, 140 и 200°.

При фиксированных угловых скоростях вращения производились замеры следующих параметров виброустановки: углов поворота левого и правого дебалансов механизма; амплитуды колебательной системы; напряжения и тока в обмотке якоря электродвигателя.

На основании экспериментальных данных был построен график зависимости углов поворота дебалансов механизма, соответствующих прямому и обратному переходу колебательной системы через резонанс при различных начальных моментах закручивания пружины механизма (рис. 48). Сплошными линиями на графике изображены зависимости углов поворота, соответствующие медлен-

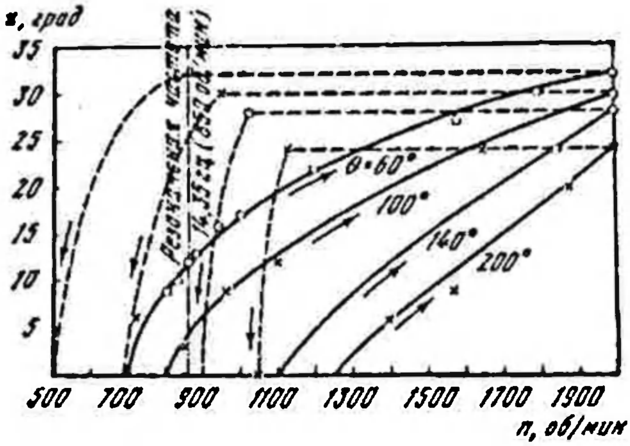


Рис. 48. Зависимость углов поворота дебалансного механизма при пуске и выбеге от начального момента закручивания пружины

ному разгону, а пунктирными — выбегу вибросистемы. Как следует из графика, угловая скорость, соответствующая полному уравновешиванию механизма на выбеге, несколько меньше угловой скорости, отвечающей отрыву дебалансов от упоров при пуске. Следовательно, настройка дебалансного механизма должна вестись в режиме выбега вибратора. В этом случае отстройка от пускового резонанса выполняется автоматически.

На рис. 49, *а* представлены амплитудно-частотные характеристики колебательной системы, из которых следует, что резонансная частота колебательной системы равна 860 *кол/мин*. Из графика вытекает, что с увеличением начального момента закручивания пружины резонансные амплитуды колебаний резко уменьшаются. Это объясняется тем, что при углах θ, превышающих 140°, механизмы при разгоне вибратора включаются при скоростях, превышающих резонансную, поэтому вибратор проходит резонансную частоту уравновешенным, не возбуждая колебательной системы.

Отметим характерную особенность вибратора с поворотными дебалансами. Из статических амплитудно-частотных характеристик следует, что изменение в широких пределах начального момента закручивания пружины механизма эффективно влияет на уменьшение резонансных амплитуд колебаний платформы.

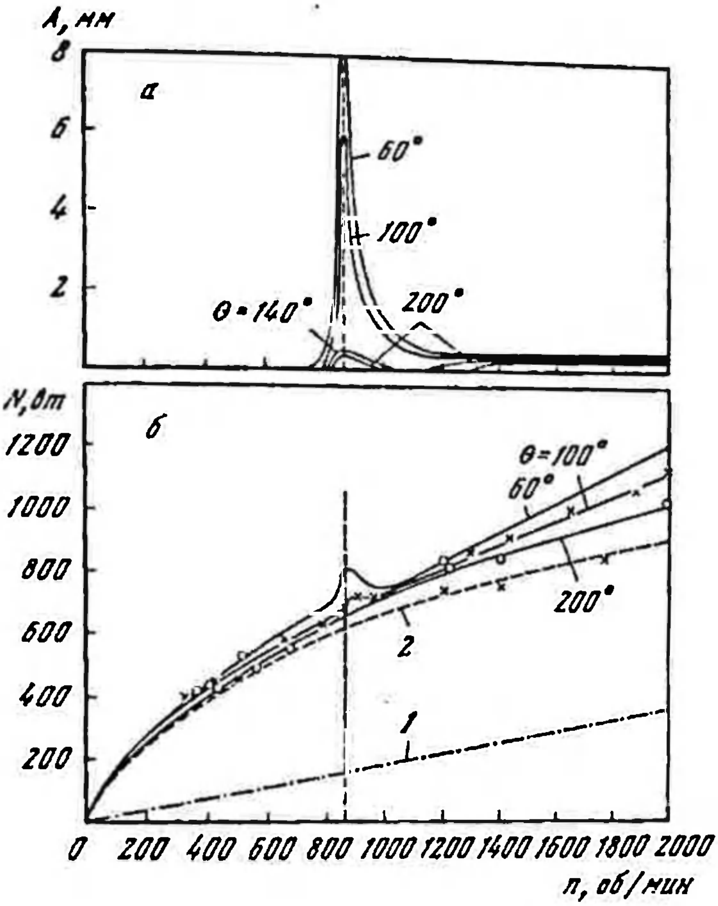


Рис. 49. Характеристики колебательной системы, возбуждаемой вибратором с поворотными дебалансами при резонансной частоте 14,35 *гц* (860 *об/мин*)

а — амплитудно-частотная; *б* — частотно-силовая; *1* — мощность холостого хода электродвигателя; *2* — мощность сил сопротивления вращательному движению

При этом в далеко зарезонансном режиме (коэффициент расстройки $z = 3$) амплитуда колебаний остается практически постоянной.

При переходе через резонанс резко возрастет момент сопротивления колебаниям, поэтому для осуществления запуска колебательной системы необходимо предусматривать значительный резерв мощности электродвигателя. По экспериментальным данным построен график зависимости мощности (см. рис. 49, *б*), потребляемой электродвигателем, от скорости вращения вибратора. Кроме того, штрихпунктирной линией на графике изображена характеристика холостого хода электродвигателя, а пунктирной — затраты мощности на преодоление сил сопротивления вращению (дебалансные механизмы сняты).

Анализируя график, видим, что при переходе через резонанс потребляемая электродвигателем мощность претерпевает пиковое изменение. С увеличением начального момента закручивания пружины пиковый бросок мощности уменьшается, а при начальном моменте пружины, соответствующем углу закручивания $\theta = 200°$, он вообще отсутствует. В этом случае переход колебательной системы через резонанс происходит в невозбужденном состоянии и без дополнительных затрат мощности.

Таким образом, вибратор с поворотными дебалансами не только устраняет резонансные колебания в переходных режимах, но

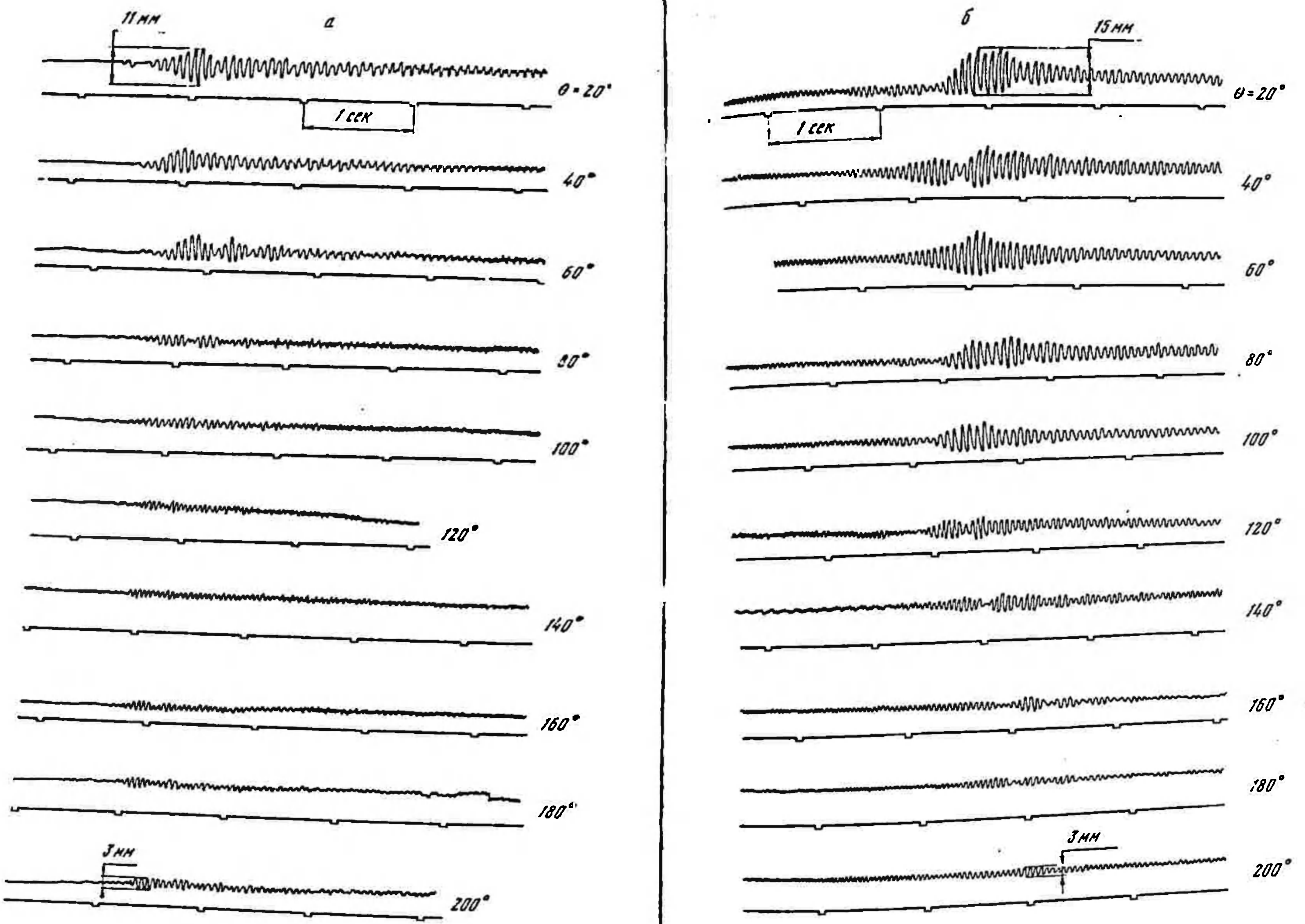


Рис. 50. Осциллограммы переходных режимов колебательной системы, возбуждаемой вибратором с поворотными дебалансами
а — пуск; б — выбег

одновременно снижает пусковую мощность приводного электродвигателя. Последнее обстоятельство позволяет выбирать электродвигатель привода не по пусковым характеристикам, а по необходимой мощности стационарного режима работы.

В задачу исследования переходных режимов (пуск и выбег) входило изучение поведения колебательной системы совместно с исследуемым вибровозбудителем.

На рис. 50, *а* приведена осциллограмма записи перемещения колебательной системы при пуске вибратора. Максимальный размах колебаний (11 *мм*) реализуется при минимальном начальном моменте закручивания пружины (начальный угол закручивания $\theta = 20°$). С увеличением угла θ размах колебаний на резонансной частоте монотонно уменьшается и при углах $\theta = 120°$ остается равным 3 *мм* независимо от дальнейшего увеличения угла закручивания пружины. Таким образом, настройка дебалансных механизмов обеспечивает уменьшение резонансных амплитуд колебаний при пуске виброустановки примерно в 4 раза.

Осциллограммы выбега представлены на рис. 50, *б*. Резонанс на выбеге, как и следовало ожидать, является более опасным, чем пусковой. При угле θ, равном 20°, размах резонансных колебаний составляет 15 *мм* против 11 *мм* при пуске колебательной системы. По мере увеличения начального момента закручивания пружины амплитуда резонансных колебаний уменьшается и только при углах θ, равных или превосходящих 180°, размах колебаний принимает минимальное значение — 3 *мм*. Таким образом, амплитуда резонансных колебаний платформы на выбеге резко снижается (в 5 раз) и становится равной пусковой.

Анализ осциллограмм колебаний при пуске и выбеге показывает, что отстройка от резонанса на выбеге происходит при больших начальных углах закручивания пружины, как это и было установлено ранее теоретически.

Учитывая указанное обстоятельство, рассмотрим экспериментальные исследования выбега колебательной системы. Исследовались в динамике изменения во времени углов поворота обоих дебалансов механизма, влияние начальных моментов закручивания пружины на величину резонансной амплитуды колебаний, а также определялись угловые скорости начала и конца движения дебалансов в исходное уравновешенное положение.

Исходя из осциллограмм выбега были вычислены величины углов поворота дебалансов после пуска в установившемся режиме работы. Угловые скорости вращения вибратора, соответствующие началу и концу движения дебалансов в исходное положение, определялись расчетным путем. Анализ осциллограмм показывает, что с увеличением начального момента пружины движение дебалансов осуществляется с некоторым сдвигом во времени, и тем большим, чем больше начальный угол закручивания пружины. Кроме того, изменяется и характер движения дебалансов. При начальных углах закручивания пружины, равных 60, 100 и 140°, в относительном движении дебалансов прослеживаются все виды движений — равномерное, равноускоренное и равнозамедленное. Однако при углах закручивания 200 и 240° движение дебалансов становится только равноускоренным. При этом с увеличением углов закручивания пружины угловое ускорение поворота дебалансов растет.

С учетом того что при больших углах закручивания пружины развиваются значительные угловые ускорения движения дебалансов, в конструкции механизма должны предусматриваться специальные устройства, смягчающие удары при возвращении дебалансов в исходное уравновешенное положение.

Из осциллограммы (см. рис. 50, *б*) также следует, что изменение начальных углов закручивания пружины эффективно влияет на уменьшение резонансных амплитуд колебаний платформы на выбеге. Так, при начальном угле $0 = 60°$ размах резонансных колебаний составляет 10 *мм*, а при $0 = 240°$ всего 2,5 *мм*, т. е. резонансная амплитуда колебаний уменьшается в 4 раза. При этом следует отметить, что при всех регулировках дебалансных механизмов рабочая амплитуда колебаний практически остается без изменения.

Исследование пускового режима производилось с целью изучения характера движения дебалансов, определения величины их углов поворота, угловых скоростей, соответствующих началу трогания дебалансов, а также определения углового ускорения вращения вала вибратора.

Из результатов экспериментальных исследований видно, что уже при начальном угле закручивания пружины, равном 100°, колебательная система проходит резонансную область с уравновешенным вибратором. В этом случае размах резонансных колебаний не превышает 2 *мм*. Движение левого дебаланса происходит за резонансной областью при скорости вращения механизма 910 *об/мин*, а правого — 1300 *об/мин*. Следовательно, движение дебалансов в рабочее положение при пуске происходит поочередно, создавая плавную нагрузку на двигатель. При этом углы поворота дебалансов в установившемся режиме равны 30°.

С целью выявления влияния колебательной системы на параметры вибровозбудителя, т. е. установления параметров обратной связи, были проведены дополнительные эксперименты. В первой серии опытов вводилось вязкое сопротивление колебательному движению с помощью гидравлических демпферов, включенных между колеблющейся массой и станиной параллельно упругим связям (коэффициент затухания 1,3 $сек^{-1}$). Во второй серии опытов изменялась жесткость упругих связей при отсутствии демпфирования в системе.

Коэффициент жесткости упругих связей колебательной системы —171,0 *кг/см*, что обеспечивает резонанс на частоте 372 *кол/мин*. В обоих случаях измерялись углы поворота дебалансов в зависимости от скорости вращения вала вибратора, а также угловые скорости, при которых начиналось относительное движение дебалансов при пуске и полное уравновешивание механизмов на выбеге колебательной системы.

Анализ результатов эксперимента позволил установить, что введение сопротивления в систему, а также изменение жесткости упругих связей практически не оказывают заметного влияния на величину углов поворота дебалансов при одних и тех же скоростях вращения вибратора. Учитывая изложенное, есть все основания сделать вывод, что углы поворота дебалансов являются лишь функцией скорости вращения вала вибратора, а угловые скорости, соответствующие включению механизма при пуске и полному уравновешиванию его на выбеге, зависят от параметров дебалансных механизмов и начального момента закручивания пружины. Таким образом, как при дополнительном введении сопротивления в систему, так и при изменении частоты ее собственных колебаний вибратор с поворотными дебалансами обеспечивал устранение резонансных колебаний.

4. Принципиальное устройство и закономерности формирования возмущающей силы в эксцентриковых и гидравлических вибровозбудителях

Эксцентриковые вибровозбудители в соответствии с принципиальным устройством делятся на привод с упругим шатуном и с приводным демпфером.

С точки зрения возможности осуществления регулирования привода различают привод с регулируемой и нерегулируемой амплитудой колебаний. Регулируемый привод в свою очередь подразделяется на привод, регулируемый без остановки машины, и привод, регулируемый в нерабочем состоянии машины. По характеру регулирования различают приводы с плавным и со ступенчатым регулированием.

Эксцентриковые вибровозбудители могут быть использованы для создания прямолинейных гармонических и бигармонических колебаний, а также для возбуждения эллиптических колебаний.

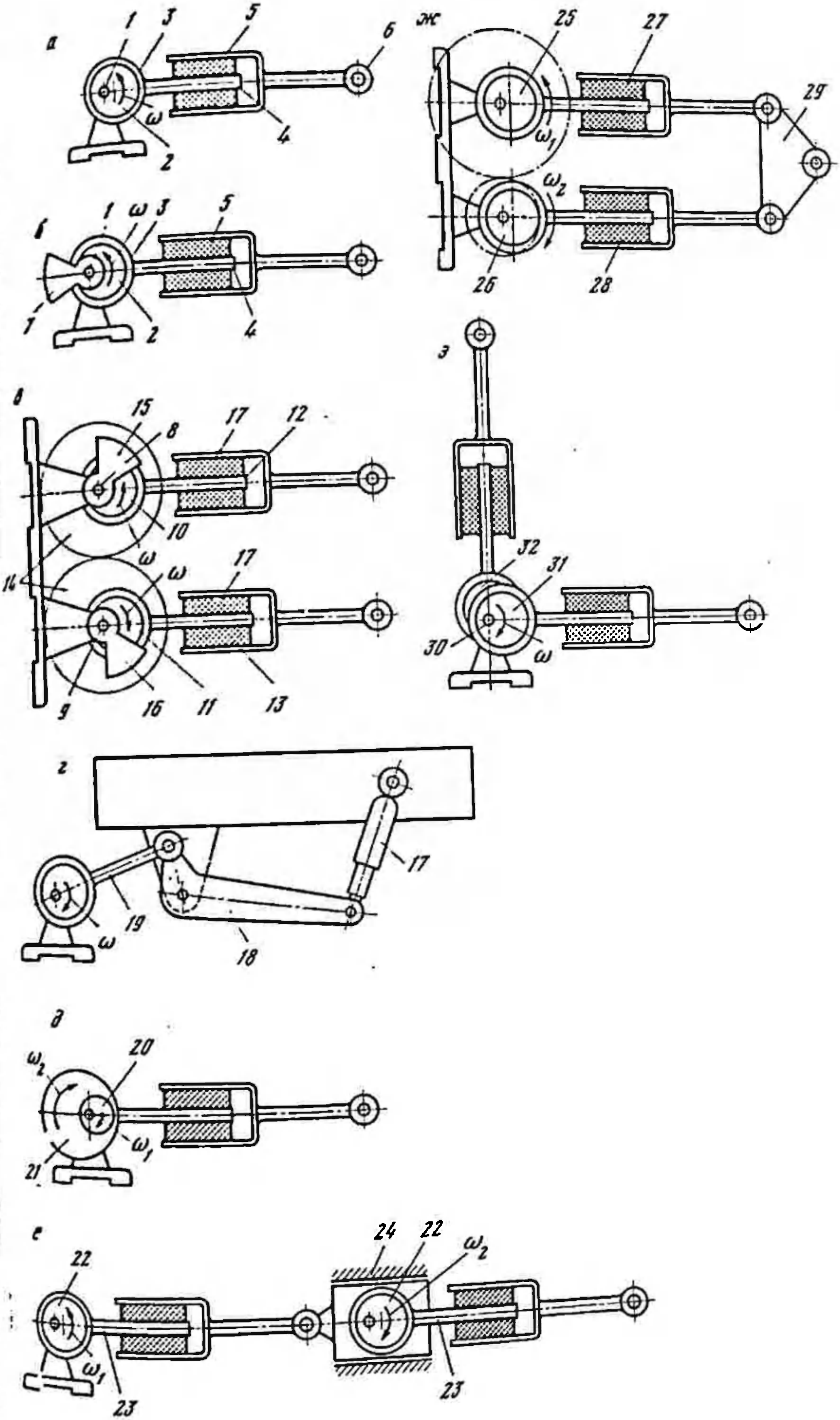
В вибрационных машинах вибровозбудитель не должен накладывать дополнительные связи на движение колебательной системы, поэтому в механизм привода для получения необходимой степени подвижности вводятся упругие элементы.

Принципиальное устройство простейшего эксцентрикового привода с упругим шатуном приведено на рис. 51, *а*. На валу *1* наса-

---

Рис. 51. Принципиальные схемы эксцентриковых вибровозбудителей

а — привод с упругим шатуном; *б* — привод с уравновешивающим дебалансом; *в* — уравновешенный привод; *г* — привод с демпфером; *д* — двухэксцентриковый привод для создания бигармонических колебаний; *е* — секционный привод для создания бигармонических колебаний с параллельным расположением шатунов; *ж* — привод для создания бигармонических колебиний; *з* — привод для создания эллиптических колебаний



а
б
в
г
д
е
ж
з
1
2
3
4
5
6
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
ω
ω_1
ω_2

жен эксцентрик *2*; эксцентрик обхватывается хомутом *3*, переходящим в шатун *4* с упругим элементом *5*, свободный конец *6* которого шарнирно крепится к рабочему органу машины.

В целях уравновешивания вращающихся частей вибровозбудителя (эксцентрика и связанных с ним частей шатуна) на валу иногда устанавливается дебаланс *7* (см. рис. 51, *б*). Дебаланс устанавливается таким образом, чтобы создаваемая им центробежная сила уравновешивала силы инерции вращающихся частей привода. Наиболее полное уравновешивание сил инерции движущихся частей привода и самой вибрационной машины достигается в системе привода с двумя эксцентриковыми валами (см. рис. 51, *в*). Такой вибратор состоит из двух валов *8* и *9* с эксцентриками *10*, *11*, на которые насажены шатуны *12* и *13*. Эксцентриковые валы соединены друг с другом синхронизирующей передачей *14*. Валы вращаются в противоположные стороны с одинаковой угловой скоростью. Для уравновешивания усилий, передаваемых шатунами, на валах установлены дебалансы *15*, *16*. В шатунах, как обычно, устанавливаются упругие элементы *17*. В приводе этой конструкции горизонтальные составляющие центробежных сил дебалансов вследствие вращения валов в противоположные стороны (принцип работы рассмотренного выше инерционного вибратора типа самобаланс) полностью уравновешиваются. Остаются составляющие центробежных сил дебалансов, которые действуют в направлении колебаний. При надлежащей регулировке с их помощью можно уравновесить реакции от шатунов на опорные подшипники вибратора. Уравновешенный эксцентриковый привод передает на раму меньшие динамические нагрузки и обеспечивает более плавную работу машины.

В эксцентриковом приводе используются различные системы упругих шатунов. В зависимости от конструкции шатуна различают две модификации привода этого типа. К первой модификации относятся приводы с шатунами, являющимися упругими во всем диапазоне рабочих нагрузок (см. рис. 51, *а*); ко второй — приводы с так называемым не вполне упругим шатуном. Шатун привода второй модификации состоит из двух половин, поджатых друг к другу винтовыми пружинами с начальным затягом. Величина начального затяга пружин выбирается таким образом, чтобы усилие предварительного поджатия пружин лишь немного превосходило силы сопротивления в установившемся режиме вибромашины. При использовании такого привода в резонансных вибромашинах в процессе пуска он работает как упругий, а при установившейся работе — как кинематический привод. Привод с не вполне жестким шатуном облегчает запуск резонансных вибромашин и одновременно обеспечивает кинетически определенное движение при установившихся режимах работы. Недостатком привода являются удары и сильный шум при запуске, когда деформируются пружины и соударяются половины разрезного шатуна.

Вибровозбудитель с демпфером представлен на рис. 51, г, он имеет амортизатор *17*, один конец которого укреплен на колеблющейся массе, а второй соединен с трехшарнирным коромыслом-балансиром *18*. Коромысло при помощи среднего шарнира также крепится к колеблющейся массе. Ко второму короткому концу коромысла крепится шатун *19* вибратора.

Из числа эксцентриковых вибраторов для создания бигармонических колебаний можно использовать привод, состоящий из двух эксцентриковых втулок, насаженных одна на другую и вращающихся со скоростями, относящимися как 1 : 2. Принципиальное устройство привода приведено на рис. 51, *д*. Такой привод состоит из двух эксцентриковых втулок *20*, *21*, помещенных одна в другую, которым сообщается вращение с угловыми скоростями ω_1, ω_2 при заданном угле сдвига фаз.

Бигармонические колебания могут быть получены с помощью секционного эксцентрикового вибратора. Принципиальное устройство секционного эксцентрикового вибратора представлено на рис. 51, *е*. Число секций вибратора принимается равным числу гармоник в желаемой возмущающей силе. Каждая секция состоит из эксцентрика *22*, шатуна *23* и направляющей *24*. Эксцентриковый вал каждой последующей секции устанавливается на направляющей предшествующей секции. Каждый эксцентрик приводится во вращение со скоростью, соответствующей порядку воспроизводимой им гармоники. Бигармоническое возмущающее усилие получается на шатуне последней секции.

Для создания бигармонических колебаний можно применять также эксцентриковый привод с параллельным расположением шатунов (см. рис. 5, *ж*), состоящий из двух параллельных синхронно вращающихся эксцентриковых валов *25* и *26*, на которых закреплены упругие шатуны *27* и *28*. Перемещения отдельных шатунов суммируются на маятниковом шарнире *29*, соединенном с колеблющейся массой и сообщающем ей бигармоническое движение. Эллиптические колебания могут возбуждаться эксцентриковым вибратором с двумя смещенными эксцентриками, вращающимися с одинаковой угловой скоростью (см. рис. 51, *з*). Вибратор состоит из эксцентрикового вала *30* с двумя эксцентриками *31* и *32*, сдвинутыми один относительно другого на угол 90°. На эксцентриках расположены упругие шатуны, также смещенные на четверть окружности и крепящиеся к колеблющейся массе.

Эксцентриковый привод наиболее рационально использовать в низкочастотных колебательных системах. Этот тип привода способен создавать большие возмущающие усилия при невысоких частотах колебаний. При высоких частотах колебаний возникают большие силы инерции, которые передаются на подшипники эксцентрикового вала привода. При этом в подшипниках действуют значительные силы трения, что обусловливает относительно более быстрый выход их из строя. При повышенных частотах колебаний эксцентриковый привод используется лишь в уравновешенных колебательных системах, работающих на резонансных режимах. В этом случае силы инерции колеблющихся масс практически полностью уравновешены и на подшипники передаются незначительные нагрузки.

Гидравлические вибраторы по принципу действия делятся на пульсаторные, автоколебательные и самоуправляющиеся.

Гидровибраторы первого типа построены по принципу возбуждения исполнительного органа (гидроцилиндра) пульсирующим давлением, которое создается пульсирующим потоком рабочей жидкости. Наиболее широкое распространение получили пульсаторные гидровибраторы, имеющие замкнутый рабочий объем и характеризующиеся отсутствием протока рабочей жидкости. Находят применение гидровибраторы одностороннего и двустороннего действия. В первых рабочая жидкость совершает работу только во время прямого хода, а обратный ход осуществляется под действием упругой системы вибромашины. В вибраторах двустороннего действия обратный ход происходит также под действием рабочей жидкости.

В автоколебательных и самоуправляющихся гидравлических вибраторах периодическая возмущающая сила создается при питании от магистрали постоянного давления вследствие наличия в вибраторе специальной системы, автоматически осуществляющей периодический подвод и отвод рабочей жидкости. Поршень гидроцилиндра сам управляет движением распределительного золотника, обеспечивая непрерывность возвратно-поступального движения.

В автоколебательных вибраторах колебания возбуждаются из-за наличия в гидравлической следящей системе нелинейного элемента — зазора в жесткой обратной связи. В самоуправляющихся вибраторах колебания генерируются благодаря наличию специальных устройств, обеспечивающих переключения управляющего золотника в момент нахождения поршня гидроцилиндра в крайнем положении. Частота колебаний вибраторов этого типа регулируется подводимым давлением, амплитуда — величиной зазора в обратной связи автоколебательного вибратора или смещением упоров переключающих устройств самоуправляющихся вибраторов.

Пульсаторные вибраторы по принципу возбуждения делятся на две группы — с насосами-пульсаторами и с золотником — генератором пульсаций.

Схема принципиального устройства пульсаторного гидравлического вибратора двустороннего действия с насосом-пульсатором для создания гармонических колебаний приведена на рис. 52, *а*. Вибратор состоит из рабочего гидроцилиндра *1*, в котором перемещается поршень *2* под напором рабочей жидкости, подаваемой двухпоршневым пульсатором *3* или пульсатором другого типа. Пульсатор в первую половину хода подает рабочую жидкость с одной стороны поршня (патрубок *4*) и откачивает с другой (па-

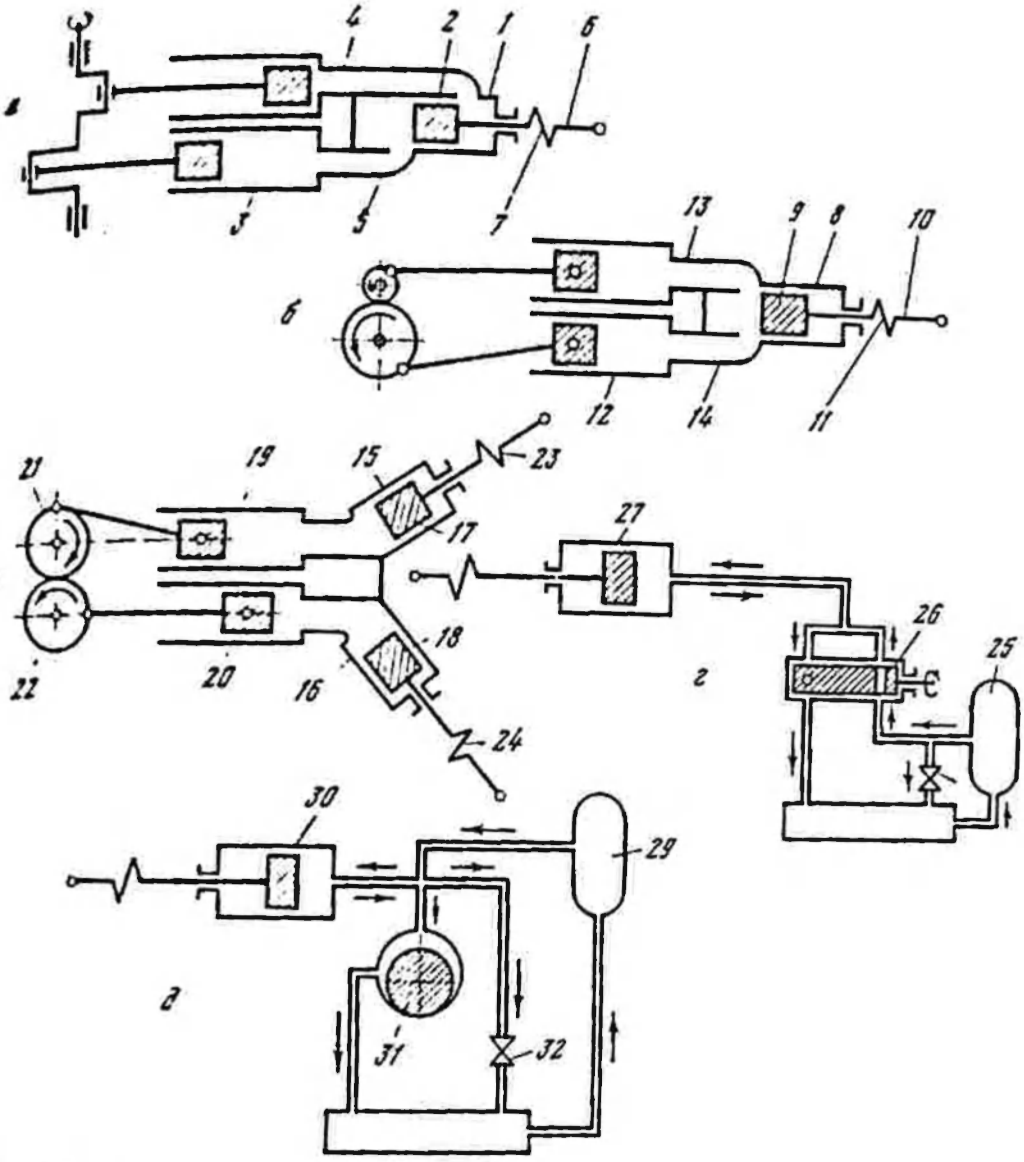


Рис. 52. Принципиальные схемы гидравлических пульсаторных вибровозбудителей

а — привод для создания прямолинейных гармонических колебаний; *б* — привод для создания бигармонических колебаний; *в* — привод для создания эллиптических колебаний; *г* — привод с золотником на входе; *д* — привод с золотником на выходе

трубок *5*). Во второй половине хода направление подачи жидкости меняется. Колебательная система соединяется с поршнем вибратора штоком *6* с упругим элементом *7*. Упругий элемент в этом случае нужен для придания системе необходимых степеней подвижности. Некоторая дополнительная упругость создается вследствие сжимаемости жидкости и упругости соединительных трубопроводов (шлангов).

Один из наиболее существенных недостатков гидровибраторов — утечка рабочей жидкости в процессе работы через технологические зазоры между поршнем и цилиндром, уплотнением и штоком. В последнее время разработана новая конструкция гидровибратора без пар скольжения, лишенная этого недостатка. В таких вибраторах применен вместо поршня резиновый упругий элемент, работающий на сдвиг. Достоинством этой конструкции является также органическое сращение вибродвигателя с упругой системой, что позволяет создать универсальный агрегатный вибропривод.

Для создания бигармонических колебаний может быть использован гидравлический вибратор с двухпоршневым пульсатором, один из поршней которого движется с удвоенной частотой. Принципиальная схема бигармонического гидравлического вибратора одностороннего действия представлена на рис. 52, *б*. Вибратор состоит из гидроцилиндра *8*, в котором перемещается поршень *9*, шток которого *10* имеет упругий элемент *11*. Рабочая жидкость к гидроцилиндру подается двухпоршневым пульсатором *12* через патрубки *13* и *14*. Вследствие того что расход жидкости каждого цилиндра пульсатора суммируется в рабочем цилиндре гидровибратора, поршень последнего движется по бигармоническому закону.

Схема принципиального устройства пульсаторного гидравлического вибратора одностороннего действия для создания эллиптических колебаний приведена на рис. 52, *в*. Вибратор состоит из двух рабочих гидроцилиндров *15*, *16*, раздвинутых под прямым углом, в которых перемещаются поршни *17*, *18* под напором рабочей жидкости, подаваемой двухпоршневым пульсатором, поршни *19*, *20* которого перемещаются со сдвигом по фазе эксцентриковыми механизмами *21*, *22*, синфазно вращающимися с одинаковыми угловыми скоростями. Поршни гидроцилиндров через штоки с упругими элементами *23*, *24* сообщают колебательной системе перемещения во взаимно перпендикулярных направлениях.

Гидровибраторы, приведенные на рис. 52, *б*, *в*, могут быть выполнены и двустороннего действия, для этого на каждый рабочий цилиндр в пульсаторе должны работать два цилиндра.

Основное достоинство пульсаторных гидровибраторов с насосами-пульсаторами — жесткость амплитудно-частотной характеристики поршня исполнительного гидроцилиндра. Данный привод представляет собой гидропривод объемного действия. Амплитуда колебаний штока рабочего гидроцилиндра вибратора определяется объемом, вытесненным поршнями насоса-пульсатора, и соотношениями конструктивных параметров машины независимо от рабочей нагрузки.

Регулирование режимов работы пульсаторных гидравлических вибраторов осуществляется изменением как частоты, так и амплитуды колебаний. Частота колебаний регулируется путем изменения скорости вращения пульсатора, амплитуда колебаний — производительности пульсатора, например с помощью дроссельного устройства.

К числу наиболее серьезных недостатков гидропульсаторных приводов относится нагрев рабочей жидкости, обусловливаемый замкнутостью ее объема на участке поршень пульсатора — поршень вибратора.

Существуют две разновидности золотникового гидропульсаторного привода — гидропривод с золотником на входе исполнительного гидроцилиндра-вибратора и на выходе.

Принципиальная схема гидравлического вибрационного привода пульсаторного типа с золотником - генератором пульсации на входе приведена на рис. 52, *г*. Гидропривод состоит из насоса постоянной или регулируемой производительности *25*, который подает рабочую жидкость на вход золотника *26*. Золотник может быть выполнен, например, в виде вращающейся пробки с рядом отверстий, расположенных таким образом, что за один оборот полость цилиндра-вибратора *27* соединяется попеременно то с напорной магистралью, то со сливной. При этом в полости вибратора создается пульсация давления, обусловливающая возвратно-поступательные перемещения поршня. Регулировка амплитуды колебаний осуществляется с помощью регулятора давления *28*, регулировка частоты — изменением скорости вращения золотника. Для привода золотника могут быть использованы регулируемые гидромоторы, механические вариаторы, двигатели постоянного тока малой мощности, так как золотник является лишь управляющим элементом.

В рассмотренном пульсаторном гидроприводе давление перед золотником поддерживается постоянным и определяется характеристикой насоса. В полость гидроцилиндра-вибратора рабочая жидкость подается сдросселированной в каналах золотника с давлением, зависящим от угловой скорости вращения золотника ω. Дросселирующие сопротивления золотника входящей из гидроцилиндра-вибратора рабочей жидкости незначительны, и характер изменения давления в рабочей полости гидроцилиндра будет определяться гидравлическими сопротивлениями сливной магистрали и динамическими характеристиками колебательной системы, в паре с которой работает гидропривод.

Этой схеме гидропривода свойствен характерный недостаток, заключающийся в том, что при увеличении сопротивлений в колебательной системе, обусловливающем рост давления в гидроцилиндре-вибраторе, уменьшается перепад давления в дросселирующем канале золотника, снижается расход рабочей жидкости, вследствие чего амплитуда колебаний с увеличением нагрузки уменьшается, т. е. привод имеет недостаточно жесткую характеристику. Гидравлический вибропривод с золотником на выходе рабочего гидроцилиндра-вибратора имеет значительно более жесткую нагрузочную характеристику.

Принципиальная схема гидравлического пульсаторного вибропривода приведена на рис. 52, *д*. Гидропривод состоит из насоса *29* постоянной или регулируемой производительности, который подает рабочую жидкость в полость гидроцилиндра-вибратора *30*. На выходе гидроцилиндра-вибратора в сливной магистрали гидросистемы установлен золотник с вращающейся пробкой *31*. При вращении пробки, выполненной по специальному профилю, изменяется величина проходной щели золотника и в полости гидроцилиндра-вибратора возникает пульсация давления. Частота пульсации регулируется изменением скорости вращения пробки золотника, амплитуда — с помощью дросселя *32* или изменением производительности насоса. В вибродриводе этого типа амплитуда колебаний поршня гидроцилиндра-вибратора зависит от расхода через золотник и дроссель. Рабочая жидкость, подаваемая насосом, поступает в гидроцилиндр и сливной бак через золотник и дроссель. Если дроссель полностью перекрыт, то амплитуда колебаний поршня будет зависеть только от пропускной способности золотника.

Пробку золотника можно спрофилировать таким образом, чтобы в течение большей части прямого хода поршня гидроцилиндра-вибратора золотник был полностью перекрыт. В этом случае (при достаточном давлении насоса) амплитуда поршня при прямом ходе не зависит от величины сопротивлений в колебательной системе. Когда поршень совершает обратный ход под действием восстанавливающих сил упругих связей колебательной системы, золотник имеет достаточное отверстие для пропускания суммарного расхода рабочей жидкости, подаваемой насосом и поступающей из гидроцилиндра-вибратора. Поскольку в рассмотренном гидроприводе амплитуда установившихся колебаний определяется величиной прямого хода поршня гидроцилиндра-вибратора, он будет иметь достаточно жесткую нагрузочную характеристику.

Гидравлический вибропривод пульсаторного типа с золотником-генератором несложен по конструкции, допускает сравнительно простое регулирование по амплитуде и частоте колебаний; пульсации от одного насоса могут передаваться на поршни желаемого числа гидроцилиндров-вибраторов.

5. Закономерности взаимодействия эксцентриковых и гидравлических вибровозбудителей с колебательной системой

Как показывает анализ принципиального устройства эксцентриковых и гидравлических вибраторов, в качестве обобщенной расчетной схемы эксцентрикового и гидравлического привода может быть принята схема с упруговязким элементом в шатуне. Эта схема объединяет в себе элементы приводов с упругим, вязким и упруговязким элементами в шатуне.

Расчетная схема гармонического осциллятора с эксцентриковым приводом, имеющим упруговязкий элемент в шатуне, приведена на рис. 53, *а*. Эта схема обобщает элементы эксцентриковых упругого, вязкого и упруговязкого приводов, по ней же рассчиты-

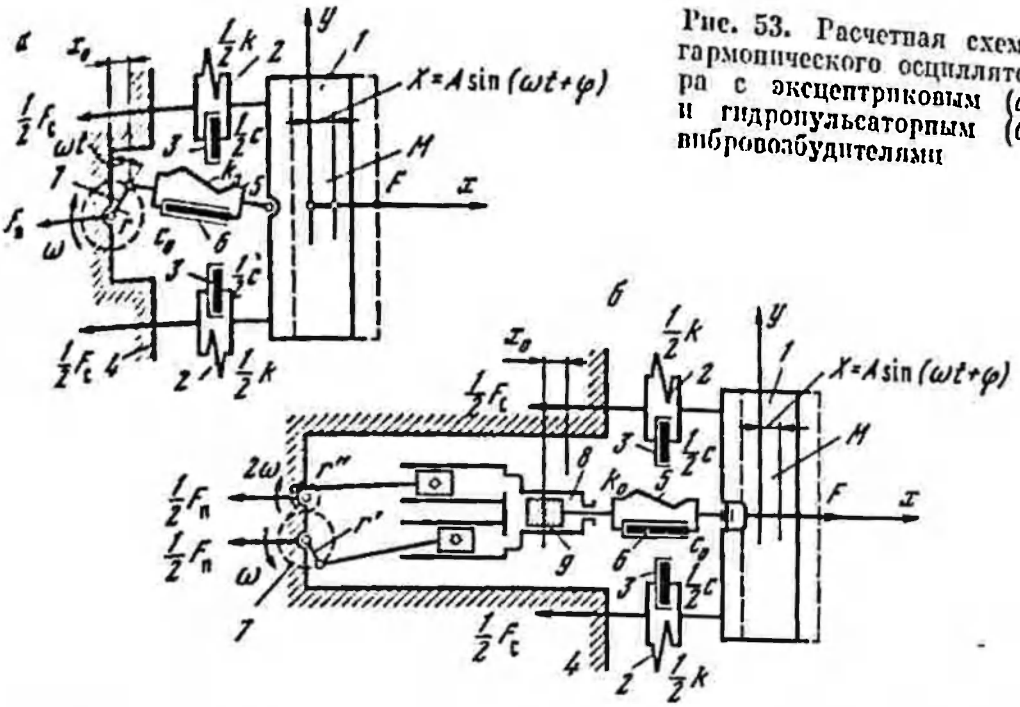


Рис. 53. Расчетная схема гармонического осциллятора с эксцентриковым (*а*) и гидропульсаторным (*б*) вибровозбудителями

вается гидропульсаторный привод. При расчете гидропульсаторного привода следует учитывать также соотношения площадей цилиндров пульсатора $f_п$ и вибратора $f_в$ (см. рис. 53, *б*). Меняя соотношение $f_в/f_п$, можно регулировать в широком диапазоне амплитуду колебаний грузонесущего органа, не меняя параметров пульсаторов. Гармонический осциллятор с эксцентриковым или гидропульсаторным упруговязким приводом состоит из колеблющейся массы *1*, которая с помощью упругих элементов *2* и *3* устанавливается на фундаменте *4*.

На схеме упругий элемент подвески изображен в виде параллельно соединенных пружин *2* и демпфера *3*. Пружина имеет жесткость k и создает восстанавливающую силу, пропорциональную деформации упругого элемента x и равную kx, демпфер моделирует гистерезисные потери, которые приняты пропорциональными скорости деформации упругого элемента $\dot{x}$, зависят от коэффициента вязких сопротивлений c и равны $c\dot{x}$. Привод гармонического осциллятора осуществляется либо эксцентриковым вибратором, состоящим из шатуна с параллельно включенными упругим элементом *5* и демпфером *6* и эксцентрика *7*, либо гидроцилиндром *8* с поршнем *9*.

Поскольку в методическом отношении расчет эксцентриковых и гидропульсаторных вибраторов аналогичен, будем вести его применительно к вибратору первого типа. Некоторые особенности расчета гидропульсаторного привода будут рассмотрены в конце раздела.

При вращении вала эксцентрика и неподвижной колебательной системе эксцентриковый вибратор создает возмущающую силу

$$F_0 = k_0 r \sin \omega t + c_0 r \omega \cos \omega t, \qquad (2.244)$$

где k_0 и c_0 — коэффициенты жесткости и вязких сопротивлений упруговязкого элемента шатуна; r — эксцентриситет вала вибратора; ω — угловая скорость вращения эксцентрикового вала.

В установившемся режиме вследствие того что колебательная система совершает перемещение x со скоростью $\dot{x}$, упругая связь привода будет деформироваться на величину $x_0 - x$ со скоростью $\dot{x}_0 - \dot{x}$. Здесь x_0 — перемещение обоймы шатуна вибратора, соединенной с эксцентриком вала ($x_0 = r\sin\omega t$); $\dot{x}_0$ — скорость перемещения обоймы шатуна вибратора ($\dot{x}_0 = r\omega\cos\omega t$).

Таким образом, при работе эксцентрикового вибратора происходит деформация упругого элемента шатуна, причем величина деформации определяется не только параметрами эксцентрика, но и законом движения грузонесущего органа.

В установившемся режиме на колебательную систему будет действовать возмущающая сила

$$F = k_0(r\sin\omega t - x) + c_0(r\omega\cos\omega t - \dot{x}). \qquad (2.245)$$

Дифференциальное уравнение установившегося движения грузонесущего органа вибрационного питателя с упруговязким эксцентриковым приводом имеет вид

$$M\ddot{x} = k_0(r\sin\omega t - x) + c_0(r\omega\cos\omega t - \dot{x}) - kx - c\dot{x}. \qquad (2.246)$$

Разделив все члены уравнения (2.246) на коэффициент при высшей производной M и перенеся члены, содержащие неизвестные x и $\dot{x}$ в левую часть, приведем его к виду, удобному для решения

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2x = k_0 r\sin\omega t + c_0\omega r\cos\omega t, \qquad (2.247)$$

где p — собственная частота колебаний массы M на упругих связях подвески и привода

$$p^2 = \frac{k_0 + k}{M};$$

n — коэффициент вязких сопротивлений упругих связей подвески и привода

$$2n = \frac{c + c_0}{M}.$$

Решив дифференциальное уравнение (2.247), найдем перемещение гармонического осциллятора в установившемся режиме

$$x = A\sin(\omega t + \varphi), \qquad (2.248)$$

где амплитуда вынужденных колебаний гармонического осциллятора

$$A = r\sqrt{\frac{p_0^4 + 4n_0^2\omega^2}{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}. \qquad (2.249)$$

угол сдвига фаз между перемещением гармонического осциллятора и перемещением эксцентрика вибратора

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2n_0\omega (p_1^2 - \omega^2) - 2n\omega p_0^2}{4n_0 n\omega^2 + (p^2 - \omega^2) p_0^2}. \tag{2.250}$$

Здесь p_0 — собственная частота колебаний массы M на упругой связи привода,

$$p_0^2 = \frac{k_0}{M}.$$

Таким образом, расчет показывает, что величина амплитуды перемещения грузонесущего органа пропорциональна эксцентриситету привода r, жесткости k_0 и вязким сопротивлениям c_0 упругого элемента привода. На величину амплитуды колебаний, так же как и в колебательных системах с инерционным приводом, существенное влияние оказывает режим настройки, максимум амплитуды также достигается в резонансном режиме. Однако резонансный режим гармонического осциллятора с эксцентриковым приводом имеет место уже при более высоких частотах $\omega = \sqrt{\frac{k + k_0}{M}}$, а не при частоте $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$, как в инерционной системе. Это происходит вследствие того, что в работе участвует также упругая связь привода.

Подставив в соотношение (2.245) значения перемещения x и скорости $\dot{x}$ грузонесущего органа, определим величину возмущающей силы эксцентрикового вибратора. В установившемся режиме колебаний гармонического осциллятора возмущающая сила привода равна

$$F = P \sin(\omega t + \Psi), \tag{2.251}$$

где амплитуда возмущающей силы

$$P = Mr \sqrt{\frac{(p_0^4 + 4n_0^2\omega^2)\,[4n_1^2\omega^2 + (p_1^2 - \omega^2)^2]}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}}, \tag{2.252}$$

угол сдвига фаз между возмущающей силой и перемещением эксцентрика (или шатуна x_0) привода

$$\Psi = \operatorname{arctg} \frac{2n_0\omega\,[(p^2 - \omega^2)(p_1^2 - \omega^2) + 4nn_1\omega^2] + p_0^2\,[2n\omega p_0^2 - 2n_0\omega (p^2 - \omega^2)]}{p_0^2\,[(p^2 - \omega^2)(p_1^2 - \omega^2) + 4nn_1\omega^2] + 2n_0\omega\,[2n\omega p_0^2 - 2n_0\omega (p^2 - \omega^2)]}. \tag{2.253}$$

Здесь $p_1 = k/M$ — собственная частота колебаний гармонического осциллятора (собственная частота колебаний массы M на упругих связях подвески); n_1 — коэффициент вязких сопротивлений упругих связей подвески, $2n_1 = c/M$; n_0 — коэффициент вязких сопротивлений упругих связей привода, $2n_0 = c_0/M$.

Из выражения (2.252) видно, что амплитудное значение возмущающей силы при установившихся колебаниях пропорционально эксцентриситету вибратора r, суммарной упруговязкой жесткости шатуна привода $M\sqrt{p_0^2 + 4n_0^2\omega^2}$ и зависит от режима настройки гармонического осциллятора. Направление действия возмущающей силы (2.253) не совпадает с положением эксцентрика привода (или шатуна x_0) и является также функцией параметров колебательной системы. Давление в подшипниках эксцентрикового вибратора равно по величине возмущающей силе и направлено в противоположную сторону.

Давление на упругие связи гармонического осциллятора равно

$$F_c = MA\,[p_1^2 \sin(\omega t + \varphi) + 2n_1\omega \cos(\omega t + \varphi)] = R\sin(\omega t + \xi), \tag{2.254}$$

где амплитудное значение давления на упругие связи

$$R = Mr\sqrt{\frac{(p_0^4 + 4n_0^2\omega^2)(p_1^4 + 4n_1^2\omega^2)}{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}, \tag{2.255}$$

угол сдвига фаз между смещением эксцентрика вибратора и давлением на упругие связи

$$\xi = \operatorname{arctg}\frac{p_1^2\,[2n_0\omega\,(p^2 - \omega^2) - 2n\omega p_0^2] + 2n_1\omega\,[p_0^2\,(p^2 - \omega^2) + 4n_0 n\omega^2]}{p_1^2\,[p_0^2\,(p^2 - \omega^2) + 4n_0 n\omega^2] - 2n_1\omega\,[2n_0\omega\,(p^2 - \omega^2) - 2n\omega p_0^2]}. \tag{2.256}$$

Работа, совершаемая возмущающей силой за одно колебание грузонесущего органа и идущая на восполнение потерь энергии в упругих связях, определяется так же, как и в гармоническом осцилляторе с инерционным вибратором.

Суммарное давление колебательной системы на фундамент будет определяться величинами давления на подшипники вибратора и упругие связи гармонического осциллятора (см. рис. 53, *а*)

$$F_\phi = -P\sin(\omega t + \Psi) + R\sin(\omega t + \xi) = Q\sin(\omega t + \theta), \tag{2.257}$$

где амплитудное значение давления колебательной системы на фундамент

$$Q = Mr\omega^2\,\frac{\sqrt{p_0^4 + 4n_0^2\omega^2}}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4p^2\omega^2}}, \tag{2.258}$$

угол сдвига фаз между смещением эксцентрика вибратора и давлением на фундамент

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{2n_0\omega^3\,(p^2 - \omega^2) + p^2\,[2n_0\omega\,(p^2 - \omega^2) - 2n\omega p_0^2]}{p_0^2\omega^2\,(p^2 - \omega^2) - 2n\omega\,[2n_0\omega\,(p^2 - \omega^2) - 2n\omega p_0^2]}. \tag{2.259}$$

Нетрудно видеть, что выражение (2.258) согласно (2.249) можно записать в следующем виде:

$$Q = MA\omega^2, \tag{2.260}$$

т. е. суммарное давление гармонического осциллятора с эксцентриковым приводом на фундамент равно силе инерции колеблющихся масс.

Работа, совершаемая возмущающей силой за одно колебание системы и идущая на восполнение потерь энергии в упругих связях гармонического осциллятора с эксцентриковым вибратором, определяется по формуле

$$W_{\text{у}} = \int_0^{2\pi} F\dot{x}\,d\omega t = \pi AP\cos(\Psi - \varphi). \tag{2.261}$$

Подставив в выражение (2.261) амплитудное значение возмущающей силы P согласно (2.252), амплитуду перемещения A согласно (2.249), получим выражение для определения работы на преодоление гистерезисных потерь в упругой системе

$$W_{\text{у}} = \pi Mr^2 (p_0^4 + 4n^2\omega^2)\frac{\sqrt{4n_1^2\omega^2 + (p_1^2 - \omega^2)^2}}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}\cos(\Psi - \varphi). \tag{2.262}$$

Мощность, затрачиваемая эксцентриковым приводом на поддержание установившихся колебаний системы (суммарные потери в упругих системах подвески и привода), равна

$$N_{\text{у}} = \frac{1}{2} Mr^2\omega (p_0^4 + 4n_0^2\omega^2)\frac{\sqrt{4n_1^2\omega^2 + (p_1^2 - \omega^2)^2}}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}\cos(\Psi - \varphi). \tag{2.263}$$

Мощность, затрачиваемая эксцентриковым приводом на поддержание установившегося движения гармонического осциллятора (без учета потерь в приводе), равна

$$N'_{\text{у}} = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi} Fr\omega\cos\omega t\,d\omega t. \tag{2.264}$$

Разность мощностей согласно выражениям (2.263) и (2.264) характеризует рассеяние мощности в демпфере привода.

Работа, затрачиваемая на преодоление трения в подшипниках (эксцентрика и опорных) эксцентрикового вибратора, равна

$$W_{\text{п}} = \int_0^{2\pi} F_{\text{п}}\left(\mu'\frac{D'}{2} + \mu''\frac{D''}{2}\right)d\omega t, \tag{2.265}$$

где μ' и μ'' — приведенные коэффициенты трения в подшипниках эксцентрика и эксцентрикового вала; D' и D'' — приведенные диаметры беговых дорожек подшипников эксцентрика и эксцентрикового вала.

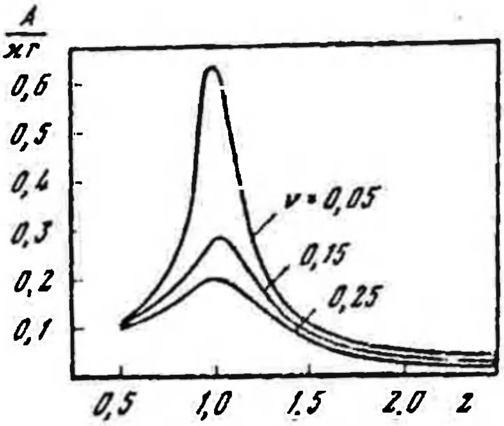


Рис. 54. Зависимость безразмерных составляющих амплитуды колебаний гармонического осциллятора с эксцентриковым (гидропульсаторным) вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

Подставив в это выражение значение $F_п$ согласно (2.251) и (2.252) и произведя интегрирование, получим

$$N_п = (\mu' s' + \mu'' s'') M r^2 \omega \sqrt{\frac{(p_0^4 + 4n_0^2\omega^2)\,[4n_1^2\omega^2 + (p_1^2\omega^2)^2]}{4n^2\omega^2 + (p^2 - \omega^2)^2}}. \qquad (2.266)$$

Безразмерные параметры вибрационного питателя с эксцентриковым приводом: амплитуда колебаний $A/r\varkappa$, возмущающая сила вибратора $P/\varkappa M r\,\omega^2$ и равная ей по величине сила давления на подшипники $F_п/\varkappa\, M r\,\omega^2$, затраты мощности на преодоление гистерезисных потерь в упругой системе $N_y/(1-\varkappa)^2 M r^2\,\omega^3$, затраты мощности на преодоление трения в подшипниках $N_п/(\mu' s' + \mu'' s'') M r^2\,\omega^3$ в зависимости от коэффициента расстройки z ($z = \omega/p$) для различных значений коэффициента демпфирования упругой подвески ν ($\nu = n/p$) и при различных соотношениях жесткостей и коэффициентов сопротивления привода и подвески $\varkappa$ ($\varkappa = p_0^2/p^2 = n_0/n$, $\quad 1 - \varkappa = p_1^2/p^2 = n_1/n$) — приведены на рис. 54—57.

Безразмерные параметры гармонического осциллятора, возбуждаемого эксцентриковым (гидропульсаторным) вибратором, вычислялись по следующим формулам:

амплитуда колебаний (рис. 54)

$$\frac{A}{\varkappa r} = \sqrt{\frac{1 + 4\nu^2 z^2}{4\nu^2 z^2 + (1 - z^2)^2}}, \qquad (2.267)$$

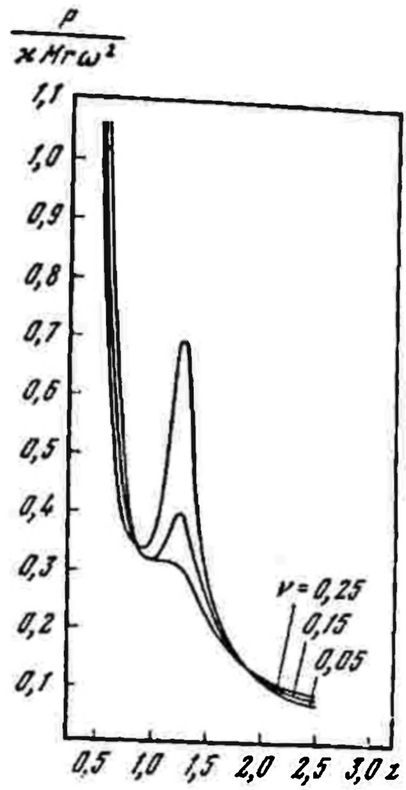
амплитудное значение возмущающей силы (рис. 55)

$$\frac{P}{\varkappa M r\omega^2} = \frac{1}{z^2}\sqrt{\frac{(1 + 4\nu^2 z^2)\,\{4(1-\varkappa)^2\nu^2 z^2 + [(1-\varkappa) - z^2]^2\}}{(1 - z^2)^2 + 4\nu^2 z^2}}, \qquad (2.268)$$

затраты мощности на преодоление гистерезисных потерь в упругих связях колебательной системы (рис. 56)

$$\frac{N_y}{(1-\varkappa)^2 M r^2\omega^3} = \frac{1 + 4\nu^2 z^2}{2z^2}\cdot\frac{\sqrt{4(1-\varkappa)^2\nu^2 z^2 + [(1-\varkappa) - z^2]^2}}{4\nu^2 z^2 + (1 - z^2)^2}\cos(\Psi - \varphi), \qquad (2.269)$$

Рис. 55. Зависимость безразмерных составляющих амплитуды возмущающей силы гармонического осциллятора с эксцентриковым (гидропульсаторным) вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования



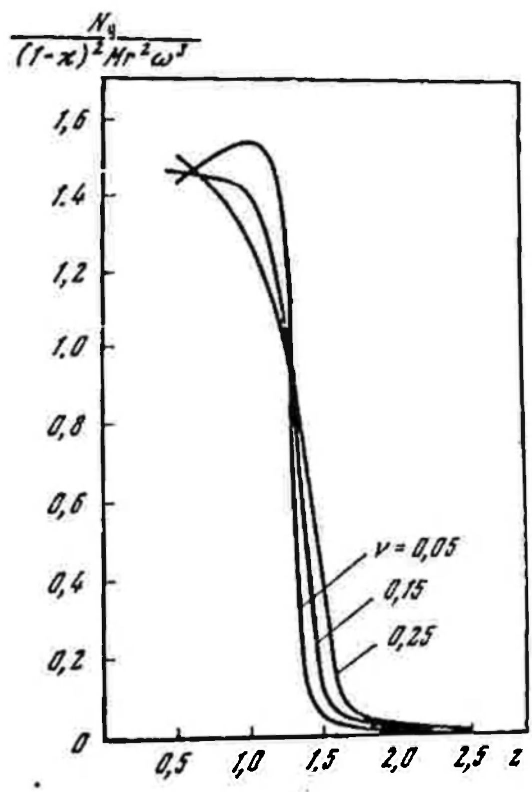


Рис. 56. Зависимость безразмерных составляющих затрат мощности на преодоление гистерезисных потерь в упругих связях гармонического осциллятора с эксцентриковым (гидропульсаторным) вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

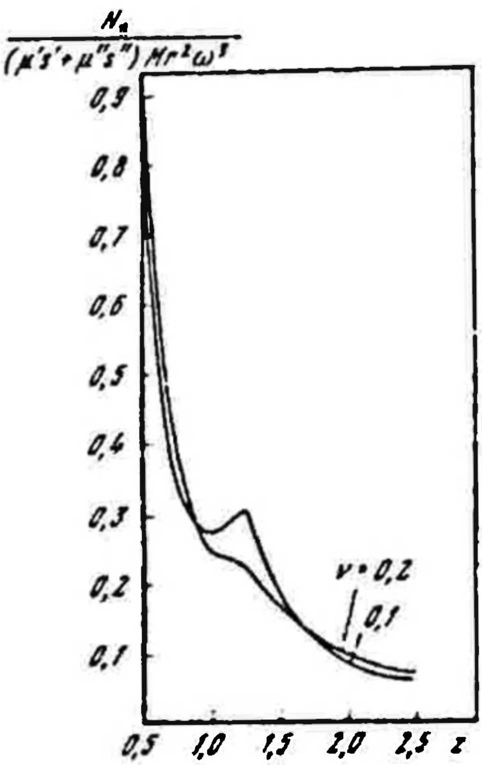


Рис. 57. Зависимость безразмерных составляющих затрат мощности на преодоление трения в подшипниках гармонического осциллятора с эксцентриковым (гидропульсаторным) вибровозбудителем от коэффициента расстройки системы при различных коэффициентах демпфирования

затраты мощности на преодоление трения в подшипниках вибратора (рис. 57)

$$\frac{N_п}{(\mu' r' + \mu'' r'') M r^2 \omega^3} = \frac{1}{z} \sqrt{\frac{(1 + 4\nu^2 z^2)\{4(1-\varkappa)^2 \nu^2 z^2 + [(1-\varkappa) - z^2]^2\}}{4\nu^2 z^2 + (1 - z^2)^2}}. \tag{2.270}$$

Прочие безразмерные параметры гармонического осциллятора, возбуждаемого эксцентриковым (гидропульсаторным) вибратором, могут быть определены на основании следующих зависимостей:

амплитудное значение давления на упругие связи

$$\frac{R}{\varkappa(1-\varkappa) M r \omega^2} = \frac{(1 + 4\nu^2 z^2)}{z^2 \sqrt{(1 - z^2)^2 + 4\nu^2 z^2}}; \tag{2.271}$$

амплитудное значение общего давления колебательной системы на фундамент

$$\frac{Q}{\varkappa \Delta M g} = \sqrt{\frac{1 + 4\nu^2 z^2}{(1 - z^2)^2 + 4\nu^2 z^2}}, \tag{2.272}$$

где $\Delta = r\omega^2/g$ — коэффициент динамичности вибратора;

угол сдвига фаз между перемещением колебательной системы и смещением эксцентрика вибратора

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\nu z[(1-\varkappa)^2 - z^2] + 2\nu z}{4\nu^2 z^2 + (1 - z^2)^2}; \tag{2.273}$$

угол сдвига фаз между возмущающей силой и смещением эксцентрика вибратора

$$\Psi = \operatorname{arctg} \frac{2\nu z\{(1-z^2)[(1-\varkappa)-z^2]+4(1-\varkappa)\nu^2z^2+\varkappa z^2\}}{(1-z^2)[(1-\varkappa)-z^2]+4(1-\varkappa)\nu^2z^2+4\varkappa\nu^2z^2}; \quad (2.274)$$

угол сдвига фаз между смещением эксцентрика вибратора и давлением на упругие связи

$$\xi = \operatorname{arctg} \frac{2\nu z}{1-z^2}; \quad (2.275)$$

угол сдвига фаз между смещением эксцентрика вибратора и давлением на фундамент

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{2\nu z^3}{(1-z^2)^2+4\nu^2z^2}. \quad (2.276)$$

Глава третья

ВИБРОУДАРНЫЕ И САМОВОЗБУЖДАЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ

1. Понятие о виброударных и самовозбуждающихся системах

В предыдущей главе излагались вопросы динамики колебательных систем с возбуждением. В данном разделе предполагается рассмотреть виброударные и самовозбуждающиеся системы.

Строго говоря, каждой динамической системе с упругими связями присущи в той или иной степени свойства возбуждаемых, виброударных и самовозбуждающихся систем. Поэтому для реальных систем выделение каждого типа не всегда оказывается возможным.

Динамические системы с упругими связями, колебательное движение которых сопровождается ударными взаимодействиями составляющих из звеньев, называются виброударными (Кобринский, 1964; Кобринский А. Е., Кобринский А. А., 1973). Виброударные режимы в динамических системах с упругими связями могут реализоваться в силу их принципиального устройства, наличия конструктивных и технологических зазоров, а также обусловливаться особенностями взаимодействия с технологической нагрузкой. Виброударные режимы могут фигурировать в качестве чрезвычайно эффективных технологических режимов или нежелательных побочных явлений, обусловленных конструктивно-технологическими дефектами машины либо закономерностями взаимодействия с производственной нагрузкой.

С одной стороны, виброударные воздействия повышают эффективность протекания ряда технологических процессов, например таких, как дробление, разрушение горного массива, вибрационное транспортирование (Александров, Соколинский, 1969; Ашавский, 1973; Гурин, 1973), с другой — увеличивают динамические нагрузки в звеньях машины, снижают их долговечность и надежность, меняют ее диссипативные свойства. К таким явлениям приводят зазоры в кинематических парах, соударения с технологической нагрузкой. Эффект снижения вибрации при применении виброгасителей ударного действия достигается как за счет динамического взаимодействия основной системы и виброгасящего элемента в результате их соударений, так и за счет диссипации энергии вследствие того, что соударяющиеся звенья несовершенно упругие.

Учет ударных взаимодействий в машинах с зазорами в кинематических парах важен также с точки зрения исследования узла с зазорами как источника диссипации энергии в системе. В большинстве случаев потери энергии внутри самого механизма относят за счет внутреннего и внешнего трения. В то же время в механизмах с большим числом зазоров доля рассеиваемой ими энергии может оказаться весьма значительной.

В ряде случаев при работе машин и механизмов с упругими связями, лишенных вибровозбудителей, тем не менее возбуждаются колебания того или иного вида. Колебания в машинах с упругими связями могут вызываться различными причинами — колебаниями от непериодических источников энергии, которые могут возникать при определенном устройстве колебательной системы (автоколебательные системы), изменением параметров системы (системы с параметрическим возбуждением), случайным изменением нагрузки и т. д. Причиной возбуждения автоколебательных систем зачастую является падающая характеристика трения их элементов. Наиболее часто возбуждение колебаний указанного вида встречается в системах с малой жесткостью упругих связей.

Наряду с достаточно известными примерами остановимся на случаях возбуждения колебаний под действием случайно меняющейся нагрузки на рабочих органах машин с упругими связями. Рассмотрим в качестве примера закономерности формирования нагрузок на исполнительных органах выемочных машин. Величина и характер сил сопротивления зависят от комплекса факторов, обусловливающих сопротивляемость горного массива разрушению, состояния рабочего инструмента и динамической характеристики машины и окончательно формируются в результате взаимодействия динамической системы нагрузка — машина — двигатель.

В свою очередь сопротивляемость горного массива (например, угольного) разрушению обусловливается действием комплекса различных факторов, которые принято подразделять на природные, определяющие свойства углей, и горнотехнологические, предопределяющие состояние угля в массиве в момент добывания (Позин, 1972).

Из числа природных факторов следует указать на исходный материал угленакопления (гумолиты или сапропелиты), степень метаморфизма (стадия химического старения под действием температуры и давления), слоистость и трещиноватость, а также наличие породных прослойков и твердых минеральных включений.

Горнотехнологические факторы обусловливают степень отжима угля, т. е. нарушение сплошности угольного массива при ведении горных работ. Отжим угля зависит от таких факторов, как глубина залегания, мощность и строение угольного пласта, свойства и строение боковых пород, геотектоника участков, газонасыщенность пластов (Позин, 1972). Кроме того, оказывают существенное влияние как ширина призабойного пространства, так и характеристики призабойной крепи, способ управления кровлей, скорость подвигания забоя, наличие целиков около очистной выработки, способ ведения производственного процесса, время обнажения забоя, направление выемки относительно кливажа кровли, порядок отработки сближенных пластов и т. д.

Что касается разрушающего инструмента, существенны его вид, характер выполнения и расположения на исполнительном органе, степень износа и т. д. В части динамической характеристики машины имеют существенное значение ее амплитудно-частотные, частотно-силовые и частотно-фазовые характеристики.

В связи с разнообразием влияющих факторов не удается дать детерминированное описание процесса формирования сил сопротивления горных пород резанию; процесс представляется как сугубо стохастический. Неупорядоченный характер изменения сил сопротивления горных пород разрушению инструментами горных машин — следствие случайного характера изменения сопротивляемости разрушению горных пород в пространстве горного массива и вероятностного характера распределения разнообразных трещин и твердых включений.

Случайное поле сопротивляемости разрушению горных пород обусловливает возникновение медленных изменений нагрузки на исполнительных органах выемочных машин (низкочастотная составляющая нагрузки) (Докукин, Красников и др., 1969, 1972). Неупорядоченный характер распределения трещин и твердых включений провоцирует высокочастотные изменения нагрузки. Таким образом, силы сопротивления разрушению включают как низкочастотные, так и высокочастотные составляющие. Установлено, что с увеличением сопротивляемости массива разрушению возрастает дисперсия высокочастотной части спектра, а с увеличением степени нарушения горного массива — дисперсия низкочастотных составляющих (Докукин, Красников и др., 1969, 1972). Следовательно, из-за непрерывного изменения сопротивляемости породы разрушению характеристики результирующих сил сопротивления изменяются на величину, определяемую модуляцией низкочастотных составляющих высокочастотной части спектра.

Из сказанного видно, что рабочий инструмент машины подвержен переменным нагрузкам с высокочастотными и низкочастотными составляющими. Интересно отметить, что изменения сил сопротивления (в струге, подающей части комбайна, скребковом конвейере или какой-либо другой машине или системе) могут не только являться непосредственными источниками возбуждения, но и выполнять роль регулирующего устройства автоколебательной системы. В последнем случае система возбуждается на околорезонансных частотах.

Одновременно с силами сопротивления горных пород разрушению в формировании нагрузок на разрушающих органах горных машин большую роль играют силы трения, особенно они велики в струговых установках. Естественно, что силы трения также могут явиться причиной возбуждения колебаний в динамических системах с упругими связями.

2. Исследование виброударных систем с использованием классической теории удара

При анализе приведенной виброударной колебательной системы применим следующий методический подход. Так как в соответствии с классической (интегральной) теорией удара сопротивления движению колебательной системы в момент соударения не могут быть выражены аналитической функцией вследствие того, что она претерпевает разрыв в первой производной, примем следующий порядок исследований: возьмем начальные условия после разрыва (т. е. состояние системы после удара), на основании которых определим закон движения между разрывами; по найденному закону движения установим состояние системы к моменту последующего удара. Исходя из характера удара (полная или частичная потеря системой энергии) определим новые начальные условия и т. д.

Для того чтобы колеблющаяся масса (боек), наносящая удары, работала с наибольшей эффективностью, необходимо, чтобы удар производился с максимальной скоростью за каждый цикл движения. В установившемся режиме скорость колеблющейся массы будет максимальной в момент прохождения этой массой положения статического ее равновесия, когда давление упругих связей уравновешивается и потенциальная энергия равна нулю.

Рассмотрим основные закономерности движения виброударной колебательной системы с инерционным приводом.

Схема виброударной колебательной системы с приводом типа самобаланс приведена на рис. 58, где M — колеблющаяся масса бойка; m — масса дебалансов; r — их эксцентриситет, т. е. расстояние от общего центра тяжести всех вращающихся деталей ротора до оси его вращения; m' — масса инструмента (дробимого куска); M' — корпус или станина, внутри которой монтируются все вращающиеся детали и упругие связи системы k.

Для анализа ударного режима в первом приближении примем следующие условия идеализации удара: удар производится по ограничителю[1] с полной отдачей энергии (идеально неупругий удар); продолжительность удара равна нулю; удар наносится в момент, когда боек проходит начало координат (точку статического равновесия бойка).

Таким образом, начальные условия после удара будут $t_0 = 0$, $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = 0$. Указанные начальные условия вполне достаточны

---

[1] В конкретной машине ограничителем может быть инструмент, дробимый материал, забой и т. д.

для составления общего решения движения колебательной системы между ударами. При этом пренебрегаем диссипацией энергии при движении между ударами ввиду краткости времени цикла и незначительности действующих сопротивлений.

При ударах следует не только учитывать потери бойком скорости и положение массы бойка в момент удара, но и принимать во внимание скорость и положение дебалансов, определяющееся

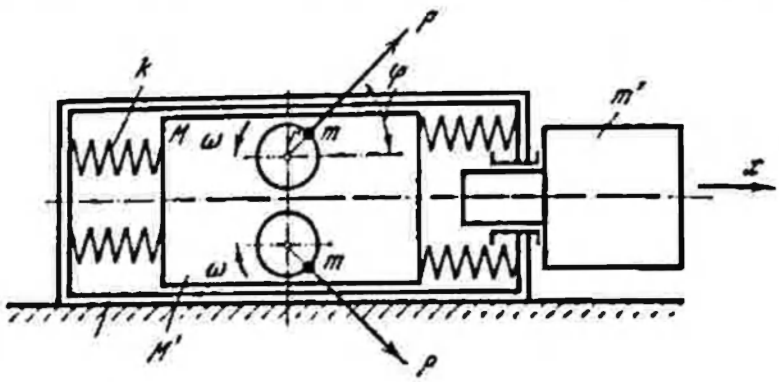


Рис. 58. Схема виброударной колебательной системы с приводом типа самобаланс

углом их поворота. В первом приближении угловую скорость примем постоянной, что не является грубым допущением, так как при ударе теряется энергия только поступательно движущейся массы и остается почти неизменной энергия вращающихся роторов, которые не производят удара и если в нем участвуют, в некоторой степени, своей массой, то только переносным поступательным движением центров тяжести дебалансов.

Правда, в зависимости от положения дебалансов в момент удара, последние получат толчок на ось вращения, который вызовет в силу несовпадения положения центра тяжести с осью вращения дебаланса импульсивный момент, направленный или в сторону вращения ротора, или в противоположную сторону. Однако этот толчок в большинстве случаев не может ни остановить вращение роторов, ни значительно уменьшить их угловую скорость.

На основании изложенного для рассмотрения ударного режима воспользуется полным решением уравнений

$$
\begin{aligned}
&(M+2m)\ddot{x}-2mr\omega^2\cos\omega t+kx=Q,\\
&2rm\ddot{x}\sin\omega t+M_1+M_2=L(\dot{\varphi}),
\end{aligned}
\qquad (3.1)
$$

где M_1 и M_2 — моменты сил тяжести дебалансных валов относительно осей вращения; Q — приведенные силы сопротивления; $L(\dot{\varphi})$ — момент, развиваемый электродвигателем.

Для первого приближения рассмотрим систему, в которой отсутствуют сопротивления и нарастание скорости между ударами происходит по закону движения без сопротивлений. Движение бойка между ударами в этом случае имеет вид

$$\ddot{x} + p^2 x = q r \omega^2 \cos(\omega t + \gamma_0), \tag{3.2}$$

где γ_0 — начальная фаза возмущающей силы, т. е. угол, образованный направлением вектора центробежной силы, развиваемой дебалансом, с положительным направлением оси x; $q = 2m/(M + 2m)$ — соотношение вращающихся и общей масс машины; $p^2 = k/(M + 2m)$ — собственная частота колебаний бойка вибромашины.

Общее решение последнего уравнения будет выглядеть следующим образом:

$$x = C_1 \sin pt + C_2 \cos pt + \frac{q r \omega^2}{p^2 - \omega^2} \cos(\omega t + \gamma_0). \tag{3.3}$$

Неизвестные постоянные C_1, C_2 и γ_0, входящие в выражение (3.3), определим в функции угла для принятых начальных условий

$$C_1 = \frac{q r \omega^3}{(p^2 - \omega^2)\, p} \sin \gamma_0; \qquad C_2 = \frac{q r \omega^2}{p^2 - \omega^2} \cos \gamma_0.$$

Подставив полученные значения постоянных в уравнение (3.3), получим зависимость, выражающую закон движения бойка после начала его движения назад

$$x = \frac{q r \omega^2}{p^2 - \omega^2} \left[\frac{\omega}{p} \sin \gamma_0 \sin pt - \cos \gamma_0 \cos pt + \cos(\omega t + \gamma_0) \right]. \tag{3.4}$$

Следует отметить, что если вследствие удара боек остановится в начале координат, то движение бойка назад может начаться только при угле $\gamma_0 = 90^\circ$. Последнее условие накладывает на начальный угол довольно большие ограничения, а именно: если удар будет нанесен в момент, когда равнодействующая возмущающих сил направлена в сторону ограничителя, то движение бойка назад не может начаться вслед за ударом, так как силы инерции дебалансов будут прижимать боек к ограничителю и он останется после неупругого удара неподвижным до того момента, пока дебалансы не повернутся относительно положительного направления оси x на угол 90°.

Таким образом, при отсутствии сопротивлений в колебательной системе движение бойка назад по закону, определяемому выражением (3.3), может начаться только при угле сдвига фаз 90°. Если же удар произошел при углах поворота, меньших 90° или больших 270°, т. е. когда центры тяжести дебалансов находятся в первом или четвертом квадрантах, то движение всегда будет начинаться при угле $\gamma_0 = 90^\circ$.

Так как из бесчисленного множества условий, при которых могут происходить удары в начале координат, половина приводит к начальной фазе 90°, в первую очередь рассмотрим закон движения бойка между ударами, вытекающий из указанной фазы.

В этом случае уравнение (3.4) примет вид

$$x = \frac{qr\omega^2}{p^2 - \omega^2}\left(\frac{\omega}{p}\sin pt - \sin \omega t\right). \qquad (3.5)$$

Для того чтобы удар мог повториться в течение одного периода, необходимо, чтобы перемещение бойка было больше (или равно) нуля. Если перемещение будет меньше нуля, то боек не сможет нанести удар по ограничителю, так как он еще не возвратится в начало координат.

Как следует из выражения (3.5), при $p^2 < \omega^2$ и $p/\omega < {}^1/_2$ (зарезонансный режим) x отрицателен. Отсюда вытекает, что боек за период не успеет вернуться в исходное положение и удар может произойти только в течение следующего периода.

Таким образом, для нанесения удара по ограничителю за каждый оборот дебалансного вала требуется, чтобы собственная частота колебательной системы находилась в интервале частот $1{,}5\omega > p > 0{,}5\omega$. Поставленное условие обязательности удара за каждый цикл движения в начало координат полностью исключает так называемый далеко зарезонансный режим. На основании изложенного исключим пока режимы с собственными частотами $1{,}5\omega < p < 0{,}5\omega$, как не имеющие практического значения для реализации режима с ударом бойка в начале координат за каждый оборот дебалансов.

Исходя из сказанного выше, можно сделать предварительное заключение, что эффективный режим работы виброударной системы при ударе за каждый оборот находится в достаточно узком интервале частот. Тем не менее ударный режим может реализоваться как при дорезонансной, так и при зарезонансной настройке.

Проанализируем резонансные ударные режимы. Общее решение уравнения для резонансного случая, принимая во внимание, что $C_1 = C_2 = 0$, имеет вид

$$x = \frac{qr\omega}{2} t \sin \omega t. \qquad (3.6)$$

В этом случае x через каждый оборот дебалансов будет принимать нулевое значение, а амплитуда будет возрастать пропорционально времени.

Взяв первую производную от x, согласно выражению (3.6) определим приращение скорости за один оборот вала вибратора при полной потере энергии в момент удара

$$\Delta \dot{x} = \pi q r \omega. \qquad (3.7)$$

Величину энергии удара в этом случае получим по общеизвестной формуле живой силы

$$W = \frac{(\pi q r)^2 M}{2}. \qquad (3.8)$$

Формула дает энергию удара за каждый оборот дебалансного вала при полной отдаче бойком кинетической энергии в момент предшествующего удара.

Представляет также интерес общий случай начальных условий, когда при $t_0 = 0$ состояние системы после удара $x_0 = \dot{x}_{нач}$, $\dot{x}_0 = \ddot{x}_{нач}$. Нетрудно доказать, что и в этом случае приращение скорости бойка остается таким же ($\Delta \dot{x} = \pi q r \omega$), т. е. приращение скорости за один период движения системы при резонансном режиме не зависит от начальных условий и является величиной постоянной.

Таким образом, если виброударная система, работающая в резонансном режиме, окажется на холостом ходу, то скорость ее колеблющихся масс при действии ограниченных сопротивлений в системе все время будет нарастать от периода к периоду на одну и ту же величину, вследствие чего скорость и амплитуда колебаний с течением времени будут увеличиваться и система в конечном счете окажется подверженной большим перегрузкам.

Для того чтобы виброударные системы могли работать в резонансном режиме, необходимо специальное устройство, выводящее при холостом ходе боек из резонанса. В частности, можно вместо упругой связи с постоянной жесткостью применить упругую связь с нелинейной или ломаной характеристикой.

Более широкое применение имеют виброударные системы, работающие с отстройкой от резонанса. Проанализируем дорезонансные ударные режимы. Из выражения (3.4) следует, что при этом режиме удар будет происходить за каждый оборот дебалансов, причем начальные условия движения будут отличаться постоянной фазой 90°. Следовательно, для этих условий будет действительно не только уравнение (3.4), но и уравнение (3.5).

Обозначим отношение частот $\omega/p = z$ (где z — коэффициент расстройки). Считая, что удар происходит при $x = 0$, получим из (3.4) уравнение для определения времени свободного движения бойка, т. е. угла поворота дебалансов, в течение которого боек отойдет назад и возвратится в исходное для удара положение

$$\sin \frac{1}{z}\omega t - \frac{1}{z}\sin \omega t = 0. \qquad (3.9)$$

Применив формулу Муавра, решим трансцендентное уравнение (3.9), из которого следует, что для дорезонансного режима, характеризующегося коэффициентом расстройки $z = {}^3/_4$, угол свободного движения дебалансов $\varphi = 219°45'$. Графическое решение построением двух синусоид дает тот же самый ответ.

На рис. 59 выполнено построение синусоид с соотношением частот $z = {}^1/_2, {}^2/_3, {}^3/_4$. Там же построена одиночная синусоида $A_0 \sin \varphi$, которая не менялась ни по амплитуде, ни по частоте. Частота ее принималась равной частоте возмущений, а амплитуда за единицу ($A_0 = 50$ *мм*); все остальные синусоиды строились по выражению $zA_0 \sin 1/z\,(\varphi)$. Изменяя z, получаем различные

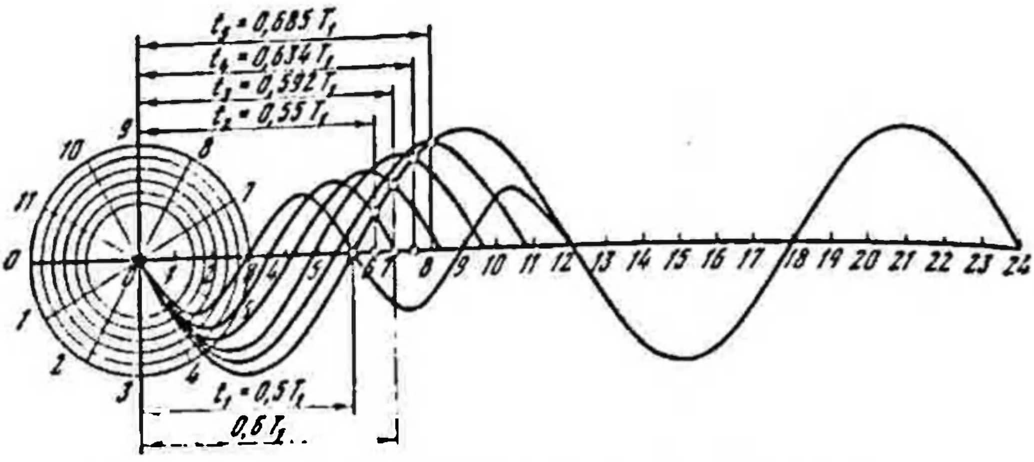


Рис. 59. Графический метод решения трансцендентного уравнения

синусоиды, абсцисса точки пересечения которых с единичной синусоидой дает решение уравнения (3.9).

Из приведенного аналитического решения и построенных графиков видно, что при работе виброударной системы в дорезонансном режиме и нанесении удара по ограничителю, находящемуся в начале координат, после удара наступит пауза, которая будет тем продолжительнее, чем меньше коэффициент расстройки.

После определения времени свободного движения бойка между ударами найдем приращение скорости за этот промежуток времени, взяв производную от перемещения x по выражению (3.5)

$$\Delta\dot{x} = \frac{qr\omega^2}{p^2 - \omega^2}\left(\cos\frac{1}{z}\varphi - \cos\varphi\right) = 0.$$

Из условия $\dot{x}_0 = 0$, подставив значение φ и z, получим численное значение приращения скорости и, следовательно, скорость удара. При угле свободного движения бойка $\varphi = 219°45'$ и коэффициенте расстройки $z = {}^3/_4$ получим $\Delta\dot{x} = 0{,}932qr\omega$.

Как видно из графика и выполненных аналитических вычислений, скорость удара в дорезонансном режиме в сильной степени уменьшается против резонансного, где при тех же начальных условиях скорость после удара выше почти в три с половиной раза. Следует отметить, что главная причина уменьшения ударной скорости — пауза в движении бойка.

Рассмотрим условия, при которых будут отсутствовать паузы, а удары, наносимые по инструменту за каждый оборот дебалансов, будут максимальными. Целью этого теоретического анализа является выбор оптимальных динамических и конструктивных параметров вибросистем, работающих в ударном режиме. Оптимальными параметрами будем считать такие, которые при заданной величине возмущающей силы вибратора обеспечивают получение максимальной величины энергии удара при наилучшем использовании мощности источника энергии, т. е. вибросистема должна работать в этом случае с наибольшим к.п.д.

Чтобы выполнить указанные требования, необходимо соблюсти следующие условия: колебательное движение бойка должно происходить без пауз (боек должен быть постоянно прижат к инструменту), а удар по инструменту наноситься с максимальной за период движения скоростью.

Для аналитического исследования исходим из принятой ранее концепции: удар происходит с полной отдачей кинетической энергии бойка ограничителю; продолжительность удара равна нулю; за время удара боек не продвигается; в продолжение работы начальные условия для свободного движения бойка повторяются.

Для анализа работы виброударной системы и отыскания оптимальных ее параметров возьмем решение первого уравнения системы (3.1) и полное общее его решение с правой частью, тождественной выражению (3.3)

$$x = C\cos(pt + \delta),$$

$$x = C\cos\left(\frac{1}{z}\omega t + \delta\right) + \frac{z^2qr}{1-z^2}\cos(\omega t + \gamma_0). \qquad (3.10)$$

В выражении (3.10) имеется три постоянных, зависящих от начальных условий: C, δ и γ_0. При начале свободного движения бойка после удара $t_0 = 0$, $x_0 \neq 0$. Величина начального смещения x_0 является четвертой постоянной, зависящей от режима работы, и должна быть выбрана согласно поставленным выше критериям оптимизации.

Выразим начальные постоянные через коэффициент расстройки z системы. Отсчет времени движения бойка между ударами начнем после совершения неупругого удара, когда боек полностью потерял скорость ($t_0 = 0$, $x(0) = x_0$); при этом уравнения для определения неизвестных постоянных составим из условий: $x(2\pi) = x_0$, что следует из мгновенности удара без продвижения бойка; $\dot{x}(0) = 0$, что определяется условием идеально неупругого удара; $\ddot{x}(2\pi) = 0$, что вытекает из требований удара бойка с максимальной скоростью и условия беспаузной работы.

Поставленные условия позволяют на основании выражения (3.10) составить систему четырех уравнений для определения x_0, δ, C и γ_0

$$\begin{aligned}
&x(0) = C\cos\delta\,\frac{z^2q^2}{1-z^2}\cos\gamma_0,\\
&\cos\delta - \cos\left(\frac{2\pi}{z} + \delta\right) = 0,\\
&C\frac{1}{z}\omega\sin\delta + \frac{z^2qr\omega}{1-z^2}\sin\gamma_0 = 0,\\
&C\frac{1}{z^2}\omega^2\cos\left(\frac{2\pi}{z} + \delta\right) + \frac{z^2qr\omega^2}{1-z^2}\cos\gamma_0 = 0.
\end{aligned} \qquad (3.11)$$

Приведенная система уравнений дает возможность определить все перечисленные постоянные и выразить их в функции коэффициента расстройки

$$\delta = \pi\left(2n' - \frac{1}{z}\right), \tag{3.12}$$

$$\operatorname{tg}\gamma_0 = -z\operatorname{tg}\frac{\pi}{z}, \tag{3.13}$$

$$C = -\frac{z^2 qr\cos\gamma_0}{(1-z^2)\cos\frac{\pi n'}{z}}, \tag{3.14}$$

$$x_0 = \frac{qr}{\frac{1}{z}\sqrt{\frac{1}{z^2}+\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{z}}} \tag{3.15}$$

или

$$x_0 = z^2 qr\cos\gamma_0,$$

где n' — любое целое число.

По формуле (3.15) для данного режима работы вибросистемы определяется координата x_0, при которой удар будет осуществляться с максимальной скоростью. Из формулы (3.13) можно определить угол поворота дебаланса γ_0 в момент удара. Формула (3.12) дает нам возможность определить начальную фазу свободных колебаний. Выполним анализ зависимостей γ_0 и x_0 от режима работы вибросистемы, т. е. от коэффициента расстройки.

Рассмотрим общий случай работы вибромашины в ударном режиме, когда $x_0 \neq 0$. Из формулы (3.13) следует, что при $1 > z > {}^2/_3$ угол γ_0 отрицателен и удар бойка может произойти при нахождении дебалансов во втором или четвертом квадранте; если удар будет происходить, когда дебалансы находятся во второй четверти, x_0 будет отрицательным, при нахождении дебалансов в четвертой четверти — положительным.

При положении дебалансов во второй четверти и отрицательном x_0 (зазоре) удара быть не может, так как после одного оборота дебалансов при положении их в момент удара во второй четверти боек будет иметь отрицательную скорость. При положении дебалансов в четвертой четверти и положительном x_0 удар может произойти, но при этом после удара дебалансы из четвертой четверти перейдут в первую и, следовательно, будут тормозить движение бойка назад, если оно началось под действием упругих связей или вследствие отскока, или прижимать его к ограничителю, вследствие чего неизбежна пауза, весьма значительно снижающая ударную скорость.

Наиболее эффективна работа виброударных систем в зарезонансном режиме. Система уравнений (3.11) действительна и для зарезонансного режима, если будут выдержаны условия вполне неупругого удара и время удара будет равно нулю. Поскольку все постоянные, входящие в уравнение, выражены через коэффициент расстройки, они будут также действительны для любого режима работы машины, т. е. формулы (3.12) — (3.15) будут действительны и для зарезонансного режима работы.

На рис. 60 построены кривые зависимости

$$x_0 = f_1(1/z), \quad x(2\pi) = f_2(1/z)$$

и

$$\Delta\dot{x}^2(2\pi) = f_3(1/z),$$

а также дополнительно построена амплитуда колебаний холостого хода при отсутствии сопротивлений

$$A_x = \left| \frac{z^2qr}{1 - z^2} \right| .$$

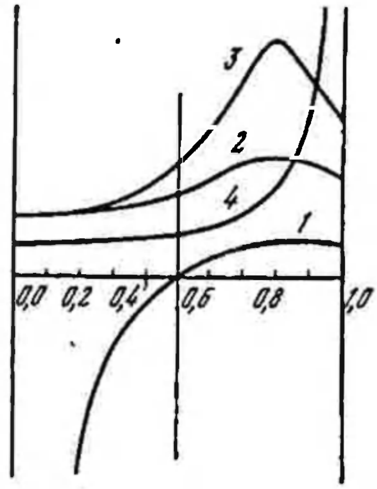


Рис. 60. Зависимость начального зазора $x_0 = f_1(1/z)$ (*1*), перемещения $x(2\pi) = f_2(1/z)$ (*2*), приращения скорости $\Delta\dot{x}^2(2\pi) = f_3(1/z)$ (*3*) и амплитуды холостого хода $A_x = f(1/z)$ (*4*)

Из графиков видно, что при полной отдаче энергии бойком при ударе и беспаузной зарезонансной работе с оптимальной координатой удара максимум энергии удара и максимум скорости удара достигаются при коэффициенте расстройки $z = 1{,}25$. Энергия удара в этом режиме будет примерно на 40%, а скорость удара примерно на 18% больше резонансной, если удар будет наноситься за каждый оборот дебаланса с полной отдачей скорости. Параметр x_0 при максимальной величине энергии удара, как видно из графика (см. рис. 60), имеет значение $1{,}16qr$. При этом амплитуда холостого хода $A_x = 2{,}79qr$, т. е. всего в 2,79 раза больше амплитуды далеко зарезонансного режима. По этой амплитуде и следует производить расчет упругих связей вибросистемы на прочность.

Таким образом, режим работы виброударной системы с коэффициентом расстройки $z = 1{,}25$, дающим максимальную скорость удара, можно считать наилучшим. Практически приемлемыми следует считать режимы работы виброударных систем с дебалансным приводом при значениях коэффициента расстройки $1{,}6 \div 1{,}2$ и координате инструмента $x_0 = (0{,}6 \div 1{,}2)\,qr$.

Наиболее узким интервалом изменения коэффициента расстройки следует считать $1{,}4 \div 1{,}2$, на который и рекомендуется проектировать виброударные системы с инерционными вибраторами.

Выполненный анализ в значительной мере идеализированных условий работы является лишь первым приближением, так как в действительности удар не будет идеально неупругим, продолжительность удара не будет равняться нулю и сопротивления движению бойка между ударами также будут оказывать известное влияние на скорость удара. Последние при режиме работы с ударом за каждый оборот будут весьма незначительными; однако при работе с ударом за два, три оборота и более эти сопротивления могут оказать значительное влияние на ударную скорость и, следовательно, на энергию удара.

Рассмотрим влияние сил сопротивления, изменения координаты удара и его неидеальности на работу виброударной системы. При наличии того или иного вида сопротивлений анализ ударного режима работы следует вести по уравнениям, отражающим соответствующий вид сопротивлений. При этом следует учитывать также свободные колебания, зависящие от начальных условий.

При сопротивлениях, пропорциональных первой степени скорости, которые соответствуют случаю трения деталей при наличии обильной смазки закон движения бойка виброударной машины после удара примет следующий вид (более подробно см. гл. 2):

$$x = Ce^{-nt}\cos\left(\sqrt{p^2 - n^2}\,t + \delta\right) + \frac{qr\omega^2}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}\cos(\omega t - \gamma + \gamma_0). \tag{3.16}$$

Рассмотрим влияние на приращение скорости зарезонансной вибромашины при беспаузной работе неполной потери при ударе скорости и изменения координаты удара — места установки инструмента x_0.

Воспользуемся выражением для координаты места бойка, подставив в него $p = \omega/z$

$$x = C_1\sin\frac{\omega}{z}t + C_2\cos\frac{\omega}{z}t + \frac{z^2qr}{1 - z^2}\cos(\omega t + \gamma_0), \tag{3.17}$$

начальными условиями будут $t(0) = 0$, $x(0) = x_0$ и $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$, координату удара примем равной $x_0 = zqr\cos\gamma_0$.

Подставив начальные условия в уравнение (3.15), получим

$$\dot{x}_0 = C_1\frac{1}{z}\omega - \frac{z^2qr\omega}{1 - z^2}\sin\gamma_0, \qquad x_0 = C_2 + \frac{z^2qr}{1 - z^2}\cos\gamma_0,$$

откуда

$$C_1 = \frac{z\dot{x}_0}{\omega} + \frac{z^3qr}{1 - z^2}\sin\gamma_0, \qquad C_2 = x_0 - \frac{z^2qr}{1 - z^2}\cos\gamma_0.$$

Подставив значения постоянных интегрирования C_1 и C_2 в уравнение (3.17), получим

$$x = \frac{z\dot{x}_0}{\omega}\sin\frac{z}{\omega}t + x_0\cos\frac{\omega}{z}t - \frac{z^2qr}{1 - z^2}\left[\cos\frac{\omega}{z}t\cdot\cos\gamma_0 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{z}\sin\gamma_0\sin\frac{\omega}{z}t - \cos(\omega t + \gamma_0)\right]. \tag{3.18}$$

Взяв первую производную от перемещения по выражению (3.18), имеем

$$\dot{x}(2\pi) = \dot{x}_0\cos\frac{2\pi}{z} - x_0\frac{\omega}{z}\sin\frac{2\pi}{z} -$$

$$- \frac{z^2qr\omega}{1 - z^2}\left(\sin\gamma_0 - \frac{1}{z}\sin\frac{2\pi}{z}\cos\gamma_0 - \sin\gamma_0\cos\frac{2\pi}{z}\right). \tag{3.19}$$

Как видно из последнего выражения, только первый член содержит множителем x_0, поэтому влияние начальной скорости на скорость удара исчерпывается только этим членом.

Первый член правой части выражения (3.19) при $1 < z < {}^4/_3$ будет иметь такой же знак, как и начальная скорость, т. е. если после удара боек будет иметь положительную скорость, то скорость следующего удара возрастет, если же скорость будет отрицательной (отскок), то скорость последующего удара уменьшится. Если $z = {}^4/_3$, то всякое влияние начальной скорости на скорость последующего удара отсутствует, так как при этом $\cos {}^3/_4\pi = 0$. Положительная начальная скорость способствует уменьшению скорости последующего удара, отрицательная — увеличению. Таким образом, при коэффициенте расстройки $z = {}^4/_3$ увеличение сопротивлений ограничителя, вызывающее появление отрицательной скорости (отскока), вызовет увеличение скорости соударения при последующих ударах, а уменьшение сопротивлений со стороны обрабатываемой среды — уменьшение скорости последующих ударов.

Последний режим работы наиболее соответствует практическим требованиям, так как увеличивает энергию удара, например при увеличении крепости разрушаемых пород, и уменьшает ее с уменьшением крепости. Следует, однако, отметить, что при идеальном ударе скорость удара достигает максимума при коэффициенте расстройки $z = {}^5/_4$, поэтому расчетная величина идеального удара при $z = {}^4/_3$ будет меньше, чем при $z = {}^5/_4$. При $z = {}^4/_3$ скорость удара не зависит от начальной скорости и остается постоянной, что даст наиболее стабильный режим работы для электродвигателя при условии, что координата удара выбрана в соответствии с формулой (3.15).

Рассмотрев влияние характера предыдущего удара на скорость последующего, можно сделать вывод, что при проектировании машин с ударом за каждый оборот коэффициент расстройки следует выбирать в пределах ${}^4/_3$—${}^5/_4$ как дающий наиболее устойчивую величину скорости удара. При этом если коэффициент расстройки $z = {}^4/_3$, величина скорости удара возрастает с увеличением сопротивлений.

Влияние изменения величины координаты удара x_0 на ударную скорость можно приближенно выяснить также из уравнения (3.15). Второй член уравнения при $z = 2$ будет давать увеличение скорости последующего удара с увеличением x_0 против величины, определяемой формулой (3.19). Однако к такому увеличению нужно относиться весьма осторожно, так как при этом нарушается четвертое условие системы (3.11) и поэтому должен измениться начальный угол γ_0. Данное положение будет верным только при незначительных изменениях x_0. При больших увеличениях x_0 против значений, определяемых формулой (3.15), скорость удара может стать равной нулю. В самом деле, если мы возьмем координату удара большей (или равной) амплитуды холостого хода ($x_0 \geqslant A_x$), боек не достигнет инструмента и не сможет нанести первого удара, а следовательно, ударный режим не начнется.

Уменьшение координаты удара по сравнению с $x_0 = z^2 qr \cos \gamma_0$ поведет к работе с паузами и, следовательно, к уменьшению скорости и энергии удара. Поэтому при конструировании виброударных систем следует полностью устранить возможность уменьшения координаты удара против величины, даваемой формулой (3.15). Некоторое увеличение координаты удара не окажет существенного влияния на величину энергии удара, она может лишь немного возрасти, поэтому нет необходимости строго ограничивать координату удара. В виброударном струге, например, чрезмерному увеличению координаты удара будут препятствовать обрабатываемый забой и подача машины в направлении препятствия. Величину подачи можно поставить в зависимость от усилия подачи.

Из выполненного анализа влияния начальных условий, являющихся функцией характера ударов, на работу однооборотной виброударной системы можно сделать следующие выводы.

Наиболее устойчивая работа системы в отношении постоянства энергии удара будет обеспечена при коэффициенте расстройки колебательной системы $z = {}^4/_3$. Работы с коэффициентом расстройки $z = 2$ при одноударных режимах следует избегать, так как имеется опасность получения больших рабочих амплитуд, в особенности при наличии отскока. Для обеспечения беспаузной работы виброударной системы необходимо строго ограничить уменьшение координаты удара (координаты установки инструмента x_0) по сравнению с расчетной величиной.

Влияние начальных условий при резонансном режиме работы виброударной системы выясняется весьма просто, так как в случае резонанса приращение скорости движения бойка за один оборот дебаланса величина постоянная, равная $\pi q r \omega$ (если работа происходит без пауз). Для соблюдения беспаузной работы необходимо, чтобы выполнялось условие $x_0 \geqslant qr$.

Выпишем для момента времени $t = 2\pi/\omega$ общее решение уравнений движения при резонансе в зависимости от начальных условий

$$\dot{x}(2\pi) = \pi q r \omega + \dot{x}_{нач}. \tag{3.20}$$

Отсюда видно, что скорость удара не зависит от координаты удара $x_{нач}$, она является функцией только начальной скорости $\dot{x}_{нач}$. При отрицательной начальной скорости (отскоке) скорость последующего удара уменьшается, при положительной начальной скорости — увеличивается. Таким образом, при резонансном режиме скорость удара будет уменьшаться с увеличением сопротивлений со стороны ограничителя и увеличиваться с их уменьшением. Следовательно, резонансный режим работы при уменьшении сопротивлений даст непрерывное возрастание скорости и амплитуды колеблющейся массы, что в конечном счете приведет к поломке упругих связей.

Проанализируем режим работы виброударной системы с одним ударом бойка за несколько оборотов дебалансов. В системе (3.11), составленной для однооборотного удара $i = 1$, первое и третье уравнения по форме останутся неизменными для любого целого i, так как они вытекают из принятой идеализации удара. Второе и четвертое уравнения изменятся, так как они выражают состояние системы к моменту удара.

Записав второе и четвертое уравнения для общего случая, получим систему уравнений

$$C\cos\delta + \frac{z^2qr}{1-z^2}\cos\gamma = C\cos\left(\frac{2\pi}{z}i+\delta\right) + \frac{z^2qr}{1-z^2}\cos(2\pi i+\gamma_0),$$
$$C\frac{\omega^2}{z^2}\cos\left(\frac{2\pi}{z}i+\delta\right) - \frac{z^2qr\omega^2}{1-z^2}\cos(2\pi i+\gamma_0) = 0. \tag{3.21}$$

Решив систему уравнений, получим

$$\delta = 2\pi i - \frac{\pi}{z}i, \tag{3.22}$$

$$\operatorname{tg}\gamma_0 = -\frac{1}{\delta}z\operatorname{tg}\frac{\pi}{z}i, \tag{3.23}$$

$$C = \frac{z^4qr}{(1-z^2)\cos\frac{\pi}{z}i} = \frac{z^3qr\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{z}i}}{(1-z^2)\sqrt{\frac{1}{z^2}+\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{z}i}}, \tag{3.24}$$

$$x_0 = \frac{zqr}{\sqrt{1+z^2\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{z}i}}. \tag{3.25}$$

Для координаты начала свободного движения бойка приводятся две формулы, одна из которых дает возможность установить координату непосредственно по настройке системы, а из второй определяется выражение в функции угла γ_0.

Приведенные выражения позволяют определить постоянные δ, γ_0, C и x_0 в функции режима работы и характера удара. Для вывода формулы приращения скорости или скорости перед ударом после i оборотов дебалансов подставим в уравнение для $\Delta\dot{x}$ вместо ωt $2\pi i$

$$\dot{x}(2\pi i) = -\frac{z^2qr\omega}{1-z^2}\sin\gamma_0. \tag{3.26}$$

Оптимальная ударная скорость не зависит от числа оборотов дебалансов между ударами, а зависит лишь от настройки системы и от фазового угла поворота дебалансов, при котором происходит удар. Замечено, однако, что, чем больше число оборотов между ударами, тем менее устойчива работа виброударной системы.

Для лучшего уяснения вопроса ниже выполнены расчетные исследования характера движения бойка ударной вибромашины в течение всего цикла от удара до удара.

При незначительном превышении координаты удара над амплитудой установившегося режима ударный режим мог бы начаться в процессе разгона и затем устойчиво продолжаться, если бы при движении бойка между ударами не было необратимых потерь, которые неизбежны при работе. Кроме того, на устойчивость работы ударной машины будет оказывать значительное влияние неидеальность удара, поэтому при проектировании рекомендуется избегать режимов, при которых наблюдается положительный зазор, больший амплитуды установившегося режима.

3. Исследование виброударных систем с реологическим представлением нагрузок и с учетом характеристики источника энергии

Виброударная дробилка под нагрузкой (система нагрузка — вибродробилка — двигатель)

В течение ряда лет ведутся работы по созданию передвижных дробильно-погрузочных агрегатов для подготовки горной массы, пригодной к последующему перемещению конвейерным транспортом. Однако существующие типы дробилок, требующие, как правило, мощных фундаментов, затрудняют решение указанной проблемы. Известные перспективы в создании передвижных дробильно-погрузочных агрегатов открываются с использованием уравновешенных щековых вибрационных и виброударных дробилок.

Вибрационные щековые дробилки предназначаются для дробления руд, угля и различного рода строительных материалов крепостью от 4 до 20 единиц по шкале проф. М. М. Протодьяконова. Степень дробления указанных материалов определяется конструктивным выполнением и параметрами щек дробилки и составляет 3—6. Вибродробилка может работать в стационарных условиях (на обогатительных фабриках) и в полустационарных, в паре с одноковшовым экскаватором или погрузчиком с последующей передачей дробленого материала на конвейерную ленту.

Вибрационная щековая дробилка как по принципу работы, так и по принципиально-конструктивному выполнению отличается от обычных тихоходных щековых дробилок. Благодаря высокочастотным колебаниям щек она осуществляет дробление обрабатываемого материала в ударном режиме. Статическое дробление (раздавливание), которое свойственно обычным щековым дробилкам, заменяется ударным. Ударный режим дробления формируется в вибрационной щековой дробилке вследствие того, что при существующем соотношении скоростей опускания дробимого материала в рабочей полости и частоты колебания щек между материалом и щеками периодически возникает зазор (потеря контакта). При выбирании этого зазора реализуются большие дробящие усилия и повышается эффективность процесса дробления. Высокочастотный характер работы улучшает также процесс дробления материалов, склонных к налипанию. Поскольку дробление материалов происходит за счет высокочастотных ударных импульсов, выход фракций, превышающих величину выходной щели, будет значительно меньше, чем у обычных щековых дробилок.

Таким образом, отличительной особенностью принципиально-конструктивного выполнения инерционной вибродробилки является использование в качестве привода противофазно работающих инерционных вибраторов, подвижные части которых не имеют жесткой кинематической связи со щеками дробилки, и опирание дробящих щек через резиновые упругие элементы в неподвижной точке колебательной системы. Отсутствие кинематической связи вращающихся частей вибратора со щекой предотвращает поломки дробилки в случае попадания недробимых кусков материала. Каждый из вибраторов генерирует возмущающую силу во взаимно противоположных направлениях, таким образом, усилия дробящих щек замыкаются на дробимом материале и уравновешиваются. Опирание колебательной системы в неподвижной точке устраняет передачу динамических нагрузок на несущие конструкции. Такое конструктивное выполнение дробилки дает возможность отказаться от массивных фундаментов и делать установки легкими и при необходимости мобильными.

Динамическая характеристика вибрационных дробилок допускает работу под завалом, что обусловливает возможность их непосредственной загрузки без применения специальных питателей, а также пуск под завалом. Вибрационные дробилки устойчиво работают на рядовом материале, поступающем из ковша погрузочной машины. При этом мелкие фракции, не требующие дробления, почти беспрепятственно проходят дробящую полость, образуя на конвейерной ленте своеобразную подстилающую «подушку» для раздробленных материалов. Таким образом, вибрационная дробилка выполняет одновременно функции дозатора и питателя-грохота.

Работа по дроблению материалов различной крепости эффективна в диапазоне частот 1200—1800 *уд/мин* при амплитуде перемещения щек 3—5 *мм*. Большие частоты предпочтительны при дроблении крепких руд. При этом установлено, что процесс дробления наиболее эффективен при зарезонансной настройке дробилки. В развитие рассмотренных принципиальных схем разработан еще ряд конструкций вибрационных дробилок: с виброизолированным инерционным вибратором (Виницкий, Гончаревич, 1960), с гидравлическим приводом и др.

Принципиальные схемы уравновешенных вибрационных щековых дробилок приведены на рис. 61, 62 (Вишицкий, Гончаревич, Хечанов, 1969). Инерционная вибродробилка состоит из несущей рамы *1*, которая может быть установлена на виброизолирующие упругие элементы *2*; в раме с помощью упругих элементов *3* крепятся две подвижные щеки *4* с вмонтированными в них инерционными вибраторами *5* (см. рис. 61). Вибраторам сообщается противофазное синхронное вращение, вследствие чего щеки перемещаются навстречу друг другу, дробя загружаемый между ними материал.

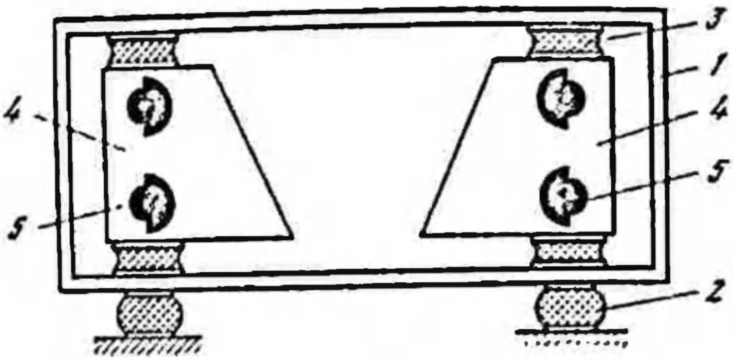


Рис. 61. Принципиальная схема уравновешенной инерционной вибрационной щековой дробилки

Гидравлическая вибродробилка представлена на рис. 62 (Гончаревич, Вишицкий и др., 1970). Вибродробилка состоит из опорной рамы *1*, на которой с помощью кронштейнов с упругими элементами *2* закреплены дробящие щеки *3*. Привод щек выполнен в виде гидравлических цилиндров с мембранными поршнями *4*. Каждый упругий элемент-поршень соединен с помощью патрубка *5* для подвода рабочей жидкости с рамой вибродробилки. Рабочая жидкость, подаваемая гидропульсатором, поступает в гидроцилиндры через патрубки. Под действием возникающего в гидроцилиндрах давления жидкости дробящие щеки движутся навстречу друг другу, при этом происходит деформация сдвига упругих элементов и дробление находящегося между ними материала. Во время движения дробящих щек рама остается неподвижной, так как ее одновременно уравновешивают взаимно противоположно приложенные осевые силы. Когда гидропульсатор отсасывает рабочую жидкость, давление в гидроцилиндрах падает и дробящие щеки совершают ход назад под действием восстанавливающих сил упругих элементов. При ходе щек в стороны раздробленный материал опускается и удаляется из дробилки.

В ряде конструкций вибрационных дробилок удар реализуется не только при встрече куска со щекой, но и при помощи специальных элементов конструкции.

В вибрационной дробилке с ударниками (Докукин, Гончаревич, 1971) достигается повышение дробящих усилий и автоматическая настройка по крепости дробимого материала. Дробилка состоит из несущей рамы 1, в которой с помощью упругих элементов 2 установлены инерционные вибраторы 3, соединенные посредством упругих элементов 4 с дробящими щеками (рис. 63, а). Несущая рама виброизолируется от опорных конструкций амортизаторами 5. Дробящие щеки и корпуса вибраторов имеют ударники 6, расположенные с зазором друг против друга. Вибраторам сообщается противофазное синхронное вращение. Работает дро-

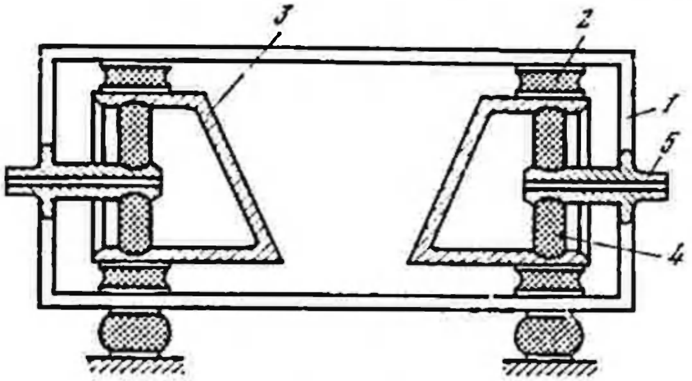


Рис. 62. Принципиальная схема уравновешенной гидравлической вибрационной щековой дробилки

билка следующим образом. Корпуса вибраторов совершают горизонтальные колебания во встречных направлениях. Могут иметь место два режима работы вибродробилки: чисто вибрационный и виброударный. Вибрационный режим работы устанавливается в тех случаях, когда ударники вибратора не входят в контакт с ударниками щеки (этот режим соответствует дроблению мягкого материала). Виброударный режим наблюдается при соударении ударников вибратора с ударниками щеки (этот режим соответствует дроблению крепкого материала). В виброударном режиме работы за счет подбора параметров соударения вибратора со щекой можно во много раз увеличить дробящее усилие по сравнению с усилием, создаваемым вибратором.

Обычная вибрационная дробилка может быть превращена в виброударную путем установки специальной дробящей щеки, как указано на рис. 63, б (Гончаревич, 1971). Дробящая щека состоит из металлической плиты 7, к которой с помощью эластичного материала 8 привулканизированы шарики или цилиндрики 9 с закругленными концами таким образом, что между ними и плитой имеется зазор. При наличии зазора между опорной плитой и силовыми элементами они располагаются в слое полимера в соответствии со степенью нажатия и конфигурацией дробимого куска. Когда силовой элемент встречает значительное сопротивление при перемещении, зазор уменьшается и в некоторый момент опорная плита ударяет по силовому элементу, от которого ударный импульс передается далее дробимому куску.

Анализ результатов высокоскоростной съемки процесса дробления материала в вибрационной дробилке позволяет следующим образом сформулировать основные его особенности.

Находящийся в пасти вибрационной дробилки кусок дробимого материала практически никогда не разрушается за один ход щек дробилки. Обычно процесс дробления развивается следующим образом. Угловатый кусок дробимого материала, попав в пасть дробилки, постепенно обкалывается, разрушаются острые выступы на его поверхности, несколько уменьшается его размер и с каждым ходом щек он опускается, перемещаясь ближе к разгрузочному отверстию. Затем обработанный таким образом кусок раскалывается пополам или на несколько более мелких кусков. При этом трещина проходит обычно от щеки к щеке из мест контакта куска с дробящими плитами. Раздробленные части куска, если они больше размеров разгрузочной щели, додрабливаются описанным способом, пока не достигнут необходимых размеров.

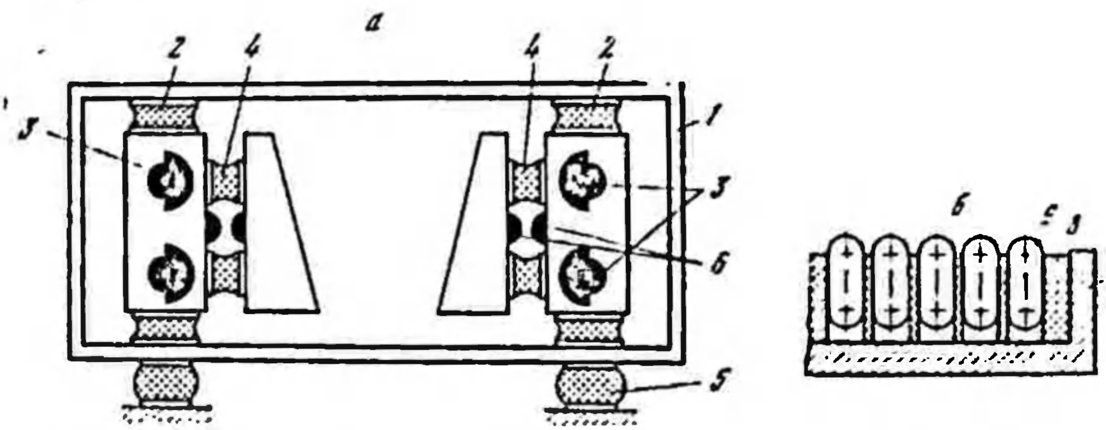
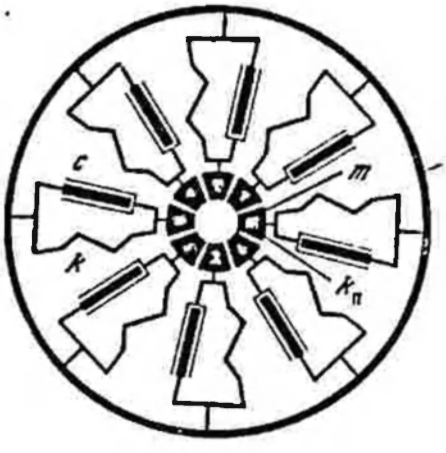


Рис. 63. Принципиальные схемы виброударных щековых дробилок
а — с жесткими щеками; б — с эластичными щеками

Описанный процесс дробления в вибрационной щековой дробилке можно интерпретировать примерно следующим образом. В остроугольном куске при малом ходе дробящих щек не возникает напряжений, достаточных для его полного разрушения. При небольших деформациях возникающие в контактирующих частях куска напряжения в состоянии разрушить лишь выступающие части. Однако по мере скалывания выступающих частей и приобретения куском окатанной формы возрастает поверхность контактных зон, напряжения увеличиваются и охватывают все больший объем дробимого куска. Когда эти напряжения достигнут значения разрушающих, кусок будет раздроблен. Следует иметь в виду, что многократные высокочастотные деформации куска способствуют раскрытию внутренних трещин и накоплению остаточных деформаций, которые в результате способствуют снижению разрушения. Высокочастотный характер движения дробящих



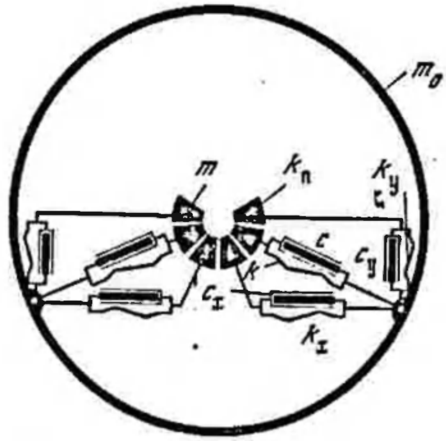


Рис. 64. Принципиальная схема феноменологической упруговязкопластической двухмассной модели куска дробимого материала

Рис. 65. Расчетная схема упруговязкопластической модели куска дробимого материала

щек обусловливает также ударный характер процесса дробления. Удар возникает вследствие того, что кусок, не успевая опускаться при раздвижке щек в стороны, теряет контакт с их поверхностью, возникает зазор, при выбирании которого реализуется удар.

В отношении режима работы вибрационной дробилки высокоскоростная съемка позволила установить, что вибрационная дробилка, настроенная на зарезонансный режим, при подаче в пее дробимого материала очень быстро (за один-два оборота) переходит в дорезонансный режим. Указанную закономерность можно объяснить тем, что дробимый материал, находящийся в пасти вибрационной дробилки, выполняет функции дополнительной упругодемпфирующей системы, установленной с зазором. Причем упругие и демпфирующие параметры этой системы, в зависимости от загрузки, могут быть соизмеримы или будут превышать соответствующие показатели упругой системы дробилки.

Феноменологическая модель куска дробимого материала (рис. 64) была разработана с учетом приведенных закономерностей процесса дробления в вибрационной дробилке. Модель представляет собой двухмассную упруговязкопластическую систему. Общая масса куска сосредоточивается в двух элементах модели — центральном ядре массы m и контуре модели массы m_0. Упругие деформации модели воспроизводятся радиально распределенными упругими элементами с коэффициентами жесткости k. Рассеяние энергии (гистерезисные потери) в области упругих деформаций модели реализуются демпферами с коэффициентами вязких сопротивлений c, включенными параллельно упругим элементам.

Пластические деформации с упрочнением моделируются клиновыми элементами, характеризующимися коэффициентом пластической деформации $k_п$. Процесс трения модели о дробящие щеки оценивается коэффициентами статического и динамического трения $\mu_{ст}$ и μ.

Для удобства исследования процесса взаимодействия дробимого материала со щекой вибрационной дробилки модель может быть представлена в несколько иной модификации (рис. 65). Так как процесс дробления рассматривается в системе осей x, y, радиальные упруговязкие элементы k, c в модифицированной

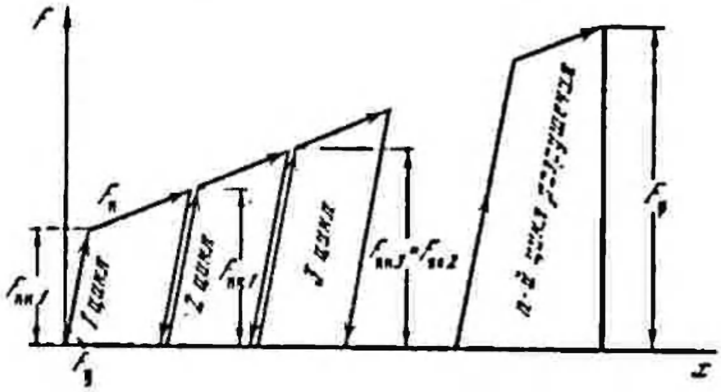


Рис. 66. Диаграмма напряжение — деформация для модели куска дробимого материала

модели заменены комбинацией упруговязких элементов k_x, c_x и k_y, c_y, расположенных в направлении соответствующих осей.

Диаграмма деформация — напряжение упруговязкопластической феноменологической модели дробимого куска в режиме циклического нагружения в направлении оси x приведена на рис. 66. При нагружении в первом цикле начинаются упруговязкие деформации, описываемые реологическим уравнением

$$F_{ув_x} = k_x x_{ув} + c_x \dot{x}_{ув}. \qquad (3.27)$$

Упругие деформации будут продолжаться до того момента, пока напряжения не достигнут предела текучести $\sigma_{т1}$ и усилия деформации куска не станут равными $F_{пп1} = \sigma_{т1} f_{п1}$ (где $f_{п1}$ — площадь сечения куска, охваченная деформациями), с этого момента начнутся пластические деформации с упрочнением в соответствии с реологическим уравнением

$$F_{п_x} = F_{ув_x} + k_{п_x}(x - x_{ув}). \qquad (3.28)$$

Пластические напряжения будут развиваться до того момента, пока будет происходить деформация модели, конечно, в том случае, если не будут превзойдены напряжения разрушения. Если деформацию за один цикл обозначить $x_{\text{ц}}$, то достигнутый предел пластических деформаций в конце первого цикла нагружения определится из соотношения

$$F_{\text{пк}1_x} = F_{\text{уч}1_x} + k_{\text{п}}(x_{\text{ц}} - x_{\text{ув}}). \tag{3.29}$$

Как только начнется разгрузка феноменологической модели, будут сниматься упругие деформации и реологическое уравнение примет вид

$$F_{\text{уп}_x} = k_x(x_{\text{п}1} + x_{\text{ув}} - x_{\text{ц}}) + c_x\dot{x}_{\text{ув}}, \tag{3.30}$$

т.е. будет происходить упруговязкая разгрузка модели. В результате первого цикла нагружения образец получит остаточную деформацию $x_{\text{п}1}$. Для того чтобы начался следующий цикл нагружения, нагружающий инструмент должен не только совершать пульсации с ходом (двойной амплитудой) $x_{\text{ц}}$, но и выбрать зазор между нагружающим инструментом и образцом, образовавшийся вследствие его необратимых пластических деформаций $x_{\text{п}1}$. Таким образом, движение нагружающего инструмента должно складываться из постоянной составляющей, на которую наложены пульсации. В вибрационной дробилке образовавшийся зазор выбирается вследствие опускания куска между дробящими щеками.

Следовательно, в обоих случаях последующий цикл начинается после выбирания зазора, образовавшегося в результате остаточной пластической деформации модели. Реологическое уравнение упруговязких деформаций модели во втором цикле будет иметь вид

$$F_{\text{ув}2_x} = k_x(x_{\text{ув}} - x_{\text{п}1}) + c_x\dot{x}_{\text{ув}}. \tag{3.31}$$

Упруговязкие деформации будут развиваться до того момента, пока напряжения не достигнут предела текучести модели во втором цикле и усилия деформации куска не станут равными $F_{\text{пн}2} = \sigma_{\text{т}2} f_{\text{н}2}$ (где $\sigma_{\text{т}2}$ — предел текучести во втором цикле; $f_{\text{н}2}$ — площадь сечения куска, охваченная деформациями во втором цикле). Так как процесс деформации сопровождается упрочнением образца, которое можно также трактовать как процесс увеличения нагруженного сечения образца вследствие разрушения имеющихся на его поверхности неровностей, будем исходить из следующего предположения — предел текучести модели в данном цикле равен максимальным напряжениям, достигнутым в предшествующем цикле, поэтому можно записать следующее соотношение для начальных усилий пластических деформаций $F_{\text{пн}i} = F_{\text{пк}(i-1)}$. Такой подход позволяет в качестве констант модели принять лишь начальный предел текучести, напряжения разрушения и соответствующие им усилия деформации. Пределы текучести (усилия деформации) в промежуточных циклах устанавливаются автоматически и, что особенно важно, отражают осо-

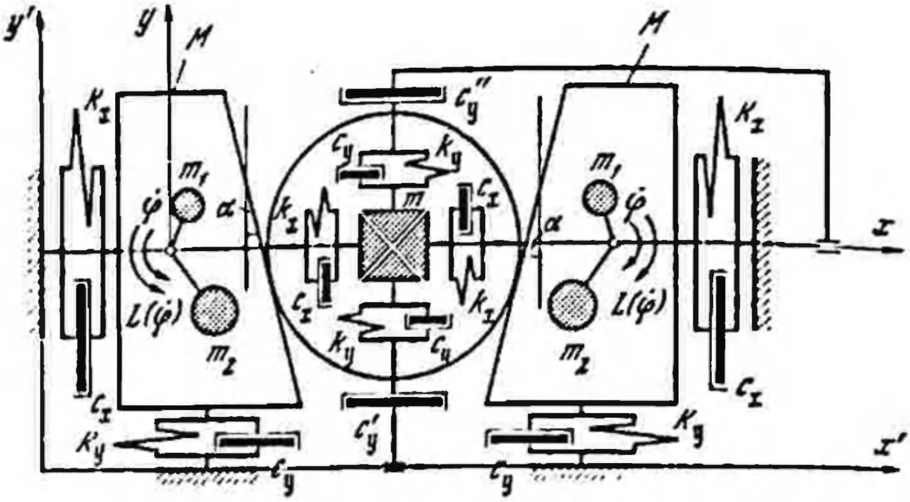


Рис. 67. Расчетная схема щековой вибрационной дробилки под нагрузкой

бенности взаимодействия модели и щеки дробилки или другого рабочего органа.

Последующие циклы формируются аналогично. Есть особенности только у последнего, n-го цикла разрушения, в котором процесс заканчивается в тот момент, когда достигаются разрушающие напряжения и соответствующие им усилия (см. рис. 66). Модель разрушается, напряжения снимаются (остаточные деформации и напряжения во вновь образовавшихся элементах модели в данном случае не рассматриваются).

Рассмотрим общий случай взаимодействия упруговязкопластической модели дробимого материала со щекой вибрационной дробилки, совершающей эллиптические колебания (рис. 67). Введем подвижную систему прямоугольных координат xOy, жестко связанную с дробящей щекой вибрационной дробилки. Наряду с подвижной системой координат используем две неподвижные системы координатных осей $\eta O\xi$, ось η которой совпадает с направлением большой оси эллипса, и $x'O'y'$), параллельных подвижным осям.

Не конкретизируя характер движения, примем, что дробящая щека совершает колебания по закону $\eta = f(\omega t)$. Проекции x' и y' перемещения дробящей щеки на оси неподвижной системы координат будут

$$x' = \eta \cos \beta,$$
$$y' = \eta \sin \beta, \qquad (3.32)$$

где β — угол вибрации дробящей щеки.

На кусок материала постоянно действует сила тяжести $(m + m_0)\,g$. В дальнейшем будем рассматривать взаимодействие куска только с одной щекой, полагая, что со второй щекой он взаимодействует одновременно и аналогичным образом. При такой постановке можно считать, что в направлении оси x центр тяжести куска перемещений не совершает. В этом случае масса $(m+m_0)$ — масса куска, участвующая во взаимодействии с одной щекой. Таким образом, если кусок лежит на неподвижной дробящей щеке, в точке касания его со щекой в направлении, перпендикулярном к ее поверхности, на него действует реакция R, направленная к центру куска. Пользуясь схемой (рис. 68), нетрудно записать ее проекции на оси

$$N_x = -(m+m_0)\,\mathrm{ctg}\,\alpha, \tag{3.33}$$

$$N_y = (m+m_0)\,g, \tag{3.34}$$

где α — угол наклона дробящей поверхности щеки к вертикали. От веса куска на щеку будут действовать усилия

$$F_x = -N_x = (m+m_0)\,\mathrm{ctg}\,\alpha, \tag{3.35}$$

$$F_y = -N_y = -(m+m_0)\,g. \tag{3.36}$$

Реакции N'_x и N'_y ($N'_x = m\,\mathrm{ctg}\,\alpha$, $N'_y = mg$) — реакции, обусловленные массой, сосредоточенной в центре модели, вызовут начальные статические деформации

$$x_{\text{ст}} = -\frac{mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha}{k_x}, \tag{3.37}$$

$$y_{\text{ст}} = \frac{mg}{k_y}. \tag{3.38}$$

На кусок материала в процессе дробления наряду с силами тяжести действуют восстанавливающие силы упругих связей $k_x x$ и $k_y y$, силы вязких сопротивлений, моделирующих гистерезисные потери в дробимом материале $c_x\dot{x}$ и $c_y\dot{y}$, силы сопротивления пластическим деформациям материала $k_{\text{п}\,x}(x - x_{\text{уп}})$ и $k_{\text{п}\,y}(y - y_{\text{уп}})$, а также силы сухого трения о поверхность щеки.

Поскольку движение куска в пасти дробилки происходит в стесненных условиях (в среде дробимого материала), возникают дополнительные сопротивления его перемещению — сопротивле-

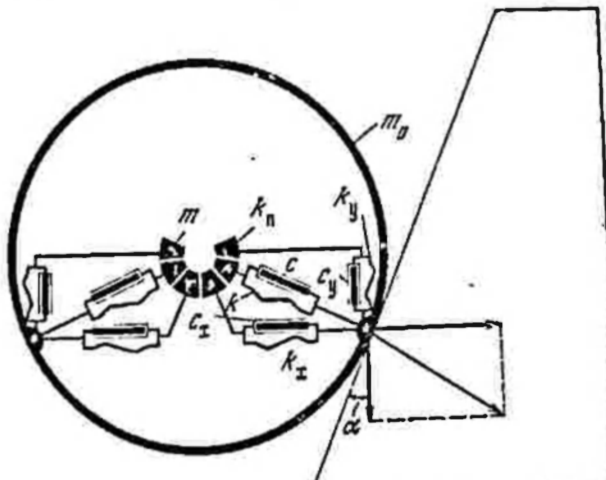


Рис. 68. Расчетная схема взаимодействия упруговязкопластической модели дробимого материала со щекой вибрационной дробилки

ния среды. Примем, что эти сопротивления пропорциональны относительным и абсолютным скоростям перемещения куска в пасти дробилки.

Таким образом, процесс деформации (разрушения) и перемещения модели груза в вибрационной щековой дробилке в проекциях на оси x, y (в относительных координатах) будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

на стадии упруговязких деформаций

$$m\ddot{x}_{ув} + c_x(\dot{x}_{ув} - \dot{x}_0) + k_x(x_{ув} - x_0) = -m\ddot{x}', \qquad (3.39)$$

$$m\ddot{y}_{ув} + c_y(\dot{y}_{ув} - \dot{y}_0) + k_y(y_{ув} - y_0) = -m\ddot{y}' - mg; \qquad (3.40)$$

на стадии пластических деформаций

$$m\ddot{x}_п + k_{пx}(x - x_0 - x_{ув}) = -m\ddot{x}', \qquad (3.41)$$

$$m\ddot{y}_п + k_{пy}(y - y_0 - y_{ув}) = -m\ddot{y}'; \qquad (3.42)$$

на стадии проскальзывания и упруговязких деформаций

$$m_0\ddot{x}_0 + c_x(\dot{x}_0 - \dot{x}_{ув}) + k_x(x_0 - x_{ув}) + c'_x(\dot{x}_0 + \dot{x}') + c''_x\dot{x}_0 =$$
$$= -m_0\ddot{x}' - \mathrm{sign}(\dot{x}_0)\,\mu_x(N_y\sin\alpha + N_x\cos\alpha), \qquad (3.43)$$

$$m_0\ddot{y}_0 + c_y(\dot{y}_0 - \dot{y}_{ув}) + k_y(y_0 - y_{ув}) + c'_y(\dot{y}_0 + \dot{y}') + c''_y\dot{y}_0 =$$
$$= -m_0\ddot{y}' - mg - \mathrm{sign}(\dot{y}_0)\,\mu_y(N_y\sin\alpha + N_x\cos\alpha); \qquad (3.44)$$

на стадии проскальзывания и пластических деформаций

$$m_0\ddot{x}_0 + k_{пx}(x - x_0 - x_{ув}) + c'_x(\dot{x}_0 + \dot{x}') + c''_x\dot{x}_0 = -m_0\ddot{x}' -$$
$$- \mathrm{sign}(\dot{x}_0)\,\mu_x(N_y\sin\alpha + N_x\cos\alpha), \qquad (3.45)$$

$$m_0\ddot{y}_0 + k_{пy}(y - y_0 - y_{ув}) + c'_y(\dot{y}_0 + \dot{y}') + c''_y\dot{y}_0 = -m_0\ddot{y}' - mg -$$
$$- \mathrm{sign}(\dot{y}_0)\,\mu_y(N_y\sin\alpha + N_x\cos\alpha). \qquad (3.46)$$

Вследствие того что в уравнения (3.43), (3.44) и (3.45), (3.46) входит сила сухого трения, они являются нелинейными. В зависимости от знака относительной скорости движения куска сила трения меняет свое направление, что соответствующим образом учтено в уравнениях

$$\mathrm{sign}(\dot{x}_0) = \begin{cases} +1 & \text{при} \quad \dot{x}_0 > 0, \\ -1 & \text{при} \quad \dot{x}_0 < 0, \end{cases}$$

$$\mathrm{sign}(\dot{y}_0) = \begin{cases} +1 & \text{при} \quad \dot{y}_0 > 0, \\ -1 & \text{при} \quad \dot{y}_0 < 0. \end{cases}$$

Сила сухого трения меняется также в зависимости от величины нормальной реакции куска на дробящую щеку. Поэтому в уравнениях (3.43) — (3.46) N_x, N_y должны подставляться в зависимости от характера деформаций (упругих или пластических).

Кусок дробимого материала будет находиться в контакте со щекой дробилки до тех пор, пока нормальная реакция не превратится в нуль

$$N_{(\text{у,п})_x} = N_{(\text{у,п})_y} = 0. \qquad (3.47)$$

При выполнении условия (3.47) кусок дробимого материала теряет контакт со щекой и начинает падение в условиях стесненного движения в пасти дробилки.

Дифференциальные уравнения стесненного движения куска в пасти дробилки имеют вид

$$(m+m_0)\ddot{x}_0 + c'_x(\dot{x}_0 + \dot{x}') + c''_x \dot{x}_0 = -(m+m_0)\ddot{x}'; \qquad (3.48)$$

$$(m+m_0)\ddot{y}_0 + c'_y(\dot{y}_0 + \dot{y}') + c''_y \dot{y}_0 = -(m+m_0)\ddot{y}' - mg. \qquad (3.49)$$

Падение куска в пасти вибрационной дробилки прекращается в момент совпадения координат куска и щеки, что имеет место при выполнении условия

$$x' = x_{(\text{у,п})} - y\,\mathrm{tg}\,\alpha. \qquad (3.50)$$

Второй член в правой части приведенного выражения учитывает опускание куска в пасти дробилки. В процессе дробления на щеку дробилки действуют усилия от разрушаемого материала:

на стадии упругих деформаций

$$F_{(\text{у})_x} = -k_x(x - x_0) - c_x(\dot{x} - \dot{x}_0) - m_0\ddot{x}', \qquad (3.51)$$

$$F_{(\text{у})_y} = -k_y(y - y_0) - c_y(\dot{y} - \dot{y}_0) - m_0\ddot{y}'; \qquad (3.52)$$

на стадии пластических деформаций

$$F_{(\text{п})_x} = -k_{\text{п}_x}[(x - x_0) - x_{(\text{у})}] - m_0\ddot{x}', \qquad (3.53)$$

$$F_{(\text{п})_x} = -k_{\text{п}_y}[(y - y_0) - y_{(\text{у})}] - m_0\ddot{y}'; \qquad (3.54)$$

на участке скольжения

$$F_{(\pm)_x} = \mathrm{sign}(\dot{x}_0)\,\mu\,(N_y \sin\alpha + N_x \cos\alpha), \qquad (3.55)$$

$$F_{(\pm)_y} = \mathrm{sign}(\dot{y}_0)\,\mu\,(N_y \sin\alpha + N_x \cos\alpha). \qquad (3.56)$$

При упругих деформациях модели дробимого куска на него (на центральную сосредоточенную массу m) действуют следующие силы:

$$N_{(\text{у})_x} = k_x(x - x_0) + c_x(\dot{x} - \dot{x}_0), \qquad (3.57)$$

$$N_{(\text{у})_y} = k_y(y - y_0) + c_y(y - y_0). \qquad (3.58)$$

При пластических деформациях модели дробимого куска на него (на центральную сосредоточенную массу m) действуют силы

$$N_{(\text{п})_x} = k_{(\text{п})_x}[(x - x_0) - x_{(\text{у})}], \qquad (3.59)$$

$$N_{(\text{п})_y} = k_{(\text{п})_y}[(y - y_0) - y_{(\text{у})}]. \qquad (3.60)$$

Силы $N_x \sin\alpha$ и $N_y \cos\alpha$ действуют в плоскости щеки, деформируют кусок и стремятся передвинуть его по поверхности щеки. Силы $N_x \cos\alpha$ и $N_y \sin\alpha$ действуют в перпендикулярном направлении, также деформируют дробимый кусок, сплющивают его. Кусок может находиться в контакте с дробящей щекой без проскальзывания лишь при условии, что суммарная сдвигающая сила $N_x \sin\alpha + N_y \cos\alpha$ не превосходит по абсолютной величине предельного значения силы статического трения $\mu_{ст} (N_x \cos\alpha + N_y \sin\alpha)$. Если сдвигающая сила превзойдет силу статического трения, кусок начнет скользить по дробящей щеке.

Деформации куска в направлении осей x, y будут оставаться упругими до того момента, пока деформирующие силы N_x, N_y не превзойдут предела текучести (усилия сдвига клина $F_{пx}$, $F_{пy}$). Если деформирующие силы превзойдут предел текучести, начнутся пластические деформации дробимого куска в направлении соответствующих осей.

Таким образом, принимая во внимание (2.12) и (3.51) — (3.56), дифференциальные уравнения движения вибрационной дробилки под нагрузкой можно записать в следующем виде (см. рис. 67):

$$
\begin{gathered}
M\ddot{x} + C_x\dot{x} + K_x x = (m'r' + m''r'')\dot{\varphi}^2 \sin\varphi + F_x, \\
M\ddot{y} + C_y\dot{y} + K_y y = (m'r' - m''r'')\dot{\varphi}^2 \cos\varphi + F_y, \qquad (3.61) \\
(I + m'r'^2 + m''r''^2)\ddot{\varphi} + q_0\dot{\varphi} = M_{дв} - (m'r' + m''r'')\ddot{x}\sin\varphi + \\
+ (m'r' - m''r'')\ddot{y}\cos\varphi - (m'r' + m''r'')g\cos\varphi - \mu R'm'(r'\dot{\varphi}^2 - \\
- \ddot{x}\cos\varphi - \ddot{y}\sin\varphi) - \mu R''m''(r''\dot{\varphi}^2 - \ddot{x}\cos\varphi - \ddot{y}\sin\varphi),
\end{gathered}
$$

где M — масса колеблющихся частей вибрационной дробилки (в нашем случае масса щеки); K_x, K_y — жесткости упругой системы вибродробилки в направлении осей x и y; C_x, C_y — коэффициенты вязкого трения упругой системы вибродробилки в направлении осей x и y; m', m'' — неуравновешенные массы вращающихся деталей первого и второго дебалансов вибратора; r', r'' — эксцентриситеты первого и второго дебалансов вибратора; R', R'' — радиусы беговых дорожек подшипников первого и второго дебалансов вибратора; I — приведенный момент инерции ротора двигателя и вращающихся частей вибратора; q_0 — коэффициент сопротивления вращению вала двигателя; F_x, F_y — нагрузки на щеку дробилки от дробимого материала; $M_{дв}$ — момент, развиваемый двигателем.

При составлении третьего уравнения системы (3.61) предполагалось, что связь между ротором двигателя и вибратором абсолютно жесткая, в этом случае можно считать, что их угловые скорости одинаковы.

Момент, развиваемый двигателем, может быть задан его статической характеристикой (Вуколов, 1968; Спиваковский, Гончаревич, 1972). Для более полного учета электромагнитных свойств электродвигателя и представления его как динамической системы к системе дифференциальных уравнений (3.61) необходимо добавить дифференциальные уравнения двигателя соответствующего типа.

Согласно работам Пинчука (1957), Вейца (1969), Вейца и Доброславского (1961), Андреева и Сабинина (1956) дифференциальные уравнения приводов различного вида будут выглядеть следующим образом:

асинхронного электродвигателя

$$\frac{1}{2\omega_c M_к}\dot{M}_{дв} + \frac{s_к}{2M_к}M_{дв} = \frac{\omega_0 - \dot{\varphi}'_{дв}}{\omega_0}, \qquad (3.62)$$

где ω_0 и ω_c — угловая скорость холостого хода электродвигателя и угловая частота сети, $\omega_0 = \omega_c/2e$ (здесь e — число пар полюсов электродвигателя); φ' — текущая угловая скорость электродвигателя (в третьем уравнении системы (3.61) предполагается $\varphi_{дв} = \varphi_{вибр} = \varphi$); $s_к$ — критическое скольжение ротора электродвигателя; $M_к$ — критический момент электродвигателя в статическом режиме;

электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением

$$\frac{r_я}{M_н\Phi}\left(\frac{L_я}{R_я}\dot{M}_{дв} + M_{дв}\right) = \frac{\omega_0 - \dot{\varphi}'_{дв}}{\omega_0}, \qquad (3.63)$$

где $M_н$ — номинальный момент электродвигателя; $r_я$ — активное сопротивление якорной цепи в относительных величинах; Φ — магнитный поток обмоток возбуждения электродвигателя в относительных величинах; $R_я$, $L_я$ — полное активное и полное индуктивное сопротивления якорной цепи генератора и электродвигателя;

электродвигателя постоянного тока с последовательным возбуждением

$$M_{дв} = k_к\Phi i,$$
$$U = k_э\Phi'\varphi' + (L_я + L_в)\frac{di}{dt} + (R'_я + R_р)i, \qquad (3.64)$$

где $k_к$, $k_э$ — коэффициенты, учитывающие конструктивные и электрические параметры электродвигателя; Φ' — магнитный поток; i — ток в якорной цепи; $L_я$, $L_в$ — индуктивность обмотки якоря и обмотки возбуждения; $R'_я$, $R_р$ — активное сопротивление якорной цепи и пускового реостата.

Если в систему привода включена упругая муфта (или просто упругий элемент), гидрообъемная передача или гидромуфта, то для полного описания вибрационной дробилки к системе уравнений (3.61) необходимо добавить не только дифференциальное уравнение двигателя соответствующего типа, но и систему дифференциальных уравнений, описывающих движение соответствующего типа муфты или гидропередачи (Гамынин, 1953).

Так, при наличии между двигателем и вибратором упругой муфты вместо третьего уравнения системы (3.61) необходимо рассматривать систему следующих двух дифференциальных уравнений:

$$I_{дв}\ddot{\varphi}_{дв} + q_0\dot{\varphi}_{дв} = M_{дв} - c_м(\dot{\varphi}_{дв} - \dot{\varphi}) - k_м(\varphi_{дв} - \varphi),$$
$$(m'r'^2 + m''r''^2)\ddot{\varphi} + c_м\dot{\varphi} + k_м\varphi = c_м\dot{\varphi}_{дв} + k_м\varphi_{дв} - (m'r' + m''r'')\ddot{x}'\sin\varphi +$$
$$+ (m'r' - m''r'')\ddot{y}'\cos\varphi - (m'r' + m''r'')g\cos\varphi - \mu[(R'm'r' +$$
$$+ R''m''r'')\dot{\varphi}^2 + (m' + m'')(-\ddot{x}'\cos\varphi - \ddot{y}'\sin\varphi)], \qquad (3.65)$$

где $k_м$ — крутильная жесткость упругих элементов муфты; $c_м$ — коэффициент вязких сопротивлений упругих элементов муфты; $I_{дв}$ — приведенный момент инерции ротора двигателя.

При установке между двигателем и вибратором гидрообъемной передачи к уравнениям системы (3.65) нужно добавить следующие дифференциальные уравнения (в этом случае переменным φ и $\dot{\varphi}$ первого уравнения системы (3.65) следует присвоить индексы «гн», т. е. $\varphi = \varphi_{гн}$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_{гн}$):

$$I_{гн}\ddot{\varphi}_{гн} = M_{гд} - c_м(\dot{\varphi}_{дв} - \dot{\varphi}_{гн}) - k_м(\varphi_{дв} - \varphi_{гн}),$$
$$-C\ddot{\varphi}_{гд} - B\dot{\varphi}_{гд} + A\dot{\varphi}_{гн} = F\dot{M}_{гд} + DM_{гд}, \qquad (3.66)$$
$$I_{гд}\ddot{\varphi}_{гд} = M_{гд} - c'_м(\dot{\varphi}_{гд} - \dot{\varphi}) - k'_м(\varphi_{гд} - \varphi),$$

где $I_{гн}, I_{гд}$ — приведенные моменты инерции вращающихся частей гидронасоса и гидродвигателя; $\dot{\varphi}_{гн}, \dot{\varphi}_{гд}$ — угловые скорости гидронасоса и гидродвигателя; $k_м, k'_м$ — крутильные жесткости упругих элементов муфт, соединяющих двигатель с гидронасосом и гидродвигатель с вибратором; $M_{гд}$ — момент, развиваемый гидродвигателем,

$$A = \frac{1}{2\pi}q_н\left[1 - \frac{r_н}{G_{тр}} - \frac{r_д q_н \omega_{ср.н}}{2\pi G_к^2}\right], \qquad B = \frac{q_{гд}}{2\pi},$$
$$C = \frac{q_{гд}Va\rho_0}{2\pi E s_0}, \qquad D = \frac{r}{k_{мом}}, \qquad F = \frac{V}{Ek_{мом}},$$

$q_н$ — удельный расход рабочей жидкости за один оборот насоса; $r_н, r_д$ — коэффициенты утечки насоса и двигателя, $r_н + r_д = r$; $\omega_{ср.н}$ — средняя угловая скорость насоса; $G_{тр}$ — гидравлическая проводимость трубопровода; $G_к$ — гидравлическая проводимость каналов гидродвигателя; $q_{гд}$ — удельный расход жидкости за один оборот гидродвигателя; V — объем жидкости в трубопроводе высокого давления; a — скорость распространения гидравлического импульса в магистрали слива; ρ_0 — плотность рабочей жидкости; E — приведенный модуль упругости рабочей жидкости и трубопровода; s_0 — площадь поперечного сечения трубопровода; $k_{мом}$ — коэффициент момента гидродвигателя.

При установке между двигателем и вибратором гидромуфты к уравнениям системы (3.65) следует добавить следующие дифференциальные уравнения

$$
\begin{gathered}
I'_{гм}\ddot{\varphi}'_{гм} = M_{гм} + c_м(\dot{\varphi}_{дв} - \dot{\varphi}'_{гм}) - k_м(\varphi_{дв} - \varphi'_{гм}),\\
\frac{L}{k_{гм}Fg}\dot{M}_{гм} + \frac{k_н}{k_{гм}} M_{гм} = \frac{k_{гм}}{\gamma}(\dot{\varphi}'_{гм} - \dot{\varphi}''_{гм}),\\
I''_{гм}\ddot{\varphi}''_{гм} = M_{гм} - c'_м(\dot{\varphi}''_{гм} - \dot{\varphi}) - k'_м(\varphi''_{гм} - \varphi),
\end{gathered}
\qquad (3.67)
$$

где $I'_{гм}$, $I''_{гм}$ — приведенные моменты инерции вращающихся частей гидромуфты, соединенных с двигателем и вибратором; $k_{гм}$ — коэффициент момента гидромуфты; $k_н$ — коэффициент напора; $M_{гм}$ — момент, передаваемый гидромуфтой; γ — удельный вес жидкости; $k_м$, $k'_м$ — жесткость участков трансмиссии, связывающих электродвигатель с гидромуфтой и гидромуфту с вибратором; $c_м$, $c'_м$ — коэффициент вязких потерь участков трансмиссии, связывающих электродвигатель с гидромуфтой и гидромуфту с вибратором; F — площадь сечения циркуляционного потока; L — длина средней струйки жидкости в меридиональной плоскости.

В случае работы вибрационной дробилки с двигателем, имеющим достаточный запас мощности, т. е. с так называемым источником энергии неограниченной мощности, установившийся режим будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$
\begin{gathered}
M\ddot{x} + C_x\dot{x} + K_x x = (m'r' + m''r'')\omega^2 \sin\omega t + F_x,\\
M\ddot{y} + C_y\dot{y} + K_y y = (m'r' - m''r'')\,\omega^2 \cos\omega t + F_y,\\
[\mu(R'm' + R''m'')\cos\omega t - (m'r' + m''r'')\sin\omega t]\,\ddot{x} + [\mu(R'm' + {}\\
{} + R''m'')\sin\omega t + (m'r' - m''r'')\cos\omega t]\,\ddot{y} - \mu(R'm'r' + {}\\
{} + R''m''r'')\,\omega^2 - (m'r' + m''r'')g\cos\omega t = M_{дв}.
\end{gathered}
\qquad (3.68)
$$

Таким образом, вибрационная дробилка под нагрузкой в соответствии с системами (3.68) и (3.51) — (3.56) представляет собой динамическую систему с пятью степенями свободы.

Для исследования вибрационного питателя под нагрузкой необходимо решать с системой (3.68) системы дифференциальных уравнений (3.39) — (3.46) и (3.48) — (3.49), описывающих движение и деформации дробимого материала.

Рассмотрим метод расчета вибрационной дробилки с двигателем неограниченной мощности под нагрузкой на ЭЦВМ. Применение ЭВМ позволяет наряду с текущими значениями всех переменных, их скоростей и ускорений получить следующие характеристики вибрационной дробилки и процесса дробления:

мощность, потребляемую электродвигателем

$$
N_{дв} = \frac{1}{T}\int_0^T M_{дв}\dot{\varphi}\,dt; \qquad (3.69)
$$

общие затраты энергии, связанные с процессом дробления

$$N_{др} = \frac{1}{T}\int_0^T (F_x\dot{x}' + F_y\dot{y}')\,dt; \tag{3.70}$$

непроизводительные затраты энергии в процессе дробления материала

$$N_{др.н} = \frac{1}{T}\int_0^T (F_x\dot{x} + F_y\dot{y})\,dt; \tag{3.71}$$

затраты энергии непосредственно на дробление материала

$$N_{др.п} = N_{др} - N_{др.н}; \tag{3.72}$$

усилия, передаваемые на раму дробилки

$$H_x = K_x x' + C_x\dot{x}', \tag{3.73}$$

$$H_y = K_y y' + C_y\dot{y}'. \tag{3.74}$$

Кроме того, можно определить нагрузки на дробящую щеку F_x, F_y, путь, проходимый куском в пасти дробилки до раздрабливания $y_д$, время (продолжительность) дробления $t_д$ и т. д.

Блок-схема расчета параметров вибрационной дробилки и процесса дробления (в направлении оси x) приведена ниже (схема 1).

Блок *1* осуществляет ввод программы и исходных данных, включающих параметры вибрационной дробилки M, C_x, K_x, C_y, K_y, m', m'', r', r'', ω, α, μ, H', H'', I, q_0 и дробимого материала m, m_0, k_x, c_x, k_y, c_y, $k_{(п)x}$, $k_{(п)y}$, c', c'', $F_{(п.н)}$, $F_{(п)i} = F_{(п)к(i-1)}$, $F_р$.

Блок *2* осуществляет ввод начальных условий: $t_н = 0$, $x_н = mg \operatorname{ctg}\alpha/k_x$, $\dot{x}_н = 0$, $F_{xн} = (m + m_0) g \operatorname{ctg}\alpha$ (процесс расчета начинается в тот момент, когда кусок дробимого материала лежит на щеке вибрационной дробилки).

Блок *3* при начальных условиях, введенных блоком *2*, методом Рунге — Кутта осуществляет решение уравнения движения щеки вибрационной дробилки в направлении оси x.

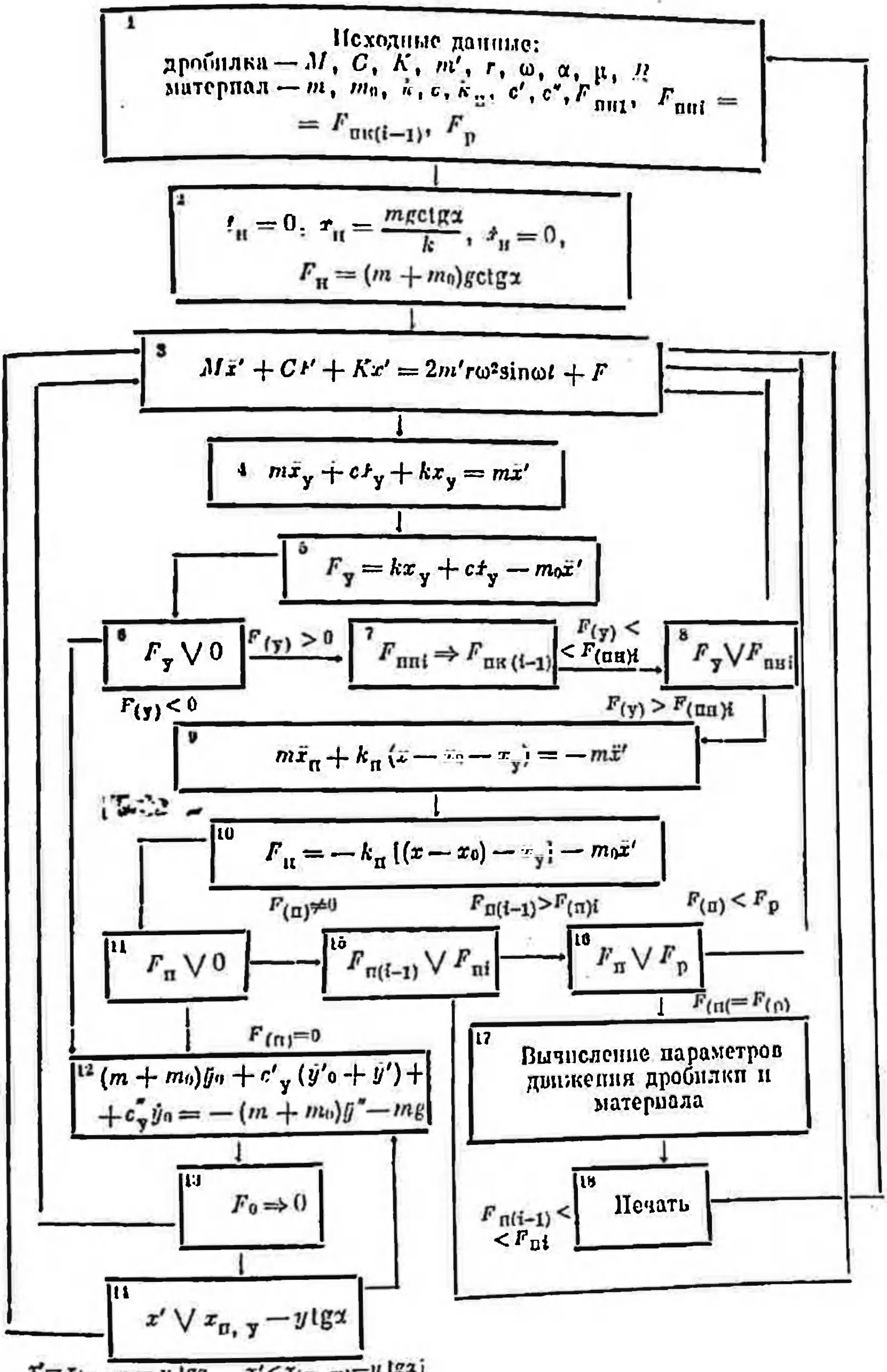
Блок *4* осуществляет решение дифференциального уравнения движения куска дробимого материала на участке упругих деформаций.

Блок *5* производит вычисление силы сопротивления со стороны куска дробимого материала движению щеки вибрационной дробилки в направлении оси x.

Блок *6* осуществляет логическую операцию сравнения силы сопротивления движению щеки с нулем. Если условие выполняется, то означает потерю контакта щеки с дробимым материалом, управление передается блоку *12*, если не выполняется,— блоку *7*.

Блок *7* засылает в ячейку для начальных условий параметры, соответствующие движению в i-м цикле, исходя из результатов расчета в конце $(i - 1)$-го цикла.

Схема 1



1 Исходные данные:
дробилка — M, C, K, m', r, ω, α, μ, n
материал — m, m_0, k, c, $k_{п}$, c', c'', $F_{пн1}$, $F_{пнi} = F_{пк(i-1)}$, $F_р$
2 $t_н = 0$; $x_н = \frac{mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha}{k}$, $\dot x_н = 0$,
$F_н = (m + m_0)g\,\mathrm{ctg}\,\alpha$
3 $M\ddot x' + C\dot x' + Kx' = 2m'r\omega^2\sin\omega t + F$
4 $m\ddot x_у + c\dot x_у + kx_у = m\ddot x'$
5 $F_у = kx_у + c\dot x_у - m_0\ddot x'$
6 $F_у \vee 0$
$F_{(у)} > 0$
$F_{(у)} < 0$
7 $F_{пнi} \Rightarrow F_{пк(i-1)}$
$F_{(у)} < F_{(пн)i}$
8 $F_у \vee F_{пнi}$
$F_{(у)} > F_{(пн)i}$
9 $m\ddot x_п + k_п(x - \ldots - x_у) = -m\ddot x'$
10 $F_п = -k_п[(x - x_0) - x_у] - m_0\ddot x'$
$F_{(п)} \neq 0$
$F_{п(i-1)} > F_{(п)i}$
$F_{(п)} < F_р$
11 $F_п \vee 0$
15 $F_{п(i-1)} \vee F_{пi}$
16 $F_п \vee F_р$
$F_{(п)} = F_{(р)}$
$F_{(п)} = 0$
12 $(m + m_0)\ddot y_0 + c'_у(\dot y'_0 + \dot y') + c''_у\dot y_0 = -(m + m_0)\ddot y'' - mg$
17 Вычисление параметров движения дробилки и материала
13 $F_0 \Rightarrow 0$
18 Печать
$F_{п(i-1)} < F_{пi}$
14 $x' \vee x_{п,у} - y\,\mathrm{tg}\,\alpha$
$x' = x_{(п,у)} - y\,\mathrm{tg}\,\alpha$
$x' < x_{(п,у)} - y\,\mathrm{tg}\,\alpha$

Блок *8* осуществляет логическую операцию сравнения силы упругого сопротивления движению щеки с пределом пластических деформаций в i-м цикле. Если условие выполняется, что соответствует переходу от упругих деформаций к пластическим, управление передается блоку *9*, если не выполняется,— блоку *3*.

Блок *9* осуществляет решение дифференциального уравнения движения куска дробимого материала на участке пластических деформаций.

Блок *10* производит вычисление силы сопротивления движению щеки вибрационной дробилки со стороны куска дробимого материала на стадии пластической деформации.

Блок *11* осуществляет логическую операцию сравнения силы сопротивления движению щеки вибрационной дробилки на участке пластической операции с нулем. Если условие выполняется, то означает потерю контакта щеки с дробимым материалом, управление передается блоку *12*, если не выполняется,— блоку *15*.

Блок *12* осуществляет решение дифференциального уравнения движения куска на стадии стесненного падения в части дробилки.

Блок *13* засылает в ячейку для силы сопротивления движению щеки вибрационной дробилки ноль.

Блок *14* осуществляет логическую операцию сравнения перемещении щеки и куска дробимого материала в направлении оси x. Если условие выполняется, что соответствует входу щеки в контакт с дробимым материалом, управление передается блоку *3*, если не выполняется,— блоку *12*.

Блок *15* выполняет логическую операцию сравнения усилий сопротивления движению щеки вибрационной дробилки на стадии пластической деформации в $(i - 1)$-м и i-м циклах. Если условие выполняется, что означает начало разгрузки дробимого материала, управление передается блоку *3*, если не выполняется,— блоку *16*.

Блок *16* осуществляет логическую операцию сравнения усилия сопротивления движению щеки вибрационной дробилки на стадии пластической деформации с разрушающим усилием. Если условие выполняется, что соответствует разрушению куска дробимого материала, управление передается блоку *17*, если не выполняется,— блоку *3*.

Блок *17* вычисляет параметры вибрационной дробилки и процесса дробления.

Блок *18* осуществляет печать исходных данных и результатов вычислений.

Применение вибрации может оказаться эффективным не только при дроблении горных пород, но и при реализации других способов разрушения, например, таких, как резание (Гончаревич, Жуковин, Синченко, 1971) или бурение.

Весьма эффективным может оказаться применение вибрации для предварительного ослабления угольных пластов и предотвращения внезапных выбросов (Докукин, Колояров и др., 1971). В целях предварительного ослабления угольного пласта последнему сообщаются колебания со стороны обнажения на частотах, близких к его собственным частотам. Под воздействием механических колебаний снижается сцепление между отдельностями пласта, кровлей и почвой, раскрываются существующие трещины и образуются новые. Снижение трения и сцепления способствует снятию внутренних напряжений. При этом может оказаться, что действующие давления налегающих пород будут способствовать управляемому разрушению пласта и снижению опасности возникновения внезапных выбросов.

Вибротранспортные, вибробункерующие и виброподъемные установки

Процессы вибрационного транспортирования с подбрасыванием перемещаемого груза (такие режимы наиболее широко применяются на практике как наиболее эффективные) — это типичные виброударные явления, в которых удар реализуется при взаимодействии нагрузки и исполнительного органа машины, имеющем весьма сложный характер. Исследования на натурных установках и аналоговых моделях позволили вскрыть закономерности виброударного взаимодействия перемещаемого груза и грузонесущего органа.

При небольшой интенсивности колебаний на участке совместного движения груз получает от грузонесущего органа энергию, необходимую ему для осуществления вертикальных перемещений. С повышением интенсивности колебаний возрастает степень воздействия грузонесущего органа на транспортируемый груз, последний начинает все раньше отрываться от грузонесущего органа. Одновременно резко увеличивается скорость и снижаются затраты энергии на транспортирование. По мере увеличения интенсивности колебаний продолжительность свободного движения груза увеличивается, а совместного уменьшается, скорость транспортирования продолжает расти, а затраты энергии снижаются. Наконец наступает такой момент, когда продолжительность свободного движения примерно в пять раз превышает продолжительность совместного, в этом случае достигается максимальное значение скорости транспортирования. Минимальное значение затрат на транспортирование устанавливается несколько раньше.

При дальнейшем увеличении частоты колебаний создаются условия для более раннего отрыва груза от грузонесущего органа, а следовательно, более длительного свободного полета. Так и происходит при первом колебании грузонесущего органа. Однако продолжительность последующего этапа совместного движения оказывается при этом настолько незначительной, что груз не успевает уже получить от грузонесущего органа энергию, необходимую для преодоления сопротивлений транспортированию, вследствие чего второй этап свободного движения сокращается, а последующий этап совместного движения увеличивается. Груз приобретает необходимую энергию и опять совершает большой скачок. Таким образом, при малых фазовых углах отрыва цикл движения груза совершается за два цикла колебаний грузонесущего органа и состоит из двух чередующихся (короткого и длинного) этапов полета и двух неравных этапов совместного движения. Дальнейшее увеличение частоты колебаний ведет к тому, что разница между продолжительностью одноименных этапов движения в начале и конце цикла продолжает увеличиваться (возрастает асимметрия цикла). Это продолжается до тех пор, пока один из них совсем не исчезнет. Тогда установится режим движения с углом полета более 360°. Дальнейшее увеличение частоты вызывает увеличение угла полета и снижение угла совместного движения. Эффективность процесса вибротранспортирования будет повышаться до второго экстремума.

В переходном режиме вибротранспортирования энергетические соотношения зависят от степени его асимметрии. При небольшой асимметрии груз перемещается перпендикулярно к плоскости транспортирования в основном при таких же энергетических соотношениях, как и в предшествующем режиме. Различие сводится лишь к тому, что в течение первого этапа совместного движения (более продолжительного) груз получает больше энергии, чем в течение второго этапа. При движении в плоскости грузонесущего органа в течение первого этапа совместного движения груз также получает значительно больше энергии, чем в течение второго этапа. При этом в конце первого этапа совместного движения он возвращает лишь незначительную часть энергии, в то время как в конце второго этапа отдает энергии больше, чем получил ее в начале этапа (за счет энергии, полученной и не использованной в течение первого этапа совместного движения). Таким образом, переходные режимы вибротранспортирования характеризуются повышенной циркуляцией энергии между грузом и грузонесущим органом.

В ряде процессов, связанных с перемещением груза (вибробункеризации и вертикальном виброподъеме) ударные взаимодействия играют более существенную роль, чем при транспортировании горизонтальными установками. Так, если при перемещении по горизонтали для создания движущей силы можно использовать силу тяжести, то в вертикальном виброподъемнике подъемные силы могут быть созданы только при соударении перемещаемого груза и рабочего органа подъемника. То же относится и к вибробункерующим машинам с поперечными колебаниями рабочего органа в горизонтальной плоскости.

Проведенные исследования показывают, что для процесса вибробункеризации характерны следующие закономерности. При встрече со стенкой бункерующего рабочего органа слой транспортируемого груза останавливается и составляющие его частицы, обладающие в условиях воздействия вибрации повышенной подвижностью, под напором вновь поступающих масс груза начинают подниматься вверх вдоль задней стенки рабочего органа. При этом первый монослой образует у стенки небольшой откос. При дальнейшем поступлении груза нижний монослой, образовавший откос, как правило, остается неподвижным и вновь поступающие слои груза перемещаются уже по нижнему монослою. Подойдя достаточно близко к стенке, они начинают подниматься практически вертикально. Слои груза, которые находятся в некотором удалении от стенки, поднимаются уже с наклоном. Причем, чем дальше от стенки, тем больше траектория движущегося слоя отличается от вертикальной. На начальных этапах процесса вибробункеризации угол откоса свободной поверхности массива обычно больше, чем в конце процесса, когда бункер более заполнен. Следует отметить, что наряду с поступательным перемещением слой совершает и колебательные движения с частотой колебаний грузонесущего органа. При этом, как и в процессах вибрационного транспортирования, амплитуда монослоев груза уменьшается по мере удаления от поверхности грузонесущего органа. Частота распространения колебаний в слое по высоте является определяющей для максимальной высоты бункеризации.

По достижении у стенки рабочего органа максимальной высоты слоя (для данного режима работы вибробункеризующей установки) наряду с основными быстротекущими процессами (вибротранспортированием и вибробункеризацией) возникает ряд медленнотекущих процессов, основным из которых можно считать скатывание (движение в сторону, противоположную направлению транспортирования) частиц верхнего монослоя по верхней наклонной поверхности сбункерованного груза. Объясняется это тем, что в верхних слоях груза вследствие затухания колебаний напорные усилия малы или вообще отсутствуют, поэтому частицы груза, находящиеся на свободной поверхности массива, сцепление между которыми из-за воздействия вибрации незначительно, под влиянием силы тяжести скатываются по наклонной поверхности штабеля. Так как часть бункеруемого груза в своем движении по свободной поверхности задерживается на откосе, последний постепенно удаляется от преграды, образуя в верхней части штабеля горизонтальную площадку. На этой поверхности задерживаются куски груза, поднимающиеся из нижних слоев, что приводит к увеличению высоты бункеруемого штабеля.

По мере роста высоты штабеля и отодвигания назад его наклонной поверхности все более затрудняется процесс поступления порций груза в бункер и, наконец, прекращается вообще. Таким образом, по достижении определенной высоты в сбункерованном массиве начинается циркуляционное движение частиц груза по эллиптическим траекториям. В нижней части траектории частицы движутся в направлении транспортирования, затем поднимаются вверх на свободную поверхность массива, смещаются обратно и вновь включаются в движение в направлении транспортирования.

В процессе циркуляционного движения груза в бункеруемом штабеле происходит классификация составляющих его частиц по крупности. Мелкие частицы скапливаются внизу штабеля, а крупные постоянно выносятся на его поверхность. Скопившиеся внизу мелкие частицы создают воздухонепроницаемую прослойку. Поэтому в процессе колебаний грузонесущего органа под слоем груза происходит пульсация давления воздуха, где пиковые значения могут превышать атмосферное давление. Иногда происходят прорывы сжатого воздуха через слой сбункерованного груза, сопровождающиеся местными выбросами составляющих его частиц. Скопление мелких фракций груза на днище грузонесущего органа снижает эффективность процесса вибробункеризации. Интересно отметить, что в процессе вибробункеризации штабель, как правило, находится в разрыхленном состоянии. При прекращении колебаний грузонесущего органа происходит оседание транспортируемого груза.

Экспериментальные исследования показывают, что на характер протекания вибробункеризации оказывают влияние вид, амплитуда и частота колебаний грузонесущего органа, направление колебаний и угол наклона транспортирующей поверхности, конструкция и конфигурация бункера и грузонесущего органа, а таже наличие или отсутствие подпора бункеруемого груза.

Увеличение частоты и амплитуды колебаний способствует повышению производительности процесса вибробункеризации. Наклон грузонесущего органа ускоряет заполнение бункера, а подъем существенно снижает производительность. При углах подъема свыше 10° процесс вибробункеризации практически прекращается. С увеличением угла вибрации от 30 до 40° ускоряется подъем груза в бункере, правда, скорость поступления груза (скорость транспортирования) снижается; в целом же эффективность протекания процесса возрастает, производительность бункеризации увеличивается. Дальнейшее увеличение угла вибрации еще более ускоряет подъем груза в бункере, однако вследствие снижения скорости транспортирования в бункер поступает недостаточное количество груза и в целом производительность вибробункеризации падает. Под влиянием напора происходят подача и бункерование груза. Напор, действующий вдоль грузонесущего органа, обеспечивает транспортирование груза, напор в перпендикулярном направлении — его бункерование.

Исследование распределения в штабеле динамического напора в горизонтальном и вертикальном направлениях показывает, что он не остается постоянным по высоте слоя. Вертикальная составляющая напора уменьшается по мере удаления от грузонесущего органа по сложному закону, характер которого в значительной степени зависит от скорости колебаний, однако направление его действия всегда остается неизменным — снизу вверх. Сложнее обстоит дело с горизонтальной составляющей динамического напора. На некотором удалении от грузонесущего органа динамический напор может менять направление, действуя не только в направлении транспортирования груза, но и навстречу ему. Этим, в частности, объясняется циркуляционное движение частиц в штабеле и наличие противотока на его свободной поверхности.

Основную роль в уменьшении динамического напора по высоте слоя играет снижение амплитуды колебания монослоев груза по мере удаления от колеблющейся поверхности. Экспериментальные исследования показывают, что амплитуда колебаний весьма быстро уменьшается по мере удаления от вибрирующей поверхности, примерно с той же интенсивностью падает и динамический напор.

С увеличением амплитудного значения скорости колебаний грузонесущего органа интенсивность процесса бункерования до некоторого предела повышается. Высота штабеля, достигаемая в процессе вибробункерования, существенно зависит от высоты слоя подпора, т. е. высоты слоя груза в той части грузонесущего органа, где еще не произошло бункеризации. Существенную роль в протекании процесса вибробункерования играет распределение внутренних динамических давлений в штабеле бункеруемого груза, создающихся колебаниями грузонесущего органа. Грузонесущий орган передает грузу периодические импульсы, под влиянием которых создается некоторый постоянный напор с наложенными на него периодическими составляющими.

Эксперименты свидетельствуют, что на эффективность вибробункеризации большое влияние оказывают свойства насыпного груза. Так, кварцевый щебень крупностью 0—20 *мм* при прочих равных условиях и параметрах колебаний, а также одинаковых по весу количествах груза бункеруется на высоту 260 *мм* (угол откоса 25—30°); при бункеризации речного песка с влажностью 4% высота слоя достигает 280 *мм*, а при влажности 10% — 360 *мм*. Как видно, грузы, характеризующиеся хорошей транспортабельностью, бункеруются хуже. Отсюда можно заключить, что увеличение силы внутреннего сопротивления в известной степени способствует повышению эффективности процесса вибробункеризации.

Таким образом, можно констатировать, что на высоту бункеризации влияют главным образом следующие факторы: физико-механические свойства груза и его количество, толщина поступающего в бункер слоя, длина вибрирующего днища бункера, скорость и направление колебаний. Однако бункерующие установки, созданные на основе обычных вибротранспортирующих, не обеспечивают достаточной высоты бункерования. Одного горизонтального напора оказывается недостаточно для подъема груза на сколько-нибудь значительную высоту. Это может быть достигнуто лишь в установках, совершающих поперечные колебания как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскостях. В такой установке колебания в вертикальной плоскости совершаются по закону

$$y = A \sin (\alpha + \beta) \sin 2\omega t,$$
$$z = A \cos (\alpha + \beta) \sin 2\omega t$$

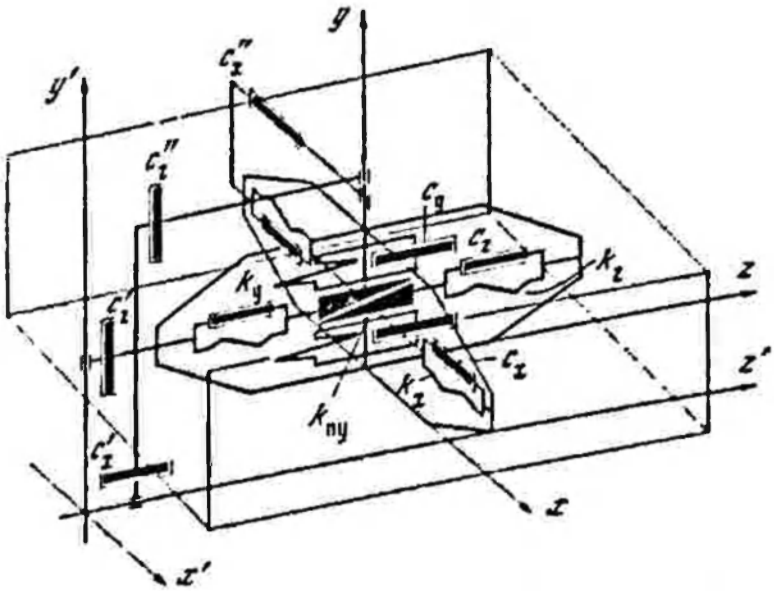


Рис. 69. Механо-реологическая модель процесса вибробункеризации

и в горизонтальной — по закону

$$x = \beta \sin(\omega t + \gamma).$$

Угол сдвига фаз γ выбирается таким образом, чтобы в момент соударения груза со стенкой грузонесущего органа последний перемещался вверх. При таком режиме работы установки создается значительный дополнительный напор, действующий вверх и обеспечивающий интенсивный подъем груза.

Механо-реологическая модель для исследования процесса вибробункеризации при наличии вертикальной и горизонтальной составляющих колебаний грузонесущего органа приведена на рис. 69. Модель описывает движение груза во всех трех направлениях и может полностью охарактеризовать процесс вибробункеризации. Поскольку движение груза в направлении оси z (транспортирования) исследовано подробно (Гончаревич, 1972), рассмотрим здесь лишь движение его в направлении осей x, y, способствующее увеличению высоты вибробункерования. Движение бункеруемого материала на участке упругой деформации слоя в направлении осей x, y описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = -m\ddot{x}'. \tag{3.75}$$

$$m\ddot{y} + c_y(\dot{y} - \dot{y}_0) k_y (y - y_0) + c_y''\dot{y}_0 = -m\ddot{y}' - mg. \tag{3.76}$$

При упругих деформациях слоя силы, действующие на груз, определяются выражениями

$$N_y = k_x x + c_x\dot{x}, \tag{3.77}$$

$$F_y = k_y(y - y_0) + c_y(\dot{y} - \dot{y}_0). \tag{3.78}$$

Сила F_y действует в направлении транспортирования, деформирует монослой и стремится сдвинуть центральную его часть m относительно внешней m_0. Благодаря силе F_y движение, сообщаемое силой трения массы m_0 (внешней поверхностью слоя) о поверхность грузонесущего органа, может передаваться массе m (внутренним частям слоя). В случае, если поверхность слоя (масса m_0) находится в контакте с грузонесущим органом и заторможена, движение центральной части слоя, происходящее по инерции, будет передаваться внешней части (массе m_0). Таким образом, в зависимости от направления действия сила F_y фигурирует в качестве как движущей, так и тормозящей силы. Сила N_y действует в перпендикулярном направлении, она также деформирует слой и стремится вызвать его пластические деформации.

Груз может находиться в контакте с грузонесущим органом без проскальзывания лишь при условии, что сдвигающая сила не превосходит по абсолютной величине предельного значения силы статического трения $\mu_{ст} N_{y(п)}$. Если движущая сила превзойдет силу статического трения, груз начнет скользить по грузонесущему органу. Таким образом, условие перехода от продольных упругих деформаций слоя к скольжению можно записать следующим образом:

$$F_y = \mu_{ст} N_{y(п)}. \tag{3.79}$$

Поперечные деформации монослоя будут оставаться упругими до того момента, пока деформирующая сила N_y не превзойдет начальных сопротивлений сдвигу $k_п$. Если сила упругих деформаций достигнет начальных сопротивлений сдвигу, начнутся пластические деформации слоя и условие перехода будет иметь вид

$$N_y = k_п. \tag{3.80}$$

Проскальзывание слоя и его пластические деформации описываются дифференциальными уравнениями

$$m\ddot{x} + k_п (x - x_y) + c_x'' \dot{x} = - m x', \tag{3.81}$$

$$m_0 \ddot{y}_0 + c_y (\dot{y}_0 - \dot{y}) + k_y (y_0 - y) + c_y'' \dot{y}_0 = - m_0 \ddot{y}' - m_0 g - - \mu \operatorname{sign} (\dot{y}_0) N_{y(п)}, \tag{3.82}$$

где

$$\operatorname{sign} (\dot{y}_0) = \begin{cases} +1 & \text{при} \quad \dot{y}_0 > 0, \\ -1 & \text{при} \quad \dot{y}_0 < 0. \end{cases}$$

При скольжении груза и его пластических деформациях действуют силы

$$N_п = - k_п (x - x_y), \tag{3.83}$$

$$F_\pm = \operatorname{sign} (\dot{y}_0) \mu N_{y(п)}. \tag{3.84}$$

Момент перехода груза от скольжения к упругим деформациям определяется из соотношения

$$\dot{y}_{э} = 0. \tag{3.85}$$

Груз находится в контакте с грузонесущим органом до тех пор, пока нормальная реакция не превратится в нуль. Переход груза к свободному движению происходит при выполнении условия

$$N_{y(n)} = 0. \tag{3.86}$$

Дифференциальные уравнения свободного движения груза имеют вид

$$(m + m_0)\ddot{x} + \overset{*}{c}_x \dot{x} = - m\ddot{x}', \tag{3.87}$$

$$(m + m_0)\ddot{y} + \overset{*}{c}_y \dot{y} + c'_y (\dot{y} + \dot{y}') = - m\ddot{y} - mg. \tag{3.88}$$

Переход от свободного движения груза к движению в контакте с грузонесущим органом происходит при выполнении условия

$$x = \pm \delta. \tag{3.89}$$

Блок-схема для исследования закономерностей виброподъема груза в бункерующей установке приведена ниже (схема 2). Движение груза в характерных режимах моделируется четырьмя блоками:

1) упругие деформации слоя груза в направлении осей x, y — блоком *1*;

2) скольжение груза в направлении оси y — блоком *2*;

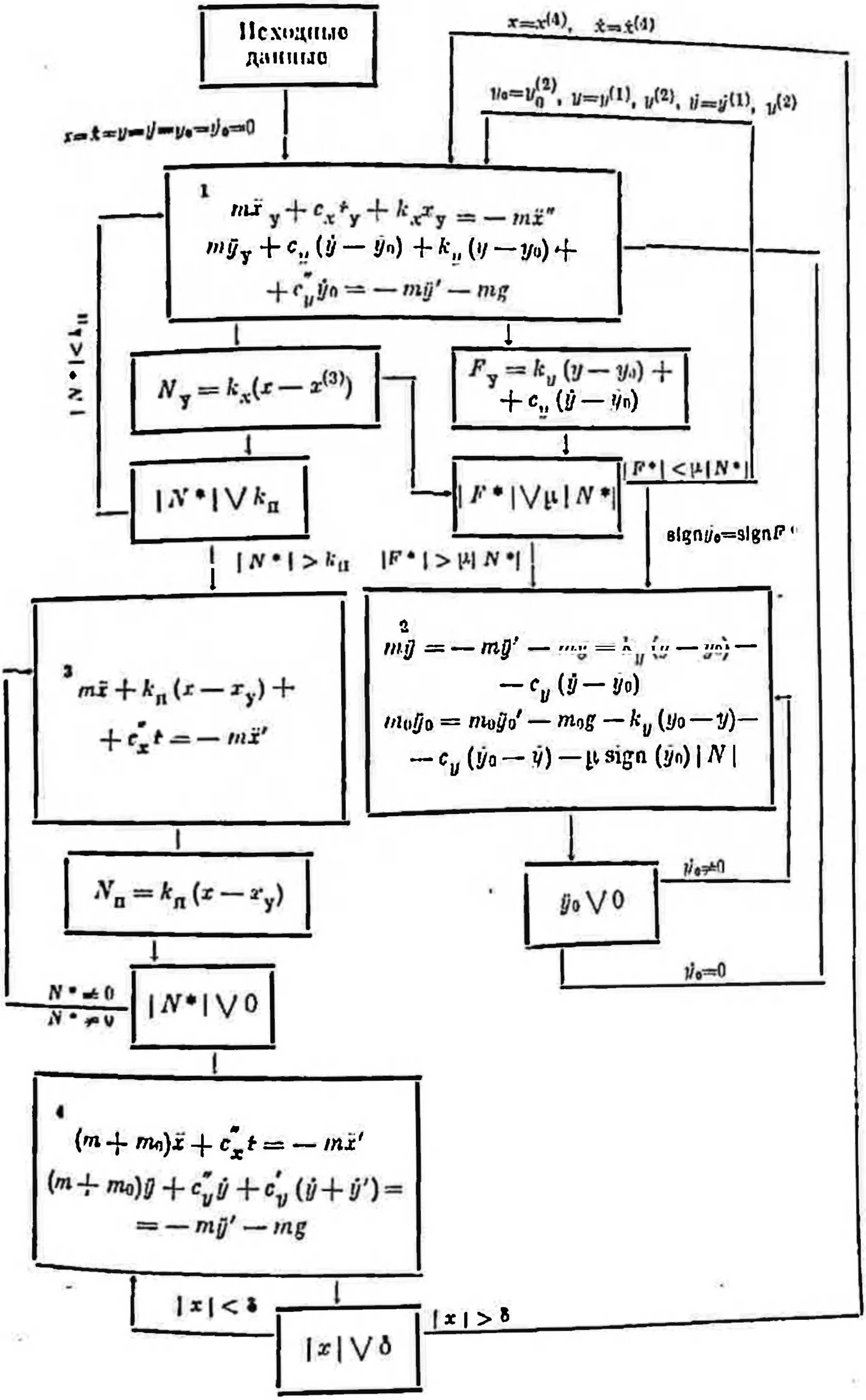
3) пластическая деформация слоя груза в направлении оси x — блоком *3*;

4) свободное движение груза в направлении осей x, y — блоком *4*.

Исследование виброподъема груза в процессе вибробункеризации начинается с блока *1*. При этом все начальные значения координат и скоростей равны нулю. Затем происходит переход к блокам *2*, *3* или *4*. При переходе от одного блока к другому начальными условиями будут значения координат и скоростей, полученные на последнем шаге в предшествующем блоке. Исключением является переход от блока *4* к блоку *1*; начальными условиями для x в блоке *1* в этом случае всегда будет нуль.

Для интегрирования системы применяется метод Рунге — Кутта, при помощи которого определяются средняя скорость виброподъема, затраты энергии и значения всех переменных. Результаты вычислений приведены на графиках рис. 70. Расчеты показывают, что в процессе соударения груза с грузонесущим органом возникают значительные усилия. Так, при принятом режиме колебаний амплитудные значения силы соударения в 12—13 раз превышают

Схема 2


Исходные данные
$x = \dot{x} = y = \dot{y} = y_0 = \dot{y}_0 = 0$
$x = x^{(4)}, \quad \dot{x} = \dot{x}^{(4)}$
$y_0 = y_0^{(2)}, \; y = y^{(1)}, \; y^{(2)}, \; \dot{y} = \dot{y}^{(1)}, \; \dot{y}^{(2)}$
1
$m\ddot{x}_y + c_x\dot{x}_y + k_x x_y = -m\ddot{x}''$
$m\ddot{y}_y + c_y(\dot{y} - \dot{y}_0) + k_y(y - y_0) + c_y''\dot{y}_0 = -m\ddot{y}' - mg$
$N_y = k_x(x - x^{(3)})$
$F_y = k_y(y - y_0) + c_y(\dot{y} - \dot{y}_0)$
$|N^*| \vee k_п$
$|N^*| < k_п$
$|F^*| \vee \mu|N^*|$
$|F^*| < \mu|N^*|$
$\operatorname{sign}\dot{y}_0 = \operatorname{sign}F^*$
$|N^*| > k_п$
$|F^*| > \mu|N^*|$
3
$m\ddot{x} + k_п(x - x_y) + c_x''\dot{x} = -m\ddot{x}'$
2
$m\ddot{y} = -m\ddot{y}' - mg - k_y(y - y_0) - c_y(\dot{y} - \dot{y}_0)$
$m_0\ddot{y}_0 = m_0\ddot{y}_0' - m_0 g - k_y(y_0 - y) - c_y(\dot{y}_0 - \dot{y}) - \mu\operatorname{sign}(\dot{y}_0)|N|$
$N_п = k_п(x - x_y)$
$\dot{y}_0 \vee 0$
$\dot{y}_0 \neq 0$
$\dot{y}_0 = 0$
$|N^*| \vee 0$
$N^* = 0$
$N^* \neq 0$
4
$(m + m_0)\ddot{x} + c_x''\dot{x} = -m\ddot{x}'$
$(m + m_0)\ddot{y} + c_y''\dot{y} + c_y'(\dot{y} + \dot{y}') = -m\ddot{y}' - mg$
$|x| \vee \delta$
$|x| < \delta$
$|x| > \delta$

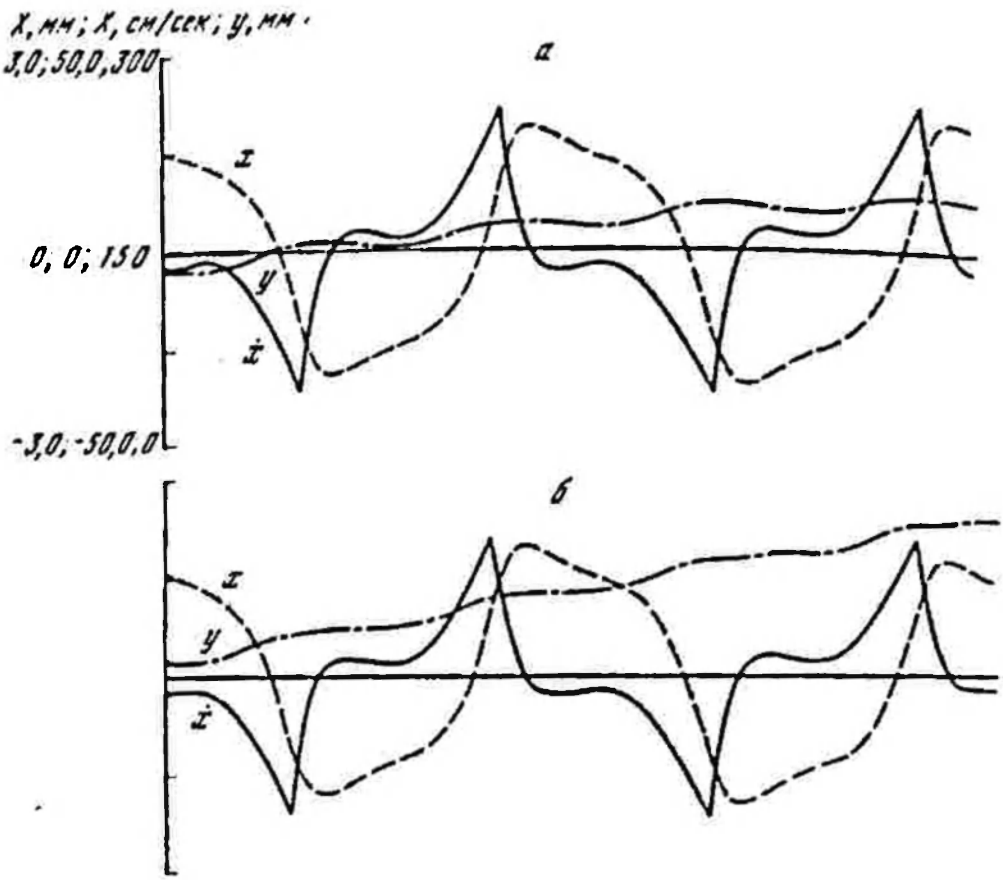


Рис. 70. Параметры процесса вибробункеризации при $A = 6$ мм, $B = 4$ мм, $n = 14$ гц, $\delta = 1$ мм

а — $\gamma = 135°$; б — $\gamma = 150°$

статические нагрузки от бункеруемого материала. Такие усилия оказываются достаточными для создания подъемной силы, обеспечивающей существенное повышение высоты бункеризации.

Шарнир в условиях вибрационной нагрузки, виброударный гаситель колебаний

Шарнирные узлы машин и механизмов по конструктивным или технологическим условиям имеют бо́льшие или меньшие зазоры между сопряженными деталями. Если шарнирный узел работает в условиях периодических нагрузок, то зазор не удается выбрать силовым методом. Периодическое изменение направления действующей силы обусловливает перебрасывание одной детали относительно другой. При этом нарушается заданный закон движения элементов механизма, и при их соударении реализуются значительные силы взаимодействия. Ухудшается точность действия механизма и снижается долговечность.

Рассмотрим метод расчета шарнирного узла, приведенного на рис. 71. Шарнирный узел состоит из шатуна *1*, который с помощью пальца 2 соединен с элементом машины 3. Между пальцем и шатуном имеется зазор δ (см. рис. 71, *а*). Расчетная схема шарнирного узла приведена на рис. 71, *б*. Палец шарнира представлен упруговязкопластической упрочняющейся моделью; масса модели m принята равной массе пальца и сопряженных с ним деталей машины; коэффициенты k, c и $k_п$ жесткости, вязких и пластических сопротивлений являются приведенными и относятся к соответствующим показателям пары палец — шатун.

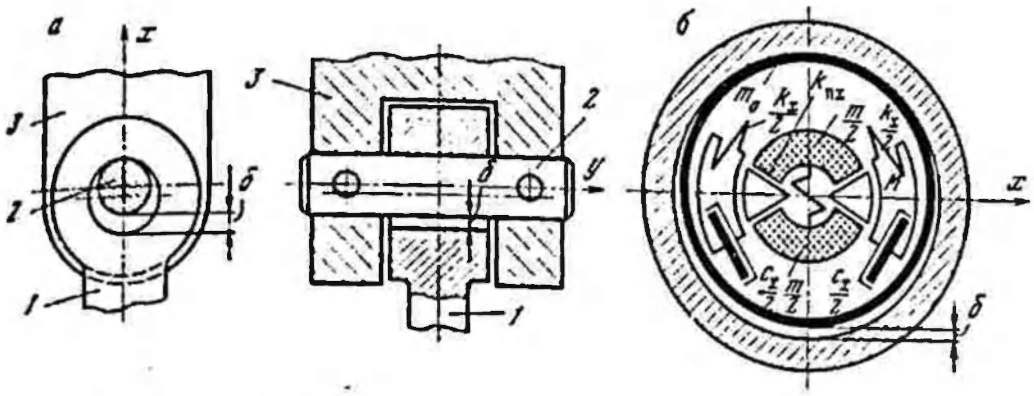


Рис. 71. Шарнир с зазором

а — конструктивная схема; *б* — расчетная схема

Считаем, что шатун на рис. 71, *б* представлен в виде кольца и совершает колебательные движения по закону $x' = f(\omega t)$. Тогда параметры движения части машины, соединенной с пальцем, и возникающие усилия определятся в результате решения системы дифференциальных уравнений движения

в фазе упругих деформаций

$$m\ddot{x}_y + c_x(\dot{x}_y - \dot{x}_0) + k_x(x_y - x_0) = -m\ddot{x}', \tag{3.90}$$

$$m_0\ddot{x}_0 + c_x(\dot{x}_0 - \dot{x}_y) + k_x(x_0 - x_y) = -m_0\ddot{x}'; \tag{3.91}$$

в фазе пластических деформаций

$$m\ddot{x} + k_{пx}(x - x_0 - x_y) = -m\ddot{x}', \tag{3.92}$$

$$m_0\ddot{x}_0 - k_{пx}(x - x_0 - x_y) = m_0\ddot{x}'; \tag{3.93}$$

в фазе свободного движения

$$(m + m_0)\ddot{x} + c''_x\dot{x} = -m\ddot{x}'. \tag{3.94}$$

Моменты перехода от одной фазы движения к другой определяются следующими соотношениями:

момент перехода от упругих деформаций к пластическим с упрочнением

$$k_x(x_y - x_0) + c_x(\dot{x}_y - \dot{x}_0) = -k'_{пx}; \tag{3.95}$$

момент перехода от пластических деформаций к упругим

$$x_i < x_{i-1}, \tag{3.96}$$

где i — номер шага вычислений;

момент перехода от деформаций к свободному движению

$$k_x(x_y - x_0) + c_x(\dot{x}_y - \dot{x}_0) = 0; \tag{3.97}$$

момент начала деформаций (переход от свободного движения к деформациям)

$$x = \pm\delta. \tag{3.98}$$

Усилия, возникающие между пальцем и шатуном, могут быть вычислены по следующим выражениям:

$$N_y = k_x(x_y - x_0) + c_x(\dot{x}_y - \dot{x}_0), \tag{3.99}$$

$$N_п = k_{пx}(x - x_0 - x_y). \tag{3.100}$$

Расчеты, выполненные на ЭЦВМ, показывают характер изменения координаты скорости и силы взаимодействия во времени (рис. 72). Анализируя графики, полученные при колебаниях шатуна по закону $x' = 4 \sin \omega t$ *мм*, видим, что палец перебрасывается от одной стенки отверстия шатуна к другой, в момент их соприкосновения возникают пиковые значения усилий взаимодействия. Участки, где палец находится в деформированном состоянии, заштрихованы; из графиков видны также обратимые и необратимые деформации пальца. Выделены фазы деформации и свободного движения, показано также, что в момент удара скорость движения пальца резко уменьшается, но не мгновенно, как это принято в классической теории удара. Удар тоже не является мгновенным, а занимает значительную часть периода движения (в данном случае фазой соударения считаем промежуток времени, в течение которого усилия взаимодействия превышают амплитудное значение усилий в отсутствие удара). Анализируя графики (см. рис. 72, *а* — *в*), относящиеся к одной и той же частоте и амплитуде колебаний ($A = 4$ *мм*, $n = 10$ *гц*), но полученные при зазорах $\delta = 0{,}1$ (*а*), 0,3 (*б*) и 0,5 (*в*), видим, что с ростом зазора практически пропорционально увеличивается амплитудное значение усилия взаимодействия. Из рис. 72, *г* ($A = 4$ *мм*, $n = 16$ *гц*, $\delta = 0{,}1$ *мм*) следует, что с увеличением частоты колебаний амплитудные значения усилий взаимодействия также резко возрастают.

Из графиков на рис. 72 видно также, что при перемещении шатуна с амплитудой A палец будет совершать значительно меньшие смещения, так как, во-первых, выбирается зазор δ и, во-вторых, пара палец — шатун деформируется. Таким образом, шарнир с зазором вносит существенные искажения в движения звеньев механизма.

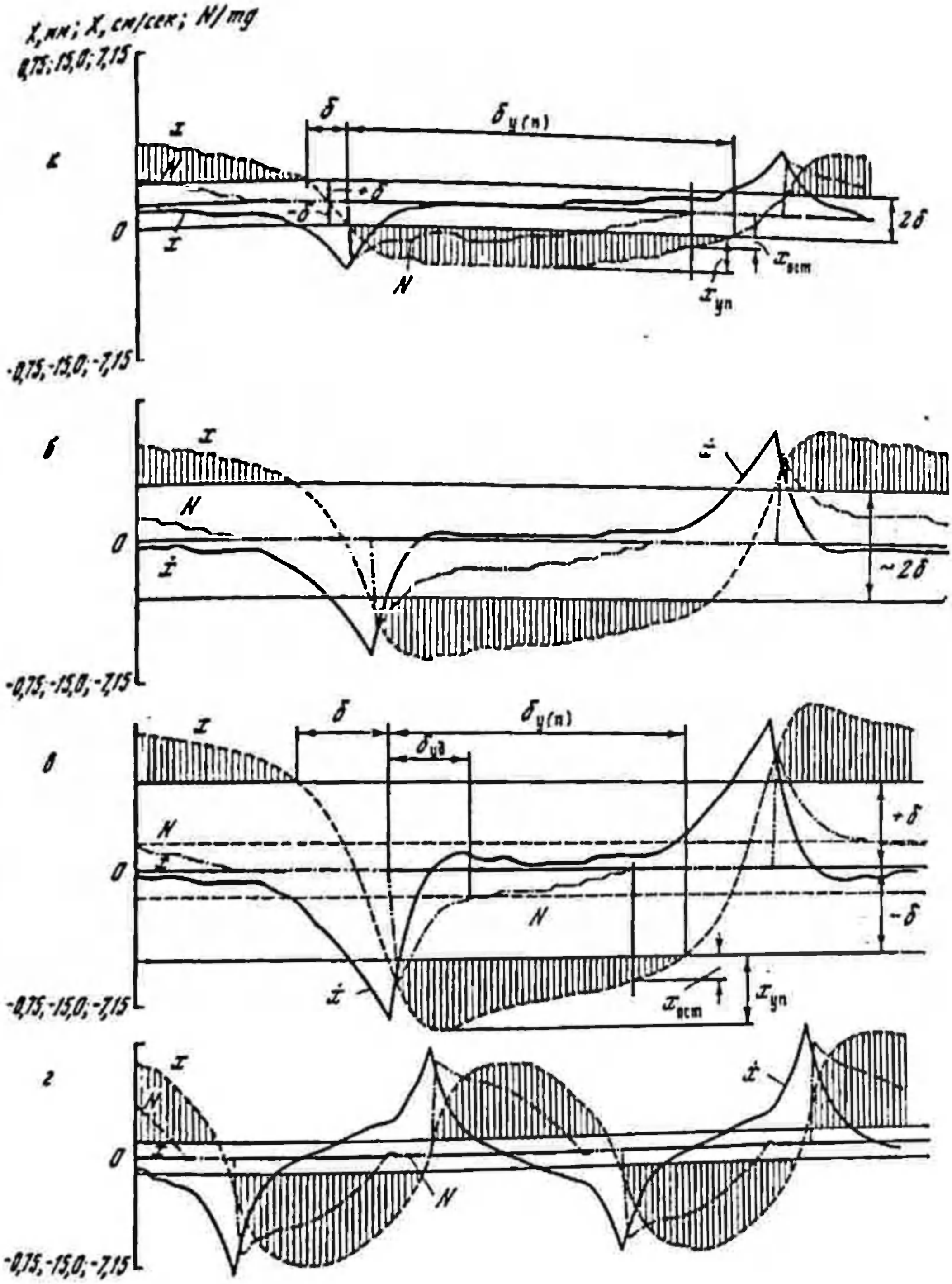


Рис. 72. Перемещения и нагрузки в элементах шарнирного соединения

Сравним, каковы будут усилия взаимодействия между пальцем и шатуном в случае отсутствия зазора. Для определения усилий взаимодействия в беззазорном шарнире воспользуемся формулой (2.268), которая для нашего случая вследствие того, что $x = 1$, примет вид

$$P = (m + m_0) A\omega^2 \sqrt{\frac{1 + 4\nu^2 z^2}{(1 - z^2)^2 + 4\nu^2 z^2}} \sin \omega t. \qquad (3.101)$$

Анализ приведенной формулы показывает, что при дорезонансной настройке $z = 0$ (палец и шатун абсолютно жесткие) амплитудное значение усилия взаимодействия будет равно амплитудному значению сил инерции колеблющихся масс $m + m_0$, т. е.

$$P = (m + m_0) A\omega^2 \sin \omega t. \qquad (3.102)$$

При резонансной настройке оно будет тем значительнее, чем меньше сопротивления

$$P = (m + m_0) A\omega^2 \sqrt{\frac{1 + 4\nu^2}{4\nu^2}}, \qquad (3.103)$$

при этом, правда, амплитудное значение перемещения пальца и связанных с ним частей машины будет больше амплитуды перемещения шатуна

$$A_п = A_ш \sqrt{\frac{1 + 4\nu^2}{4\nu^2}}. \qquad (3.104)$$

При зарезонансной настройке усилие взаимодействия будет ниже, чем при дорезонансной, и будет мало зависеть от действующих сопротивлений, однако при этом уменьшится и амплитуда перемещения пальца

$$A_п = A_ш \sqrt{\frac{1 + 4\nu^2 z^2}{(1 - z^2)^2 + 4\nu^2 z^2}}. \qquad (3.105)$$

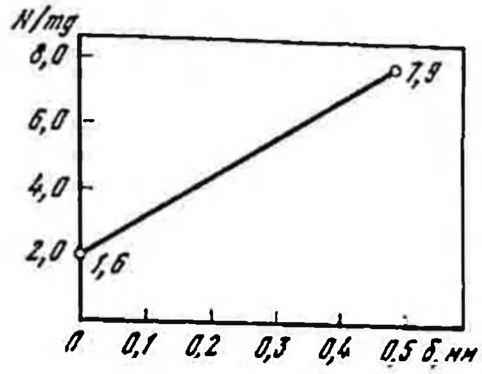
Если же рассматривать усилие взаимодействия, обусловленное единичным перемещением пальца, то оно всегда равно силе инерции колеблющихся масс

$$\frac{P}{A} = (m + m_0) A_ш \omega^2 \sin \omega t. \qquad (3.106)$$

На график (рис. 73) нанесены усилия взаимодействия при отсутствии зазора и различных его значениях. На основании анализа графика можно констатировать, что зазор в шарнирном узле обусловливает возникновение значительных ударных усилий.

Известно, что виброударные гасители колебаний являются весьма эффективными устройствами для устранения нежелательных колебаний различных конструкций. Рассмотрим методы расчета виброударных гасителей колебаний на примере колебательных систем с инерционным и упруговязким возбуждением (рис. 74).

Рис. 73. Зависимость усилий взаимодействия шатуна и пальца в шарнирном узле от величины зазора



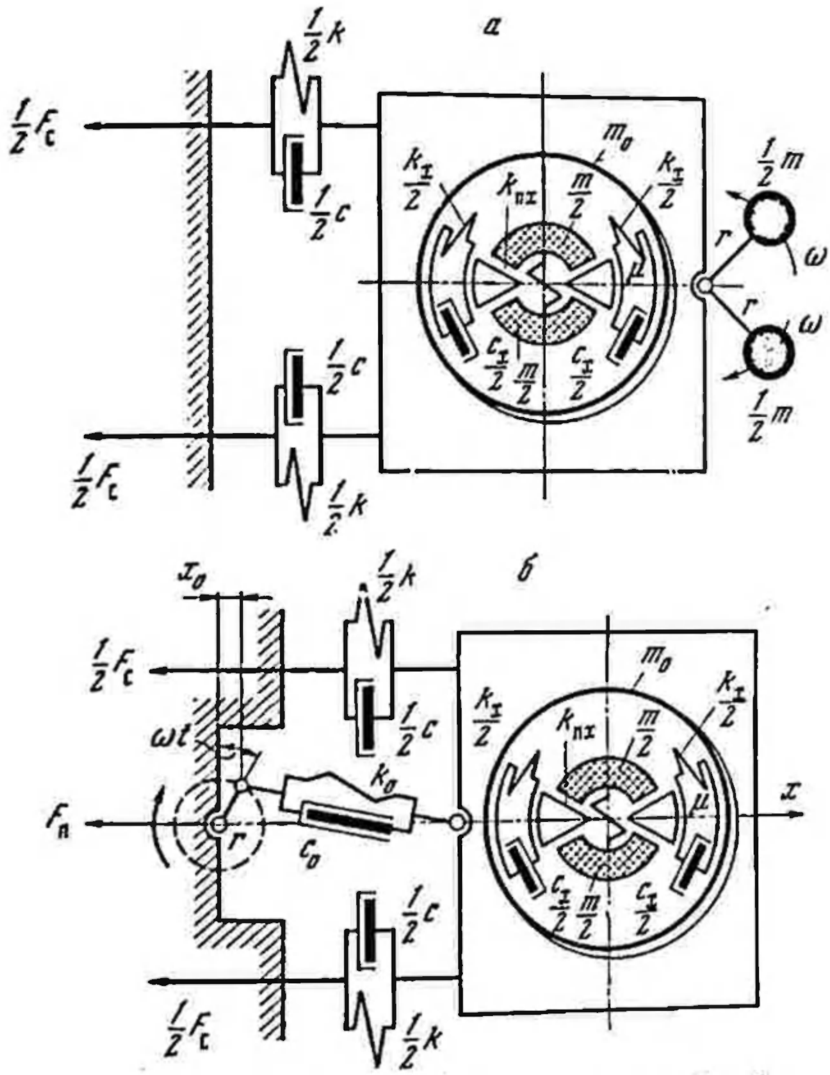


Рис. 74. Расчетная схема виброударного гасителя колебаний

а — колебательная система с инерционным возбуждением; *б* — колебательная система с упруговязким возбуждением

Движение колебательной системы с инерционным возбуждением при установке виброударного гасителя колебаний описывается дифференциальным уравнением

$$(M + m)\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = mr\omega^2 \sin \omega t - N. \qquad (3.107)$$

Движение колебательной системы с упруговязким возбуждением при установке виброударного гасителя колебаний описывается дифференциальным уравнением

$$M\ddot{x} + (C + c_0)\dot{x} + (K + k_0)x = k_0 r \sin \omega t + c_0 \omega r \cos \omega t + N. \qquad (3.108)$$

В уравнениях (3.107) и (3.108) N — сила взаимодействия между системой и виброударным гасителем колебаний, которая принимается по формулам (3.99) и (3.100). Таким образом, для исследования систем с виброударным гасителем колебаний вместе с уравнениями (3.107) или (3.108) нужно решить систему (3.90) — (3.94).

4. Самовозбуждающиеся системы

Системы с гибким тяговым органом

При исследовании ряда машин с упругими связями малой жесткости в рабочих режимах было установлено, что в них возникают колебания без источника возбуждения (Ефимов, 1964; Докукин, Красников, 1966). В большинстве случаев эти колебания можно рассматривать как автоматические. К числу таких автоколебательных систем можно отнести статические струги, подающие части комбайнов, исполнительные органы экскаваторов и т. д. В этих машинах источником энергии, обеспечивающим колебательное движение системы, является привод; аккумулятором потенциальной энергии — тяговые органы, обычно имеющие малую жесткость; регулирующим устройством — стохастически меняющаяся нагрузка; обратная связь обусловливается взаимодействием рабочего органа машины и нагрузки.

В скребковых конвейерах возбуждаются более сложные колебания — здесь и автоколебания на частоте, близкой к собственной частоте колебаний системы, и вынужденные колебания, источником которых является приводная звездочка, а также возмущения, обусловливаемые ударами скребков о стыки рештаков. Экспериментальными исследованиями (Чугреев, Пермяков, 1971) установлено, что при работе скребкового конвейера возбуждаются продольные колебания скребковой цепи и поперечные колебания цепи и рештаков. Амплитуда колебаний рештаков в зависимости от скорости движения цепи и загрузки конвейера составляет 200 ÷ ÷ 800 *мкм*. Установив корреляционную связь между вибрацией рештаков и сопротивлениями движению цепи, авторы идентифицировали указанную зависимость с исследованиями (Спиваковский, Гончаревич, 1961), в которых было определено влияние колебаний на сопротивления перемещению тяговым органом.

Особенности воздействия вибрации на сопротивления массовых грузов перемещению тяговым органом оказывают существенное влияние на закономерности транспортирования скребковыми конвейерами. Величиной сопротивлений перемещению определяются возможность осуществления и энергоемкость самотечного транспорта.

Имеющиеся теоретические и экспериментальные исследования процесса воздействия механических колебаний на массовые среды, находящиеся в свободном состоянии, показывают, что если на насыпные материалы действуют произвольно направленные колебания, то характер воздействия определяется соотношением составляющих перемещения вибрирующей поверхности, действующих в вертикальной и горизонтальной плоскостях. На процесс взаимодействия между сыпучей средой и вибрирующим объектом основное влияние оказывает вертикальная составляющая колебаний, что выражается в периодическом изменении величины нормальной реакции насыпного груза на вибрирующую поверхность.

Колебания в вертикальной плоскости при определенных условиях способствуют снижению сопротивлений транспортированию. При этом по мере возрастания интенсивности колебаний сопротивления транспортированию по вибрирующей поверхности существенно уменьшаются. Таким образом, действие вертикальных составляющих вибрации оказывается весьма эффективным в отношении уменьшения сопротивлений транспортированию.

Установление характера изменения сопротивлений транспортированию по вибрирующей поверхности в зависимости от режима ее колебаний представляет существенный научный и практический интерес. Исследования в этой области вскрывают также физическую сущность процесса взаимодействия массовых сред с вибрирующей поверхностью. Знание зависимости коэффициентов сопротивления транспортированию по вибрирующей поверхности одиночных и массовых грузов позволяет обоснованно выбирать параметры многих машин, в процессе работы которых возникают колебания, и принимать эффективные режимы их работы.

Экспериментальные исследования по выявлению закономерностей влияния вибрации на величину сопротивлений транспортированию проводились с различными насыпными грузами и разными толщинами слоя. Использовались трубчатый и лотковый грузонесущие органы. Основная серия экспериментов на трубчатом грузонесущем органе была проведена с гравием крупностью 20—30 *мм* при перемещении обоймы упругой нитью со скоростью 0,1—0,3 *м/сек*.

В процессе исследований были выявлены существенные особенности перемещения скребковым тяговым органом насыпного груза по трубчатому грузонесущему органу. При небольших и средних навесках груза коэффициент сопротивления транспорти-

8*

рованию в трубе при отсутствии вибрации по величине примерно равен коэффициенту сопротивления транспортированию (коэффициенту динамического трения) при перемещении по плоской поверхности. С увеличением степени заполнения обоймы коэффициент сопротивления перемещению в трубе увеличивается по сравнению с коэффициентом сопротивления транспортированию по плоской поверхности. При полном заполнении обоймы значительной длины сопротивления транспортированию в трубе значительно возрастают, в ряде случаев превышая вес самого груза, т. е. коэффициент сопротивления транспортированию оказывается больше единицы. Это происходит вследствие расклинивания частиц перемещаемого груза, а этот случай подробно рассматривается в механике сыпучей среды. Однако при сообщении трубе вибрации эти сопротивления резко уменьшались. Их величина приближалась к значениям сопротивлений транспортированию груза, находящегося в свободном состоянии, при тех же параметрах вибрации. Проведенные эксперименты позволяют достаточно определенно констатировать, что вибрация (в исследованном диапазоне параметров) устраняет расклинивание и резко уменьшает сопротивления транспортированию.

Для обеспечения свободного перемещения груза в трубчатом грузонесущем органе при определении сопротивлений транспортированию степень заполнения обоймы подбиралась таким образом, чтобы коэффициент сопротивления движению по невибрирующей трубе был равен коэффициенту динамического трения.

Из анализа зависимости удельного коэффициента сопротивления транспортированию, представляющего собой отношение коэффициента сопротивления транспортированию при вибрации к коэффициенту сопротивления транспортированию без вибрации, от частоты колебаний видно, что в некотором диапазоне частот (в рассматриваемом случае 200—400 *кол/мин*) вибрация не оказывает практически никакого влияния на величину сопротивлений транспортированию. Этот диапазон частот уменьшается с увеличением амплитуды колебаний. При дальнейшем увеличении частоты колебаний сопротивления транспортированию начинают резко уменьшаться. Это уменьшение для всех амплитуд колебаний носит примерно линейный характер. После достижения определенной частоты (при амплитуде 4,5 *мм* — 500 *кол/мин*; при амплитуде 2,5 *мм* — 700 *кол/мин*; при амплитуде 2 *мм* — 800 *кол/мин*) в кривых происходит перелом; с дальнейшим увеличением частоты сопротивления уменьшаются не столь интенсивно. При высоких частотах колебаний величина сопротивлений транспортированию весьма мало зависит от амплитуды колебаний.

Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что основным обобщенным параметром, влияющим на величину сопротивлений транспортированию при воздействии вибрации, является ускорение колебаний.

Анализ экспериментальных данных показывает, что колебания

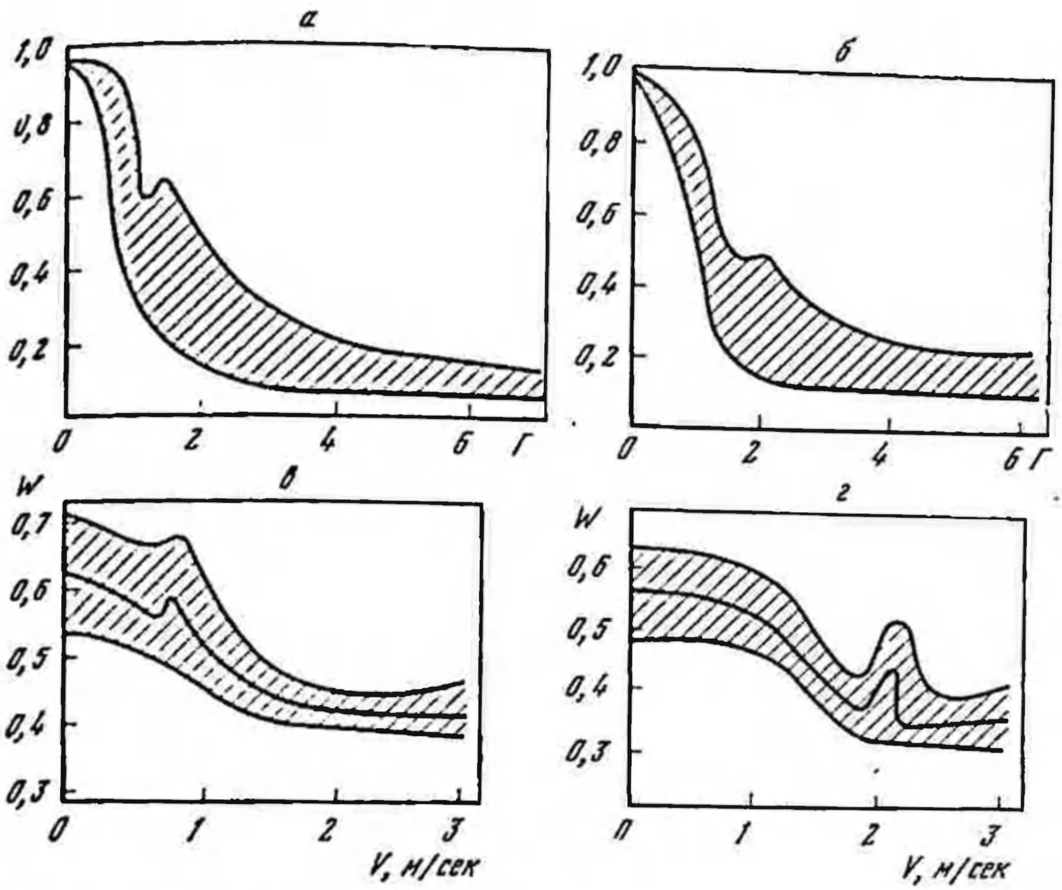


Рис. 75. Зависимость сопротивлений транспортированию от параметров режима движения

а — песок слоем 30—200 *мм*; *б* — гравий слоем 60—200 *мм*; *в* — холостая скребковая цепь; *г* — скребковая цепь с углем

в диапазоне 0—0,35 земных ускорений незначительно влияют на величину сопротивлений транспортированию. В области земных ускорений 0,35—1,2 сопротивления транспортированию уменьшаются практически пропорционально величине ускорения колебаний. При дальнейшем увеличении ускорений колебаний сопротивления транспортированию продолжают уменьшаться. Для определения влияния свойств груза и толщины его слоя на величину коэффициентов сопротивления транспортированию были проведены эксперименты с большими количествами различных насыпных грузов. Груз перемещался по плоскому грузонесущему органу в специальной обойме без дна тяговым механизмом за упругую капроновую нить при скоростях 0,2—0,4 *м/сек*.

На рис. 75, *а* приведены экспериментальные значения удельного коэффициента сопротивления транспортированию песка для различных значений параметра режима вибрирования. Для выявления влияния массы песка на величину коэффициента сопротивления транспортированию эксперименты были проведены с десятью слоями песка разной толщины (от 30 до 200 *мм*). При этом было установлено, что, чем толще слой песка, тем больше он влияет на уменьшение коэффициента сопротивления транспортированию (на графике верхняя кривая относится к слою толщиной 200 *мм*, нижняя — 30 *мм*).

При перемещении гравия крупностью 50—60 *мм* по вибрирующей поверхности так же, как и в случае с песком, с увеличением толщины слоя повышается коэффициент сопротивления транспортированию (см. рис. 75, *б*).

Экспериментальные исследования показывают, что при воздействии вибрации на массовые грузы со значительной толщиной слоя коэффициент сопротивления транспортированию уменьшается при значениях параметра режима работы, значительно меньших единицы, т. е. также в безотрывных режимах.

Из рис. 75 видно, что экспериментальные значения коэффициентов сопротивления транспортированию, относящиеся к различной толщине слоя, располагаются в определенной области (на графике она заштрихована). По мере увеличения интенсивности колебаний значения коэффициентов сначала резко, а потом плавно уменьшаются, стремясь к некоторой постоянной величине. При различных режимах вибрирования коэффициенты сопротивления транспортированию слоев, различающихся по толщине, имеют разное значение.

На рис. 75, *в*, *г* для сравнения приведены зависимости сопротивления перемещению скребковой цепи от ее скорости. Если учесть, что с увеличением скорости движения цепи возрастает интенсивность поперечных колебаний рештака, то можно считать приведенные графики зависимостью сопротивлений транспортирования от интенсивности колебаний. Сравнивая рис. 75, *в*, *г* с рис. 75, *а*, *б*, можно констатировать их качественную идентичность.

Самовозбуждающийся вибрационный питатель

На примере самовозбуждающегося вибрационного питателя рассмотрим два возможных подхода к разработке методов расчета подобных систем. В первом варианте полагаем систему автоколебательной, во втором будем считать ее системой со случайным возбуждением.

Автоколебательный вибрационный питатель. Наряду с автоколебаниями, возникающими в ряде машин и установок, используемых в горной промышленности (подающие системы комбайнов, струги, скребковые конвейеры и т. д.), самопроизвольно и снижающими долговечность машин, в которых они возбуждаются, автоколебания можно вызывать преднамеренно с целью их производственного использования. В качестве примера такого устройства можно привести автоколебательный вибрационный питатель, для возбуждения которого по предложению Н. Ф. Гончаревича непосредственно используется грузопоток, поступающий на него с ленточного конвейера или из бункера. Как показали эксперимен-

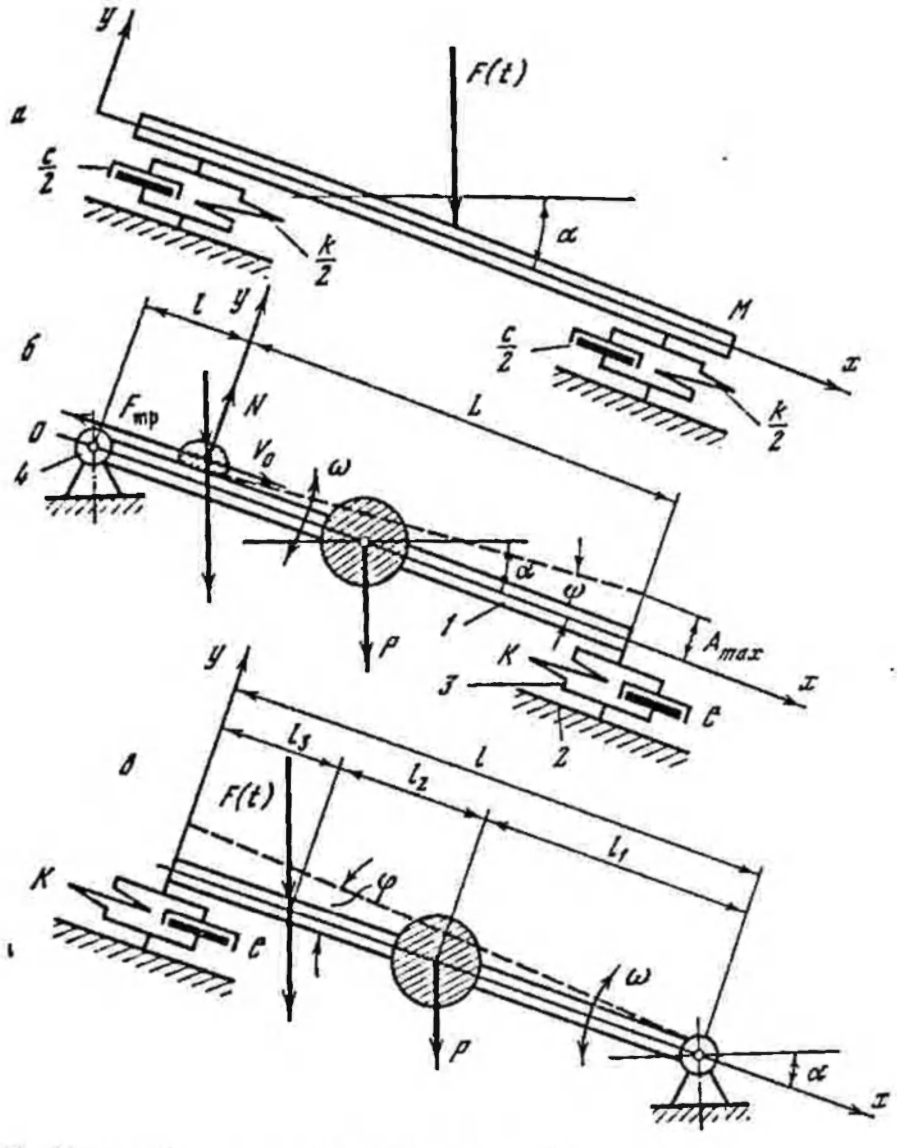


Рис. 76. Самовозбуждающийся вибрационный питатель

а — с поступательным перемещением грузонесущего органа; *б* — с верхним расположением шарнира; *в* — с нижним расположением шарнира

тальные исследования, такой грузопоток является некоторой стохастической функцией времени, меняющейся случайным образом относительно среднего ее значения. Автоколебательный вибропитатель представляет собой колебательную систему, состоящую из грузонесущего органа и упругой системы, т. е. по существу это обычный вибрационный питатель, лишенный привода (вибратора) (рис. 76, *а*).

Автоколебательная система в целом представляет собой комплекс, включающий сам вибропитатель и грузопоток. Источником энергии автоколебательной системы служит грузопоток, или, точнее говоря, его среднее значение (математическое ожидание); колебательной системой — вибропитатель. Регулирование поступления энергии в колебательную систему осуществляется отклонением величины грузопотока от его среднего значения. Обратная связь колебательной системы с регулирующим устройством заключается в том, что восстанавливающие силы упругих связей обусловливают смещение грузонесущего органа в момент уравнивания усилий в колебательной системе и давления грузопотока.

При указанном характере возбуждения будут устанавливаться такие колебания рабочего органа вибропитателя, при которых рассеяние энергии в системе (гистерезисные потери в упругих элементах, затраты энергии на перемещение транспортируемого груза) будет строго соответствовать ее притоку. Так, если увеличится поступление энергии в систему, возрастет амплитуда колебаний рабочего органа и пропорционально квадрату возрастут потери в колебательной системе, установится новый режим, соответствующий притоку и расходованию энергии. При уменьшении притока энергии амплитуда колебаний уменьшается, вследствие чего снижаются затраты в системе. Нелинейность автоколебательной системы, необходимая для создания возможности ее устойчивой работы, обеспечивается нелинейностью системы источник энергии — клапан. Частота колебаний автоколебательного вибрационного питателя определяется скоростью протекания процессов накопления и расходования энергии, т. е. будет зависеть от характеристики источника энергии и процессов, связанных с рассеянием энергии.

Вибропитатель со случайным возбуждением. В данном случае будем рассматривать вибропитатель, возбуждаемый грузопотоком, как колебательную систему со случайным возбуждением.

Экспериментальными исследованиями показано, что воздействие на транспортные конструкции от грузопотока скального груза $F(t)$ может быть описано как случайный процесс с определенными вероятностными характеристиками: математическим ожиданием $m_F(t)$ и корреляционной функцией $R_F(t_1, t_2)$

$$m_F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t)\, p(F, t)\, dF, \tag{3.109}$$

$$R_F(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} [F(t_1) - m_F(t_1)][F(t_2) - m_F(t_2)]\, p(F_1, F_2, t_1, t_2)\, dF_1 dF_2, \tag{3.110}$$

где $p(F, t)$; $p(F_1, F_2, t_1, t_2)$ — одно- и двумерная плотность вероятности процесса $F(t)$.

При нормальной работе транспортных звеньев воздействие от грузопотока является стационарным случайным процессом и тогда

$$p(F, t) = p(F), \tag{3.111}$$

$$p(F_1, F_2, t_1, t_2) = p(F_1, F_2, t_1 - t_2) = p(F_1, F_2, \tau). \tag{3.112}$$

Следовательно,

$$m_F(t) = m_F = \text{const}, \tag{3.113}$$

$$R_F(t_1, t_2) = R_F(\tau) = \sigma_F^2 \rho(\tau), \tag{3.114}$$

где σ_F^2 — дисперсия воздействия грузопотока; $\rho(\tau)$ — нормированная корреляционная функция грузопотока.

Используя преобразование Фурье, запишем также выражение для спектральной плотности стационарного процесса $F(t)$

$$G_F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_F(\tau)\, e^{-j\omega\tau} d\tau. \tag{3.115}$$

Таким образом, исследование режимов колебаний вибропитателя следует выполнять с применением методов статистической динамики. Для анализа вибропитатель представим одномассной колебательной системой с массой M, эквивалентной жесткостью амортизаторов k и вязкими сопротивлениями c (см. рис. 76, a).

Дифференциальное уравнение движения грузонесущего органа вибропитателя по направлению оси x имеет вид

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)\cos\alpha, \tag{3.116}$$

где α — угол установки вибропитателя к горизонту.

Разделив все члены дифференциального уравнения на коэффициент при старшей производной, получим

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2 x = f(t), \tag{3.117}$$

где p — собственная частота колебаний грузонесущего органа на упругих связях в направлении оси x, $p^2 = k/M$; n — коэффициент вязких сопротивлений упругих связей вибропитателя в направлении оси x, $2n = c/M$; $f(t)$ — приведенное к направлению колебаний и единице массы грузонесущего органа возмущение от грузопотока.

Очевидно, статистические характеристики воздействия будут равны:

математическое ожидание

$$m_f = \frac{m_F \cos\alpha}{M}; \tag{3.118}$$

корреляционная функция

$$R_f(\tau) = \frac{R_F(\tau)\cos^2\alpha}{M^2}; \tag{3.119}$$

спектральная плотность

$$G_f(\omega) = \frac{G_F(\omega)\cos^2\alpha}{M^2}. \tag{3.120}$$

Основными статистическими характеристиками реакции x (перемещения) вибропитателя являются: математическое ожидание m_x, дисперсия σ_x^2 и нормированная корреляционная функция $\rho_x(\tau)$. Выражения для m_x, σ_x^2 и $\rho_x(\tau)$ запишутся в виде

$$m_x = m_f \Phi(0), \tag{3.121}$$

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(j\omega)|^2 G_f(\omega)\, d\omega\tau, \tag{3.122}$$

$$\rho_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1) d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) d\tau_2 \rho_f(\tau + \tau_2 - \tau_1) d\tau_2, \tag{3.123}$$

где $h(\tau)$ — импульсная переходная функция; $\Phi(j\omega)$ — передаточная функция колебательной системы вибропитателя

$$\Phi(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt. \tag{3.124}$$

Передаточную функцию можно записать также в виде

$$\Phi(j\omega) = \frac{1}{p^2 - \omega^2 + 2j\omega n}, \tag{3.125}$$

откуда, в частности,

$$\Phi(0) = \frac{1}{p^2}.$$

Если принять, что исследуемая колебательная система с собственной частотой p является узкополосной (что весьма часто выполняется на практике), получим следующее выражение для дисперсии реакции:

$$\sigma_x^2 = \frac{\pi G_f(p)}{4n\omega^2} = \frac{\pi G_F(p)\cos^2\alpha}{4np^2M^2}, \tag{3.126}$$

где $G_f(p)$ — значение спектральной плотности воздействия на частоте p.

Математическое ожидание реакции запишется

$$m_x = \frac{m_f}{p^2} = \frac{m_F \cos\alpha}{Mp^2}. \tag{3.127}$$

Нормированная корреляционная функция узкополосной механической системы может быть определена следующим образом.

Как известно, спектральная плотность реакции связана со спектральной плотностью возмущения $F(t)$ соотношением

$$G_x(\omega) = G_F(\omega)\, |\Phi(j\omega)|^2. \tag{3.128}$$

Для узкополосной механической системы величина $\Phi(i\omega)$ будет существенно отлична от нуля в области, близкой к собственной частоте системы p. В этом случае величина $G_x(\omega)$ может быть представлена в виде

$$G(\omega)=g(\omega-p) \tag{3.129}$$

и тогда

$$R(\tau)=\int_0^\infty g(\omega-p)\cos\omega\tau d\omega\tau \tag{3.130}$$

или

$$R(\tau)=r(\tau)\cos p\tau+s(\tau)\sin p\tau, \tag{3.131}$$

где

$$r(\tau)=\int_{-p}^\infty g(\Omega)\cos\Omega\tau d\Omega\tau, \tag{3.132}$$

$$s(\tau)=\int_{-p}^\infty g(\Omega)\sin\Omega\tau d\Omega\tau. \tag{3.133}$$

Принимая $g(\Omega)$ приблизительно симметричной относительно p и заменяя в (3.133) нижний предел на $-\infty$, получим

$$s(\tau)\cong 0, \tag{3.134}$$

$$R(\tau)=r(\tau)\cos p\tau, \tag{3.135}$$

т. е. корреляционная функция является произведением двух четных функций: $r(\tau)$, которая меняется относительно медленно, и $\cos p\tau$, которая меняется быстро. Полученный результат говорит о том, что выходная реакция будет узкополосным колебанием с основной частотой p, т. е. что вибропитатель будет колебаться преимущественно с частотой p. Это позволяет упростить анализ процесса транспортирования груза вибропитателем. Перемещение (амплитуда колебаний) грузонесущего органа может быть определено только с вероятностной точки зрения. Поскольку система линейная и входной грузопоток, как показывают результаты обработки экспериментальных данных, нормальный, реакция системы будет распределена также нормально, т. е.

$$p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}}e^{-\left(\frac{x-m_x}{\sqrt{2}\sigma_x}\right)^2}, \tag{3.136}$$

где m_x, σ_x — величины, полученные по (3.121) и (3.122).

Необходимо отметить, что для узкополосной механической системы при законе распределения возмущающего воздействия, отличном от нормального, реакция будет иметь распределение, близкое к нормальному, причем тем более близкое, чем уже полоса пропускания системы. Поэтому для большинства практических расчетов можно считать распределение реакции нормальным. Колебания в стационарном режиме будут симметричны относительно математического ожидания.

На основании сказанного можно считать, что с вероятностью

$$p = 0{,}5 - P(\lambda), \tag{3.137}$$

где $P(\lambda)$ — функция Лапласа,

$$\lambda = \frac{A}{\sigma_x^2},$$

амплитуда колебаний будет не меньше заданной амплитуды A. Если, например, задаться вероятностью $p' = 0{,}5\,p$, то по таблицам для $P(\lambda)$ величина A будет примерно равна $0{,}7\,\sigma_x$, при $p' = 0{,}3p$ $A \cong \sigma_x$ и т. д.

В качестве практического примера рассмотрим расчет автоколебательного вибропитателя, конструкция которого приведена на рис. 76, *б*. Основной частью конструкции является грузонесущий орган *1* прямолинейного или криволинейного профиля, опирающийся на неподвижную раму *2* посредством упругих опор *3*, работающих на сдвиг, и упругих шарниров *4*. При воздействии поступающего потока горной массы на грузонесущий орган автоколебательного вибропитателя он начинает вибрировать с некоторой амплитудой и частотой относительно опорного шарнира. Как было отмечено выше, вероятностными характеристиками возмущения $F(t)$ грузопотока являются математическое ожидание m_F, корреляционная функция $R_F(\tau)$ и дифференциальный закон распределения $p(F)$, которые в свою очередь зависят от крупности кусков транспортируемого груза, высоты его падения на грузонесущий орган и гранулометрического состава.

Дифференциальное уравнение малых колебаний грузонесущего органа, представленного в расчетной схеме в виде эквивалентной балки (см. рис. 76, *б*), имеет вид

$$I_z\ddot{\varphi} + Cl^2\dot{\varphi} + Kl^2\varphi = F(t)(l_1 + l_2)\cos\alpha \tag{3.138}$$

или после преобразований

$$\ddot{\varphi} + 2np\dot{\varphi} + p^2\varphi = f(t), \tag{3.139}$$

где

$$\frac{Cl}{I_z} = 2np, \qquad \frac{Kl^2}{I_z} = p^2, \qquad \frac{(l_1 + l_2)\cos\alpha}{I_z} = b.$$

Здесь обозначено: φ — обобщенная координата; α — угол установки грузонесущего органа вибропитателя; C — характеристика затухания упругих элементов вибропитателя; K — коэффициент жесткости упругой системы вибропитателя; I_z — момент инерции грузонесущего органа вибропитателя относительно оси подвески.

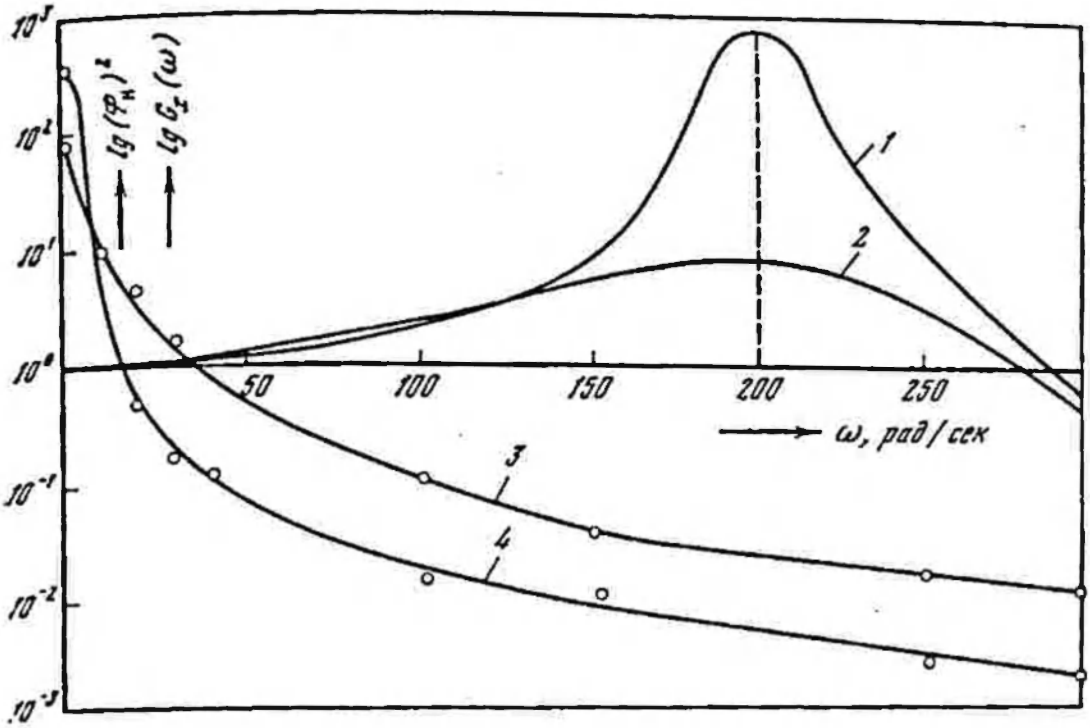


Рис. 77. Характеристики колебательной системы и возмущения

1, 2 — амплитудно-частотные характеристики колебательной системы соответственно при $C = 0{,}02$ и $C = 0{,}2$; 3, 4 — спектральная плотность возмущающей силы соответственно при $G_x(\omega) = 5$ и $G_x(\omega) = 1$

Передаточная функция автоколебательного вибропитателя приведенной системы имеет вид

$$\Phi(j\omega) = \frac{1}{p^2 + 2nj\omega p - \omega^2}. \tag{3.140}$$

Квадрат модуля амплитудно-частотной характеристики приведен на рис. 77, из которого видно, что колебательная система вибропитателя практически при любых типах амортизаторов остается высокодобротной.

Статистические характеристики возмущения, создаваемого грузопотоком, имеют вид

$$m_f = bm_F, \quad R_f(\tau) = b^2 R_F(\tau). \tag{3.141}$$

Статистические характеристики реакции колебательной системы вибропитателя на возмущение $f(t)$ равны

$$m_\varphi = \Phi(0)\,m_f,$$
$$G_\varphi(\omega) = G_f(\omega)\,|\Phi(j\omega)|^2, \tag{3.142}$$

где $G_\varphi(\omega)$ и $G_f(\omega)$ — соответственно спектральные плотности реакции и возмущения, определяемые как преобразование Фурье от корреляционных функций.

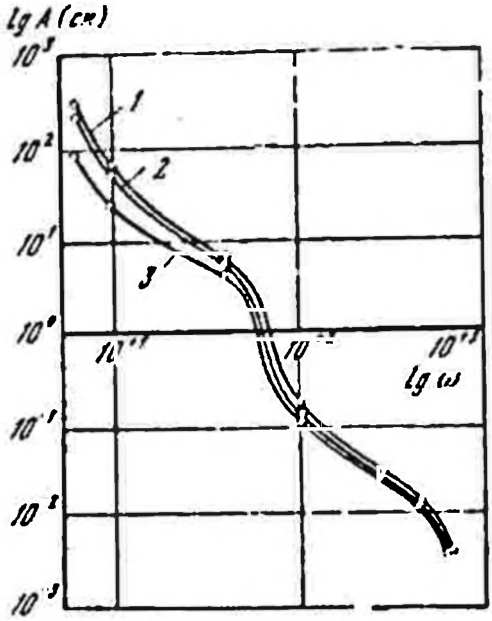


Рис. 78. Зависимость среднеквадратического значения реакции загрузочного устройства от энергетического спектра возмущающей силы

1 — $\xi = 5$ при $n = 0{,}2$; *2* — $\xi = 1$ при $n = 0{,}02$; *3* — $\xi = 1{,}5$ при $n = 2$

Для дальнейшего исследования режима колебаний вибропитателя при воздействии на него случайной силы $F(t)$ корреляционную функцию примем в следующем виде:

$$R_F(\tau) = \sigma_F^2 e^{-\xi|\tau|}, \qquad (3.143)$$

где ξ — коэффициент, характеризующий быстроту убывания корреляционной связи и зависящий от гранулометрического состава горной массы, высоты разгрузки и т. д.; σ_F — среднеквадратическое отклонение.

Так как

$$G_F(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty R_F(\tau)\, e^{-j\omega\tau} d\tau, \qquad (3.144)$$

учитывая предыдущие зависимости, получаем

$$G_f(\omega) = \frac{2\xi\sigma_f^2}{\pi(\xi^2+\omega^2)} \qquad (3.145)$$

или

$$G_F(\omega) = \frac{2\xi\sigma_F^2 b^2}{\pi(\xi^2+\omega^2)}. \qquad (3.146)$$

Дисперсия реакции запишется в виде

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{(\xi+2np)\,\sigma_F^2 b^2}{2\pi n p^3(\xi^2+p^2+2n\xi p)}. \qquad (3.147)$$

На основании данной формулы построен график зависимости $\sigma_y^2 = \sigma_\varphi^2 l$ в пересчете на верхнюю подпружиненную точку опоры грузонесущего органа от p (рис. 78) при различных значениях ξ и n. Анализируя график, можно сделать следующие основные выводы. При одних и тех же значениях коэффициента n, определяющего величину диссипации энергии колебаний, параметр грузопотока ξ незначительно влияет на величину среднеквадратического отклонения реакции системы. На частотах примерно от 20 *рад/сек* и выше влияние величины диссипации энергии колебаний на размах колебаний грузонесущего органа незначительно.

Основной задачей расчета параметров элементов автоколебательного вибропитателя является обеспечение таких режимов колебаний, которые отвечали бы технологическим требованиям, предъявляемым к загрузочному устройству. Эти требования зависят от назначения конструкции, технологических процессов на линии, гранулометрического состава транспортируемой горной массы и могут быть, например, следующими: стабилизация коэффициента трения груза по грузонесущему органу, снижение износа загрузочных устройств, повышение долговечности упругих опор или снижение веса устройства и др.

Рассмотрим решение задачи по стабилизации коэффициента трения груза и снижению износа грузонесущего органа. В такой постановке задачи для обеспечения стабильного и малого коэффициента трения требуется обеспечить такой режим колебаний грузонесущего органа вибропитателя, чтобы перемещаемый груз получал ускорения не менее $1{,}4g$ (см. рис. 75, *а*, *б*). Расчет такого режима колебаний рассмотрим на практическом примере для автоколебательного вибропитателя со следующими исходными данными.

Вес колеблющихся частей $P = 3950$ *н*, длина грузонесущего органа $l = 1{,}4$ *м*, момент инерции грузонесущего органа относительно оси подвеса $I_z = 2210$ *кн/м*^{2}, коэффициент приведения $b = (1{,}17 \cdot 10^{-6})$ *кГм*^{2}, необходимая частота колебаний $\omega = 100$ *рад/сек*. Воздействие грузопотока характеризуется следующими характеристиками: математическое ожидание $m_F = 5000$ *н*, среднеквадратическое отклонение $\sigma_F = 4000$ *н*, $\xi = 5$ *сек*$^{-1}$, $n = 0{,}2$. Закон распределения возмущения $F(t)$ нормальный

$$p_F = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_F^2}} e^{-\frac{(F - m_F)^2}{2\sigma_F}}.$$

Задача сводится к определению жесткости упругой системы автоколебательного вибрационного питателя и амплитуды его колебаний.

Среднее значение углового перемещения грузонесущего органа вибропитателя равно согласно (3.142)

$$m_\varphi = m_f \Phi(0) = m_F \frac{b}{\omega^2} = 5 \cdot 10^3 \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^4} = 2{,}44 \cdot 10^{-2}.$$

По формуле (3.147) находим дисперсию углового перемещения грузонесущего органа вибропитателя

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{(5+4\cdot 10)\cdot 2{,}34\cdot 10^{-5}\cdot 16\cdot 10^6}{6{,}28\cdot 0{,}2\cdot 10^6(2{,}5\cdot 10+4\cdot 10^4+2\cdot 10^2)} = 1{,}31\cdot 10^{-6}.$$

В пересчете на перемещение верхнего подпружиненного конца грузонесущего органа вибропитателя получим:

смещение нейтральной линии

$$m_y = m_\varphi l = 2{,}44\cdot 10^{-2}\cdot 1{,}4\cdot 10^3 = 34 \text{ мм},$$

амплитуда колебаний

$$a = \sqrt{\sigma_\varphi^2}\, l = \sqrt{1{,}31\cdot 10^{-6}}\cdot 1{,}4\cdot 10^3 = 1{,}61 \text{ мм}.$$

Как было отмечено, выше, рассматриваемый автоколебательный вибропитатель является весьма узкополосной системой. Реакция узкополосной системы на нормальное возмущение представляет собой колебательный процесс с частотой, близкой к частоте собственных колебаний, и огибающей, распределенной по закону Релея

$$p(\varphi) = \frac{\varphi}{\sigma_\varphi^2} e^{-\frac{\varphi^2}{2\sigma_\varphi^2}}. \tag{3.148}$$

Максимальное значение плотности вероятности

$$p_{\max}(\varphi) = (\sigma_\varphi^2 e)^{-\frac{1}{2}} \tag{3.149}$$

достигается при $\sigma_\varphi = m_\varphi$.

Среднее значение плотности распределения равно

$$a' = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\sigma_\varphi^2 = 1{,}25\sigma_\varphi^2, \tag{3.150}$$

т. е. практически половина значений угловых отклонений от нейтрального положения m_φ грузонесущего органа будет иметь амплитуду, определяемую выражением (3.150). Учитывая это, получим суммарный размах линейных колебаний грузонесущего органа вибропитателя с вероятностью 50%

$$a_{\Sigma_y} = 2a' = 2{,}5\sigma_y.$$

Это значение амплитуды колебаний используем в дальнейших расчетах

$$a' = 1{,}25\cdot a = 1{,}25\cdot 1{,}61 \text{ мм} = 2{,}02 \text{ мм}.$$

При этом ускорение колебаний грузонесущего органа равно

$$w = a'\omega^2 = 2{,}02\,(10^2)^2 = 20{,}2 \text{ м/сек}^2.$$

Минимальная деформация упругих элементов автоколебательного вибропитателя под действием грузопотока

$$y = m_y + a' = 34{,}0 + 2{,}02 = 36{,}02 \text{ мм.}$$

Необходимая жесткость упругих элементов

$$K = \frac{\omega^2 I_z}{l^2} = \frac{1\cdot 10^4 \cdot 2{,}21\cdot 10^2}{1{,}4^2} = 1{,}026\cdot 10^4 \text{ н/см.}$$

Выполненные расчеты показывают, что грузопоток скального груза может создать устойчивый режим колебаний автоколебательного вибропитателя на собственной частоте и с амплитудой, обеспечивающей заданный коэффициент сопротивления перемещению груза. При этом амплитуда высокочастотных колебаний мало зависит от свойств энергетического спектра грузопотока и затухания в упругих элементах. Это позволяет применять разработанную методику для расчета автоколебательных вибропитателей с различными типами амортизаторов (металлическими, резинометаллическими и т. д.), возбуждаемых грузопотоками с энергетическим спектром, зависящим от гранулометрического состава, высоты загрузки и т. д.

Определив параметры режима колебаний грузонесущего органа автоколебательного вибрационного питателя, обратимся к исследованию закономерностей вибротранспортирования поступившего на него груза. Теория вибрационного транспортирования (Гончаревич, 1972), основанная на феноменологических методах представления массовых грузов, позволяет провести строгое исследование закономерности перемещения по автоколебательному вибрационному питателю.

В данном разделе рассмотрим приближенный метод анализа движения груза по автоколебательному вибропитателю, представляя его как процесс самотечного движения груза по вибрирующей поверхности. При таком характере перемещения груза движущей силой является сила тяжести и она определяет скорость движения груза по рабочему органу. Вибрация, действующая нормально к поверхности лотка, играет роль средства, снижающего сопротивления перемещению.

При анализе движения груза по автоколебательному вибрационному питателю сделаем ряд упрощающих допущений. Основное упрощение заключается в том, что в уравнении самотечного движения груза по неподвижному лотку коэффициент трения заменяется коэффициентом сопротивления движению груза, который зависит от параметров вибрации лотка. Такой подход позволяет, не искажая физической сущности явлений, происходящих при движении горной массы по вибрирующей поверхности, получить достаточно простые конечные расчетные формулы. Естественно, что здесь предполагается известной зависимость между коэффициентом сопротивления движению груза и параметрами вибрации. Указанная зависимость принимается на основе экспериментальных данных, приведенных в работе А. О. Спиваковского, Н. Ф. Гончаревича (1961).

В этой работе дана экспериментальная зависимость отношения коэффициентов сопротивления при наличии вибрации $\mu_в$ и без вибрации μ от величины ускорения колебаний $A\omega^2$. Для массовых грузов аналогичная зависимость приведена на рис. 75, *а*, *б*.

Начнем с исследования закономерностей движения груза по наклонному прямолинейному грузонесущему органу. В соответствии с принятыми допущениями уравнение движения груза по прямолинейному рабочему органу автоколебательного вибропитателя имеет вид

$$v\frac{dv}{dx} = g(\sin\alpha + \mu\xi(x)\cos\alpha), \tag{3.151}$$

где v — скорость движения груза по грузонесущему органу; μ — коэффициент трения груза о транспортирующую поверхность; α — угол наклона грузонесущего органа вибропитателя; $\xi(x)$ — коэффициент, учитывающий изменение сопротивлений перемещению груза и зависящий от параметров вибрации.

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_0^x g\sin\alpha\,dx - \int_0^x \mu\xi(x)\cos\alpha\,dx, \tag{3.152}$$

где v_0 — начальная скорость движения груза по вибропитателю.

Для определения функции $\xi(x)$ аппроксимируем экспериментальную зависимость отношения $\mu_в/\mu$ от ускорения колебаний (Спиваковский, Гончаревич, 1961) с помощью следующей функции:

$$\xi(w) = \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}(1{,}15w - 10). \tag{3.153}$$

Анализ показывает, что хорошая сходимость экспериментальной и аппроксимирующей кривых наблюдается в диапазонах ускорений $0 \div 4$ и $11 \div 24$ *м/сек²*; худшая сходимость существует в диапазоне ускорений $4 \div 11$ *м/сек²*. Максимальная ошибка достигает примерно 20% при ускорениях 8 *м/сек²*, однако суммарная ошибка находится в пределах 5%.

Амплитудное значение ускорения грузонесущего органа вибропитателя равно:

для схемы с нижним подрессориванием

$$w = \Psi\omega^2(l + x), \tag{3.154}$$

для схемы с верхним подрессориванием

$$w = \Psi\omega^2(l - x), \tag{3.155}$$

где l — расстояние от оси шарнира до места нахождения груза в

момент загрузки; x — текущая координата груза; $\Psi = A_{\max}/L + l$ — максимальный угол поворота грузонесущего органа относительно его нейтрального положения; $A_{\max}$ — максимальная амплитуда колебаний грузонесущего органа вибропитателя; ω — угловая частота колебаний грузонесущего органа вибропитателя.

С учетом соотношений (3.154) и (3.155) функция $\xi(x)$ будет равна соответственно для нижнего и верхнего подрессориваний

$$\xi(x) = \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}[1{,}15\Psi\omega^2(l + x) - 10], \tag{3.156}$$

$$\xi(x) = \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}[1{,}15\Psi\omega^2(l - x) - 10]. \tag{3.157}$$

Тогда для нижнего подрессоривания выражение (3.152) с учетом (3.154) запишется в виде

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_0^x g\sin\alpha\,dx - \int_0^x \mu\cos\alpha\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}[1{,}15\Psi\omega^2(l + x) - 10]\,dx. \tag{3.158}$$

При этом второй интеграл правой части уравнения (3.158) равен

$$z = \frac{1}{\pi}\int_0^x \operatorname{arctg}[1{,}15\Psi\omega^2(l + x) - 10]dx = \frac{0{,}87}{\alpha\omega^2\pi}\{[1{,}15\Psi\omega^2(l + x) - 10]\operatorname{arctg}[\Psi\omega^2(l + x) - 10] + 0{,}5\ln\{1 + [1{,}15\Psi\omega^3(l + x) - 10]^2\} - (1{,}15\Psi\omega^2 l - 10)\operatorname{arctg}(1{,}15\Psi\omega^2 l - 10) - 0{,}5\ln[1 + (1{,}15\Psi\omega^2 - 10)^2]\}. \tag{3.159}$$

Решая уравнение (3.158) с учетом (3.159), получим расчетную формулу для определения скорости груза

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2g(x\sin\alpha - \mu z\cos\alpha)}. \tag{3.160}$$

Для верхнего подрессоривания вибропитателя значение параметра z определяется по формуле

$$z = -\frac{0{,}87}{\alpha\pi\omega^2}\{[1{,}15\Psi\omega^2(l - x) - 10]\operatorname{arctg}[1{,}15\Psi\omega^2(l - x) - 10] + 0{,}5\ln\{1 + [1{,}15\Psi\omega^2(l - x) - 10]^2\} - (1{,}15\alpha\omega^2 l - 10)\operatorname{arctg}(1{,}15\Psi\omega^2 - 10) - 0{,}5\ln[1 + (1{,}15l\Psi\omega^2 - 10)^2]\}. \tag{3.161}$$

Формула (3.160) позволяет определить скорость движения груза на выходе прямолинейного грузонесущего органа, если известны его основные параметры. Однако на практике для обеспечения более плавного схода груза с вибропитателя на конвейерную ленту

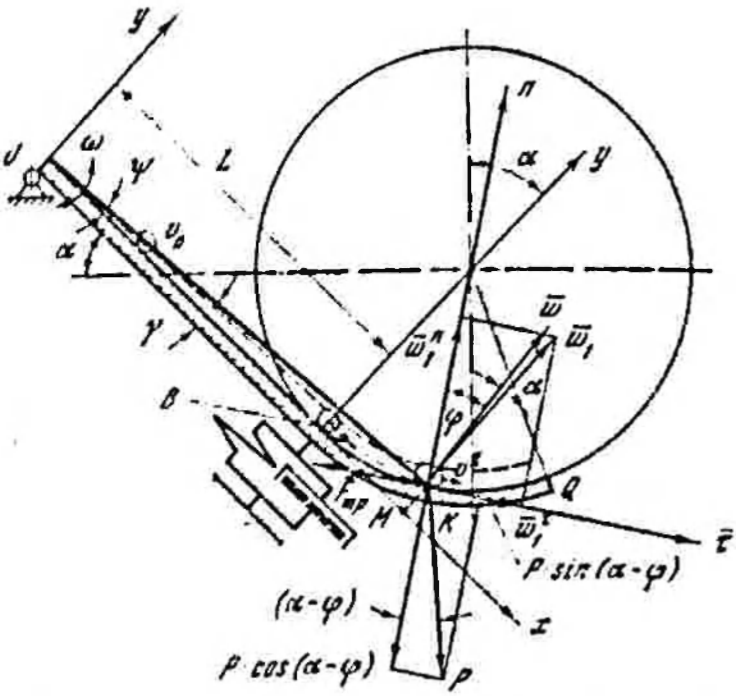


Рис. 79. Расчетная схема автоколебательного вибропитателя с криволинейным грузонесущим органом

с необходимой скоростью применяют криволинейное профилирование нижней части грузонесущего органа, причем для удобства длина криволинейного профиля делается переменной.

Рассмотрим расчетную схему движения груза по криволинейному грузонесущему органу (рис. 79), в которой кривой OB обозначен профиль транспортирующей поверхности вибропитателя. Участок профиля OB прямолинейный и установлен к горизонту под углом α, а участок BQ представляет собой дугу окружности радиуса R. Грузонесущий орган совершает малые угловые колебания относительно шарнира O с частотой ω. Ускорение w произвольной точки лотка K на дуге BQ с координатой φ направлено перпендикулярно к прямой OK. Угол между осью x и прямой OK обозначим через γ. Опустим из точки K перпендикуляр на ось x и отложим на нем вектор ускорения $\mathbf{w}_1$. Угол между векторами $\mathbf{w}$ и $\mathbf{w}_1$ будет равен γ. Разложим ускорение $\mathbf{w}_1$ на нормальную $\mathbf{w}_1^n$ и тангенциальную $\mathbf{w}_1^\tau$ составляющие. Угол между этими векторами равен углу φ.

Используя, как и ранее, принцип Даламбера, запишем в векторной форме дифференциальное уравнение движения груза по неподвижной цилиндрической поверхности грузонесущего органа

$$m\mathbf{w}_r = \mathbf{F}_{тр} + \mathbf{N} + \mathbf{P}, \tag{3.162}$$

где w_r — ускорение движения частицы по криволинейной поверхности грузонесущего органа; N и $F_{тр}$ — нормальная реакция и сила трения груза о транспортирующую поверхность; m — масса транспортируемого груза.

Проекция этих сил на ось τ

$$m\frac{dv}{dt} = \mu N + P\sin(\alpha - \varphi), \tag{3.163}$$

проекция сил на ось n

$$m\frac{v^2}{R} = N - P\cos(\alpha - \varphi). \tag{3.164}$$

Здесь: $w_r^{\tau} = dv/dt$ — касательная составляющая ускорения движения груза; $w_r^{n} = v^2/R$ — нормальная составляющая ускорения движения груза.

Из уравнения (3.164) определим нормальную реакцию груза на транспортирующую поверхность

$$N = m\frac{v^2}{R} + mg\cos(\alpha - \varphi). \tag{3.165}$$

Учитывая уравнение (3.165), уравнение (3.163) после преобразований запишем в виде

$$\frac{dv}{dt} = -\mu\xi(\varphi)\left[\frac{v^2}{R} + g\cos(\alpha - \varphi)\right] + g\sin(\alpha - \varphi). \tag{3.166}$$

Заменив в уравнении (3.166) дифференцирование по t дифференцированием по φ в полярных координатах, получим

$$v\frac{dv}{d\varphi} = gR\sin(\alpha - \varphi) - R\mu\xi(\varphi)\left[\frac{v^2}{R} + g\cos(\alpha - \varphi)\right]. \tag{3.167}$$

Это уравнение решаем при начальных условиях

$$v(0) = v_0, \qquad \varphi(0) = 0.$$

Выражение (3.167) запишем в виде

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{d(v)^2}{d\varphi} = gR\sin(\alpha - \varphi) - \mu R\xi(\varphi)\left[\frac{v^2}{R} + g\cos(\alpha - \varphi)\right].$$

Производя замену $v^2 = y$, $v^2(0) = y_0$ и преобразуя его, получим окончательно

$$\frac{dy}{d\varphi} + 2\mu\xi(\varphi) = 2gR\left[\sin(\alpha - \varphi) - \mu\xi(\varphi)\cos(\alpha - \varphi)\right]. \tag{3.168}$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$y = \exp\left[-\int_0^{\varphi} 2\mu\xi(\varphi)\,d\varphi\right]\left\{\int_0^{\varphi} 2gR\,[\sin(\alpha-\varphi) - \mu\xi(\varphi)\cos(\alpha-\varphi)]\exp\left[\int_0^{\varphi} 2\mu\xi(\varphi)\,d\varphi\right]d\varphi + y_0\right\}. \qquad (3.169)$$

Для решения уравнения (3.169) необходимо найти функцию $\xi(\varphi)$, определив предварительно значение текущей координаты

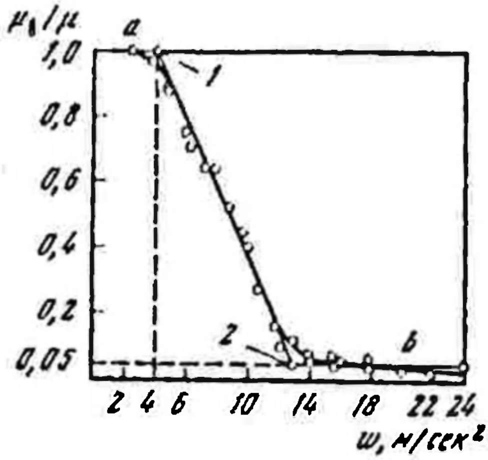


Рис. 80. Зависимость отношения коэффициентов сопротивления перемещению при наличии и отсутствии вибрации μ_1/μ от ускорения колебаний

грузонесущего органа в точке K и ускорение колебаний в зависимости от угла φ (см. рис. 79). Для этого в случае нижнего подрессоривания грузонесущего органа примем следующие допущения: расстояние от шарнира O до точки криволинейной поверхности грузонесущего органа равно абсциссам этих точек; угол между векторами ускорения произвольной точки грузонесущего органа и его нормальной составляющей равен углу φ; величина ускорения произвольной точки круговой поверхности грузонесущего органа равна произведению абсцисс этих точек на угловое ускорение.

Таким образом, мы заменяем ускорение w на ускорение w_1. Если учесть, что угол γ в рассматриваемом случае имеет небольшую величину (в пределах 10—15°), то принятые допущения можно считать не слишком грубыми.

Определим значение текущей координаты x точки K. Из ΔBKM находим

$$BM = BK\cos\frac{\varphi}{2}, \qquad BK = 2R\sin\frac{\varphi}{2}.$$

Тогда

$$OM = x = OB + BM = L + 2R\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2} = L + R\sin\varphi. \qquad (3.170)$$

При переносе оси в точку B выражение (3.170) будет иметь вид

$$x = R \sin \varphi. \tag{3.171}$$

Амплитудное значение ускорения колебаний точки K лотка с учетом принятых допущений определяется по формуле

$$w = \Psi\omega^2 (L + x) = \Psi\omega^2 (L + R \sin \varphi). \tag{3.172}$$

Это соотношение позволяет определить коэффициент $\xi(\varphi)$, располагая зависимостью отношения μ_n/μ от ускорения (рис. 80). Аппроксимируем эту зависимость, предварительно разбив график $\mu_n/\mu = f(w)$ на линейные части в местах перегиба (точки *1* и *2*). Координаты точек следующие: точки *1* — $\mu_n/\mu = 1$, $w = 4$; точки *2* — $\mu_n/\mu = 0{,}05$, $w = 13$. Ускорениям $w_1 = 4$ *м/сек*^{2} и $w_2 = 13$ *м/сек*^{2} будут соответствовать углы φ_1 и φ_2, определяемые из уравнения (3.172):

$$\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{w_1}{\Psi\omega^2 R} - L\right); \qquad \varphi_2 = \arcsin\left(\frac{w_2}{\Psi\omega^2 R} - L\right). \tag{3.173}$$

На правом участке функция $\xi_1(w) = \xi_1(\varphi)$ имеет постоянное значение $a = 1$. Участок *1—2* аппроксимируем прямой, описываемой уравнением

$$\xi_2(\varphi) = kw + d, \tag{3.174}$$

где

$$k = -\frac{a-b}{w_2 - w_1}; \qquad d = \frac{aw_2 - bw_1}{w_2 - w_1}. \tag{3.175}$$

Подставляя (3.172) в (3.174), получим выражение для функции $\xi_2(\varphi)$

$$\xi_2(\varphi) = k(\Psi\omega^2 L + \Psi\omega^2 R \sin\varphi) + d \tag{3.176}$$

или, обозначив

$$k\Psi\omega^2 = s, \qquad sL + d = q,$$

получим

$$\xi_2(\varphi) = sR\sin\varphi + q. \tag{3.177}$$

На третьем участке функция $\xi_3(w) = \xi_3(\varphi)$ имеет постоянное значение $b = 0{,}05$.

При принятой аппроксимации необходимо предварительно определить значения углов φ_1 и φ_2, а следовательно, при вычислении интегралов уравнения (3.169) от функции $\xi(\varphi)$ рассматривать три области: $0 < \varphi < \varphi_1$; $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$; $\varphi > \varphi_2$.

В общем случае, коэффициент сопротивления проходит все три фазы изменения, при этом интеграл уравнения (3.169) будет равен

$$2\mu\int_0^{\varphi} \xi(\varphi)\,d\varphi = 2\mu\Psi\varphi_1 + 2\mu\,[q(\varphi_2 - \varphi_1) - sR(\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1) + 2\mu b(\varphi_1 - \varphi_2)]. \tag{3.178}$$

Расчетная формула для конечной скорости движения груза по криволинейному грузонесущему органу имеет вид

$$v = e^{-n\varphi} v_0^2 + A\frac{1-e^{-n\varphi}}{n} - \frac{(n\varphi-1)}{n^2}(B - Db) - C\frac{e^{-n\varphi}}{n}[a(e^{n\varphi_1}-1) + q(e^{n\varphi_2}-e^{n\varphi_1}) + b(e^{n\varphi}-e^{n\varphi_2})] + D\frac{e^{-n\varphi}}{n^2}[e^{n\varphi_1}(n\varphi_1-1)(a-q) + e^{n\varphi_2}(n\varphi_2-1)(q-b)] + \frac{e^{-n\varphi}}{n^2}(Da-B) + \frac{gRe^{-n\varphi}}{n^2+1}\{e^{n\varphi_2}\sin\varphi_2[n(D\varphi_2 - C) - D\frac{n^2-1}{n^2+1}] + e^{n\varphi_1}\cos\varphi_1[D(\varphi_1 - \frac{2n}{n^2+1}) - C]\}, \tag{3.179}$$

где

$$A = \frac{6gR\alpha}{\pi}; \quad B = \frac{6gR}{\pi}; \quad C = 2gR\mu\left(1 - \frac{\alpha}{3\pi}\right);$$

$$D = 2\mu[q(\varphi_2-\varphi_1) - gR(\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1) + a\varphi_1 - b\varphi_2].$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Опыт эксплуатации самых разнообразных машин, используемых в горной промышленности, показывает, что колебательные процессы в их звеньях, не предусмотренные кинематикой механизма, далеко не исключение, а скорее правило. Причины возникновения этих колебаний могут быть весьма различными. В вибрационных машинах — это специальный привод, который задает движению их рабочих органов упорядоченные колебания с заранее обусловленными параметрами. В машинах обычного устройства колебания могут вызываться случайными изменениями рабочей нагрузки, характером взаимодействия элементов машины, а также комплексом факторов, которые принято рассматривать как источник возникновения автоколебаний.

Таким образом, практически всем горным машинам, особенно современным быстроходным и тяжело нагруженным, присуще наложение колебаний на основные движения их звеньев. Такие режимы работы горных машин в большинстве случаев нежелательны и требуют устранения, а в некоторых условиях оправданны и даже эффективны. Во всяком случае, поскольку колебательные режимы в горных машинах на практике имеют место, системы — носители этих режимов должны рассматриваться с позиций теории колебаний и необходимо разрабатывать специальные методы для их исследования. Учет колебаний элементов машины позволяет правильно рассчитывать их параметры, обеспечивая высокоэффективную надежную работу, устанавливать еще неизвестные физические закономерности, открывающие пути дальнейшего совершенствования и направления создания принципиально новых решений.

Авторы сделали попытку рассмотреть некоторые общие аспекты методологии изучения колебательных процессов применительно к различным горным машинам, в которых по тем или иным причинам реализуются колебательные процессы.

Принимая во внимание важную роль, которую играет нагрузка в формировании режимов работы машин, и учитывая недостаточную разработанность методов расчета машин под нагрузкой, авторы уделили известное внимание вопросам формирования нагрузки на рабочих органах горных машин и методам ее описания с позиций реологии. Подверглись дальнейшей разработке вопросы феноменологической виброреологии и методы учета случайного характера изменения параметров моделируемых объектов. На основе принципов статистической динамики и реологии сформулированы методические основы построения механико-реологических феноменологических моделей. Предложенный феноменологический подход авторы рассматривают лишь как один из возможных методов описания нагрузки на рабочие органы горных машин и не претендуют на его исключительность. Авторы понимают, что рекомендуемый метод в значительной степени упрощает реальную картину процесса и успех его применения во многом зависит от способности исследователя правильно и достаточно полно отразить главные особенности процесса в его феноменологической модели. В то же время необходимо отметить, что рассматриваемый метод прост в употреблении и, что весьма важно, позволяет сохранить физическую сущность реальных связей объекта и представить их, хотя и в упрощенном виде, но без подмены формальной схемой. Для повышения достоверности представления нагрузки с помощью феноменологических моделей и в целях получения близких к опыту результатов параметры их принимаются как статистические.

Так как для решения ряда задач горной технологии начинают получать все большее применение горные машины, оснащенные различными вибрационными устройствами, а также машины чисто вибрационного типа, специальный раздел монографии посвящен вопросам динамики колебательных систем с различными вибровозбудителями.

Подробно рассматриваются закономерности взаимодействия колебательных систем с вибровозбудителями кинематического и силового типов, приводятся аналитические зависимости для определения таких важнейших параметров системы, как амплитудно-частотные, частотно-силовые и другие характеристики. Для большей наглядности и облегчения практического пользования материалом в монографии приводятся графические зависимости между основными параметрами системы. В методическом плане может представить интерес исследование закономерностей взаимодействия динамической системы с источником возмущения.

На практике колебательные процессы, возбуждающиеся в горных машинах, переплетаются с ударными. Удары возникают при взаимодействии рабочего инструмента с обрабатываемой средой и элементов машины друг с другом. При этом на параметры удара наряду с действующими усилиями и кинематическими характеристиками в большой степени оказывают влияние внутренние свойства взаимодействующих тел. В связи с этим при разработке методов исследования процесса соударения авторы применили реологическое описание участвующих в процессе взаимодействия элементов конструкций. Представление конструктивных элементов машины в рамках упруговязкопластической концепции позволило достаточно простыми средствами получить аналитические зависимости для основных параметров удара, необходимые как для эффективного осуществления технологической операции, так и для расчета элементов конструкции. С использованием феноменологических подходов разработаны также методы расчета виброударных гасителей колебаний.

В ряде горных машин, представляющих обычно динамические системы малой жесткости, таких, например, как струговые установки и скребковые конвейеры, в процессе эксплуатации часто возбуждаются колебания весьма широкого спектра частоты и амплитуд. Эти колебания оказывают заметное влияние на работу установки — обычно они обусловливают дополнительные динамические нагрузки в элементах конструкции; в отдельных случаях возникающие колебания дают положительный эффект, например, способствуют снижению сопротивлений движению рабочих органов машины. Так, повышение скорости движения тяговой цепи скребкового конвейера интенсифицирует возникающие колебания и в результате снижает сопротивление ее перемещению. Явление самовозбуждения колебаний в машинах с упругими связями малой жесткости требует дальнейшего изучения, физические основы этого процесса вскрыты недостаточно. Этому интересному и важному явлению авторы уделили известное внимание, проанализировав его на основе имеющихся у них собственных исследований и работ других ученых.

Авторами предложено использовать внешние источники возбуждения (нагрузку, взаимодействие элементов конструкции и т. д.) для возбуждения колебаний элементов конструкции горных машин с целью дальнейшего полезного их применения. Так, на примере вибрационного питателя рассмотрены способы использования стохастически меняющейся нагрузки в качестве источника возбуждения полезных колебаний грузонесущего органа. Авторы полагают, что такой новый аспект использования естественных источников возбуждения может оказаться плодотворным для управления динамикой горных машин и решения многих практически важных задач.

ЛИТЕРАТУРА

Александров Е. В., Соколинский В. Б. Прикладная теория и расчеты ударных систем. М., «Наука», 1969.

Андреев В. П., Сабинин Ю. А. Основы электропривода. М., Госэнергоиздат, 1956.

Артоболевский И. И., Лощинин В. С. К исследованию динамического коэффициента неравномерности движения машинного агрегата.— Докл. АН СССР, 1974, т. 114, № 3.

Барон Л. И. О познавательной ценности экспериментально-статистического метода в науке о механическом разрушении горных пород.— Сб. «Научные сообщения», № 113. М., изд. ИГД им. А. А. Скочинского, 1973.

Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю. Вибрационное перемещение. М., «Наука», 1964.

Быховский И. И. Основы теории вибрационной техники. М., «Машиностроение», 1969.

Вейц В. Л. Динамика машинных агрегатов. Л., «Машиностроение», 1969.

Вейц В. Л., Доброславский В. Л. Расчет станочных приводов при периодической нагрузке.— Станки и инструменты, 1961, № 3.

Виницкий К. Е., Гончаревич И. Ф. Щековая вибрационная дробилка. Авт. свид. № 233441.— Бюлл. «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1969, № 2.

Виницкий К. Е., Гончаревич И. Ф., Хечанов Ю. С. Вибрационная щековая дробилка. Авт. свид. № 244096.— Бюлл. «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1969, № 17.

Вуколов Э. А. Применение электронных моделирующих установок для расчета вибрационных питателей с эллиптическим приводом.— Сб. «Конвейерный и рельсовый транспорт в горной промышленности». М., «Недра», 1968.

Гамынин Н. С. Уравнение движения и частотные характеристики гидропривода с объемным регулированием.— Труды МАИ, № 117, 1953.

Гончаревич И. Ф. Дробящая щека. Авт. свид. № 303102.— Бюлл. «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1971а, № 16.

Гончаревич И. Ф. К вопросу разработки феноменологических моделей слоя вибротранспортируемых грузов.— Изв. АН СССР, ОТН. Механика твердого тела, 1971б, № 1.

Гончаревич И. Ф. Динамика вибрационного транспортирования. М., «Наука», 1972.

Гончаревич И. Ф. Реологические методы описания взаимодействия вибромеханизмов с рабочей средой.— Научн. труды вузов ЛитССР, «Вибротехника», № 20, Каунас, 1973.

Гончаревич И. Ф., Земсков В. Д., Корешков В. И. Вибрационные грохоты и конвейеры. М., Госгортехиздат, 1960.

Гончаревич И. Ф., Сергеев П. А. Вибрационные машины в строительстве. М., Машгиз, 1963.

Гончаревич И. Ф., Виницкий К. Е., Хечанов Ю. С., Сеинов Н. П., Варсанофьев В. Д. Щековая вибрационная дробилка. Авт. свид. № 260387.—

Бюлл. «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1970, № 3.

Гончаревич И. Ф., Жуковин Д. И., Синченко И. А. Стенд для исследования процесса виброрезания. Авт. свид. № 311008.— Бюлл. «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1971, № 24.

Гурин М. А. Динамика вибромолота, взаимодействующего с приводом и рабочей средой.— Научн. труды вузов ЛитССР. «Вибротехника», № 20. Каунас, 1973.

Давыдов Б. А., Скородумов Б. А. Динамика горных машин. М., Госгортехиздат, 1961.

Докукин А. В., Красников Ю. Д., Хургин З. Я. Аналитические основы динамики выемочных машин. М., «Наука», 1966.

Докукин А. В., Гончаревич И. Ф. Мощные вибрационные питатели и питатели-грохоты конструкции ИГД им. А. А. Скочинского для горной промышленности. М., изд. ИГД им. А. А. Скочинского, 1968.

Докукин А. В., Гончаревич И. Ф. Руководство по расчету установившихся и переходных режимов работы мощных вибрационных питателей и питателей-грохотов для горной промышленности. М., изд. ИГД им. А. А. Скочинского, 1969.

Докукин А. В., Красников Ю. Д., Хургин З. Я. Шмарьян Е. М. Корреляционный анализ нагрузок выемочных машин. М., «Наука», 1969.

Докукин А. В., Гончаревич И. Ф. Импульсно-вибрационная щековая дробилка. Авт. свид. № 288532.— Бюлл. «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1971, № 36.

Докукин А. В., Колояров К. М., Гончаревич И. Ф., Петросян А. Э., Анциферов М. С. Способ предварительного ослабления угольного пласта. Авт. свид. № 317797.— Бюлл. «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», 1971, № 31.

Докукин А. В., Красников Ю. Д., Хургин З. Я., Шмарьян Е. М., Верескунов В. И., Резников В. А. Динамические процессы горных машин. М., «Наука», 1972.

Ефимов А. И. Об уравнениях внешней динамики горных машин.— Изв. вузов, Горный журнал, 1964, № 4.

Земсков В. Д. Теория инерционных грохотов.— Научн. труды МГИ. М., 1952, № 9.

Земсков В. Д. Основные вопросы теории работы дебалансного вибратора.— Научн. докл. высш. школы. Горное дело, 1958, № 2.

Кобринский А. Е. Механизмы с упругими связями. М., «Наука», 1964.

Кобринский А. Е., Кобринский А. А. Виброударные системы. М., «Наука», 1973.

Кожевников С. Н. Динамика машин с упругими звеньями. Киев, Изд-во АН УССР, 1961.

Кононенко В. О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. М., «Наука», 1964.

Крюков Б. И. Динамика вибрационных машин резонансного типа. Киев, «Наукова думка», 1967.

Лавендел Э. Э. Синтез оптимальных вибромашин. Рига, «Зинатне», 1970.

Лавров Б. П., Некорокомов В. Ю. Универсальное вибрационное устройство для исследования резонансных частот машин и оборудования.— Вибрационная техника в машиностроении и приборостроении. Тезисы докладов. Изд. Львовск. политехн. ин-та, 1973.

Лодж А. Эластичные жидкости. М., «Наука», 1969.

Пинчук И. С. Переходные процессы в асинхронных двигателях.— Электричество, 1957, № 9.

Повидайло В. А. О влиянии явления упругого удара и «прилипания» на процесс вибропеਰемещения твердого тела.— Вибрационная техника в машиностроении и приборостроении. Изд. Львовск. политехн. ин-та, Тезисы докладов. 1973а.

Повидайло В. А. Высокопроизводительные бункерные питатели и стабильность их работы.— Научн. труды вузов ЛитССР. «Вибротехника», № 20, Каунас, 1973б.

Позин Е. З. Сопротивляемость углей разрушению режущими инструментами. М., «Наука», 1972.

Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. М., Машгиз, 1957.

Потураев В. Н., Франчук В. П., Червоненко А. Г. Вибрационные транспортирующие машины. М., «Машиностроение», 1964.

Рагульскис К. М., Кубайтис З. И., Кумпикас А. Л., Гецевичюс Ю. Ю., Башкис А. К. Колебания сложных механических систем. Вильнюс, «Минтис», 1969.

Рагульскис К. М., Бакшевичюс Р. Ю. О преобразовании высокочастотных механических колебаний в непрерывное движение.— Научн. труды вузов ЛитССР. «Вибротехника», № 20, Каунас, 1973.

Рейнер М. Реология. М., «Наука», 1965.

Спиваковский А. О., Гончаревич И. Ф. Экспериментальные исследования влияния вибрации на сопротивление транспортированию.— Докл. АН СССР, 1961, т. 140, № 3.

Спиваковский А. О., Гончаревич И. Ф. Вибрационные конвейеры, питатели и вспомогательные устройства. М., «Машиностроение», 1972.

Фролов К. В. Об автоколебаниях с учетом свойств источника энергии.— Изв. АН СССР, ОТН. Механика и машиностроение, 1962, № 1.

Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М., «Мир», 1964.

Хвингия М. В., Багдоева А. М., Габададзе Д. Г., Парцхаладзе Р. Н., Воротынцев Л. К. Колебания и устойчивость упругих систем машин и приборов. Тбилиси, «Мецниереба», 1974.

Членов В. А., Михайлов Н. В. Виброкипящий слой. М., «Наука», 1972.

Чугреев Л. И., Пержинов Г. И. О возможности возникновения автоколебаний в тяговом органе скребкового конвейера.— Сб. «Вопросы механизации в горной промышленности». М., «Недра», 1971.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Игорь Фомич Гончаревич,
Александр Викторович Докукин

ДИНАМИКА ГОРНЫХ МАШИН С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

Утверждено к печати
Ордена Трудового Красного Знамени
институтом горного дела им. А. А. Скочинского

Редактор *Е. Н. Александрова*
Художник *Н. Е. Сайко*
Художественный редактор *А. Н. Жданов*
Технический редактор *В. Н. Зудина*

Сдано в набор 3/X 1974 г. Подпис. к печ. 25/XII 1974 г.
Формат 60×90$^{1}/_{16}$. Бумага № 2.
Усл. печ. л. 13,25. Уч.-изд. л. 13,5 Тираж 2250 экз.
Т-19226. Тип. зак. 1250
Цена 90 коп.
Издательство «Наука»
103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21

2-я типография Издательства «Наука».
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10.