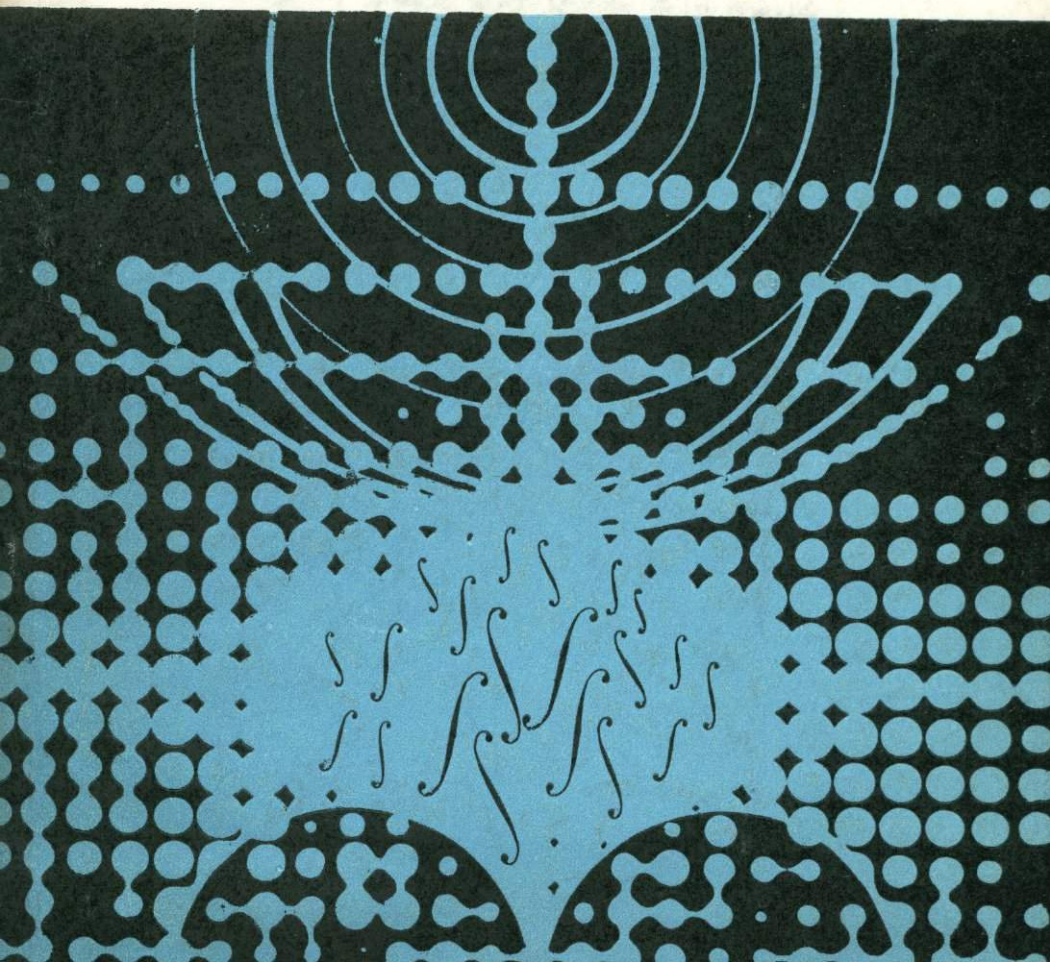


А. П. ЕМЕЛЬЯНОВ, Ю. Н. КУЗНЕЦОВ

# Анализ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ЭВМ



ИНСТИТУТ ГЕОХИМИИ И ГЕОФИЗИКИ АН БССР  
БЕЛОРУССКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГЕОЛОГСРАЗВЕДОЧНЫЙ ИНСТИТУТ

А. П. ЕМЕЛЬЯНОВ, Ю. Н. КУЗНЕЦОВ

**Анализ  
МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОЙ  
ИНФОРМАЦИИ  
НА ЭВМ**

8591

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА И ТЕХНИКА»  
МИНСК 1974



Емельянов А. П., Кузнецов Ю. Н. Анализ магнитотеллурической информации на ЭВМ. Мн., «Наука и техника», 1974, 96 с.

В книге рассматриваются основные аспекты обработки экспериментальных магнитотеллурических данных с помощью ЭВМ. Анализируются различные методы оценки спектрального состава магнитотеллурического поля и выделения отдельных гармоник из суммарной реализации процесса. Предлагается автоматизированная система обработки магнитотеллурической информации на базе ЭВМ «Минск-22».

Книга рассчитана на геофизиков и математиков, занимающихся вопросами обработки геофизической информации с помощью ЭВМ.

Табл. 9. Рис. 12. Библиогр.— 65 назв.

Редактор  
доктор технических наук  
П. М. ЧЕГОЛИН

Рецензенты:

кандидат геолого-минералогических наук Г. Д. Агафонов  
и кандидат геолого-минералогических наук Л. А. Цыбуля

Е 0295—081 105—74  
М316—74

© Издательство «Наука и техника», 1974.



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Современный научно-технический прогресс в области изучения строения земной коры магнитотеллурическими методами в значительной степени определяется уровнем автоматизации процессов регистрации и анализа естественных электромагнитных полей. Несмотря на имеющиеся успехи в автоматизации магнитотеллурического эксперимента, отсутствие развитой автоматизированной системы анализа зарегистрированных реализаций электромагнитного поля Земли резко снижает эффективность магнитотеллурических исследований. Это приводит, во-первых, к неполной загрузке экспериментальных установок, а во-вторых, к ограничениям в постановке и своевременной коррекции экспериментов при изучении строения глубинных недр Земли. Отсюда также вытекает задержка во времени получения конечных результатов эксперимента, снижение точности обработки и в целом замедление темпов физических исследований.

В последние годы получены определенные результаты в автоматизации процессов обработки магнитотеллурической информации (М. Н. Бердичевский, И. А. Безрук, В. Н. Ключкин, А. В. Кохманский, А. В. Куликов, В. Б. Озеров, А. А. Ковтун, Г. Н. Ткачев, О. М. Чинарева и др.). При этом в развитии методов анализа наряду с увеличением роли автоматизации отмечается тенденция создания алгоритмов с более совершенной логикой, позволяющих извлекать значительно большее количество информации из экспериментальных данных и тем самым более надежно определять геоэлектрические параметры разрезов земной коры.

Физической предпосылкой применения магнитотеллурических методов для изучения глубоких горизонтов Земли является существование линейных соотношений между комплексными векторами естественного электромагнитного поля Земли. Так, в методе магнитотеллурического зондирования (МТЗ) рассматриваются линейные соотношения между комплексными векторами электромагнитного поля  $\mathbf{E}(\omega)$  и магнитного  $\mathbf{H}(\omega)$  в широком диапазоне частот, а соответствующая модель имеет вид

$$\mathbf{E}(\omega) = \mathbf{Z}(\omega)\mathbf{H}(\omega).$$



Сведения о строении глубоких горизонтов земной коры в принципе получаются из анализа зависимости компонент тензорного импеданса (линейного оператора) от частоты  $\omega$ . Определение структуры оператора линейного преобразования является основной задачей обработки данных магнитотеллурического эксперимента.

Возможно создание существенно различных систем анализа экспериментальной информации в зависимости от алгоритмов, положенных в их основу. При этом различные системы могут обеспечивать неодинаковую устойчивость определения результативных характеристик. Поскольку векторы естественного электромагнитного поля регистрируются на фоне определенных шумов, то не все преобразования, входящие в систему обработки и обеспечивающие определение магнитотеллурических параметров, могут успешно противостоять вредному раскачиванию данных эксперимента. Поэтому одной из основных проблем автоматизации анализа экспериментальной информации, регистрируемой на фоне неустрашимых помех, является создание систем алгоритмов, минимизирующих неустойчивость определения результативных параметров. Необходимость создания устойчивых к помехам алгоритмов обработки данных вызывается также тем, что существует определенный предел точности регистрирующей аппаратуры, а также тем, что в экспериментальные данные в стадии подготовки их к статистической переработке вносятся дополнительные погрешности, связанные с квантованием, конечностью исследуемых реализаций, ограниченностью разрешающей способности математических фильтров и т. д. Таким образом, автоматизированная система обработки экспериментальной информации обязательно должна содержать логическую схему, обеспечивающую максимально устойчивое определение информативных параметров. Кроме того, эта система должна обеспечить практическую синхронность производственного эксперимента и массовой обработки полученных данных с целью оперативной коррекции проведения магнитотеллурических исследований при изучении строения земной коры. Вопросы, связанные с этой задачей, составляют главное содержание книги.

Авторы благодарны доктору технических наук П. М. Чеголину за ценные замечания, сделанные им в рукописи, а также кандидатам физико-математических наук А. А. Ковтун и В. Н. Пойде за плодотворное обсуждение ряда принципиальных вопросов.

## МЕТОДЫ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

### 1.1. Принципы оценки спектрального состава электромагнитных полей в магнитотеллурических методах

Магнитотеллурические методы позволяют получать информацию о строении глубоких слоев земной коры и мантии. Характеристики среды определяются из соотношений, связывающих либо комплексные амплитуды вариаций горизонтальных составляющих естественных переменных электромагнитных полей [6, 18, 62], либо их спектральные плотности [4, 9, 29], которые в общем случае не могут быть получены путем визуальных наблюдений. На практике обычно ограничиваются квазисинусоидальными приближениями, т. е. определяют «кажущиеся» амплитуды и фазы импульсов квазисинусоидальной формы (рис. 1.1). По существу в этом случае выполняется в определенном смысле операция фильтрации. Однако квазисинусоидальные колебания редко удается проследить по всему необходимому диапазону частот. Если на локальном участке осциллограммы имеются квазисинусоидальные колебания, то они обычно осложнены колебаниями нерегулярного характера. В связи с этим возникает задача выделения скрытых периодических составляющих на ограниченных интервалах регистрации в предположении, что для этих участков характерна относительная выдержанность спектра. Понимается, здесь речь идет не о точном выделении периодического сигнала, а лишь об его оценке. Отметим, что более общая задача — оценка спектрального состава — может также трактоваться как задача выделения скрытых периодичностей [46].

Проблема выделения скрытых периодичностей может быть решена многими способами. Большое количество методов основано на различного вида преобразованиях исходного процесса  $x(t)$ , позволяющих усилить в преобразованном процессе  $x'(t)$  роль определенной периодической компоненты. Существуют два типа соответствующих преобразований: нелинейные, которые используют статистические свойства сигнала, и линейные, которые эти свойства не используют. Направление, основанное на применении нелинейных корреляционных преобразований, развивается А. М. Алексеевым,

И. А. Безруком, М. Н. Бердичевским, В. Н. Ключкиным, А. В. Куликовым [1, 2, 7, 8]. В основе их методики лежит представление о магнитотеллурическом процессе как о процессе, обладающем свойством эргодичности и стационарности. В результате расчета авто- и взаимокорреляционных функций, а также соответствующих спектральных плотностей энергии (см. раздел 2.1) представляется возможным определить компоненты тензорного импеданса. Практические результаты применения энергетических спектров для вычисления импедансов приводятся, в частности, в работе Бостика и Смита [9]. Нами используются преобразования линейного типа, однозначно трансформирующие исходную функцию в новую функцию. Они записываются в виде свертки

$$x'(t) = h(t) * x(t)$$

или

$$x'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau. \quad (1.1)$$

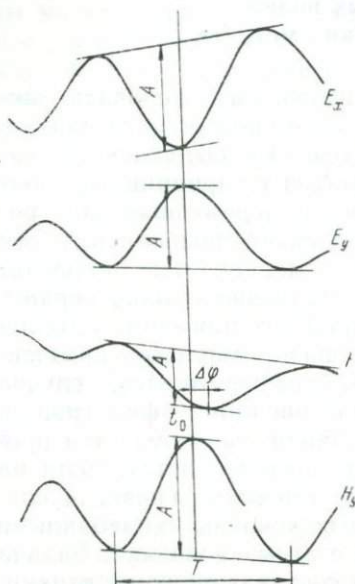


Рис. 1.1. «Кажущиеся» амплитуды и фазы импульсов квазисинусоидальной формы:

$T$  — период колебаний;  $A$  — видимые амплитуды;  $\Delta\varphi$  — относительный сдвиг фаз;  $t_0$  — условный момент нулевой фазы

Преобразование (1.1) можно трактовать как действие некоторого интегрального оператора на исходную функцию  $x(t)$ .

Для практических целей преобразование, осуществляемое в бесконечных пределах, представляет малый интерес. Кроме того, исходные данные обычно выражаются в дискретной форме. Эти обстоятельства приводят к тому, что приходится оперировать свойствами конечных дискретных линейных операторов, содержащих конечное число операторных коэффициентов.

Линейный дискретный оператор, который может быть охарактеризован последовательностью числовых коэффициентов  $(a_{-n}, a_{-n+1}, \dots, a_1, \dots)$ , трансформирует вход  $x(t)$  в выход  $x'(t)$  посредством скользящего суммирования или дискретной свертки:

$$x'(t) = \dots a_1 x_{t-1} + a_0 x_t + a_{-1} x_{t+1} \dots \quad (1.2)$$



Интересно заметить, что если правую часть уравнения (1.2) представить в виде суммы двух членов следующим образом:

$$x'(t) = \sum_{s=-n}^{-1} a_s x_{t-s} + \sum_{s=0}^n a_s x_{t-s}, \quad (1.3)$$

то оба члена вместе решают задачу сглаживания, а отдельно второй член может быть использован для экстраполяционных целей [63].

Хорошо известно, что любая линейная комбинация исходных данных меняет спектральный состав преобразуемого процесса [57]. Следовательно, подходящим выбором коэффициентов  $a_s$  можно регулировать спектральный состав  $x'(t)$ .

Другим способом выделения периодического сигнала является способ, основанный на преобразовании Фурье. Применение гармонического анализа для оценки спектрального состава магнитотеллурических процессов развивается рядом исследователей. Г. Н. Ткачев для выделения первых гармоник предложил машинный вариант разложения в ряд Фурье. А. А. Ковтун для оценки спектрального состава реализовала интегральное преобразование Фурье [28, 29]. А. В. Кохманский и В. Д. Озеров [31] использовали интегральное преобразование Фурье как основной элемент оценки спектрального состава магнитотеллурического процесса в автоматизированной системе обработки магнитотеллурических зондирований, причем поиск участков, подлежащих гармоническому анализу, осуществлялся по схеме

$$f(t) = \frac{1}{2} \left[ f\left(t - \frac{T}{2}\right) + f\left(t + \frac{T}{2}\right) \right],$$

где  $T$  — пробный период. В конечном итоге можно считать, что гармоники, определяемые преобразованием Фурье, получаются в результате линейного преобразования. Ниже будет показано, что в эту группу преобразований можно включить как разложение в ряд Фурье, так и более общую модификацию, предусматривающую поиск дробных гармоник [21, 23].

Отметим, что проблема выделения гармонических составляющих из реализации электромагнитного процесса является проблемой разделения сигнала и шума. При этом если осуществляется оценка определенного периодического сигнала, другие гармонические составляющие должны быть отнесены к шуму. Так как разрешающая способность линейных фильтров ограничена, разделение соседних частот может быть выполнено с ограниченной точностью. Задача еще более услож-

няется, если спектр шума содержит в себе частоты искомой гармоники. В этом случае выделение периодических составляющих в чистом виде может вообще потерять смысл.

## 1.2. Цифровая фильтрация

Рассмотрим один из наиболее оптимальных фильтров с весовой функцией, имеющей вид

$$h(\tau) = \frac{\sqrt{2}}{T} e^{-\frac{\pi}{2} \left(\frac{\tau}{T}\right)^2} \cos \frac{2\pi}{T} \tau. \quad (1.4)$$

Частотная характеристика этой весовой функции имеет вид

$$R(\omega) = \exp \left[ -2\pi \left( \frac{\omega T}{2\pi} - 1 \right)^2 \right] + \exp \left[ -2\pi \left( \frac{\omega T}{2\pi} + 1 \right)^2 \right]. \quad (1.5)$$

Весовая функция для выделения мнимой части процесса получается из (1.4) заменой  $\cos \frac{2\pi}{T} \tau$  на  $\sin \frac{2\pi}{T} \tau$ . В формулах (1.4) и (1.5)  $T$  — выделяемый пробный период.

Рассматриваемая передаточная функция характеризуется оптимальностью в том смысле, что при относительно высокой разрешающей способности она затухает на сравнительно коротком временном интервале  $[-T, T]$  (рис. 1.2).

Отметим, что частотная характеристика и весовая функция одного и того же математического фильтра составляют пару преобразований Фурье, т. е.

$$\begin{aligned} v(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau, \\ h(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где  $v(\omega)$  — частотная характеристика весовой функции  $h(\tau)$ , содержащая как реальную, так и мнимую составляющие. Важными характеристиками  $h(\tau)$  и  $v(\omega)$  являются время затухания и полоса пропускания. Существует тесная взаимосвязь между шириной полосы пропускания частотной характеристики и временем затухания весовой функции. Точное соотношение между ними зависит от частных особенностей структуры фильтра [34, 56]. Во всяком случае можно утверждать, что чем уже интервал, на котором  $h(\tau)$  отличается от нуля, тем шире полоса пропускания  $v(\omega)$ . Идеальному

фильтру, пропускающему единственную определенную частоту, соответствует  $h(\tau)$ , заданная на бесконечном интервале. В этом предельном случае операция фильтрации равнозначна преобразованию Фурье на этой частоте.

При выделении периодического сигнала желательно, чтобы сигнал определенного периода не искажался, а функция  $h(\tau)$  во временной области была максимально локализована. К сожалению, эти два условия несовместимы. Для повышения селективности преобразования необходимо увеличить

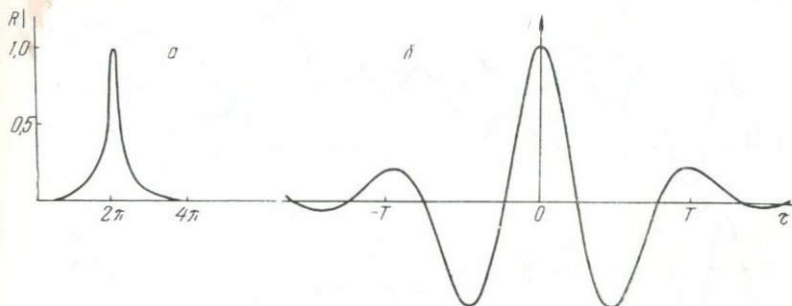


Рис. 1.2. Частотная (а) и временная (б) характеристики цифрового фильтра

область задания  $h(\tau)$ . Но при большой протяженности  $h(\tau)$ , т. е. при  $\tau \gg T$ , спектральный состав исследуемого процесса может значительно измениться, в связи с чем происходит усреднение по амплитуде и фазе, т. е. вообще теряется смысл фильтрации. В фильтре, использующем в качестве весовой функцию (1.4),  $h(\tau)$  практически затухает при  $\tau = \pm T$ . Разумеется, это связано с определенным уменьшением разрешающей способности фильтра. Если за ширину пропускания принять полосу  $2\Delta\omega$ , лежащую в интервале  $[\omega_0 \pm \Delta\omega]$ , на границах которой амплитуда отфильтрованных гармоник уменьшается на 50%, то при таком определении фильтр пропускает частоты, на  $\pm 30\%$  отличающиеся от частоты  $\omega_0$ , на которую он настроен. Кроме того, отметим, что для фильтра (1.4) частоты, отличающиеся на 10%, практически проходят без изменения. Полоса пропускания фильтра на практике нередко оказывается недостаточно узкой, поэтому в разработанной нами комплексной системе автоматической обработки магнитотеллурических данных предусмотрена повторная фильтрация реализаций электромагнитного поля. Дальнейшее повышение разрешающей способности цифровой фильтрации представляется нецелесообразным, поскольку частоты вариаций различных компонент поля в один и тот же момент времени могут варьировать в пределах 5—10% из-за частичной



поляризации электромагнитного поля. Эффективность цифровой фильтрации иллюстрируется рис. 1.3, где приведены результаты выделения короткопериодных и длиннопериодных колебаний.

Линейная фильтрация обладает той особенностью, что фильтруемые частоты искажаются неодинаковым образом. Чем больше частоты отличаются от  $\omega_0$ , тем сильнее искажающее действие фильтра. Искажения примерно одинаковы для всех компонент магнитотеллурического поля, если периоды

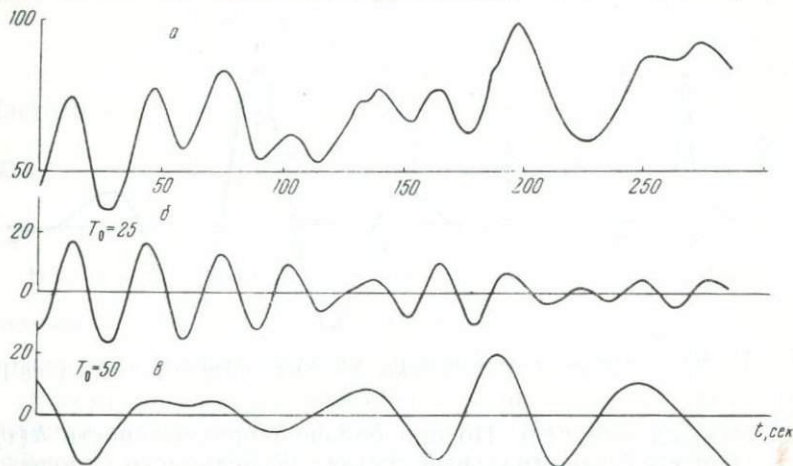


Рис. 1.3. Пример цифровой фильтрации короткопериодных (б) и длиннопериодных (в) компонент, а — исходная реализация процесса

колебаний не очень отличаются друг от друга. Если же вариации компонент естественного электромагнитного поля ощутимо различаются по частоте и осложнены помехами, то фильтрация может существенно исказить соотношение между ними.

Есть еще одно обстоятельство, которое необходимо учитывать при выполнении линейных преобразований. Каждое преобразование исходного процесса укорачивает его на интервал  $[-a, a]$ , в котором  $h(\tau)$  отлична от нуля. Это накладывает следующее ограничение: если интервал задания исходного процесса имеет длину  $2L$ , то для области задания  $x(t)$  должно выполняться условие

$$2(L - a) \geq 2T_{\max},$$

где  $T_{\max}$  — наибольшая из возможных периодических составляющих, входящих в  $x(t)$ . В противном случае в преобразованном процессе не удастся выделить низкочастотные гармоники.

### 1.3. Устойчивость цифровой фильтрации

Для практических целей определенный интерес представляет вопрос об устойчивости фильтра по отношению к различного рода помехам (атмосферные разряды, промышленные помехи, помехи регионального характера и т. д.).

На рис. 1.4 приведены результаты фильтрации синусоиды, осложненной случайным пилообразным возмущением. Несмотря на относительно высокий уровень помех, синусоида

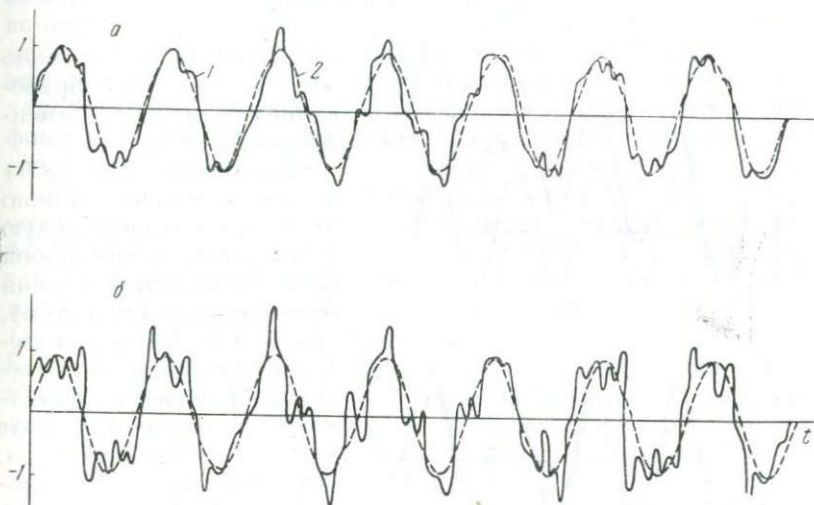


Рис. 1.4. Результаты фильтрации синусоиды, осложненной случайным возмущением с амплитудой 40% (а) и 80% (б) от амплитуды синусоиды:

1—осложненный сигнал; 2—выделенная синусоида

выделилась практически без искажений. Цифровой фильтр проявляет удовлетворительную устойчивость также к не очень интенсивным помехам нестационарного характера. На рис. 1.5 показана синусоида, осложненная региональным фоновым линейным и параболического типов. В приведенных случаях искажения, обусловленные фильтрацией, практически отсутствуют.

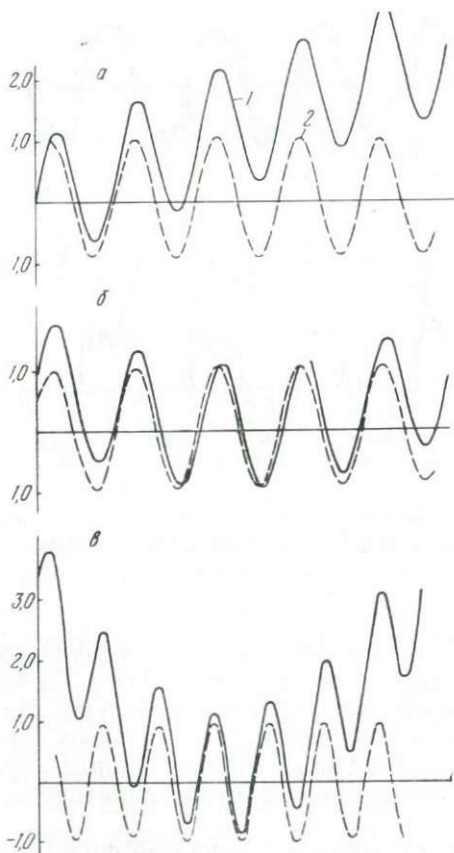
Как было отмечено выше, на практике цифровая фильтрация осуществляется в конечных пределах, что приводит к смещению результатов интегрального преобразования. Чтобы оценить эффект усечения, необходимо ввести понятие временного окна  $s(t)$ , равного единице в интервале  $[-T, T]$ , в котором осуществляется цифровая фильтрация, и нулю вне этого интервала.

Если  $x(t)$  является сигналом, заданным в интервале  $-\infty \leq t \leq \infty$ , то сигнал, действительно подвергаемый фильтрации, на конечном интервале на самом деле выражается как

$$x_T(t) = x(t) s(t).$$

Следовательно, операция взятия конечного участка записи равносильна умножению истинного сигнала  $x(t)$  на временное окно  $s(t)$ . В частотной области это произведение трансформируется в свертку преобразований Фурье от  $x(t)$  и  $s(t)$ :

$$X_T(\omega) = X(\omega) * S(\omega),$$



где спектральное окно  $S(\omega)$  является преобразованием Фурье от временного окна  $s(t)$ .

Временное окно  $s(t)$  не обязательно должно иметь прямоугольную форму, однако при любой форме выбираемого окна спектральное окно  $S(\omega)$ , кроме максимума на нулевой частоте, характеризуется боковыми лепестками, которые затухают при удалении  $\omega$  от нуля. Для небольших  $T$  преобразование  $X_T(\omega)$  может дать очень искаженную оценку  $X(\omega)$ , так как  $S(\omega)$  будет медленно убывающей функцией, и по-

Рис. 1.5. Результаты фильтрации синусоиды, осложненной региональным фоном линейного (а) и параболического типов (б, в): 1—осложненный сигнал; 2—выделения синусоида

тому боковые частоты спектрального окна будут участвовать в формировании  $X_T(\omega)$  наряду со значением  $S(\omega)$  на нулевой частоте. Эффект усечения становится особенно значительным, если в исследуемом процессе присутствуют мощные низкочастотные составляющие сигнала, включая региональный фон



нулевой частоты. Поэтому для увеличения эффективности цифровой фильтрации имеет смысл исключить низкочастотный фон, влияние которого возрастает с увеличением частоты выделяемых гармоник. Для аппроксимации и последующего исключения низкочастотного регионального фона целесообразно использовать систему ортогональных функций, из которых наиболее удобной является система тригонометрических полиномов. Использование тригонометрических полиномов в качестве аппроксимирующих функций вместо обыкновенных степенных полиномов обусловлено тем, что, во-первых, аппроксимация системой ортогональных функций методом наименьших квадратов является наиболее устойчивой и, во-вторых, при этом оказывается возможным контролировать спектральный состав исключаемого регионального фона [58]. Методика приближения функций подробно описана далее в главе III.

При приближении интегрального оператора дискретным возможны ошибки, связанные с величиной шага квантования  $\Delta t$ . Погрешности фильтрации синусоидального сигнала, связанные с конечными размерами шага квантования, при  $\Delta t$ , равном  $1/36 T$ , составляют 2%, при  $1/18 T$  — 3,  $1/12 T$  — 5,  $1/9 T$  — 7,  $1/8 T$  — 8,  $1/6 T$  — 7,  $1/5 T$  — 8,  $1/4 T$  — 13%. Следовательно, при переходе к дискретному преобразованию шаг квантования желательно выбирать не более  $1/12$  величины выделяемого периода  $T$ .

Необходимо отметить, что предварительная селекция колебаний в определенном интервале частот является первым и обязательным этапом обработки магнитотеллурических данных. При этом цифровая фильтрация, описанная в разделе 1.3, в отличие от методики визуального выделения колебаний позволяет обрабатывать практически все оцифрованные участки реализации электромагнитного поля, что значительно увеличивает объем полезной информации. Поскольку фильтрация позволяет получать реальные и мнимые части каждой компоненты электромагнитного поля, представляется допустимым применять для обработки линейные соотношения, приведенные в главе II.

#### 1.4. Гармонический анализ естественных электромагнитных процессов

Колебания естественного электромагнитного поля в общем случае не монохроматичны и поляризованы не строго. Поэтому правомерно считать, что их комплексные амплитуды являются, вообще говоря, функцией времени. Тем не менее, как это подтверждается экспериментально, для отдельных

интервалов времени спектральный состав поля может оставаться достаточно стабильным, т. е. в нем сохраняются преобладающие периодические компоненты [6, 14, 15, 21].

В прикладной математике гармонический анализ используется для решения самых разнообразных задач. В частности, он может быть использован для оценки спектрального состава исследуемого процесса. Здесь речь идет именно об оценке, а не о строгом определении спектрального состава. Задача эта достаточно сложна, и для процессов, какими являются колебания естественного электромагнитного поля, в настоящее время адекватного решения не существует. Однако при анализе структуры естественного электромагнитного поля применение преобразований Фурье нередко оказывается более целесообразным, чем цифровая фильтрация.

Понимание сущности гармонического анализа и, в частности, проблемы оценки спектрального состава исследуемого процесса может быть рассмотрено при помощи геометрической интерпретации этого метода. Для этого введем понятие линейного функционального пространства, элементами которого служат непрерывные функции  $\varphi(t)$ , определенные на отрезке  $a \leq t \leq b$  [36]. Пространство этих функций бесконечномерно, и в нем можно найти сколь угодно большое число линейно независимых векторов. Базиса в том смысле, как это определяется для конечномерных линейных пространств, в пространстве функций  $\varphi(t)$  не существует.

Отметим, что понятие функции есть обобщение понятия вектора в  $n$ -мерном пространстве, т. е. функция на отрезке  $[a, b]$  в бесконечномерном пространстве может быть изображена точкой или вектором, а основные операции конечномерного пространства без изменений переносятся в функциональное пространство. Поскольку исследуемые процессы на отрезке  $[a, b]$  можно изобразить векторами, то последние, очевидно, можно разложить по соответствующим базисным векторам. Естественно, что и базисные векторы будут представлять собой семейство определенных функций. В связи с этим возникают вопросы: 1) какие функции могут выполнять роль базисных, 2) насколько точно необходимо аппроксимировать исходную функцию, чтобы можно было с достаточной точностью оценить ее спектральный состав. Прежде всего базисные векторы должны быть линейно независимыми. Затем система базисных векторов  $\{\varphi_n\}$  должна быть полной.

Определим полноту системы  $\{\varphi_n\}$  как возможность разложения функции в ряд по базисным векторам:

$$f(x) \stackrel{\cdot}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i, \quad (1.7)$$

где знак  $\stackrel{\cdot}{=}$  означает сходимость в среднем.

Существует класс ортонормированных систем функций  $\{\varphi_n\}$ , которые представляют собой систему ненулевых функций в пространстве  $R$  на интервале  $[a, b]$ , и если

$$(\varphi_m, \varphi_n) = \int_a^b \varphi_m \varphi_n dx = 0 \text{ при } m \neq n, \quad (1.8)$$

то говорят, что  $\{\varphi_n\}$  является ортогональной в  $R$ . Если также  $f \in R$  и

$$c_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_a^b f \varphi_n dx = \frac{(f, \varphi_n)}{(\varphi_n, \varphi_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.9)$$

то  $c_n$  называется коэффициентами Фурье функции  $f$  по системе  $\{\varphi_n\}$ , а ряд  $\sum c_n \varphi_n$  — ее рядом Фурье.

Геометрически можно рассматривать  $\varphi_n$  как точку или как вектор в пространстве  $R$ . Если система  $\{\varphi_n\}$  ортогональна, то эти векторы ортогональны; если  $\{\varphi_n\}$  нормирована, то они единичны.  $c_n$ , определенные соотношением (1.9), можно рассматривать как «координаты» функции  $f$  относительно «ортогональных осей»  $\{\varphi_n\}$  [10, 30, 59].

Разумеется, функцию  $f$  можно разложить не только по системе ортогональных функций. Полиномом по системе  $\{\varphi_n\}$  является линейная комбинация

$$P(\varphi) = a_0 \varphi_0 + a_1 \varphi_1 + \dots + a_n \varphi_n \quad (1.10)$$

с постоянными коэффициентами, причем  $\varphi_n$  должны быть независимыми. Лишь в этом случае они образуют базис для координатной системы. Это определение не связано с ортогональностью, т. е. разложение (1.10) можно рассматривать как разложение вектора в косоугольной системе координат [30, 55].

### 1.5. Анализ скрытой периодичности интегральным преобразованием Фурье

Разложением в ряд Фурье можно пользоваться лишь в тех случаях, когда в регистрируемом процессе имеются достаточно отчетливо выраженные колебания, а интервал разложения равен видимому периоду колебаний. В случае несоблюдения этих условий параметры выделяемых гармоник могут существенно отличаться от истинных.

Приведем пример периодической функции, составленной из двух гармоник:

$$f(x) = \cos x + \cos \sqrt{2} x.$$



Частоты 1 и  $\sqrt{2}$  являются несоизмеримыми. Разложение этой функции в ряд Фурье с целью изучения спектрального состава вряд ли даст удовлетворительный результат. Можно попытаться разложить эту функцию по косоугольной системе координат с тем, чтобы установить, с каким весом входят гармоники, составляющие процесс. Однако, по-видимому, этого нельзя установить преобразованием, подобным (1.9). Можно лишь определить, на какие частоты приходится пиковые значения  $a_h$  и  $b_h$ . Для этого предположим, что на некотором интервале  $[-L, L]$  исследуемая функция разлагается на периодические составляющие и что эти составляющие не находятся в гармоническом отношении друг к другу. Информация об этой функции задана в  $2N+1$  точках. Поведение функции вне интервала  $[-L, L]$  нас не интересует, и мы можем принять ее равной нулю. Для исследования такой функции применимо интегральное преобразование Фурье:

$$F_L(\omega) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) e^{-i\omega x} dx, \quad (1.11)$$

$$F_L(\omega) = U(\omega) - iV(\omega), \quad (1.12)$$

$$\left. \begin{aligned} U(\omega) &= \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \omega x dx \\ V(\omega) &= \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \omega x dx \end{aligned} \right\}, \quad (1.13)$$

причем для каждой конкретной частоты можем установить следующие приближенные оценки:

$$a_j(\omega) \approx U(\omega_j), \quad b_j(\omega) \approx V(\omega_j).$$

Следует ожидать, что при увеличении интервала усреднения  $[-L, L]$  точность выделяемых гармоник увеличится из-за того, что резонирующие частоты дадут пиковые значения.

Фактически подобным же осреднением получают коэффициенты ряда Фурье, и формулы (1.13) представляют собой обобщение способа расчета коэффициентов Фурье для более широкого класса функций. Если интервал разложения задан в конечных пределах, то интеграл Фурье преобразует единичную синусоиду в непрерывный спектр, т. е. усечение колебаний во временной области приводит к расплыванию линейного спектра в частотной области. На рис. 1.6 показан эффект усечения синусоиды единичной амплитуды. Рисунок

заимствован из работы [64]. По оси абсцисс отложено отношение длины интервала разложения к периоду колебаний. Сплошная кривая — это частотное положение пика спектрального распределения, а штриховая — спектральная плотность пика  $|F_L(\omega)|^2$ . В отличие от (1.13) здесь перед интегралами стоит множитель  $1/2L$ , поэтому рассчитанная спектральная плотность асимптотически выходит на величину 0,25, а не на 1. Как видно из рисунка, эффект усечения, который выражается вариацией спектральной плотности пика

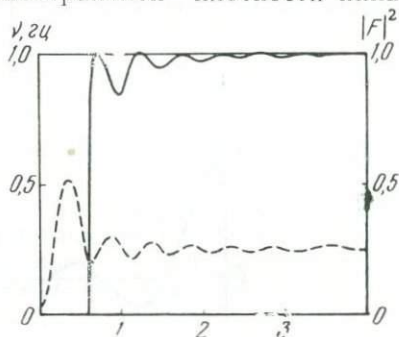


Рис. 1.6. Эффект усечения интервала разложения для синусоиды единичной амплитуды:

$v$  — частота,  $F$  — относительная спектральная плотность

и его частотного сдвига, велик лишь при  $\tau/T < 1$ . Уже для  $\tau/T > 1,5$  искажения частотного положения пика и его спектральной плотности составляют менее 10%. Если учесть, что для магнитотеллурических методов искажения не играют существенной роли, когда они выражены одинаковым образом на всех компонентах электромагнитного поля, то следует признать правомочность применения интегрального преобразования Фурье для выделения периодического сигнала по усеченным реализациям магнитотеллурического поля.

Селективность разложения зависит как от длины интервала, так и от степени дифференциации всех гармоник по частоте. Оценка селективности метода может быть осуществлена следующим образом [46]. Предположим, что преобразованию подвергается полигармонический процесс на некотором интервале  $[-L, L]$ :

$$f(x) = \sum_{j=1}^l A_j \cos \omega_j x + B_j \sin \omega_j x. \quad (1.14)$$

Тогда

$$U(\omega) = \sum_{j=1}^l A_j \left[ \frac{\sin(\omega - \omega_j)L}{(\omega - \omega_j)L} + \frac{\sin(\omega + \omega_j)L}{(\omega + \omega_j)L} \right] = \sum_{j=1}^l A_j \{R[(\omega - \omega_j)L] + R[(\omega + \omega_j)L]\} \quad (1.15)$$



где

$$R(\lambda) = \frac{\sin \lambda}{\lambda}, \quad \lambda = (\omega - \omega_j)L.$$

График функции  $R(\lambda)$  приводится на рис. 1.7, а.

Если  $(\omega_{j+1} - \omega_j)L > 8$ , то величина  $R(\lambda)$  не превышает 0,09, т. е. влияние соседних гармоник не превышает 9%. Это и определяет эффективность выделения периодических составляющих с помощью преобразования (1.13).

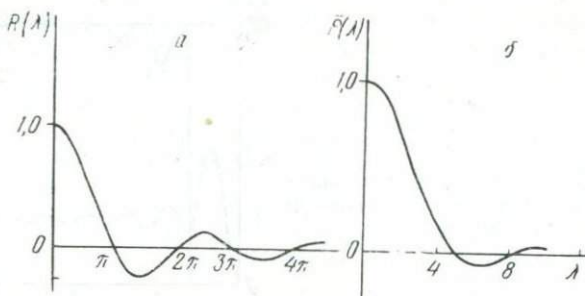


Рис. 1.7. Функция  $R(\lambda)$  (а) и  $\bar{R}(\lambda)$  (б)

Отметим, что эффективность преобразования (1.13) в магнитотеллурических методах может быть в значительной степени снижена влиянием краевых эффектов. Это влияние уменьшается введением  $\sigma$ -множителей Ланцоша [42]:

$$\sigma = \frac{\sin \frac{\pi x}{L}}{\frac{2x}{L}}.$$

В результате значения оценок амплитуд определяются по формулам

$$\bar{U}(\omega) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L \frac{\sin \frac{\pi x}{L}}{\frac{2x}{L}} \cos \omega x f(x) dx,$$

(1.16)

$$\bar{V}(\omega) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L \frac{\sin \frac{\pi x}{L}}{\frac{2x}{L}} \sin \omega x f(x) dx,$$



Подстановка в формулы (1.16) полигармонического процесса (1.14) дает

$$\bar{U}(\omega) = \sum_{j=1}^l A_j \{ \bar{R}[(\omega - \omega_j)L] + \bar{R}[(\omega + \omega_j)L] \}, \quad (1.17)$$

$$\bar{V}(\omega) = \sum_{j=1}^l A_j \{ \bar{R}[(\omega - \omega_j)L] - \bar{R}[(\omega + \omega_j)L] \},$$

где  $\bar{R}(\lambda) = \frac{1}{4} [\text{Si}(\pi - \lambda) + \text{Si}(\pi + \lambda)]$ , Si — интегральный синус (рис. 1.7, б).

Отметим, что  $\sigma$ -множители Ланцоша несколько ухудшают селективность преобразований (1.16), однако существенно снижают влияние краевых эффектов, которые могут сильно исказить спектральную характеристику исследуемого процесса и обусловить в ней произвольные пики. Применение преобразования с использованием  $\sigma$ -множителей Ланцоша уменьшает величину этих пиков или вообще исключает их из спектральной характеристики. Для примера на рис. 1.8 приводятся результаты преобразования искусственного процесса на интервале  $[-2\pi, 2\pi]$ . Процесс является суммой двух функций. Одна функция представлена простой синусоидой

единичной амплитуды, а другая — функцией типа  $\beta e^{-\frac{1}{|t|-\pi}} \cos \alpha t$  с пределами изменений  $-2\pi \leq t \leq -\pi$ ,  $\pi \leq t \leq 2\pi$ . В интервале  $[-\pi, \pi]$  значение функции принималось равным нулю.

В этой модели функции типа  $\beta e^{-\frac{1}{|t|-\pi}} \cos \alpha t$  играют роль краевых эффектов, причем выбрано два варианта краевого эффекта: один низкочастотный с частотой 0,5 (рис. 1.8, в) и два высокочастотных с частотой 2,0 (рис. 1.8, а, б), но с разными амплитудами краевого эффекта. Из рисунков видно, что высокочастотный краевой эффект вызывает дополнительный пик в высокочастотной части спектра. Величина этого пика зависит от амплитуды наложенного колебания.  $\sigma$ -Множители Ланцоша заметно уменьшают амплитуду этих пиков. Низкочастотные краевые колебания не вызывают дополнительных пиков, но в амплитудной характеристике они реальные пики смещают в сторону более длинных периодов. В этом случае  $\sigma$ -множители успешно противодействуют подобному сдвигу.

Результаты сопоставления гармонического анализа и цифровой фильтрации в диапазоне периодов 70—150 сек приведены в табл. 1.1. Амплитуды в таблице нормированы

относительно канала  $H_y$ . Из таблицы видно, что различия в величинах амплитуд, полученных гармоническим анализом и цифровой фильтрацией, не превышают 10—11%.

Сделаем еще одно замечание относительно использования преобразования Фурье для оценки спектрального состава зарегистрированных экспериментальных реализаций. Для чис-

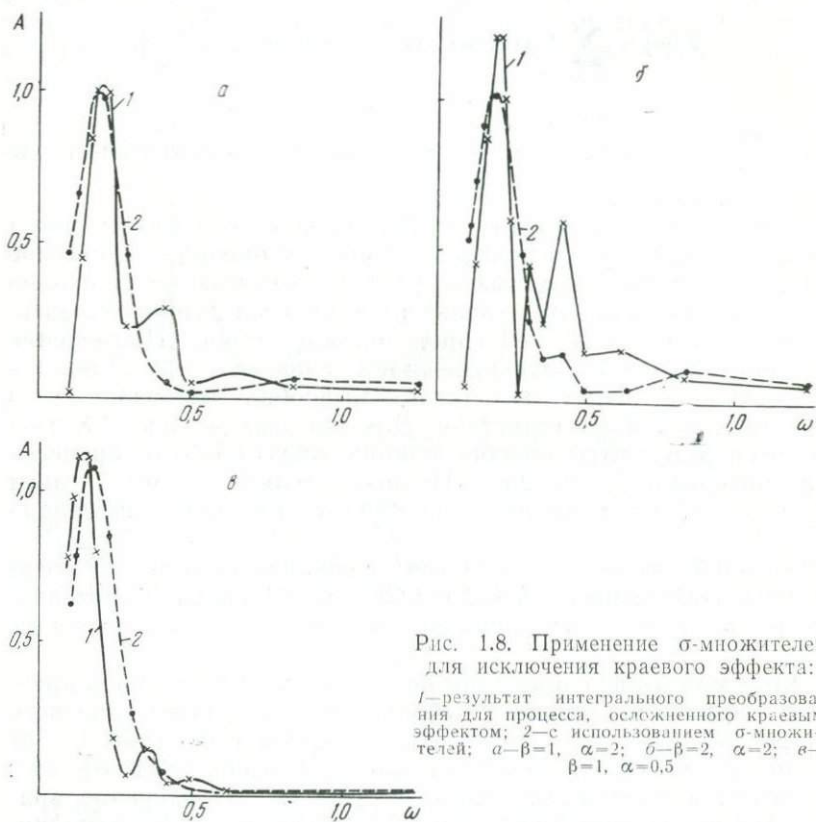


Рис. 1.8. Применение  $\sigma$ -множителей для исключения краевого эффекта:

1—результат интегрального преобразования для процесса, осложненного крайним эффектом; 2—с использованием  $\sigma$ -множителей;  $\alpha-\beta=1$ ,  $\alpha=2$ ;  $\sigma-\beta=2$ ,  $\alpha=2$ ;  $\sigma-\beta=1$ ,  $\alpha=0,5$

ленного анализа непрерывные сигналы должны оцифровываться через некоторый фиксированный интервал  $\Delta t$ , и полученные таким образом дискретизованные сигналы должны затем использоваться для соответствующих вычислений. Однако шаг дискретизации не может быть выбран больше некоторого значения, которое определяется максимальной частотой, проходящей через измерительный канал. Из теоремы В. А. Котельникова следует, что если функция не содержит частот выше  $\omega/2\pi$ , то полностью определяется своими значениями в моменты, отстоящие друг от друга на  $\Delta t = \pi/\omega$ . Выбор

Таблица 1.1

Результаты сопоставления цифровой фильтрации и гармонического анализа

Номер МТЗ	$E_x$ (ф)	$E_x$ (г)	$\delta$	$E_y$ (ф)	$E_y$ (г)	$\delta$	$H_x$ (ф)	$H_x$ (г)	$\delta$
№ 8, скв. Р-1	0,17	0,25	-0,08	0,43	0,55	-0,12	0,49	0,51	-0,02
	0,16	0,17	-0,01	0,40	0,50	-0,10	0,51	0,51	0
	0,17	0,27	-0,10	0,35	0,50	-0,15	0,63	0,69	-0,06
	0,36	0,41	-0,05	0,64	0,69	-0,05	0,42	0,36	0,06
	0,18	0,17	0,01	0,36	0,35	0,01	0,50	0,71	-0,21
	0,27	0,34	-0,07	0,30	0,28	0,02	0,92	0,82	0,10
	0,60	0,74	-0,14	0,32	0,30	0,02	1,30	1,13	0,17
	0,21	0,28	-0,07	0,83	0,51	-0,18	0,71	0,71	0
	0,15	0,15	0	0,32	0,39	-0,07	0,73	0,70	0,03
	№ 2, скв. Р-2	3,07	4,12	-0,15	2,13	2,21	-0,09	2,01	1,80
2,64		3,01	-0,37	1,56	1,57	-0,01	1,75	1,81	-0,06
2,97		2,48	0,49	1,29	1,34	-0,05	1,66	1,71	-0,05
5,24		6,33	-1,09	3,00	3,51	-0,51	2,05	2,41	-0,36
3,00		2,02	0,98	1,50	1,08	0,42	1,86	1,41	0,45
2,42		3,12	-0,70	1,20	1,70	-0,50	1,72	1,70	0,02
0,83		0,86	-0,03	0,45	0,49	-0,04	1,20	1,02	0,18
0,50		0,57	-0,07	0,28	0,24	0,04	1,20	1,08	0,12
0,68		0,82	-0,14	0,41	0,45	-0,04	1,11	1,03	0,08
0,58		0,67	-0,09	0,35	0,33	0,02	1,09	1,08	0,01

большого шага дискретизации искажает результаты преобразования Фурье из-за так называемого наложения частот [57]. Следовательно, при дискретизации непрерывных временных рядов необходимо предусматривать достаточно высокую частоту отсчетов, чтобы избежать искажающего влияния наложения частот на  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$ .

### 1.6. Анализ качества частотной селекции магнитотеллурических процессов

В принятой методике анализа магнитотеллурических данных для каждого пробного периода  $T$  предусматривается в результате частотной селекции перевод четырех комплексных компонент электромагнитного поля  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ , зарегистрированных в аналоговой форме, в 8 цифровых массивов  $ReE_x$ ,  $ImE_x$ ,  $ReE_y$ ,  $ImE_y$ ,  $ReH_x$ ,  $ImH_x$ ,  $ReH_y$ ,  $ImH_y$ . Поскольку реализации электромагнитного поля могут быть осложнены помехами, а также возможным отсутствием на локальных участках колебаний, соответствующих пробному периоду, в разработанной комплексной программе обработки данных МТЗ предусмотрена редакция значений электромагнитного поля для каждого момента квантования [24].



Известно, что векторы электрического поля  $\mathbf{E}$  и магнитного поля  $\mathbf{H}$  находятся в линейном соотношении

$$\mathbf{E} = \mathbf{Z}\mathbf{H}, \quad (1.18)$$

где  $\mathbf{Z}$  — тензорный импеданс. В нормах это уравнение переходит в неравенство

$$\|\mathbf{E}\| \leq \|\mathbf{Z}\| \|\mathbf{H}\|. \quad (1.19)$$

Известно также [54], что  $\|\mathbf{Z}\|^2$  есть максимальное собственное значение матрицы  $\mathbf{H}^*\mathbf{H}$ , которое обозначим через  $\lambda_{\max}^2$  (\* — символ, означающий эрмитову сопряженность). Следовательно,

$$\frac{\|\mathbf{E}\|}{\|\mathbf{H}\|} \leq \lambda_{\max}. \quad (1.20)$$

С другой стороны,

$$\mathbf{H} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{E}. \quad (1.21)$$

Следовательно, в этом случае

$$\|\mathbf{H}\| \leq \|\mathbf{Z}^{-1}\| \|\mathbf{E}\|. \quad (1.22)$$

Максимальное собственное значение  $(\mathbf{Z}^{-1})^*\mathbf{Z}^{-1}$  равно  $\frac{1}{\lambda_{\min}^2}$

Учитывая оба ограничения, получаем

$$\lambda_{\min} \leq \frac{\|\mathbf{E}\|}{\|\mathbf{H}\|} \leq \lambda_{\max}. \quad (1.23)$$

Эти неравенства могут служить критерием для отбраковки тех участков зарегистрированных полей, которые по нормам выходят за пределы, ограниченные  $\lambda_{\min}$  и  $\lambda_{\max}$ , и соответственно служить мерой, оценивающей степень устойчивости результатов фильтрации. На рис. 1.9 приведена корреляционная зависимость между  $\|\mathbf{E}\|$  и  $\|\mathbf{H}\|$ . Отношения этих норм или тангенсы углов заключены между нормами прямой и обратной матрицы  $\mathbf{Z}$  ( $\lambda_{\min}$  и  $\lambda_{\max}$  соответственно). Как видно из рисунка, все значения практически не выходят за интервал  $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ , т. е. искажающее действие фильтра в целом не является чрезмерным. В программе предусмотрена отбраковка тех  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , которые не удовлетворяют неравенству

$$\frac{\lambda_i - \bar{\lambda}}{\sigma(\lambda)} \leq K_1, \quad (1.24)$$

где  $\sigma(\lambda)$  — стандартное отклонение,  $\bar{\lambda}$  — среднеарифметическое значение,  $K_1$  — постоянная.

Можно иначе оценить устойчивость результатов фильтрации. По всей видимости, отношения норм  $\|\mathbf{E}\|$  и  $\|\mathbf{H}\|$  должны меняться незначительно при повторных фильтрациях.

В противном случае предварительная фильтрация потеряет практический смысл. В табл. 1.2 приведены результаты статистической обработки отношений  $\|\mathbf{E}\|/\|\mathbf{H}\|$  после первой и второй фильтраций для различных периодов. Для расчетов выбраны результаты регистрации электромагнитного поля на Туровской площадке Припятской впадины (МТЗ скв. Р-8). В таблице  $n$  означает количество измерений,  $\bar{\lambda}_1$  и  $\bar{\lambda}_2$  есть средние значения  $\|\mathbf{E}\|/\|\mathbf{H}\|$  после первой и второй фильтрации соответственно,  $\Delta\lambda$  — относительные смещения  $\bar{\lambda}_1$  и  $\bar{\lambda}_2$ ,

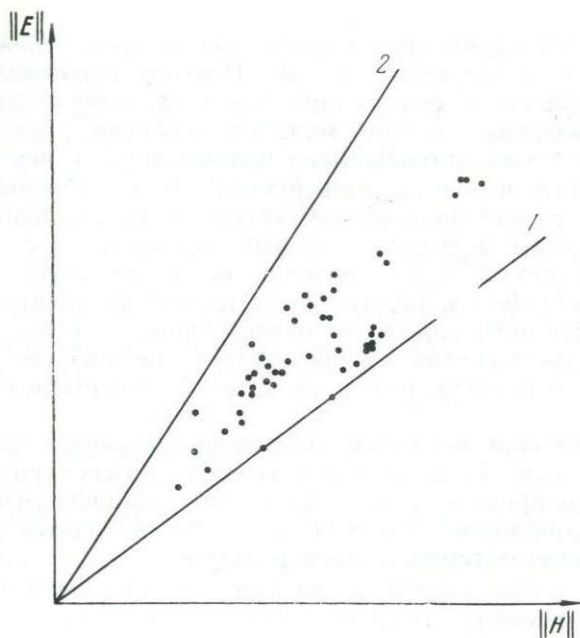


Рис. 1.9. Корреляционная зависимость  $\|\mathbf{E}\|$  и  $\|\mathbf{H}\|$  для периода  $T=30$  сек:

$$1-\lambda_1=0,77, \quad 2-\lambda_2=1,57$$

$\sigma(\Delta\lambda)$  — среднее квадратическое рассеяние  $\Delta\lambda$ ,  $\sigma_{\text{отн}}$  — относительное среднее квадратическое рассеяние  $\Delta\lambda$ .

Результаты расчетов показывают, что повторная фильтрация практически не вызывает какого-либо заметного систематического смещения величины отношения норм электрического поля к магнитному. Искажения  $\lambda$  носят нерегулярный характер, и их величина практически лежит в пределах погрешностей, возникающих при использовании магнитотеллурических методов.

Результаты сопоставления первой и второй фильтрации

$T$	$n$	$\bar{\lambda}_1$	$\bar{\lambda}_2$	$\Delta\bar{\lambda}$	$\sigma(\Delta\lambda)$	$\sigma_{\text{отн}}, \%$
35	50	1,042	1,048	0,006	0,0422	4,0
50	30	1,386	1,397	0,011	0,1358	9,8
75	46	1,28	1,32	0,040	0,181	13,9
90	28	1,432	1,436	0,004	0,186	13,0

В общем случае фильтрация связана с неизбежным ослаблением фильтруемых полей. Поэтому некоторые участки реализаций после фильтрации будут характеризоваться слабой интенсивностью или малыми нормами. Последующие операции с малоинтенсивными полями ведут к неустойчивым результатам, и поэтому они должны быть отбракованы. Отбраковка может быть осуществлена по минимально допустимым нормам, величина которых сопоставима с интенсивностью помех. В предложенной нами автоматизированной системе обработки данных после цифровой фильтрации предусмотрена отбраковка малоинтенсивных участков реализаций электромагнитного поля согласно неравенству  $\|\mathbf{H}\| \geq K_2$ , где  $K_2$  — константа, величина которой сопоставима с фоном помех.

Изложенная методика отбраковки является достаточно эффективным средством исключения нерегулярных помех различной природы и выделения на осциллограммах участков с вариациями, частоты которых находятся в полосе пропускания математического фильтра.



## ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ОБРАБОТКИ ЦИФРОВОЙ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

### 2.1. Определение магнитотеллурических параметров решением линейных систем

В магнитотеллурических методах существенным является наличие линейных соотношений между векторами естественных электромагнитных полей. Так, например, в методе МТЗ между комплексным вектором электрического поля  $\mathbf{E}$  и комплексным вектором магнитного поля  $\mathbf{H}$  постулируется линейная связь вида [6, 9, 17—19, 44]

$$\mathbf{E} = \mathbf{ZH}, \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{Z}$  — неизвестный линейный оператор, определяющий характер преобразования.

Поскольку по единичному измерению  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  невозможно установить структуру оператора преобразования, необходимо дополнить (2.1) еще одним независимым измерением. Перепишем полную систему в координатной форме:

$$\begin{aligned} E'_x &= Z_{xx}H'_x + Z_{xy}H'_y, & E'_y &= Z_{yx}H'_x + Z_{yy}H'_y, \\ E''_x &= Z_{xx}H''_x + Z_{xy}H''_y, & E''_y &= Z_{yx}H''_x + Z_{yy}H''_y. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В системе (2.2) верхние индексы означают, что значения полей получены в разные моменты времени. Удобно объединить две независимые системы линейных уравнений в одно матричное уравнение:

$$\begin{bmatrix} E'_x & E'_y \\ E''_x & E''_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H'_x & H'_y \\ H''_x & H''_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{yx} \\ Z_{xy} & Z_{yy} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

В операторной форме это уравнение будет иметь вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{HZ}. \quad (2.4)$$

Если оператор  $\mathbf{H}$  невырожденный, то  $\mathbf{Z}$  формально определяется как

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{E}, \quad (2.5)$$

т. е. матрица  $\mathbf{Z}$  получается умножением обратной матрицы  $\mathbf{H}^{-1}$  на матрицу  $\mathbf{E}$ .

Уравнение (2.3) справедливо и для переопределенных систем. Для этого случая оно обобщается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} E_x^{(1)} & E_y^{(1)} \\ E_x^{(2)} & E_y^{(2)} \\ \vdots & \vdots \\ E_x^{(n)} & E_y^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_x^{(1)} & H_y^{(1)} \\ H_x^{(2)} & H_y^{(2)} \\ \vdots & \vdots \\ H_x^{(n)} & H_y^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{yx} \\ Z_{xy} & Z_{yy} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Решение (2.6), вообще говоря, может быть получено из матричного соотношения [20]

$$Z = H^+ E, \quad (2.7)$$

где  $H^+$  является псевдообратной матрицей  $H$ . Кроме того, (2.6) может быть решено с помощью различных модификаций метода наименьших квадратов

$$Z = (H^* H)^{-1} H^* E, \quad (2.8)$$

где  $H^*$  — эрмитовосопряженная матрица по отношению к матрице  $H$ .

Соотношения, подобные (2.2), сохраняются, если к реализациям магнитотеллурического поля подойти как к случайным стационарным процессам. Можно показать, что имеют место следующие соотношения [5, 7]:

$$\begin{aligned} S_{E_x H_x} &= Z_{xx} S_{H_x H_x} + Z_{xy} S_{H_y H_x}, \\ S_{E_x H_y} &= Z_{xx} S_{H_x H_y} + Z_{xy} S_{H_y H_y}, \\ S_{E_y H_x} &= Z_{yx} S_{H_x H_x} + Z_{yy} S_{H_y H_x}, \\ S_{E_y H_y} &= Z_{yx} S_{H_x H_y} + Z_{yy} S_{H_y H_y}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где  $S_{H_x H_x}$ ,  $S_{H_x H_y}$ ,  $S_{H_y H_x}$ ,  $S_{H_y H_y}$ ,  $S_{E_x H_x}$ ,  $S_{E_x H_y}$ ,  $S_{E_y H_x}$ ,  $S_{E_y H_y}$  — спектральные плотности мощности компонент магнитотеллурического процесса. Правомерность такого подхода зависит от обоснованности применения аппарата, развитого для случайных стационарных процессов, обладающих эргодическими свойствами, и от возможности получения устойчивых несмещенных параметров при помощи спектральных плотностей, рассчитанных на усеченных реализациях магнитотеллурических процессов. Методика расчетов достаточно подробно изложена в работах [2, 5, 7]. Нам этот подход не рассматривается.

Для решения систем (2.3), (2.6) целесообразно использовать ЭВМ в связи с тем, что все компоненты в этих уравнениях являются комплексными величинами, а это фактически

эквивалентно оперированию с матрицами удвоенной размерности в действительной области. Поэтому при внедрении магнитотеллурических методов в производство, в частности МТЗ, были рекомендованы способы обработки данных, для которых «характерен упрощенный подход к анализу наблюдений, основанный на визуальном выделении синусоидальных колебаний» [6].

Одним из первых методов обработки данных МТЗ и МТП был метод кажущихся импедансов [3, 6], который основан на возможности пренебрежения вторыми слагаемыми в уравнениях

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{H_y} &= Z_{xy} + Z_{xx} \frac{H_x}{H_y}, \\ \frac{E_y}{H_x} &= Z_{yx} + Z_{yy} \frac{H_y}{H_x} \end{aligned} \quad (2.10)$$

или на замене  $Z_{xy} \approx \frac{E_x}{H_y}$ ,  $Z_{yx} \approx \frac{E_y}{H_x}$ . Поскольку отношения амплитуд  $\frac{E_x}{H_y}$  и  $\frac{E_y}{H_x}$  сильно зависят от особенностей строения геологического разреза и поляризации магнитотеллурического поля, то на правомерность применения метода во многих случаях накладываются весьма сильные ограничения. Это приводит к существенному уменьшению объема исходной информации, удовлетворяющей необходимым условиям, которые определяются требуемой точностью значений главных импедансов. Для определения  $Z_{xy}$  и  $Z_{yx}$  с точностью до 10% по модулю и 6° по аргументу (при отсутствии помех в исходных данных) необходимо соблюдать следующие условия [6]:

$$\left| \frac{Z_{xx}}{Z_{xy}} \right| \left| \frac{H_x}{H_y} \right| \leq 0,1, \quad \left| \frac{Z_{yy}}{Z_{yx}} \right| \left| \frac{H_y}{H_x} \right| \leq 0,1.$$

Более подробное изучение устойчивости определения главных импедансов выполнил В. В. Голубков [13]. Он построил 2 номограммы, которые в зависимости от поляризации поля и соотношений между дополнительными и главными импедансами позволяют установить необходимые условия для обеспечения требуемой точности оценки импедансов  $Z_{xy}$  и  $Z_{yx}$ .

Чтобы расширить возможности метода кажущихся импедансов, Г. А. Чернявский предложил графическую модификацию, суть которой заключается в использовании линейной



зависимости  $|Z_{xy}|$  и  $|H_x/H_y|$  в определенном интервале значения  $H_x/H_y$  [60].

С целью повышения надежности определения значений импедансов Т. Н. Завадская предложила метод оценки среднего кажущегося импеданса [26]:

$$\check{Z}^k = \sqrt{Z_{xy}^k Z_{yx}^k}.$$

Теоретическая точность метода при  $\frac{Z_{xx}}{Z_{xy}} \leq 0,1, \frac{Z_{yy}}{Z_{yx}} \leq 0,1$  составляет 13% по модулю и 8° по аргументу. Точность метода может быть увеличена при статистическом подходе. В случае  $\frac{Z_{xx}}{Z_{xy}} \leq 0,1, \frac{Z_{yy}}{Z_{yx}} \leq 0,1$  погрешность определения модуля может быть уменьшена до 2%, а фазы — до 1°.

Еще раз отметим, что рассмотрение устойчивости определения компонент тензорного импеданса в перечисленных работах носит неполный характер, так как предполагается, что исходные данные задаются абсолютно точно.

Широко применяется при обработке магнитотеллурических данных метод векторов поляризации, предложенный М. Н. Бердичевским [6]. Это один из первых методов определения всех компонент тензорного импеданса графическим решением линейной системы (2.2). Машинный вариант метода, разработанный Г. Н. Ткачевым, способствовал массовому его внедрению. Метод векторов поляризации предъявляет серьезные требования к исходному материалу, особенно в его ручной модификации. Эти ограничения несколько снижаются в машинной модификации, так как ЭВМ способна обеспечить массовый расчет систем линейных уравнений.

В настоящей работе предлагается обобщение системы уравнений (2.2) в одно матричное уравнение (2.3). Решение этого уравнения более выгодно, чем решение системы (2.2), так как для определения всех компонент тензорного импеданса требуется лишь одно обращение матрицы  $\mathbf{H}$ . Для реализации решения уравнения (2.3) используется следующий алгоритм. Перепишем его, предварительно выделив в нем реальные и мнимые части:

$$\operatorname{Re} \mathbf{E} + i \operatorname{Im} \mathbf{E} = (\operatorname{Re} \mathbf{H} + i \operatorname{Im} \mathbf{H})(\operatorname{Re} \mathbf{Z} + i \operatorname{Im} \mathbf{Z}).$$

Следовательно,

$$\operatorname{Re} \mathbf{E} = \operatorname{Re} \mathbf{H} \operatorname{Re} \mathbf{Z} - \operatorname{Im} \mathbf{H} \operatorname{Im} \mathbf{Z},$$

$$\operatorname{Im} \mathbf{E} = \operatorname{Re} \mathbf{H} \operatorname{Im} \mathbf{Z} + \operatorname{Im} \mathbf{H} \operatorname{Re} \mathbf{Z},$$

(2.11)

т. е.

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re} \mathbf{E} \\ \operatorname{Im} \mathbf{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \mathbf{H} & -\operatorname{Im} \mathbf{H} \\ \operatorname{Im} \mathbf{H} & \operatorname{Re} \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \mathbf{Z} \\ \operatorname{Im} \mathbf{Z} \end{bmatrix}$$

или

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re} E'_x \operatorname{Re} E'_y \\ \operatorname{Re} E''_x \operatorname{Re} E''_y \\ \operatorname{Im} E'_x \operatorname{Im} E'_y \\ \operatorname{Im} E''_x \operatorname{Im} E''_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} H'_x \operatorname{Re} H'_y - \operatorname{Im} H'_x - \operatorname{Im} H'_y \\ \operatorname{Re} H''_x \operatorname{Re} H''_y - \operatorname{Im} H''_x - \operatorname{Im} H''_y \\ \operatorname{Im} H'_x \operatorname{Im} H'_y \operatorname{Re} H'_x \operatorname{Re} H'_y \\ \operatorname{Im} H''_x \operatorname{Im} H''_y \operatorname{Re} H''_x \operatorname{Re} H''_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} Z_{xx} \operatorname{Re} Z_{yx} \\ \operatorname{Re} Z_{xy} \operatorname{Re} Z_{yy} \\ \operatorname{Im} Z_{xx} \operatorname{Im} Z_{yx} \\ \operatorname{Im} Z_{xy} \operatorname{Im} Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Таким образом, расширением исходных матриц мы перешли из двумерного комплексного пространства в четырехмерное действительное пространство, и, следовательно, уравнение (2.12) является аналогом уравнения (2.3) в действительном пространстве. Расширение для переопределенных систем аналогично.

Для решения линейных систем (2.12) существует довольно большое число способов. Однако среди обширного набора алгоритмов решения не существует или во всяком случае не доказано существование алгоритмов, которые более точны или более экономны, чем метод последовательного исключения Гаусса. В дальнейшем метод Гаусса будет использован при определении компонент тензорного импеданса методом последовательного регрессионного анализа. Существует так называемая **LU**-теорема [54], которая утверждает, что если дана квадратная матрица **H** порядка  $n$  и  $\mathbf{H}_k$  означает главный минор матрицы, составленный из первых  $k$  строк и столбцов, и если  $\det \mathbf{H}_k \neq 0$  для  $k=1, 2, \dots, n-1$ , то существуют единственная нижняя треугольная матрица  $\mathbf{L}=(m_{ij})$ , где  $m_{11}=m_{22}=\dots=m_{nn}=1$ , и единственная верхняя треугольная матрица **U** такие, что  $\mathbf{LU}=\mathbf{H}$ .

Разложение матрицы **H** на две треугольные матрицы является основной идеей гауссовских схем исключения. В этой новой записи система уравнений будет иметь вид

$$\mathbf{LUZ} = \mathbf{E}$$

и сводится к двум системам с треугольными матрицами

$$\mathbf{LY} = \mathbf{E}, \quad \mathbf{UZ} = \mathbf{Y}.$$

Эти системы легко решаются, так как в первой системе первое уравнение содержит только  $y_1$ , второе —  $y_1, y_2$ , третье —  $y_1, y_2, y_3$  и т. д. Компоненты вычисляются аналогично, но в обратном порядке. Подробности вычислений методом Гаусса здесь не приводятся, так как общеизвестны и изложены во многих руководствах, например в [52, 54]. Отметим

также, что этот метод дает возможность только один раз обращать матрицу для левых частей, т. е. сразу решать систему (2.12).

Следует помнить, что большое различие в суммах квадратов элементов матрицы по строкам или столбцам характеризует ее плохую обусловленность [25, 54]. Поэтому целесообразно перед решением системы уменьшить указанное различие путем единообразного масштабирования. Так, масштабирование строк матриц по нормам до единицы приводит к тому, что в результате этой операции вес каждого уравнения, входящего в систему, оказывается одинаковым.

Недостатком метода Гаусса является то, что если некоторые диагональные элементы матрицы  $h_{ii}=0$  даже при  $\det \mathbf{H} \neq 0$ , он может оказаться несостоятельным. Более того, даже если значение  $h_{ii}$  очень мало, алгоритм может оказаться неустойчивым. Это затруднение легко обходится, если каждый раз  $h_{ii}$  выбирать максимальным по столбцу или по всей матрице. Если главный элемент  $h_{ii}$  выбирается максимальным в столбце, то этот метод называется стратегией частичного упорядочения Дж. Уилкинсона [54]. Если же использовать выбор максимального элемента по абсолютной величине для всей матрицы оставшихся уравнений, то этот метод называется стратегией полного упорядочения, или методом главных элементов.

Заметим, что метод Гаусса, изложенный выше, является частным случаем метода главных элементов. Метод главных элементов после перенумерации неизвестных и уравнений сводится к методу Гаусса. Хотя метод Гаусса в излагаемой модификации гарантирует максимальную устойчивость решений относительно ошибок округлений, основная причина неустойчивости заключается в том, что исходные данные задаются с определенной погрешностью. Поскольку метод Гаусса весьма чувствителен к погрешностям исходных данных, его необходимо комплексировать со статистическими приемами оценки значимых компонент тензорного импеданса. Другими, более эффективными средствами решения линейных систем, когда исходные данные задаются с погрешностью 5—10%, являются некоторые модификации метода наименьших квадратов [6, 20, 61], одна из которых излагается ниже.

## 2.2. Последовательный регрессионный анализ магнитотеллурических полей

Метод наименьших квадратов является статистическим средством оценки линии регрессии при помощи линейной модели относительно заданных функций [33, 45, 58]:

$$y(x) = \beta_0 f_0(x) + \beta_1 f_1(x) + \dots + \beta_n f_n(x). \quad (2.13)$$



Здесь  $f_0(x)$ ,  $f_1(x)$ , ...,  $f_n(x)$  — заданные функции. Этими функциями могут быть различные полиномы, тригонометрические функции, переменные разной природы в первой и более высоких степенях и т. д. В магнитотеллурических зондированиях роль функций  $f_n(x)$  выполняют компоненты магнитного поля, а левой части соответствуют комплексные компоненты электрического поля. Искомые параметры  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ , ...,  $\beta_n$  — компоненты тензора импедансов или элементы матрицы  $\mathbf{Z}$  в уравнении (2.6).

В методе теллурических токов функции  $f_n(x)$  представляют собой компоненты электрического поля. В интерполяционных задачах, таких, как приближение геофизических карт, роль  $f_n(x)$  могут выполнять линейно независимые функции определенного класса.

Переобозначим для удобства функции  $f_0(x)$ ,  $f_1(x)$ , ...,  $f_n(x)$  через  $x_0$ ,  $x_1$ , ...,  $x_n$ . В этом случае  $y(x)$  становится линейной комбинацией независимых переменных  $x_i$ . Чтобы получить оценку  $\hat{y}(x)$  и тем самым оценки  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ , ...,  $\beta_n$ , используется выборка одномерной случайной величины  $y_i(x)$  и матрица независимых переменных  $x_{ij}$ . Индекс  $i$  относится к номеру уравнения, а индекс  $j$  обозначает номер независимой переменной, причем  $i$  меняется от 1 до  $m$ , а  $j$  — от 1 до  $n$ ,  $m > n$ . Поскольку  $x_{ij}$  и  $y_i$  — результаты измерений и тем самым заданы с определенной погрешностью, то обычно полученная таким образом переопределенная система является несовместной, т. е. нельзя найти такие числа  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ , ...,  $\hat{\beta}_n$ , чтобы при подстановке их вместо неизвестных  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ , ...,  $\beta_n$  удовлетворились бы все уравнения системы. Если подставить какие-нибудь числа  $\hat{\beta}_i$  вместо неизвестных  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , ...,  $\beta_n$ , то получим  $\hat{y}_1$ ,  $\hat{y}_2$ , ...,  $\hat{y}_m$ , отличные от  $y_1$ ,  $y_2$ , ...,  $y_m$ . Поэтому требуется определить коэффициенты  $\hat{\beta}_i$  так, чтобы каждое уравнение переопределенной системы удовлетворялось хотя бы приблизительно, но с общей наименьшей погрешностью. Для этого необходимо минимизировать функционал

$$R = \sum_{j=1}^n (\hat{y}_j - y_j)^2. \quad (2.14)$$

Если вектор-столбцы матрицы  $x_{ij}$  обозначить через  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_2$ , ...,  $\mathbf{x}_n$  и если считать, что они определяют базис в  $n$ -мерном подпространстве  $L$ , то наименьшее расстояние до вектора  $\mathbf{y}$  совпадает с проекцией вектора  $\mathbf{y}$  на подпространство  $L$ . Следовательно, числа  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ , ...,  $\hat{\beta}_n$  должны быть подобраны таким образом, чтобы линейная комбинация векторов  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_2$ , ...,  $\mathbf{x}_n$  привела к проекции вектору  $\mathbf{y}$  на подпространство  $L$ .

Решение этой задачи хорошо известно, и оно в матричном выражении может быть представлено следующим образом:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{x}^* \mathbf{x})^{-1} \mathbf{x}^* \mathbf{y}. \quad (2.15)$$

Индекс\* означает эрмитову сопряженность. В общем случае матрица  $x_{ij}$  имеет вид

$$\begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Метод наименьших квадратов является статистическим методом, который дает наилучшее линейное приближение из целого класса возможных решений при условии, что матрица (2.16) задана точно. Кроме того, если случайный разброс  $y(x)$  относительно оценочного значения  $\hat{y}(x)$  подчиняется нормальному распределению, то решение, основанное на использовании метода наименьших квадратов, совпадает с решением, полученным методом максимального правдоподобия. Этот факт служит сильным статистическим обоснованием данного метода как метода оценки  $\beta_i$ . Однако не всегда это предположение может оказаться справедливым. Оказывается, что решение, полученное методом наименьших квадратов, обладает определенными оптимальными свойствами, которые не зависят от характера распределения ошибок в  $y_i(x)$ . Оценка  $\beta_i$ , полученная при помощи соотношения (2.15), является, во-первых, несмещенной оценкой  $\beta_i$ ; во-вторых, среди класса несмещенных оценок она характеризуется наименьшей дисперсией.

Линейная регрессионная модель позволяет вычислять точечные оценки  $\hat{\beta}_i$ , строить уравнения регрессии, строить доверительные интервалы  $\beta_i$  и  $y_i$ , вычислять множественные коэффициенты корреляции, проверять всевозможные гипотезы относительно  $\beta_i$  и т. д.

Соответствующие характеристики, которые требуются для оценки модели, определяются конкретной задачей. Покажем, каким образом могут быть определены некоторые из них.

Предварительно вычисляется остаточная сумма квадратов:

$$R_0^2 = \mathbf{y}^* \mathbf{y} - \mathbf{y}^* \mathbf{x} \hat{\beta}. \quad (2.17)$$

Для оценки стандартных ошибок  $\hat{\beta}_i$  необходимо рассчитать оценку дисперсии  $\hat{\sigma}^2$  величины  $y$ :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{R_0^2}{m - n - 1}. \quad (2.18)$$

Дисперсия  $\beta_i$  вычисляется по формуле

$$\hat{\sigma}_{\beta_i}^2 = c_{ii} \hat{\sigma}^2, \quad (2.19)$$

Через  $c_{ij}$  обозначается матрица  $(\mathbf{x}^* \mathbf{x})^{-1}$ .

Наконец, при помощи линейной модели может быть получена еще одна важная величина — оценка коэффициентов множественной корреляции, которая служит мерой связи между зависимой и независимыми переменными в уравнении (2.13):

$$\hat{R}^2 = \frac{\beta_1 S_{01} + \dots + \beta_n S_{0n}}{S_{0n}}. \quad (2.20)$$

На основе рассчитанных параметров можно рассмотреть несколько гипотез, связанных с использованием полученных оценок. В данном случае ограничимся лишь теми, которые представляют здесь наибольший интерес.

Существует ли значимая связь между зависимой и независимыми переменными, т. е. значимо ли отличаются от нуля  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$ ? Для выяснения этого обстоятельства используется техника дисперсионного анализа, причем дисперсионное отношение довольно просто определяется из квадрата оценки множественной корреляции:

$$F = \frac{\hat{R}^2}{1 - \hat{R}^2} \cdot \frac{m - n - 1}{n}. \quad (2.21)$$

По соответствующим таблицам распределения [45] находим значимость этого дисперсионного отношения при  $m - n - 1$  и  $n$  степенях свободы.

При расчете компонент тензорного импеданса большой интерес представляет вопрос, насколько эти компоненты значимы. Уменьшение значимости может быть связано как с возможными ошибками, так и с действительной их малой значимостью. Эту проблему можно сформулировать несколько иначе: не улучшается ли аппроксимация при постоянном увеличении числа независимых переменных в правой части (2.13). Улучшение согласия определяется посредством вычитания  $\beta_n^2 / c_{nn}$  из остаточной суммы квадратов и соответствующим возрастанием дисперсии аппроксимирующего полинома. Как правило, существует определенное критическое



значение числа независимых переменных, которое необходимо для оптимальной аппроксимации  $y(x)$ .

Для оценки значений коэффициентов регрессии и их значимости использовалась модификация последовательного регрессионного анализа, которая излагается ниже [24].

В описываемой методике оказывается возможным последовательно рассчитывать не только окончательное регрессионное уравнение, но и промежуточные:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0^{(1)} + \beta_1^{(1)} x_1, \\ &\vdots \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_0^{(n)} + \beta_1^{(n)} x_1 + \dots + \beta_n^{(n)} x_n. \end{aligned} \quad (2.22)$$

В процессе решения (2.22) переменная может оказаться значимой на каждом этапе и таким образом входить в уравнение или после добавления в регрессионное уравнение нескольких переменных первоначальная переменная может оказаться незначимой.

Незначимые переменные должны быть удалены из регрессионного уравнения, прежде чем будут добавляться переменные. Следовательно, только значимые переменные включаются в окончательное регрессионное уравнение.

Система нормальных уравнений, к которой сводится переопределенная система в методе наименьших квадратов, может быть решена методом Гаусса. Отметим важное свойство этого метода, которое может быть применено к регрессионной проблеме. Метод позволяет получать не только окончательное решение, но и частные регрессионные уравнения, образующиеся на каждом шаге исключения. Для этого составляется блочная матрица

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{T}' & \mathbf{I} \\ \mathbf{T} & \mathbf{Z} & \mathbf{D} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{B} & \mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

где  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{I}$  — матрицы порядка  $(n-1) \cdot (n-1)$ ;  $\mathbf{T}$  и  $\mathbf{D}$  — матрицы порядка  $1 \cdot (n-1)$ ;  $\mathbf{B}$  — порядка  $(n-1) \cdot 1$ , а  $\mathbf{Z}$  — скаляр.

Перечисленные матрицы образуются следующим образом:

$$S_{ij} = \sum_{t=1}^m (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{jt} - \bar{x}_j),$$

$$T_{1j} = \sum_{t=1}^m (x_{jt} - \bar{x}_j)(y_t - \bar{y}_t),$$

$$Z = \sum_{t=1}^m (y_t - \bar{y}_t)(y_t - \bar{y}_t), \quad (2.24)$$

$$T'_{jl} = T_{lj}, \quad T_{ij} = \delta_{ij}, \quad y_t = x_{nt}.$$

В начале процедуры  $\mathbf{B} = \mathbf{C} = \mathbf{D} = 0$ . В (2.24) индексы меняются от 1 до  $n$ , а  $n$  означает общее число независимых и зависимых переменных,  $m$  — число уравнений. Затем к матрице (2.23) последовательно применяются линейные преобразования, которые обуславливают ненулевые элементы в матрицах  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ . Каждое последовательное исключение какой-либо переменной из  $\mathbf{S}$ -матрицы порождает регрессионное уравнение, в котором число неизвестных увеличивается на единицу и соответственно каждое последовательное исключение независимой переменной из матрицы  $\mathbf{C}$  порождает регрессионное уравнение, где число независимых переменных в правой части каждый раз убывает на единицу. После каждого исключения матрица  $\mathbf{B}$  содержит коэффициенты регрессии, относящиеся к соответствующему регрессионному уравнению. Матрица  $\mathbf{C}$  является обратной матрицей той части матрицы  $\mathbf{S}$ , переменные которой исключены на данном этапе.

Для последовательного преобразования исходной матрицы (2.23) используется следующий алгоритм. Если  $a_{hk}$  является диагональным элементом, соответствующим одной из независимых переменных, то новые компоненты матрицы будут иметь вид

$$a_{ij} = \begin{cases} a_{ij} - \frac{a_{ih}a_{hj}}{a_{hh}}, & \text{если } i \neq k, j \neq k, \\ \frac{a_{hj}}{a_{hh}}, & \text{если } i = k, j \neq k, \\ \frac{a_{ik}}{a_{hh}}, & \text{если } i \neq k, j = k, \\ \frac{1}{a_{hh}}, & \text{если } i = j = k. \end{cases} \quad (2.25)$$

Чтобы добавить в уравнение регрессии или убрать из него переменную  $x_i$ , используются следующие соображения:

1) если вклад в общую сумму квадратов, вызываемый уравнением регрессии при добавлении переменной  $x_i$ , незначителен на определенном  $F$ -уровне, то эта переменная убирается из уравнения регрессии;

2) если вклад в общую сумму квадратов, вызываемый уравнением регрессии при добавлении переменной  $x_i$ , являет-

ся значимым на определенном  $F$ -уровне, то эта переменная вводится в уравнение регрессии.

Как уже отмечалось, после добавления нескольких переменных в регрессионное уравнение первоначальная переменная может оказаться незначимой. Поэтому аналогичные соображения для отбраковки переменных должны быть положены и в этом случае. Общая схема для оценки значимости независимых переменных такова:

1. Устанавливаются  $F_1$  и  $F_2$ -уровни для переменных, вводимых и выводимых из уравнения регрессии.

2. Устанавливается наиболее значимая переменная, которую первоначально необходимо ввести в уравнение, для чего требуется просчитать значения  $V_i = a_{in}a_{ni}/a_{ii}$ . Эти значения вычитаются из элемента  $Z$  матрицы (2.23). После каждого исключения независимой переменной из матрицы  $S$  на месте этого элемента получаем остаточную сумму квадратов.

3. Осуществляется контроль за величиной диагональных элементов  $a_{ii}$ . Близкая к нулю величина  $a_{ii}$  свидетельствует о приблизительно линейной зависимости переменной  $x$  от других независимых переменных [65]. Линейную зависимость независимых переменных удобнее контролировать, если первоначальную матрицу масштабировать так, чтобы матрицы  $S$ ,  $T$ ,  $Z$  представляли собой в совокупности корреляционную матрицу. Для расчетов это принципиального значения не имеет, так как по диагонали будут стоять единицы.

В программе подобная нормировка предусмотрена и, кроме того, предусмотрено, чтобы  $a_{ii}$  были больше определенно значения.

4. Если  $V_i$  отрицательна, то  $x_i$  пока оставляется на данном этапе.

5. Если  $V_i$  положительна, то  $x_i$  пока не вводится в уравнение.

6.  $x_i$ , соответствующее максимальному  $v_i$ , означает, что переменная вносит наибольший вклад в общую сумму, обусловливаемую регрессионным уравнением. Поэтому данная переменная вносится в регрессионное уравнение.

7. В матрицу  $B$  заносятся коэффициенты регрессии для переменных, вошедших в уравнение регрессии. Кроме того, вычисляются их стандартные ошибки.

8.  $x_i$ , соответствующие минимальному  $|V_i|$  для отрицательных  $V_i$ , означают, что из общей суммы квадратов, обусловливаемой регрессией, вычитается сумма квадратов, связанная с переменной, которая является наименее значимой.

Если это изменение незначительно на каком-то  $F$ -уровне, то данная переменная должна быть удалена прежде чем будет добавлена новая.



9. Если добавляемая переменная является значимой, то она вводится в уравнение.

10. Программа заканчивается расчетом коэффициента множественной корреляции между зависимой переменной и переменными, включенными в окончательное уравнение регрессии, а также расчетом ошибки аппроксимации по формуле

$$\varepsilon = \frac{|\sum \delta y|}{n}.$$

В заключение покажем, каким образом изложенная методика может быть использована для расчетов компонент тензорного импеданса. Процедура расчетов коэффициентов линейного соответствия в методе магнитотеллурического профилирования (МТП), в методе теллурических токов (МТТ) остается аналогичной. При этом необходимо иметь в виду, что изложенная модификация метода наименьших квадратов в полном объеме применима тогда, когда помехой отягощена лишь зависимая переменная линейной модели (2.13). Если зависимые и независимые переменные содержат ошибки измерений и тем самым являются случайными величинами, то в настоящее время не существует достаточно простой теории по оценке несмещенных параметров регрессионного уравнения и их погрешностей. В этом случае метод наименьших квадратов также обеспечивает наилучшее внутреннее согласие данных эксперимента в смысле минимума среднеквадратичной ошибки, но оцениваемые параметры будут носить более ориентировочный характер.

Перепишем уравнение (2.1) в действительной области

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} E_x &= \operatorname{Re} H_x \operatorname{Re} Z_{xx} - \operatorname{Im} H_x \operatorname{Im} Z_{xx} + \\ &+ \operatorname{Re} H_y \operatorname{Re} Z_{xy} - \operatorname{Im} H_y \operatorname{Im} Z_{xy}, \\ \operatorname{Im} E_x &= \operatorname{Re} H_x \operatorname{Im} Z_{xx} + \operatorname{Im} H_x \operatorname{Re} Z_{xx} + \operatorname{Re} H_y \operatorname{Im} Z_{xy} + \operatorname{Im} H_y \operatorname{Re} Z_{xy}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} E_y &= \operatorname{Re} H_x \operatorname{Re} Z_{yx} - \operatorname{Im} H_x \operatorname{Im} Z_{yx} + \operatorname{Re} H_y \operatorname{Re} Z_{yy} - \operatorname{Im} H_y \operatorname{Im} Z_{yy}, \\ \operatorname{Im} E_y &= \operatorname{Re} H_x \operatorname{Im} Z_{yx} + \operatorname{Im} H_x \operatorname{Re} Z_{yx} + \operatorname{Re} H_y \operatorname{Im} Z_{yy} + \operatorname{Im} H_y \operatorname{Re} Z_{yy}. \end{aligned}$$

В результате получаем четыре независимых уравнения, каждое из которых может быть разрешено методом последовательного регрессионного анализа.

Метод последовательного регрессионного анализа является эффективным средством оценки компонент тензорного импеданса. Погрешность определения главных компонент  $Z_{xy}$  и  $Z_{yx}$  обычно не превышает 10—15%. Другим достоинством метода является то, что он может быть обобщен для анализа двумерных геофизических полей.

Структура тензора зависит от взаимной ориентировки измерительных линий и осей неоднородности нижнего полу-

пространства. Большой практический интерес представляет изучение характера этой зависимости. Так как выражение (2.1) не точно, оно должно быть заменено на

$$\mathbf{E} = \mathbf{Z}' [\mathbf{H}_n], \quad (2.27)$$

т. е. теллурическое поле линейным образом выражается через векторное произведение магнитного поля на единичную нормаль  $\mathbf{n}$  в направлении распространения электромагнитной волны. Справедливость формулы подтверждается тем, что  $\mathbf{E}$  — полярный вектор, а  $\mathbf{H}$  — аксиальный, а единственно возможный вид линейного соотношения между подобными векторами есть (2.27).

На практике различие в формах представления (2.1) и (2.27) не приводит к существенным неудобствам, так как можно показать, что  $Z'_{xx} = Z'_{xy}$ ,  $Z'_{xy} = -Z'_{xx}$ ,  $Z'_{yx} = Z'_{yy}$ ,  $Z'_{yy} = -Z'_{yx}$ . Тем не менее при изучении структуры линейных соотношений в зависимости от ориентировки измерительных линий представление (2.27) является более естественным. В частности, для двумерно-неоднородных сред при ориентировке датчиков поля вдоль осей неоднородностей тензор  $\mathbf{Z}'$  сводится к диагональному виду, тогда как  $\mathbf{Z}$  принимает вид

$$\begin{bmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{xy} & 0 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, в принципе для оценки характера горизонтальной неоднородности нижнего полупространства можно использовать собственные значения и собственные направления тензорного импеданса. Алгебраическая проблема нахождения собственных значений и собственных направлений матрицы  $\mathbf{Z}'$  сводится к следующей процедуре. Определяются те значения  $\lambda$ , при которых система однородных уравнений  $\mathbf{Z}'_x = \lambda \mathbf{x}$  имеет нетривиальное решение. Система может быть представлена в форме

$$(\mathbf{Z}' - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{x} = 0, \quad (2.28)$$

и при произвольном  $\lambda$  она имеет только решение  $\mathbf{x} = 0$ . Из теории совместных линейных алгебраических уравнений известно, что нетривиальное решение существует тогда и только тогда, когда матрица  $(\mathbf{Z}' - \lambda \mathbf{I})$  особенная, т. е.

$$\det(\mathbf{Z}' - \lambda \mathbf{I}) = 0. \quad (2.29)$$

Раскрывая определитель в левой части уравнения (2.29) по степеням  $\lambda$ , получим

$$\lambda^2 + \lambda \alpha_1 + \alpha_0 = 0. \quad (2.30)$$

Здесь  $\alpha_1 = Z'_{xx} + Z'_{yy}$ , а  $\alpha_0 = \det \mathbf{Z}'$ . В поле комплексных чисел это уравнение всегда имеет два корня. В особых случаях кор-

ни могут быть кратными. Каждому собственному значению  $\lambda$  соответствует по крайней мере одно нетривиальное решение  $x$ , для чего необходимо решить уравнение (2.28). Определение структуры собственных векторов является достаточно сложной задачей для произвольных вещественных матриц, тем более для комплексных матриц. Исключения составляют лишь вещественные симметричные и эрмитовы матрицы. Они ортогональным и соответственно унитарным преобразованиями подобия могут быть сведены к диагональной форме с вещественными компонентами. Причем собственные направления, соответствующие собственным значениям, образуют ортогональный базис, в котором матрица  $Z'$  имеет диагональный вид. Важным свойством эрмитовых (вещественных симметричных) матриц является то, что для квадратных матриц порядка  $n$  существует  $n$  ортогональных собственных векторов, даже если среди собственных значений имеются одинаковые. Для произвольных комплексных (вещественных) матриц в случае кратности собственных значений это свойство не сохраняется. Однако можно показать [52], что если собственные числа произвольной матрицы  $Z$  различны, то существует  $T$  такая, что

$$T^{-1}Z'T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

В (2.31) столбцами матрицы  $T$  являются собственные векторы матрицы  $Z'$ . В случае кратных корней существуют матрицы, которые не сводятся к диагональной форме в связи с тем, что матрица  $T$  может оказаться вырожденной. Следовательно, произвольная матрица не обязательно имеет полный набор собственных векторов. Кроме того, для матриц общего вида собственные векторы, являющиеся обычно комплексными, не обязательно составляют ортогональный базис. Из сказанного вытекает, что комплексная матрица общего вида, как правило, не может быть сведена к диагональной форме таким простым преобразованием, как вращение координатных осей в действительной области. Это свидетельствует о том, что в общем случае горизонтальная неоднородность нижнего полупространства не характеризуется определенной четко выраженной симметрией. Тем не менее рассмотрение структуры тензора импедансов  $Z'$  при различных ориентациях датчиков поля может дать полезную информацию о характере горизонтальной неоднородности нижнего полупространства. Введем преобразование подобия матрицы  $Z'$  при помощи матрицы  $T$  на угол  $\alpha$ :

$$Z'(\alpha) = T^{-1}Z'T, \quad (2.32)$$



или

$$\mathbf{Z}'(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z'_{xx} & Z'_{xy} \\ Z'_{yx} & Z'_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Изучение полярных диаграмм отдельных компонент тензора как функции угла поворота  $\alpha$  дает ценную информацию о характере неоднородности геологической среды.

Рассматривая процесс нахождения собственных значений и собственных векторов, а также представление  $\mathbf{Z}'(\alpha)$  во вращающейся системе координат, мы игнорировали тот факт, что элементы матрицы — косвенно измеряемые физические величины, и поэтому они имеют ошибки, свойственные всем наблюдениям. При этом матрица  $\mathbf{Z}'$  является лишь приближенным точной матрицы. Если ошибка в любом элементе  $\mathbf{Z}'$  ограничена числом  $\varepsilon$ , то можно утверждать, что приближенная матрица есть  $(\mathbf{Z}' + \delta\mathbf{Z}')$ , где  $\delta\mathbf{Z}'$  — некоторая матрица, удовлетворяющая условию

$$|\delta\mathbf{Z}'| \leq \varepsilon. \quad (2.43)$$

Поэтому полный анализ поставленной задачи состоит не только в определении собственных направлений матрицы  $\mathbf{Z}'$  и построении диаграмм  $\mathbf{Z}(\alpha)$ , но и в оценке возможных вариаций этих объектов для всех матриц класса  $(\mathbf{Z} + \delta\mathbf{Z})$ . Таким образом, мы приходим к задаче о нахождении матриц  $(\lambda + \delta\lambda)$ ,  $(\mathbf{T} + \delta\mathbf{T})$  и  $(\mathbf{Z}'(\alpha) + \delta\mathbf{Z}'(\alpha))$  и оценке возмущений  $\delta\lambda$ ,  $\delta\mathbf{T}$ ,  $\delta\mathbf{Z}'$  в зависимости от структуры матрицы  $\mathbf{Z}$  и от точности задания ее компонент. Для решения этой задачи необходимо привлечь аппарат теории возмущений и выработать критерии, позволяющие оценивать устойчивость матриц.

### 2.3. Двумерный регрессионный анализ геологического поля

Результаты геологических и геофизических наблюдений на площади можно представить в виде функции координат точек измерений  $x$  и  $y$ , содержащей аналитическую и неаналитическую части. Аналитическая часть функции может быть приближена системами функций различной природы и, в частности, ее можно представить в виде линейной комбинации системы функций  $1, x, y, x^2, y^2, xy, \dots$  и т. д., которым в линейном пространстве соответствует базис из ортогональных векторов.

Как отмечалось выше, система функций называется полной, если любая функция  $z$  удовлетворяет условию (1.7). В случае неполноты системы разложение будет означать

проекцию  $z$  на пространство с меньшим числом измерений или приближение  $z(x, y)$ , выраженное через комбинацию  $1, x, y, \dots$  и т. д. Ошибка приближения может быть снижена как увеличением числа членов полинома, так и использованием метода наименьших квадратов, т. е. переопределением задачи.

При геофизических исследованиях всегда приходится сталкиваться с задачей количественного изучения полей. Так, могут возникнуть задачи разделения полей на локальные и региональные составляющие, определения доминантных направлений на фоне нерегулярных изменений, оптимального предсказания геофизических полей на участках, не обеспеченных промером, и т. д. [22, 32, 35]. Эти проблемы в некоторой степени могут быть решены на основе объективного разделения полей на аналитические и нерегулярные составляющие. Одним из возможных путей является полиномиальное приближение геофизических карт методом наименьших квадратов. Таким образом могут быть отделены аналитические изменения от нерегулярных изменений, т. е. определена некоторая поверхность тренда и соответствующая ей карта остатков. Причем тренд может быть описан поверхностями различного порядка. Тренд означает любые систематические изменения изучаемого признака. В частности, им может быть описана тенденция картируемой величины закономерно изменяться в определенном направлении [32]. В некоторых случаях тренд может отождествляться с региональным фоном изучаемых геофизических полей.

Запишем исследуемую модель

$$z(x_i, y_j) = \hat{z}(x_i, y_j) + h(x_i, y_j), \quad (2.35)$$

где  $z(x_i, y_j)$  — результат наблюдения поля в точке с координатами  $(x_i, y_j)$ ;  $\hat{z}(x_i, y_j)$  — поверхность тренда;  $h(x_i, y_j)$  — неаналитическая, случайная компонента. Отметим, что деление на аналитическую и нерегулярную компоненты в известной мере носит условный характер и определяется практическими соображениями.

Запишем поверхность тренда следующим образом:

$$\hat{z}(x_i, y_j) = \sum_{k,l=0}^s \beta_{k,l} x_i^k y_j^l, \quad (2.36)$$

где  $\beta_{k,l}$  — искомые параметры. На основе последовательного подсчета  $\beta_{k,l}$  строятся поверхности тренда первого, второго, третьего и т. д. порядков. Разность между наблюдаемыми  $z(x_i, y_j)$  и расчетными  $\hat{z}(x_i, y_j)$  дает карту остатков. Поверхности тренда различного порядка несут определенную инфор-

мацию и каждая из них должна интерпретироваться с учетом конкретной геологической ситуации. То же относится и к картам остатков (рис. 2.1). При этом возникает ряд проблем: на картах какого порядка следует остановиться, как оценить их значимость и, следовательно, какие критерии должны быть положены в основу их обработки. В связи с этим очень важным представляется построение карт доверительных интервалов для каждой поверхности, позволяющих оценить степень достоверности различных участков карт.

Нами была разработана методика построения поверхности тренда до третьего порядка включительно методом последовательного регрессионного анализа с оценкой значимости коэффициентов регрессии и их стандартных ошибок, а

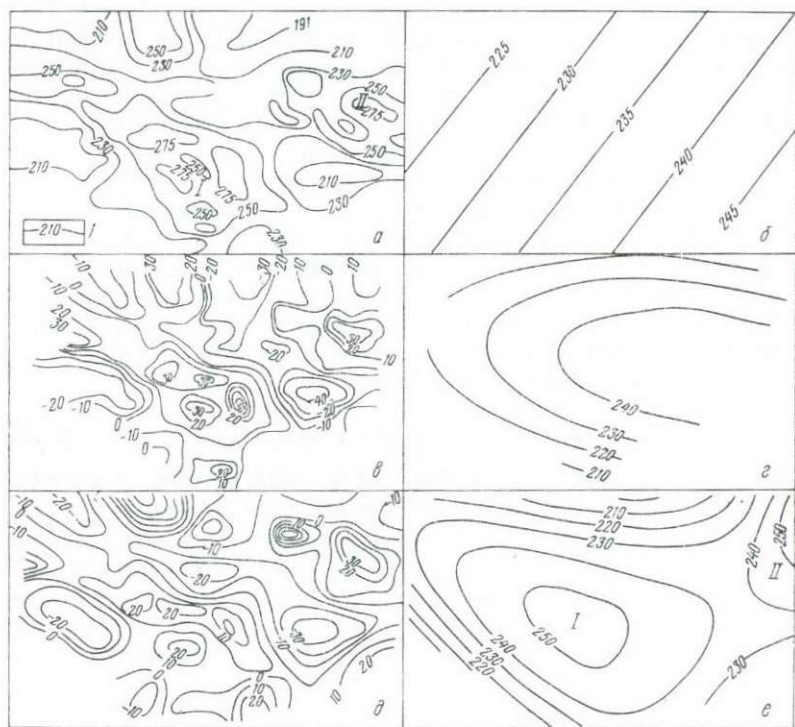


Рис. 2.1. Карты регионального фона и карты остатков для участка Туррозской депрессии (поле ТТ):

*I*—изолиния средней напряженности поля ТТ; *а*—исходная карта средней напряженности поля ТТ; *б*—региональный фон первого порядка; *в*—карта остатков второго порядка; *г*—региональный фон второго порядка; *д*—карта остатков третьего порядка; *е*—региональный фон третьего порядка; *I*—Дубровская структура, *II*—Лельчицкая структура



также с оценкой степени отражения поверхности  $z(x, y)$  поверхностью тренда. Для этого была выбрана схема

$$\hat{z}(x_i, y_j) = \beta_{00} + \beta_{10}x_i + \beta_{01}y_j + \beta_{20}x_i^2 + \beta_{02}y_j^2 + \beta_{11}x_i y_j + \beta_{30}x_i^3 + \beta_{03}y_j^3 + \beta_{21}x_i^2 y_j + \beta_{12}x_i y_j^2. \quad (2.37)$$

Учет первых трех членов правой части дает уравнения плоскости, первых шести — уравнение поверхности второго порядка, десяти — уравнение кубического порядка. Для этих трех случаев составлен вариант программ для ЭВМ «Минск-22». Учет вклада члена правой части в левую осуществляется методами дисперсионного анализа. Пример расчетов по приведенной схеме дан на рис. 2.1. При исследованиях был выбран участок карты средней напряженности поля теллурических токов (поля ТТ) Туровской депрессии. Для удобства исходная карта на рис. 2.1, а представлена в схематизированном виде.

Как видно из рис. 2.1, а, строение поля ТТ на выбранном участке носит мозаичный характер. Приближение поверхностью первого порядка показало, что на исследуемом участке имеются систематические изменения поля ТТ юго-восточной направленности, а градиент поля в этом направлении составляет 15,6 *ед/км*. На карте тренда второго порядка отчетливо выделяется структура, которую можно отождествить с Дубровской (рис. 2.1, г). Более детальная карта третьего порядка позволяет выявить на участке две структуры, которые сопоставимы с Дубровской и Лельчицкой структурами. Границы структур имеют четкий контур, чего нельзя сказать о границах, выделенных на исходной карте.

Здесь не рассматривается связь поверхностей тренда с определенными геологическими границами в разрезе земной коры. Задача эта сложна и требует специального изучения. Однако можно считать, что на картах второго и третьего порядков в основном отражается суммарный эффект кристаллического фундамента, а на соответствующих картах остатков — влияние нерегулярного строения поверхности солевых отложений и неоднородности вышележащего осадочного чехла.

Применение изложенной методики построения поверхностей тренда различного порядка, по-видимому, более целесообразно для карт средней напряженности, построенных в различных частотных диапазонах, что требует предварительной цифровой фильтрации результатов измерений.

Отметим, что в случаях, когда в геофизических полях имеет место определенная цикличность, более целесообразно использовать приближение системой тригонометрических функций, которая позволяет лучше приблизить подобные изменения в изучаемых полях [32].

## АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ В МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ МЕТОДАХ

Как с векторами, так и с матрицами можно сопоставить некоторое число, характеризующее их величину. Для этой цели будем использовать определенные функции компонент вектора или матрицы, которые называются нормами. Введем понятие евклидовой нормы вектора  $\mathbf{x}$ , обозначаемой через  $\|\mathbf{x}\|$ , определяя ее по формуле

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{|x_1|^2 + \dots + |x_n|^2}.$$

Отметим следующие основные свойства нормы вектора: 1)  $\|\mathbf{x}\| \geq 0$  для любого  $\mathbf{x}$  и  $\|\mathbf{x}\| = 0$  только для  $\mathbf{x} = 0$ ; 2)  $\|\lambda \mathbf{x}\| = |\lambda| \cdot \|\mathbf{x}\|$ ; 3)  $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| \leq \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$ . Аналогично с каждой матрицей  $\mathbf{A}$ , имеющей  $n$  строк и  $n$  столбцов, можно сопоставить неотрицательную величину  $\sup_{\mathbf{x} \neq 0} \frac{\|\mathbf{Ax}\|}{\|\mathbf{x}\|}$ , соответствующую любой векторной норме.

Можно показать, что 1)  $\|c\mathbf{A}\| = |c| \cdot \|\mathbf{A}\|$  для любого комплексного скаляра  $c$ ; 2)  $\|\mathbf{A} + \mathbf{B}\| \leq \|\mathbf{A}\| + \|\mathbf{B}\|$ ; 3)  $\|\mathbf{Ax}\| \leq \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{x}\|$  для всех  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{x}$ ; 4)  $\|\mathbf{AB}\| \leq \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{B}\|$  для всех матриц  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ . Последние два свойства являются очень важными при изучении влияния ошибок на решения систем линейных уравнений.

Квадратная матрица  $\mathbf{A}$  представляет линейное преобразование каждого вектора  $\mathbf{x}$  одного  $n$ -мерного пространства  $\mathbf{X}$  в вектор  $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$  другого  $n$ -мерного пространства  $\mathbf{Y}$ . С учетом первого свойства введенная нами матричная норма может быть выражена в следующей эквивалентной форме:

$$\|\mathbf{A}\| = \sup_{\|\mathbf{x}\|=1} \|\mathbf{Ax}\|.$$

Интерпретация этого определения заключается в том, что  $\|\mathbf{A}\|$  является наибольшей длиной вектора в образе  $\{\mathbf{Ax}\}$  единичной сферы  $\{\mathbf{x} : \|\mathbf{x}\|=1\}$  при преобразовании  $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{Ax}$ .

Кроме норм в этой главе мы часто будем использовать так называемые сингулярные числа  $\lambda_i$ , которые являются обобщением собственных чисел квадратной матрицы  $\mathbf{A}$ .

Существует теорема [54], которая утверждает, что для любой вещественной  $(n \times n)$ -матрицы  $\mathbf{A}$  существуют две вещественные ортогональные  $(n \times n)$ -матрицы  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$ , такие, что  $\mathbf{U}^T \mathbf{A} \mathbf{V}$  — диагональная матрица  $\mathbf{D}$ . Более того, можно выбрать  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  так, чтобы диагональные элементы  $\mathbf{D}$  имели вид

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r > \lambda_{r+1} = \dots = \lambda_n = 0,$$

где  $r$  — ранг матрицы. В случае, если  $\mathbf{A}$  невырождена,

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n > 0.$$

Числа  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  называются сингулярными числами матрицы  $\mathbf{A}$ . Значение приведенной теории заключается в том, что существуют два ортогональных преобразования  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{U}$  пространства  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$ , в результате действия которых матрица  $\mathbf{A}$  становится диагональной. Действительно, в результате изменения ортогональных базисов в  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$  первоначальное преобразование  $\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{x}$  приобретает вид

$$\mathbf{y}' = \mathbf{U}^T \mathbf{y}^T = \mathbf{U}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{U}^T \mathbf{A} (\mathbf{V} \mathbf{x}') = (\mathbf{U}^T \mathbf{A} \mathbf{V}) \mathbf{x}' = \mathbf{D} \mathbf{x}'.$$

Таким образом, в новой системе координат получаем

$$\begin{aligned} y'_1 &= \lambda_1 x'_1, \\ y'_2 &= \lambda_2 x'_2, \\ &\vdots \\ y'_r &= \lambda_r x'_r, \\ y'_{r+1} &= 0, \\ &\vdots \\ y'_n &= 0. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Новое преобразование теперь просто отображает координатные оси  $x'_1, x'_2, \dots, x'_r$  пространства  $\mathbf{X}$  в соответствующие координатные оси  $y_1, y_2, \dots, y_r$  пространства  $\mathbf{Y}$ , а  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  играют роль коэффициентов растяжения, причём  $x'_{r+1}$ -я,  $\dots$ ,  $x'_n$ -я координатные оси пространства  $\mathbf{X}$  отображаются в нулевой вектор пространства  $\mathbf{Y}$ . Иными словами, это означает, что  $\mathbf{D}$  отображает единичную сферу  $\mathbf{S} = \{\mathbf{x}' : \|\mathbf{x}'\| = 1\}$  в  $r$ -мерный гиперэллипсоид  $\mathbf{E} = \mathbf{D} \mathbf{S}$  векторов  $\mathbf{y}'$ , которые удовлетворяют соотношениям

$$\frac{(y'_1)^2}{\lambda_1^2} + \frac{(y'_2)^2}{\lambda_2^2} + \dots + \frac{(y'_r)^2}{\lambda_r^2} \leq 1,$$



если  $r < n$ , и

$$\frac{(y'_1)^2}{\lambda_1^2} + \frac{(y'_2)^2}{\lambda_2^2} + \dots + \frac{(y'_n)^2}{\lambda_n^2} = 1, \quad (3.2)$$

если  $r = n$ .

Точка из  $E$ , наиболее удаленная от начала координат, имеет координаты  $(\lambda_1, 0, \dots, 0)$ . Ближайшая точка из  $E$  к началу координат имеет координаты  $(0, \dots, 0, \lambda_n)$ , если  $r = n$ . В случае  $r < n$   $E$  содержит начало координат.

Покажем теперь, что сингулярные числа матрицы  $A$  есть неотрицательные квадратные корни собственных значений матрицы  $A^T A$ . Пусть  $D^T$  — матрица, транспонированная к  $D$ , тогда

$$D^T D = (U^T A V)^T (U^T A V) = V^T A^T U U^T A V = V^T A^T A V.$$

Поскольку  $V$  является ортогональной матрицей, то  $V^T = V^{-1}$  и преобразование  $V^T (A^T A) V$  не изменяет собственных значений симметричной матрицы  $A^T A$ . В соответствии с (3.1) эти значения равны  $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_n^2, 0, \dots, 0$ .

Если матрицы  $D$  и  $A$  невырождены, то, как следует из (3.1),

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & 0 \\ \cdot & \cdot \\ 0 & \lambda_n^{-1} \end{bmatrix}.$$

Следовательно, сингулярными числами матрицы  $A^{-1}$  являются  $\lambda_1^{-1}, \dots, \lambda_n^{-1}$ . Из сказанного выше и введенного определения матричной нормы вытекает

$$\|A\| = \|D\| = \lambda_1.$$

Если матрица невырождена,

$$\|A^{-1}\| = \|D^{-1}\| = \lambda_n^{-1}.$$

Поэтому наиболее важное свойство преобразования, обеспечиваемое матрицей  $A$ , заключается в том, что существуют два взаимно ортогональных направления  $L_1$  и  $L_n$ , в которых в наибольшей и соответственно в наименьшей степени деформируется пространство  $X$ . В направлении  $L_1$  пространство растягивается (или сжимается) в  $\lambda_1$  раз, в направлении  $L_n$  растягивается (или сжимается) в  $\lambda_n$  раз.

Наконец, отметим, что если  $A$  — симметричная матрица, то ее сингулярные числа  $\lambda_i$  совпадают с абсолютными значениями ее собственных чисел.

### 3.1. Теоретический анализ устойчивости решений неточно заданных линейных систем

Чувствительность системы линейных уравнений  $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$  в первую очередь зависит от структуры матрицы  $\mathbf{A}$ . Рассмотрим случай, когда матрица  $\mathbf{A}$  задана точно, а вектор  $\mathbf{b}$  — с некоторой неопределенностью  $\delta\mathbf{b}$ . Тогда можно показать [56], что относительную ошибку в определении  $\mathbf{x}$  находим из неравенства

$$\frac{\|\delta\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \leq \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\| \cdot \frac{\|\delta\mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|}. \quad (3.3)$$

Если  $\frac{\|\delta\mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|}$  и  $\frac{\|\delta\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|}$  интерпретировать как неопределенность в задании векторов  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{x}$ , то эти относительные погрешности находятся в прямо пропорциональной зависимости с коэффициентом пропорциональности  $\text{cond } \mathbf{A} = \|\mathbf{A}^{-1}\| \cdot \|\mathbf{A}\|$ , который называется числом обусловленности, причем это число зависит от используемой нормы [58].

Для евклидовой нормы

$$\text{cond } \mathbf{A} = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\| = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \geq 1, \quad (3.4)$$

где  $\lambda_{\max}$  и  $\lambda_{\min}$  — наибольшее и наименьшее сингулярные числа матрицы  $\mathbf{A}$  соответственно. Для эрмитовой и положительно определенной симметричных матриц они совпадают с соответствующими собственными значениями. Таким образом,  $\text{cond } \mathbf{A}$  представляет собой меру максимального искажения единичной сферы при применении линейного преобразования с матрицей  $\mathbf{A}$ .

Неравенство (3.4) позволяет оценить верхний предел относительной погрешности решения  $\mathbf{x}$ , обусловленной неопределенностью вектора. Равенство наступает в том случае, если правая часть  $\mathbf{b}$  уравнения (3.1) растягивается матрицей  $\mathbf{A}^{-1}$  менее всего, а  $\delta\mathbf{b}$  более всего, т. е. вектор  $\delta\mathbf{b}$  ортогонален к вектору  $\mathbf{b}$ . Этот случай самый неблагоприятный и при больших  $\text{cond } \mathbf{A}$  может вызвать чрезвычайное искажение решения. Например, если  $\text{cond } \mathbf{A} = 10$  и правая часть задана с точностью до 5%, то относительная погрешность в определении  $\mathbf{x}$  может достигнуть 50%. Пятипроцентная погрешность определения комплексных амплитуд магнитотеллурических полей на практике едва ли может быть достигнута (аппаратурные погрешности, погрешности фильтрации и т. д.), поэтому компоненты тензорного импеданса, соответствующие меньшим собственным значениям, подвержены весьма сильным влияниям помех. Если  $\text{cond } \mathbf{A} = 1$ , то все направления матрицей  $\mathbf{A}$

растягиваются одинаково, и относительная погрешность решения равняется относительной погрешности задания правой части уравнения.

Обращаясь к эффекту возмущения матрицы  $\mathbf{A}$  при условии, что правая часть задана точно, можно показать [52]

$$\frac{\|\delta \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \leq \text{cond } \mathbf{A} \frac{\|\delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|} \left/ \left( 1 - \text{cond } \mathbf{A} \frac{\|\delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|} \right) \right. . \quad (3.5)$$

Через  $\|\delta \mathbf{x}\|$  и  $\|\delta \mathbf{A}\|$  обозначены нормы возмущения решения  $\mathbf{x}$  и матрицы  $\mathbf{A}$ .

Оценка относительной погрешности решения может быть значительно упрощена, если ее записать в следующем виде:

$$\frac{\|\delta \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}\|} \leq \text{cond } \mathbf{A} \frac{\|\delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|} . \quad (3.6)$$

Это неравенство также свидетельствует о пропорциональности между относительной погрешностью задания матрицы  $\mathbf{A}$  и относительной погрешностью решения. К сожалению, на практике и матрица  $\mathbf{A}$  и вектор  $\mathbf{b}$  являются результатами измерений и, следовательно, заданы с определенной погрешностью. В этом случае анализ устойчивости решения значительно усложняется. Следуя Жидкову [25], можно записать

$$\delta \mathbf{A} = \mathbf{C} \mathbf{A},$$

где

$$\|\mathbf{C}\| = q < 1, \quad \tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{b} + \delta \mathbf{b},$$

$$\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{b}}, \quad (3.7)$$

или

$$(\mathbf{I} - \mathbf{C}) \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{b}},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}} &= (\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1} \tilde{\mathbf{b}} = (\mathbf{I} + \mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) (\mathbf{b} + \delta \mathbf{b}) = \\ &= \mathbf{b} + (\mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) \mathbf{b} + (\mathbf{I} + \mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) \delta \mathbf{b}. \end{aligned}$$

$(\mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) \mathbf{b} + (\mathbf{I} + \mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) \delta \mathbf{b}$  можно рассматривать как невязку при приближенном решении системы (3.7). Введем меру обусловленности системы при неточно заданной правой части:

$$\mu = \sup_{\delta \mathbf{b}} \left( \frac{\|\delta \mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \left/ \frac{\|\delta \mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|} \right. \right), \quad (3.8)$$

т. е. верхнюю границу отношения относительных «погрешностей» векторов  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{b}$  при всевозможных невязках  $\delta \mathbf{b}$ . Если мало  $\mu$ , то относительная малость нормы вектора невязки сви-



детельствует об относительной малости вектора погрешности. В этом случае система хорошо обусловлена. Так как

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \delta \mathbf{b},$$

то

$$\sup \frac{\|\delta \mathbf{x}\|}{\|\delta \mathbf{b}\|} = \|\mathbf{A}^{-1}\| \text{ и } \mu = \frac{\|\mathbf{b}\|}{\|\mathbf{x}\|} \|\mathbf{A}^{-1}\|. \quad (3.9)$$

Если рассматривать всевозможные системы с одной и той же матрицей  $\mathbf{A}$  и всевозможными правыми частями  $\mathbf{b}$ , то целесообразно знать  $\text{cond} = \sup \mu$  при всевозможных  $\mathbf{x}$ . Эта верхняя граница равна  $\text{cond} = \sup \mu = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\|$ , где  $\mu$  — число обусловленности. В силу определения  $\mu$  и  $\text{cond}$  имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|}{\|\mathbf{x}\|} &\leq \mu \frac{\|(\mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) \mathbf{b} + (\mathbf{I} + \mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) \delta \mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|} \leq \\ &\leq \mu \left( \frac{q}{1-q} + \frac{1}{1-q} \cdot \frac{\|\delta \mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|} \right) \leq \\ &\leq \text{cond } \mathbf{A} \left( \frac{q}{1-q} + \frac{1}{1-q} \cdot \frac{\|\delta \mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|} \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

В последнем случае перспективы получения удовлетворительного решения линейных систем резко ухудшаются. Так, если матрица  $\mathbf{A}$  с  $\text{cond } \mathbf{A} = 10$  и правая часть  $\mathbf{b}$  заданы с погрешностью до 5%, то погрешность в решении может достигать 100%. Отметим, что в этом расчете относительная погрешность матрицы  $\mathbf{A}$  была представлена величиной  $q$ , равной  $\left\| \frac{\delta \mathbf{A}}{\mathbf{A}} \right\|$ , а не  $\frac{\|\delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}$ , поэтому последнюю оценку следует рассматривать как весьма приближительную.

Анализ показал, что  $\text{cond } \mathbf{A}$  является важным критерием, характеризующим трудности решения линейных систем.  $\mu$  и  $\text{cond } \mathbf{A}$  зависят от выбора норм векторов. Для подчиненной евклидовой нормы, которая здесь используется,

$$\text{cond } \mathbf{A} = \|\mathbf{A}\| \|\mathbf{A}^{-1}\| = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}}, \quad (3.11)$$

где  $\lambda_{\max}$  и  $\lambda_{\min}$  — максимальное и минимальное собственные значения матрицы  $\mathbf{A}^* \mathbf{A}$ .  $\mathbf{A}^*$  — матрица, эрмитово-сопряженная к матрице  $\mathbf{A}$ . В вещественной области эрмитово-сопряженная матрица заменяется на транспонированную.

Можно ввести еще грубую оценку обусловленности линейной системы  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Большое различие в суммах квадратов

элементов матрицы по строкам или столбцам характеризует ее плохую обусловленность:

$$\text{cond } \mathbf{A} \geq \max \left( \sqrt{\frac{\max_j \sum_{i=1}^n a_{ij}^2}{\min_j \sum_{i=1}^n a_{ij}^2}}, \sqrt{\frac{\max_i \sum_{j=1}^n a_{ij}^2}{\min_i \sum_{j=1}^n a_{ij}^2}} \right), \quad (3.12)$$

поэтому целесообразно перед решением системы уменьшить указанное различие путем масштабирования.  $\text{cond } \mathbf{A}$  характеризует в общем устойчивость получаемых решений систем  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ . Однако не все компоненты вектора  $\mathbf{x}$  определяются с одинаковой достоверностью. Чтобы обсудить этот вопрос, вернемся к исходному матричному уравнению

$$\mathbf{HZ} = \mathbf{E}. \quad (3.13)$$

Умножим обе части уравнения на эрмитово-сопряженную матрицу  $\mathbf{H}^*$ :

$$\mathbf{H}^* \mathbf{HZ} = \mathbf{H}^* \mathbf{E}. \quad (3.14)$$

Матрица  $\mathbf{H}^* \mathbf{H}$  является эрмитовой, и для нее существует ортогональный базис, где она имеет диагональный вид. Унитарная матрица  $\mathbf{U}$ , составленная из собственных векторов матрицы  $\mathbf{H}^* \mathbf{H}$ , преобразует ее в диагональный вид:

$$\mathbf{U}^* \mathbf{H}^* \mathbf{H} \mathbf{U} \mathbf{U}^* \mathbf{Z} \mathbf{U} = \mathbf{U}^* \mathbf{H}^* \mathbf{U} \mathbf{U}^* \mathbf{E} \mathbf{U}. \quad (3.15)$$

Это равенство справедливо, так как  $\mathbf{U}^* \mathbf{U} = \mathbf{1}$ . Перепишем уравнение (3.15)  $\lambda^2 \tilde{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{E}}$ , откуда  $\tilde{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{E}} / \lambda^2$ . Поскольку собственные значения  $\mathbf{H}^* \mathbf{H}$  всегда положительны, их обозначим как  $\lambda^2$ .

Компоненты  $\tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{E}}$  по существу представляют собой всевозможные скалярные произведения вектор-столбцов матриц  $\tilde{\mathbf{H}}$  и  $\tilde{\mathbf{E}}$  соответственно. Следовательно,

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Z}}_{xx} & \tilde{\mathbf{Z}}_{yx} \\ \tilde{\mathbf{Z}}_{xy} & \tilde{\mathbf{Z}}_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{\mathbf{H}}_x^* \tilde{\mathbf{E}}_x}{\lambda_1^2} & \frac{\tilde{\mathbf{H}}_x^* \tilde{\mathbf{E}}_y}{\lambda_1^2} \\ \frac{\tilde{\mathbf{H}}_y^* \tilde{\mathbf{E}}_x}{\lambda_2^2} & \frac{\tilde{\mathbf{H}}_y^* \tilde{\mathbf{E}}_y}{\lambda_2^2} \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Как отмечалось выше, нормы вектор-столбцов матрицы  $\tilde{\mathbf{H}}$  равны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  соответственно. Поэтому матрицу в правой части (3.16) можно переписать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \frac{\|E_x\| \cos \Theta_{xx} e^{i\mu_{xx}}}{\hat{\lambda}_1} & \frac{\|E_y\| \cos \Theta_{xy} e^{i\mu_{xy}}}{\hat{\lambda}_1} \\ \frac{\|E_x\| \cos \Theta_{yx} e^{i\mu_{yx}}}{\hat{\lambda}_2} & \frac{\|E_y\| \cos \Theta_{yy} e^{i\mu_{yy}}}{\hat{\lambda}_2} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Трудность решения почти особых систем вызывается делением на  $\hat{\lambda}_i$ , если  $\hat{\lambda}_i$  очень мало. Так, если меньшее собственное значение матрицы  $\mathbf{H}^* \mathbf{H}$  меньше большего в  $10^{2n}$  раз, то помеха при вычислении соответствующей неизвестной компоненты матрицы  $\mathbf{Z}$  будет увеличена в  $10^n$  раз. Это может привести к такому искажению решения, что оно полностью потеряет практическое значение.

Таким образом, мы опять пришли к выводу, что отношение наибольшего собственного значения эрмитовой матрицы  $\mathbf{H}^* \mathbf{H}$  к наименьшему служит критической величиной, которая решает вопрос о физической надежности строго математического решения. Квадратный корень этого отношения измеряет увеличение помех в направлении, соответствующем наименьшему собственному значению [36].

Система координат, составленная из главных осей матрицы  $\mathbf{H}^* \mathbf{H}$ , имеет еще и то преимущество, что в ней все неизвестные компоненты матрицы  $\mathbf{Z}$  разъединены. Поэтому мы сразу имеем возможность выделить компоненты с малым весом. Они могут быть выделены как величины, которые практически выпадают из системы. Так как

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{U}^* \mathbf{Z} \mathbf{U}, \quad (3.18)$$

то, зная  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{Z}$ , можно установить, какие линейные комбинации неизвестных компонент входят с малым весом.

Покомпонентный анализ устойчивости может быть выполнен также в вещественной области, где комплексной матрице  $\mathbf{H}$  будет соответствовать расширенная вещественная матрица  $\mathbf{H}_p$ :

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re} \mathbf{H} & -\operatorname{Im} \mathbf{H} \\ \operatorname{Im} \mathbf{H} & \operatorname{Re} \mathbf{H} \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Умножение обеих частей уравнения  $\mathbf{E} = \mathbf{H} \mathbf{Z}$  на эрмитово-сопряженную матрицу  $\mathbf{H}^*$  в действительной области соответствует умножению обеих частей (2.12) на расширенную транспортированную матрицу  $\mathbf{H}_p$ . В результате получается система нормальных уравнений с вещественными коэффициентами, образующими симметричную матрицу  $\mathbf{H}_p^T \mathbf{H}_p$ , которой в комплексной области соответствует эрмитова матрица  $\mathbf{H}^* \mathbf{H}$ . Важным свойством расширенной матрицы  $\mathbf{H}_p^T \mathbf{H}_p$  является то, что ее собственными значе-



ниями будут  $\lambda_1 = \lambda_3$ ,  $\lambda_2 = \lambda_4$ . Поэтому  $\det(\mathbf{H}_p^T \mathbf{H}_p) = [\det(\mathbf{H}^* \mathbf{H})]^2$  и  $\text{Sp} \mathbf{H}_p^T \mathbf{H}_p = 2 \text{Sp} \mathbf{H}^* \mathbf{H}$ . Через  $\det(\mathbf{H}^* \mathbf{H})$  и  $\text{Sp}(\mathbf{H}^* \mathbf{H})$  обозначены определитель и след матрицы  $\mathbf{H}^* \mathbf{H}$ . Исходя из этого, ясно, что системы линейных уравнений могут оказаться весьма чувствительными к погрешностям в исходных данных. Это тем более справедливо в комплексной области. Поэтому основным недостатком решений линейных систем «в лоб», когда матрица  $\mathbf{H}$  и правая часть заданы с погрешностями, достигающими 10%, является большая неустойчивость результатов. Эта неустойчивость может оказаться весьма значительной даже для относительно неплохо обусловленных задач.

Чтобы показать влияние погрешностей на устойчивость результатов, на рис. 3.1 приведены значения импедансов  $Z_{xy}$ ,  $Z_{yx}$  и  $Z_{xy} + \delta Z_{xy}$ ,  $Z_{yx} + \delta Z_{yx}$ , полученные в результате решений линейных систем.

Влияние погрешностей в исходных данных на результат определения компонент тензорного импеданса в отдельных

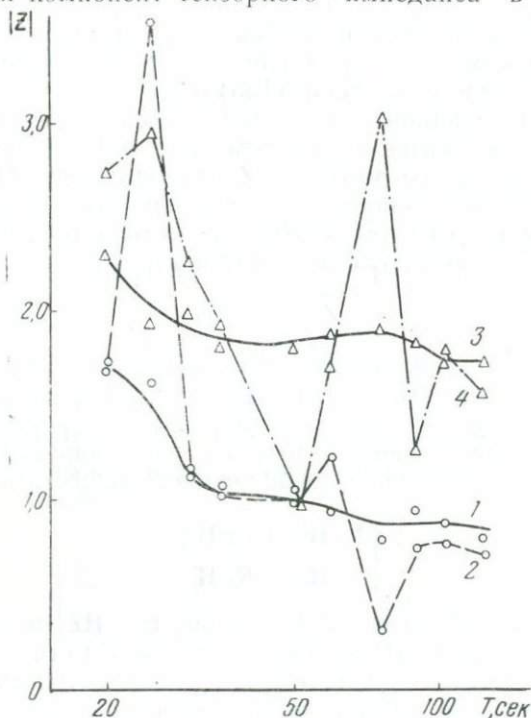


Рис. 3.1. Влияние погрешностей на устойчивость результатов определения импедансов:

1—исходная кривая импедансов  $Z_{xy}$ ; 2—кривая импедансов  $Z_{xy}$  при расклатке  $\|E_x\|$  на 10% и  $\|H\|$  на 5%; 3—исходная кривая импедансов  $Z_{yx}$ ; 4—кривая импедансов  $Z_{yx}$  при расклатке  $\|E_y\|$  на 10% и  $\|H\|$  на 5%

Таблица 3.1

## Влияние погрешностей в исходных данных на решение

$T$ , сек	cond	cond'	$\left\  \begin{matrix} Z_{xx} \\ Z_{xy} \end{matrix} \right\ $	$\left\  \begin{matrix} Z'_{xx} \\ Z'_{xy} \end{matrix} \right\ $	$\sigma$ , %	$\left\  \begin{matrix} Z_{yx} \\ Z_{yy} \end{matrix} \right\ $	$\left\  \begin{matrix} Z'_{yx} \\ Z'_{yy} \end{matrix} \right\ $	$\sigma$ , %
20	1,82	2,03	1,77	1,89	6,8	2,9	4,03	39,0
25	3,88	8,05	1,68	5,45	220,0	2,04	3,92	92,0
30	1,96	2,12	1,29	1,13	12,4	2,17	2,30	6,0
35	1,89	2,26	1,15	1,31	13,9	1,94	2,13	9,8
50	3,59	3,38	1,22	1,05	14,0	1,97	1,06	46,2
60	1,76	1,81	0,96	1,90	98,0	1,93	1,84	4,7
76	2,88	4,02	0,85	1,71	100,0	1,95	3,42	75,3
91	1,65	1,42	1,00	1,00	0,0	1,83	1,95	6,5
104	1,75	1,94	0,92	0,87	5,4	1,72	1,80	4,6
125	1,56	1,45	0,83	0,77	7,2	1,74	1,85	6,3

случаях может оказаться чрезмерным. Дальнейшей иллюстрацией роли погрешностей служат оценки решений раскаченных и нераскаченных исходных данных табл. 3.1. Все величины, которые относятся к раскаченным системам, отмечены верхним штрихом. Через cond обозначены числа обусловленности, а через  $\sigma$  — относительные погрешности норм решений. Из таблицы видно, что даже при малых числах обусловленности системы весьма чувствительны к возмущениям, и ошибка в решениях может достигать 100% и более. Относительно небольшие ошибки могут сильно ухудшать обусловленность задачи и могут привести к сильно смещенным оценкам. Так, для  $T=25$  сек 5-процентная помеха **H** и 10-процентная помеха **E** изменяла обусловленность более чем в два раза и искажила одно решение по норме на 220%. Результаты, приведенные в таблице, также свидетельствуют о том, что даже при невысоких числах обусловленности следует ожидать значительного разброса значений импедансов при многократных определениях. Следовательно, получаемые импедансы при решении линейных систем будут характеризоваться соответствующими распределениями. Причем, как показывает опыт, эти распределения часто оказываются негладкими и достаточно широкими. В связи с этим возникает проблема отбраковки. Она сложна, и ее практическое решение может в некоторых случаях оказаться неоднозначным.

Как отмечалось, обусловленность линейных систем в значительной мере зависит от степени их косоугольности. Следовательно, другим источником неустойчивости решений линейных систем является выдержанная поляризация магнитотеллурического поля. Перечисленные недостатки в итоге

Среднеквадратичные ошибки определения амплитуд и фаз компонент тензорного импеданса

$T, \text{сек}$	$\sigma Z_{xy}$	$\sigma \varphi_{xy}$	$\sigma Z_{yx}$	$\sigma \varphi_{yx}$	$\sigma Z_{xy}$	$\sigma \varphi_{xy}$	$\sigma Z_{yx}$	$\sigma \varphi_{yx}$
	МТЗ-Б-1				МТЗ Б-5			
25	0,149	8,4	0,274	36,0	0,147	10,4	0,154	9,9
32	0,141	7,5	0,116	8,1	0,242	21,2	0,118	20,0
42	0,102	8,6	0,071	35,3	0,145	14,8	0,107	14,7
50	0,102	4,2	0,235	36,3	0,116	6,3	0,141	11,2
62					0,147	7,4	0,104	9,0
78	0,118	5,4	0,310	9,0	0,100	7,3	0,108	6,0
90	0,107	5,4	0,143	9,1	0,094	8,6	0,070	2,6
101	0,137	6,2	0,118	11,0				
121	0,130	7,8	0,350	8,7				
156	0,085	6,8	0,179	8,7				

обуславливают дисперсию в результатах, которая, видимо, еще в зависимости от геологической обстановки может варьировать в широких пределах.

Для иллюстрации в табл. 3.2 приведены относительные среднеквадратичные ошибки определения амплитуд компонент тензорного импеданса и среднеквадратичные ошибки в определении фаз. Расчет относительных ошибок фаз лишен смысла, поскольку они распределяются по кругу. При вычислении ошибок использовались результаты обработки зондирований, которые характеризовались относительно неплохой устойчивостью с числами обусловленности, не превышающими первых десятков. Кроме того, не учитывались резко выделяющиеся значения импедансов.

Результаты вычисления, приведенные в таблице, показывают, что относительные среднеквадратичные ошибки определения модулей главных импедансов меняются в пределах от 7 до 35%, а ошибки в определении фаз — от 4 до 35—36%.

Как видим, на обоих пунктах имеют место довольно ощутимые систематические различия в точности определения компонент тензорного импеданса. Это обстоятельство можно попытаться объяснить следующим образом. В матричном уравнении  $\mathbf{E} = \mathbf{N} \mathbf{Z} \mathbf{H}$  является матрицей, переводящей  $\mathbf{Z}$  в  $\mathbf{E}$ . Хотя и трудно говорить о реальных собственных направлениях для комплексных матриц общего вида, все же какие-то преимущественные направления можно приблизительно отождествить с собственными направлениями. Такими направлениями могут быть, например, преимущественные направления простираций пород.



Поскольку измерительные линии обычно раскладываются примерно по осям неоднородностей нижнего полупространства, не исключено, что они могут совпадать с «собственными направлениями» матрицы  $\mathbf{H}$  с сингулярными числами, отличающимися по величине. Как было отмечено, неизвестные компоненты, соответствующие меньшим сингулярным числам, определяются с меньшей точностью. Следовательно, не исключено, что систематические смещения в ошибках определения компонент тензорного импеданса объясняются этим свойством линейных систем.

Как было отмечено, в табл.3.2 ошибки в определении компонент могут достигать значительных величин. Однако отсюда не следует все же делать вывод, что кривые импедансов по средним величинам рис. 3.2 практически незначимы. Как известно, стандартная ошибка среднего арифметического уменьшается в  $\sqrt{n}$  раз по сравнению со стандартной ошибкой единичного измерения. Поэтому с ростом объема выборок кривые импедансов, построенные по средним величинам, могут обладать достаточной значимостью. Меньшей значимостью будут обладать кривые кажущихся сопротивлений  $\rho_{ik}$ , потому что при переходе от кривых импедансов к кривым кажущихся сопротивлений используется нелинейная операция — возведение в квадрат, что увеличивает относительный вес погрешности. На рис. 3.2 сопоставляются значения импедансов, полученные решением систем линейных уравнений и подсчитанные последовательным регрессионным анализом. Совпадение результатов говорит о неплохой устойчивости осредненных значений импедансов.

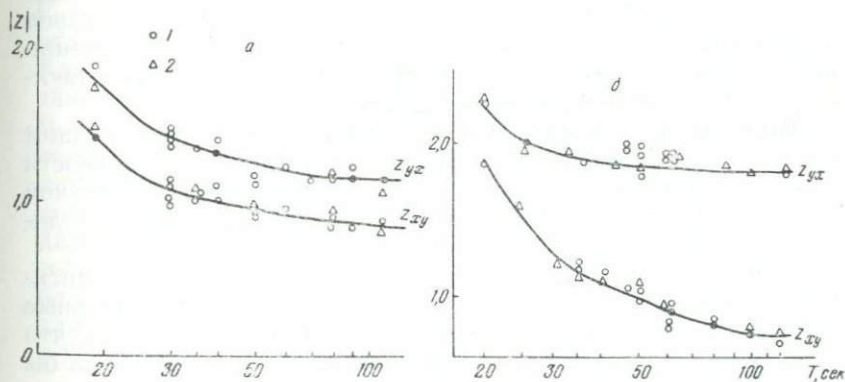


Рис. 3.2. Результаты определения импедансов методом регрессионного анализа и амплитудно-фазовым методом:

*a*—МТЗ № 8, скв. Р-1; *d*—МТЗ № 2, скв. Р-2; 1—регрессионный анализ; 2—амплитудно-фазовый метод

Однако опыт обработки зондирований в Припятской и Брестской впадинах показывает, что нередко встречаются такие зондирования, результаты обработки которых отличаются крайней неустойчивостью, и среднеквадратичные ошибки при определении главных импедансов достигают 100% и более, а дополнительных — сотен процентов. В связи с этим возникает острая проблема оценки наиболее вероятных точечных значений импедансов и тем самым значений  $\rho_k$ . Представляется, что всякая предварительная отбраковка результатов, полученных при решении линейных систем и особенно при широком распределении импедансов, связана с некоторым произволом. Одним из путей повышения устойчивости определения компонент тензорного импеданса является более широкое внедрение статистических методов, в частности модификаций метода наименьших квадратов.

### 3.2. Анализ устойчивости метода последовательного регрессионного анализа

Изложенная методика последовательного регрессионного анализа является достаточно устойчивым средством для оценки коэффициентов регрессии. Погрешность в определении главных компонент тензорного импеданса обычно не превышает 10—15%.

К основным причинам, вызывающим плохую обусловленность переопределенных линейных систем, относятся помехи, если они сопоставимы с информацией, которую несет каждое уравнение, входящее в систему, и мультиколлинеарность массивов независимых переменных. Роль этих двух факторов может оказаться значительной при формальном применении метода наименьших квадратов, так как система  $y = \mathbf{x}\mathbf{b}$  значительно лучше обусловлена, чем  $\mathbf{x}^T\mathbf{y} = \mathbf{x}^T\mathbf{x}\mathbf{b}$ .

Высокий фон помех в последовательном регрессионном анализе контролируется, во-первых, оценкой значимости каждого независимого переменного и, во-вторых, величиной множественного коэффициента корреляции, который до долей процента должен быть равен 1.

В случае очень высокой корреляции массивов независимых переменных нельзя отдельно определить доверительные интервалы для компонент вектора  $\mathbf{b}$  и может случиться, что очень широкий диапазон значений выборочных оценок был бы в согласии с экспериментальными данными.

Мультиколлинеарность независимых переменных в некоторой степени контролируется величиной диагональных элементов матрицы  $\mathbf{S}$  и относительно большими стандартными ошибками коэффициентов регрессии при значениях множест-

венного коэффициента корреляции  $R \approx 1$ . Как отмечалось,  $x$  столбцы матрицы можно рассматривать как косоугольный базис, по которому раскладывается вектор-столбец  $y$ . Применение аппарата наименьших квадратов для оценки коэффициентов  $\beta$  может привести к тому, что диагональные элементы обратной матрицы  $S$  при сильной косоугольности могут сильно возрасти, что в свою очередь, согласно формуле (2.19), приведет к большой дисперсии коэффициентов  $\beta$ . В предельном случае косоугольность может привести к полной вырожденности матрицы  $S$  и соответственно к бесконечной дисперсии коэффициентов регрессии. Таким образом, величина дисперсии коэффициентов регрессии или значения диагональных элементов обратной корреляционной матрицы  $S$  при высоком значении множественного коэффициента корреляции могут в определенной степени свидетельствовать о наличии достаточно высокой взаимозависимости (мультиколлинеарности) независимых переменных. Границу, где влияние мультиколлинеарности начинает играть роль и где ею можно пренебречь, установить не совсем просто. Поэтому приведенные выше соображения о возможности диагностики мультиколлинеарности являются скорее наводящими, но все же для практических целей могут представить интерес.

Рассмотрим устойчивость определения компонентов тензорного импеданса методом последовательного регрессионного анализа. Для этого в табл. 3.3 по периодам выписаны стандартные ошибки реальных и мнимых частей импедансов, относительные ошибки модулей импедансов, коэффициенты множественной корреляции  $R_1, R_2$  регрессионных уравнений  $E_x = f(N_x, N_y)$  и  $E_y = f(N_x, N_y)$  и, наконец, причины отбраковки отдельных уравнений регрессии (выделены полужирным). Как видно из таблицы, относительные ошибки главных импедансов не превышают 6—7%, а дополнительных — 15—17%. В нижней строке приведены усредненные относительные ошибки, которые свидетельствуют о систематических различиях в точности вычислений различных компонент тензорного импеданса. Согласно соображениям, изложенным в разделе 3.1, для систем  $E = NZ$  в зависимости от распределения собственных значений  $Z_{xx}, Z_{yy}$  должны быть соответственно больше или меньше значений  $Z_{yy}, Z_{xy}$ . Эта закономерность для МТЗ № 8 соблюдается. Здесь  $\sigma(Z_{xx})$  меньше  $\sigma(Z_{yy})$  (5,8 и 9,0%) и  $\sigma Z_{yy}$  меньше  $\sigma Z_{xy}$  (2,8 и 4,1%).

Некоторые оценки значений импедансов забракованы на основании данных, которые приведены в таблице. Причины отбраковки: низкий коэффициент множественной корреляции; относительно большая величина стандартной ошибки определения компонент тензорного импеданса; значение  $R$ , ощутимо отличающееся от 1, свидетельствует о высоком уровне помех.



Устойчивость определения компонент тензорного импеданса методом последовательного регрессионного анализа (МТЗ № 8)

$T, \text{сек}$	$\sigma (\text{Re}Z_{xx})$	$\sigma (\text{Im}Z_{xx})$	$\sigma (\text{Re}Z_{xy})$	$\sigma (\text{Im}Z_{xy})$	$\sigma (\text{Re}Z_{yx})$	$\sigma (\text{Im}Z_{yx})$	$\sigma (\text{Re}Z_{yy})$	$\sigma (\text{Im}Z_{yy})$	$\sigma (Z_{xx}), \%$	$\sigma (Z_{xy}), \%$	$R_1$	$\sigma (Z_{yx}), \%$	$\sigma (Z_{yy}), \%$	$R_2$	Причины отбраковки
30	0,019	0,020	0,054	0,055	0,024	0,024	0,067	0,068	5	5	1,0	3	15	1,0	
30	0,019	0,019	0,054	0,053	0,025	0,024	0,069	0,068	5	5	1,0	3	15	1,0	
30	0,021	0,022	0,040	0,041	0,017	0,017	0,032	0,032	6	4	1,0	2	7	1,0	
30	0,021	0,021	0,040	0,039	0,017	0,017	0,033	0,032	6	4	1,0	2	7	1,0	
35	<b>0,046</b>	<b>0,047</b>	<b>0,117</b>	<b>0,118</b>	0,022	0,022	0,056	0,056	<b>12</b>	<b>19</b>	<b>0,88</b>	3	13	1,0	$\sigma(Z_{xx}), \sigma(Z_{xy}), R_1$
35	0,018	0,017	0,045	0,044	0,021	0,021	0,053	0,053	5	5	1,0	3	13	1,0	
40	0,010	0,010	0,026	0,026	0,011	0,011	0,026	0,027	3	3	1,0	1	5	1,0	
40	0,011	0,011	0,026	0,026	0,011	0,011	0,026	0,026	3	3	1,0	1	5	1,0	
50	<b>0,047</b>	<b>0,039</b>	<b>0,109</b>	<b>0,089</b>	0,032	0,026	0,073	0,060	<b>29</b>	<b>19</b>	<b>0,77</b>	5	13	1,0	$\sigma(Z_{xx}), \sigma(Z_{xy}), R_1$
50	0,013	0,015	0,029	0,036	0,030	0,037	0,070	0,086	7	4	1,0	5	16	1,0	
60	0,014	0,014	0,033	0,034	0,035	0,035	0,081	0,082	6	4	1,0	5	17	1,0	
60	0,014	0,015	0,034	0,033	0,033	0,033	0,078	0,077	7	4	1,0	5	16	1,0	
70	0,048	0,049	0,042	0,042	<b>0,027</b>	<b>0,027</b>	<b>0,023</b>	<b>0,023</b>	9	5	1,0	7	15	<b>0,86</b>	$R_2$
70	0,052	0,051	0,045	0,045	<b>0,027</b>	<b>0,027</b>	<b>0,024</b>	<b>0,023</b>	9	6	0,98	8	11	<b>0,86</b>	$R_2$
80	0,027	0,027	0,024	0,024	0,012	0,012	0,011	0,011	4	3	1,0	2	4	1,0	
80	0,027	0,027	0,024	0,023	0,012	0,012	0,011	0,011	4	3	1,0	2	4	1,0	
90	0,051	0,051	0,044	0,044	<b>0,024</b>	<b>0,025</b>	<b>0,021</b>	<b>0,021</b>	9	5	1,0	<b>6</b>	12	<b>0,96</b>	$R_2$
90	0,051	0,050	0,044	0,043	<b>0,024</b>	<b>0,024</b>	<b>0,021</b>	<b>0,021</b>	9	5	1,0	<b>5</b>	12	<b>0,95</b>	$R_2$
90	0,032	0,033	0,028	0,028	0,013	0,013	0,011	0,011	5	3	1,0	2	4	1,0	
90	0,031	0,030	0,026	0,026	0,012	0,012	0,010	0,010	5	3	1,0	2	3	1,0	
110	0,037	0,037	0,031	0,032	0,013	0,013	0,011	0,011	5	4	1,0	2	3	1,0	
110	0,036	0,036	0,030	0,030	0,014	0,012	0,012	0,012	5	4	1,0	2	3	1,0	
	0,030	0,030	0,040	0,040	0,022	0,022	0,040	0,04	5,8	4,1		2,8	9,0		

Относительно высокая точность определения компонент тензорного импеданса свидетельствует об удовлетворительной эффективности метода последовательного регрессионного анализа. Все же на практике возможны примеры линейных систем с отчетливо выраженными признаками вырожденности, для решения которых в последние годы предложен ряд методов [12, 48—51, 53]. В Советском Союзе распространен метод регуляризации, который, как нам представляется, может быть рекомендован для повышения устойчивости решений плохо обусловленных систем, встречающихся в практике магнитотеллурических методов.

### 3.3. О перспективах развития методов решения плохо обусловленных линейных систем, встречающихся при анализе магнитотеллурической информации

При обработке экспериментальных магнитотеллурических данных нередко встречаются случаи, когда поляризация естественных электромагнитных полей слабо меняется на достаточно больших участках зарегистрированных реализаций. Фактически это означает, что информационная емкость подобных данных не позволяет обрабатывать их обычными методами, такими, как метод наименьших квадратов, поскольку такая обработка приводит к необходимости решать практически вырожденные линейные системы. Задачи, решения которых могут сколь угодно сильно изменяться при сколь угодно малых изменениях входных данных, называются некорректно поставленными.

Пусть задано уравнение в операторной форме:

$$Ax = y. \quad (3.20)$$

Будем считать, что задача поставлена корректно по Адамару, если она удовлетворяет следующим условиям:

- 1) решение существует для любого  $y \in Y$  ( $Y$  — полное нормированное пространство);
- 2) решение единственно в  $X$  ( $X$  — полное нормированное пространство);
- 3) решение (3.20) непрерывно зависит от правой части  $y$ .

Иными словами, задача считается поставленной корректно в том случае, если существует  $B(y)$  — функция, определенная и непрерывная на всем  $Y$ , обратная к функции  $A(x)$ . Для решения некорректных задач существует несколько подходов.

В частности, А. Н. Тихонов разработал достаточно общий и эффективный метод численного решения широкого круга

некорректно поставленных задач математической физики и линейной алгебры. Им было введено понятие регуляризирующего алгоритма и понятие малого регуляризирующего параметра. Самая общая идея метода регуляризации заключается в следующем.

Пусть искомое решение  $x$  и заданные входные данные  $y$  для некоторой некорректно поставленной задачи связаны функциональной зависимостью

$$x = R(y).$$

Под входными данными мы будем понимать данные эксперимента, подвергаемые обработке. Величины  $x$  и  $y$  могут иметь достаточно сложную природу и входить как элементы в некоторые абстрактные пространства. Поскольку для некорректных задач прямое определение  $x$  в силу большой неустойчивости, как правило, не имеет смысла, вводится регуляризирующий функционал

$$x_\alpha = R(y, \alpha),$$

который зависит от параметра регуляризации  $\alpha$ . Задача называется регуляризуемой, если она допускает хотя бы один регуляризирующий алгоритм. Если  $\delta$  есть мера точности известных входных данных, то всегда можно выбрать такое  $\alpha(\delta)$ , чтобы выполнялись соотношения

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \alpha(\delta) = 0, \quad \lim_{\alpha \rightarrow 0} x_\alpha = x.$$

Одной из задач, допускающих построение регуляризирующего алгоритма, является задача линейной алгебры о нахождении решения переопределенной системы уравнений.

1. Пусть

$$\begin{aligned} Ax = y, \quad A = \{a_{ij}\}, \quad x = \{x_j\}, \quad y = \{y_i\}, \\ i = 1 \dots m, \quad j = 1 \dots n. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Подобная система не всегда разрешима. Обозначим

$$\begin{aligned} Y_A = \{y: y = Ax, x \in X_A\} \subset Y, \\ N_A = \{x: Ax = 0\}, \end{aligned}$$

где  $X_A$  — ортогональное дополнение к  $N_A$  в пространстве  $X = X_n$ . Очевидно, система (3.21) разрешима тогда и только тогда, когда  $\bar{y} \in Y_A$ . Если  $N_A = 0$ , решение системы определено однозначно. Если же  $N_A \neq 0$ , решение системы (3.20) неоднозначно: если  $\bar{x}_0$  — какое-либо решение, то  $\{\bar{x}\} = \{\bar{x}^0 + x: x \in N_A\}$  представляет полную совокупность решений системы (3.20). Совокупность условий  $A\bar{x} = \bar{y}$ ,  $(\bar{x}, e_k) = 0$ , где  $\{e_k\}$  — базис  $N_A$ , однозначно



определяет  $\mathbf{x}^0$ . Это решение  $\bar{\mathbf{x}}^0$  называется нормальным по Тихонову.

2. Пусть исходные данные системы (3.20), т. е. матрица  $\mathbf{A}$  и вектор  $\mathbf{x}$ , задаются с некоторым приближением, причем меру погрешности  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{y}$  и  $\mathbf{x}$  будем определять при помощи норм

$$\|\mathbf{y}\| = \left( \sum_{i=1}^m y_i^2 \right)^{1/2}, \quad \|\mathbf{x}\| = \left( \sum_{i=1}^m x_i^2 \right)^{1/2}, \quad \|\mathbf{A}\| = \left( \sum_{ij} a_{ij}^2 \right)^{1/2}. \quad (3.22)$$

3. Если в системе (3.21)  $m > n$ , но система может допускать лишь единственное решение ( $\mathbf{N}_A = 0$ ), то метод наименьших квадратов решает эту задачу, причем он приводит к определенному  $\bar{\mathbf{x}}$  для любого  $\bar{\mathbf{y}}$  независимо от условия разрешимости. Если  $\bar{\mathbf{y}}$  не удовлетворяет условию разрешимости, то  $\bar{\mathbf{x}}$ , найденное по методу наименьших квадратов, удовлетворяет уравнению  $\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{y}}$ , где  $\hat{\mathbf{y}}$  — ортогональная проекция  $\bar{\mathbf{y}}$  на  $\mathbf{Y}_A$ . Однако если матрица вырожденная, то  $\bar{\mathbf{x}}$  определен не однозначно.

Для таких случаев целесообразно использовать метод регуляризации, который сводится к многократному решению системы

$$\mathbf{A}^T \mathbf{Y} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \mathbf{I}\alpha) \mathbf{x} \quad (3.23)$$

при различных  $\alpha$ ,  $\mathbf{I}$  — единичная матрица;  $\alpha$  выбирается из условия минимизации функционала

$$\mathbf{M} = \|\mathbf{A}\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{y}_\delta\| - \|\delta\mathbf{A}\| \|\mathbf{x}_\alpha\| - \|\delta\mathbf{y}\|, \quad (3.24)$$

где  $\delta\mathbf{A}$  — норма матрицы ошибок задания матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{y}_\delta$  — приближенное значение векторов  $\mathbf{y}$ ,  $\delta\mathbf{y}$  — вектор ошибок задания векторов  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{x}_\alpha$  — приближенное решение системы (3.20) при различных значениях  $\alpha$ .

Приведенные в этом разделе соображения о возможности получения устойчивых оценок магнитотеллурических параметров решением практически вырожденных линейных систем носят предварительный характер. Успешная реализация метода регуляризации в широких масштабах связана с решением ряда таких вопросов, основные из которых, на наш взгляд, следующие:

1) разработка эффективных способов использования априорной информации об искомом решении и ошибках в исходных данных;

2) изучение влияния относительно высоких погрешностей на устойчивость определения магнитотеллурических параметров методом регуляризации в связи с тем, что обрабатываемые экспериментальные данные отягощены значительным фоном помех.

## ПРОГРАММЫ АНАЛИЗА МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Реализация теоретических разработок, изложенных в предыдущих главах, предполагает создание комплекса программ для ЭВМ, автоматизирующих процессы изучения структуры естественного электромагнитного поля Земли и идентификации линейных моделей обработки данных магнитотеллурического эксперимента. Ниже приводится описание программ отыскания скрытых периодичностей и регрессионного анализа геофизических полей, заданных в виде карт. Кроме того, дается описание двух систем, которые позволяют автоматизировать практически весь цикл обработки результатов магнитотеллурических измерений: автоматизированной обработки магнитотеллурической информации, автоматической обработки плохо обусловленной магнитотеллурической информации.

### 4.1. Отыскание скрытых периодичностей

**Назначение.** Программа предназначена для отыскания скрытых периодичностей на основе интегрального преобразования Фурье.

**Исходные данные.** Снятые с осциллограмм ординаты ( $2n+1$  значений) каждого из четырех каналов ( $E_x, E_y, H_x, H_y$ ) пробиваются на перфоленту в 10 с/с с запятой с адреса 1000 в границах и вводятся программой последовательно и автоматически. Программа работает также и с массивами исходных данных, снятыми с помощью преобразователя каротажных диаграмм (тип Ф001). В этом случае исходные данные каждого канала (массива) переводятся в машинный код для последующих вычислений, а также выводятся на печать для возможного контроля.

Для работы программы необходима также следующая служебная информация в 10 с/с с запятой:

- 661)  $N$  — количество чисел в массиве,
- 2)  $\Delta t$  — шаг квантования,
- 3)  $P_{E_x}$  — постоянная канала  $E_x$ ,

- 4)  $P_{E_y}$  — постоянная канала  $E_y$ ,
- 5)  $P_{H_x}$  — постоянная канала  $H_x$ ,
- 6)  $P_{H_y}$  — постоянная канала  $H_y$ .

Эта информация заносится в МОЗУ машины с пульта (см. «Инструкция оператору») или пробивается на ПЛ в конце первого массива при ручном снятии исходных данных.

Распределение памяти. Оперативное запоминающее устройство (ОЗУ): блок № 1. Программа занимает ячейки 300—601. В ячейках 602—620 находятся константы программы. Ячейки 621—677 отводятся в программе под рабочие ячейки. Ячейки 1000—6777 — рабочее поле программы. Ячейки 7000—7777 отводятся для стандартных программ (СП), используемых в составленной программе (библиотечное поле).

Программа использует интерпретирующую программу для машины «Минск-2 (22)» (ИПМ2). ИПМ2 в ОЗУ машины занимает ячейки 100—257.

Обращение к стандартным программам при работе с ИПМ2 имеет следующий вид:

k) 0000 0000 N,

k + 1) 3100 0100 0017.

где N — номер стандартной программы.

Используемые стандартные программы [41, 43, 47]. 1) 0004 (перевод массива десятичных чисел с кодовой запятой в двоичную систему счисления); 2) 0014 (перевод числа из двоичной системы счисления в десятичную с кодовой запятой); 3) 0016 (перевод массива чисел из двоичной системы счисления в десятичную с кодовой запятой с выдачей на ТБПМ); 4) 0025 (вычисление функции  $y = \sqrt{x}$ ); 5) 0034 (вычисление функции  $y = \sin x$ ); 6) 0036 (вычисление функции  $y = \sin x$  и  $u = \cos x$ ); 7) 0024 (перевод угла из радианной меры в двоичной системе счисления в градусную меру в десятичной системе счисления); 8) 0042 (вычисление функции  $y = \operatorname{arctg} x$ ).

Результаты. Программа печатает результаты в виде десятичных чисел с запятой. Приводим последовательность печати результатов для первого канала ( $E_x$ ) при ручном снятии исходных данных: 1) шапка задачи (№ задачи, № осциллограммы, среднее время обрабатываемого участка); 2) служебная информация (см. «Исходные данные»); 3)  $T_h$  — текущий период; 4)  $U(\omega_k)$ ,  $U'(\omega_k)$ ,  $V(\omega_k)$ ,  $V'(\omega_k)$  — коэффициенты Фурье; 5)  $A(\omega_k)$  — оценка амплитуд без множителей Гиббса; 6)  $A'(\omega_k)$  — оценка амплитуд с множителями Гиббса; 7)  $\varphi(\omega_k)$  — оценка фаз без множителей Гиббса; 8)  $\varphi'(\omega_k)$  — оценка фаз с множителями Гиббса.



З а м е ч а н и я. 1. Оценки фаз  $\varphi$  и  $\varphi'$  печатаются в градусной мере в следующем виде:  $\pm (\alpha_1\alpha_2\alpha_3)^\circ (\alpha_4\alpha_5)' (\alpha_6\alpha_7\alpha_8\alpha_9)''$ . 2. При включенном ключе 0001 перед результатами будут печататься исходные данные каждого канала, снятые с помощью преобразователя.

И н с т р у к ц и я о п е р а т о р у. 1. Магнитную ленту, содержащую БСП-М2, закоммутировать на 0. 2. Ввести программу (контрольная сумма = -7777 7777 7777). 3. На фотоввод поставить ПЛ с исходными данными. 4. Если исходные данные подготовлены с помощью преобразователя, то включить ключ 0001 и занести с пульта в 10с/с с запятой служебную информацию (см. «Исходные данные»). 5. В ячейку 660 занести в 10с/с шапку задачи (№ МТЗ, № осциллограммы, среднее время обрабатываемого участка; например, 008 002 050). 6. Счак = 0300, автомат, пуск. 7. Останов по команде (счак = 0528) означает конец работы программы.

А л г о р и т м. Измеренные ординаты умножаются на соответствующую постоянную канала:

$$f'_{-N} = P_{E_x} f_{-N}, \dots, f'_0 = P_{E_x} f_0, \dots, f'_{-N} = P_{E_x} f_{-N}.$$

Далее производится исключение линейного фона по формулам

$$f''_i = f'_i - \frac{i(f_N - f_{-N})}{2N}, \quad f_N - f_{-N} > 0, \quad (4.1)$$

$$f''_i = f'_i - \frac{(2N - i)(f_{-N} - f_N)}{2N}, \quad f_N - f_{-N} < 0$$

и последующее центрирование исходных данных по формуле

$$f^* = f''_i - f_{cp}, \quad (4.2)$$

где  $f_{cp}$  — среднее арифметическое  $2N+1$  значений функции после исключения линейного фона.

Для выделения скрытых периодичностей применяется видоизмененный алгоритм «Интегральное преобразование Фурье» для дискретного задания функции, описанной в книге [50]. Осуществляется преобразование по формулам

$$U(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N}^N f^* \left( \frac{kL}{N} \right) \cos \omega \frac{kL}{N}, \quad (4.3)$$

$$V(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N}^N f^* \left( \frac{kL}{N} \right) \sin \omega \frac{kL}{N}$$

## Программа отыскания скрытых периодических\*

00300	-17	00	0000	1200	6	-30	00	0366	0000
1	-45	00	0200	0060	7	-11	00	0625	0625
2	-30	00	0300	0000					
3	-31	00	0060	0017	00360	25	00	0621	0624
4	-60	00	2400	0660	1	37	00	0625	0130
5	-60	00	3400	0000	2	46	00	0624	0626
6	00	00	0000	0004	3	24	01	0626	1000
7	-31	00	0100	0017	4	14	00	0612	0621
					5	-20	01	0360	0606
00310	00	00	0661	0667	6	-10	00	0627	0001
1	00	00	0000	0016	7	-10	00	0000	0621
2	-31	00	0100	0017					
3	00	05	0667	0005	00370	14	01	1000	0621
4	-10	00	0603	0003	1	-20	01	0370	0607
5	-10	00	0611	0334	2	44	00	0667	0621
6	-50	00	0000	1000	3	-10	00	0627	0001
7	-10	00	0667	0622	4	24	01	0621	1000
					5	-20	01	0374	0606
00320	-72	00	0420	0622	6	35	00	0610	0670
1	67	00	0622	0000	7	12	00	0000	0630
2	66	00	0440	0622					
3	-35	00	0001	0561	00400	-10	00	0603	0001
4	21	00	0604	0622	1	-10	01	0000	0631
5	12	00	0605	0330	2	-20	01	0401	0606
6	00	00	0000	0004	3	35	00	0610	0613
7	-31	00	0100	0017	4	46	00	0630	0537
					5	35	00	0624	0670
00330	00	00	0000	0000	6	-30	00	0407	0640
1	21	00	0604	0622	7	-10	00	0627	0001
2	12	00	0000	0627					
3	-10	00	0627	0001	00410	-11	00	0623	0641
4	34	01	0671	1000	1	35	00	0641	0670
5	-20	01	0334	0606	2	36	00	0637	0040
6	-10	00	0627	0001	3	00	00	0000	0036
7	65	00	0361	0001	4	-31	00	0100	0017
					5	35	01	1000	0043
00340	12	00	0000	0002	6	-30	00	0417	0642
1	24	00	0621	0621	7	-12	00	0641	0643
2	25	00	0612	0667					
3	12	00	0000	0624	00420	27	00	0623	0144
4	-10	00	0624	0623	1	-34	00	0425	0422
5	-73	00	0612	0623	2	44	00	0610	0642
6	25	02	1000	1000	3	16	00	0631	0631
7	-30	00	0350	0625	4	-30	00	0426	0000
					5	14	00	0642	0631
00350	-32	00	0351	0357	6	35	01	1000	0042
1	35	00	0621	0625	7	-30	00	0430	0644
2	46	00	0624	0626					
3	24	01	0626	1000	00430	16	00	0633	0633
4	14	00	0612	0621	1	35	00	0613	0641
5	-20	01	0351	0606	2	46	00	0623	0040

\* Программа составлена Е. Е. Леванюком.

3	00	00	0000	0034	6	-32	03	0400	0517
4	-31	00	0100	0017	7	-60	00	3400	0000
5	-30	00	0436	0645	00520	10	00	0607	0334
6	35	00	0610	0641	1	-20	03	0316	0000
7	46	00	0623	0646	2	-00	00	0300	0000
00440	27	00	0614	0030	3	00	00	0300	0000
1	-34	00	0442	0444	4	05	00	0652	0614
2	45	00	0646	0645	5	-34	00	0526	0535
3	-30	00	0446	0647	6	45	00	0652	0653
4	45	00	0610	0613	7	-30	00	0530	0040
5	-30	00	0446	0647	00530	-12	00	0040	0040
6	35	00	0647	0642	1	00	00	0000	0042
7	16	00	0632	0632	2	-31	00	0100	0017
00450	35	00	0647	0644	3	-10	00	0042	0654
1	16	00	0634	0634	4	-30	00	0537	0000
2	14	00	0612	0641	5	45	00	0610	0613
3	-20	01	0411	0607	6	-30	00	0537	0654
4	45	00	0623	0612	7	-10	00	0653	0653
5	-30	00	0456	0650	00540	-32	00	0541	0545
6	36	00	0631	0631	1	-10	00	0652	0652
7	34	00	0650	0632	2	-32	00	0554	0543
00460	34	00	0650	0633	3	25	00	0654	0613
1	34	00	0650	0634	4	-30	00	0555	0040
2	35	00	0631	0631	5	-10	00	0652	0652
3	-30	00	0464	0651	6	-32	00	0547	0552
4	35	00	0633	0633	7	35	00	0610	0613
5	16	00	0651	0040	00550	26	00	0654	0040
6	00	00	0000	0025	1	-30	00	0555	0000
7	-31	00	0100	0017	2	15	00	0654	0613
00470	-10	00	0042	0635	3	-30	00	0555	0040
1	34	00	0615	0632	4	-10	00	0654	0040
2	34	00	0615	0634	5	00	00	0000	0024
3	35	00	0362	0362	6	-31	00	0100	0017
4	-30	00	0475	0651	7	-60	00	2400	0042
5	35	00	0634	0634	00560	00	00	0000	0000
6	16	00	0651	0040	1	21	00	0604	0622
7	00	00	0000	0025	2	12	00	0000	0001
00500	-31	00	0100	0017	3	-10	00	0001	0002
1	-10	00	0042	0636	4	-10	02	1000	0655
2	00	00	0000	0016	5	64	00	0616	0655
3	-31	00	0100	0017	6	-75	00	0655	0656
4	00	06	0630	0007	7	-72	00	0617	0656
5	-10	00	0631	0652	00570	-16	00	0656	0657
6	-10	00	0633	0653	1	-10	01	0657	1000
7	-31	00	0524	0560	2	-30	00	0573	0040
00510	-10	00	0632	0652	3	00	00	0000	0011
1	-10	00	0634	0653	4	-31	00	0100	0017
2	-31	00	0524	0560	5	-60	00	0400	0042
3	-60	00	3400	0000	6	-20	02	0577	0607
4	14	00	0670	0630	7	-20	01	0564	0606
5	25	00	0630	0640					



00600	—60	00	3400	0000	00610	40	00	0000	0002
1	—30	00	0331	0000	1	34	01	0671	1000
2	00	00	0000	0000	2	40	00	0000	0001
3	00	03	0000	0000	3	62	20	7771	3002
4	00	01	0000	0000	4	00	00	0000	0177
5	00	00	1000	1000	5	42	43	5051	4001
6	00	00	0000	0001	6	00	00	0000	0103
7	00	00	0001	0000	7	00	00	0000	0044

00620    00   00   0000   0000  
 1        00   00   0000   0000

и одновременно преобразование по формулам

$$U'(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N}^N \sigma_k f^* \left( \frac{kL}{N} \right) \cos \omega \frac{kL}{N}, \quad (4.4)$$

$$V'(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N}^N \sigma_k f^* \left( \frac{kL}{N} \right) \sin \omega \frac{kL}{N},$$

где штрих в первых суммах означает, что первое и последнее слагаемые в них берутся с коэффициентом 1/2, а  $\sigma_k$  — множители Гиббса, вычисляемые по формуле

$$\sigma_k = \frac{\sin \frac{\pi k}{N}}{\frac{2k}{N}}. \quad (4.5)$$

Оценки амплитуд с множителями Гиббса и без них вычисляются соответственно по формулам

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}, \quad (4.6)$$

$$A'(\omega) = \frac{1}{0,926} \sqrt{U'^2(\omega) + V'^2(\omega)}.$$

Оценки фаз с множителями Гиббса и без них вычисляются соответственно по следующей схеме:

$$\varphi = \arctg \frac{V}{U}, \quad \varphi' = \arctg \frac{V'}{U'}. \quad (4.7)$$

Текст программы в машинном коде приводится в табл. 4.1.

## 4.2. Регрессионный анализ геофизических полей

Назначение. Программа предназначена для приближения геофизических полей полиномиальными поверхностями первого, второго и третьего порядка.

Исходные данные.  $m$  значений зависимой переменной  $y_j$  и  $m(n-1)$  значений независимых переменных  $x_{ij}$  ( $i=1, 2; j=1, 2, \dots, m$ ), расположенных по столбцам, пробиваются на перфоленту в виде массива в 10с/с с запятой с адреса 1300. Исходные данные вводятся программой автоматически. Если в отперфорированном массиве необходимо сделать исправления (в конце массива пробить ошибки), то после исправлений необходимо пробить последнее число с адресом, так как длина массива снимается по вводу.

Распределение памяти. Программа составлена в режиме  $T$  и использует библиотеку стандартных программ в режиме  $T$  (БСПТ) [38, 39, 40]. Основой БСПТ является система ИКС, предназначенная для автоматического вызова стандартных программ с библиотечной магнитной ленты и настройки их по месту до выполнения рабочей программы (компиляция) или во время ее выполнения (интерпретация). В составленной программе используется интерпретирующая программа. Обращение к стандартным программам через систему ИКС имеет вид

$$\begin{array}{llll} k) & 3100 & 00040 & 0017, \\ & k+1) & N & \dots \quad \dots, \\ & \dots & \dots & \dots \end{array}$$

где  $N$  — номер стандартной программы. Программа занимает ячейки 1000—1227. В ячейках 1231—1245 находятся константы программы. Ячейки 1246—1277 отводятся под рабочие ячейки программы. Ячейки 1300—14777 — рабочее поле программ. Ячейки 15 000—17 777 отводятся для стандартных программ (СП), используемых в составленной программе (библиотечное поле).

Используемые стандартные программы. 1. 0004 (перевод массива десятичных чисел с запятой в двоичную систему счисления); 2. 0016 (перевод массива чисел из двоичной системы счисления с плавающей запятой в десятичную с запятой и вывод их на цифровую печать); 0162 (многофакторная регрессионная модель с автоматическим выбором существенных факторов).

Результаты. Коэффициенты полинома (свободный член расположен последним, длина  $n$ ); средние арифметические зависимых и независимых переменных полинома (дли-

на  $n$ ); стандартные отклонения переменных полинома (длина  $n$ ); стандартные ошибки полиномиальных коэффициентов (длина  $n-1$ ); коэффициенты корреляции зависимой и независимых переменных полинома (длина  $\frac{n(n-1)}{2}$ ) расположены построчно; корреляционная матрица (длина  $n^2$ ); вычисленные значения геофизического поля (региональный фон, длина  $m$ ); карта остатков (длина  $m$ ); коэффициент множественной корреляции, определяющий степень приближения полиномиальной поверхностью геофизической карты, ошибка аппроксимации.

З а м е ч а н и я. 1. Результаты печатаются в десятичной системе с запятой. 2. При включенном ключе 0001 геофизическое поле приближается полиномом первого порядка. 3. При включенном ключе 0002 — приближение полиномом второго порядка. 4. При включенном ключе 0004 — приближение полиномом третьего порядка.

И н с т р у к ц и я о п е р а т о р у. 1. Магнитную ленту с БСПТ закоммутировать на 0. 2. Ввести программу в режиме  $T$  (контрольная сумма = -7717 17777 17777). 3. На фотоввод поставить ПЛ с исходными данными. 4. Включить ключ 0001, если необходимо получить карту первого порядка. 5. Включить ключ 0002, если необходимо получить карту второго порядка. 6. Включить ключ 0004, если необходимо получить карту третьего порядка. 7. Занести с пульта в младшие разряды ячейки 1230 в 8с/с количество значений любой переменной в виде: 1230) 0000 00000 ( $m$ )<sub>8</sub>. 8. Счак = 1000, автомат, пуск. 9. Останов по команде (счак = 1137) означает конец работы программы.

А л г о р и т м. Расчет по данной программе осуществляется по алгоритму, приведенному в разделе 2.2. Особенность алгоритма состоит в формировании массивов независимых переменных и использовании их в линейной модели.

С геофизических карт в узлах заранее выбранной сетки снимаются значения поля, а также значения координат по осям  $x$  и  $y$ .

1. Рассчитывается поверхность 1-го порядка

$$P_k(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y. \quad (4.8)$$

2. Вычисляется карта остатков 1-го порядка

$$\hat{f}'_k = \hat{f}_k - P_k(x, y). \quad (4.9)$$

3. Формируются массивы  $x, y, x^2, xy, y^2$ .

4. Рассчитывается поверхность 2-го порядка

$$P'_k(x, y) = a'_0 + a'_1x + a'_2y + a'_3x^2 + a'_4xy + a'_5y^2. \quad (4.10)$$



## Программа регрессионного анализа геофизических полей\*

01000	-47	00	00000	00040	01060	10	00	01236	00002
1	-45	00	00040	00040	1	-20	01	01056	01242
2	-30	00	01000	00000	2	-10	00	01243	01252
3	-31	00	00040	00017	3	-35	00	00002	01065
4	00	00	15000	17777	4	-31	00	01140	01227
5	00	00	00000	00000	5	11	00	01230	01270
6	-50	00	00000	01300	6	-30	00	01067	01272
7	-15	00	00000	01250	7	12	00	01230	01273
01010	21	00	01233	01250	01070	12	00	01230	01274
1	-30	00	01012	01250	1	12	00	01230	01275
2	65	00	01231	01250	2	65	00	01231	01266
3	-30	00	01014	01016	3	13	00	01264	00000
4	-31	00	00040	00017	4	12	00	01271	00001
5	00	04	01300	01300	5	-10	00	01272	00002
6	00	00	00000	00000	6	35	01	00000	00000
7	-10	00	01232	01252	7	-30	02	01100	00000
01020	-35	00	00001	01022	01100	10	00	01236	00002
1	-31	00	01140	01227	1	-20	01	01076	01242
2	11	00	01230	01233	2	65	00	01231	01267
3	-30	00	01024	01264	3	13	00	01265	00000
4	12	00	01230	01265	4	12	00	01271	00001
5	12	00	01230	01266	5	-10	00	01273	00002
6	12	00	01230	01267	6	35	01	00000	00000
7	12	00	01230	01270	7	-30	02	01110	00000
01030	21	00	01236	01230	01110	10	00	01236	00002
1	66	00	01241	01271	1	-20	01	01106	01242
2	65	00	01231	01264	2	65	00	01231	01266
3	13	00	01264	00000	3	13	00	01265	00000
4	12	00	01271	00001	4	12	00	01271	00001
5	-10	00	01266	00002	5	-10	00	01274	00002
6	35	01	00000	00000	6	35	01	00000	00000
7	-30	02	01040	00000	7	-30	02	01120	00000
01040	10	00	01236	00002	01120	10	00	01236	00002
1	-20	01	01036	01242	1	-20	01	01116	01242
2	65	00	01231	01265	2	65	00	01231	01267
3	13	00	01265	00000	3	13	00	01264	00000
4	12	00	01271	00001	4	12	00	01271	00001
5	-10	00	01267	00002	5	-10	00	01275	00002
6	35	01	00000	00000	6	35	01	00000	00000
7	-30	02	01050	00000	7	-30	02	01130	00000
01050	10	00	01236	00002	01130	10	00	01236	00002
1	-20	01	01046	01242	1	-20	01	01126	01242
2	65	00	01231	01264	2	-10	00	01234	01252
3	13	00	01265	00000	3	-35	00	00004	01135
4	-10	00	01270	00002	4	-31	00	01140	01227
5	35	01	00000	00000	5	-10	00	00000	01227
6	-30	02	01060	00000	6	-00	00	00000	00000
7	00	00	00000	00000	7	00	00	00000	00000

\* Программа составлена Е. Е. Леванюком.

01140	11	00	01230	01233	4	00	00	01244	01245
1	67	00	01231	00000	5	00	00	00000	00000
2	13	00	01252	00000	6	00	00	00000	00000
3	12	00	01235	01202	7	00	00	00000	00000
4	65	00	01231	01233					
5	12	00	01230	01203	01210	00	00	00000	00000
6	-70	00	01230	01234	1	00	00	00000	00000
7	12	00	01233	01251	2	21	00	01251	01262
					3	12	00	01236	01263
01150	12	00	01252	01253	4	65	00	01231	01251
1	65	00	01231	01251	5	13	00	01240	00000
2	12	00	01253	01205	6	12	00	01263	01222
3	11	00	01253	01252	7	65	00	01231	01263
4	-30	00	01155	01254					
5	12	00	01252	01255	01220	12	00	00000	01223
6	65	00	01231	01254	1	-31	00	00040	00017
7	12	00	01255	01206	2	00	00	00000	00000
					3	00	00	00000	00000
01160	21	00	01236	01252	4	-60	00	01600	00000
1	-30	00	01162	01256	5	-60	00	01600	00000
2	12	00	01255	01257	6	-60	00	01600	00000
3	-70	00	01256	01252	7	00	00	00000	00000
4	67	00	01237	00000					
5	12	00	01257	01246	01230	00	00	00000	00000
6	65	00	01231	01257	1	00	00	00000	00015
7	12	00	01246	01207	2	00	00	00000	00003
					3	00	00	00000	01300
01170	-70	00	01252	01252	4	00	00	00000	00012
1	12	00	01246	01247	5	07	02	00000	00000
2	12	00	01230	01260	6	00	00	00000	00001
3	12	00	01230	01261	7	00	00	00000	00101
4	12	00	01236	01262					
5	65	00	01231	01247	01240	00	16	00000	00000
6	12	00	01260	01210	1	00	00	00000	00032
7	65	00	01231	01261	2	00	00	00001	00001
					3	00	00	00000	00006
01200	12	00	01262	01211	4	40	14	04467	04511
1	-31	00	00040	00017	5	40	14	04467	04511
2	00	00	00000	00000	6	00	00	00000	00000
3	00	00	00000	00000	7	00	00	00000	00000

5. Вычисляется карта остатков 2-го порядка

$$\hat{f}_k'' = \hat{f}_k - P_k'(x, y). \quad (4.11)$$

6. Формируются массивы  $x$ ,  $y$ ,  $x^2$ ,  $xy$ ,  $y^2$ ,  $x^3$ ,  $x^2y$ ,  $xy^2$ ,  $y^3$ .

7. Рассчитывается поверхность 3-го порядка

$$P_k''(x, y) = a_0'' + a_1''x + a_2''y + a_3''x^3 + a_4''xy + \\ + a_5''y^2 + a_6''x^3 + a_7''x^2y + a_8''xy^2 + a_9''y^3. \quad (4.12)$$

8. Вычисляется карта остатков 3-го порядка

$$\hat{f}_k''' = \hat{f}_k - P_k''(x, y). \quad (4.13)$$

Текст программы дан в табл. 4.2.

### 4.3. Система автоматической обработки данных МТЗ

**Назначение.** Программа предназначена для комплексного автоматического анализа магнитотеллурической информации, задаваемой как в табличной форме, так и в виде графиков.

**Исходные данные.** Снятые с осциллограмм ординаты каждого из четырех каналов ( $E_x, E_y, H_x, H_y$ ) пробиваются на перфоленту в 10с/с с запятой с адреса 1740 в границах и вводятся программой последовательно и автоматически.

Программа работает также и с массивами исходных данных, снятыми с помощью преобразователя (аналог — код) каротажных диаграмм (тип Ф001). В этом случае исходные данные каждого канала (массива), снятые с осциллограмм с помощью преобразователя, переводятся в машинный код для последующих вычислений, а также выводятся на печать для возможного контроля. Необходима еще также для работы программы следующая служебная информация в 10с/с с запятой:

- 1660)  $N$  — количество чисел в массиве,
- 1)  $T$  — вычисляемый пробный период,
- 2)  $\Delta t$  — шаг квантования,
- 3)  $P_{E_x}$  — постоянная канала  $E_x$ ,
- 4)  $P_{E_y}$  — постоянная канала  $E_y$ ,
- 5)  $P_{H_x}$  — постоянная канала  $H_x$ ,
- 6)  $P_{H_y}$  — постоянная канала  $H_y$ .

Эта информация заносится в МОЗУ с пульта машины или пробивается на ПЛ в конце 1-го массива при ручном снятии исходных данных.

**Распределение памяти.** Программа составлена в режиме  $T$  и использует БСПТ (библиотеку стандартных программ в режиме  $T$ ) [38, 39, 40]. Основой БСПТ является система ИКС, предназначенная для автоматического вызова стандартных программ с библиотечной магнитной ленты и настройки их по месту до выполнения рабочей программы (компиляция) или во время ее выполнения (интерпретация). В частности, в составленной программе используется интерпретирующая программа. Обращение к СП через систему ИКС имеет вид

$k$ ) 3100 00040 00017,

$k + 1$ )  $N$  ... ..,

... ..

где  $N$  — номер СП. Программа занимает ячейки 1000—1657. В ячейках 1472—1527 — константы программы. Ячейки 1660—1737 отводятся под рабочие ячейки программы. Ячейки



1740—14777 — рабочее поле программы. Ячейки 15000—17777 отводятся для стандартных программ (СП), используемых в составленной программе (библиотечное поле).

Используемые стандартные программы. 1. 0004 (перевод массива десятичных чисел с запятой в двоичную систему счисления). 2. 0016 (перевод массива чисел из двоичной системы счисления с плавающей запятой в десятичную с запятой и вывод их на цифровую печать). 3. 0014 (перевод числа из двоичной системы счисления с плавающей запятой в десятичную с запятой). 4. 0030 (вычисление функции  $y = e^x$ ). 5. 0034 (вычисление функции  $y = \sin x$ ). 6. 0045 (вычисление функции  $y = \cos x$ ). 7. 0025 (вычисление функции  $y = \sqrt{x}$ ). 8. 0321 (проверка мультиколлинеарности независимых переменных. Вычисление частных коэффициентов корреляции). 9. 0162 (многофакторная регрессионная модель с автоматическим выбором существенных факторов).

Результаты. Программа печатает результаты в виде десятичных чисел с запятой. Приводим последовательность результатов при ручном снятии исходных данных: 1) шапка варианта (служебная информация, интервал); 2) реальные и мнимые части компонент тензорного импеданса (коэффициенты регрессии, свободный член расположен последним), интервал, стандартные ошибки компонент тензорного импеданса, интервал, множественный коэффициент корреляции для 1-го уравнения, затем для второго, третьего и четвертого уравнений.

З а м е ч а н и я. В программе предусмотрен вывод ряда промежуточных результатов: 1. При включенном ключе 0001 печатаются исходные данные всех 4 каналов, если они были сняты с помощью преобразователя аналог—код. 2. При включенном ключе 0002 печатаются результаты первой и повторной фильтраций каждого канала. 3. При включенном ключе 0004 печатаются в виде массива результаты СП—0321 [40].

И н с т р у к ц и я о п е р а т о р у. 1. Магнитную ленту, содержащую БСПТ, закомутировать на 0. 2. Ввести программу в МОЗУ в режиме  $T$  (контрольная сумма =—7717 17777 17777). 3. ПЛ с исходными данными поставить на фотоввод. 4. Включить ключ 0001, если исходные данные подготовлены с помощью преобразователя аналог — код. 5. Включить ключ 0002, если необходимо напечатать результаты фильтраций каналов  $E_x, E_y, H_x, H_y$ . 6. Включить ключ 0004, если необходимы результаты СП—0321 (проверка мультиколлинеарности независимых переменных). 7. Занести с пульта машины в 10с/с с запятой служебную информацию (см. «Исходные данные»), если исходные данные сняты с помощью преобразователя. 8. Счак = 1000, автомат, пуск. 9. Останов по команде (счак = 1470) означает конец работы программы.

А л г о р и т м. После снятия регионального фона реализации  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_x$ ,  $H_y$  подвергаются цифровой фильтрации, в результате которой образуется 8 массивов:

$$\begin{array}{cccc} \text{Re } E_x(0) & \text{Im } E_x(0) & \text{Re } E_y(0) & \text{Im } E_y(0) \\ \text{Re } E_x(\Delta t) & \text{Im } E_x(\Delta t) & \text{Re } E_y(\Delta t) & \text{Im } E_y(\Delta t) \end{array} \quad (4.14)$$

$$\begin{array}{cccc} \text{Re } E_x(2\Delta t) & \text{Im } E_x(2\Delta t) & \text{Re } E_y(2\Delta t) & \text{Im } E_y(2\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Re } H_x(0) & \text{Im } H_x(0) & \text{Re } H_y(0) & \text{Im } H_y(0) \\ \text{Re } H_x(\Delta t) & \text{Im } H_x(\Delta t) & \text{Re } H_y(\Delta t) & \text{Im } H_y(\Delta t) \\ \text{Re } H_x(2\Delta t) & \text{Im } H_x(2\Delta t) & \text{Re } H_y(2\Delta t) & \text{Im } H_y(2\Delta t) \end{array} \quad (4.15)$$

Затем оценивается качество отфильтрованных массивов. Для этого, во-первых, осуществляется отбраковка малоинтенсивных участков реализаций электромагнитных полей согласно неравенству

$$\|\mathbf{H}\| \geq K_1, \quad (4.16)$$

во вторых, в программе предусмотрена отбраковка  $\lambda_i = \frac{\|\mathbf{E}\|}{\|\mathbf{H}\|}$  по формуле

$$\frac{\lambda_i - \lambda_{\text{ср}}}{\sigma(\lambda)} \leq K_2. \quad (4.17)$$

В (4.18), (4.17)  $K_1$ ,  $K_2$  — константы,

$$\|\mathbf{E}\| = \sqrt{(\text{Re } E_x)^2 + (\text{Im } E_x)^2 + (\text{Re } E_y)^2 + (\text{Im } E_y)^2},$$

$$\|\mathbf{H}\| = \sqrt{(\text{Re } H_x)^2 + (\text{Im } H_x)^2 + (\text{Re } H_y)^2 + (\text{Im } H_y)^2},$$

$\lambda_{\text{ср}}$  — среднеарифметическое  $\lambda$ ,  $\sigma(\lambda)$  — стандартное отклонение  $\lambda$ .

Последние 4 массива, согласно соотношениям (2.25), представляют собой независимые переменные. В программе предусмотрена оценка степени линейной зависимости между этими переменными. Для этого формируется корреляционная матрица, элементы которой рассчитываются по формуле

$$r_{kl} = \frac{\sum_j (x_{jk} - \bar{x}_k)(x_{jl} - \bar{x}_l)}{\sqrt{\sum_j (x_{jk} - \bar{x}_k)^2 \sum_j (x_{jl} - \bar{x}_l)^2}}. \quad (4.18)$$

## Система автоматической обработки данных МТЗ\*

01000	-47	00	00000	00040	01060	21	00	01706	01704
1	-45	00	00040	00040	1	67	00	01134	00015
2	-30	00	01000	00000	2	12	00	01700	01710
3	-31	00	00040	00017	3	21	00	01706	01677
4	00	00	15000	17777	4	12	00	01716	00002
5	00	00	00000	00000	5	-10	00	01512	01567
6	-31	00	00040	00017	6	-10	00	01513	01570
7	00	04	01660	01667	7	11	00	01700	01515
01010	00	00	00007	00000	01070	-30	00	01071	01571
1	-31	00	00040	00017	1	-31	00	01552	01611
2	00	16	01667	00007	2	65	00	01061	01716
3	00	00	00007	00000	3	-30	00	01074	01717
4	-10	00	00000	00004	4	21	00	01703	01677
5	-10	00	01517	01037	5	12	00	01717	01717
6	-10	00	01520	01077	6	71	00	01477	00004
7	-10	00	01500	00003	7	71	00	01477	00002
01020	-50	00	00000	01740	01100	13	00	01717	00032
1	-10	00	01667	01676	1	12	00	01503	00004
2	-72	00	01046	01676	2	-10	04	00000	00000
3	66	00	01676	01676	3	-20	04	01102	01504
4	-35	00	00001	01033	4	00	00	00000	00000
5	65	00	01061	01676	5	-10	00	01512	01567
6	-30	00	01027	01031	6	-10	00	01514	01570
7	-31	00	00040	00017	7	-10	00	00000	01077
01030	00	04	01740	01740	01110	-31	00	01041	01104
1	00	00	00000	00000	1	-10	00	01600	00000
2	-30	00	01034	00000	2	10	00	01502	01037
3	-31	00	01530	01551	3	-10	00	00000	01104
4	65	00	01100	01676	4	-20	03	01020	00000
5	-30	00	01036	01704	5	-60	00	01600	00000
6	22	00	01501	00001	6	-60	00	01600	00000
7	34	01	01672	01740	7	-60	00	01600	00000
01040	-20	01	01037	01503	01120	00	00	00000	00000
1	45	00	01671	01670	1	21	00	01706	01677
2	17	00	01527	00000	2	13	00	01501	00103
3	36	00	01523	01705	3	66	00	01134	01720
4	16	00	01705	01706	4	11	00	01716	01720
5	-72	00	01046	01706	5	-30	00	01126	01721
6	67	00	01706	00144	6	-10	00	01500	00002
7	66	00	01100	01706	7	-10	00	01721	01722
01050	21	00	01706	01704	01130	71	00	01474	01617
1	22	00	01501	01677	1	-30	00	01132	01723
2	71	00	01477	01020	2	71	00	01477	01722
3	12	00	01676	01700	3	67	00	01061	00044
4	11	00	01700	01677	4	13	00	01722	00132
5	-30	00	01056	00002	5	12	02	01723	01617
6	-10	00	01516	01571	6	10	00	01720	01722
7	-31	00	01552	01611	7	-20	02	01130	01505

\*Программа составлена Е. Е. Леванюком.



01140	11	00	15000	01500	01220	-16	00	01726	01727
1	12	00	01501	00002	1	21	00	01706	01677
2	-10	00	01721	01722	2	13	00	01731	00000
3	71	00	01473	01642	3	12	00	01720	01726
4	-30	00	01145	01733	4	-10	00	01726	00001
5	71	00	01477	01722	5	-10	00	00000	01722
6	76	02	01733	01642	6	15	01	00000	00000
7	10	00	01720	01722	7	16	00	01722	01722
01150	-20	02	01143	01503	01230	-20	01	01226	01503
1	-10	00	01472	01632	1	44	00	01727	01722
2	-31	00	01612	01641	2	24	00	01527	01727
3	71	00	01477	01020	3	-10	00	01726	00001
4	12	00	01717	00002	4	-10	00	00000	01711
5	-10	02	00000	00000	5	25	01	01722	00000
6	-20	02	01155	01504	6	-30	00	01237	01730
7	-10	00	00000	01632	7	35	00	01730	01730
01160	11	00	01505	01505	01240	16	00	01711	01711
1	12	00	00000	01724	1	-20	01	01235	01503
2	-70	00	01720	01724	2	44	00	01727	01711
3	12	00	01721	01732	3	-31	00	00040	00017
4	-10	00	01500	00002	4	01	05	01711	01712
5	-10	00	01732	01722	5	21	00	01706	01677
6	71	00	01477	01722	6	-30	00	01247	00001
7	67	00	01061	00101	7	71	00	01475	01252
01170	13	00	01722	00115	01250	13	00	01731	00000
1	12	02	01723	01617	1	12	00	01720	01252
2	10	00	01720	01722	2	25	01	01722	00000
3	-20	02	01165	01505	3	-30	00	01254	01730
4	-31	00	01612	01641	4	-12	00	01730	01730
5	71	00	01477	01020	5	46	00	01712	01730
6	12	00	01720	01731	6	25	00	01730	01657
7	12	00	01717	00002	7	-32	00	01261	01260
01200	-10	02	00000	00000	01260	-31	00	01642	01652
1	-20	02	01200	01504	1	-20	01	01252	01503
2	11	00	01720	01731	2	-35	00	00004	01264
3	-30	00	01204	00002	3	-30	00	01347	00000
4	65	00	01061	01731	4	65	00	01061	01732
5	-30	00	01206	01725	5	13	00	01720	00000
6	71	00	01477	01020	6	12	00	01511	01316
7	12	00	01725	01725	7	71	00	01477	01020
01210	21	00	01706	01677	01270	-30	00	01271	01730
1	12	00	01725	00001	1	65	00	01061	01724
2	45	01	00000	00000	2	12	00	01730	01317
3	-30	02	01214	00000	3	-70	00	01724	01724
4	10	00	01503	00002	4	12	00	01730	01731
5	-20	01	01212	01504	5	12	00	01503	01730
6	-75	00	01720	01726	6	12	00	01503	01734
7	-72	00	01133	01726	7	65	00	01061	01731

01300	12	00	01730	01320	01360	67	00	01167	0000
1	-70	00	01724	01724	1	12	00	01730	01731
2	12	00	01734	01731	2	65	00	01061	01730
3	65	00	01061	01734	3	12	00	01731	01445
4	12	00	01731	01321	4	-70	00	01722	01722
5	21	00	01503	01724	5	12	00	01731	01730
6	-30	00	01307	01734	6	12	00	01720	01731
7	-70	00	01734	01724	7	65	00	01061	01730
01310	67	00	01167	00000	01370	12	00	01731	01446
1	12	00	01731	01730	1	10	00	01720	01731
2	12	00	01724	01731	2	12	00	01503	01730
3	65	00	01061	01730	3	65	00	01061	01731
4	12	00	01731	01322	4	12	00	01730	01447
5	-31	00	00040	00017	5	71	00	01476	01443
6	00	00	00000	00000	6	13	00	01722	00000
7	00	00	00000	00000	7	12	00	01510	01451
01320	00	00	00000	00000	01400	65	00	01061	01722
1	00	00	00 00	00000	1	12	00	00000	01452
2	00	00	00000	00000	2	71	00	01477	01444
3	71	00	01476	01320	3	67	00	01061	00000
4	66	00	01170	01730	4	13	00	01724	00000
5	21	00	01730	01731	5	12	00	01510	01454
6	12	00	01724	01731	6	65	00	01061	01724
7	71	00	01476	01320	7	12	00	00000	01455
01330	13	00	01731	00000	01410	71	00	01476	01447
1	12	00	01510	01335	1	13	00	01503	00000
2	65	00	01061	01731	2	12	00	01510	01457
3	-30	00	01334	01336	3	-10	00	01502	01460
4	-31	00	00040	00017	4	-10	00	01500	00001
5	00	00	00000	00000	5	65	00	01061	01721
6	00	00	00000	00000	6	12	00	01720	01441
7	-60	00	01600	00000	7	11	00	01732	01720
01340	11	00	01503	01724	01420	12	00	00000	01731
1	-30	00	01342	01722	1	21	00	01503	01720
2	65	00	01061	01732	2	66	00	01100	01723
3	13	00	01722	00000	3	65	00	01061	01731
4	12	00	01507	01440	4	13	00	01731	00000
5	-70	00	01506	01720	5	12	00	01723	00002
6	12	00	01721	01730	6	-11	02	00000	00000
7	12	00	01722	01731	7	-20	02	01426	01504
01350	65	00	01061	01730	01430	11	00	01720	01720
1	12	00	01731	01443	1	12	00	01731	01731
2	10	00	01722	01731	2	65	00	01061	01731
3	12	00	01722	01730	3	13	00	01731	00000
4	65	00	01061	01731	4	12	00	01723	00002
5	12	00	01730	01444	5	-11	00	00000	00000
6	10	00	01724	01730	6	-20	00	01435	01504
7	-70	00	01724	01722	7	-31	00	00040	00017

01440	00	00	00000	00000	01520	71	00	01477	00002
1	00	00	00000	00000	1	40	14	04467	04511
2	00	00	01521	01522	2	40	14	04467	04511
3	00	00	00000	00000	3	46	06	06314	15001
4	00	00	00000	00000	4	-62	04	03774	13401
5	00	00	00000	00000	5	55	03	17371	15401
6	00	00	00000	00000	6	62	04	03774	13403
7	00	00	00000	00000	7	40	00	00000	00001
01450	-31	00	00040	00017	01530	65	00	01100	01676
1	00	00	00000	00000	1	22	00	01501	00001
2	00	00	00000	00000	2	-10	00	00001	00002
3	-31	00	00040	00017	3	-10	02	01740	01677
4	00	00	00000	00000	4	64	00	01122	01677
5	00	00	00000	00000	5	-75	00	01677	01700
6	-31	00	00040	00017	6	-72	00	01133	01700
7	00	00	00000	00000	7	-16	00	01700	01701
01460	00	00	00000	00000	01540	-10	01	01701	01740
1	-60	00	01600	00000	1	-30	00	01542	01702
2	-60	00	01600	00000	2	-31	00	00040	00017
3	10	00	01720	01721	3	00	14	01702	01703
4	-20	01	01415	00000	4	-60	00	01200	01703
5	-60	00	01600	00000	5	-20	02	01546	01502
6	-60	00	01600	00000	6	-20	01	01533	01503
7	-00	00	00000	00000	7	-60	00	01600	00000
01470	00	00	00000	00000	01550	-60	00	01600	00000
1	00	00	00000	00000	1	00	00	00000	00000
2	-30	00	01636	00000	2	-10	00	01706	00001
3	-77	17	17777	00000	3	-10	00	00000	01701
4	77	17	00000	00000	4	-11	00	01705	01707
5	77	17	17777	00000	5	35	00	01707	01671
6	00	00	17777	00000	6	46	00	01670	01710
7	00	00	00000	17777	7	35	00	01710	01710
01500	00	03	00000	00000	01560	36	00	01524	01711
1	00	01	00000	00000	1	-31	00	00040	00017
2	00	00	00001	00000	2	01	10	01711	01712
3	00	00	00000	00001	3	35	00	01712	01525
4	00	00	00001	00001	4	46	00	01670	01713
5	00	00	00000	00002	5	35	00	01710	01526
6	00	00	00000	00010	6	-30	00	01567	01714
7	07	02	00000	00000	7	-31	00	00040	00017
01510	00	16	00000	00000	01570	01	15	01714	01715
1	15	01	00000	00000	1	35	01	01715	01740
2	-31	00	00040	00017	2	37	00	01713	00000
3	01	15	01714	01715	3	16	00	01701	01701
4	01	14	01714	01715	4	14	00	01527	01707
5	35	01	01715	00000	5	-20	01	01555	01503
6	35	01	01715	01740	6	35	00	01671	01701
7	34	01	01672	01740	7	-30	02	01600	00000



01600	-30	00	01601	01702	01630	01	05	01711	01712
1	-35	00	00002	01603	1	-10	02	01712	00000
2	-30	00	01606	00000	2	00	00	00000	00000
3	-31	00	00040	00017	3	25	00	01712	01656
4	00	14	01702	01703	4	-32	00	01635	01636
5	-60	00	01200	01703	5	-31	00	01642	01652
6	10	00	01503	01571	6	10	00	01503	00002
7	-20	02	01552	01503	7	10	00	01503	00001
01610	-60	00	01600	00000	01640	-20	03	01616	01504
1	00	00	00000	00000	1	00	00	00000	00000
2	21	00	01706	01677	2	-10	01	01521	00000
3	-30	00	01614	00003	3	00	00	00000	00000
4	-10	00	00000	00001	4	00	00	00000	00000
5	-10	00	01716	00002	5	00	00	00000	00000
6	-10	00	00000	01711	6	00	00	00000	00000
7	35	03	00000	00000	7	00	00	00000	00000
01620	-30	00	01621	01711	01650	00	00	00000	00000
1	00	00	00000	00000	1	00	00	00000	00000
2	16	00	01711	01711	2	00	00	00000	00000
3	00	00	00000	00000	3	00	00	00000	00000
4	16	00	01711	01711	4	00	00	00000	00000
5	00	00	00000	00000	5	00	00	00000	00000
6	16	00	01711	01711	6	50	00	00000	00004
7	-31	00	00040	00017	7	60	00	00000	00001

Здесь через  $x_{jk}$  обозначены элементы прямоугольной матрицы, через  $\bar{x}_k$  — средние значения столбцов матрицы.

Вычисляется определитель корреляционной матрицы  $\det R$ , а затем

$$\chi^2 = - \left[ (n-1) - \frac{1}{6} (2m+5) \right] \ln \det R. \quad (4.19)$$

В случае  $\chi^2 > \chi_{1-p}^2$  ( $\chi_{1-p}^2$  — табличное значение для  $v=1/2m(m-1)$  степеней свободы и уровня значимости  $p$ ) принимается гипотеза о наличии мультиколлинеарности. Дополнительно вычисляется коэффициент детерминации между  $x_k$  и  $x_j$ :

$$R_k^2 = \frac{c_{kk} - 1}{c_{kk}}, \quad (4.20)$$

где  $c_{kk}$  — диагональные элементы обратной корреляционной матрицы  $R^{-1}$ . Существенность  $R_k^2$  определяется по критерию Фишера с  $v_1 = m$  и  $v_2 = (n-m-1)$  степенями свободы

$$F_k = \frac{R_k^2 (n-m-1)}{(1-R_k^2) m}.$$

Проверка взаимозависимости переменных  $x_k$  осуществляется вычислением частных коэффициентов между независимыми переменными  $x_k$  и  $x_l$ :

$$r_{ll} = \frac{-c_{lt}}{c_{ll} - c_{ll}}. \quad (4.21)$$

После проверки массивов независимых переменных на мультиколлинеарность вычисляются регрессионные уравнения  $\text{Re}E_x = f(\text{Re}H_x, \text{Im}H_x, \text{Re}H_y, \text{Im}H_y)$ ;  $\text{Im}E_x = f(\text{Re}H_x, \text{Re}H_y, \text{Im}H_x, \text{Im}H_y)$  и т. д. согласно (2.26). Алгоритм расчета, в основе которого лежит последовательный регрессионный анализ, изложен в разделе 2.2. Коэффициенты уравнений регрессий и есть элементы тензорного импеданса. На этом заканчивается расчет по излагаемой комплексной автоматизированной программе определения компонент тензорного импеданса. На основании описанного алгоритма составлена программа (табл. 4.3) для ЭВМ «Минск-22». Она также может быть использована для расчетов на ЭВМ «Минск-32» в режиме совместности.

#### 4.4. Программа автоматической обработки плохо обусловленной магнитотеллурической информации

**Назначение.** Программу целесообразно использовать для оценки магнитотеллурических параметров в том случае, если оператор линейного преобразования близок к вырождению. Программа может быть использована для расчетов на ЭВМ «Минск-22» и «Минск-32» в режиме совместности. Текст программы приводится в табл. 4.4.

**Исходные данные.** Снятые с осциллограмм ординаты каждого из четырех каналов ( $E_x, E_y, H_x, H_y$ ) пробиваются на перфоленту в 10с/с с запятой с адреса в границах и вводятся программой последовательно и автоматически. Программа работает также и с массивами исходных данных, снятыми с помощью преобразователя (аналог—код) каротажных диаграмм (тип Ф001). В этом случае исходные данные каждого канала (массива) переводятся в машинный код для последующих вычислений, а также выводятся на печать для возможного контроля.

Для работы программы необходима также следующая служебная информация в 10с/с с запятой:

- 2010)  $N$  — количество чисел в массиве,
- 1)  $T$  — пробный период,
- 2)  $\Delta t$  — шаг квантования,
- 3)  $P_{E_x}$  — постоянная канала  $E_x$ ,

## Программа решения линейных систем с плохо обусловленными матрицами \*

01000	-47	00	00000	00040	01060	21	00	02036	02034
1	-45	00	00040	00040	1	67	00	01203	00015
2	-30	00	01000	00000	2	12	00	02030	02046
3	-31	00	00040	00017	3	21	00	02036	02027
4	00	00	15000	17777	4	12	00	02046	00002
5	00	00	09000	00000	5	-10	00	01702	01577
6	-31	00	00040	00017	6	-10	00	01703	01600
7	00	04	02010	02017	7	11	00	02030	01705
01010	00	00	00007	00000	01070	-30	00	01071	01601
1	-31	00	00040	00017	1	-31	00	01562	01622
2	00	16	02017	00007	2	65	00	01061	02046
3	00	00	00007	00000	3	-30	00	01074	02047
4	-10	00	00000	00004	4	21	00	02036	02027
5	-10	00	01707	01037	5	12	00	02047	02047
6	-10	00	01710	01077	6	71	00	01667	00004
7	-10	00	01670	00003	7	71	00	01667	00002
01020	-50	00	00000	02200	01100	13	00	02047	00032
1	-10	00	02017	02026	1	12	00	01673	00004
2	-72	00	01045	02026	2	-10	04	00000	00000
3	66	00	02026	02026	3	-20	04	01102	01674
4	-35	00	00001	01033	4	00	00	00000	00000
5	65	00	01061	02026	5	-10	00	01702	01577
6	-30	00	01027	01031	6	-10	00	01704	01600
7	-31	00	00040	00017	7	-10	00	00000	01077
01030	00	04	02200	02200	01110	-31	00	01041	01104
1	00	00	00000	00000	1	-60	00	01600	00000
2	-30	00	01034	00000	2	10	00	01672	01037
3	-31	00	01540	01561	3	-10	00	00000	01104
4	65	00	01100	02026	4	-20	03	01020	00000
5	-30	00	01036	02034	5	-60	00	01600	00000
6	22	00	01671	00001	6	-60	00	01600	00000
7	34	01	02022	02200	7	-60	00	01600	00000
01040	-20	01	01037	01673	01120	11	00	02036	02036
1	45	00	02021	02020	1	66	00	01203	01773
2	36	00	01713	02035	2	21	00	01773	02026
3	-10	00	02035	02036	3	-30	00	01124	02050
4	-72	00	01045	02036	4	11	00	02046	02050
5	67	00	02036	00144	5	-30	00	01126	01774
6	66	00	01100	02036	6	-10	00	01700	00001
7	10	00	02036	02036	7	11	01	02050	01774
01050	21	00	02036	02034	01130	-30	01	01131	01775
1	22	00	01671	02027	1	-20	01	01127	01673
2	71	00	01667	01020	2	-10	00	01670	00001
3	12	00	02026	02030	3	65	01	01061	02090
4	11	00	02030	02027	4	-30	01	01135	01760
5	12	00	00000	00002	5	-20	01	01133	01673
6	-10	00	01706	01601	6	11	00	02050	02003
7	-31	00	01562	01622	7	-30	00	01140	02004

\* Программа составлена К. П. Емельяновой.



01140	65	00	01100	02050	01220	11	00	02050	02050
1	22	00	01671	01766	1	-30	00	01222	02072
2	11	00	01766	01761	2	65	00	01061	02000
3	12	00	02004	00001	3	13	00	01722	00000
4	-11	01	00000	00000	4	12	00	01662	01751
5	-20	01	01144	01674	5	65	00	01061	02072
6	11	00	02050	02004	6	-30	00	01227	01752
7	-30	00	01150	02005	7	-10	00	01702	01750
01150	11	00	01766	01760	01230	-10	00	00000	01753
1	12	00	02005	00001	1	-31	00	01750	01753
2	-10	01	00000	00000	2	65	00	01061	02063
3	-20	01	01152	01674	3	13	00	02063	00103
4	11	00	02050	02005	4	12	00	01661	01237
5	-30	00	01156	02006	5	-10	00	00000	02073
6	11	00	01766	01763	6	-10	00	02066	00001
7	12	00	02006	00001	7	00	00	00000	00000
01160	-10	01	00000	00090	01240	16	00	02073	02073
1	-20	01	01160	01674	1	-20	01	01237	01674
2	11	00	02050	02006	2	-31	00	00040	00017
3	-30	00	01164	02007	3	01	05	02073	02074
4	11	00	01766	01762	4	65	00	01061	02070
5	12	00	02007	00001	5	13	00	02070	00000
6	-10	01	00000	00000	6	12	00	01661	01251
7	-20	01	01166	01674	7	-10	00	00000	02073
01170	11	00	02050	02007	01250	-10	00	02067	00001
1	-30	00	01172	02063	1	00	00	00000	00000
2	21	00	02000	02063	2	16	00	02073	02073
3	-30	00	01174	02064	3	-20	01	01251	01674
4	21	00	01774	02000	4	-31	00	00040	00017
5	-30	00	01176	02065	5	01	05	02073	02075
6	65	00	01100	02064	6	-10	00	01725	00001
7	22	00	01671	02066	7	-10	01	00000	02200
01200	65	00	01100	02055	01260	-20	01	01257	01673
1	22	00	01671	02067	1	-10	00	01670	00001
2	65	00	01061	02000	2	-10	01	01741	02200
3	13	00	02066	00132	3	-20	01	01262	01724
4	12	00	02063	00001	4	65	00	01061	02063
5	-10	01	00000	00000	5	13	00	01720	00044
6	-20	01	01205	01674	6	12	00	02071	01272
7	11	00	02064	02063	7	65	00	01061	01662
01210	-30	00	01211	02070	01270	12	00	02072	01273
1	65	00	01061	01774	1	-31	00	00040	00017
2	13	00	02067	00000	2	00	00	00000	00000
3	12	00	02070	00001	3	00	00	00000	00000
4	-10	01	00000	00000	4	-70	00	01662	01662
5	-20	01	01214	01674	5	12	00	02071	02076
6	11	00	02065	02070	6	65	00	01061	02071
7	-30	00	01220	02071	7	13	00	01670	00000

01300	12	00	01727	02105	01360	65	00	01061	02063
1	-10	00	01670	00003	1	13	00	01721	00000
2	-10	00	02105	00001	2	12	00	01662	01751
3	-10	00	02105	00002	3	65	00	01061	02072
4	-10	01	00000	00000	4	12	00	02070	01752
5	-10	02	00000	00000	5	65	00	01061	01675
6	-20	02	01307	01674	6	12	00	02071	01753
7	-20	01	01304	01660	7	-10	00	01702	01750
01310	20	00	01672	01726	01370	-31	00	01750	01754
1	21	00	01671	02105	1	65	00	01061	02071
2	12	00	01726	02105	2	13	00	01722	00000
3	-20	03	01302	00000	3	12	00	01662	01751
4	-10	00	01717	01726	4	65	00	01061	01675
5	65	00	01061	02071	5	-30	00	01376	01752
6	13	00	01730	00000	6	-10	00	01702	01750
7	12	00	02076	01330	7	-31	00	01750	01753
01320	-10	00	01662	01331	01400	-10	00	01732	01764
1	21	00	01673	01662	1	21	00	01671	01670
2	-30	00	01323	02100	2	-30	00	01403	00001
3	-70	00	01675	02100	3	-10	00	01733	00002
4	12	00	02076	02100	4	14	01	01741	01754
5	65	00	01061	02100	5	11	00	01731	01673
6	-30	00	01327	01332	6	12	00	01701	01751
7	-31	00	00040	00017	7	-10	00	01672	01752
01330	00	00	00000	00000	01410	-10	00	01702	01750
1	00	00	00000	00000	1	-31	00	01750	01753
2	00	00	00000	00000	2	-10	00	01725	00003
3	65	00	01061	02076	3	-10	00	01725	00004
4	13	00	01731	00000	4	35	03	02200	01764
5	12	00	01662	01751	5	16	04	02220	02240
6	65	00	01061	01662	6	-20	04	01417	01674
7	-30	00	01340	01752	7	-20	03	01414	01672
01340	-10	00	01702	01750	01420	65	00	01061	02071
1	-31	00	01750	01753	1	12	00	01744	00005
2	65	00	01061	01774	2	-10	05	00000	00000
3	13	00	01722	00000	3	-20	05	01422	01674
4	12	00	01675	01751	4	31	00	00040	00017
5	65	00	01061	02072	5	05	00	02240	01662
6	-30	00	01347	01752	6	00	00	02260	01675
7	-10	00	01702	01750	7	11	00	01731	01745
01350	-31	00	01750	01753	01430	13	00	01662	00000
1	65	00	01061	02070	1	12	00	01662	01751
2	13	00	01722	00000	2	-10	00	01747	01752
3	12	00	01675	01751	3	-10	00	01702	01750
4	65	00	01061	02072	4	-31	00	01750	01753
5	-30	00	01356	01752	5	-60	00	01600	00000
6	-10	00	01702	01750	6	11	00	01722	01745
7	-31	00	01750	01753	7	12	00	01675	01751

01440	65	00	01061	01662	01520	21	00	01671	01733
1	-30	00	01442	01752	1	22	00	01671	01733
2	-10	00	01702	01750	2	-30	00	01530	00000
3	-31	00	01750	01753	3	-20	01	01403	01672
4	-10	00	00000	02073	4	-10	00	01737	01520
5	11	00	01744	01745	5	-10	00	01740	01521
6	-30	00	01447	00003	6	-10	00	00000	01764
7	35	03	00000	00000	7	-00	00	00000	00000
01450	16	00	02073	02073	01530	-10	00	00000	01520
1	-20	03	01447	01674	1	-10	00	00000	01521
2	-31	00	00040	00017	2	-30	00	01523	00000
3	01	05	02073	01770	3	00	00	00000	00000
4	65	00	01061	02000	4	00	00	00000	00000
5	13	00	01721	00000	5	00	00	00000	00000
6	12	00	02072	01751	6	00	00	00000	00000
7	11	00	01746	01747	7	00	00	00000	00000
01460	-30	00	01461	01752	01540	65	00	01100	02026
1	65	00	01061	01675	1	22	00	01671	00001
2	12	00	02063	01753	2	-10	00	00001	00002
3	-10	00	01702	01750	3	-10	02	02200	02027
4	-31	00	01750	01754	4	64	00	01233	02027
5	-10	00	00000	02073	5	-75	00	02027	02030
6	65	00	01061	01774	6	-72	00	01265	02030
7	13	00	02063	00000	7	-16	00	02030	02031
01470	12	00	02067	00003	01550	-10	01	02031	02200
1	25	03	00000	00000	1	-30	00	01552	02032
2	16	00	02073	02073	2	-31	00	00040	00017
3	-20	03	01471	01674	3	00	14	02032	02033
4	-31	00	00040	00017	4	-60	00	01200	02033
5	01	05	02073	01771	5	-20	02	01556	01672
6	21	00	01671	01670	6	-20	01	01543	01673
7	-30	00	01500	00003	7	-60	00	01600	00000
01500	-10	03	01734	02103	01560	-60	00	01600	00000
1	35	00	02074	02103	1	00	00	00000	00000
2	36	00	01770	02101	2	-10	00	02036	00001
3	35	00	02075	02103	3	-10	00	00000	02031
4	-30	00	01505	02102	4	-11	00	02035	02037
5	25	00	02101	01771	5	35	00	02037	02021
6	26	00	02102	02104	6	46	00	02020	02040
7	-12	00	02104	02104	7	35	00	02040	02040
01510	11	00	01731	01675	01570	36	00	01714	02041
1	12	00	01677	01751	1	-31	00	00040	00017
2	65	00	01061	01675	2	01	10	02041	02042
3	-30	00	01514	01752	3	35	00	02042	01715
4	-10	00	01702	01750	4	46	00	02020	02043
5	-31	00	01750	01753	5	35	00	02040	01716
6	-20	03	01500	01672	6	-30	00	01577	02044
7	-20	02	01404	00000	7	-31	00	00040	00017



01600	01	15	02044	02045	4	77	17	00000	00000
1	35	01	02045	02200	5	00	00	17777	00000
2	37	00	02043	00000	6	00	00	17777	00000
3	16	00	02031	02031	7	00	00	00000	17777
4	14	00	01741	02037					
5	—20	01	01565	01673	01670	00	03	00000	00000
6	35	00	02021	02031	1	00	01	00000	00000
7	—30	02	01610	00000	2	00	00	00001	00000
					3	00	00	00000	00001
01610	—30	00	01611	02032	4	00	00	00001	00001
1	—35	00	00002	01613	5	00	00	00000	00002
2	—30	00	01616	00000	6	00	00	00000	00012
3	—31	00	00040	00017	7	00	00	02103	00000
4	00	14	02032	02033					
5	—60	00	01200	02033	01700	00	06	00000	00000
6	10	00	01673	01601	1	00	00	01764	00000
7	—20	02	01562	01673	2	—31	00	00040	00017
					3	01	15	02044	02045
01620	—60	00	01600	00000	4	01	14	02044	02045
1	—60	00	01600	00000	5	35	01	02045	00000
2	00	00	00000	00000	6	35	01	02045	02200
3	00	00	00000	00000	7	34	01	02022	02200
4	00	00	00000	00000					
5	00	00	00000	00000	01710	71	00	01667	00002
6	00	00	00000	00000	1	40	14	04467	04511
7	00	00	00000	00000	2	40	14	04467	04511
					3	46	06	06314	15091
01630	00	00	00000	00000	4	—62	04	03774	13401
1	00	00	00000	00000	5	55	03	17371	15401
2	00	00	00000	00000	6	62	04	03774	13403
3	00	00	00000	00000	7	00	00	00005	00005
4	00	00	00000	00000					
5	00	00	00000	00000	01720	04	03	00000	00000
6	00	00	00000	00000	1	04	04	00000	00000
7	00	00	00000	00000	2	04	06	00000	00000
					3	05	00	00000	00000
01640	00	00	00000	00000	4	00	00	00000	00005
1	00	00	00000	00000	5	00	17	00000	00000
2	00	00	00000	00000	6	00	00	00005	00005
3	00	00	00000	00000	7	00	00	00000	02220
4	00	00	00000	00000					
5	00	00	00000	00000	01730	05	07	00000	00000
6	00	00	00000	00000	1	00	16	00000	00000
7	00	00	00000	00000	2	—40	00	00000	00001
					3	00	12	00000	00000
01650	00	00	00000	00000	4	63	03	03146	06103
1	00	00	00000	00000	5	63	03	03146	06104
2	00	00	00000	00000	6	50	17	05605	01106
3	00	00	00000	00000	7	21	00	01671	01733
4	00	00	00000	00000					
5	00	00	00000	00000	01740	22	00	01671	01733
6	00	00	00000	00000	1	40	00	00000	00001
7	00	00	00000	00000	2	50	00	00000	00004
					3	62	00	00000	00007
01660	00	00	00001	00004	4	00	07	00000	02260
1	35	01	00000	00000	5	00	00	02260	00000
2	00	00	00000	00004	6	00	00	00000	02260
3	—77	17	00000	00000	7	00	00	00004	00000

- 4)  $P_{E_y}$  — постоянная канала  $E_y$ ,
- 5)  $P_{H_x}$  — постоянная канала  $H_x$ ,
- 6)  $P_{H_y}$  — постоянная канала  $H_y$ ,

которая заносится с пульта машины (см. «Инструкция оператору») или пробивается на ПЛ с исходными данными в конце первого массива при ручном снятии исходных данных.

Распределение памяти. Программа составлена в режиме  $T$  и использует библиотеку стандартных программ в режиме  $T$  (БСПТ) [38, 39, 40]. В составленной программе используется интерпретирующая система для автоматического вызова стандартных программ и настройки их во время работы рабочей программы.

Программа занимает ячейки 1000—1622. В ячейках 1660—1747 — константы программы. Ячейки 1760—2107 отводятся под рабочие ячейки. Ячейки 2200—1477 — рабочее поле программы. Ячейки 15 000—17 777 отводятся для стандартных программ, используемых в составленной программе (библиотечное поле).

Используемые стандартные программы. 1. 0004 (перевод массива десятичных чисел с запятой в двоичную систему счисления). 2. 0014 (перевод числа из двоичной системы счисления с плавающей запятой в десятичную с запятой). 3. 0016 (перевод массива чисел из двоичной системы счисления с плавающей запятой в десятичную с запятой и вывод их на цифровую печать). 4. 0025 (вычисление функции  $y = \sqrt{x}$ ). 5. 0030 (вычисление функции  $y = e^x$ ). 6. 0034 (вычисление функции  $y = \sin x$ ). 7. 0035 (вычисление функции  $y = \cos x$ ). 8. 0103 (умножение прямоугольной матрицы на транспонированную). 9. 0104 (умножение прямоугольных матриц). 10. 0106 (транспонирование произвольной матрицы). 11. 0120 (решение системы линейных алгебраических уравнений с  $k$  правыми частями методом Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице). 12. 0127 (нахождение собственных значений и собственных векторов симметрической матрицы методом вращений).

Результаты. Печать массивов исходных данных, если включен ключ 0002, печать результатов 2 фильтраций в виде массивов, разделяющих реальную и мнимую часть исходного массива, печать  $\alpha_i$ , печать решений системы, соответствующих данному  $\alpha_i$ , печать значений  $\delta_k$  и соответствующих им значений  $\alpha$  при данном  $\alpha_i$ .

Инструкция оператору. 1. Магнитную ленту с БСПТ закомутировать на 0. 2. Ввести программу в режим  $T$ . 3. ПЛ с исходными данными поставить на фотоввод. 4. Включить ключ 0001, если исходные данные подготовлены с помощью преобразователя. 5. Включить ключ 0002, если

необходимо напечатать результаты filtrаций каналов  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ . 6. Занести с пульта в 10с/с с запятой служебную информацию (см. «Исходные данные»), если исходные данные сняты с помощью преобразователя. 7. Счак = 1000, автомат, пуск. 8. Останов по команде (счак = 1530) означает конец работы программы.

Алгоритм. В результате фильтрации образуется 8 цифровых массивов (см. алгоритм раздела 4.3). Из них формируется 6 новых массивов

$$\begin{aligned} &(\operatorname{Re} E_x + \operatorname{Im} E_x)_i \quad (\operatorname{Re} E_y + \operatorname{Im} E_y)_i \quad (\operatorname{Re} H_x + \operatorname{Im} H_x)_i \\ &(\operatorname{Re} H_x - \operatorname{Im} H_x)_i \quad (\operatorname{Re} H_y + \operatorname{Im} H_y)_i \quad (\operatorname{Re} H_y - \operatorname{Im} H_y)_i. \end{aligned}$$

Переобозначим эти массивы для простоты соответственно через  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$ . Составляются две прямоугольные матрицы

$$y = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n & b_n & c_n & d_n \end{bmatrix}.$$

Эти матрицы слева умножаются на транспонированную матрицу  $A^T$ . Образуются две новые матрицы:  $\tilde{y}$  порядка  $4 \times 2$  и  $\tilde{A}$  порядка  $4 \times 4$ . Составляется диагональная матрица

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & & & \\ & \alpha_2 & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & \alpha_n \end{bmatrix}.$$

При переменном  $\alpha$  компоненты тензорного импеданса порядка  $4 \times 2$  определяются по формуле

$$Z_\alpha = [A^T A + I\alpha]^{-1} A^T y. \quad (4.22)$$

Вычисляются нормы матриц  $\|A\|$  и  $\|y\|$ . Нормы ошибок матриц  $\|\delta A\|$ ,  $\|\delta y\|$  выбираются как 0,1; 0,005 и 0,01 от соответствующих норм матриц. Для каждого уровня ошибок при переменном  $\alpha$  вычисляется функционал

$$M = \|AZ_\alpha - y\| - \|\delta A\| \|Z_\alpha\| - \|\delta y\|. \quad (4.23)$$

$Z_\alpha$  выбирается из условия минимизации функционала  $M$ .

Изложенные в главе программы обеспечивают достаточно полный анализ экспериментальных магнитотеллурических данных. Однако их эффективность во многом определяется участием человека на стадии подготовки и выбора участков



реализаций, подлежащих статистической переработке. При анализе реализаций, зарегистрированных в аналоговой форме, этот этап осуществляется визуально на эвристическом уровне. Формализовать же эвристическую способность человека принимать решения в виде конечной последовательности логических и арифметических операций очень трудно. Опыт последних лет показал, что время, затрачиваемое на подготовку данных эксперимента в автоматизированных системах, как правило, превышает время, требуемое для обработки подготовленных цифровых массивов. В связи с этим представляется целесообразным активное участие человека в автоматизированных системах на стадии подготовки данных, что значительно повысит скорость и эффективность обработки зарегистрированных реализаций.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев А. М., Безрук И. А., Ключкин В. Н. Новый комплекс аппаратуры для электроразведки. В кн.: Прикладная геофизика, вып. 57. «Недра», М., 1969.

2. Алексеев А. М., Безрук И. А., Ключкин В. Н., Куликов А. В. Принципы автоматизации обработки результатов наблюдений естественного электромагнитного поля Земли. В кн.: Методика, техника и результаты геофизической разведки. «Недра», М., 1967.

3. Амиров В. К., Кулик С. Н. Применение способа кажущегося импеданса для построения кривых глубинного магнитотеллурического зондирования по профилю Новгород-Северский — Звенигородок. В кн.: Материалы II и III научно-технических конференций молодых геофизиков Украины 1966—1968. «Наукова думка», Киев, 1968.

4. Баранский Л. Н. Опыт вычисления статического спектра и мгновенных спектров мощности теллурических токов. В кн.: Геомагнитные исследования, № 6. «Наука», М., 1964.

5. Безрук И. А., Бердичевский М. Н., Ключкин В. Н. Опыт обработки наблюдений МТЗ на электронно-вычислительной машине. В кн.: Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии. «Наука», М., 1969.

6. Бердичевский М. Н. Электрическая разведка методом магнитотеллурического профилирования. «Недра», М., 1968.

7. Бердичевский М. Н., Безрук И. А., Ключкин В. Н., Куликов А. В. Один из способов практической реализации обобщенного гармонического анализа высокочастотных естественных электромагнитных полей. В кн.: Прикладная геофизика, вып. 49. «Недра», М., 1967.

8. Бердичевский М. Н., Безрук И. А., Ключкин В. Н. Принципы обработки электроразведочной информации. В кн.: Состояние и задачи разведочной геофизики. Материалы VI Всесоюзной научно-технической геофизической конференции в г. Ленинграде. «Недра», М., 1970.

9. Бостик Ф., Смит Г. Исследования крупномасштабных неоднородностей в Земле магнитотеллурическим методом. Труды Ин-та радионуженеров. № 11. ИЛ, М., 1962.

10. Винер Н. Интеграл Фурье и некоторые его применения. Физматгиз, М., 1968.

11. Владимиров Н. П., Крылов С. М. О роли вертикальной компоненты магнитного поля при магнитотеллурических исследованиях. В кн.: Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии. «Наука», М., 1969.

12. Воеводин В. В. О методе регуляризации. Журн. вычисл. матем. и матем. физ., 9, № 3, 1969.

13. Голубков В. В. Об устойчивости кажущихся импедансов. Изв. АН ТуркмССР, сер. физ.-техн., хим. и геол. н., № 5, 1966.

14. Горностаев В. П., Ткачев Г. Н. Опыт применения быстродействующих электронных вычислительных машин при обработке резуль-

татов наблюдений в методах теллурической и магнитотеллурической разведки. В кн.: Геофизические исследования при решении геологических задач в Восточной Сибири, вып. 4. «Недра», М., 1970.

15. Давыдов В. М., Сидельников Т. А. Применение спектрального анализа для получения кривых магнитотеллурического зондирования. Труды Моск. ин-та нефтехим. и газовой промышленности, вып. 68. М., 1967.

16. Давыдов К. И. О способах определения импеданса неоднородных сред по данным МТП—МТЗ. Геология и геофизика, № 7, 1968.

17. Елисеев А. А. Использование способа векторов поляризации при обработке материалов магнитотеллурических наблюдений. В кн.: Вопросы разведочной геофизики, вып. 6. «Недра», Л., 1967.

18. Емельянов А. П. Линейные преобразования в вещественной области в магнитотеллурических методах. В кн.: Геофизические методы поисков и разведки нефти и газа в Припятской впадине. «Наука и техника», Минск, 1970.

19. Емельянов А. П. Линейное соответствие в методе МТЗ. В кн.: Материалы второй научной конференции молодых геологов. «Наука и техника», Минск, 1968.

20. Емельянов А. П. Обработка магнитотеллурических зондирований методом наименьших квадратов. В кн.: Материалы третьей научной конференции молодых геологов Белоруссии. «Наука и техника», Минск, 1969.

21. Емельянов А. П., Леванюк Е. Е. Методы выделения скрытых периодичностей в естественных электромагнитных процессах. В кн.: Материалы третьей научной конференции молодых геологов Белоруссии. «Наука и техника», Минск, 1969.

22. Емельянов А. П., Кузнецов Ю. Н., Леванюк Е. Е. Последовательный регрессионный анализ геофизических полей. ДАН БССР, XVI, № 9, 1972.

23. Емельянов А. П., Кузнецов Ю. Н. Некоторые методы выделения скрытых периодичностей в магнитотеллурических методах. В кн.: Строение и физика глубинных недр западного региона СССР. «Наука и техника», Минск, 1969.

24. Емельянов А. П., Кузнецов Ю. Н., Леванюк Е. Е. Автоматизированная система обработки результатов измерений естественных электромагнитных полей. В кн.: Вопросы физики околоземного пространства и земных недр Белоруссии. «Наука и техника», Минск, 1972.

25. Жидков Н. Б. Несколько замечаний по поводу обусловленности систем линейных алгебраических уравнений. Журн. вычисл. матем. и матем. физ., 3, № 5, 1968.

26. Завадская Т. Н. Результаты опробования способа среднего кажущегося импеданса. В кн.: Разведочная геофизика, вып. 4. «Недра», М., 1965.

27. Завадская Т. Н. Графическое построение кривых магнитотеллурического зондирования. В кн.: Магнитотеллурические методы изучения строения земной коры и верхней мантии, № 4. «Наука», М., 1969.

28. Ковтун А. А. Построение кривых магнитотеллурического зондирования по записям короткопериодических вариаций естественного электромагнитного поля Земли. Вопросы геофизики, вып. 13. Изд-во ЛГУ, Л., 1962.

29. Ковтун А. А., Новоселова С. М. Установление переменного электромагнитного поля над слоисто-однородной средой. В кн.: Вопросы геофизики, вып. 12. Изд-во ЛГУ, Л., 1960.

30. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. «Наука», М., 1968.

31. Кохманский А. В., Озеров В. Д. Построение кривых МТЗ с применением электронно-вычислительных машин. В кн.: Разведочная геофизика, вып. 40. «Недра», М., 1970.



32. Крамбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. «Мир», М., 1969.
33. Крамер Г. Математические методы статистики. ИЛ, М., 1948.
34. Кренделл С. Измерение характеристик стационарных случайных процессов. В кн.: Случайные колебания. «Мир», М., 1967.
35. Кузнецов Ю. Н., Емельянов А. П., Русецкая Л. С. Статистический анализ геофизических данных на территории Белорусского массива. ДАН БССР, XIV, № 9, 1970.
36. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. Физматгиз, М., 1961.
37. Ли Цзун-дао. Математические методы в физике. «Мир», М., 1965.
38. Математическое обеспечение ЭВМ «Минск-2 (22)» в режиме  $T$ , вып. 1. Минск, 1968.
39. Математическое обеспечение ЭВМ «Минск-2(22)» в режиме  $T$ , вып. 2. Минск, 1969.
40. Математическое обеспечение ЭВМ «Минск-2(22)» в режиме  $T$ , вып. 5. Минск, 1970.
41. Математическое обеспечение ЭВМ «Минск-2», вып. 2. Минск, 1968.
42. Математическое обеспечение ЭВМ «Минск-2», вып. 3. Минск, 1968.
43. Математическое обеспечение ЭВМ «Минск-2», вып. 4. Минск, 1968.
44. Поспеев В. И. Методика обработки и вопросы интерпретации материалов магнитотеллурической разведки. В кн.: Геофизические исследования при решении геологических задач в Восточной Сибири, вып. 3. «Недра», М., 1964.
45. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение. «Наука», М., 1968.
46. Серебrenников М. Г., Первозванский А. А. Выявление скрытых периодичностей. «Наука», М., 1965.
47. Стандартные программы ЭВМ «Минск-2», вып. I. «Наука и техника», Минск, 1967.
48. Тихонов А. Н. О регуляризации некорректно поставленных задач. ДАН СССР, 153, № 1, 1963.
49. Тихонов А. Н. Об устойчивости алгоритмов для решения вырожденных систем линейных алгебраических уравнений. Журн. вычисл. матем. и матем. физ., 5, № 4, 1965.
50. Тихонов А. Н. О некорректных задачах линейной алгебры и устойчивом методе их решения. ДАН СССР, 163, № 3, 1965.
51. Тихонов А. Н., Шевченко В. Г. и др. Система сплошной автоматической обработки результатов эксперимента по исследованию сечения фотоядерных реакций. В кн.: Вычислительные методы и программирование. Изд-во МГУ, М., 1970.
52. Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений. «Наука», М., 1970.
53. Фадеева В. Н. Сдвиг для систем с плохо обусловленными матрицами. Журн. вычисл. матем. и матем. физ., 5, № 5, 1965.
54. Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. «Мир», М., 1969.
55. Харди Г. Х., Рогозинский В. В. Ряды Фурье. Физматгиз, М., 1962.
56. Харкевич А. А. Спектры и анализ. Физматгиз, М., 1962.
57. Хемминг Р. Численные методы. «Наука», М., 1968.
58. Худсон Д. Статистика для физиков. «Мир», М., 1967.
59. Черный А. В. О численном решении систем линейных уравнений с плохо обусловленными матрицами, возникающих из практических задач интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. В кн.: Приложения некоторых методов математики к интерпретации геофизических данных. «Наука», Новосибирск, 1967.

60. Чернявский Г. А. К вопросу о способе кажущихся импедансов. В кн.: Развед. геофизика, вып. 13. «Недра», М., 1966.
61. Яковлев И. А., Бубнов В. П. О применении метода наименьших квадратов для обработки материалов МТЗ. В кн.: Разведочная геофизика, вып. 24. «Недра», М., 1967.
62. Adam A., Verö I. Komparative Untersuchung der magnetotellurischen Bearbeitungsmethoden. Acta geol., geophys. et montanict. acad. scient. Hung., 3, № 1—2, 1968.
63. Robinson E. A. Predictive decomposition of time series with application to seismic exploration. Geophysics, 32, № 3, 1967.
64. Tom an K. The Spectral shifts of truncated sinusoids. J. of Geophysical Research, 70, № 7, 1965.
65. Farrar D., Glauber R. Multicollinearity in Regression Analysis: The Problem Revisited. The Rev. of Ec. and St., 59, № 1, 1967.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
-----------------------	---

## Глава I

<b>Методы оценки спектрального состава магнитотеллурических полей</b> . . . . .	<b>5</b>
1.1. Принципы оценки спектрального состава электромагнитных полей в магнитотеллурических методах . . . . .	5
1.2. Цифровая фильтрация . . . . .	8
1.3. Устойчивость цифровой фильтрации . . . . .	11
1.4. Гармонический анализ естественных электромагнитных процессов . . . . .	13
1.5. Анализ скрытой периодичности интегральным преобразованием Фурье . . . . .	15
1.6. Анализ качества частотной селекции магнитотеллурических процессов . . . . .	21

## Глава II

<b>Линейные модели обработки цифровой магнитотеллурической информации</b> . . . . .	<b>25</b>
2.1. Определение магнитотеллурических параметров решением линейных систем . . . . .	25
2.2. Последовательный регрессионный анализ магнитотеллурических полей . . . . .	30
2.3. Двумерный регрессионный анализ теллурического поля . . . . .	40

## Глава III

<b>Анализ устойчивости линейных методов обработки в магнитотеллурических методах</b> . . . . .	<b>44</b>
3.1. Теоретический анализ устойчивости решений неточно заданных линейных систем . . . . .	47
3.2. Анализ устойчивости метода последовательного регрессионного анализа . . . . .	56
3.3. О перспективах развития методов решения плохообусловленных линейных систем, встречающихся при анализе магнитотеллурической информации . . . . .	59
	93



## Глава IV

Программы анализа магнитотеллурической информации . . . . .	62
4.1. Отыскание скрытых периодичностей . . . . .	62
4.2. Регрессионный анализ геофизических полей . . . . .	68
4.3. Система автоматической обработки данных МТЗ . . . . .	72
4.4. Программа автоматической обработки плохо обусловленной магнитотеллурической информации . . . . .	80
Литература . . . . .	89

Анализ магнитотеллурической информации на ЭВМ. Мн., «Наука и техника», 1974.

96 с. с ил. (Ин-т геохимии и геофизики АН БССР, Белорусский научно-исследовательский геологоразведочный ин-т).

В книге рассматриваются основные аспекты обработки экспериментальных магнитотеллурических данных с помощью ЭВМ. Анализируются различные методы оценки спектрального состава магнитотеллурического поля и выделения отдельных гармоник из суммарной реализации процесса. Предлагается автоматизированная система обработки магнитотеллурической информации на базе ЭВМ «Минск-22». Список лит.: с. 89—92 (65 назв.).

Е 0295—081  
М316—74 105—74

55

Емельянов Анатолий Петрович  
Кузнецов Юрий Николаевич

**АНАЛИЗ  
МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ  
НА ЭВМ**

Редактор Е. Г. Волкинд  
Обложка Т. Ф. Прудниковича  
Художественный редактор Ю. С. Сергачев  
Технический редактор А. М. Атлас  
Корректор М. А. Вечорко

Печатается по постановлению РИСО АН БССР.

АТ 08841. Сдано в набор 30/IV-1974 г. Подписано в печать 15.VIII-1974 г. Бумага тип. № 1. Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Печ. л. 6,0. Уч.-изд. л. 4,9. Изд. зак. 161. Тип. зак. 545. Тираж 1250 экз. Цена 49 коп. Издательство «Наука и техника», Минск, Ленинский проспект, 68, Типография имени Франциска (Георгия) Скорины издательства «Наука и техника» АН БССР и Госкомитета СМ БССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Минск, Ленинский проспект, 68.

# В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ „НАУКА И ТЕХНИКА“

*готовится к печати книга*

Ж. П. Хотько

## ГЛУБИННОЕ СТРОЕНИЕ ТЕРРИТОРИИ БЕЛОРУССИИ И ПРИБАЛТИКИ ПО ДАННЫМ ГЕОФИЗИКИ

*На русском языке. 6 л. Цена 51 к. (ориентировочно)*

В работе приведены результаты исследований глубинного строения земной коры территории Белоруссии и Прибалтики методами сейсмологии, гравиметрии, глубинных магнитотеллурических зондирований и др. Охарактеризованы геоструктурные элементы докембрийского кристаллического фундамента, гипсометрия главнейших границ раздела земной коры, зоны глубинных разломов, современная мобильность блоков земной коры. Рассмотрены соотношения глубинных и приповерхностных геологических структур. Даны некоторые рекомендации по направлению дальнейших геофизических исследований в связи с общим изучением глубинного строения региона.

Рассчитана на геологов и геофизиков, изучающих западную часть Восточно-Европейской платформы.

*Заказы следует направлять по адресу: 220688, Минск, площадь Свободы, 19, магазину «Книга — почтой».*



49 к.

1638