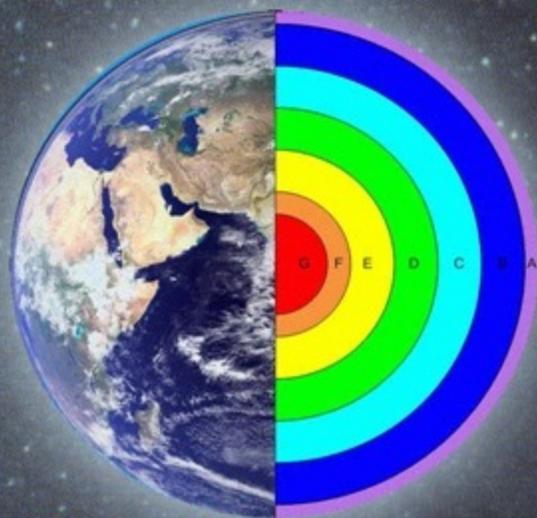


# МАГНИТОРАЗВЕДКА

В. В. Филатов

МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ,  
ИНДУЦИРОВАННАЯ  
И ЕСТЕСТВЕННАЯ ОСТАТОЧНАЯ  
НАМАГНИЧЕННОСТИ



Екатеринбург - 2008

# **МАГНИТОРАЗВЕДКА**

**В. В. ФИЛАТОВ**

**МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ,  
ИНДУЦИРОВАННАЯ  
И ЕСТЕСТВЕННАЯ ОСТАТОЧНАЯ  
НАМАГНИЧЕННОСТИ**

**Екатеринбург – 2008**

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Уральский государственный горный университет»



В. В. Филатов

# МАГНИТОРАЗВЕДКА

МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ,  
ИНДУЦИРОВАННАЯ И ЕСТЕСТВЕННАЯ  
ОСТАТОЧНАЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Научное издание

Екатеринбург – 2008

Ф 51

Рецензент: кандидат геолого-минералогических наук, ведущий научный сотрудник Института геофизики УрО РАН Глухих И. И.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета  
Уральского государственного горного университета

**Филатов В. В.**

Ф 51 Магниторазведка: магнитная восприимчивость, индуцированная и естественная остаточная намагниченности: научное издание / В. В. Филатов; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008. – 236 с.  
ISBN 978–5–8019–0205–0

Вопросы определения индуцированной и остаточной намагниченностей магнитоактивных объектов являются одними из важнейших в теории и методике интерпретации аномалий магнитного поля. Наиболее просто они решаются для слабомагнитных объектов и наиболее сложно – для сильномагнитных, к каковым в первую очередь относятся рудные тела магнетитовых месторождений. В первой части монографии рассматриваются теоретические и методические вопросы определения индуцированной намагниченности сильномагнитных объектов для моделей рудных тел магнетитовых месторождений Тагило-Кушвинского железорудного района при постоянной и переменной магнитной восприимчивости; сформулированы условия, при которых сильномагнитные объекты намагничиваются однородно; дана оценка влияния объёмных магнитных зарядов; рассмотрены методика и геологические результаты интерпретации аномалий магнитного поля района Естюнинского железорудного месторождения. Вторая часть монографии посвящена анализу различных видов остаточной намагниченности и закономерностям её изменения при различных термодинамических режимах; рассмотрены закономерности магнитоупругого эффекта; показано влияние напряженного состояния геологической среды на изменение её магнитных свойств; описан характер аномалий магнитных полей различных тектонических структур.

Монография предназначена для студентов вузов, обучающихся по направлению 553200 – «Геология и разведка полезных ископаемых», а также для магистрантов, аспирантов и научных работников, занимающихся изучением магнитных свойств горных пород и геологической среды, вопросами методики интерпретации аномалий магнитного поля.

© Филатов В. В., 2008

© Уральский государственный  
горный университет, 2008

ISBN 978–5–8019–0205–0

## Предисловие

Аномалии магнитного поля, являющиеся предметом изучения магниторазведки для решения различных геологических и иных задач, зависят от геометрических и магнитных свойств аномалиеобразующих объектов. И те, и другие изменяются достаточно прихотливо. Но если современные методы геометризации позволяют осуществлять аппроксимацию формы аномалиеобразующих объектов практически любой сложности, то по- иному обстоит дело с описанием магнитных свойств. На протяжении всей истории магниторазведки «при интерпретации (аномалий магнитного поля. – *В. Ф.*) искомый объект почти всегда принимается за однородно намагниченное тело или за совокупность однородно намагниченных тел. Это позволяет упростить аналитическую теорию интерпретации..., хотя результаты такой интерпретации являются приближёнными [152]».

Замечание составителей «Справочника геофизика» «почти» относится к небольшому количеству простых частных случаев. Вопрос же о степени приближения результатов интерпретации мало исследован, поскольку их не с чем сравнивать. Ведь, как следует из приведённой цитаты, эти результаты в основном получены для одного случая - однородного намагничивания аномалиеобразующих объектов.

Настоящая монография в какой-то степени восполняет этот пробел в теории и методике интерпретации аномалий магнитного поля. В ней обсуждаются следующие вопросы:

- анализ свойств неоднородной намагниченности и методов её вычисления на примерах моделей магнетитовых рудных тел железорудных месторождений Тагило-Кушвинского района на Урале;

- изучение влияния термодинамических факторов (давления и температуры) на величину магнитной восприимчивости и величину и направление вектора естественной остаточной намагниченности различной природы;

- оценка влияния неоднородной намагниченности на аномалии магнитных полей магнетитовых рудных тел и различных геологических структур;

- методы решения прямой задачи магниторазведки для неоднородно намагниченных объектов.

Автор сердечно благодарит Наталью Дмитриевну Вдовичак и Людмилу Васильевну Устьянцеву за подготовку рукописи монографии к печати.

# ГЛАВА I

## Обзор способов определения намагниченности

Одним из сложных моментов методики интерпретации аномалии магнитных полей железорудных месторождений является определение намагниченности рудных тел. Намагниченность рудного тела зависит от его формы, величины и особенностей изменения магнитной восприимчивости (при условии постоянства первичного намагничивающего поля и независимости от него магнитной восприимчивости).

Различают:

- 1) намагниченность однородных тел ( $\chi = \text{const}$ );
- 2) намагниченность неоднородных тел ( $\chi \neq \text{const}$ ).

Намагниченность однородных тел, в свою очередь, в зависимости от их формы и величины магнитной восприимчивости, можно разделить на однородную и неоднородную.

В соответствии с такой классификацией рассмотрим результаты экспериментальных и теоретических исследований по изучению намагничивания сильно магнитных объектов, а также способы вычисления намагниченности рудных тел.

### 1.1. Вычисление намагниченности однородных однородно намагниченных тел

Известно, что в однородном поле однородно намагничиваются только тела, ограниченные поверхностью второго порядка. Классическими работами, в которых исследована намагниченность этих тел, являются работы Бахурина И. М. [18]. Магнетитовые рудные тела по своей форме и распределению магнитных свойств далеки от однородных тел правильной формы. Тем не менее большинство исследователей при интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений с целью

упрощения полагают, что рудные тела намагничиваются однородно.

Андреев В. И. [14] на материалах Таштагольского железорудного месторождения предложил намагниченность рудных тел вычислять без учёта их формы по формуле

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0, \quad (1.1)$$

где  $\chi$  – магнитная восприимчивость;  $\vec{H}_0$  – напряженность намагничивающего поля.

Обоснованием такого подхода явилось наилучшее совпадение наблюдаемого поля и поля, рассчитанного от рудных тел при определении намагниченности по формуле (1.1).

В многочисленных работах Константинова Г. Н., Константиновой Л. С., их коллег и последователей [15, 51, 110 - 130, 162, 176, 196], посвящённых моделированию железорудных месторождений, также делается допущение об однородном намагничивании рудных тел. Для вычисления  $\vec{J}$  рудные тела аппроксимируются трёхосными эллипсоидами. При такой аппроксимации намагниченность определяется по формуле

$$\vec{J} = \frac{\chi \vec{H}_0}{1 + \chi N_i}, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1.2)$$

где  $N_i$  – коэффициенты размагничивания в направлении полуосей эллипсоида. Предложенная методика вычисления намагниченности была экспериментально проверена на модели параллелепипеда, изготовленного из дроблёного магнетита с  $\chi = 1,445$  ед. СИ [121]. Намагниченность модели, определённая по методу наименьших квадратов [113], сравнивалась с намагниченностью, рассчитанной исходя из аппроксимации параллелепипеда трёхосным эллипсоидом. Расхождение в значениях намагниченности, определённых различными методами, не превысило 8 %.

Если в работах Константиновых при вычислении намагниченности всё рудное тело целиком заменяется одним объектом

(трёхосным эллипсоидом), то в работах [28, 203] предлагается рудные тела представлять совокупностью однородно намагниченных параллелепипедов. Индуцированная намагниченность при этом определяется с помощью интегрального уравнения

$$\vec{J} = \chi \left\{ \vec{H}_0 + \text{grad} \int_V \left( \vec{J}_\Sigma \text{grad} \frac{1}{R} \right) dV \right\}, \quad (1.3)$$

где  $\vec{J}_\Sigma$  – суммарный вектор индуцированной и естественной остаточной\* намагниченностей;  $V$  – объем магнитоактивного объекта;  $R$  – расстояние между точкой измерения (вычисления) напряженности магнитного поля и произвольной точкой внутри магнитоактивного объекта.

В скалярной форме уравнение (1.3) записывается в виде

$$J_j = \chi \left( H_{0j} + \sum_{k=1}^3 N_{kj} J_{\Sigma k} \right),$$

где  $j$  и  $k$  обозначают одну из декартовых координат. Множители  $N_{kj}$  представляют собой вторые частные производные гравитационного потенциала и являются компонентами симметричного тензора размагничивания. При однородном намагничивании  $N_{kj}$  не зависят от координат точек тела, что справедливо только для объектов, ограниченных поверхностью второго порядка.

Допуская однородность намагничивания, уравнение (1.3) заменяется системой  $3M$  ( $M$  – число параллелепипедов, на которые разбивается тело) линейных, относительно искомого составляющих вектора  $\vec{J}$  уравнений. Но, как отмечено в работе [175], решение такой системы сопряжено с оперированием матрицами, содержащими порядка  $10^6$  элементов даже в случае вычисления намагниченности тел простой формы. Поэтому применение такого подхода для вычисления  $\vec{J}$  объектов сложной формы представляет большие трудности. Эти трудности частично

---

\* В дальнейшем остаточная намагниченность.

устраняются, если учитывать точно только влияние ближней окрестности тела к той точке, в которой определяется намагниченность. Влияние остальной части тела предлагается учитывать с помощью вектора эффективной намагниченности [175].

В более поздней своей работе Белоголов В. Т. и Соболев В. В. [29] предложили, исходя из уравнения (1.3), вычислять намагниченность тел сложной формы как среднюю по объёму тела.

Оба способа определения намагниченности [29, 203] были опробованы авторами на простейших моделях, состоящих из одного и двух параллелепипедов с  $\chi = 2,161$  ед. СИ, и дали хорошие результаты.

Следует отметить, что способ вычисления индуцированной намагниченности, предложенный в работе [203], используется некоторыми исследователями [164] для определения остаточной намагниченности. В этом случае при известных значениях  $\vec{J}$  система  $3M$  линейных уравнений решается относительно составляющих вектора остаточной намагниченности.

Выводы авторов упомянутых выше работ о справедливости приближённых способов вычисления намагниченности тел сложной формы при больших значениях магнитной восприимчивости являются нестрогими. Обратимся в связи с этим к работам Моховой Е. Н. [165] и Sharma P. V. [198].

Моховой Е. Н. [165] был проведен анализ намагничивания прямоугольной призмы квадратного сечения с  $\chi = \text{const}$ , намагниченной однородным внешним полем, направленным перпендикулярно к её основаниям. Для нахождения намагниченности было использовано интегральное уравнение

$$J_n(A) = \frac{\chi}{1 + 2\pi\chi} \left\{ \int_S \frac{J_n(M)}{R^2} \cos(\vec{R}, \vec{n}_A) dS - H_{0n}(A) \right\}, \quad (1.4)$$

где  $J_n(A)$  – нормальная составляющая вектора намагничивания на поверхности тела в точке  $A$ ;  $\vec{n}_A$  – нормаль к поверхности тела в точке  $A$ ;  $\vec{R}$  – расстояние между точками  $A$  и  $M$  на поверхно-

сти тела;  $H_{0n}$  – нормальная составляющая напряжённости внешнего намагничивающего поля;  $S$  – поверхность тела.

При однородном намагничивании  $J_n$ , как известно, постоянна, поэтому она выносится за знак интеграла, и её нахождение сводится к интегрированию правой и левой частей уравнения (1.4) по поверхности верхней и нижней граней призмы.

Из анализа, проведенного в работе [165], был сделан вывод о том, что для призматических тел не выполняется условие постоянства  $J_n$  на верхней и нижней гранях, и равенство равно нулю на боковых гранях. Отклонение намагниченности от однородной тем больше, чем больше магнитная восприимчивость. В работе не отмечается, до каких значений  $\chi$  намагниченность призмы можно считать однородной. Но на основании данных работы [97] сказано, что при  $\chi = 1,257$  ед. СИ на верхней грани призмы

$$\frac{|\max J_n| - |\min J_n|}{J_n} \approx 0,3.$$

Более определённые выводы о сложном характере намагничивания призматических тел сделаны в работе [198], где показано, что вычисление намагниченности призматических тел по аналогии с эллипсоидами, имеющими одинаковое отношение полуосей, приводит к большим ошибкам. Для более точного учёта размагничивающего фактора предложено вычислять средние значения коэффициентов размагничивания:

$$\bar{N}_i = -\frac{\bar{T}_{ii}}{4\pi},$$

$$\text{где } \bar{T}_{ii} = \frac{1}{V} \int_V T_{ii}(P) dP; \quad T_{ii} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \int_V \frac{1}{R} dQ, \quad i = 1, 2, 3$$

(в формулах сохранены обозначения оригинала).

Как видно из приведённых формул,  $T_{ii}$  представляет собой составляющие тензора размагничивания, а  $\bar{T}_{ii}$  есть среднее значение этих составляющих по объёму тела. Для призматических тел с различным отношением высоты призмы к её ширине были

рассчитаны коэффициенты  $\bar{N}_i$ . Эти коэффициенты сравнивались с соответствующими коэффициентами для эллипсоидов. Из сравнения был сделан вывод:

1) при  $\chi \leq 0,126$  ед. СИ размагничивающий фактор можно не учитывать;

2) при  $\chi = 0,126 \div 1,257$  ед. СИ размагничивающий фактор удовлетворительно учитывается средним коэффициентом размагничивания;

3) при  $\chi > 1,257$  ед. СИ размагничивающий фактор не может быть учтён вычислением средних коэффициентов размагничивания.

Сложный характер намагничивания тел, поверхность которых отличается от поверхности второго порядка, отмечается и в ряде других работ. В работе [12] указано, что при больших значениях магнитной восприимчивости коэффициенты  $N_i$  в формуле (1.2) не полностью отражают форму тела. На примере кругового цилиндра конечной длины, намагниченного параллельно образующей, качественно показано, что намагниченность в центре цилиндра больше, чем на его торцах [261].

В предположении однородного намагничивания для определения эффективной намагниченности широко используется метод подбора по известному геологическому разрезу и наблюдаемому магнитному полю. Величина и направление намагниченности находятся с помощью переопределённой системы линейных уравнений методом наименьших квадратов [92, 113, 197, 238] или методом последовательных приближений [31]. При определении намагниченности таким способом оптимальное число элементов, на которое разбивается моделируемый объект, не должно превышать 5 – 6. Это соответствует 15 – 18 неизвестным значениям составляющих вектора намагничивания. Большое число неизвестных приводит к тому, что решение системы уравнений становится неустойчивым. Поэтому метод подбора можно использовать для определения намагниченности тел простой формы.

В работах Зейгельмана М. С. [79 – 83], посвящённых методике и результатам интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений, также делается допущение об однородном характере намагничивания рудных тел. Однако способы вычисления намагниченности в этих работах не обсуждаются.

## **1.2. Экспериментальное и теоретическое исследования неоднородного намагничивания однородных тел**

Впервые наиболее полно и подробно неоднородный характер намагничивания сильно магнитных тел был экспериментально изучен Калашниковым А. Г. на моделях призмы и кругового цилиндра.

Измерения остаточной индукции вдоль направления намагничивающего поля, выполненные на призматических телах с различным содержанием магнетита (от 10 до 70 %), показали, что изменение остаточной индукции подчиняется параболическому закону [95]. Это обусловлено неоднородным характером намагничивания. Отсюда в работе был сделан практический вывод о том, что неоднородность намагничивания необходимо учитывать при интерпретации магнитных аномалий объектов с содержанием магнетита более 20 %. В работе [95] имеются ссылки на исследования Королькова А. Л. [131] и Чернышёва Е. Т. [249]. Корольковым А.Л. установлено, что распределение индукции в призмах подчиняется приблизительно квадратичному закону, а Чернышёв Е.Т. использовал этот факт для обнаружения магнитных неоднородностей сталей.

Остаточная индукция почти не измеряется в магниторазведке. Поэтому больший интерес представляет работа [96], в которой изучено распределение остаточной намагниченности в различных сечениях куба и кругового цилиндра, изготовленных из материала с  $\chi = 1,508$  ед. СИ и получивших остаточное намагничивание в поле напряжённостью 11937 А/м (рис. 1.1, 1.2).

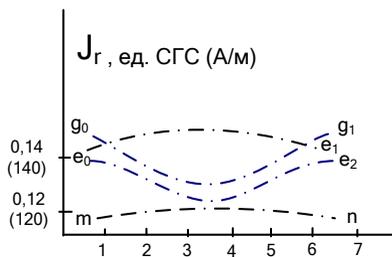
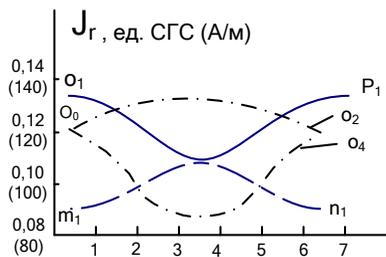
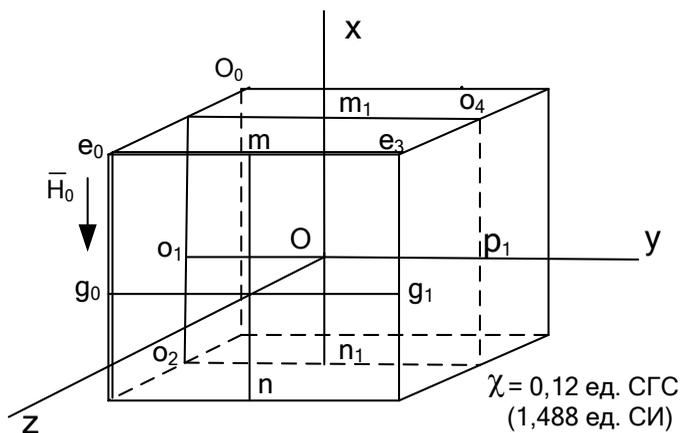


Рис. 1.1. Распределение остаточной намагниченности в кубе (по Калашникову А. Г. [96])

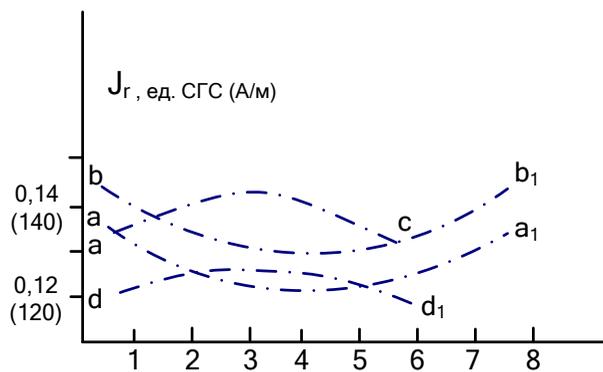
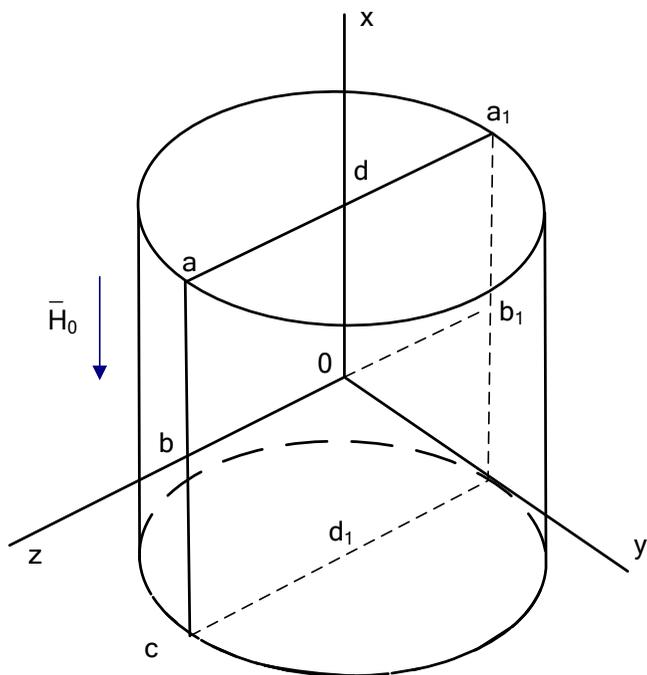


Рис. 1.2. Распределение остаточной намагниченности в цилиндре (по Калашникову А. Г. [96])

Результаты измерений показывают, что вектор  $\vec{J}_r$  не совпадает с направлением намагничивающего поля. Наибольшее расхождение в направлении  $\vec{J}_r$  и  $\vec{H}_0$  наблюдается на краях тела и достигает  $15^\circ$ . Величина намагниченности на боковых гранях куба и вдоль образующей цилиндра возрастает от основания тел к их середине. На основаниях куба и торцах цилиндра намагниченность уменьшается к центру оснований.

Экспериментальных исследований по изучению изменения индуцированной намагниченности в призматических телах не проводилось. Но в работе [166] отмечается, что магнитное поле, измеренное от индуктивно намагниченной призмы, и поле призмы, получившей остаточное намагничивание в поле напряжённостью  $11937 \text{ А/м}$ , похожи (рис. 1.3). Поскольку изменение остаточной намагниченности подчиняется параболическому закону [97], то и изменение индуцированной намагниченности было предложено описывать таким же законом.

Как же отражается в магнитном поле призмы неоднородный характер её намагничивания? Частично ответ на этот вопрос дают работы [97, 166]. В работе [97] на модели призмы из природного магнетита показано, что неоднородность намагничивания тем больше, чем больше  $\chi$  и чем больше тело вытянуто вдоль направления намагничивающего поля  $\vec{H}_0$ . В табл. 1.1, взятой из работы [97], даны отношения, вычисленные методом касательных, глубин залегания различных призм к их истинным глубинам.

Из данных табл. 1.1 видно, что с увеличением глубины залегания тела ошибка в её определении уменьшается с  $55 \%$  до  $18 \%$ . Отсюда был сделан вывод о том, что неоднородность намагничивания наиболее сильно сказывается при небольшой глубине залегания тела. Этот вывод в той же работе [97] подтверждён непосредственными измерениями поля на различной высоте над верхней гранью призмы. На рис. 1.4 показаны результаты измерения поля  $H_z$  для трёх различных по материалу кубов, по про-

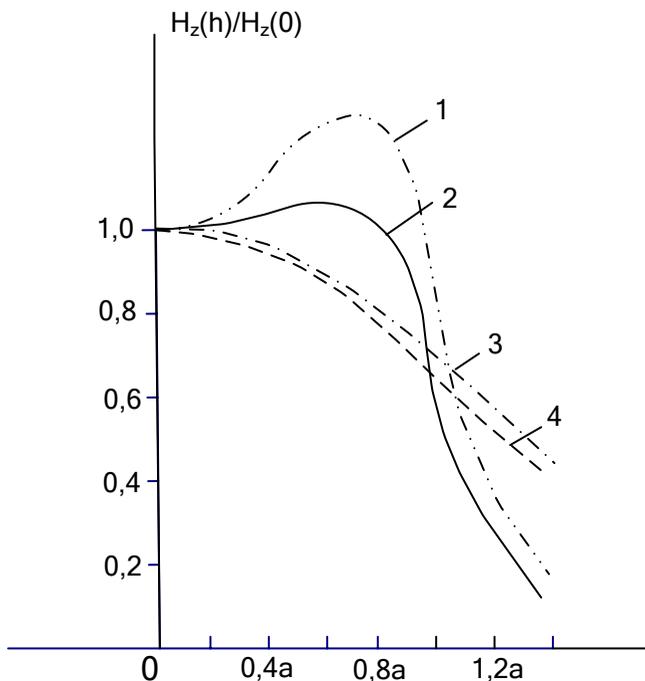


Рис. 1.3. Поле  $H_z$  куба при различных видах намагниченности (по Моховой Е. Н. [166]):

1, 3 – куб, характеризующийся остаточной намагниченностью;  
 2, 4 – куб, характеризующийся индукционной намагниченностью;  
 измерения 1, 2 выполнены на высоте  $h = 0,2 a$ ;  
 измерения 3, 4 выполнены на высоте  $h = a$ , где  $a$  – длина ребра куба

филю, проходящему на высоте  $0,5a$  ( $2a$  – длина ребра куба) от верхней грани тела. Аномалия куба из природного магнетита вследствие неоднородности намагничивания имеет седлообразную форму. При увеличении высоты измерения до  $0,75a$  седлообразность исчезает и аномалия становится близкой полю однородно намагниченного куба. На кривых  $\frac{H_z(h)}{H_z(0)}$  (рис. 1.5) ( $H_z(h)$  –

поле, измеренное на высоте  $h$  над центром верхней грани куба;  $H_z(0)$  – поле, измеренное в центре верхней грани куба) наибольшие отличия в величине полей также наблюдаются на расстояниях, сопоставимых с длиной ребра куба.

Таблица 1.1

**Влияние неоднородности намагничивания  
на точность определения глубины залегания призмы**

Призма	Истинная глубина залегания призмы, см		
	1	2	3
	Отношение глубины залегания призмы, определённой методом касательных, к истинной глубине		
70 % магнетита	1,38	–	–
Природный магнетит	1,55	1,20	1,18
Сталь	1,34	1,20	1,18

В работе [166] решена прямая задача для прямоугольной призмы при параболическом законе изменения намагниченности в пределах граней. Из анализа теоретических аномалий (рис. 1.6) был сделан вывод:

- 1) при  $\chi > 0,126$  ед. СИ неоднородностью намагничивания пренебрегать нельзя;
- 2) неоднородность намагничивания проявляется в поле объекта на расстояниях, сопоставимых с его поперечными размерами.

Первой и, по существу, единственной работой, в которой было рассмотрено изменение намагниченности по поверхности геологического объекта (рудное тело железистых кварцитов Щигровского железорудного месторождения в форме наклонно-

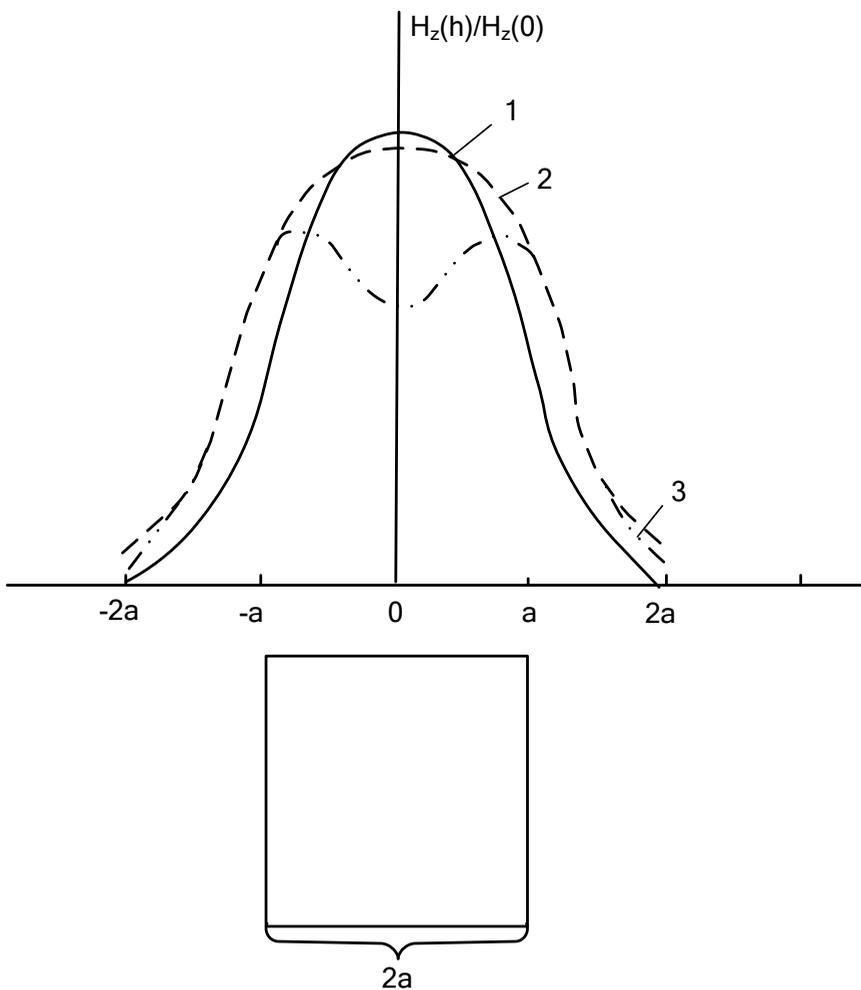


Рис. 1.4. Поле  $H_z$  однородно и неоднородно намагниченного куба (по Калашникову А. Г. [97]):  
 1 – однородно намагниченный куб (теоретическая модель);  
 2 – куб, на 70 % состоящий из магнетита;  
 3 – куб из природного магнетита

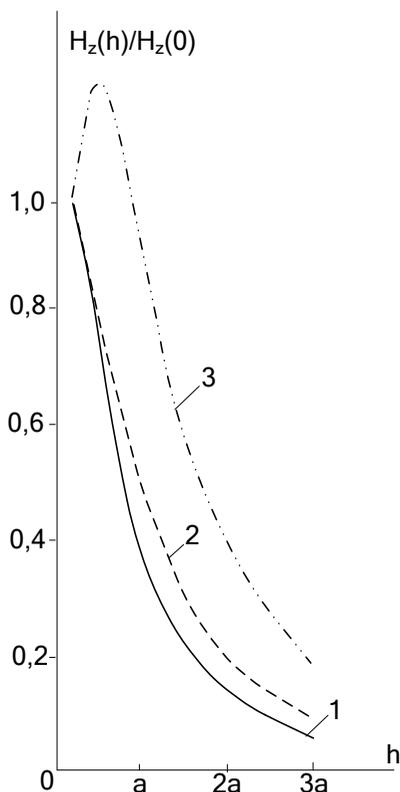


Рис. 1.5. Изменение поля  $H_z$  над центром куба при различных условиях намагничивания (по Калашникову А. Г. [97]) (условные обозначения см. на рис. 1.4)

го двухмерного пласта), является работа Девицина В. М., Лапиной М. И. и др. [70]. Нормальная составляющая вектора намагничивания  $J_n$  на поверхности пласта была найдена путем решения уравнения (1.4) методом последовательных приближений. Если изменение намагниченности на поверхности прямоугольной призмы может быть описано полиномом степени не выше второй, то изменение намагниченности на поверхности наклонного пласта описывается полиномом пятой степени (рис. 1.7).

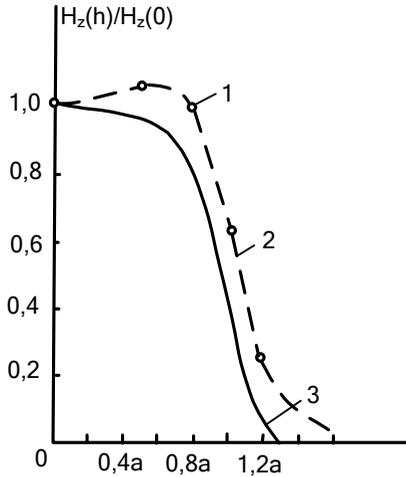


Рис. 1.6. Поле  $H_z$  однородно и неоднородно намагниченного куба с ребром  $2a$ , измеренное на высоте  $h = a$  (по Моховой Е. Н. [166]):  
 1 – однородно намагниченный куб (теоретическая модель);  
 2 – поле, рассчитанное в предположении параболического закона изменения намагниченности;  
 3 – измеренное поле

Для наклонного неоднородно намагниченного пласта в работе [70] решена прямая задача, и на теоретических кривых поля  $H_z$  авторы провели анализ погрешностей определения параметров тела методом касательных и характерных точек. Анализ показал, что при неоднородном намагничивании глубина залегания верхней кромки пласта определяется с ошибкой более 20 %. Поскольку поперечные размеры анализируемых в работе тел много меньше глубины залегания верхней кромки, то из сопоставления погрешностей, полученных в работе [70], с погрешностями, приведёнными в [97], вновь следует, что неоднородность

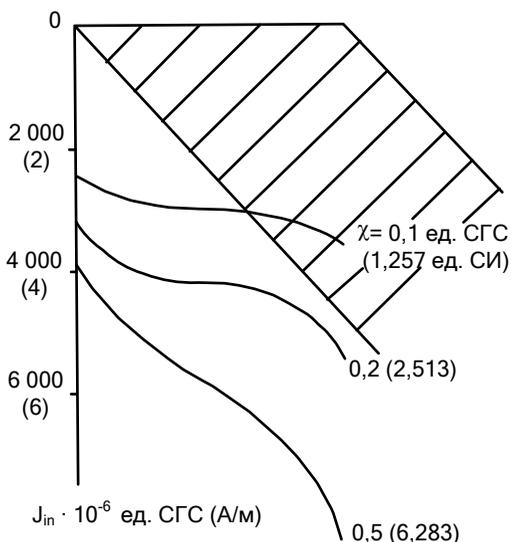


Рис.1.7. Изменение нормальной составляющей намагниченности на верхней кромке пласта (по Девицину В. М. и др. [70])

намагничивания проявляется в поле на расстояниях, сопоставимых с поперечными размерами объекта.

В отличие от тел простой формы (призма, наклонный пласт и др.), описать изменение намагниченности реальных рудных тел аналитическими выражениями сложно. Эффективным способом вычисления намагниченности сильно магнитных геологических объектов является численное решение уравнения (1.4). Этот способ определения намагниченности известен давно. Но применялся он при решении задач для тел простой формы: шар, эллипсоид, двухмерный вертикальный пласт, двуслойная среда [35, 63, 236], упомянутый выше двухмерный наклонный пласт [70].

Впервые эффективный численный метод решения интегрального уравнения (1.4) для двухмерных тел произвольного сечения был предложен в работе [228], где показано, что уравнение (1.4) для тел с  $\chi = 6,283 \div 12,566$  ед. СИ и невыпуклой

формы необходимо решать  $P$ -шаговым методом наискорейшего спуска. На примерах полей тел складкообразной формы было обращено внимание на важность учёта неоднородности намагничивания при интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений.

Другой подход к вычислению намагниченности тел сложной формы изложен в работах [239 – 241]. Магнитоактивный объект заменяется совокупностью однородно намагниченных тел правильной формы. Последовательно учитывая взаимное влияние элементарных тел, производят вычисление эффективной намагниченности всего объекта. Недостатком такого подхода, как отмечено в работе [228], является медленная сходимость итерационного процесса, особенно при больших значениях магнитной восприимчивости.

В работе [32] предлагается объект заменять совокупностью однородно намагниченных круговых цилиндров (магнитных диполей). С помощью рекуррентных соотношений, учитывая их взаимное влияние, определяют составляющие магнитных моментов элементарных цилиндров. Разработано два алгоритма решения задачи. Точный алгоритм применяется для тел, которые можно заменять небольшим числом цилиндров, так как число вторичных эффектов при взаимном влиянии диполей на  $k$ -м этапе приближения определяется числом  $n(n-1)^k$ , где  $n$  – число диполей. Специальные приёмы позволяют оборвать расчёты на 5 – 6 приближениях. Приближённый алгоритм даёт возможность сократить число приближений. При интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений эти алгоритмы реализовать пока трудно. Количество вторичных эффектов, которые нужно будет вычислить, составит огромное число. Так, например, если тело представить 10 диполями (модель месторождения будет состоять из десятков и сотен диполей), то при использовании точного алгоритма число вторичных эффектов составит от 5 904 900 000 до 531 441 000 000.

С помощью алгоритма, описанного в работе [32] Страховым В. Н. и Блохом Ю. И. [214], выполнен анализ гармониче-

ских моментов моделей двухмерных тел с учётом и без учёта неоднородности индуцированного намагничивания. Расчёты показали, что наиболее сильно неоднородность намагничивания сказывается на определении нулевого момента. При её неучёте ошибка в вычислении этого момента в зависимости от магнитной восприимчивости и вытянутости тела по отношению к внешнему намагничивающему полю может достигать сотен процентов. Влияние размагничивания на определение моментов более высоких порядков незначительно.

Своеобразный приближённый способ вычисления неоднородной намагниченности неглубоко залегающих тел предложен Константиновым Г. Н. [123]. Моделируемый объект аппроксимируется совокупностью тонких пластов мощностью  $2b$ . Исходя из однородности намагничивания объекта, решая методом наименьших квадратов систему линейных уравнений, находят составляющие вектора намагничивания. Вычисляя поле модели, определяют среднюю квадратическую ошибку соответствия вычисленного поля наблюдаемому. Эта ошибка объясняется несовпадением вычисленной и истинной неоднородной намагниченностей каждого пласта. Минимизация этой ошибки осуществляется путём изменения мощности пластов  $2b_i$ . По завершении подбора однородная намагниченность пересчитывается в неоднородную по формуле

$$J_i = J \frac{2b_i}{2b},$$

где  $i$  – номер пласта.

Важные теоретические результаты получены Цирульским А. В. и Мартышко П. С. [243]. Ими показано, что интегральное уравнение (1.4) идентично некоторой краевой задаче, и в достаточно широком классе потенциалов двухмерная обратная задача магниторазведки с учётом размагничивания сводится к решению системы трансцендентных уравнений. Но авторы отмечают проблематичность использования полученных результатов для количественной интерпретации магнитных аномалий трёхмерных объектов.

Трудности определения намагниченности сильно магнитных объектов, трудности вычисления полей таких объектов способствовали развитию метода физического моделирования при интерпретации аномалий. Впервые этот метод был применён для интерпретации Щигровской магнитной аномалии [98, 99]. Геометрические параметры модели пласта железистых кварцитов были определены по данным бурения и в процессе эксперимента не менялись. Совпадения наблюдаемого и вычисленного полей добивались путём изменения намагниченности модели. Моделирование дало хорошие результаты, но использовать его можно было только для тел простой формы. Сложности в построении моделей рудных тел не способствовали широкому распространению этого метода.

Интерес к физическому моделированию возрос в связи с созданием более совершенных технических средств, в частности, установки МУСГ-1 [2]. Однако с помощью этой установки задача интерпретации аномалий в рудной магниторазведке решается только для двухмерных тел. Результаты такой интерпретации аномалий могут использоваться лишь в виде нулевого приближения [3]. Интересные данные о моделировании поля синклинальной складки с помощью установки МУСГ-1 приведены в работе [2]. Авторы отмечают изменение величины и направления вектора намагничивания в различных частях тела и приходят к выводу о необходимости учёта неоднородности намагничивания тел сложной формы.

### 1.3. Вычисление намагниченности неоднородных тел

Известно, что неоднородные тела характеризуются объёмными зарядами с плотностью [181]:

$$\rho = -\operatorname{div} \bar{J} = \frac{\mu - 1}{\mu} \left( \bar{J} \operatorname{grad} \frac{\mu}{\mu - 1} \right), \quad (1.5)$$

где  $\mu$  - магнитная проницаемость, равная  $1 + 4\pi\chi(x, y, z)$  в системе ед. СГС или  $1 + \chi(x, y, z)$  - в системе ед. СИ,

$$\operatorname{div} \vec{J} = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} .$$

Потенциал поля, создаваемый этими зарядами, определяется выражением

$$U_{\text{об}} = - \int_V \frac{\operatorname{div} \vec{J}}{R} dV .$$

В большинстве работ, посвящённых изучению неоднородных тел, полагают, что направление изменения намагниченности перпендикулярно направлению намагничивающего поля, например,

$$J_x = J_y = 0 , J_z = f(x) , \text{ поэтому } \operatorname{div} \vec{J} = 0 , U_{\text{об}} = 0 ;$$

и рассматриваются объекты простой формы с  $\chi < 0,126$  ед. СИ. При таких значениях магнитной восприимчивости намагниченность определяется по формуле (1.1).

Одной из первых работ, в которой выполнено исследование намагниченности и магнитного поля неоднородного тела в форме безграничного горизонтального пласта конечной мощности, является работа Булашевича Ю. П. [37]. В этой работе рассмотрен случай, когда  $\chi$ , изменяющаяся в горизонтальном направлении, описывается синусоидальным законом. Впоследствии содержание этой работы, получившей название магнитной задачи Булашевича, было обобщено и приложено к анализу магнитных полей титаномагнетитовых месторождений Среднего Урала [101].

В пределах Тагильского габброидного массива установлено, что магнитная восприимчивость и намагниченность пород в горизонтальном направлении изменяются по закону типа нормального [221].

На некоторых интрузиях Восточного Забайкалья отмечается линейное возрастание магнитных свойств пород от центральной части массивов к их периферии [23].

Изменение магнитных свойств пород в горизонтальном направлении при вертикальном намагничивании установлено на редкометалльных месторождениях [30, 84, 163, 204, 205]. Распределение магнитной восприимчивости и намагниченности предложено описывать линейным законом. При таком законе изменения намагниченности решена прямая задача для вертикального пласта и кругового цилиндра [41, 206, 207].

Намагничивание неоднородных объектов с  $\chi > 0,126$  ед. СИ происходит значительно сложнее. Поэтому для упрощения при интерпретации магнитных полей железорудных месторождений рудные тела полагаются однородными. Часто неоднородный объект разбивают на несколько частей, в пределах которых магнитные свойства принимаются однородными и скачкообразно изменяются при переходе от одной части тела к другой.

Наиболее подробно в настоящее время разработана теория намагничивания сильно магнитных анизотропных рудных тел месторождений метаморфогенной железорудной формации [33, 77, 78, 219]. Предложено два подхода к вычислению намагниченности и магнитного поля анизотропных рудных тел.

Первый подход изложен в работах Завойского В. И. [77, 78, 219]. Магнитная восприимчивость тела описывается тензором восприимчивости, главные значения которого представляют собой магнитную восприимчивость вдоль и поперёк слоистости руды. Остаточная намагниченность характеризуется тензором необратимой восприимчивости. Намагниченность вычисляется без учёта формы тела по формуле (1.1)

$$\vec{J} = \dot{\chi} \vec{H}_0 ,$$

где  $\dot{\chi}$  – тензор суммарной восприимчивости. Плотность поверхностных масс определяется как проекция вектора  $\vec{J}$  на нормаль к поверхности тела. Плотность объёмных масс

$$\rho = -\operatorname{div} \vec{J} = -\operatorname{div} \dot{\chi} \vec{H}_0 = -(\operatorname{grad} \dot{\chi} \vec{H}_0) - \dot{\chi} \operatorname{div} \vec{H}_0 .$$

Поскольку поле  $\vec{H}_0$  постоянно, то  $\operatorname{div}\vec{H}_0 = 0$  и

$$\rho = -(\operatorname{grad} \chi \vec{H}_0).$$

Главные значения тензора восприимчивости полагаются постоянными. Поэтому дивергенция тензора будет обусловлена поворотом эллипсоида восприимчивости, т. е. объёмные заряды возникают вследствие кривизны слоистости руд. В работе [77] показано, что величина  $\rho$  больше там, где кривизна слоистости больше. Количество масс объёмных зарядов в некоторых случаях может быть соизмеримо с количеством поверхностных.

Определение намагничённости анизотропных руд без учёта размагничивания обосновано в работах [77, 78, 219] только простотой вычисления. Но это далеко не так. В работе [33] излагается теория второго подхода вычисления намагничённости анизотропных тел с учётом их формы.

Как и в случае однородных тел [32], анизотропный объект заменяется совокупностью однородно намагничённых горизонтальных круговых цилиндров одинакового радиуса. Затем вычисляются эффективные магнитные моменты с учётом взаимного влияния и анизотропии магнитной восприимчивости. На основании результатов расчётов в работе [33] сделан вывод о значительном вкладе размагничивания в магнитное поле анизотропных тел и о необходимости его учёта (рис. 1.8).

Из проведенного анализа следует:

1) в настоящее время большинство исследователей при интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений полагают, что рудные тела намагничиваются однородно. Такое допущение делается с целью упрощения вычисления намагничённости. Авторы работ почти не оценивают области применимости предлагаемых ими способов определения намагничённости. Способы вычисления намагничённости и способы аппроксимации формы рудных тел не связаны между собой;

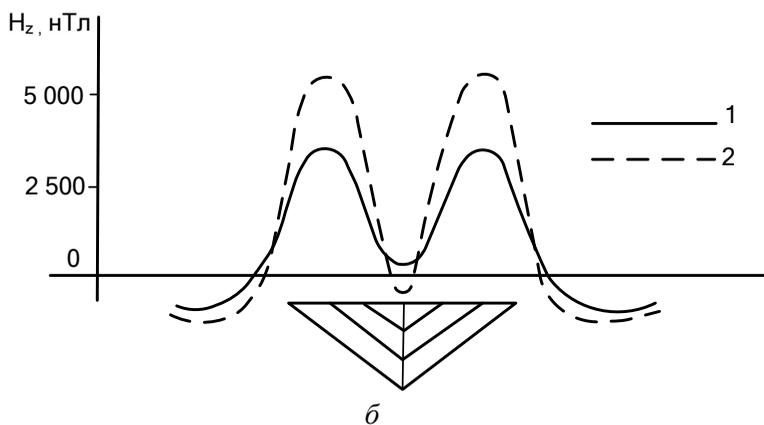
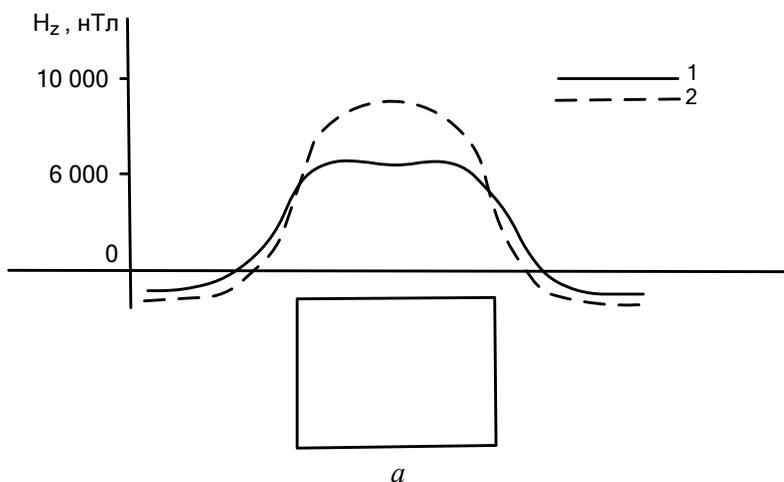


Рис. 1.8. Поле  $H_z$  модели двухмерного тела квадратного сечения с горизонтальной слоистостью (а) и корня пенеупли-зированной складки (б) (по Блоху Ю. И. [33]):  
 1 – с учётом размагничивания;  
 2 – без учёта размагничивания

2) экспериментальные и теоретические исследования, выполненные на моделях, показывают, что тела, ограниченные поверхностью, отличающейся от поверхности второго порядка, намагничиваются при  $\chi > 0,126$  ед. СИ неоднородно. Установлены закономерности изменения остаточной и индуцированной намагниченностей и характер проявления этих изменений в магнитном поле объекта. Однако объём таких исследований мал, проведены они на небольшом круге тел простой формы при единичных значениях магнитной восприимчивости;

3) теория вычисления намагниченности неоднородных объектов удовлетворительно разработана только для анизотропных рудных тел.

## ГЛАВА II

### Намагничивание однородных сильно магнитных тел сложной формы в однородном поле [229]

#### 2.1. Намагничивание призматических тел

Из обзора методов вычисления намагниченности следует, что экспериментальное и теоретическое изучение намагничивания сильно магнитных объектов выполнено в основном для небольшого круга тел простой формы (прямоугольная призма, круговой цилиндр, наклонный двухмерный пласт) при единичных значениях магнитной восприимчивости. В связи с задачами интерпретации аномалий магнитных полей магнетитовых месторождений в Тагило-Кушвинском районе важным является исследование намагничивания объектов, близких по форме к рудным телам.

К настоящему времени наиболее подробно исследовано намагничивание прямоугольной призмы. Поэтому теоретический анализ намагничивания рудных тел предварим исследованием намагничивания призматических объектов.

Теоретические исследования намагничивания однородных сильно магнитных объектов можно выполнить, используя уравнение (1.3) или (1.4). Уравнение (1.3), как отмечалось, позволяя вычислять намагниченность по всему объёму тела, уравнение (1.4) – только по поверхности. Поэтому изучение намагничивания проведено с помощью уравнения (1.3).

##### 2.1.1. Намагничивание прямоугольной призмы

Допустим, что прямоугольная призма (рис. 2.1, *a*) намагничена однородно полем  $\vec{H}_0$ , направленным вдоль оси  $z$ . Тогда намагниченность на верхней грани будет постоянной и равной –

$J$ , а на нижней  $J$ . Намагниченность на боковых гранях положим равной нулю. Уравнение (1.3) запишем в следующем виде:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 + \chi \text{grad}(U_1 + U_2) = \chi \vec{H}_0 + \chi \text{grad}U, \quad (2.1)$$

где  $U_1$  и  $U_2$  – потенциалы поля, создаваемого в произвольной точке тела  $P(\xi, \eta, \zeta)$  зарядами, индуцированными на верхней и нижней гранях;  $U$  – суммарный потенциал. Поскольку намагниченность принята постоянной, то  $\vec{J}$  можно вынести за знак grad. Тогда

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 + \chi J \text{grad}U'$$

или

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 + \chi \vec{J} \text{grad}_l U',$$

где  $l$  – направление вектора  $\vec{J}$  в точке  $P$ .

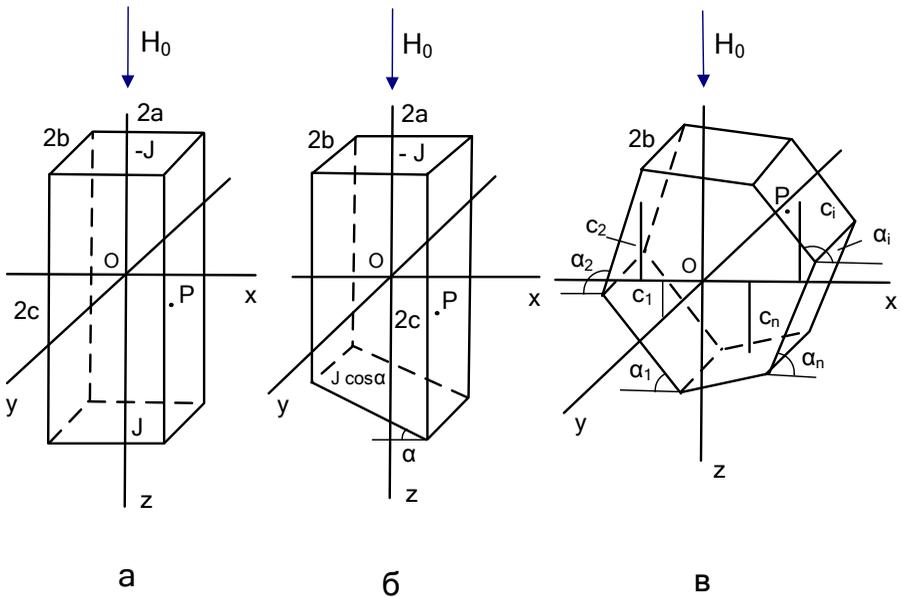


Рис. 2.1. Пояснение к выводу формул намагничивания призматических тел

В работе [96] на модели куба было показано, что наибольшее отклонение вектора намагничивания от направления намагничивающего поля наблюдается на краях тела. Угол между векторами достигает здесь  $15^\circ$ . В основном же различие в направлениях векторов невелико и составляет первые градусы. Поэтому для упрощения в последней формуле направление  $l$  заменим на направление  $z$  (по условию намагничивающее поле направлено вдоль оси  $z$ ). Тогда

$$\vec{J} \approx \chi \vec{H}_0 + \chi \vec{J} \operatorname{grad}_z U'. \quad (2.2)$$

На оси тела и в его среднем сечении направление вектора  $\vec{H}_0$  совпадает по направлению с вектором  $\vec{J}$ . В этих частях объекта формула (2.1) будет точной.

Потенциалы  $U_1$  и  $U_2$ , создаваемые в точке  $P$  зарядами на верхней и нижней гранях, соответственно

$$U_1(P) = -J \int_{-a-b}^a \int_{-b}^b \frac{dx dy}{R_1}; \quad (2.3)$$

$$U_2(P) = J \int_{-a-b}^a \int_{-b}^b \frac{dx dy}{R_2}, \quad (2.4)$$

где  $R_1 = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c + \zeta)^2]^{\frac{1}{2}}$ ;

$R_2 = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c - \zeta)^2]^{\frac{1}{2}}$ .

Выполняя интегрирование и вычисляя  $\operatorname{grad}_z U'$ , получим после подстановки пределов интегрирования:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 - 4\pi\chi \vec{J} +$$

$$\begin{aligned}
& + \chi \bar{J} \left\{ \arctg \frac{(c + \zeta) \left[ (a - \xi)^2 + (b - \eta)^2 + (c + \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(a - \xi)(b - \eta)} + \right. \\
& + \arctg \frac{(c + \zeta) \left[ (a + \xi)^2 + (b - \eta)^2 + (c + \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(a + \xi)(b - \eta)} + \\
& + \arctg \frac{(c + \zeta) \left[ (a - \xi)^2 + (b + \eta)^2 + (c + \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(a - \xi)(b + \eta)} + \\
& + \arctg \frac{(c + \zeta) \left[ (a + \xi)^2 + (b + \eta)^2 + (c + \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(a + \xi)(b + \eta)} + \\
& + \arctg \frac{(c - \zeta) \left[ (a - \xi)^2 + (b - \eta)^2 + (c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(a - \xi)(b - \eta)} + \\
& + \arctg \frac{(c - \zeta) \left[ (a + \xi)^2 + (b - \eta)^2 + (c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(a + \xi)(b - \eta)} + \\
& + \arctg \frac{(c - \zeta) \left[ (a - \xi)^2 + (b + \eta)^2 + (c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(a - \xi)(b + \eta)} + \\
& \left. + \arctg \frac{(c - \zeta) \left[ (a + \xi)^2 + (b + \eta)^2 + (c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(a + \xi)(b + \eta)} \right\}. \tag{2.5}
\end{aligned}$$

Из уравнения (2.5) следует, что намагничённость прямоугольной призмы не постоянна, так как правая часть уравнения зависит от координат точки  $P$ .

С помощью уравнения (2.5) была рассчитана намагничённость в приповерхностном слое призматических тел с различной магнитной восприимчивостью и различным соотношением сторон. На рис. 2.2 приведён пример изменения намагничённости в приповерхностном слое куба. Расчёты подтверждают результа-

ты ранее выполненных экспериментальных и теоретических исследований о намагничивании призм [96, 97, 166]. В пределах верхней (нижней) грани намагниченность возрастает от центра грани к её краю. На боковых гранях, наоборот, наблюдается возрастание намагниченности к центру грани. Наиболее сильно изменение намагниченности происходит на боковых гранях. Так, для куба с  $\chi = 2,513$  ед. СИ изменение величины намагниченности в пределах верхней грани составляет 1 %, а боковой – 35 %. Призмы, вытянутые вдоль направления намагничивающего поля  $\vec{H}_0$ , намагничиваются более неоднородно, чем призмы, вытянутые в поперечном направлении. Для призм с  $\chi = 0,503$  ед. СИ при любом соотношении сторон изменение намагниченности не превышает 10 – 15 %. Поэтому такие призматические тела можно рассматривать как однородно намагниченные.

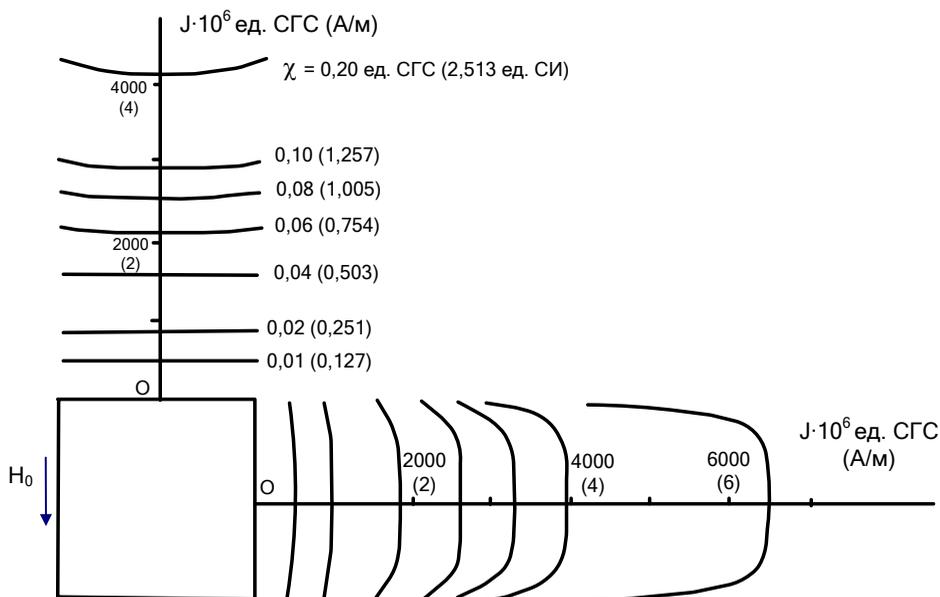


Рис. 2.2. Изменение намагниченности в приповерхностном слое куба

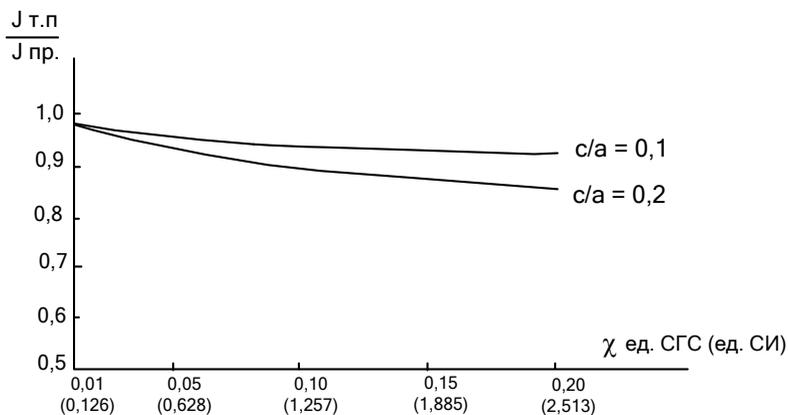
Формула (2.5) в частных случаях переходит в известные выражения намагничивания однородно намагниченных тел правильной формы. При моделировании для упрощения вычисления намагниченности широко используется аппроксимация рудных тел телами правильной формы. На примере призмы можно частично исследовать возможности такого подхода определения намагниченности. Поскольку значение намагниченности в этом случае относится к центру аппроксимирующего объекта, то, полагая  $\xi = \eta = \zeta = 0$ , получим выражение для вычисления  $\vec{J}$  в центре призмы:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 - 4\pi\chi \vec{J} + 8\chi \vec{J} \operatorname{arctg} \frac{c\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{ab}, \quad (2.6)$$

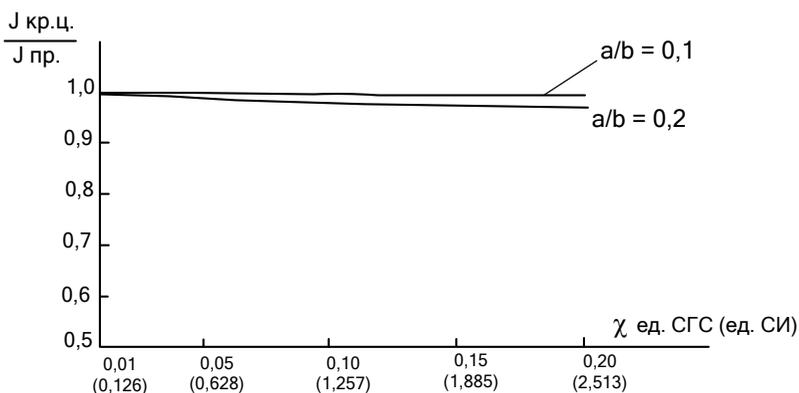
из которого следует:

- 1) при  $\frac{c}{a} \rightarrow 0$  ( $a = b$ )  $\vec{J} = \frac{\chi \vec{H}_0}{1 + 4\pi\chi}$  – тонкая пластина;
- 2) при  $\frac{a}{b} \rightarrow 0$  ( $a = c$ )  $\vec{J} = \frac{\chi \vec{H}_0}{1 + 2\pi\chi}$  – круговой цилиндр;
- 3) при  $\frac{a}{c} \rightarrow 0$  ( $a = b$ )  $\vec{J} = \chi \vec{H}_0$  – длинный стержень;
- 4) при  $a = b = c$   $\vec{J} = \frac{\chi \vec{H}_0}{1 + \frac{4}{3}\pi\chi}$  – шар,

т. е. в центре куб намагничивается как шар независимо от длины ребра.



а



б

Рис. 2.3. Соотношение намагниченностей тонкой пластины, кругового цилиндра и прямоугольной призмы:  
*a* - тонкая пластина; *б* - круговой цилиндр

Несложные расчёты позволяют установить соотношения в размерах рёбер призм, при которых они с малой погрешностью могут заменяться одноордно намагничивающимися объек-

тами. На рис. 2.3,  $a$ ,  $b$  расчёты по формуле (2.6) представлены в виде графиков, из которых следует:

1) при  $\frac{c}{a} \leq 0,1$  и  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ разница в намагниченностях, определённых по формуле (2.6) и по формуле для тонкой пластины, не превышает 7 %;

2) при  $\frac{a}{b} \leq 0,2$  и том же значении магнитной восприимчивости разница в намагниченностях, определённых по формуле (2.6) и по формуле для кругового цилиндра, ещё меньше, она составляет 1,5 %;

3) при  $\frac{a}{c} \leq 0,1$  и  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ намагниченность призмы на 2 % отличается от намагниченности длинного стержня.

Андреев В. И. [14] при анализе материалов магнитной съёмки Таштагольского месторождения предложил вычислять намагниченность, не учитывая форму рудных тел. К такому выводу он пришёл, получив наилучшее совпадение наблюдаемого и рассчитанного полей, определяя намагниченность по формуле (1.1). Рудные тела Таштагольского месторождения представляют собой крутопадающие столбообразные и пластообразные залежи. Размеры тел по падению в 10 и более раз превосходят поперечные размеры,  $\chi = 2,136$  ед. СИ. Отсюда после несложных расчётов по формуле (2.6) следует, что намагниченность таких объектов действительно можно определять без учёта их формы.

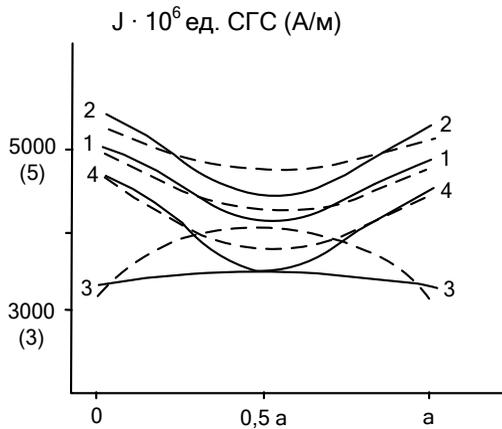
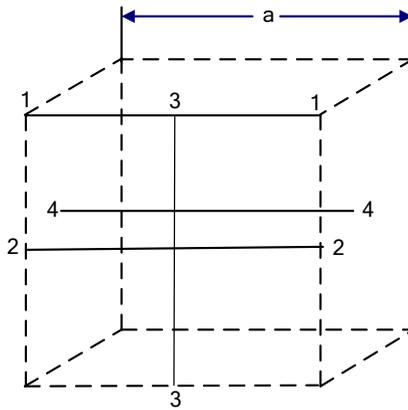


Рис. 2.4. Изменение остаточной (сплошная кривая) и индукционной (пунктирная кривая) намагниченностей в различных сечениях куба

В главе I отмечалось, что экспериментальных и теоретических исследований по изучению индуктивного намагничивания прямоугольных призм не проводилось. Вывод о близости законов изменения остаточной и индуктивной намагниченностей Моховой Е. Н. [166] был сделан косвенно, из сопоставления магнитных полей индуктивно намагниченной призмы и такой же призмы, получившей остаточное намагничивание. Вывод

формулы (2.5) восполняет этот пробел. Для модели куба, взятой из работы [96], по формуле (2.5) была рассчитана индуктивная намагниченность в различных сечениях тела и сопоставлена с остаточной, измеренной в тех же сечениях. Результаты сопоставления приведены на рис. 2.4 и показывают близость законов изменения обоих видов намагниченности.

### 2.1.2. Намагничивание призм с наклонным основанием

Усложним форму прямоугольной призмы, наклонив её нижнее основание под углом  $\alpha$  (см. рис. 2.1, б). Как и в п. 2.1.1, будем полагать, что тело намагничено однородно полем  $\vec{H}_0$ . Намагниченность верхней грани примем равной  $-J$ , нижней  $J \cos \alpha$ . Потенциал  $U_1(P)$ , создаваемый в точке  $P$  зарядами верхней грани, описывается выражением (2.3). Потенциал  $U_2(P)$

$$U_2(P) = J \cos \alpha \int_{-a-b}^a \int_{-a-b}^b \frac{dS}{R_2} = J \int_{-a-b}^a \int_{-a-b}^b \frac{dx dy}{R_2}, \quad (2.7)$$

где  $dS = \frac{dx dy}{\cos \alpha}$ ,  $R_2 = \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c - \zeta + x \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ .

Вычисляя интеграл в выражении (2.7) и подставляя в формулу (2.2), получим искомое уравнение намагничивания призмы с наклонным нижним основанием:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 - \chi \vec{J} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{(x - \xi)(y - \eta)}{(c + \zeta)R_1} + \right. \\ \left. + \cos^2 \alpha \left[ \operatorname{arctg} \frac{[\sec^2 \alpha x - \xi + (c - \zeta) \operatorname{tg} \alpha](y - \eta)}{(c - \zeta + \xi \operatorname{tg} \alpha)R_2} + \right. \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \ln \left| \frac{y - \eta + R_2}{y - \eta - R_2} \right| \Bigg] \Bigg\} \Bigg|_{-a, -b}^{a, b}. \quad (2.8)$$

При  $\alpha = 0^\circ$  уравнение (2.8) переходит в уравнение намагничивания прямоугольной призмы (2.5).

С помощью уравнения (2.8) была вычислена намагниченность в приповерхностном слое призм с различной  $\chi$ , различными углами наклона  $\alpha$  и различным соотношением сторон. На рис. 2.5, 2.6 приведены кривые изменения намагниченности в призмах с углами наклона нижней грани, равными  $30$  и  $60^\circ$ .

Из расчётов следует, что асимметрия в форме тела усложняет характер намагниченности. Менее всего намагниченность изменяется на горизонтальной верхней грани ( $2 - 4\%$ ). Наибольшее изменение намагниченности наблюдается на боковых и наклонной нижней гранях (до  $50\%$ ). Вблизи ребра тупого угла, образованного нижней и боковой гранями, в некоторых случаях  $J \rightarrow \infty$ . Это обусловлено приближённостью уравнения (2.8). На самом деле намагниченность не может быть больше намагниченности насыщения  $\vec{J}_S = \chi \vec{H}_0$ . Такое своеобразие в поведении намагниченности отмечается и в работе [70].

При любых значениях геометрических параметров призм для  $\chi \leq 0,503$  ед. СИ изменение намагниченности не превышает  $10 - 15\%$ . Призматические тела с такими значениями магнитной восприимчивости можно считать однородно намагниченными.

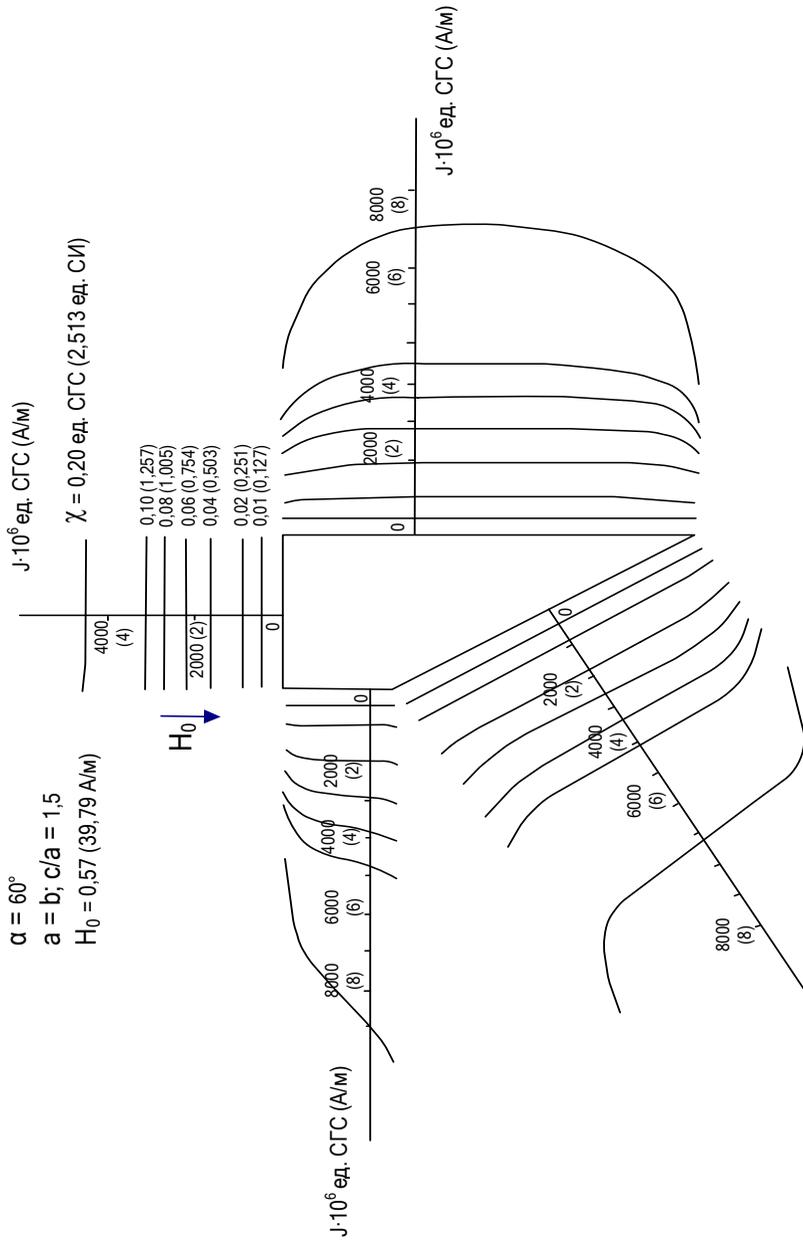


Рис. 2.5. Изменение намагниченности в приповерхностном слое призмы с наклонным основанием ( $\alpha=60^\circ$ )

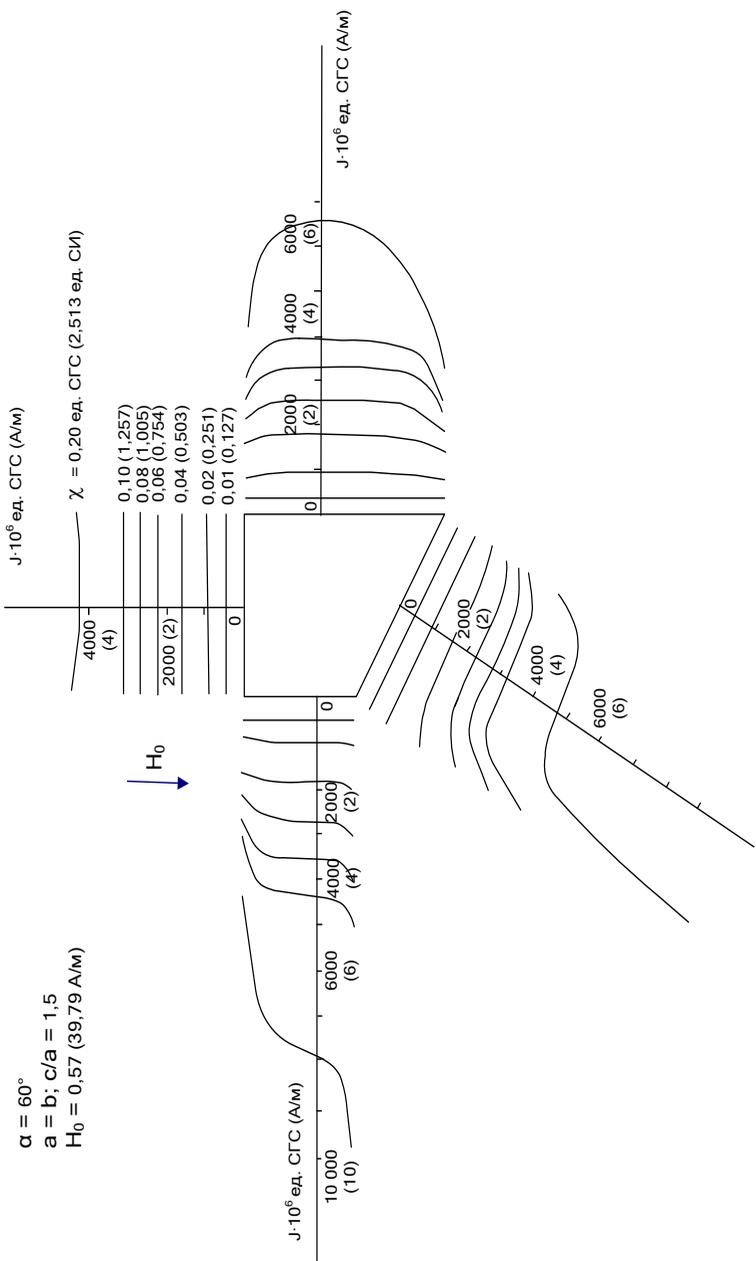


Рис. 2.6. Изменение намагниченности в приповерхностном слое призмы с наклонным основанием ( $\alpha=30^\circ$ )

Значения геометрических параметров призм, при которых они могут быть уподоблены однородно намагниченному объекту простой формы, проанализируем, как и в п. 2.1.1, для точки с координатами  $\xi = \eta = \zeta = 0$ . В этом случае уравнение (2.8) приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & 2\chi \vec{J} \left\{ 2 \operatorname{arctg} \frac{ab}{c\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} + \right. \\
 & + \cos^2 \alpha \left[ \operatorname{arctg} \frac{(\sec^2 \alpha a + c \cdot \operatorname{tg} \alpha)b}{c\sqrt{a^2 + b^2 + (c + a \operatorname{tg} \alpha)^2}} - \operatorname{arctg} \frac{(\sec^2 \alpha a + c \cdot \operatorname{tg} \alpha)b}{c\sqrt{a^2 + b^2 + (c - a \operatorname{tg} \alpha)^2}} + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \left( \ln \left| \frac{b + \sqrt{a^2 + b^2 + (c + a \operatorname{tg} \alpha)^2}}{b - \sqrt{a^2 + b^2 + (c + a \operatorname{tg} \alpha)^2}} \right| - \ln \left| \frac{b + \sqrt{a^2 + b^2 + (c - a \operatorname{tg} \alpha)^2}}{b - \sqrt{a^2 + b^2 + (c - a \operatorname{tg} \alpha)^2}} \right| \right) \right] \right\}. \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

из которого следует:

- 1) при  $\frac{a}{c} \rightarrow 0$  ( $a = b$ )  $\vec{J} = \chi \vec{H}_0$  – длинный стержень;
- 2) при  $\frac{b}{a} \rightarrow 0$  ( $b = c$ )  $\vec{J} = \frac{\chi \vec{H}_0}{1 + 2\pi\chi}$  – круговой цилиндр;
- 3) при  $\frac{a}{b} \rightarrow 0$  ( $b = c$ ) или  $\frac{b}{a} \rightarrow 0$ , ( $a = c$ ),  $\vec{J} = \chi \vec{H}_0$  – тонкая пластина.

Пользуясь формулой (2.9), легко установить соотношения в размерах сторон призм с наклонным основанием, при которых они могут быть аппроксимированы телами правильной формы:

- 1) при  $\frac{a}{c} \leq 0,1$  для любого  $\alpha$  и  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ намагниченность призмы не более чем на 1,5 % отличается от намагниченности длинного стержня;

2) при  $\frac{b}{a} \leq 0,1$  для любого  $\alpha$  и  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ намагниченность призмы не более чем на 1,0 % отличается от намагниченности кругового цилиндра;

3) при  $\frac{a}{b} \leq 0,1$  ( $\frac{b}{a} \leq 0,1$ ) для любого  $\alpha$  и  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ намагниченность призмы не более чем на 8 % отличается от намагниченности тонкой пластины.

### 2.1.3. Намагничивание призмы произвольного сечения

При интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений рудные тела нередко аппроксимируют совокупностью произвольных в сечении многогранных призм, ограниченных по оси  $y$  (вдоль простирания рудного тела) плоскостями  $y = \pm b$ . На основе результатов, полученных в п.п. 2.1.1 и 2.1.2, выведем уравнение намагничивания такой призмы (рис. 2.1, в). Из уравнения (2.8) следует, что напряжённость поля, создаваемая в точке  $P$  наклонной гранью:

$$\vec{H}(P) = \cos^2 \alpha \vec{J} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{[\sec^2 \alpha x - \xi \mp (c \pm \zeta) \operatorname{tg} \alpha](y - \eta)}{(c \pm \zeta \mp \xi \operatorname{tg} \alpha)[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c \pm \zeta \mp x \operatorname{tg} \alpha)^2]^{\frac{1}{2}}} \mp \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \ln \left| \frac{y - \eta + [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c \pm \zeta \mp x \operatorname{tg} \alpha)^2]^{\frac{1}{2}}}{y - \eta - [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c \pm \zeta \mp x \operatorname{tg} \alpha)^2]^{\frac{1}{2}}} \right| \right\} \Bigg|_{x_1, -b}^{x_2, b},$$

верхний знак в выражении  $\vec{H}(P)$  относится к граням, расположенным в области отрицательных значений координаты  $z$ . Отсюда уравнение намагничивания произвольной в сечении многогранной призмы будет иметь следующий вид:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 - \chi \vec{J} \left\{ \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \left( \operatorname{arctg} \frac{[\sec^2 \alpha_i x - \xi \mp (c_i \pm \zeta) \operatorname{tg} \alpha_i](y - \eta)}{(c_i \pm \zeta \mp \xi \operatorname{tg} \alpha_i) R_i} \mp \right. \right.$$

$$\mp \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha_i \ln \left| \frac{y - \eta + R_i}{y - \eta - R_i} \right| \Bigg|_{x_{1i}, -b}^{x_{2i}, b}, \quad (2.10)$$

где  $n$  – число граней призмы;

$$R_i = \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c_i \pm \zeta \mp x \operatorname{tg} \alpha_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Представляет интерес случай  $n \rightarrow \infty$ , когда ломаный контур сечения тела стремится к гладкой замкнутой кривой.

Опишем цилиндрическую поверхность, ограничивающую тело в этом случае, уравнением  $z = f(x)$  для всех  $y$  от  $-b$  до  $b$ . Потенциалы  $dU_1(P)$  и  $dU_2(P)$ , создаваемые в точке  $P$  элементом поверхности  $dS$ , запишем в виде

$$dU_1(P) = -J \frac{dxdy}{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}};$$

$$dU_2(P) = J \frac{dxdy}{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}.$$

Потенциал  $U(P)$ , создаваемый в точке  $P$  зарядами, сосредоточенными на поверхности всего тела:

$$U(P) = J \int_{x_1}^{x_2} \int_{-b}^b \left\{ \frac{1}{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (f(x) - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (f(x) + \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} dxdy.$$

Отсюда, выполняя интегрирование по  $y$  и подставляя результат в выражение (2.2), получим искомое уравнение намагничивания:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 - \chi \times$$

$$\times \bar{J} \left\{ \int_{-b}^b \int_{x_1}^{x_2} \left( \frac{f(x) - \zeta}{\left[ (x - \xi)^2 + (f(x) - \zeta)^2 \right] \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (f(x) - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} + \frac{f(x) + \zeta}{\left[ (x - \xi)^2 + (f(x) + \zeta)^2 \right] \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (f(x) + \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right) dx \right\} \quad (2.11)$$

Интегрирование по  $x$  можно выполнить при известном виде функции  $z = f(x)$ . Для нескольких частных случаев, когда поверхность тела описана совокупностью горизонтальных и наклонных плоскостей, уравнения намагничивания нами выведены в п.п. 2.1.1 и 2.1.2. Поверхность рудных тел ввиду её сложности не всегда можно описать аналитическими выражениями. Тогда она задаётся дискретно набором отметок глубин залегания подошвы и кровли тела. В этом случае интегрирование по  $x$  в уравнении (2.11) следует выполнять численными методами.

## **2.2. Намагничивание моделей рудных тел железорудных месторождений Тагило-Кушвинского района**

### **2.2.1. Физико-геологическая модель рудного тела**

Для обоснования физико-геологической модели приведём характеристику строения, размеров, положения в пространстве и состава рудных тел основных магнетитовых месторождений района. К таким месторождениям, в первую очередь, следует отнести Гороблагодатское, Высокогорское, Естюнинское, Лебяжинское.

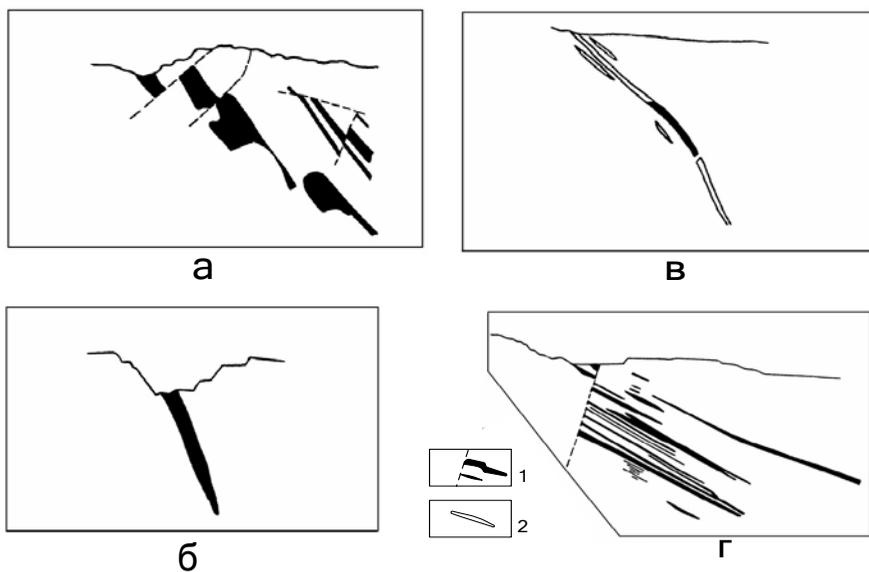


Рис. 2.7. Схематические геологические разрезы железорудных месторождений Тагило-Кушвинского района (по Овчинникову Л. Н. [182]): *а* – Высокогорское; *б* – Лебяжинское; *в* – Естюнинское; *г* – Гороблагодатское; 1 – массивные руды; 2 – вкрапленные руды

По Овчинникову Л. Н. [182], рудные тела указанных месторождений, а также многих других имеют форму наклонных, ограниченных по падению и простиранию пластов, вытянутых в меридиональном или близком к меридиональному северо-западном ( $310^\circ - 340^\circ$ ) направлении. Падение рудных тел для большинства месторождений восточное: Гороблагодатское – от  $20$  до  $40^\circ$ , Высокогорское – от  $45$  до  $55^\circ$ , Лебяжинское – от  $60$  до  $70^\circ$ . Рудные тела Естюнинского месторождения падают на северо-восток под углами  $40 - 60^\circ$ . Отношение мощностей рудных тел к их размерам по падению и простиранию изменяется в десятки и сотни раз. Схематические геологические разрезы некоторых месторождений района приведены на рис. 2.7, *а, б, в, г*.

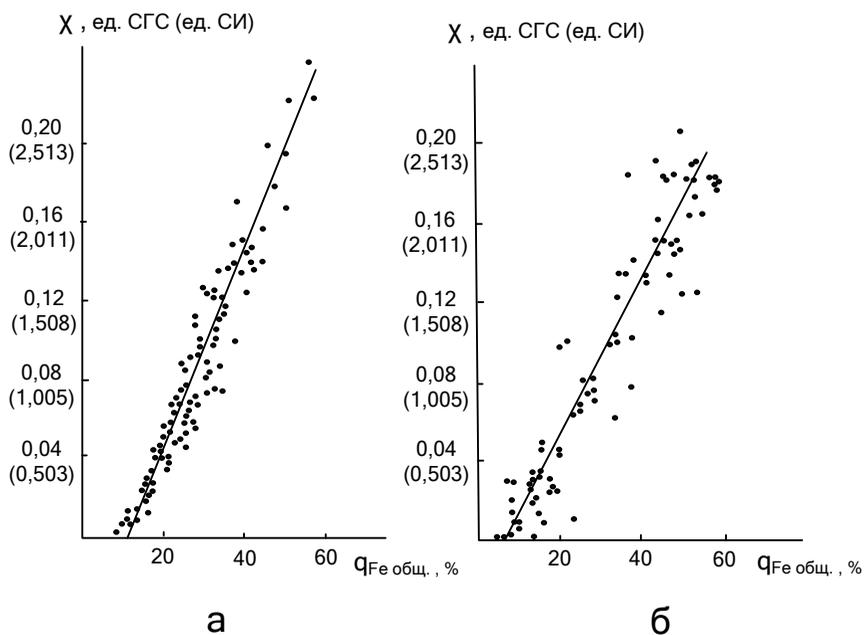


Рис. 2.8. Зависимость магнитной восприимчивости от содержания железа в магнетитовых рудах Лебяжинского (а) и Гороблагодатского (б) месторождений (по Васильеву Г. П.)

Магнетитовые руды большинства месторождений Тагило-Кушвинского района представлены, главным образом, массивными рудами. Меньшее распространение имеют вкрапленные руды. Для некоторых залежей Естюнинского месторождения характерны полосчатые руды, которые в незначительном количестве встречаются и на месторождении горы Высокой. Полосчатость руд всегда ориентирована по напластованию.

Магнитная восприимчивость руд невелика. На рис. 2.8, а, б приведены зависимости магнитной восприимчивости от содержания железа в рудах Лебяжинского (а) и Гороблагодатского (б) месторождений, из которых следует, что  $\chi$  руд этих месторождений редко превышает 2,513 ед. СИ. Анализ средней магнитной восприимчивости, проведённый в работах [229, 256] для

других месторождений района, показал, что  $\chi_{\text{ср}}$  также меньше 2,513 ед. СИ.

В пределах некоторых рудных тел наблюдается изменение магнитной восприимчивости от центра тела к его периферии [229]. Это, как известно, приводит к образованию дополнительных источников поля – объёмных зарядов. Однако при изучении намагничённости рудных тел для простоты полагаем их однородными. Исследование поля объёмных зарядов будет выполнено в главе III.

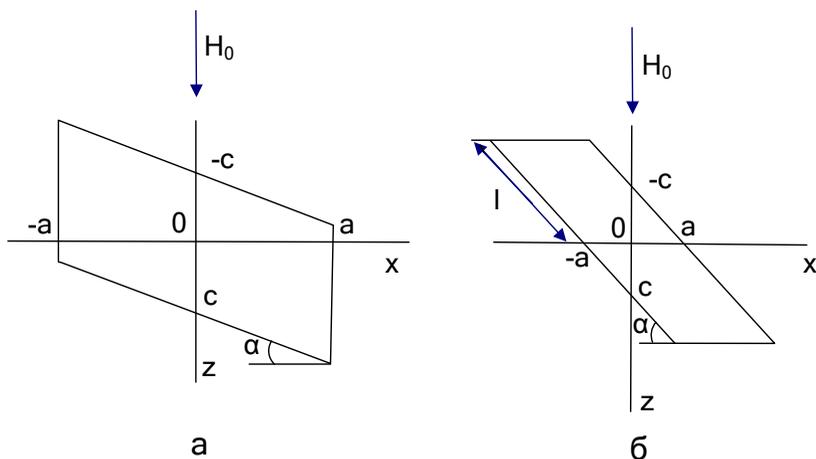


Рис. 2.9. Модели рудных тел: *a* – модель I; *б* – модель II

Таким образом, в качестве модели рудного тела нами принят однородный по магнитной восприимчивости наклонный пласт, ограниченный по падению и простираению. Поскольку рудные тела нередко бывают ограничены крутопадающими плоскостями тектонических нарушений, то рассматриваются два варианта модели пласта: модель I (рис. 2.9, *a*) и модель II (рис. 2.9, *б*).

## 2.2.2. Намагничивание моделей рудных тел

Уравнение намагничивания модели I (см. рис. 2.9, а) легко получить, воспользовавшись выражением (2.9):

$$\vec{J} = \chi \vec{H}_0 - \chi \cos^2 \alpha \vec{J} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{[\sec^2 \alpha x - \xi - (c + \zeta) \operatorname{tg} \alpha](y - \eta)}{(c + \zeta - \xi \operatorname{tg} \alpha)R_1} + \right. \\ \left. + \operatorname{arctg} \frac{[\sec^2 \alpha x - \xi + (c - \zeta) \operatorname{tg} \alpha](y - \eta)}{(c - \zeta + \xi \operatorname{tg} \alpha)R_2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \left( \ln \left| \frac{y - \eta + R_2}{y - \eta - R_2} \right| - \ln \left| \frac{y - \eta + R_1}{y - \eta - R_1} \right| \right) \right\} \Bigg|_{-a, -b}^{a, b}, \quad (2.12)$$

где  $R_1 = \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c + \zeta - x \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ ;  
 $R_2 = \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (c - \zeta + x \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ .

Из уравнения (2.12) вытекают ряд частных случаев намагничивания тел простой формы:

1) при  $\frac{c}{a} \rightarrow 0$  уравнение (2.12) переходит в уравнение однородного намагничивания тонкой наклонной пластины

$$\vec{J} = \frac{\chi \vec{H}_0}{1 + 4\pi \cos^2 \alpha \chi}, \quad (2.13)$$

которое при  $\alpha = 0^\circ$  переходит в уравнение намагничивания тонкой горизонтальной пластины, намагниченной перпендикулярно её плоскости;

2) при  $\alpha = 0^\circ$  получаем ранее выведенное уравнение намагничивания прямоугольной призмы (2.7);

3) при  $\frac{a}{c}, \frac{b}{c} \rightarrow 0$  получаем уравнение намагничивания тонкого стержня.

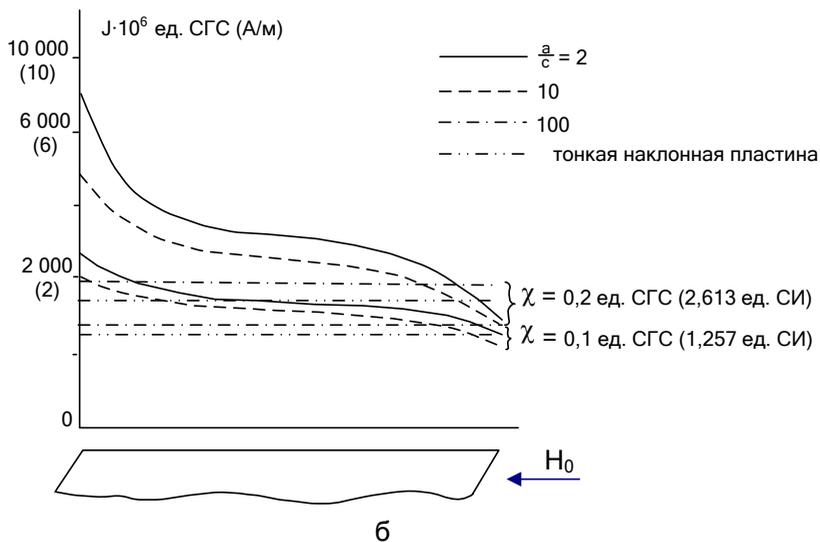
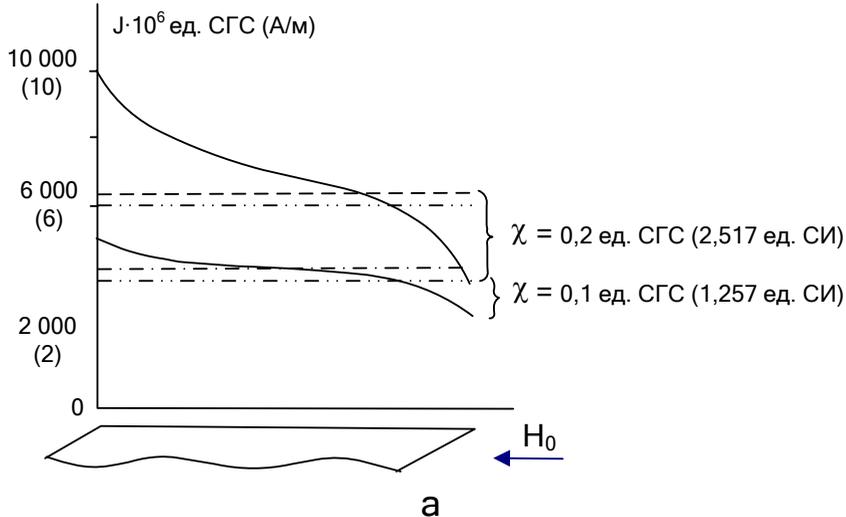


Рис. 2.10. Изменение намагниченности в приповерхностном слое (боковая грань) модели I:  $a$  -  $\alpha = 60^\circ$ ;  $b$  -  $\alpha = 30^\circ$

Предельные переходы показывают, что при определённом соотношении геометрических параметров наклонный пласт при любых значениях магнитной восприимчивости можно рассматривать как однородно намагниченное тело.

Изменение намагниченности в приповерхностном слое пласта при различных значениях геометрических параметров, различных углах наклона  $\alpha$  и различной  $\chi$  показано на рис. 2.10, а, б. Из расчётов следует, что наиболее неоднородно намагничиваются краевые части пласта. Изменение намагниченности в этих частях тела тем больше, чем больше  $\chi$  и  $\alpha$ . При увеличении размеров тела по падению и простиранию намагниченность стремится к намагниченности тонкой наклонной пластины. При  $\frac{a}{c} \geq 100$  ( $a = b$ ) намагниченность в любой точке тела практически постоянная и отличается от однородного намагничивания тонкой наклонной пластины следующим образом (табл. 2.1).

Таблица 2.1

**Условия однородного намагничивания пластообразных тел**

$\chi$ , ед. СИ	$\alpha$	Отношение намагниченности пласта к намагниченности тонкой наклонной пластины $\left(\frac{a}{c} = 100\right)$ , %
1,257	30	9
	60	2
2,513	30	13
	60	4

Из данных табл. 2.1 следует, что при  $\frac{a}{c} \geq 100$  намагниченность пласта модели I можно считать однородной и вычислить по формуле (2.13) для значений  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ. Ошибка, допускаемая при этом, не будет превышать 13 %.

Уравнение намагничивания пласта модели II (см. рис. 2.9, б) можно получить, используя выражения (2.7) и (2.9):

$$\begin{aligned}
 \vec{J} = \chi \vec{H}_0 - \chi \vec{J} & \left\{ \operatorname{arctg} \frac{(x - \xi)(y - \eta)}{(l \sin \alpha + \zeta) R_3} \right|_{-a-l \cos \alpha, -b}^{a-l \cos \alpha, b} + \\
 & + \operatorname{arctg} \frac{(x - \xi)(y - \eta)}{(l \sin \alpha - \zeta) R_4} \Big|_{-a+l \cos \alpha, -b}^{a+l \cos \alpha, b} + \\
 & + \cos^2 \alpha \left[ \left( \operatorname{arctg} \frac{[\sec^2 \alpha x - \xi - (c + \zeta) \operatorname{tg} \alpha](y - \eta)}{(c + \zeta - \xi \operatorname{tg} \alpha) R_1} - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \ln \left| \frac{y - \eta + R_1}{y - \eta - R_1} \right| \right) \right] \Big|_{-a-l \cos \alpha, -b}^{a+l \cos \alpha, b} + \\
 & + \left( \operatorname{arctg} \frac{[\sec^2 \alpha x - \xi + (c - \zeta) \operatorname{tg} \alpha](y - \eta)}{(c - \zeta + \xi \operatorname{tg} \alpha) R_2} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \ln \left| \frac{y - \eta + R_2}{y - \eta - R_2} \right| \right) \Big|_{-a-l \cos \alpha, -b}^{-a+l \cos \alpha, b} \Big] \Bigg\}, \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

где  $R_1$  и  $R_2$  те же, что и в уравнении (2.12);

$$R_3 = \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (l \sin \alpha + \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$R_4 = \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (l \sin \alpha - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Рассмотрим частные случаи намагничивания, вытекающие из формулы (2.14):

1) при  $\alpha = 90^\circ$  из формулы (2.14) следует формула, описывающая намагничивание прямоугольной призмы (2.7);

2) при  $\frac{a}{l} \rightarrow 0, \frac{c}{l} \rightarrow 0$  пластообразное тело модели II намагничивается однородно, как тонкая наклонная пластина (2.13);

3) при  $\frac{l}{a} \rightarrow 0 (a = b)$  из формулы (2.14) следует формула, описывающая намагничивание тонкой горизонтальной пластины:

$$\vec{J} = \frac{\chi \vec{H}_0}{1 + 4\pi\chi} .$$

На рис. 2.11, 2.12 приведены кривые изменения намагниченности в приповерхностном слое модели II при различных геометрических и физических параметрах. Как и в предыдущем случае (модель I), наиболее неоднородно намагничиваются краевые части тела. Изменение намагниченности в пределах пласта тем больше, чем больше  $\chi$  и  $\alpha$ .

При уменьшении горизонтальных размеров пласта его намагниченность стремится к намагниченности тонкой наклонной пластины. Если  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ, угол наклона  $\alpha = 30^\circ$  и  $\frac{l}{a} = 100$ , то намагниченность пласта совпадает с намагниченно-

стью тонкой наклонной пластины. При  $\alpha = 60^\circ, \frac{l}{a} = 100$  намагниченность пласта отличается от намагниченности тонкой наклонной пластины для  $\chi = 1,257$  ед. СИ на 5 %, для  $\chi = 2,513$  ед. СИ – на 8 %.

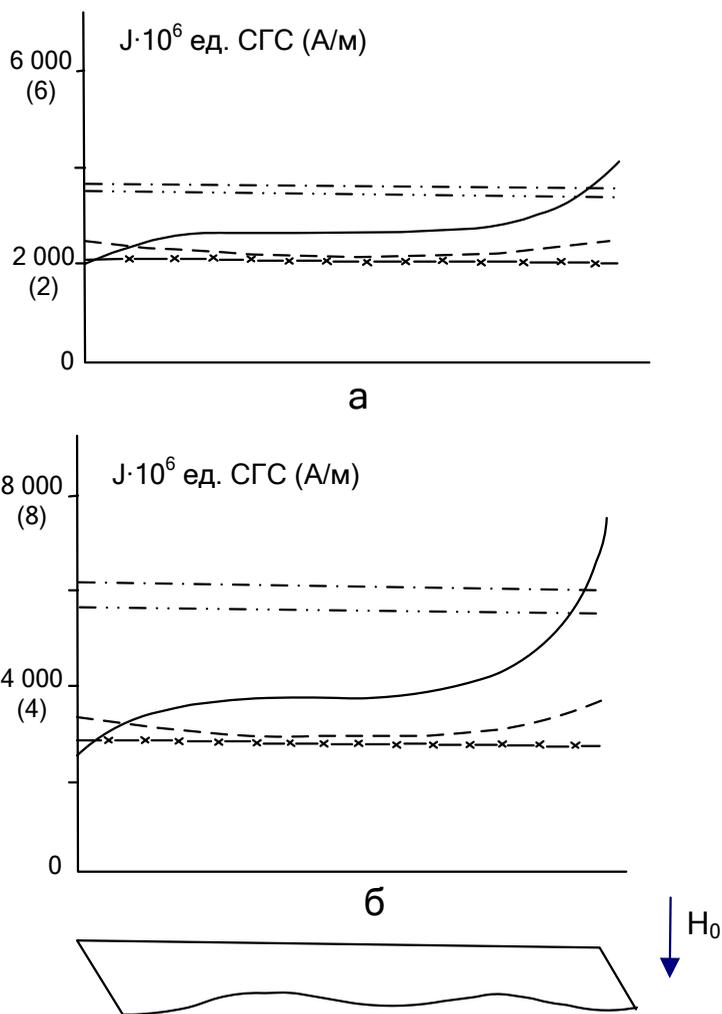


Рис. 2.11. Изменение намагниченности в приповерхностном слое (верхняя грань) модели II ( $\alpha = 60^\circ$ ):  
 $a - \chi = 1,257$  ед. СИ;  $b - \chi = 2,513$  ед. СИ  
(условные обозначения см. на рис. 2.12)

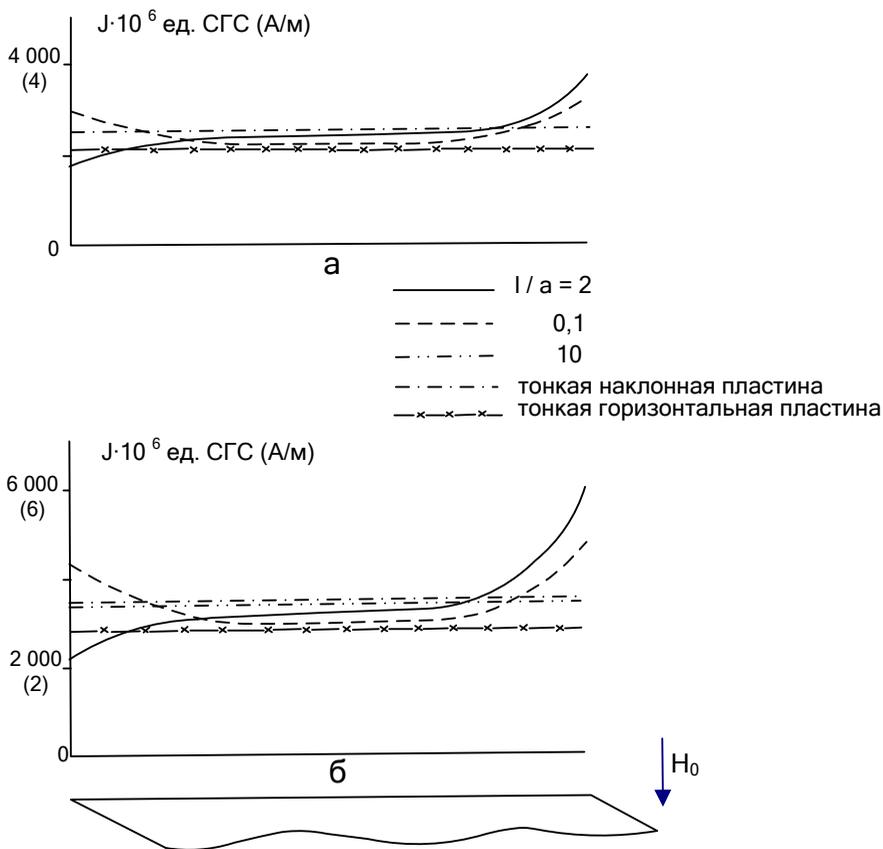


Рис. 2.12. Изменение намагниченности в приповерхностном слое (верхняя грань) модели II ( $\alpha = 30^\circ$ ):  
 $a - \chi = 1,257$  ед. СИ;  $b - \chi = 2,513$  ед. СИ

При уменьшении вертикальных размеров пласта его намагниченность стремится к намагниченности тонкой горизонтальной пластины. Поскольку при малых значениях  $\frac{l}{a}$  влияние боковых наклонных граней уменьшается, то изменение намагниченности в пределах пласта становится похожим на изменение намагниченности для прямоугольной призмы. При  $\frac{l}{a} = 0,1$  от-

клонение намагниченности пласта от намагниченности горизонтальной пластины при различных значениях  $\chi$  и  $\alpha$  составляет от 24 до 68 %, а при  $\frac{l}{a} = 0,05$  намагниченности пласта и горизонтальной пластины для различных значений  $\chi$  и  $\alpha$  отличаются на 6 – 15 %.

На железорудных месторождениях Тагило-Кушвинского района широкое распространение имеют рудные тела с отношением сторон  $\frac{a}{c}$  или  $\frac{l}{a}$ , большим или равным 100. Намагниченность таких объектов следует вычислять по формуле тонкой наклонной пластины (2.13).

Ошибка в определении намагниченности при такой аппроксимации рудных тел не превысит 15 %. Часто угол падения рудных тел и величина магнитной восприимчивости не выдержаны по падению. В этом случае объект интерпретации аномалий следует разбивать на части, так, чтобы в пределах выделенных частей углы наклона  $\alpha$  и  $\chi$  были постоянными. Далее каждая часть заменяется тонким пластом, характеризующимся своим углом падения  $\alpha$  и магнитной восприимчивостью, а намагниченность вычисляется по формуле (2.13).

Из анализа намагниченности призматических и пластообразных тел следует важный вывод для методики интерпретации магнитных аномалий, обусловленных неоднородно намагниченными объектами. Сложный характер намагничивания таких тел можно не учитывать, если использовать метод высших производных Логачёва А. А. [149]. Как известно, в этом методе про-

изводным  $\frac{\Delta H_z}{\Delta x} \Delta x$ ,  $\frac{\Delta H_z}{\Delta z} \Delta z$ ,  $\frac{\Delta^2 H_z}{\Delta x \Delta z} \Delta x \Delta z$  в разрезе соответствуют «разностные» тела в форме тонких наклонных и горизонтальных пластов или тонких горизонтальных призм. Эти тела при определённом соотношении  $\Delta x, \Delta z$  и размеров по падению и простиранию можно рассматривать однородно намагниченными.

Приближённые формулы, описывающие изменение намагниченности в однородных призматических и пластообразных

телах, показывают, что эти тела намагничиваются неоднородно. Величина намагниченности и характер её изменения зависят от магнитной восприимчивости и формы тела. Поэтому способы вычисления намагниченности должны быть различными в зависимости от физических и геометрических параметров магнитоактивного объекта. Выделяется ряд случаев, при которых призматические и пластообразные тела с небольшой погрешностью можно рассматривать как однородно намагниченные:

а) изменение намагниченности в призматических телах с любым соотношением сторон при  $\chi \leq 0,503$  ед. СИ не превышает 15 %. Поэтому такие объекты можно рассматривать как однородно намагниченные;

б) при определённом соотношении сторон намагниченность призматических тел с  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ не более чем на 8 % отличается от намагниченности объектов, ограниченных поверхностью второго порядка;

в) рудные тела в форме наклонных пластов с отношением размеров по падению и простиранию к мощности, равным или большим 100, при любых  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ намагничиваются однородно, как тонкая наклонная пластина.

Проведённый анализ намагничивания призматических и пластообразных тел позволяет более обоснованно подходить к выбору метода вычисления намагниченности и способа аппроксимации рудных тел.

## ГЛАВА III

### Магнитное поле объемных зарядов

Из обзора, проведённого в главе I, следует, что при интерпретации магнетитовые рудные тела полагаются однородными, т. е. всем точкам тела приписывается одинаковое значение магнитной восприимчивости. Исключение составляют рудные тела железистых кварцитов, характеризующиеся анизотропией магнитных свойств.

Автором [229] при изучении магнитных свойств руд магнетитовых месторождений Тагило-Кушвинского района установлено, что в пределах некоторых рудных тел наблюдается уменьшение магнитной восприимчивости руд от центра тела к его периферии. На рис. 3.1 приведены примеры таких зависимостей для рудного тела 2<sup>а</sup> Гороблагодатского (см. рис. 3.1, а) и одного из рудных тел Северо-Гороблагодатского (см. рис. 3.1, б) месторождений в декартовой системе координат (ось  $x$  направлена на север, ось  $y$  – на восток, ось  $z$  – вертикально вниз).

Изменение  $\chi$  руд вдоль осей  $x$  и  $y$  примерно одинаковое. Вдоль оси  $z$   $\chi$  изменяется без видимой закономерности как случайная величина, хорошо описываемая нормальным законом. Поэтому  $\chi$  по оси  $z$  можно в первом приближении полагать постоянной и характеризовать средним значением. Исходя из этого, можно считать, что магнитная восприимчивость зависит только от координат  $x$  и  $y$ , т. е.  $\chi = f(x, y)$ .

Вид функциональной зависимости  $\chi = f(x, y)$  из теоретических соображений установить невозможно. В таких случаях рекомендуется [64] подбирать такую эмпирическую формулу, которая ближе всего подходит к экспериментальным данным и содержит наименьшее число параметров. Наилучшим образом всем условиям удовлетворяют функции

$$\chi = \chi_0 - a(|x| - |y|)$$

или

$$\chi = \chi_0 (1 - br),$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $\chi_0$  – значение магнитной восприимчивости в начале координат;  $a$  и  $b$  – параметры, численное значение которых изменяется от 0,0063 до 0,0126 ед. СИ/м.

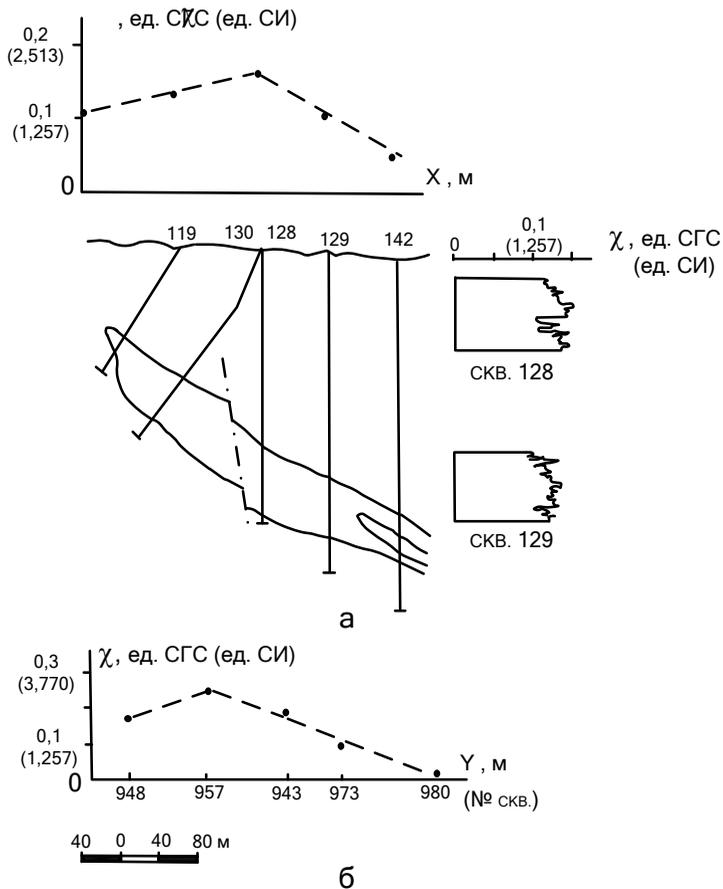


Рис. 3.1. Изменение магнитной восприимчивости в пределах рудных тел Гороблагодатского (а) и Северо-Гороблагодатского (б) месторождений

При намагничивании неоднородных тел, как показано в [181], возникают объёмные заряды, плотность которых описывается уравнением (2.4). Эти заряды, как и поверхностные, являются источниками магнитного поля. Поэтому представляет интерес в связи с задачами интерпретации оценить величину магнитного поля, обусловленного этими зарядами.

Впервые магнитное поле объёмных зарядов исследовано автором для трёхмерного тела в форме куба, для законов изменения магнитной восприимчивости в виде

$$\chi = \chi_0 - a|y|;$$

$$\chi = \chi_0 - a|x|.$$

С помощью уравнения (2.4) были получены выражения, описывающие плотности объёмных зарядов, и выведены приближённые формулы составляющих напряжённости магнитного поля. Расчёты, проведённые по этим формулам, показали:

1) напряжённость поля объёмных зарядов не превышает первые десятки нТл;

2) поле быстро убывает с глубиной погружения тела, так, при  $\frac{h}{2d} \geq 4$  ( $h$  – глубина до верхней кромки куба,  $2d$  – длина его ребра) величина поля составляет первые нТл;

3) величина поля зависит от параметра  $a$ ; чем меньше  $a$ , тем меньше напряжённость поля. В пределе при  $a \rightarrow 0$  поле также стремится к нулю, поскольку тело становится однородным, и объёмные заряды исчезают.

Результаты расчётов были подтверждены данными физического моделирования на модели куба, изготовленного из магнетита и пластилина. Магнитная восприимчивость модели была задана законом

$$\chi = 0,075 - 0,005 y.$$

В главе II отмечалось, что рудные тела магнетитовых месторождений Тагило-Кушвинского района имеют пластообразную

форму. Поэтому анализ магнитного поля объёмных зарядов проведём на модели пласта I (см. рис. 2.9, а), полагая для простоты, что магнитная восприимчивость тела меняется по закону

$$\chi = \chi_0 - a|x| .$$

Воспользуемся уравнением (1.5) и найдём плотность объёмных зарядов. Поскольку  $\chi$  зависит только от координаты  $x$ , то уравнение (1.5) можно записать в виде

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} = \frac{aJ_x}{(\chi_0 - a|x|)[1 + 4\pi(\chi_0 - a|x|)]} , \quad (3.1)$$

на сумму других составляющих наложим условие

$$\frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0 .$$

Решая уравнение (3.1) относительно  $J_x$ , получим:

$$J_x = \frac{(\chi_0 - a|x|)C}{1 + 4\pi(\chi_0 - a|x|)} ,$$

где постоянную  $C$  следует определить как  $H_x$  – составляющую напряжённости намагничивающего поля. В главе II было показано, что напряжённость поля индуцированных зарядов для пластобразных тел с большой  $\chi$  описывается сложными выражениями, зависящими от координат точек тела. Поэтому постоянная  $C$  будет своя для каждой точки тела. Чтобы упростить решение задачи, положим, что намагничивающее поле определяется только нормальным полем Земли. Тогда  $C = H_{0x}$  и

$$J_x \approx \frac{(\chi_0 - a|x|)H_{0x}}{1 + 4\pi(\chi_0 - a|x|)} ,$$

отсюда искомая величина  $\operatorname{div} \vec{J}$

$$\operatorname{div} \vec{J} \approx \frac{aH_{0x}}{[1 + 4\pi(\chi_0 - a|x|)]^2}.$$

Потенциал, создаваемый объёмными зарядами:

$$U_{\text{об}} \approx - \int_V \frac{\operatorname{div} \vec{J}}{R} dV.$$

Для наклонного пласта модели I

$$U_{\text{об}} \approx aH_{0x} \int_{-d-b}^d \int_{c+x \operatorname{tg} \alpha}^b \int \frac{dx dy dz}{[1 + 4\pi(\chi_0 - a|x|)]^2 [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

Отсюда составляющие напряжённости магнитного поля (знак абсолютной величины у  $x$  опущен):

$$\left. \begin{aligned} H_{z\text{об}} &\approx aH_{0x} \int_{-d-b}^d \int_{c+x \operatorname{tg} \alpha}^b \int \frac{(z - \zeta) dx dy dz}{[1 + 4\pi(\chi_0 - ax)]^2 [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{\frac{3}{2}}}, \\ H_{y\text{об}} &\approx aH_{0x} \int_{-d-b}^d \int_{c+x \operatorname{tg} \alpha}^b \int \frac{(y - \eta) dx dy dz}{[1 + 4\pi(\chi_0 - ax)]^2 [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{\frac{3}{2}}}, \\ H_{x\text{об}} &\approx aH_{0x} \int_{-d-b}^d \int_{c+x \operatorname{tg} \alpha}^b \int \frac{(x - \xi) dx dy dz}{[1 + 4\pi(\chi_0 - ax)]^2 [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{\frac{3}{2}}}. \end{aligned} \right\} (3.2)$$

Выполним интегрирование в выражениях напряжённости. Интегрирование по  $z$  в формуле  $H_{z\text{об}}$  даёт

$$H_{z\text{об}} = -aH_{0x} \int_{-d-b}^d \int_{c+x \operatorname{tg} \alpha}^b \frac{dx dy}{[1 + 4\pi(\chi_0 - ax)]^2 [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{\frac{1}{2}}} \Bigg|_{c+x \operatorname{tg} \alpha}^{-c+x \operatorname{tg} \alpha} =$$

$$= -aH_{0x} \int_{-b}^b \left\{ \int_{-d}^d \frac{dx}{[1 + 4\pi(\chi_0 - ax)]^2 [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (x \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2]^{\frac{1}{2}}} - \int_{-d}^d \frac{dx}{[1 + 4\pi(\chi_0 - ax)]^2 [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (\zeta - c - x \operatorname{tg} \alpha)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\} dy \cdot (3.3)$$

Оба интеграла в фигурных скобках подстановкой  $t = \frac{1}{x+p}$ , где

$$p = -\frac{1 + 4\pi\chi_0}{4\pi a}, \text{ сводятся к табличному виду [61]}$$

$$I = -\int \frac{tdt}{\sqrt{Ct^2 + Bt + A}},$$

тогда

$$H_{z_{об}} = \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \int_{-b}^b \left[ \frac{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (x \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2}}{(x+p)U_1} - \frac{v_1}{U_1^{3/2}} \operatorname{Arsh} \frac{U_1 + v_1(x+p)}{(x+p)[\sec^2 \alpha (y - \eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2]^{\frac{1}{2}}} \right] dy - \int_{-b}^b \left[ \frac{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (\zeta - c - x \operatorname{tg} \alpha)^2]^{\frac{1}{2}}}{(x+p)U_2} + \frac{v_2}{U_2^{3/2}} \operatorname{Arsh} \frac{U_2 + v_2(x+p)}{(x+p)[\sec^2 \alpha (y - \eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2]^{\frac{1}{2}}} \right] dy \right\} \Bigg|_{-d}^d; (3.4)$$

где  $U_1 = (y - \eta)^2 + (\xi + p)^2 + (c + \zeta + p \operatorname{tg} \alpha)^2$ ;

$$U_2 = (y - \eta)^2 + (\xi + p)^2 + (\zeta - c + p \operatorname{tg} \alpha)^2;$$

$$v_1 = -(c + \zeta) \operatorname{tg} \alpha - \xi - p \sec^2 \alpha;$$

$$v_2 = -(\zeta - c) \operatorname{tg} \alpha - \xi - p \sec^2 \alpha.$$

Выполним интегрирование по  $y$ . Для этого разложим функцию  $\operatorname{Arsh}$  в ряд и ограничимся первыми членами ряда:

$$\begin{aligned} & \operatorname{Arsh} \frac{U_1 + v_1(x+p)}{(x+p) \left[ \sec^2 \alpha (y - \eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} = \\ & = \frac{U_1 + v_1(x+p)}{(x+p) \left[ \sec^2 \alpha (y - \eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \\ & - \frac{[U_1 + v_1(x+p)]^3}{2 \cdot 3 \cdot (x+p)^3 \left[ \sec^2 \alpha (y - \eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \dots \\ \dots & = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(2k)! [U_1 + v_1(x+p)]^{2k+1} (x+p)^{-2k-1}}{2^{2k} (k!)^2 (2k+1) \left\{ \left[ \sec^2 \alpha (y - \eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{2k+1}}. \quad (3.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \operatorname{Arsh} \frac{U_2 + v_2(x+p)}{(x+p) \left[ \sec^2 \alpha (y - \eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} = \\ & = \frac{U_2 + v_2(x+p)}{(x+p) \left[ \sec^2 \alpha (y - \eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{[U_2 + v_2(x+p)]^\beta}{2 \cdot 3 \cdot (x+p)^3 [\sec^2 \alpha (y-\eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2]^{\frac{3}{2}}} + \dots \\
& \dots = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(2k)! [U_2 + v_2(x+p)]^{2k+1} (x+p)^{-2k-1}}{2^{2k} (k!)(2k+1) \left\{ [\sec^2 \alpha (y-\eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2]^{\frac{1}{2}} \right\}^{2k+1}} \cdot (3.6)
\end{aligned}$$

Для знакочередующихся рядов (3.5), (3.6) справедливы все признаки сходимости Лейбница, поэтому эти ряды являются сходящимися, и их можно интегрировать. Абсолютная ошибка, возникающая при замене бесконечных сумм (3.5) и (3.6) конечными, не превосходит по абсолютной величине первого из отброшенных членов.

Введём новую переменную

$$z = y - \eta, \quad dz = dy$$

и следующие обозначения:

$$b_1^2 = (x - \xi)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2;$$

$$b_2^2 = (x - \xi)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2;$$

$$a_1^2 = (\xi + p)^2 + (c + \zeta + p \operatorname{tg} \alpha)^2;$$

$$a_2^2 = (\xi + p)^2 + (\zeta - c + p \operatorname{tg} \alpha)^2.$$

С учётом разложения функции  $\operatorname{Arsh}$  и введённых обозначений выполним интегрирование выражения, стоящего в первых квадратных скобках (3.4), записав его в виде суммы следующих интегралов:

$$I = \frac{1}{x+p} \int \frac{\sqrt{z^2 + b_1^2}}{z^2 + a_1^2} dz - \frac{v_1}{x+p} \int \frac{dz}{\sqrt{z^2 + a_1^2} \sqrt{\alpha_1^2 z^2 + \beta_1^2}} - v_1^2 \int \frac{dz}{(z^2 + a_1^2)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\alpha_1^2 z^2 + \beta_1^2}}.$$

где  $\alpha_1^2 = \sec^2 \alpha$ ,  $\beta_1^2 = (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2$ . Рассмотрим последовательно вычисление каждого интеграла.

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{x+p} \int \frac{\sqrt{z^2 + b_1^2}}{z^2 + a_1^2} dz = \frac{1}{x+p} \int \frac{z^2 + b_1^2}{(z^2 + a_1^2) \sqrt{z^2 + b_1^2}} dz = \\ &= \frac{1}{x+p} \left\{ \int \frac{z^2 dz}{(z^2 + a_1^2) \sqrt{z^2 + b_1^2}} + b_1^2 \int \frac{dz}{(z^2 + a_1^2) \sqrt{z^2 + b_1^2}} \right\} = \\ &= \frac{1}{x+p} \left\{ \int \frac{dz}{\sqrt{z^2 + b_1^2}} - (a_1^2 - b_1^2) \int \frac{dz}{(z^2 + a_1^2) \sqrt{z^2 + b_1^2}} \right\}. \end{aligned}$$

При  $a_1^2 > b_1^2$

$$I_1 = \frac{1}{x+p} \left\{ \operatorname{Arsh} \frac{y-\eta}{b_1} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}} \ln \left| \frac{\sqrt{a_1^2} \sqrt{(y-\eta)^2 + b_1^2} + (y-\eta) \sqrt{a_1^2 - b_1^2}}{\sqrt{a_1^2} \sqrt{(y-\eta)^2 + b_1^2} - (y-\eta) \sqrt{a_1^2 - b_1^2}} \right| \right\}. \quad (3.7)$$

При  $a_1^2 < b_1^2$

$$I_1 = \frac{1}{x+p} \left\{ \operatorname{Arsh} \frac{y-\eta}{b_1} + \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \cdot \frac{y-\eta}{\sqrt{(y-\eta)^2 + b_1^2}} \right\}. \quad (3.8)$$

Для вычисления второго и третьего интегралов введём новую переменную:

$$z = a_1 \operatorname{tg} \Psi, \quad dz = a_1 \sec^2 \Psi d\Psi,$$

тогда

$$I_2 = -\frac{v_1}{x+p} \int \frac{d\Psi}{\left[ \alpha_1^2 a_1^2 \sin^2 \Psi + \beta_1^2 \cos^2 \Psi \right]^{\frac{1}{2}}}$$

или, с учётом того, что

$$\sin^2 \Psi = 1 - \cos^2 \Psi;$$

$$\cos^2 \Psi = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\Psi),$$

получим:

$$I_2 = -\frac{v_1}{2(x+p)} \int \frac{d}{\sqrt{m_1 + n_1 \cos \varphi}}, \quad (3.9)$$

где  $\varphi = 2\Psi$ ,  $m_1 = \frac{1}{2}(\beta_1^2 + \alpha_1^2 a_1^2)$ ,  $n_1 = \frac{1}{2}(\beta_1^2 - \alpha_1^2 a_1^2)$ . После таких же преобразований интеграл  $I_3$

$$I_3 = -\frac{v_1^2}{4a_1^2} \left\{ \int \frac{d\varphi}{\sqrt{m_1 + n_1 \cos \varphi}} + \int \frac{\cos \varphi d\varphi}{\sqrt{m_1 + n_1 \cos \varphi}} \right\}. \quad (3.10)$$

Теперь интегралы  $I_2$  и  $I_3$  являются табличными [61]. При  $\beta_1^2 > \alpha_1^2 a_1^2$  можно записать:  $m_1 > n_1 > 0$ . В этом случае решение интегралов  $I_2$  и  $I_3$  выглядит следующим образом:

$$I_2 = -\frac{v_1}{\beta_1(x+p)} F(\varphi_1, r_1),$$

$$I_3 = \frac{v_1^2 \alpha_1^2}{2\beta_1 n_1} F(\varphi_1, r_1) - \frac{v_1^2 \beta_1}{2a_1^2 n_1} E(\varphi_1, r_1). \quad (3.11)$$

При  $\beta_1^2 < \alpha_1^2 a_1^2$  интегралы в выражениях (3.9) и (3.10) запишутся так:

$$I = \int \frac{\cos^n \varphi d\varphi}{\sqrt{m_1 - n_1 \cos \varphi}},$$

где  $n = 0, 1$ . Решениями интегралов  $I_2, I_3$  будут теперь выражения

$$\left. \begin{aligned} I_2 &= -\frac{v_1}{\beta_1(x+p)} F(\delta_1, r_1), \\ I_3 &= -\frac{v_1^2 \alpha_1^2}{2\beta_1 n_1} [F(\delta_1, r_1) - \Pi(\delta_1, r_1^2, r_1)] \end{aligned} \right\}. \quad (3.12)$$

В выражениях (3.11) и (3.12)  $F(\varphi_1, r_1)$  – эллиптический интеграл первого рода;  $E(\varphi_1, r_1)$  – эллиптический интеграл второго рода;  $\Pi(\delta_1, r_1^2, r_1)$  – эллиптический интеграл третьего рода;  $\varphi_1 = 2 \operatorname{arctg} \frac{y - \eta}{a_1}$ ;

$$r_1 = \sqrt{\frac{2n_1}{m_1 + n_1}}; \quad \delta_1 = \arcsin \sqrt{\frac{(m_1 + n_1)(1 - \cos \varphi)}{2(m_1 - n_1 \cos \varphi)}}.$$

Интегрирование выражения во вторых квадратных скобках (3.4) выполняется аналогично.

В окончательном виде формулы для  $H_{z_{об}}$  можно записать следующим образом:

$$H_{z_{об1}} = \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \frac{1}{x+p} \left( \operatorname{Arsh} \frac{y-\eta}{b_1} - \operatorname{Arsh} \frac{y-\eta}{b_2} - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{b_1^2}{a_1^2}} \ln \left| \frac{\left[ (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + (y-\eta) \sqrt{1-\frac{b_1^2}{a_1^2}}}{\left[ (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - (y-\eta) \sqrt{1-\frac{b_1^2}{a_1^2}}} \right| + \\
& + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{b_2^2}{a_2^2}} \ln \left| \frac{\left[ (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + (y-\eta) \sqrt{1-\frac{b_2^2}{a_2^2}}}{\left[ (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - (y-\eta) \sqrt{1-\frac{b_2^2}{a_2^2}}} \right| \Bigg|_{-d,-b}^{d,b} + \\
& + \left[ \frac{v_1}{\beta_1} F(\varphi, r_1) \left( \frac{v_1 \alpha_1^2}{2n_1} - \frac{1}{x+p} \right) - \frac{v_1^2 \beta_1}{2a_1^2 n_1} E(\varphi, r_1) - \right. \\
& \left. - \frac{v_2}{\beta_2} F(\varphi, r_2) \left( \frac{v_2 \alpha_2^2}{2n_2} - \frac{1}{x+p} \right) + \frac{v_2^2 \beta_2}{2a_2^2 n_2} E(\varphi, r_2) \right] \Bigg|_{\varphi_1, -d}^{\varphi_2, d} \quad (3.13)
\end{aligned}$$

при  $a_1^2 > b_1^2$ ,  $a_2^2 > b_2^2$ ,  $\beta_1^2 > \alpha_1^2 a_1^2$ ,  $\beta_2^2 > \alpha_2^2 a_2^2$ .

$$\begin{aligned}
H'_{\text{зобл}} &= \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \frac{1}{x+p} \left( \operatorname{Arsh} \frac{y-\eta}{b_1} - \operatorname{Arsh} \frac{y-\eta}{b_2} \right) + \right. \\
& \left. + \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \frac{y-\eta}{\sqrt{(y-\eta)^2 + b_1^2}} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sqrt{\frac{b_2^2}{a_2^2} - 1} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b_2^2}{a_2^2} - 1} \frac{y - \eta}{\sqrt{(y - \eta)^2 + b_2^2}} \Bigg|_{-d, -b}^{d, b} + \\
& + \left[ \frac{\nu_1}{\beta_1} F(\varphi, r_1) \left( \frac{\nu_1 \alpha_1^2}{2n_1} - \frac{1}{x + p} \right) - \frac{\nu_1^2 \beta_1}{2a_1^2 n_1} E(\varphi, r_1) - \right. \\
& \left. - \frac{\nu_2}{\beta_2} F(\varphi, r_2) \left( \frac{\nu_2 \alpha_2^2}{2n_2} - \frac{1}{x + p} \right) + \frac{\nu_2^2 \beta_2}{2a_2^2 n_2} E(\varphi, r_2) \right] \Bigg|_{\varphi_1, -d}^{\varphi_2, d} \quad (3.14)
\end{aligned}$$

при  $a_1^2 < b_1^2$ ,  $a_2^2 < b_2^2$ ,  $\beta_1^2 > \alpha_1^2 a_1^2$ ,  $\beta_2^2 > \alpha_2^2 a_2^2$ .

$$\begin{aligned}
H_{z_{062}} &= \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \frac{1}{x + p} \left( \operatorname{Arsh} \frac{y - \eta}{b_1} - \operatorname{Arsh} \frac{y - \eta}{b_2} - \right. \right. \\
& - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}} \ln \frac{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + (y - \eta) \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}}}{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - (y - \eta) \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}}} + \\
& \left. \left. + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}} \ln \frac{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + (y - \eta) \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}}}{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - (y - \eta) \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[ \frac{v_1}{\beta_1} F(\delta, r_1) \left( \frac{v_1 \alpha_1^2}{2n_1} + \frac{1}{x+p} \right) + \frac{v_1^2 \alpha_1^2}{2\beta_1 n_1} \Pi(\delta, r_1^2, r_1) + \right. \\
& \left. + \frac{v_2}{\beta_2} F(\delta, r_2) \left( \frac{v_2 \alpha_2^2}{2n_2} + \frac{1}{x+p} \right) - \frac{v_2^2 \alpha_2^2}{2\beta_2 n_2} \Pi(\delta, r_2^2, r_2) \right] \Bigg|_{\delta_1, -d}^{\delta_2, d} \quad (3.15)
\end{aligned}$$

при  $a_1^2 > b_1^2$ ,  $a_2^2 > b_2^2$ ,  $\beta_1^2 < \alpha_1^2 a_1^2$ ,  $\beta_2^2 < \alpha_2^2 a_2^2$ .

$$\begin{aligned}
H'_{z_{\text{об2}}} &= \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \frac{1}{x+p} \left( \text{Arsh} \frac{y-\eta}{b_1} - \text{Arsh} \frac{y-\eta}{b_2} \right) + \right. \\
&+ \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \cdot \text{arctg} \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \frac{y-\eta}{\sqrt{(y-\eta)^2 + b_1^2}} - \\
&- \left. \sqrt{\frac{b_2^2}{a_2^2} - 1} \cdot \text{arctg} \sqrt{\frac{b_2^2}{a_2^2} - 1} \frac{y-\eta}{\sqrt{(y-\eta)^2 + b_2^2}} \right\} \Bigg|_{-d, -b}^{d, b} - \\
&- \left[ \frac{v_1}{\beta_1} F(\delta, r_1) \left( \frac{v_1 \alpha_1^2}{2n_1} + \frac{1}{x+p} \right) + \frac{v_1^2 \alpha_1^2}{2\beta_1 n_1} \Pi(\delta, r_1^2, r_1) + \right. \\
&+ \left. \frac{v_2}{\beta_2} F(\delta, r_2) \left( \frac{v_2 \alpha_2^2}{2n_2} + \frac{1}{x+p} \right) - \frac{v_2^2 \alpha_2^2}{2\beta_2 n_2} \Pi(\delta, r_2^2, r_2) \right] \Bigg|_{\delta_1, -d}^{\delta_2, d} \quad (3.16)
\end{aligned}$$

при  $a_1^2 < b_1^2$ ,  $a_2^2 < b_2^2$ ,  $\beta_1^2 < \alpha_1^2 a_1^2$ ,  $\beta_2^2 < \alpha_2^2 a_2^2$ .

При вычислении  $H_{z_{об}}$  по профилю  $\eta = 0$  все четыре выражения существенно упрощаются, поскольку в этом случае  $\delta_2 = \delta_1 = \delta$ ,

$$\varphi_1 = 2 \operatorname{arctg} \frac{b}{a_1} = \varphi, \quad \varphi_2 = -2 \operatorname{arctg} \frac{b}{a_2} = -\varphi \quad \text{и}$$

$$F(-\varphi, r) = -F(\varphi, r), \quad E(-\varphi, r) = -E(\varphi, r).$$

Поэтому

$$H_{z_{об1}} = \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \frac{1}{x+p} \left( \operatorname{Arsh} \frac{y}{b_1} - \operatorname{Arsh} \frac{y}{b_2} - \right. \right.$$

$$- \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}} \ln \left| \frac{\left[ (x-\xi)^2 + y^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + y \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}}}{\left[ (x-\xi)^2 + y^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - y \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}}} \right| +$$

$$+ \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}} \ln \left. \left| \frac{\left[ (x-\xi)^2 + y^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + y \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}}}{\left[ (x-\xi)^2 + y^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - y \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}}} \right| \right) \Bigg|_{-d, -b}^{d, b} +$$

$$+ 2 \left[ \frac{v_1}{\beta_1} F(\varphi, r_1) \left( \frac{v_1 \alpha_1^2}{2n_1} - \frac{1}{x+p} \right) - \frac{v_1^2 \beta_1}{2a_1^2 n_1} E(\varphi, r_1) - \right.$$

$$\left. - \frac{v_2}{\beta_2} F(\varphi, r_2) \left( \frac{v_2 \alpha_2^2}{2n_2} - \frac{1}{x+p} \right) + \frac{v_2^2 \beta_2}{2a_2^2 n_2} E(\varphi, r_2) \right] \Bigg|_{0, -d}^{\varphi, d} \Bigg\}. \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned}
H'_{z\circ\delta 1} = & \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \frac{1}{x+p} \left( \operatorname{Arsh} \frac{y}{b_1} - \operatorname{Arsh} \frac{y}{b_2} \right) + \right. \\
& + \left. \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \frac{y}{\sqrt{y^2 + b_1^2}} - \sqrt{\frac{b_2^2}{a_2^2} - 1} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b_2^2}{a_2^2} - 1} \frac{y}{\sqrt{y^2 + b_2^2}} \right) \Bigg|_{-d, -b}^{d, b} + \\
& + 2 \left[ \frac{\nu_1}{\beta_1} F(\varphi, r_1) \left( \frac{\nu_1 \alpha_1^2}{2n_1} - \frac{1}{x+p} \right) - \frac{\nu_1^2 \beta_1}{2a_1^2 n_1} E(\varphi, r_1) - \right. \\
& \left. - \frac{\nu_2}{\beta_2} F(\varphi, r_2) \left( \frac{\nu_2 \alpha_2^2}{2n_2} - \frac{1}{x+p} \right) + \frac{\nu_2^2 \beta_2}{2a_2^2 n_2} E(\varphi, r_2) \right] \Bigg|_{0, -d}^{\varphi, d} \Bigg\}. \quad (3.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{z\circ\delta 2} = & \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \frac{1}{x+p} \left( \operatorname{Arsh} \frac{y}{b_1} - \operatorname{Arsh} \frac{y}{b_2} - \right. \right. \\
& - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}} \ln \frac{\left[ (x - \xi)^2 + y^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + y \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}}}{\left[ (x - \xi)^2 + y^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - y \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a_1^2}}} + \\
& \left. \left. + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}} \ln \frac{\left[ (x - \xi)^2 + y^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + y \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}}}{\left[ (x - \xi)^2 + y^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - y \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a_2^2}}} \right) \right] \Bigg|_{-d, -b}^{d, b} \Bigg\}. \quad (3.19)
\end{aligned}$$

$$H'_{z_{об2}} = \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} \left\{ \frac{1}{x+p} \left( \operatorname{Arsh} \frac{y}{b_1} - \operatorname{Arsh} \frac{y}{b_2} \right) + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b_1^2}{a_1^2} - 1} \frac{y}{\sqrt{y^2 + b_1^2}} - \sqrt{\frac{b_2^2}{a_2^2} - 1} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b_2^2}{a_2^2} - 1} \frac{y}{\sqrt{y^2 + b_2^2}} \right\} \Bigg|_{-d,-b}^{d,b}. \quad (3.20)$$

Аналогичным образом вычисляются и две другие составляющие напряжённости магнитного поля объёмных зарядов. Запишем их без вывода:

$$H_{y_{об}} = -\frac{cH_{0x}}{8\pi^2 a} \left\{ \frac{\xi + p}{\left[ (y - \eta)^2 + (\xi + p)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \operatorname{Arsh} \frac{(y - \eta)^2 + (\xi + p)^2 - (x + p)(\xi + p)}{(y - \eta)(x + p)} - \right. \\ \left. - \frac{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{(x + p) \left[ (y - \eta)^2 + (\xi + p)^2 \right]} \right\} \Bigg|_{-d,-b}^{d,b}, \quad (3.21)$$

как видно из выражения (3.21),  $H_{y_{об}}$  не зависит от угла наклона пласта:

$$H_{x_{об}} = \frac{H_{0x}}{16\pi^2 a} (y - \eta) \left\{ \frac{\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta}{\xi + p} \left[ \frac{(\xi + p)^3 [c_1'(x - \xi)^2 + b_1'(x - \xi) + a_1']^{\frac{1}{2}}}{a_1'(x - \xi)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2a_1'(\xi + p)^2 - b_1'(\xi + p)^3 - 4a_1'}{2(a_1')^{\frac{3}{2}}} \operatorname{Arsh} \frac{2a_1' + 2b_1'(x - \xi)}{(x - \xi) [4a_1'c_1' - (b_1')^2]^{\frac{1}{2}}} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{(\xi + p)^3 [a'_1 - b'_1(\xi + p) + c'_1(\xi + p)^2]^{\frac{1}{2}}} \times \\
& \times \operatorname{Arsh} \frac{2a'_1 + 2b'_1(x - \xi) - b'_1(x + p) - 2c'_1(\xi + p)(x - \xi)}{(x + p) [4a'_1c'_1 - (b'_1)^2]^{\frac{1}{2}}} \Bigg] + \\
& + \operatorname{tg} \alpha \left[ \frac{[c'_1(x - \xi)^2 + b'_1(x - \xi) + a'_1]^{\frac{1}{2}}}{(x + p) [a'_1 - b'_1(\xi + p) + c'_1(\xi + p)^2]} \right] - \\
& - \frac{b'_1 - 2c'_1(\xi + p)}{2[a'_1 - b'_1(\xi + p) + c'_1(\xi + p)^2]^{\frac{3}{2}}} \operatorname{Arsh} \frac{2a'_1 - 2b'_1\xi - b'_1(x + p) + 2c'_1(\xi + p)(x - \xi)}{(x + p) [4a'_1c'_1 - (b'_1)^2]^{\frac{1}{2}}} \Bigg] + \\
& + \frac{\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha}{\xi + p} \left[ \frac{(\xi + p)^3 [c'_2(x - \xi)^2 + b'_2(x - \xi) + a'_2]^{\frac{1}{2}}}{a'_2(x - \xi)} - \right. \\
& - \frac{2a'_2(\xi + p)^2 - b'_2(\xi + p)^3 - 4a'_2}{2(a'_2)^{\frac{3}{2}}} \operatorname{Arsh} \frac{2a'_2 + 2b'_2(x - \xi)}{(x - \xi) [4a'_2c'_2 - (b'_2)^2]^{\frac{1}{2}}} \Bigg] + \\
& + \frac{1}{(\xi + p) [a'_2 - b'_2(\xi + p) + c'_2(\xi + p)^2]^{\frac{1}{2}}} \times \\
& \times \operatorname{Arsh} \frac{2a'_2 + 2b'_2(x - \xi) - b'_2(x + p) - 2c'_2(\xi + p)(x - \xi)}{(x + p) [4a'_2c'_2 - (b'_2)^2]^{\frac{1}{2}}} \Bigg] -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\operatorname{tg} \alpha \left[ \frac{\left[ c_2'(x-\xi)^2 + b_2'(x-\xi) + a_2' \right]^{\frac{1}{2}}}{(x+p) \left[ a_2' - b_2'(\xi+p) + c_2'(\xi+p)^2 \right]} \right] - \\
& - \frac{b_2' - 2c_2'(\xi+p)}{2 \left[ a_2' - b_2'(\xi+p) + c_2'(\xi+p)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \times \\
& \times \operatorname{Arsh} \frac{2a_2' - 2b_2'\xi - b_2'(x+p) + 2c_2'(\xi+p)(x-\xi)}{(x+p) \left[ 4a_2'c_2' - (b_2')^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \left. \vphantom{\operatorname{Arsh}} \right\} \left. \vphantom{\operatorname{Arsh}} \right|_{-d,-b}^{d,b}, \quad (3.22)
\end{aligned}$$

где  $c_1' = c_2' = \sec^2 \alpha$ ;

$$a_1' = (y - \eta)^2 + (\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta)^2;$$

$$a_2' = (y - \eta)^2 + (\zeta - c - \xi \operatorname{tg} \alpha)^2;$$

$$b_1' = 2(\xi \operatorname{tg} \alpha - c - \zeta) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$b_2' = -2(-\xi \operatorname{tg} \alpha - c + \zeta) \operatorname{tg} \alpha .$$

Из выражений напряжённости магнитного поля объёмных зарядов (3.13) – (3.22) вытекает ряд частных случаев:

1) при  $\alpha = 0^\circ$  получаем составляющие напряжённости для прямоугольной призмы;

2) при  $c = 0$   $H_{z06} = H_{x06} = H_{y06} = 0$ , поскольку объём тела  $V$  ( $V = 8bcd$ ) в этом случае равен нулю;

3) при  $a = 0$   $H_{z06} = H_{x06} = H_{y06} = 0$ , так как тело в этом случае однородно и объёмные заряды отсутствуют.

Основной характеристикой магнитного поля, измеряемой в магниторазведке, является  $H_z$  – составляющая напряжённости. На примере этой составляющей проанализируем магнитное поле объёмных зарядов.

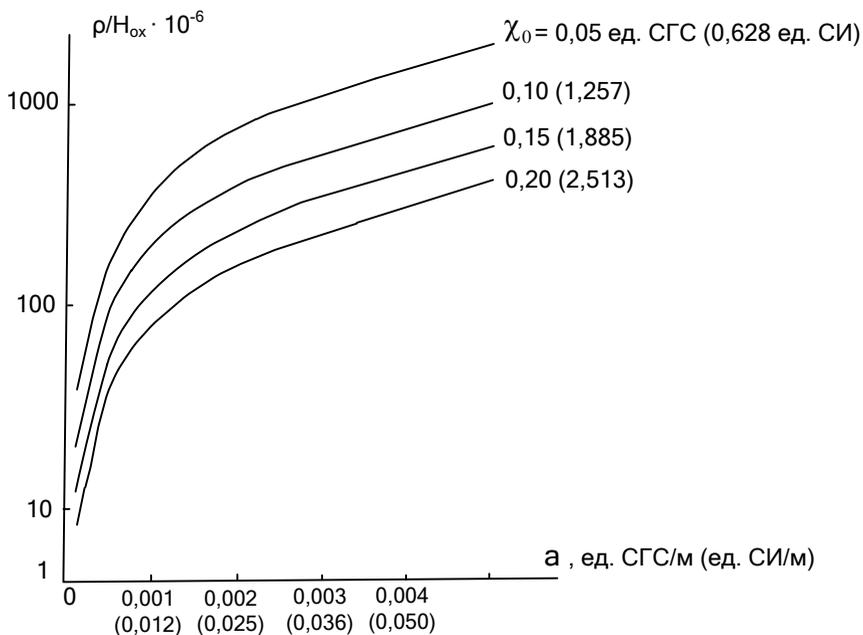


Рис. 3.2. Зависимость плотности объёмных зарядов от  $\chi_0$  и  $a$

На рис. 3.2 приведены зависимости плотности объёмных зарядов от  $\chi_0$  и  $a$ . Из расчётов следует, что чем неоднороднее тело, т. е. чем больше  $a$ , тем больше плотность объёмных зарядов. Увеличение магнитной восприимчивости тела при постоянном значении  $a$  способствует уменьшению  $\frac{\rho}{H_{0x}}$ .

Поэтому неоднородные тела с малой  $\chi_0$  (например, вкрапленные руды) будут характеризоваться большей плотностью объёмных зарядов, чем объекты, представленные массивными рудами.

На рис. 3.3, *a, б* изображены кривые  $H_{zоб}$ , рассчитанные вдоль вертикального профиля, проходящего через центр тела ( $\xi = \eta = 0$ ). Расчёты выполнялись на моделях пластообразных тел для физико-геологических условий магнетитовых месторождений Тагило-Кушвинского района:  $H_{0x} = 14234$  нТл,

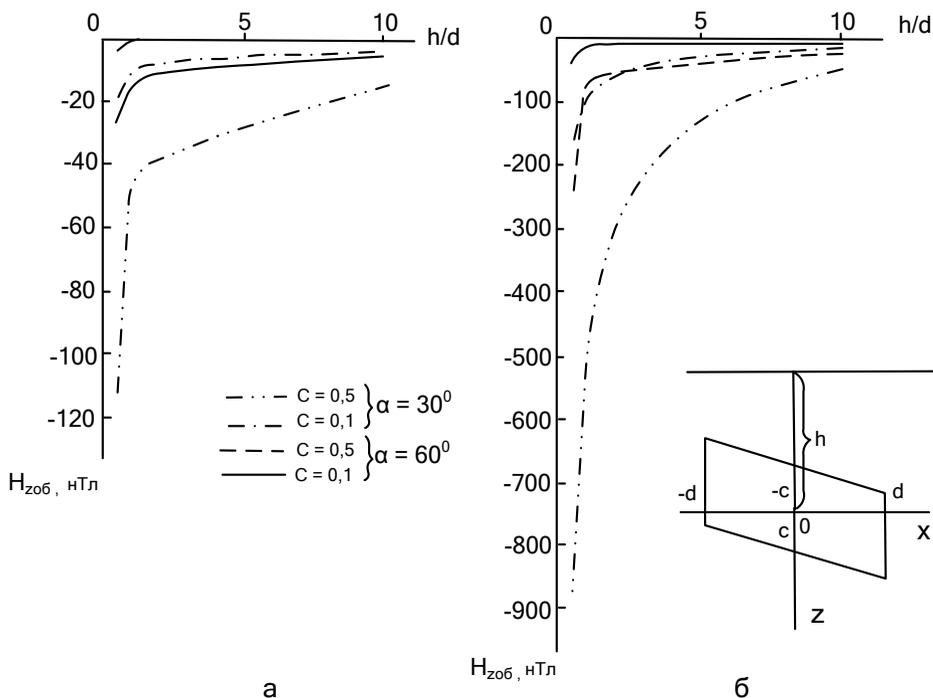


Рис. 3.3. Изменение поля  $H_{zоб}$  в зависимости от относительной глубины залегания пласта:  
 $a - \chi_0 = 1,257$  ед. СИ;  $b - \chi_0 = 0,628$  ед. СИ

$\chi_0 = 0,628 - 2,513$  ед. СИ, величина коэффициента  $a$  взята максимальной среди отмеченных на рудных телах и равной  $0,012$  ед. СИ/м,  $\alpha = 30^\circ - 60^\circ$ . При расчётах все линейные параметры тел, а также глубина залегания были выражены в долях  $d$  ( $2d$  – размеры пласта по оси  $x$ , см. рис. 3.3). Кроме того, было принято, что  $d = b$ .

Расчёты показывают:

- 1) поле  $H_{zоб}$  имеет отрицательный знак. Поэтому аномалия неоднородного тела будет меньше, чем аномалия для такого же по форме и размерам однородного тела;
- 2) наибольшего значения напряжённость поля достигает в непосредственной близости от поверхности тела. С удалением

от поверхности тела величина поля резко убывает. Для рассмотренных моделей в подавляющем большинстве случаев уже при  $\frac{h}{d} = 1$   $H_{z06} \ll -100$  нТл, что составляет менее 5 % от величины аномалии, обусловленной поверхностными зарядами;

3) при постоянном значении параметра  $a$  ( $a = 0,012$  ед. СИ/м) наибольшее влияние на величину поля  $H_{z06}$  оказывает  $\chi_0$ . Так, например, на поверхности пласта с  $\chi_0 = 0,628$  ед. СИ  $\alpha = 30^\circ$ ,  $c = 0,5$ ,  $H_{z06} = -890$  нТл, а при  $\chi_0 = 1,257$  ед. СИ  $H_{z06}$  на поверхности того же пласта равна  $-112$  нТл.

Для объектов с  $\chi_0 \geq 1,257$  ед. СИ при любых значениях геометрических параметров и любых расстояниях до поверхности тела  $H_{z06}$  не превышает  $-100$  нТл. Чаще всего величина поля составляет первые десятки и даже единицы нанотесл;

4) увеличение угла наклона пласта или уменьшение его мощности при прочих равных условиях приводит к резкому уменьшению напряжённости поля. Из расчётов следует, что увеличение угла наклона пласта в два раза (например, с  $30$  до  $60^\circ$ ) способствует уменьшению поля так, как если бы мощность тела уменьшилась в пять раз. Уменьшение напряжённости поля при увеличении угла наклона пласта или уменьшении его мощности обусловлено уменьшением количества источников поля – объёмных зарядов. Поэтому напряжённость поля объёмных зарядов мощных пологозалегающих пластов будет больше, чем для крутопадающих и маломощных.

Таким образом:

1) влияние поля объёмных зарядов следует учитывать в точках, находящихся в непосредственной близости от поверхности рудного тела, например, при интерпретации результатов измерения аномалий поля  $H_{za}$  в скважинах;

2) в первую очередь, поле объёмных зарядов необходимо учитывать для значительных по мощности, слабонаклонных тел,

если отношение  $\frac{a}{\chi_0}$  превышает  $10^{-4}$ ;

3) для физико-геологических условий Тагило-Кушвинского района при интерпретации аномалий магнитных полей неоднородных рудных тел, сложенных массивными магнетитовыми рудами, поле объёмных зарядов следует учитывать, если объекты исследования залегают вблизи поверхности наблюдения. При относительной глубине залегания  $\frac{h}{d} \geq 1$  напряжённость поля объёмных зарядов не превышает первые десятки нанотесл. Поэтому влиянием полей объёмных зарядов в этом случае можно пренебречь.

## **ГЛАВА IV**

### **Алгоритмы решения прямой задачи магниторазведки (для условий Тагило-Кушвинского района)**

Из обзора, проведённого в главе I, следует, что при интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений большинство исследователей для простоты допускают однородное намагничивание рудных тел; способы же вычисления полей сильно магнитных объектов с учётом их неоднородного намагничивания разработаны лишь для двухмерных тел и опробованы на теоретических моделях.

В последние годы появился ряд работ, в которых рассматривается вычисление магнитных полей трёхмерных тел с переменной намагниченностью.

Используя метод решения прямых задач грави-магниторазведки для произвольного многогранника, предложенный Страховым В. Н. и развитый им в работах [215 – 218], Луцицкий А. И. решил прямую задачу магниторазведки для многогранника с линейным и квадратичным законом изменения намагниченности в пределах граней [150].

Удобный в вычислительном отношении подход к решению прямой задачи магниторазведки трёхмерных и двухмерных тел предложен Голиздрой Г. Я. [56]. Объект заменяется системой горизонтальных плоскостей, в пределах которых намагниченность может задаваться непрерывно, кусочно-непрерывно или дискретно.

В работе [17] моделируемый объект представляется сечениями в вертикальных разрезах. Сечения описываются многоугольниками, которые увязываются между разрезами треугольными гранями. Вектор намагниченности задаётся для каждой угловой точки многоугольника. При вычислении поля каждая треугольная грань делится на более мелкие треугольники. В пределах каждого элементарного треугольника намагниченность принимается постоянной и находится путём интерполирования

между значениями намагниченности, заданной в угловых точках всей треугольной грани.

Однако в работах [56, 150] рассматриваются только принципиальные вычислительные схемы решения прямой задачи при переменной намагниченности, способы же её вычисления и физические причины изменения не обсуждаются. Не рассматривается методика определения намагниченности и в [17], хотя предложенный в работе алгоритм решения прямой задачи программно реализован и использован при интерпретации магнитных полей железорудных месторождений.

Магнетитовые рудные тела железорудных месторождений Тагило-Кушвинского района следует рассматривать как трёхмерные, особенно при значительной глубине их залегания. Кроме того, в главе II на физико-геологических моделях рудных тел показано, что они в широком диапазоне изменения параметров намагничиваются неоднородно. Поэтому при интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений района необходимо учитывать и трёхмерность рудных тел, и свойственный форме этих тел характер намагничивания.

В соответствии с такой постановкой прямой задачи было разработано два алгоритма ее решения: один для случая неоднородного намагничивания, второй – для однородного.

#### **4.1. Алгоритм решения прямой задачи при неоднородном намагничивании [231, 232]**

Одной из важных проблем, возникающей при решении прямых и обратных задач магниторазведки, является проблема математического описания геологической среды. Некоторые исследователи [57] точность описания геологического разреза рассматривают как существенное требование оптимальности алгоритмов и программ решения прямых задач.

В настоящее время для описания геологических объектов используется в основном дискретный подход, т. е. объекты заменяются набором однотипных или разнотипных геометриче-

ских элементов с постоянными или переменными физическими свойствами (многогранники, призмы, пирамиды, уступы и др.). Обладая рядом достоинств, такой подход имеет и существенные недостатки:

а) при замене геологического тела геометрическими элементами оно наделяется не присущими ему деталями: дополнительными гранями, ребрами и вершинами. При вычислении поля в непосредственной близости от тела (например, в скважине или при учете влияния дневного рельефа) эти детали приводят к искажению поля модели;

б) при разбиении на элементы сильно магнитного тела (например, магнетитового рудного) возникает необходимость при решении прямой задачи в учете взаимного влияния отдельных элементов друг на друга. Существующие алгоритмы для решений этой задачи [33] эффективны в том случае, если сильно магнитный объект заменен небольшим числом элементов. Поэтому такой алгоритм практически не реализуем;

в) сложные геологические объекты описываются большим количеством геометрических элементов (и, соответственно, параметров).

Частичное устранение недостатков дискретного подхода возможно благодаря аналитическому описанию поверхности геологических объектов. Очень удобной при этом является интерполяция поверхности двухмерными сплайнами. Наибольшее применение находят сплайны невысоких степеней (параболические и кубические), поскольку они проще [211].

Нами для описания поверхностей геологических объектов использованы двухмерные кубические полиномиальные и параметрические сплайны.

Рассмотрим вначале представление поверхности полиномиальными сплайнами. Пусть известны координаты точек (узлов)  $x_i, y_i, z_i$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  некоторой поверхности  $S$ . Проведем замкнутую ломаную линию  $G$  через некоторые узлы так, чтобы все  $N$  узлов поверхности  $S$  оказались либо внутри, либо на границе  $G$ . Область внутри ломаной линии  $G$  разобьем на

треугольные ячейки (рис. 4.1). Последнее всегда возможно и проводится вручную, так как в общем случае для такой операции построить алгоритм невозможно [177]. В пределах каждой треугольной ячейки сплайновую поверхность будем искать в следующем виде:

$$z = a_k x^3 + b_k x^2 y + c_k x y^2 + d_k x^2 + e_k x y + f_k y^2 + g_k x + h_k y + q_k, \quad (4.1)$$

где  $k$  – номер ячейки;  $a_k, b_k, c_k, \dots, q_k$  – коэффициенты сплайна для каждой ячейки. В выражении (1) отброшен член  $p_k y^2$ , поскольку сплайн вида

$$z = \sum_{i,j=0}^3 a_{ij} x^i y^j$$

на треугольной сетке построить нельзя [103].

Для построения сплайновой поверхности необходимо найти по девять неизвестных коэффициентов для каждой ячейки, а всего  $9m$  коэффициентов, где  $m$  – число ячеек.

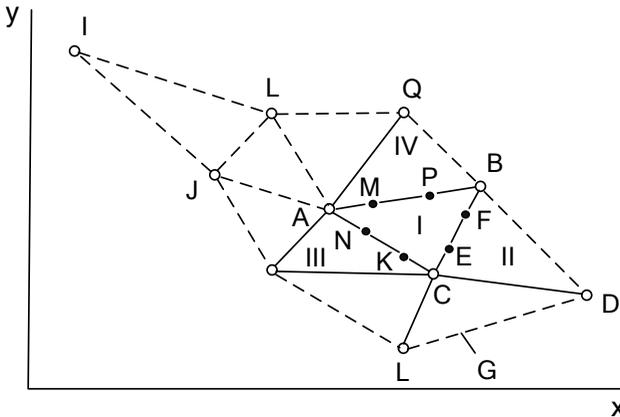


Рис. 4.1. Схема триангуляции поверхности геологического объекта

Рассмотрим методику составления системы уравнений для нахождения коэффициентов сплайнов, используя условие

интерполяции в узлах, условия непрерывности поверхности на границах между ячейками и первой производной на границах между ячейками в одной точке. В качестве примера составления уравнений рассмотрим ячейку  $ABC$  (см. рис. 4.1). Выполнение первого условия дает три следующих уравнения:

$$\left. \begin{aligned} z_{IA} &= a_1 x_A^3 + b_1 x_A^2 y_A + c_1 y_A^3 + d_1 x_A^2 + e_1 x_A y_A + \\ &\quad + f_1 y_A^2 + g_1 x_A + h_1 y_A + q_1, \\ z_{IB} &= a_1 x_B^3 + b_1 x_B^2 y_B + c_1 y_B^3 + d_1 x_B^2 + e_1 x_B y_B + \\ &\quad + f_1 y_B^2 + g_1 x_B + h_1 y_B + q_1, \\ z_{IC} &= a_1 x_C^3 + b_1 x_C^2 y_C + c_1 y_C^3 + d_1 x_C^2 + e_1 x_C y_C + \\ &\quad + f_1 y_C^2 + g_1 x_C + h_1 y_C + q_1. \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Непрерывность сплайна на границах между ячейками позволяет составить еще три уравнения для каждой ячейки, стороны которой не совпадают с границей  $G$ . Так, например, для точек  $E$  и  $F$  стороны  $BC$  (см. рис. 4.1) можно записать:

$$\left. \begin{aligned} &a_1 x_E^3 + b_1 x_E^2 y_E + c_1 y_E^3 + d_1 x_E^2 + e_1 x_E y_E + \\ &\quad + f_1 y_E^2 + g_1 x_E + h_1 y_E + q_1 = \\ &= a_{II} x_E^3 + b_{II} x_E^2 y_E + c_{II} y_E^3 + d_{II} x_E^2 + e_{II} x_E y_E + \\ &\quad + f_{II} y_E^2 + g_{II} x_E + h_{II} y_E + q_{II}, \\ &a_1 x_F^3 + b_1 x_F^2 y_F + c_1 y_F^3 + d_1 x_F^2 + e_1 x_F y_F + \\ &\quad + f_1 y_F^2 + g_1 x_F + h_1 y_F + q_1 = \\ &= b_{II} x_F^2 y_F + c_{II} y_F^3 + d_{II} x_F^2 + e_{II} y_F x_F + \\ &\quad + f_{II} y_F^2 + g_{II} x_F + h_{II} y_F + q_{II}. \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Аналогично записываются две пары уравнений для двух других сторон треугольника  $ABC$  (для точек  $M$  и  $P$  стороны  $AB$  и точек  $N$  и  $K$  стороны  $AC$ ). Таким образом, из условия непрерыв-

ности сплайновой поверхности получаем еще три уравнения. Оставшиеся три уравнения для треугольной ячейки, стороны которой не совпадают с границей  $G$ , находим из третьего условия: равенства производных склеиваемых поверхностей по  $x$  и  $y$  в одной точке на общей стороне двух ячеек. Для точки  $E$  стороны  $BC$  (см. рис. 4.1) условия равенства производных будут выглядеть следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l}
 \frac{\partial z_I}{\partial x} \Big|_E = \frac{\partial z_{II}}{\partial x} \Big|_E \\
 \text{или} \\
 3a_1 x_E^2 + 2b_1 x_E y_E + 2d_1 x_E + e_1 y_E + g_1 = \\
 = 3a_{II} x_E^2 + 2b_{II} x_E y_E + 2d_{II} x_E + e_{II} y_E + g_{II}, \\
 \frac{\partial z_I}{\partial y} \Big|_E = \frac{\partial z_{II}}{\partial y} \Big|_E \\
 \text{или} \\
 b_1 x_E^2 + 3c_1 y_E^2 + e_1 x_E + 2f_1 y_E + h_1 = \\
 = b_{II} x_E^2 + 3c_{II} y_E^2 + e_{II} x_E + 2f_{II} y_E + h_{II}.
 \end{array} \right\} \quad (4.4)$$

Запись третьего условия для точек  $M$  и  $N$  дает последние два уравнения для ячейки  $ABC$ .

Второе и третье условия невыполнимы на тех сторонах ячеек, которые совпадают с границей  $G$ . Поэтому по описанной схеме можно получить систему уравнений, число неизвестных в которой больше числа уравнений на удвоенное число внешних сторон треугольных ячеек, образующих границу  $G$ . Недостающие уравнения находятся из граничных условий на внешних сторонах ячеек. В качестве последнего использовано равенство производных сплайновых поверхностей по  $x$  и  $y$  в общем узле двух соседних ячеек (например, в узле  $H$  (см. рис. 4.1)). Вид уравнений при выполнении данного граничного условия аналогичен (4.3). В связи с трудностью обоснования граничных усло-

вий не рекомендуется при триангуляции поверхности  $S$  строить ячейки типа  $LII$  (см. рис. 4.1).

Система  $9m$  уравнений решается методом Гаусса. В результате для каждой ячейки определяются коэффициенты сплайна, а затем вычисляются аппликаты сплайновой поверхности по регулярной сетке любой заданной густоты.

Полиномиальные сплайны удобны для описания контактных поверхностей. Для описания поверхности трехмерных объектов предпочтительнее параметрические сплайны. Общие вопросы параметризации и влияние параметризации на результаты построения поверхностей рассмотрены в работе [235]. Здесь же отмечается, что затруднительные ситуации при параметризации поверхностей встречаются редко, но общего метода параметризации нет. В каждом конкретном случае он может быть свой. Автором работы [235] в качестве параметра использована длина хорды, соединяющей два соседних узла. Представление поверхности геологических объектов с помощью параметрических сплайнов имеет некоторые преимущества перед другими способами, особенно в том случае, когда необходимо получить графическое изображение поверхности на экране дисплея.

Опишем построение параметрического сплайна. Пусть заданы координаты узлов  $x_i, y_i, z_i$ , по которым необходимо построить сплайновую поверхность. Элементарную ячейку в данном случае удобнее взять четырехугольной. Выполним параметризацию по длине хорды. В результате получим координаты узлов, зависящие от параметров  $u$  и  $v$ . Пронумеруем ячейки и в пределах каждой из них поверхность будем представлять полиномом третьей степени от параметров  $u$  и  $v$ :

$$\varphi(u, v) = \sum_{i+j=0}^3 a_{ij} u^i v^j.$$

Для нахождения коэффициентов  $a_{ij}$  сплайна воспользуемся теми же условиями, что и при построении полиномиальных сплайнов. Они позволяют получить систему  $10m$  линейных

алгебраических уравнений, неизвестными в которых являются  $10m$  коэффициентов сплайнов. Система решается также методом Гаусса. Каждая точка поверхности определяется парой значений параметров  $u$  и  $v$ .

Прямая задача магниторазведки на основе представления поверхности геологических объектов сплайнами решена для двух случаев:

а) вычисление магнитного поля, обусловленного контактной поверхностью (например, рельефом дневной поверхности);

б) вычисление магнитного поля, обусловленного трехмерным объектом (магнетитовым рудным телом).

Во втором случае из-за ряда математических трудностей поверхность рудного тела не описывается параметрическим сплайном, а представляется состоящей из двух частей – верхней и нижней, каждая из которых описывается полиномиальными сплайнами. Для упрощения решения задачи стяжка обеих сплайновых поверхностей не производится.

В основу алгоритма решения прямой задачи положено предположение о том, что магнитное поле создается простым слоем, распределенным по поверхности тела. Магнитная восприимчивость полагается постоянной. Составляющие вектора напряженности магнитного поля в этом случае определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 H_x(P) &= \int_S J_n(N) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{R} \right) ds; & H_y(P) &= \int_S J_n(N) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{R} \right) ds; \\
 H_z(P) &= \int_S J_n(P) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{R} \right) ds,
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

где  $J_n(N)$  – плотность простого слоя в точке  $N$ ;  $S$  – поверхность, ограничивающая тело (сплайновая поверхность);  $R$  – расстояние от точки  $N$  на поверхности тела до точки  $P$ , в которой определяется магнитное поле.

Плотность простого слоя зависит как от величины магнитной восприимчивости, так и от формы геологического объекта. В общем случае  $J_n(N)$  находится из решения линейного интегрального уравнения второго рода

$$J_n(M) = \lambda \int_S J_n(N) \frac{\partial}{\partial n_M} \left( \frac{1}{r} \right) ds - \lambda H_{en}(M), \quad (4.6)$$

где  $n_M$  – нормаль к поверхности тела в точке  $M$ ;  $r$  – расстояние между точками  $M$  и  $N$ ;  $H_{en}(M)$  – нормальная к поверхности тела составляющая магнитного поля Земли в точке  $M$ ;

$\lambda = \frac{1}{2\pi} \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e}$ ;  $\mu_i = 1 + \chi_i$  и  $\mu_e = 1 + \beta\chi_e$  – магнитная проницаемость тела и среды, в которой находится тело;  $\chi_i$  и  $\chi_e$  – магнитная восприимчивость тела и среды.

Геологические объекты, для которых рассматривается решение прямой задачи, существенно различаются по магнитным свойствам. Магнитная восприимчивость магнетитовых руд (для уральских железорудных месторождений) составляет  $(4\pi \cdot 0,1 - 4\pi \cdot 0,2)$  ед. СИ. Плотность простого слоя в этом случае может находиться путем решения уравнения (4.5) методом простых итераций:

где

$$\left. \begin{aligned} J_n(M) &= J_{0n}(M) + \lambda J_{1n}(M) + \lambda^2 J_{2n}(M) + \dots, \\ J_{0n}(M) &= -\lambda H_{en}(M), \\ J_{1n}(M) &= -\int_S J_{0n}(M) \frac{\partial}{\partial n_M} \left( \frac{1}{r} \right) ds, \\ J_{2n}(M) &= -\int_S J_{1n}(M) \frac{\partial}{\partial n_M} \left( \frac{1}{r} \right) ds. \\ &\dots \end{aligned} \right\} (4.7)$$

Рельеф дневной поверхности слагается, как правило, породами, восприимчивость которых редко превышает  $4\pi \cdot 0,01$  ед.

СИ. При таком значении  $\chi$  плотность простого слоя будет постоянной (объект намагничивается однородно). Поэтому при решении первой задачи полагается, что  $J_n = \text{const}$ . Для удобства организации вычислительного процесса в алгоритме принимается, что  $J_n$  равняется нулевому приближению из уравнения (4.7).

Рассмотрим схему решения первой задачи. Поверхность в пределах  $k$ -й ячейки описывается уравнением (1.1). Тогда нормаль в точке  $M$  поверхности будет представлять следующий вектор:  $\vec{n}_M = [(3ax^2 + 2bxy + 2dx + ey + g); (bx^2 + 3cy^2 + ex + 2fy + h); -1]$ .

Нормальная к поверхности  $S$  составляющая вектора напряженности магнитного поля Земли в точке  $M$

$$H_{en}(M) = \frac{H_{0x}(3ax^2 + 2bxy + 2dx + ey + g) + H_{0y}(bx^2 + 3cy^2 + ex + 2fy + h) - H_{0z}}{[(3ax^2 + 2bxy + 2dx + ey + g)^2 + (bx^2 + 3cy^2 + ex + 2fy + h)^2 + 1]^{1/2}},$$

где  $H_{0x}$ ,  $H_{0y}$ ,  $H_{0z}$  – составляющие вектора напряженности магнитного поля Земли по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Составляющие вектора напряженности магнитного поля, обусловленные  $k$ -й ячейкой поверхности, такие:

$$\left. \begin{aligned} H_x^k(P) &= \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \lambda_k \int_{Sk} H_{en}(M) \frac{(x_0 - x_M) ds}{[(x_0 - x_M)^2 + (y_0 - y_M)^2 + (z_0 - z_M(x_M, y_M))^2]^{3/2}}, \\ H_y^k(P) &= \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \lambda_k \int_{Sk} H_{en}(M) \frac{(y_0 - y_M) ds}{[(x_0 - x_M)^2 + (y_0 - y_M)^2 + (z_0 - z_M(x_M, y_M))^2]^{3/2}}, \\ H_z^k(P) &= \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \lambda_k \int_{Sk} H_{en}(M) \frac{(z_0 - z_M(x_M, y_M)) ds}{[(x_0 - x_M)^2 + (y_0 - y_M)^2 + (z_0 - z_M(x_M, y_M))^2]^{3/2}}, \end{aligned} \right\} (4.8)$$

где  $\mu_0$  – абсолютная магнитная проницаемость вакуума.

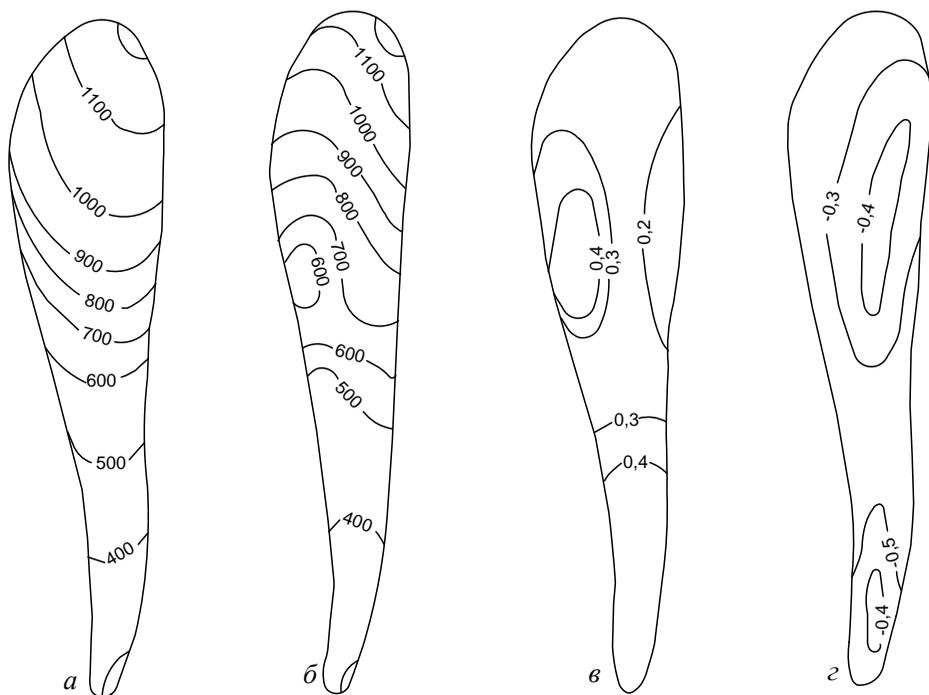


Рис. 4.2. План изогипс кровли (а) и подошвы (б) магнетитового рудного тела (оцифровка в условных единицах); изолинии поверхностной плотности магнитных зарядов по кровле (в) и подошве (г) того же рудного тела (оцифровка в тысячах А/м)

Перейдем в выражениях (4.8) от поверхностных интегралов к двойным, используя следующие преобразования [36]:

$$ds = \sqrt{EG - F^2} dx dy; \quad E = 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2; \quad G = 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2; \quad F = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}.$$

Для поверхности, описываемой формулой (4.1), элемент  $ds$  будет выражаться следующим образом:

$$ds = [1 + 3ax^2 + bx(2y + x) + 3cy^2 + 2dx + e(x + y) + 2fy + g + h]^{1/2} dx dy.$$

С учетом перехода к двойным интегралам, составляющие магнитного поля имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 H_x(P) &= \\
 &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{k=1}^m \lambda_k \int_{S_k} H_{en}(M) \frac{(x_0 - x_M)(EG - F^2)^{1/2} dx dy}{[(x_0 - x_M)^2 + (y_0 - y_M)^2 + (z_0 - z_M(x_M, y_M))^2]^{3/2}}, \\
 H_y(P) &= \\
 &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{k=1}^m \lambda_k \int_{S_k} H_{en}(M) \frac{(y_0 - y_M)(EG - F^2)^{1/2} dx dy}{[(x_0 - x_M)^2 + (y_0 - y_M)^2 + (z_0 - z_M(x_M, y_M))^2]^{3/2}}, \\
 H_z(P) &= \\
 &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{k=1}^m \lambda_k \int_{S_k} H_{en}(M) \frac{(z_0 - z_M(x_M, y_M))(EG - F^2)^{1/2} dx dy}{[(x_0 - x_M)^2 + (y_0 - y_M)^2 + (z_0 - z_M(x_M, y_M))^2]^{3/2}}.
 \end{aligned} \right\} (4.9)$$

В формулах (4.9) суммирование проводится по всем  $m$  ячейкам, на которые разбивается магнитоактивная поверхность.

Схема вычисления составляющих магнитного поля сильномагнитных объектов (магнетитовых рудных тел) отличается от рассмотренной только вычислением плотности простого слоя. Исходными данными решения обеих прямых задач являются координаты сплайновой поверхности, составляющие нормального магнитного поля Земли по осям принятой в задаче системе координат, магнитная восприимчивость магнитоактивного объекта и вмещающей среды, координаты расчетных точек.

На рис. 4.2 и 4.3 изображены результаты построения сплайновой поверхности, вычисления поверхностной плотности магнитных зарядов и решения прямой задачи для рудного тела одного из магнетитовых месторождений Среднего Урала.

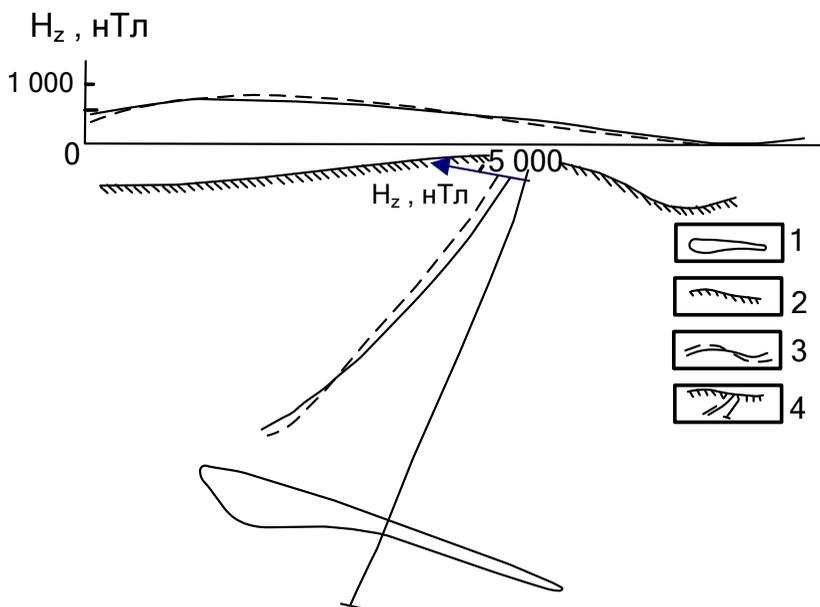


Рис. 4.3. Пример решения прямой задачи магниторазведки для магнетитового рудного тела (рис. 4.2):

*1* – контур рудного тела; *2* – рельеф дневной поверхности; поле  $H_z$ , вычисленное (пунктирная линия) и измеренное (сплошная линия) на дневной поверхности (*3*) и по скважине (*4*)

## 4.2. Вычисление магнитного поля однородно намагниченных рудных тел

В главе II при анализе намагничивания физико-геологических моделей магнетитовых рудных тел было показано, что пластобразные тела с отношением размеров по падению и простиранию к мощности, равным или большим ста, и  $\chi \leq 2,513$  ед. СИ намагничиваются однородно, как тонкая наклонная пластина. Намагниченность таких тел вычисляется по простой формуле (2.13).

В пределах железорудных месторождений Тагило-Кушвинского района широко распространены рудные тела и пропластки

с отмеченным выше отношением размеров по падению и простиранию к мощности. Магнитное поле таких тел при интерпретации можно вычислять, считая их намагниченными однородно, т. е. полагая в уравнении (4.5)  $J_n(M) = J_n = \text{const}$ . Уравнение (4.5) приобретает в этом случае простой вид, поскольку  $J_n$  выносится за знак интеграла. Особенностью пластообразных рудных тел района является то, что они в плане могут иметь форму параллелограмма (рис. 4.4).

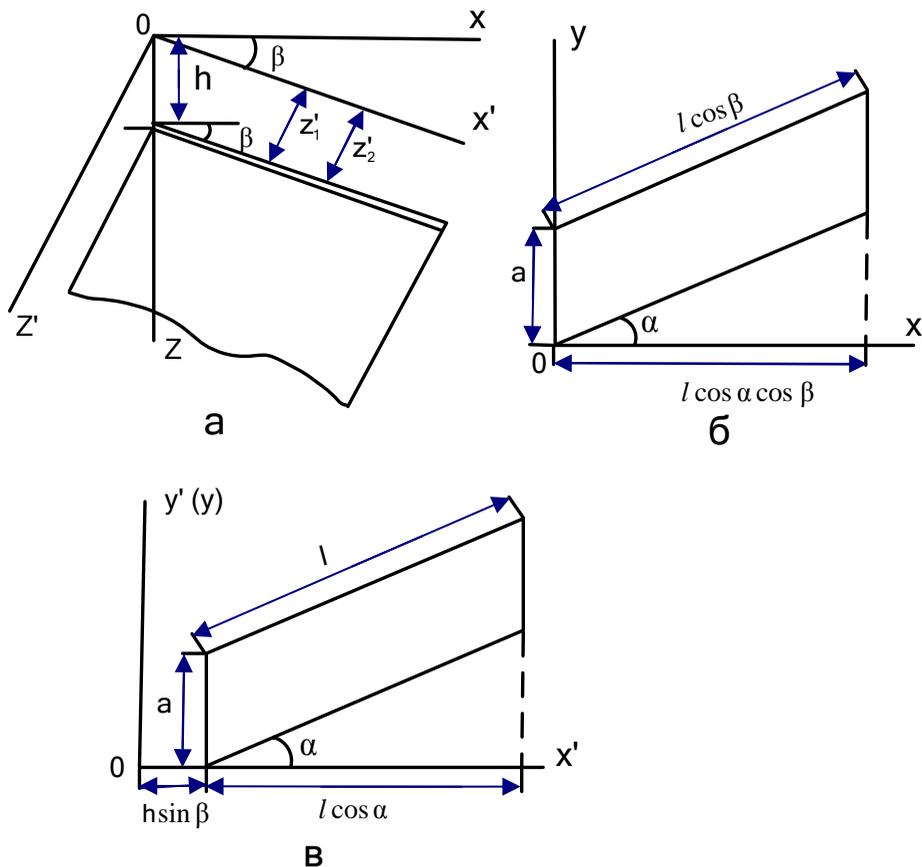


Рис. 4.4. Пояснение к выводу формул напряжённости магнитного поля тонкой пластины

Пользуясь формулами (4.5) при  $J_n = \text{const}$ , найдём выражения составляющих напряжённости магнитного поля тонкого, ограниченного по падению и простиранию, произвольно ориентированного в пространстве пласта, наклонённого к горизонту под углом  $\beta$  и имеющего в плане форму параллелограмма (рис. 4.4).

Введём новую систему координат  $x'y'z'$ , повернутую вокруг оси  $y$  на угол  $\beta$ . Представим пластообразное тело как разность двух бесконечных по оси  $z'$  тел, верхние кромки которых находятся на глубине  $z'_1$  и  $z'_2$ . Влиянием зарядов на боковых сторонах пласта пренебрежём. Интегрирование в формулах (4.5) в новой системе координат по  $x'$  следует выполнять от  $x'_1 = h \sin \beta$  до  $x'_2 = h \sin \beta + l \cos \alpha$ , по  $y'$  – от  $y'_1 = a_1 + x' \operatorname{tg} \alpha$  до  $y'_2 = a_2 + x' \operatorname{tg} \alpha$ , где  $a_1 = -h \sin \beta \operatorname{tg} \alpha$ ,  $a_2 = a - h \sin \beta \operatorname{tg} \alpha$ .

Тогда, например,  $H'_{z\infty}$  – составляющая напряжённости магнитного поля тела, бесконечного по оси  $z'$ :

$$\begin{aligned}
 H'_{z\infty} &= J_n \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \int_{a_1 + x' \operatorname{tg} \alpha}^{a_2 + x' \operatorname{tg} \alpha} \frac{(z' - \zeta) dx' dy'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (y' - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = \\
 &= J_n (z' - \zeta) \left\{ \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \frac{(x' \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta) dx'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (z' - \zeta)^2 \right] \left[ (x' - \xi)^2 + (x' \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \right. \\
 &\quad \left. - \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \frac{(x' \operatorname{tg} \alpha + a_1 - \eta) dx'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (z' - \zeta)^2 \right] \left[ (x' - \xi)^2 + (x' \operatorname{tg} \alpha + a_1 - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\}.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим вычисление интегралов по  $x'$ . Запишем первый из них в следующем виде:

$$I_1 = \int \frac{(Mp + N)dp}{(p^2 + \alpha) [c(A_1 + B_1 p + p^2)]^{\frac{1}{2}}},$$

где  $p = x' - \xi$ ,  $dp = dx'$ ,  $\alpha = (z' - \zeta)^2$ ,  $M = \operatorname{tg} \alpha$ ;

$$N = a_2 - \eta + \xi \operatorname{tg} \alpha, \quad c = \sec^2 \alpha;$$

$$A_1 = \frac{(a_2 - \eta + \xi \operatorname{tg} \alpha)^2 + (z' - \zeta)^2}{\sec^2 \alpha}, \quad B_1 = \frac{2(a_2 - \eta + \xi \operatorname{tg} \alpha) \operatorname{tg} \alpha}{\sec^2 \alpha}.$$

Интеграл  $I_1$  с помощью подстановки [61]

$$p = -\frac{A_1 - \alpha}{B_1} - \frac{[(A_1 - \alpha)^2 + \alpha B_1^2]^{\frac{1}{2}}}{B_1} \cdot \frac{t - 1}{t + 1}$$

приводится к табличному виду

$$I_1 = \int \frac{dt}{(t^2 + m)(t^2 + n)^{\frac{1}{2}}}.$$

После несложных, но очень громоздких преобразований получим:

$$I_1 = -\frac{P_2^2 - (z' - \zeta)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{P_2^2 + (z' - \zeta)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \times \arctg \frac{(z' - \zeta)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - (x' - \xi) P_2}{(z' - \zeta) \left[ \frac{P_2^2 \sec^2 \alpha (z' - \zeta)^2}{P_2^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (z' - \zeta)^2} + \sec^2 \alpha (x' - \xi)^2 + 2 \operatorname{tg} \alpha P_2 (x' - \xi) + P_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}},$$

где  $P_2 = (a_2 - \eta + \xi \operatorname{tg} \alpha)$ .

Второй интеграл в фигурных скобках (обозначим его через  $I_2$ ) вычисляется аналогично:

$$I_2 = -\frac{P_1^2 - (z' - \zeta)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{P_1^2 + (z' - \zeta)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \times \\ \times \operatorname{arctg} \frac{(z' - \zeta)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - (x' - \xi) P_1}{(z' - \zeta) \left[ \frac{P_1^2 \sec^2 \alpha (z' - \zeta)^2}{P_1^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (z' - \zeta)^2} + \sec^2 \alpha (x' - \xi)^2 + 2 \operatorname{tg} \alpha P_1 (x' - \xi) + P_1^2 \right]^{\frac{1}{2}}},$$

где  $P_1 = (a_1 - \eta + \xi \operatorname{tg} \alpha)$ .

Таким образом,  $H'_{z\infty}$  – составляющая напряжённости магнитного поля бесконечного по оси  $z'$  тела

$$H'_{z\infty} = J_n (I_2 - I_1) \Big|_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha}.$$

Поле  $H'_z$  тонкой пластины запишется следующим образом:

$$H'_z = J_n (I_2 - I_1) \Big|_{h \sin \beta, z'_1}^{h \sin \beta + l \cos \alpha, z'_2}. \quad (4.10)$$

Полагая в выражении (4.10)  $\alpha = 0^\circ$ , получим хорошо известную формулу вертикальной составляющей напряжённости магнитного поля прямоугольной призмы при вертикальном намагничивании [169]:

$$H'_z = J_n \operatorname{arctg} \frac{(x' - \xi)(y' - \eta)}{(z' - \zeta) \left[ (x' - \xi)^2 + (y' - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \Big|_{h \sin \beta, 0, H \cos \beta}^{h \sin \beta + l, a, h \cos \beta}.$$

Вычислим две другие составляющие напряжённости магнитного поля  $H'_y$  и  $H'_x$ :

$$\begin{aligned}
H'_{y\infty} &= J_n \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \int_{a_1 + x' \operatorname{tg} \alpha}^{a_2 + x' \operatorname{tg} \alpha} \frac{(y' - \eta) dx' dy'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (y' - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = \\
&= -J_n \left\{ \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \frac{dx'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (x' \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \right. \\
&\quad \left. - \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \frac{dx'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (x' \operatorname{tg} \alpha + a_1 - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} = \\
&= -J_n \cos \alpha \left\{ \operatorname{Arsh} \frac{\sec \alpha x' - \xi + (a_2 - \eta) \operatorname{tg} \alpha}{\left[ (\xi \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)^2 + \sec^2 \alpha (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \right. \\
&\quad \left. - \operatorname{Arsh} \frac{\sec \alpha x' - \xi + (a_1 - \eta) \operatorname{tg} \alpha}{\left[ (\xi \operatorname{tg} \alpha + a_1 - \eta)^2 + \sec^2 \alpha (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\} \Bigg|_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha}.
\end{aligned}$$

Окончательно  $H'_y$ -составляющая магнитного поля тонкой пластины (функции  $\operatorname{Arsh}$  в фигурных скобках последнего выражения обозначим через  $I_3$  и  $I_4$ ):

$$H'_y = -J_n \cos \alpha (I_3 - I_4) \Big|_{h \sin \beta, z'_1}^{h \sin \beta + l \cos \alpha, z'_2}. \quad (4.11)$$

$$H'_{x\infty} = J_n \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \int_{a_1 + x' \operatorname{tg} \alpha}^{a_2 + x' \operatorname{tg} \alpha} \frac{(x' - \xi) dx' dy'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (y' - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= J_n \left\{ \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \frac{(x' \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)(x' - \xi) dx'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (z' - \zeta)^2 \right] \left[ (x' - \xi)^2 + (x' \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \right. \\ \left. - \int_{h \sin \beta}^{h \sin \beta + l \cos \alpha} \frac{(x' \operatorname{tg} \alpha + a_1 - \eta)(x' - \xi) dx'}{\left[ (x' - \xi)^2 + (z' - \zeta)^2 \right] \left[ (x' - \xi)^2 + (x' \operatorname{tg} \alpha + a_1 - \eta)^2 + (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right\}.$$

Вычислим интегралы, стоящие в фигурных скобках последнего выражения. Обозначим первый интеграл через  $I_5$  (второй интеграл обозначим через  $I_6$ ) и сделаем в нём замену переменной:

$$U = x' - \xi, \quad dU = dx', \quad \varphi = (z' - \zeta)^2,$$

после несложных преобразований получим:

$$I_5 = \sin \alpha \int \frac{dU}{(U^2 + BU + A)^{\frac{1}{2}}} + \cos \alpha \int \frac{(MU + N)dU}{(U^2 + \alpha)(U^2 + BU + A)^{\frac{1}{2}}},$$

где  $M = \xi \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta$ ,  $N = -\varphi \operatorname{tg} \alpha$ ,

$$B = 2(\xi \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta) \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha,$$

$$A = \cos^2 \alpha [(\xi \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)^2 + \varphi].$$

Первый интеграл в выражении  $I_5$  является табличным, второй сводится к табличному с помощью подстановки, использованной ранее при вычислении  $H'_{z\infty}$  – составляющей. Решением первого интеграла в выражении  $I_5$  является

$$I'_5 = \sin \alpha \operatorname{Arsh} \frac{\sec \alpha x' - \xi + (a_2 - \eta) \operatorname{tg} \alpha}{\left[ (\xi \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)^2 + \sec^2 \alpha (z' - \zeta)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} .$$

Второй интеграл в выражении  $I_5$

$$I''_5 = \frac{1}{2} \ln \frac{4 \operatorname{tg}^2 \alpha \left[ P_2^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (z' - \zeta)^2 \right] \left[ \sec^2 \alpha (x' - \xi)^2 + 2 \operatorname{tg} \alpha P_2 (x' - \xi) + \right.}{4 \operatorname{tg}^2 \alpha \left[ P_2^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (z' - \zeta)^2 \right] \left[ \sec^2 \alpha (x' - \xi)^2 + 2 \operatorname{tg} \alpha P_2 (x' - \xi) + \right.}$$

$$\rightarrow \frac{+ P_2^2 + (z' - \zeta)^2 \left. \right]^{\frac{1}{2}} - P_2^2 (x' \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)}{+ P_2^2 + (z' - \zeta)^2 \left. \right]^{\frac{1}{2}} + P_2^2 (x' \operatorname{tg} \alpha + a_2 - \eta)} .$$

Интеграл  $I_6$  вычисляется так же, как и интеграл  $I_5$ , только в окончательный результат интегрирования надо вместо  $P_2$  поставить  $P_1$ . В окончательном виде составляющая  $H'_x$  тонкой пластины:

$$H'_x = J_n \left[ (I'_5 + I''_5) - (I'_6 + I''_6) \right] \Big|_{h \sin \beta, z'_1}^{h \sin \beta + l \cos \alpha, z'_2} . \quad (4.12)$$

Формулами (4.10) – (4.12) определяются составляющие напряжённости магнитного поля тонкой пластины в системе координат  $x'y'z'$ . Для перехода к старой системе координат  $xuz$  воспользуемся известным соотношением

$$\vec{n}' = A \vec{n} ,$$

где  $\vec{n}' = (x', y', z')$ ;  $\vec{n} = (x, y, z)$ ;  $A$  – ортогональная матрица перехода

$$A = \begin{cases} \cos(x, x') & \cos(y, x') & \cos(z, x') \\ \cos(x, y') & \cos(y, y') & \cos(z, y') \\ \cos(x, z') & \cos(y, z') & \cos(z, z') \end{cases} .$$

В нашем случае ортогональная матрица перехода будет иметь следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} ,$$

отсюда

$$\left. \begin{aligned} x' &= x \cos\beta + z \sin\beta \\ y' &= y \\ z' &= -x \sin\beta + z \cos\beta \end{aligned} \right\} .$$

С учётом последнего соотношения вычисляются составляющие напряжённости магнитного поля тонкой пластины в системе координат  $x y z$ .

## **ГЛАВА V**

### **Результаты интерпретации аномалий магнитных полей железорудных месторождений Тагило-Кушвинского района [229]**

Рудные поля магнетитовых месторождений Тагило-Кушвинского района остаются важнейшими объектами, в пределах которых широко проводятся поисковые и разведочные работы. За последнее десятилетие на флангах и глубоких горизонтах Гороблагodatского, Естюнинского, Лебяжинского и других месторождений было разведано более 300 млн тонн богатых магнетитовых руд. Задача дальнейшего расширения поисковых работ в районах действующих горнодобывающих предприятий остаётся актуальной и в ближайшем будущем.

Ниже рассматривается методика и геологические результаты интерпретации аномалий магнитных полей Естюнинского и Лебяжинского месторождений и Рублёвского рудопроявления в связи с поисками в их пределах новых рудных тел.

#### **5.1. Интерпретация аномалий магнитного поля Естюнинского месторождения**

##### ***5.1.1. Краткое описание геологического строения Естюнинского месторождения***

Естюнинское железорудное месторождение расположено в западной части Тагильского диорит-сиенитового массива и приурочено к останцу метаморфических пород основного состава. Толща этих пород вытянута в северо-западном направлении более чем на 8 км при ширине в плане от 250 до 1000 м.

Со стороны всяческого бока месторождения залегают пироксен-биотитовые диориты: лейкократовые, мезо- и мелано-

кратовые. Преимущественное развитие имеют мезократовые разности.

Диориты всяческого бока подстилает толща роговиков основного состава, которая залегает согласно как с вышележащими диоритами, так и с подстилающими её рудовмещающими породами. С выше- и нижележащими породами роговики связаны постепенными переходами. Роговики всяческого бока представлены главным образом пироксен-плагиоклазовыми разностями, метаморфизованы они в меньшей степени, чем диориты.

Рудовмещающая толща залегает под роговиками основного состава и сложена роговиковыми породами пироксен-плагиоклазового состава и биотит-пироксен-плагиоклазового состава, скарнами, мраморами и магнетитовыми рудами.

Подстилают рудовмещающую толщу роговиковые породы биотит-пироксен-плагиоклазового, пироксен-амфибол-плагиоклазового состава.

Разрез в пределах месторождения заканчивается диоритами лежачего бока, которые по составу, структуре и физическим свойствам практически не отличаются от диоритов всяческого бока. Контакты между диоритами лежачего бока и вышележащими роговиковыми породами согласные, часто постепенные.

Жильные породы, широко распространённые на месторождении, представлены диабазовыми и диоритовыми порфиритами, сиенит-диоритами, авгитовыми порфиритами и сиенит-аплитами.

Структура месторождения представляет собой моноклираль, осложнённую нечётко выраженной флексурой.

Рудовмещающая толща залегает в смыкающем крыле флексуры и ограничена её северным и южным изгибами. Длина по простирацию смыкающего крыла флексуры и рудной зоны с промышленным оруденением составляет 1100 – 1200 м. Такая протяжённость рудной зоны выдерживается на всех горизонтах вплоть до отметки минус 1000 м.

По данным микромагнитной съёмки, северо-западнее месторождения выделяется ряд крупных разрывных нарушений раз-

личной ориентировки. Этими нарушениями район месторождения «разбит» на несколько блоков. Само Естюнинское месторождение находится в одном из них. Крупных разрывных нарушений в пределах разведанной части месторождения нет. Отмечаются только отдельные дизъюнктивные нарушения с амплитудой в первые метры.

В целом месторождение относится к типу структурных залежей с относительно простым строением.

Рудовмещающая зона месторождения представляет собой согласную, плавно изгибающуюся залежь, шириной в плане от 100 до 300 м. Длина зоны по простиранию 300 – 340 м, падение северо-восточное под углами 22–45°. Её юго-восточная часть сложена в основном скарнами гранатового и пироксен-гранатового состава, на границе с которыми залегают богатые магнетитовые руды. В центральной и северо-западной частях развиты преимущественно вкрапленные руды. Внутри рудной зоны оруденение смещается с глубиной от лежащего бока к висячему.

В соответствии с кондициями разведанной части месторождения при подсчёте запасов было выделено 14 рудных тел, среди которых 11 представлены кондиционными и 3 – некондиционными рудами. Большая часть запасов месторождения сосредоточена в рудном теле I. Оно залегает согласно с вмещающей толщей, границы его нечёткие и определяются по данным опробования. Прослеженная длина рудного тела по простиранию 2,5 км, длина в плоскости падения 1650 м, мощность изменяется от 3,3 до 60,1 м (средняя мощность рудного тела 19,3 м); падение в юго-восточной части 40 – 70°, в северо-западной – 20 – 30°; среднее содержание железа в руде 33,5 %, но по отдельным подсечениям оно варьирует от 20 до 50 %.

### **5.1.2. Методика и результаты интерпретации аномалий магнитного поля Естюнинского месторождения**

Интерпретация аномалии магнитного поля Естюнинского месторождения выполнялась для изучения его флангов с целью обнаружения новых рудных тел. Сложность решения этой задачи заключена в том, что месторождение интенсивно разрабатывается, часть его территории занята отвалами, карьером, железнодорожными путями, различными промышленными постройками. Всё это затрудняет проведение наземной магнитной съёмки. На территории, занятой отвалами, карьером и прилегающими к ним участками, съёмка отсутствует полностью. В восточной части месторождения имеется съёмка 50-х годов невысокой точности. Кондиционная магнитная съёмка выполнена в западной части месторождения в 1980 году после того, как была проведена интерпретация аномалий.

Основными вопросами существующей методики интерпретации являются: построение модели исследуемого объекта, наделение её магнитными свойствами, вычисление магнитного поля и остаточных аномалий, анализ остаточных аномалий и уточнение модели. Эта схема была соблюдена и при интерпретации аномалии магнитного поля Естюнинского месторождения. Но поскольку намагниченность тела зависит от его формы и магнитной восприимчивости, то все вопросы методики моделирования решались с учётом результатов, полученных в главах II и III.

По величине магнитной восприимчивости породы и руды, слагающие месторождение, можно разделить на две группы:

- I группа – диориты всячего бока, роговики основного состава, роговиковые породы биотит-пироксен-плагиоклазового состава, диориты лежачего бока. Средняя магнитная восприимчивость этих пород изменяется от 0,05 до 0,10 ед. СИ;
- II группа – породы, слагающие рудовмещающую толщу, и магнетитовые руды со средней магнитной восприимчивостью от 1,00 до 2,26 ед. СИ.

Поэтому интерпретация выполнялась по-разному, в зависимости от магнитной восприимчивости объектов, слагающих ту или иную часть месторождения.

Геологической основой создания модели месторождения послужили 30 вертикальных разрезов, построенных по параллельным разведочным линиям, расстояние между которыми не превышает 50 м. Глубина опоискования месторождения скважинами составляет 1650 м, поэтому модель была построена до этой глубины.

В пределах разрезов границы геологических тел, сложенных породами группы I, описывались ломаным контуром. Форма контура интерполировалась на половину расстояния между соседними разрезами. Таким образом, эти геологические объекты были представлены совокупностью горизонтальных призм с сечением в форме многоугольников, ограниченных по простиранию вертикальными плоскостями.

Каждое призматическое тело характеризовалось постоянной магнитной восприимчивостью, а намагниченность вычислялась без учёта его формы по формуле (1.1).

Подробнее всего, несколькими сотнями скважин, в пределах месторождения изучена рудовмещающая толща. По многим скважинам проведён каротаж магнитной восприимчивости. Это позволяет детально проанализировать изменение  $\chi$  рудных тел и их форму и на основе такого анализа построить модель, наиболее полно отражающую свойства моделируемого объекта.

В главе II на примерах призматических тел было показано, что изменение намагниченности в них при  $\chi \leq 0,503$  ед. СИ и любом соотношении размеров сторон не превышает 10 – 15 %, т. е. намагничивание таких тел близко к однородному. Допустимо, что и тела более сложной формы при  $\chi \leq 0,503$  ед. СИ с такой же погрешностью можно считать однородно намагниченными.

Поэтому в пределах рудовмещающей толщи были выделены прежде всего участки с  $\chi \leq 0,503$  ед. СИ. Форма этих участков аппроксимировалась, как и в предыдущем случае, многоуголь-

ными призмами. Намагниченность вычислялась по методике, предложенной Константиновым Г. Н. [116], исходя из аппроксимации многоугольной призмы трёхосным эллипсоидом.

При составлении модели месторождения отдельно рассматривались рудные тела в форме тонких пластин с отношением размеров по падению и простиранию к мощности, равным или большим ста. Такие объекты, как показано в п. 2.2.2 главы II, намагничиваются однородно. Их намагниченность вычислялась по формуле (2.13) независимо от величины магнитной восприимчивости, а магнитное поле – по формулам (4.9) – (4.11).

Магнитное поле магнетитовых рудных тел и оруденелых пород с  $\chi > 0,503$  ед. СИ вычислялось с учётом их неоднородного намагничивания.

Способ описания формы неоднородно намагничивающегося тела и метод вычисления намагниченности описаны в главе IV. Там же на примере кругового цилиндра показано, как важно правильно передать форму тела, т. е. определить число точек, описывающих контур тела в различных сечениях. При интерпретации эта задача решалась опытным путём.

Остаточная намагниченность магнетитовых рудных тел месторождения изучена слабо. Представительные данные о ней имеются только в целом для всего месторождения [229, 256]. Поэтому при вычислении намагниченности и напряжённости магнитного поля в формуле нулевого приближения величина и направление вектора остаточной намагниченности были приняты постоянными для всей модели: направление совпадающим с направлением магнитного поля Земли, а величина равной 2,2 А/м.

Для модели месторождения была вычислена  $H_z$ -составляющая напряжённости магнитного поля в точках прямоугольной сети, расположенных на негоризонтальной поверхности. Сопоставление наблюдённого поля и поля модели позволило построить карту остаточных аномалий.

К моменту интерпретации только в восточной части месторождения была наземная магнитная съёмка невысокой точности,

выполненная в 50-х годах. Карта остаточного поля характеризуется здесь чередованием значительных по площади, изометричных по форме, положительных и отрицательных аномалий интенсивностью от  $-300$  до  $+400$  нТл. Расчёты показывают, что эти аномалии обусловлены неоднородностью магнитных свойств диоритов (при построении модели магнитная восприимчивость диоритов была принята постоянной) и рельефом коренных пород. По результатам интерпретации эта часть месторождения была признана бесперспективной на обнаружение новых рудных тел.

В западной части месторождения остаточные аномалии удалось вычислить только по отдельным профилям. Аномалия, вычисленная по профилю, продолжающему разведочную линию XXVI, была проинтерпретирована и рекомендована к проверке бурением. Результаты бурения подтвердили рудную природу аномалии. Скважинами было подсечено два рудных тела.

В 1980 году в западной части месторождения была выполнена наземная магнитная съёмка, по результатам которой построена кондиционная карта изодинам наблюдённого поля и карта остаточного поля. На карте остаточного поля выделяется несколько локальных аномалий интенсивностью от  $4000$  до  $8000$  нТл. Наиболее перспективными из них явились аномалии А-1 и А-2:

- обе аномалии пространственно совпадают с областью развития роговиковых пород, слагающих рудовмещающую толщу;
- аномалия А-1, выделенная предварительно только по профилю XXVI, разбурена, и скважины подсекли в её пределах рудные тела;
- по результатам электроразведочных работ методом анизотропии [161] была выделена зона анизотропии электропроводности, пространственно совпадающая с положением аномалий А-1 и А-2.

На основании этих данных аномалии А-1 и А-2 интерпретировались как рудные. Интерпретация выполнялась по следующей схеме:

- 1) форма магнитоактивных объектов задавалась в виде наклонного, ограниченного по падению и простирающему пласта с горизонтальной верхней кромкой, поскольку эта форма наиболее типична для рудных тел района;
- 2) в главе II отмечалось, что такие трансформации исходного поля неоднородно намагниченного тела, как вычисление высших производных и пересчёты в верхнее полупространство, позволяют получить аномалии, соответствующие в разрезе однородно намагниченным объектам простой формы. По этим аномалиям определяются геометрические параметры тела;
- 3) подбор поля производится путём изменения магнитной восприимчивости при неизменных геометрических параметрах тела.

Интерпретация аномалии А-1 была проведена по профилю XXVI. Поскольку аномалия по этому профилю уже интерпретировалась и разбурена, то повторная интерпретация свелась к уточнению магнитной восприимчивости тел и их планового положения. Результаты интерпретации аномалии А-1 и геологический разрез по профилю XXVI приведены на рис. 5.1 и 5.2. Видимая мощность первого тела, по данным бурения, равна 17 м, по результатам интерпретации – 26 м; длина по падению соответственно 90 и 74 м. Видимая мощность второго тела, по данным бурения, равна 7 м, длина по падению не установлена. По данным интерпретации, мощность тела равна 16 м, длина по падению равна 160 м. Магнитные восприимчивости тел по результатам подбора равны соответственно 1,08 и 0,779 ед.СИ.

Интерпретация аномалии А-2 выполнена по профилю, продолжающему разведочную линию XXII. Из-за отсутствия наземной съёмки вблизи карьера по результатам интерпретации была вычислена только северо-западная часть этой аномалии.

Поэтому интерпретационный профиль проходит не через эпицентр аномалии.

Методика интерпретации аномалии А-2 та же, что и аномалии А-1. Для объяснения аномалии было подобрано два объекта в форме наклонных, ограниченных по падению и простиранию пластов с магнитной восприимчивостью, равной 1,056 и 0,704 ед. СИ соответственно (см. рис. 5.1, б).

Результаты бурения подтвердили рудную природу аномалии (см. рис. 5.2, б). Скважинами 249, 250 и 251 была вскрыта серия тонких пластов, представленных магнетитовыми рудами и оруденелыми породами с содержанием железа от 15 до 36 %. Рудная зона, прослеженная скважинами до глубины 102 м, по данным интерпретации, продолжается до глубины 180 м и соответствует левому аномалиеобразующему объекту. Правое тело скважинами не вскрыто и рекомендуется к проверке бурением.

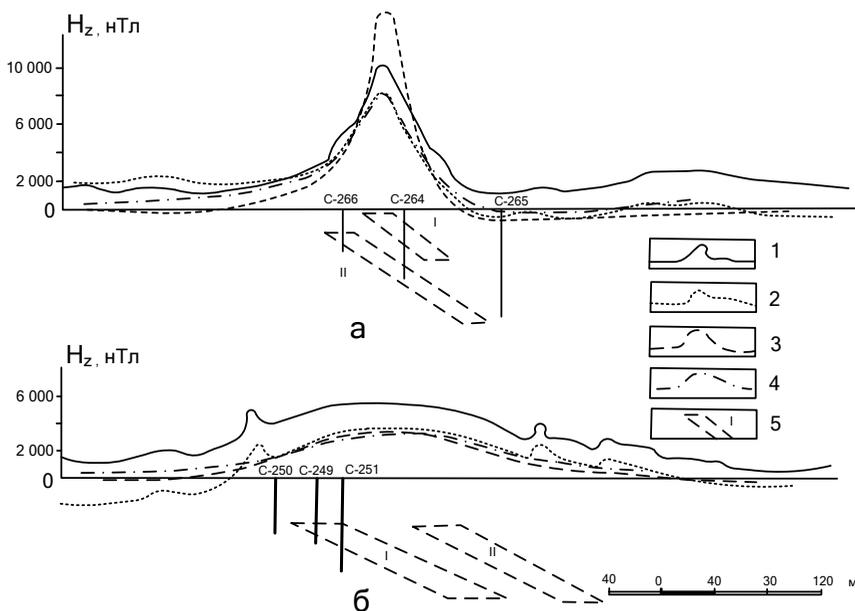


Рис. 5.1. Результаты интерпретации аномалий А-1 (а) и А-2 (б)

Аномалия А-3 пространственно совпадает с областью развития диоритов лежачего бока. В результате её интерпретации было установлено, что она может быть удовлетворительно объяснена ограниченным по падению и простиранию наклонным пластом с магнитной восприимчивостью, равной 0,151 ед. СИ. Данные измерения магнитных свойств пород месторождения показывают, что некоторые разновидности диоритов могут характеризоваться такими значениями магнитной восприимчивости. Поэтому аномалия А-3 была отнесена к безрудной.

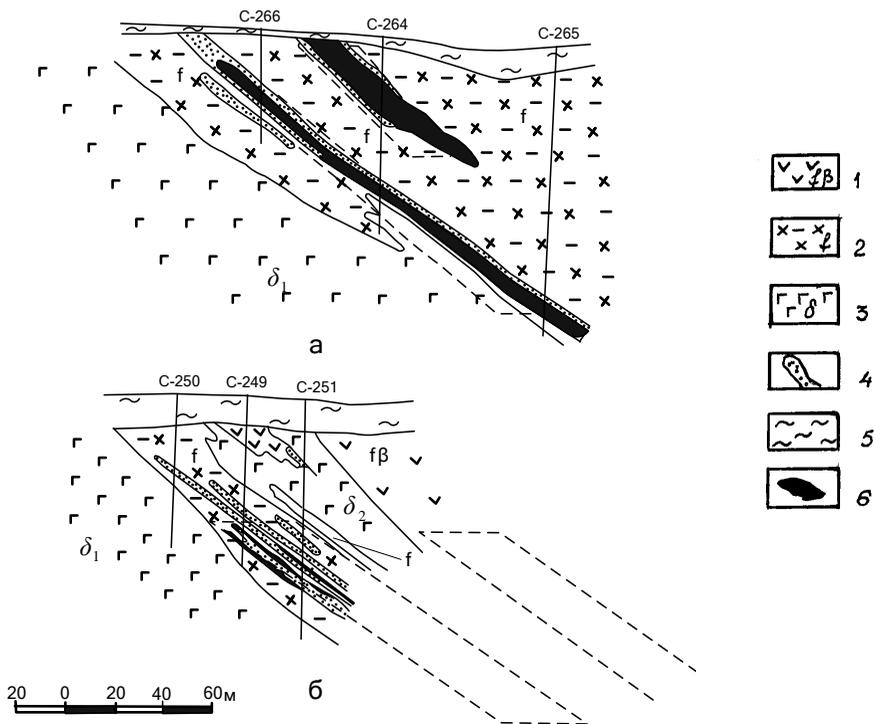


Рис. 5.2. Геологические разрезы по линиям XXVI (а) и XXII (б):  
 1 – роговики состава габбро, габбро-нориты мелкозернистые;  
 2 – пироксен-плагиоклазовые и пироксен-амфибол-плагиоклазовые породы;  
 3 – диориты пироксен-биотитовые калишпатсодержащие; 4 – оруденелые  
 породы с содержанием железа 15-20 %; 5 – элювиально-делювиальные  
 рыхлые отложения; 6 – магнетитовые руды

При интерпретации остаточных аномалий А-1 и А-2 напряжённость магнитного поля пластообразных тел была вычислена для случаев неоднородного и однородного намагничивания. Результаты этих расчётов приведены на рис. 5.1, *а, б*, из которых следует, что для аномалии А-1 напряжённость поля однородно намагниченной модели в два раза больше напряжённости поля неоднородно намагниченной модели. Напряжённости полей однородно и неоднородно намагниченных моделей аномалии А-2 практически совпадают. Это обусловлено, главным образом, различием в глубине залегания магнитоактивных объектов. Основной аномалиеобразующий объект аномалии А-1, имея видимую мощность, равную 17 м (по данным бурения), залегает на глубине около 5 м. Оба пластообразных тела аномалии А-2 при видимой мощности, равной 40 и 30 м, залегают на глубине более 70 м. Таким образом, неоднородность намагничивания наиболее сильно проявляется в магнитном поле на незначительном расстоянии от объекта по сравнению с его поперечными размерами. Подобная закономерность отмечается и в работах [97, 166] при изучении магнитного поля неоднородно намагниченных прямоугольных призм. Поэтому неоднородный характер намагничивания следует учитывать прежде всего при интерпретации аномалий, обусловленных сильно магнитными объектами, глубина залегания которых меньше их поперечных размеров.

### ***5.1.3. Интерпретация магнитного поля Лебяжинского месторождения***

Интерпретация магнитного поля Лебяжинского месторождения выполнена с целью оценки перспективности Патраковской площади.

Патраковская площадь расположена западнее южной части Лебяжинского месторождения и в геологическом отношении является эндогенной зоной Тагильского диорит-сиенитового массива. Массив здесь насыщен останцами пород кровли, изме-

нёнными до роговикового состояния. Площадь, сложенная породами, характерными для рудовмещающих комплексов района, издавна представляла поисковый интерес. В её пределах, наряду с небольшим одноимённым рудопоявлением, маломощное магнетитовое оруденение встречается в карьерах кирпичного завода и вскрывается неглубокими скважинами в эпицентрах интенсивных, но незначительных по площади аномалий. Однако занятая отвалами горных пород, промышленными, железнодо-рожными и жилыми строениями, Патраковская площадь характеризуется отсутствием кондиционной наземной магнитной съёмки.

В 1968 – 1970 годах под руководством Чурсина А. В. в Тагило-Кушвинском районе произведена разновысотная аэромагнитная съёмка масштаба 1 : 10 000. По результатам съёмки над Патраковской площадью выявлена интенсивная аномалия  $\Delta T$  (до 2500 нТл на высоте 50 м). Эта аномалия «сливается» с аномалией самого Лебяжинского месторождения и распространяется более чем на 1000 м к западу от разведанной части месторождения. Значительная интенсивность аномалии, слабое затухание с высотой и большие размеры в плане (1100 × 800 м по изолинии 800 нТл) позволили предположить, что ниже приповерхностных мелких рудных тел залегает крупный сильно магнитный объект.

Сложность количественной оценки аномалии заключалась в учёте влияния магнитного поля Лебяжинского месторождения. Этот учёт был осуществлён путём физического и математического моделирования магнитного поля месторождения [229].

Физическая модель месторождения была построена в масштабе 1 : 2000 из смеси ферритного порошка и пластилина. Магнитная восприимчивость тел модели подбиралась равной магнитной восприимчивости реальных рудных тел. Измерения магнитного поля были выполнены магнитометром М-17, датчик которого ориентировался по направлению магнитного поля Земли. Высота измерения соответствовала высоте аэромагнитной съём-

ки, равной 300 и 500 м, погрешность измерения поля не хуже  $\pm 2,0$  нТл.

Путём сопоставления поля модели и наблюденного поля для высот 300 и 500 м были составлены карты остаточных аномалий Патраковской площади. Заданная по результатам интерпретации этих аномалий скважина 1 вскрыла в интервале глубин от 150 до 250 м серию маломощных пропластков магнетитовой минерализации. В однородных роговиковых породах минерализация представлена тонкой рассеянной вкрапленностью, на участках перекристаллизации – гнёздами среднезернистого магнетита и отдельными кристаллами, в диоритах – средне- и крупнозернистым магнетитом в виде гнёзд и прожилков. По данным скважинной магниторазведки, в пределах рудного подсечения выделяются прослой с магнитной восприимчивостью до 0,628 ед. СИ, а в интервале 202 – 201 м и 224 – 249 м – до 1,256 ед. СИ. По результатам интервального опробования содержание железа в рудах колеблется от 13 до 21 %.

Интерпретация остаточных аномалий не дала однозначного ответа на вопрос об элементах залегания зоны магнетитовой минерализации, подсечённой скважиной 1. Скважина 2 должна была проверить подсечённую рудную зону по падению. Положение этой скважины задавалось исходя из восточного падения пород и рудных тел, характерного для Лебяжинского месторождения. Но скважина 2, пробуренная до глубины 1115 метров, вскрыла разрез, который отличается от разреза, вскрытого скважиной 1 (рис. 5.3).

Дальнейшая оценка перспективности Патраковской площади потребовала более надёжного определения элементов залегания магнитных масс. Для этого были использованы материалы аэромагнитной съёмки, выполненной на высоте 50 м. Поскольку физическое моделирование в данном случае не даёт возможности получить поле, соответствующее высоте 50 м, учёт влияния магнитного поля Лебяжинского месторождения был осуществлён путём его математического моделирования.

Геологической основой создания модели месторождения послужили несколько десятков вертикальных разрезов, построенных по разведочным линиям. Глубина опозискования месторождения скважинами составляет около 1200 м; до этой глубины и была построена модель. Методика моделирования магнитного поля и методика интерпретации остаточных аномалий та же, что и при моделировании Естюнинского месторождения. Поэтому на её описании не останавливаемся.

Для модели месторождения было рассчитано поле  $\Delta T$  на высоте 50 м, которое удовлетворительно совпало с наблюдаемым полем. Сопоставление наблюдаемого поля и поля модели позволило получить остаточную карту изодинам Патраковской площади.

Остаточная аномалия Патраковской площади более локализована, чем наблюдаемая. С северной, южной и восточной стороны она оконтурена отрицательным полем интенсивностью от  $-100$  до  $-1000$  нТл. Наибольшей интенсивностью отрицательное поле характеризуется с восточной стороны, т. е. со стороны месторождения. Величина остаточного поля здесь почти на 600 нТл меньше интенсивности наблюдаемого поля. Остаточная аномалия осложнена двумя локальными зонами: северной и южной, имеющими субширотное простирание.

Южная зона пространственно совпадает с Патраковским рудопроявлением, маломощным магнетитовым оруденением в карьерах кирпичного завода, и рядом небольших магнитных аномалий, выявленных при наземной съёмке. Ранее все эти объекты рассматривались отдельно и не связывались в единое целое.

Северная зона, как уже отмечалось, была проверена скважиной 1, вскрывшей зону магнетитовой минерализации. Скважина 2 находится в отрицательном поле интенсивностью 600 нТл за пределами аномальной зоны. Из морфологии остаточного поля видно, что восточное падение магнитоактивных объектов маловероятно. Поэтому скважиной 2 и не была решена поставленная перед ней задача – вскрытие зоны минерализации (скважина

2 находится за пределами плоскости разреза, изображенного на рис. 5.3).

Интерпретация остаточного поля выполнена по субмеридиональному профилю I-I (см. рис. 5.3). По результатам интерпретации установлено, что обеим зонам соответствуют сильно магнитные объекты с видимой мощностью около 70 м. Глубина залегания верхней кромки объекта северной зоны равна 150 м, длина по падению – 450 м, по простиранию – 900 м, магнитная восприимчивость равна 0,565 ед. СИ.

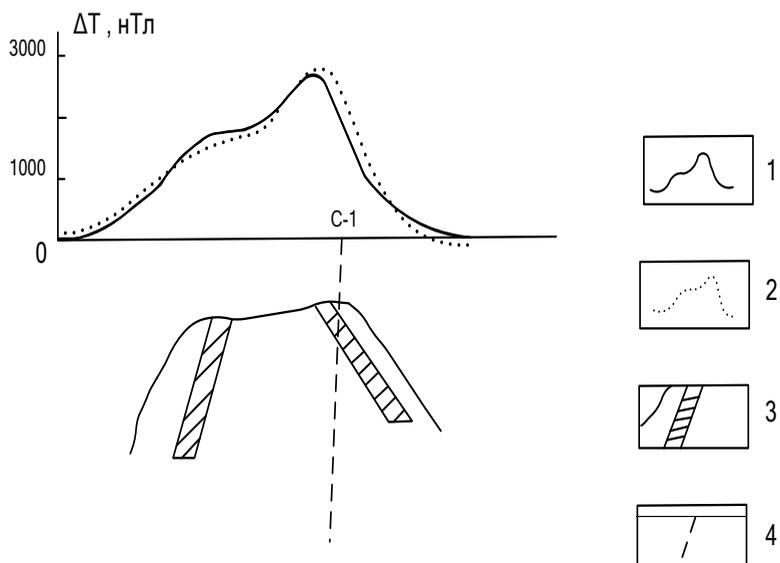


Рис. 5.3. Результаты интерпретации по профилю I-I:  
 1 – остаточное поле  $\Delta T$ ;  
 2 – поле  $\Delta T$  моделей магнитоактивных объектов;  
 3 – контуры магнитоактивных объектов;  
 4 – проекция скважины 1 на плоскость разреза

Направление падения магнитоактивных объектов было оценено путём подбора с учётом имеющихся фактических геологических данных. Так, расположенное в южной зоне Патраковское рудопоявление характеризуется южным падением рудных тел

под углом около  $70^\circ$ . Кроме того, были использованы данные специально выполненных в этой части площади наземных магнитных съёмок. Результаты интерпретации выявленных при этом аномалий приведены на рис. 5.4. Из них следует, что магнитоактивные объекты имеют южное падение с углами от  $60$  до  $75^\circ$ . С учётом этих данных по результатам подбора падение объектов южной зоны было принято южным под углом  $70^\circ$ . В северной зоне магнетитовое оруденение вскрыто в интервале глубин  $150 - 250$  м. С учетом этого направление падения магнитоактивного объекта здесь было определено как северное под углом  $60^\circ$ .

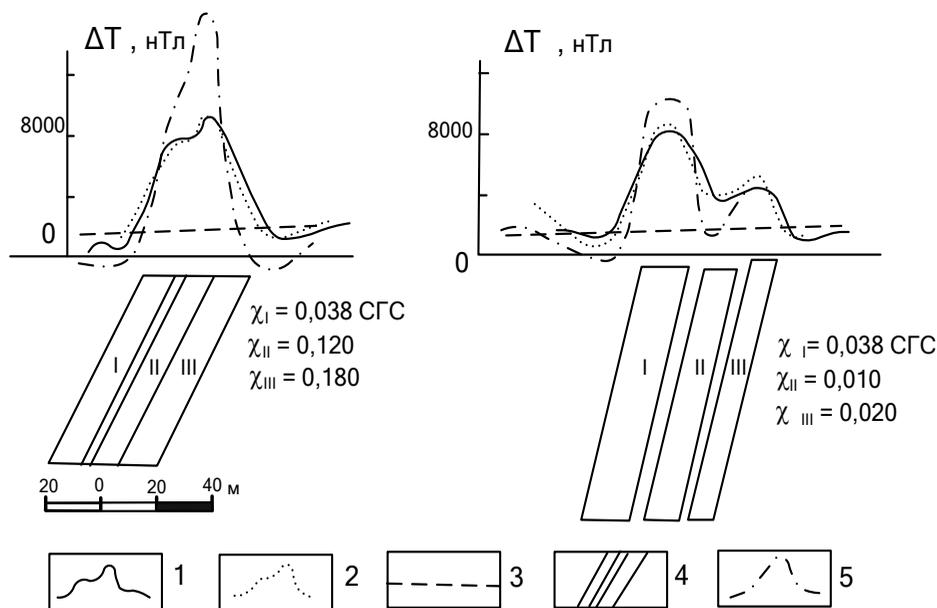


Рис. 5.4. Результаты интерпретации наземных аномалий  $\Delta T$ :  
 1 – наблюденное поле; 2 – поле модели рудных тел;  
 3 – поле  $\Delta T$  ( $h = 50$  м); 4 – контуры магнитоактивных  
 объектов; 5 – поле, рассчитанное от однородной модели

При интерпретации остаточной аномалии  $\Delta T$  по профилю I-I и наземных аномалий  $\Delta H_z$  были выполнены расчёты магнитного

поля в предположении однородного и неоднородного намагничивания аномалиеобразующих объектов. Поля  $\Delta T$ , рассчитанные от однородно и неоднородно намагниченных пластообразных тел, практически совпадают. Интенсивность аномалий  $\Delta H_z$  при однородном и неоднородном намагничивании различается почти в два раза. Кроме того, аномалии  $\Delta H_z$  при однородном намагничивании более локализованы, чем при неоднородном (см. рис. 5.4). Различие в напряжённостях магнитных полей объектов при однородном и неоднородном намагничивании, как и в предыдущем случае, определяется соотношением между глубиной залегания тел и их поперечными размерами. Из расчётов следует, что целесообразность учёта неоднородности намагничивания возникает только при вычислении поля вблизи сильно магнитных тел.

Высокое значение магнитной восприимчивости магнитоактивных объектов в пределах выделенных аномальных зон, пространственное совпадение этих зон с фактическими проявлениями магнетитового оруденения позволяют рассматривать остаточную аномалию Патраковской площади как рудную и рекомендовать её к проверке бурением. Прогнозные запасы (категория  $P_2$ ) площади, по данным физического моделирования, оцениваются в 20 млн тонн, математического – в 26 млн тонн, по методу Вейнберга – в 24 млн тонн.

## **5.2. Интерпретация магнитного поля Рублёвского участка**

В геологическом отношении Рублёвский участок расположен в юго-западной части Кушвинского диорит-сиенитового массива. В западной части участок сложен диоритами, в восточной – сиенито-диоритами и сиенитами, в центральной – роговиками по эффузивам и вулканогенно-осадочным породам. Роговики тонко- и мелкозернистые, массивные, реже полосчатые, биотит-амфибол-плагиоклазового, пироксен-флогопит-плагиокла-

зового состава, образуют почти сквозную зону, местами расщеплённую диоритами. Ширина зоны роговиков около 600 м в южной части участка, к северу она суживается и выклинивается. Роговики и вмещающие их диориты в отдельных частях участка альбитизированы, калишпатизированы, местами скарнированы, в северной части изменены до пегматоидных пироксен-калишпат-олигоклазовых пород, сопровождающихся рудно-скарновыми проявлениями.

В структурном отношении участок расположен в пределах смыкающего крыла Рублёвской флексуры. Крайние крылья флексуры имеют одинаковое северо-восточное простирание, а её смыкающее крыло длиной 2,3 км – северо-северо-восточное простирание. Падение крыльев флексуры на юго-восток и восток-северо-восток – под углами соответственно 30 – 40°.

В пределах Рублёвского участка известно одноимённое рудопроявление богатых магнетитовых руд, расположенное в южной его части на переходе в смыкающее крыло флексуры.

Рудопроявление было обнаружено в 1956 году при проверке магнитных аномалий северо-западнее Волковского габбрового массива. Аномалии изучались шурфами, и в эпицентре одной из них было вскрыто магнетитовое рудное тело. В дальнейшем весь участок обследовался при геологической съёмке Кушвинского района масштаба 1:10 000. В 1980-1981 гг. после проведения Геофизической партией Тагильской ГРЭ детальной магнитной съёмки масштаба 1:2000, партией Нижнетагильского металлургического комбината с целью определения размеров оруденения было пройдено 9 разведочных скважин. Эти работы показали, что Рублёвское рудопроявление до глубины проведённой разведки (80 м) имеет всего 230 – 250 тыс. т запасов железных руд. Рудные тела имеют пластообразную форму, длина их по падению около 70 м, мощность равна 1,6 – 8,0 м, падение восточное под углами 30 – 35°, руды порошковатые, представленные полумартитами с содержанием железа 20,7 – 59,4 %. Рудные тела залегают в полосчатых тонкозернистых роговиках биотит-плагиоклазового, флогопит-плагиоклазового состава, инъециро-

ванных биотит-пироксен-плагиоклазовыми среднезернистыми диоритами. В пространственном положении рудных тел отражена общая тенденция в изменении простирания крыльев флексуры с северо-северо-восточного на северо-северо-западное.

Для оценки перспективности Рублёвского участка была выполнена детальная интерпретация его магнитных аномалий.

Основой для построения модели рудных тел послужили результаты ранее выполненных геологических исследований. Более надёжны эти построения в западной части участка, поскольку разрез здесь освещён 9-ю скважинами. В восточной части эти построения носят гипотетический характер и являются экстраполяцией известного положения рудных тел, вскрытых скважинами. В целом модель представляет собой тонкую пластину, имеющую сложную форму в плане и падающую на восток. Углы падения более пологие в юго-западной (около  $30^\circ$ ) и более крутые в северо-восточной (до  $40^\circ$ ) части участка.

Магнитная восприимчивость руд определялась в рудных подсечениях и была принята постоянной для всей модели и равной 1,257 ед. СИ.

Совпадения наблюденного поля и поля модели добивались путём последовательного изменения контуров рудных тел. Окончательный вариант горизонтальной проекции модели рудных тел с изогипсами поверхности их кровли приведен на рис. 5.5. В процессе интерпретации оказалось возможным увеличить в восточной части модели мощность рудного тела до 20 м.

Результаты интерпретации по отдельным разведочным линиям приведены на рис. 5.6, *а, б*. Здесь же показаны кривые напряжённости магнитного поля, вычисленные в предположении однородного намагничивания модели рудных тел. Как и в предыдущих случаях, наибольшее различие в магнитном поле наблюдается для объектов, залегающих на глубине, сопоставимой с их поперечными размерами. Так, например, напряжённость магнитного поля в эпицентре аномалии по линии IV-IV для однородной модели равна 11 100 нТл, неоднородной – 5300 нТл

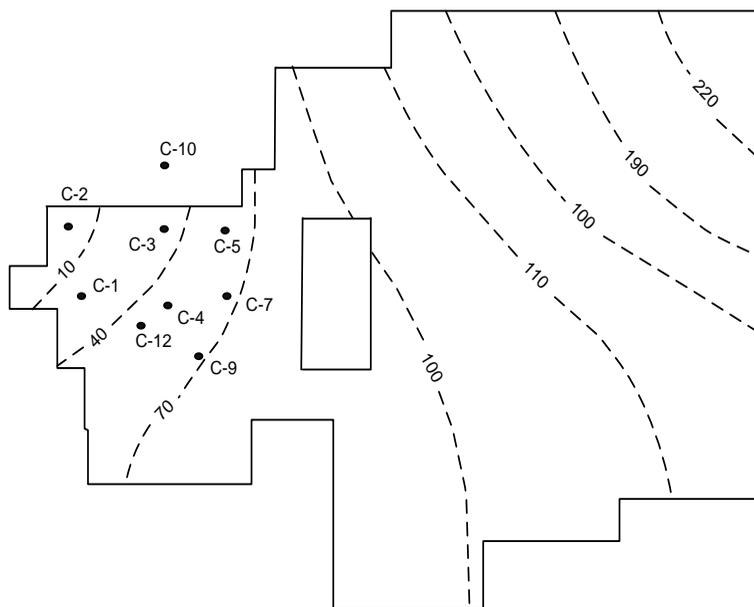


Рис. 5.5. Горизонтальная проекция и план изогипс поверхности кровли модели рудного тела Рублёвского участка

(см. рис. 5.6, *a*). Глубина залегания верхней кромки рудного тела здесь около 3 м, а видимая мощность – около 10 м. Различие в напряжённостях магнитного поля однородно и неоднородно намагниченных моделей по линии VI-VI значительно меньше, поскольку глубина залегания рудных тел больше (25 и 40 м), а видимая мощность такая же. Над восточной частью модели рудного тела, средняя глубина залегания которого составляет здесь около 150 м, магнитные поля при обоих вариантах намагниченности совпадают.

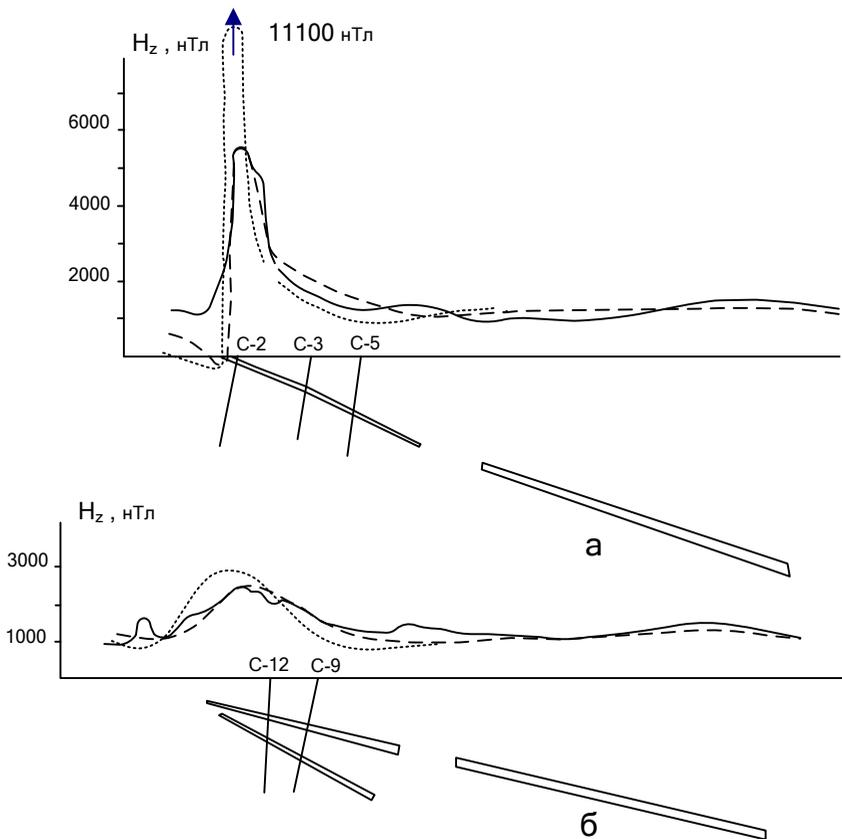


Рис. 5.6. Результаты интерпретации магнитного поля по линии IV-IV (а) и VI-VI (б)

Таким образом, результаты интерпретации дают основание положительно оценивать перспективы Рублёвского участка, как по простиранию, так и на глубину. По имеющимся материалам запасы участка оцениваются в 4 – 5 млн т железных руд (категория  $P_2$ ) с предельной глубиной залегания 250 – 300 м.

## ГЛАВА VI

### **Влияние механических напряжений на магнитные свойства ферромагнитных минералов и горных пород [230]**

Неоднородность магнитоактивных объектов, т. е. зависимость магнитных свойств вещества от координат точек, занимаемого ими пространства зависит в значительной мере от термодинамических условий, в которых оно формировалось: от температуры и давления или механических напряжений.

Изучение теплового режима земной коры Урала и других регионов [38-40, 74, 133, 193, 250, 259] свидетельствует, что температура пород на глубинах до 10-12 тыс м не превышает 200 °С; плотность теплового потока в пределах Тагило-Магнитогорского прогиба составляет 30 мВт/м<sup>2</sup>, в пределах Печорской впадины и Западно-Сибирской плиты - 40-45 мВт/м<sup>2</sup>, на восточной окраине Русской платформы – 35-40 мВт/м<sup>2</sup>, в Северном Казахстане – 40-45 мВт/м<sup>2</sup>. При таком тепловом режиме влияние температуры на изменение магнитных свойств пород в слое мощностью в первые километры (а это наиболее магнитоактивный слой) практически отсутствует. Этот вывод подтверждается непосредственным сопоставлением результатов измерения характеристик магнитного поля и плотности теплового потока, между которыми отсутствует видимая связь [193, 259], и оценками глубин, на которых находится изотерма температуры Кюри в этих регионах.

Более существенное влияние на изменение магнитных свойств пород оказывают механические напряжения. Рассмотрим последовательно, как под их действием происходит изменение величины магнитной восприимчивости ферромагнитных минералов и горных пород, а также величины и направления вектора естественной остаточной намагниченности.

## 6.1. Влияние механических напряжений на магнитную восприимчивость ферромагнитных минералов

Впервые исследования по изучению влияния механических напряжений на магнитные свойства ферромагнетиков были выполнены в середине прошлого века Виллари. В 1922 г. Уилсон [242] показал, что под действием статической нагрузки до 120 МПа магнитная восприимчивость уменьшается в направлении сжатия и увеличивается в перпендикулярном направлении. В последующие годы появилось огромное количество работ по теоретическому и экспериментальному изучению магнитных свойств металлических ферромагнетиков под действием различных видов механических напряжений. В магниторазведке наибольший интерес представляют результаты изучения влияния механических напряжений на магнитную восприимчивость и различные виды остаточной намагниченности ферромагнитных минералов и горных пород.

В настоящее время наиболее полно исследовано влияние различных видов механических напряжений на магнитную восприимчивость основных ферромагнитных минералов: магнетита и титаномагнетита. Оба минерала являются не металлическими ферромагнетиками, но в работах [59, 86] показано, что поликристаллические магнетиты, обладая положительной магнитострикцией, при относительно малых упругих напряжениях ведут себя как металлические ферромагнетики. Грабовский М. А. [58], повторяя опыты Уилсона [242], подтвердил на образцах магнетита месторождений горы Высокой и Благодати (Средний Урал), что сжимающие напряжения приводят к уменьшению проницаемости магнетита. Такой же результат был получен в работах [169] для монокристаллов и поликристаллических агрегатов титаномагнетитов.

Экспериментальное изучение влияния упругих напряжений на магнитную восприимчивость ферромагнитных минералов позволило построить целый ряд зависимостей  $\chi(\sigma)$ . В работе [60] показано, что при сильном одностороннем сжатии в условиях всестороннего давления:

$$\chi = \frac{J_s^2}{3\lambda_s \sigma}, \quad (6.1)$$

где  $J_s$  - намагниченность насыщения;  $\lambda_s$  – магнитострикция насыщения;  $\sigma$  - величина внутренних напряжений в ферромагнетике. Постоянная магнитострикции магнетита определяется по значениям компонент  $\lambda_{100}$  и  $\lambda_{111}$  вдоль главных кристаллографических осей (100) и (111):

$$\lambda_s = \frac{3\lambda_{111} + 2\lambda_{100}}{5}. \quad (6.2)$$

Так же определяется  $\lambda_s$  и для титаномагнетита. Выражение, связывающее  $\chi$ ,  $J_s$ ,  $\lambda_s$  и нормальную компоненту приложенного напряжения, аналогичное (5.1), получено в работе [105] для системы многодоменных зёрен магнетита. В работе [209] отмечается, что в направлении сжатия  $\chi$  уменьшается по следующему закону:

$$\chi = \frac{\chi_0}{1+S_\delta},$$

где

$$S = \frac{\frac{3}{2}\lambda_s}{\frac{2}{3}(k_1 + \frac{1}{3}k_2) + \frac{1}{2}NI_s}, \quad (6.3)$$

$k_1, k_2$ , - компоненты магнитокристаллической анизотропии;  $N$  - средний коэффициент размагничивания;  $\chi_0$  - начальная восприимчивость при  $\sigma=0$ . Сопоставление данных об изменении магнитной восприимчивости магнетита и титаномагнетита под действием давления, полученных различными авторами, показывает [135], что эти изменения носят гиперболический характер и могут быть описаны следующей эмпирической формулой [94]:

$$\chi = \frac{\chi_0}{1+\beta_\delta}. \quad (6.4)$$

Сводные данные о зависимости  $\chi$  магнетита от давления приведены на рис. 6.1. По мнению авторов работы [135], наибо-

лее вероятными для магнетита являются кривые 1-5. Значение коэффициента  $\beta$  в выражении (6.4) для магнетита составляет  $(0,6-1,2) \times 10^{-3} \text{ МПа}^{-1}$ .

Гиперболическая зависимость  $\chi(\sigma)$ , выраженная формулой (6.4), находит теоретическое обоснование. Изменение магнитных свойств ферромагнетиков в результате внешних воздействий (давление, температура и др.) рассматривается в теории доменов как изменение свободной энергии единичных доменов или ансамбля доменов. Изменение свободной энергии доменов обуславливает возникновение локальных внутренних напряжений, связанных с дефектами кристаллов, в том числе с дислокациями.

Если на образец воздействует только давление, то свободная энергия домена складывается из энергии магнитокристаллизационной анизотропии, магнитоупругой энергии и энергии внешнего магнитного поля. В слабом магнитном поле при условии минимума свободной энергии домена зависимость  $\chi$  от давления описывается следующей общей формулой [135, 186]:

$$\chi(\sigma) = \frac{\frac{2}{3}k_u\chi_0}{\frac{2}{3}k_u + 3\lambda_s\sigma}. \quad (6.5)$$

Если положить в этой формуле (6.5)  $\beta = \frac{9\lambda_s}{2k_u}$ , то теоретическая зависимость (6.5) будет хорошо согласовываться с эмпирической формулой (6.4).

Константа  $k_u$  – усредненная магнитокристаллическая анизотропия. Для мелких однодоменных зерен магнетита и первых двух групп титаномагнетитов эта константа определяется так:

$$k_u = -\frac{3}{5}k_1 - \frac{1}{35}k_2 \approx -\frac{3}{5}k_1.$$

Справедливость подобного допущения оправдана тем, что вторая составляющая магнитокристаллизационной анизотропии ( $k_2$ ) меньше или сопоставима с первой ( $k_1$ ). Поэтому

первое слагаемое в формуле для  $k_u$  более чем в 20 раз превышает второе.

Исследуя магнитные свойства магнетита месторождения горы Благодать (Средний Урал), Фингер Д. А. [234] установила линейную зависимость магнитной восприимчивости от нагрузки:

$$\chi = \chi_0(1 - af) , \quad (6.6)$$

где  $f$  - действующая сила.

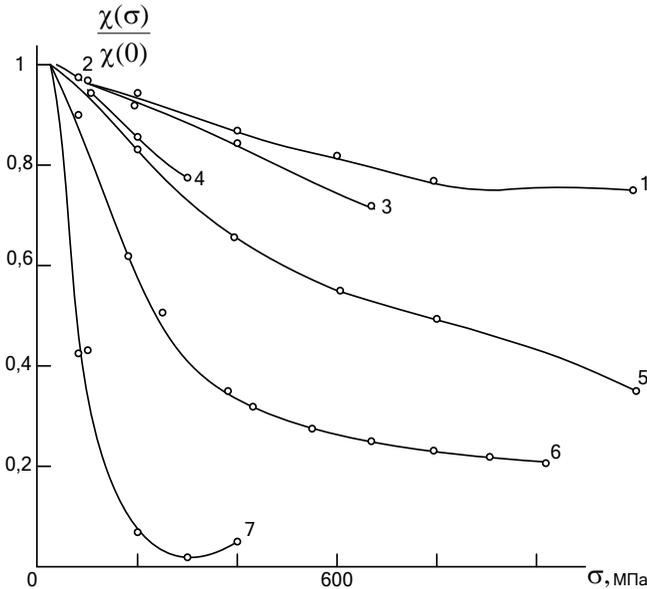


Рис. 6.1. Зависимость магнитной восприимчивости магнетита под действием одноосного давления:

1, 3, 5, 7 – по данным Nagata Т. [173]; 2 – по данным Капицы С. П. [100]; 4 – по данным Stacey F. D. [208]; 6 – по данным Грабовского М. А. [58, 60]

Но и эта формула не противоречит зависимости (6.4). При малых значениях параметра  $\beta$  зависимость (6.4) приближается к линейной. Это хорошо видно из сопоставления рис. 6.2 и

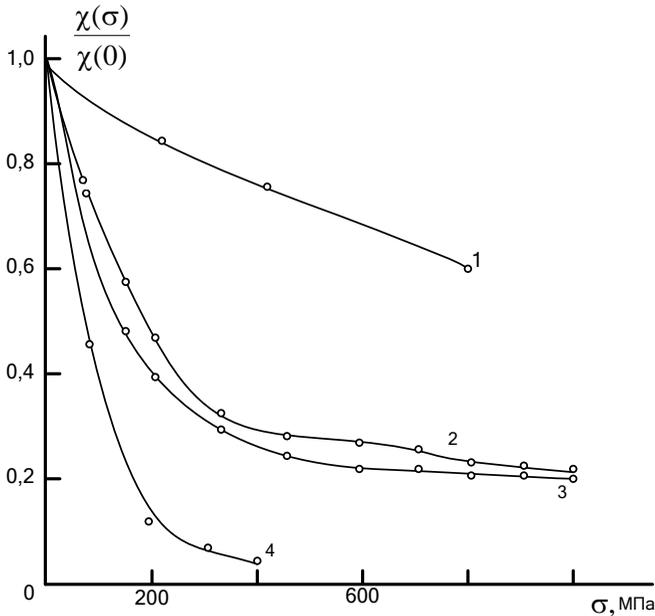


Рис. 6.2. Зависимость магнитной восприимчивости титаномагнетита под действием одноосного давления:  
 1, 4 - по данным Киночита Н. [107-109];  
 2, 3 - по данным Грабовского М. А. [58, 60]

6.3. Кроме того, при небольших напряжениях (первые десятки МПа) ветви гиперболы хорошо аппроксимируются линейной функцией. А в работе (234) магнитные свойства магнетита изучались при напряжениях, не превышающих 25 МПа. Линейный характер изменения магнитной проницаемости магнетит-гематитовых руд и железистых кварцитов северной части Кривбасса под действием одноосного сжатия до 50 МПа отмечается в работе [55].

Рассмотрим теперь более подробно изменения магнитной восприимчивости титаномагнетитов под действием давления.

Как известно, титаномагнетиты представляют собой твердые растворы магнетита ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) и ульвошпинели ( $\text{Fe}_2\text{TiO}_4$ ). Общая формула титаномагнетитов выглядит так:

$x\text{Fe}_2\text{TiO}_4(1-x)\text{Fe}_3\text{O}_4$ . В зависимости от содержания ульвошпинели титаномагнетиты делятся на три группы:

I -  $x < 0,18$ ; II -  $0,18 < x < 0,5$ ; III -  $x > 0,5$ .

Изменение константы магнитокристаллизационной анизотропии и магнитострикции у первой группы происходит так же, как и у магнетита. Поэтому первая группа рассматривается как титаносодержащие магнетиты.

Соединения второй группы отличаются повышенным содержанием Ti и уменьшением числа двухвалентных ионов Fe. Характер зависимости магнитных констант от давления у этой группы титаномагнетитов отличается от аналогичных зависимостей первой группы.

Для первых двух групп титаномагнетитов установлено и две области изменения значений магнитных параметров [145, 186]. Магнитная восприимчивость титаносодержащих магнетитов уменьшается с увеличением давления медленнее, чем у титаномагнетитов.

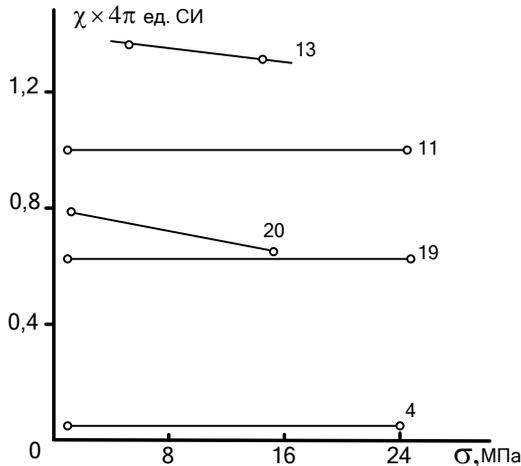


Рис. 6.3. Изменение магнитной восприимчивости образца магнетита при одноосном давлении (по Фингер Д. Л. [234])

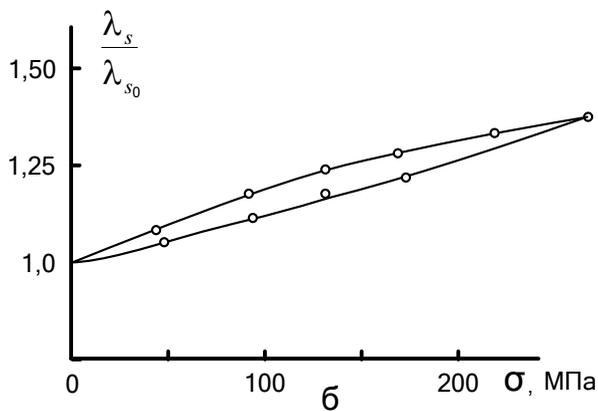
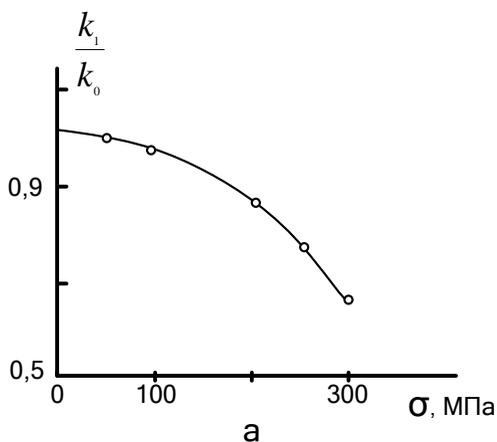


Рис. 6.4. Зависимость первой константы магнитокристаллизационной анизотропии (а) и постоянной магнитострикции (б) титаномагнетита от давления (по Syono Т. [220])

По мере повышения давления уменьшение  $\chi$  титаномагнетита происходит быстрее, чем у магнетита. Это обусловлено тем, что значения магнитных констант у титаномагнетитов

больше, чем у магнетитов, что хорошо видно на рис. 6.2, где приведены зависимости  $\chi$  от давления для титаномагнетитов. Основные изменения  $\chi$  здесь происходят при давлении до 200 МПа; коэффициент  $\beta$  для титаномагнетитов изменяется в более широких пределах, чем у магнетита ( $(0,2-1,7) \cdot 10^{-2}$  МПа<sup>-1</sup>).

В табл. 6.1 приводятся магнитные константы двух первых групп титаномагнетитов, а на рис. 6.4 – зависимости первой константы магнитокристаллизационной анизотропии и магнито-стрикции от давления.

Из данных табл. 6.1 и рис. 6.4 следует, что магнитные свойства титаномагнетитов в зависимости от  $x$  должны по-разному изменяться при изменении внешних напряжений.

Таблица 6.1

**Магнитные характеристики титаномагнетитов при  $x < 0,5$  [220]**

Содержание ульвошпинели в твердом растворе $x$	Параметры				
	$\lambda_{100},$ $4 \times 10^{-6}$ ед. СИ	$\lambda_{111},$ $4 \times 10^{-6}$ ед. СИ	$k_1 \times 10^4$ Дж/м <sup>3</sup>	$k_2 \times 10^4$ Дж/м <sup>3</sup>	$I_s, \text{кА/м}$
0,00	-20	78	-1,36	-0,44	480
0,04	-6	87	-1,94	-0,18	468
0,10	4	96	-2,50	-0,48	426
0,18	47	109	-1,92	-	380
0,31	37	104	-1,81	-	307

Как уже отмечалось, магнитные свойства ферромагнитных минералов зависят от величины и характера распределения внутренних напряжений. Всякое перераспределение внутренних напряжений под действием внешних приводит к возникновению новой магнитной структуры и к изменению магнитных свойств. Внешнее напряжение, изменяя характер внутренних напряжений, стремится привести систему доменов к равновесному состоянию с минимальной энергией. Изменения магнитных свойств разделяются на обратимые и необратимые [100]. Исследования доменной структуры магнетита методом порошковых фигур показали, что упругие напряжения приводят к изменению

доменной структуры. Во всех случаях после снятия напряжений вид доменной структуры полностью не восстанавливается [34], т. е. действительно происходят не только обратимые, но и необратимые изменения доменной структуры, а следовательно, и магнитных свойств.

На интенсивность обратимых и необратимых изменений магнитных свойств оказывает влияние величина внешнего напряжения и магнитная структура ферромагнитных минералов.

Для металлических ферромагнетиков справедливо, что с увеличением сжатия растет магнитоупругая анизотропия. Вследствие этого в ферромагнетиках с положительной магнито-стрикцией происходит постепенное уменьшение необратимых процессов. В работе [58, 60] это свойство экспериментально было установлено и у неметаллических ферромагнетиков.

В литературе описываются в основном результаты изучения обратимых изменений магнитной восприимчивости ферромагнитных минералов при значительных одноосных сжатиях. Так, в работе [102] на кристаллах магнетита некоторых уральских месторождений показано, что до давления 100 МПа изменения  $\chi$  в основном необратимые. По данным работы [49], у ансамбля мелких частиц магнетита при  $\sigma=1250$  МПа изменения  $\chi$  обратимые. Большую вероятность обратимых изменений  $\chi$  для магнетита и титаномагнетита при  $\sigma=200$  МПа отмечают в работе [137]. В отличие от обратимых изменений, как показано в работе [222], максимальные необратимые изменения происходят в области малых упругих напряжений. Для монокристаллов магнетита месторождения Ковдор (Кольский п-ов) эти изменения установлены при давлении 5-7 МПа.

Внешние напряжения изменяют свободную энергию доменов, которая определяет характер внутренних напряжений. Внутренние напряжения, в свою очередь, оказывают влияние на положение доменных границ. Доменная структура ферромагнетика меняется необратимо, если внутренние напряжения превышают некоторый критический уровень ( $\sigma_{кр}$ ).

В работе [22] показано, что на поверхности жесткого включения шаровой формы с малым радиусом наблюдается концентрация напряжений в направлении сжатия. И, например, на поверхности зерна магнетита эти напряжения превосходят внешние почти в два раза. Реальная форма зерен ферромагнитных минералов в породе отличается от шаровой. Зерна имеют заострения, вблизи которых происходит концентрация напряжений. По работе [237] величина локальных напряжений, возникающих вблизи участков зерен с малым радиусом кривизны, определяется следующим выражением:

$$\sigma_{\text{лок}} = \sigma \sqrt{\frac{D}{r}}, \quad (6.7)$$

где  $D$  – средний диаметр включения;  $r$  – радиус кривизны локального участка;  $\sigma$  – напряжение на поверхности зерен правильной формы.

Поэтому в зерне можно выделить участки, в пределах которых напряжения превышают внешние и участки, в пределах которых напряжения равны или меньше внешних. Если внутренние напряжения превышают  $\sigma$ , то в этой части зерна изменения магнитных свойств будут носить необратимый характер. Если же  $\sigma_{\text{лок}} \leq \sigma_{\text{кр}}$ , то изменения магнитных свойств будут обратимыми.

Модель горной породы, в которой ферромагнитные зерна уподобляются шару, помещенному в однородную по упругим свойствам среду, является далекой от действительности. Горная порода представляет собой совокупность зерен различных минералов, которые имеют разнообразную форму и характеризуются различными упругими свойствами. Кроме того, порода может иметь поры, заполненные жидкостью и газом, открытые и закрытые трещины. Поэтому для правильного представления о распределении напряжений в ферромагнитном зерне необходимо находить их для более сложной модели породы. Расчет напряжений в такой модели можно выполнять в рамках плоской задачи теории упругости методом конечных или граничных элементов.

Важным источником внутренних напряжений и энергетических барьеров в ферромагнитных минералах являются различные типы дефектов, в том числе дислокации и скопления дислокаций. Дислокационная структура ферромагнитных минералов оказывает существенное влияние на изменение магнитных свойств под действием механических напряжений.

В работе [157] отмечаются обратимые изменения  $\chi$  в кристаллах магнетита с устойчивой дислокационной сетью и необратимые увеличения  $\chi$  в областях малых упругих напряжений в кристаллах с неустойчивой дислокационной сетью. В работе [201] более подробно изучено влияние малых упругих напряжений на магнитные свойства монокристаллов магнетита месторождения Ковдор (Кольский п-ов). Устойчивость дислокационной сети, а следовательно, и характер изменения магнитной восприимчивости под действием упругих напряжений различны в различных по размерам кристаллах.

У образцов с площадью естественной грани более 20 мм<sup>2</sup> в области малых напряжений наблюдается необратимое увеличение восприимчивости. При  $\sigma=5-10$  МПа  $\chi$  достигает максимума, а затем с ростом  $\sigma$  происходит обратимое уменьшение восприимчивости (рис. 6.5, *a*).

Для образцов с площадью естественной грани менее 20 мм<sup>2</sup> во всем интервале давлений (0-25 МПа)  $\chi$  монотонно и обратимо уменьшается (рис. 6.5, *б*). Иной характер изменения магнитной восприимчивости наблюдается при гидростатическом давлении у многодоменных и однодоменных зерен магнетита. У многодоменных зерен магнетита до  $\sigma=270-400$  МПа наблюдаются нелинейные необратимые изменения  $\chi$  до 10-25 %. Для однодоменных зерен изменения  $\chi$  линейны, обратимы и по величине не превышают 2 % [178-180].

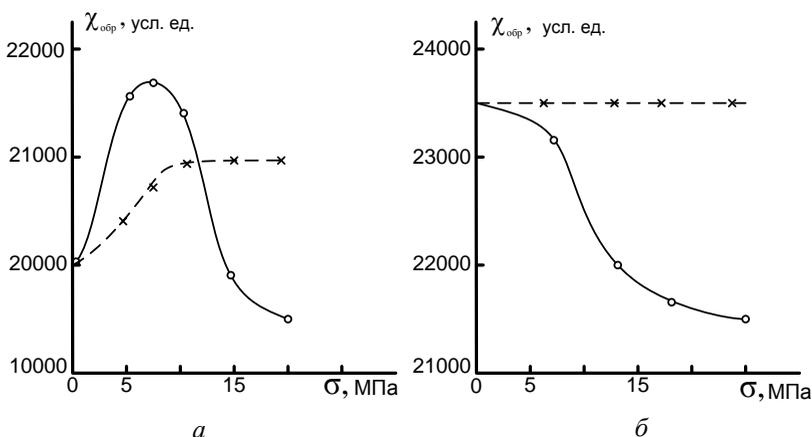


Рис. 6.5. Зависимость  $\chi$  от внешних упругих напряжений для образцов I группы (а) и II группы (б), (по Сковородкину Ю. П. и др. [201]) (знаком  $\times$  показаны значения  $\chi$  при снятии нагрузки)

Значительные изменения  $\chi$  многодоменных зерен связываются с воздействием давления на дефекты кристаллической решетки (поры, твердые немагнитные включения). Слабые обратимые изменения  $\chi$  однодоменных зерен обусловлены изменением под давлением константы магнитострикции и магнитной кристаллографической анизотропии (см. рис. 6.4, а, б).

Некоторые исследователи [178] для оценки магнитоупругого эффекта при всестороннем давлении вводят коэффициент, аналогичный магнитоупругому коэффициенту при одноосном давлении. Его величина для магнетита с размером зерен (0,18 ÷ 0,50) мм в интервале давлений (0 ÷ 150) МПа составляет минус  $0,23 \times 10^{-6}$  МПа, а в интервале давлений (150 ÷ 400) МПа – минус  $0,40 \times 10^{-6}$  МПа<sup>-1</sup>. Поскольку магнитоупругий коэффициент при всестороннем давлении мал, то малы и изменения магнитной восприимчивости у однодоменных и многодоменных зерен магнетита в сопоставлении с соответствующими изменениями при одноосном сжатии.

## 6.2. Влияние механических напряжений на магнитную восприимчивость горных пород

Горная порода представляет собой силикатную матрицу, в которой рассеяны зерна ферромагнитных минералов. Поэтому изменение магнитной восприимчивости горных пород под действием механических напряжений должно в основном определяться свойствами ферромагнитных минералов. Немагнитная матрица рассматривается в этом случае как упругая среда, передающая воздействие различных видов давлений на ферромагнитные зерна.

Первые исследования по изучению влияния механических напряжений на изменение магнитной восприимчивости горных пород были выполнены Калашниковым А. Г. и Капицей С. П. [94, 100] (рис. 6.6). В качестве объектов исследования использовались слабомагнитные горные породы из различных районов страны и магнетитовые руды месторождения горы Высокой (Средний Урал). Эти исследования показали, что при одноосном сжатии  $\chi$  всегда уменьшается в направлении сжатия. Для базальтов уменьшение  $\chi$  достигает 50 % (см. рис. 6.6). При небольших напряжениях до 10-20 МПа градиент  $\chi(\sigma)/\chi(0)$  возрастает, а затем становится постоянным. Это обусловлено тем, что с увеличением одноосного сжатия возрастает и боковое давление, которое до некоторой степени нейтрализует действие одноосного сжатия на изменение  $\chi$ . Относительное изменение восприимчивости слабо зависит от начального значения  $\chi$  при  $\sigma = 0$ .

Восприимчивость в направлении, перпендикулярном сжатию для некоторых пород, сначала увеличивается, а затем с ростом  $\sigma$  ее увеличение прекращается. Для других пород наблюдается уменьшение восприимчивости и в поперечном направлении.

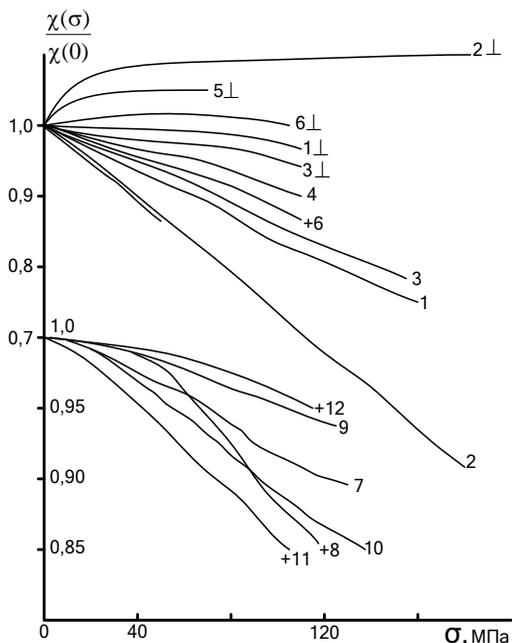


Рис. 6.6. Изменение магнитной восприимчивости пород при одноосном давлении (по Калашникову А. Г. и др. [94]): 1 - диабаз, Сибаяевское месторождение; 2 - базальт, Берестовецкое месторождение; 3 - базальт, Салптаевское месторождение; 4 - сиенит, месторождение горы Благодать; 5 - андезит, Бакуриани; 6 - горнблендит, Первоуральск; 7 - диорит-порфир, Магнитогорск; 8 - базальт, Кутаиси; 9 - габбро, Турчинское месторождение; 10 - порфир, Магнитогорск; 11 - скарн гранатовый, Магнитогорск; 12 - диорит, Магнитогорск. ⊥ – измерения выполнены при  $H \perp \sigma$  ( $H=47,75$  А/м); остальные измерения выполнены при  $H \parallel \sigma$ ; + – разрушение образца

Уменьшение  $\chi$  при одноосном сжатии в направлении сжатия отмечается для магматических пород основного состава (базальты и андезито-базальты) Южной Грузии [194, 223], для диабазов с шаровой отдельностью Южного Урала [49], для ин-

трузивных пород (габбро, габбро-диорит, кварцевый диорит, гранодиорит) Приташкентского района [153, 154], для магматических пород основного состава из сейсмоактивных районов Камчатки и Байкала [199], для железистых кварцитов, различных месторождений страны [55, 192].

Магнитная восприимчивость пород района Зангезурского землетрясения (андезиты, андезито-дациты, габбро-диориты, габбро-нориты, базальты, андезито-базальты, гранодиориты, плагиограниты, кварцевые диориты) также уменьшается в направлении оси сжатия почти линейно с ростом  $\sigma$ . В направлении, перпендикулярном действию  $\sigma$ ,  $\chi$  растет с ростом  $\sigma$  [8,11,16, 24]. Пример изменения  $\chi$  для кварцевого диорита приведен на рис. 6.7.

Линейный характер уменьшения  $\chi$  с ростом  $\sigma$  отмечается для эффузивных и интрузивных пород Ташкентского геодинамического полигона [155].

Результаты изменения  $\chi$  при механических напряжениях разделены на две части – обратимую и необратимую. Основные изменения  $\chi$  обусловлены обратимыми уменьшениями восприимчивости, которые характеризуются магнитоупругим коэффициентом:

$$C = \frac{1}{\chi_0} \frac{\partial \chi}{\partial \sigma}. \quad (6.8)$$

Численные значения этого коэффициента для различных пород приведены в сводной табл. 6.2. Как видно из данных табл. 6.2, величина магнитоупругого коэффициента изменяется в небольших пределах  $(0,2 - 3,3) \times 10^3 \text{ МПа}^{-1}$ .

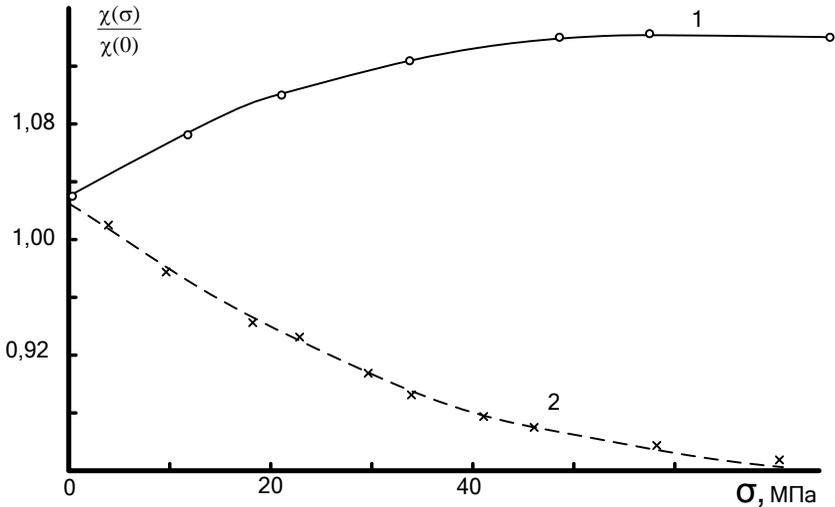


Рис. 6.7. Изменение магнитной восприимчивости кварцевого диорита перпендикулярно (1) и параллельно (2) оси давления (по Акопяну Ц. Г. [8])

В горных породах ферромагнитные минералы находятся в дисперсной форме. Магнитоупругий коэффициент в этом случае определяется по формуле [100]

$$C = 2 \frac{\lambda_s}{J_s} \frac{\chi_p}{1 + \frac{4}{3} \pi \chi_p}, \quad (6.9)$$

где  $\chi_p$  - магнитная восприимчивость ферромагнетика. Согласно работе [100], величина  $C$  мало зависит от  $\chi_p$  и определяется в основном отношением  $\frac{\lambda_s}{J_s}$ . Поскольку отношение  $\frac{\lambda_s}{J_s}$  для конкретного ферромагнетика стабильно, то диапазон изменения  $C$  невелик, что и следует из табл. 6.2.

Таблица 6.2

Значения магнитоупругого коэффициента  
некоторых горных пород

Название породы	$C \cdot 10^3,$ $\text{Па}^{-1}$	Источник	
Андезиты и андезито- базальты четвертичного возраста	0,3-1,6	Нагапетян В. В. и др., [167, 168]	
Габбро	1,92	Максудов С. Х. и др., [153, 154]	
Габбро	0,43		
Габбро	2,80		
Гранодиорит	0,20		
Габбро	1,09		
Габбро	0,54		
Габбро	1,18		
Габбро	0,96		
Диабаз	1,81		Капица С. П. [100]
Сиенит	0,85		
Горнблендит	1,30		
Диорит	0,86		
Диорит-порфир	0,80		
Порфир	1,18		
Скарн гранаторудный	1,30		
Магнетит	1,05		
Базальт	3,30		
Базальт	1,42		
Базальт	2,10		
Андезит	2,95		
Кератофир	1,40		
Лабрадорит	1,20		
Габбро	0,93		

Величина магнитоупругого коэффициента мало зависит и от температуры (рис. 6.8), большее влияние на него оказывает угол между направлением вектора напряженности магнитного

поля и направлением действия механических напряжений. С увеличением этого угла ( $\theta$ ) величина коэффициента  $C$  уменьшается. В интервале  $0^\circ < \theta < 30^\circ$  зависимость  $C=C(\theta)$  носит линейный характер [155]. Необратимые изменения магнитной восприимчивости горных пород, как и для монокристаллов магнетита [157, 201, 222], проявляются при небольших значениях упругих напряжений. Необратимые изменения  $\chi$  в порфиритах юрского возраста, содержащих магнетит и маггемит, наблюдаются при  $\sigma \leq 30$  МПа [246]; для базальтов, содержащих гомогенный титаномагнетит, необратимые изменения преобладают при  $\sigma \leq 20$  МПа [223]; необратимые изменения  $\chi$  пород Приташкентского района, содержащих магнетит, титаномагнетит и ильменит, происходят в интервале напряжений 2-25 МПа [153, 154]; в вулканогенных и магматических породах основного состава Южной Грузии, содержащих магнетит, титаномагнетит, маггемит и гемоильменит, необратимые изменения  $\chi$  наблюдаются при  $\sigma \leq (10 \div 20)$  МПа [222, 260]; необратимые изменения магнитной проницаемости железистых кварцитов и магнетит-гематитовых руд северной части Кривбасса наблюдаются при  $\sigma < 50$  МПа [55]. Таким образом, наиболее интенсивные необратимые изменения  $\chi$  происходят в горных породах при механических напряжениях не более 30 МПа. При более высоких значениях напряжений изменения  $\chi$  носят существенно обратимый характер [8, 49, 55, 102, 153, 154, 167, 192, 222, 223, 246].

При изучении магнитных свойств пород основного и кислого состава, взятых из сейсмоактивных районов Камчатки и Байкала, установлено, что обратимая часть изменения может быть описана следующим выражением [199]:

$$\chi_{\text{обр}} = \frac{\chi_0}{1 - \beta\sigma}, \quad (6.10)$$

где  $\chi_0$  – значение восприимчивости при  $\sigma=0$ ;  $\beta$  – угловой коэффициент прямой  $\chi(\sigma)$ . Установлено, что величина  $\beta$  для различных пород при повышении температуры уменьшается (рис. 6.9) [151, 199]. Поэтому с глубиной по мере роста температуры обратимая часть изменения  $\chi$  должна уменьшаться. Но этот вывод

справедлив не для всех районов. В работах [8, 11] отмечается независимость обратимых изменений  $\chi$  для пород сейсмоактивных районов Армении от температуры в интервале 20 – 300 °С.

Необратимая часть изменения магнитной восприимчивости одинакова как для образца, так и для породы, в которой находился образец. Изменение же восприимчивости с глубиной залегания породы возникает только за счет обратимых явлений. Поэтому  $\chi$  образца, поднятого с некоторой глубины, будет завышена по сравнению с восприимчивостью породы в естественном залегании. Это завышение (при прочих равных условиях) будет зависеть от величины и характера механических напряжений и может составлять 10-20 % и более [184].

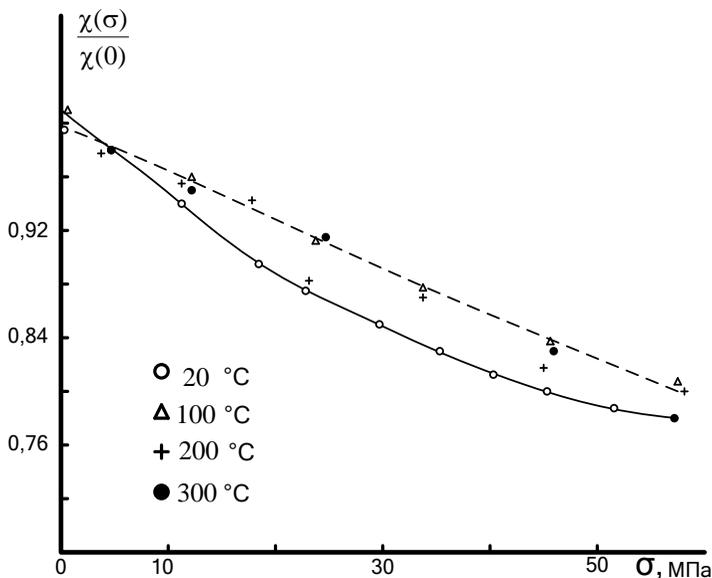


Рис. 6.8. Изменение магнитной восприимчивости гранодиорита при одноосном давлении для различных температур (по Акопяну С. Г. [8])

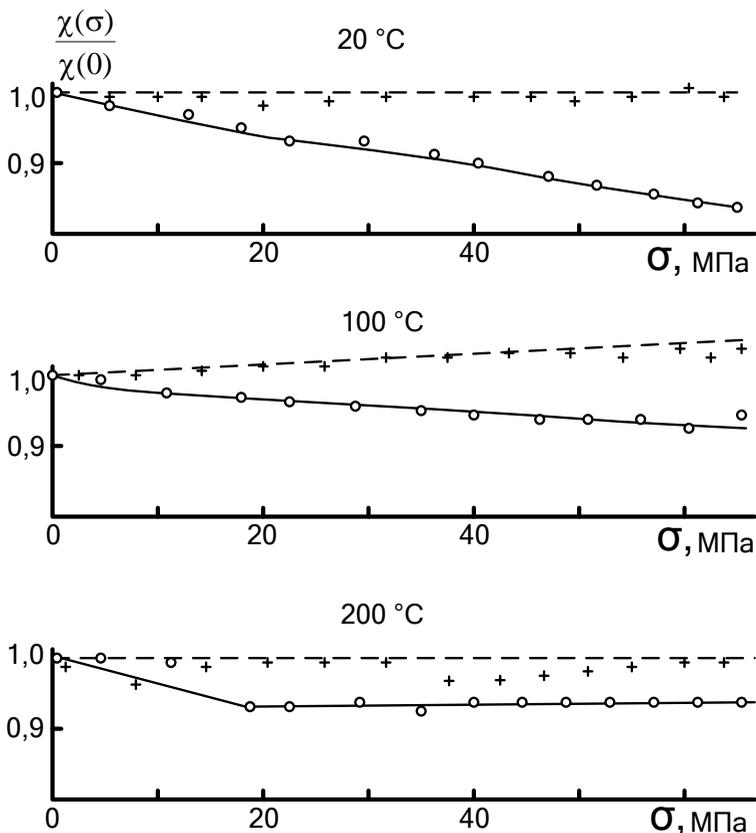


Рис. 6.9. Зависимость магнитной восприимчивости горных пород от давления при разных температурах (по Сковородкину Ю. П. и др. [199]) (знаком + показаны значения восприимчивости при снятии нагрузки)

С ростом механических напряжений в подавляющем большинстве случаев магнитная восприимчивость уменьшается. Но уменьшение  $\chi$  происходит по-разному для различных видов механических напряжений. Наиболее сильное влияние на изменение оказывают односторонние сжатия. По данным различных авторов, изменение  $\chi$  при одноосных напряжениях выглядит следующим образом: для интрузивных пород района Зангезур-

ского землетрясения изменение  $\chi$  при  $\sigma = 50$  МПа составляет 20-25 %, а для эффузивных пород это изменение в 3-5 раз меньше (1,5-12 %) [8, 167]; для диабазов с шаровой отдельностью (Ю. Урал, Индийский и Тихий океан) и вулканических пород Камчатки при  $\sigma$  до 120 МПа изменение  $\chi$  составляет 10,5 – 15,5 % [49]; для вулканогенных пород из различных районов Грузии изменение  $\chi$  при  $\sigma = 50$  МПа равно 5-30 % [151, 223, 246, 260].

В отличие от одноосного сжатия всестороннее давление практически не изменяет величину магнитной восприимчивости горных пород. Так, например, изменение  $\chi$  метаморфических пород кристаллического фундамента Русской платформы (амфиболиты, гнейсы, нориты, кристаллические сланцы, габбро-нориты, диабазы, кварциты) при всестороннем давлении до 150 МПа не превышает 2 % (для отдельных пород эти изменения достигают 15-17 %) [6, 13]. Для изверженных пород (габбро, лабрадорит, гранит) Коростенского плутона (Украина) установлено, что при воздействии всестороннего давления до 500 МПа величина  $\chi$  остается практически неизменной [134]. Исследование образцов магнетитовой руды с содержанием магнетита до 90 % показало, что изменение  $\chi$  не превышает 5 % [54]. Аналогичные выводы получены при изучении магнитных свойств интрузивных, эффузивных и магматических пород различных районов Украины [146].

Такое поведение магнитной восприимчивости при всестороннем давлении отмечалось еще Грабовским М. А. [60] при изучении магнетитов. Капица С. П. [100] по этому поводу писал, что «всестороннее сжатие мало повлияет на магнитные свойства, и только разница главных напряжений будет влиять на магнитные свойства горных пород». Величина  $\chi$  изменяется незначительно потому, что содержание ферромагнитных минералов в породе не изменяется, а всестороннее давление даже в несколько сотен МПа мало, чтобы в значительной степени деформировать форму и размеры ферромагнитных зерен. Кроме того, как уже отмечалось в предыдущем разделе со ссылкой на работу

[178], величина магнитоупругого коэффициента при всестороннем сжатии очень мала ( $(0,23 - 0,40) \cdot 10^{-6} \text{ МПа}^{-1}$ ). Магнитоупругий коэффициент при всестороннем сжатии на 3-4 порядка меньше магнитоупругого коэффициента при одноосном давлении ( $(0,2 - 3,3) \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{-1}$ ).

При рассмотрении магнитной восприимчивости ферромагнитных минералов под действием механических напряжений отмечалось, что  $\chi$  различных минералов изменяется по-разному. Следовательно, и изменение  $\chi$  горных пород под действием механических напряжений должно зависеть не только от величины и характера этих напряжений, но и от состава ферромагнитных минералов.

Рассмотрим влияние механических напряжений (одноосное сжатие) на  $\chi$  горных пород в зависимости от состава ферромагнитных минералов на примере вулканогенных пород Ю. Грузии [223, 260]. Авторы разделяют все вулканогенные породы этого района на две группы. Первая группа пород содержит оптически гомогенный титаномагнетит и титаномагнетиты двух генераций: ранней, более высокотемпературной фазы 900-1200 °С и поздней, низкотемпературной фазы 800-900 °С. Вторая группа содержит чистый магнетит или магнетит с небольшой примесью Ti.

Магнитная восприимчивость пород, содержащих оптически гомогенный титаномагнетит при небольших давлениях, растет, достигая при  $\sigma = 10\text{-}20 \text{ МПа}$  максимума, на 20 % превышающего исходное значение  $\chi$  (при  $\sigma=0$ ). При дальнейшем увеличении давления до 50 МПа  $\chi$  уменьшается и составляет 70-85 % от исходной величины.

Магнитная восприимчивость пород, содержащих титаномагнетит высокотемпературной фазы, с ростом давления до 50 МПа монотонно уменьшается на 35-40 %.

Изменение магнитной восприимчивости пород второй группы, содержащих магнетит, при  $\sigma=50 \text{ МПа}$  составляет всего 4-8 %. Малое изменение магнетитосодержащих пород обусловлено большой величиной коэрцитивной силы ( $(3,2 \div 6,0) \times 10^{-5}$

(4л А/м). Кристаллы магнетита в этом случае обладают большими внутренними напряжениями и внешние давления до 50 МПа не могут существенно изменить величину  $\chi$ . По этой же причине отмечаются небольшие изменения  $\chi$  (до 13 %) при давлении 70 МПа у магнетитсодержащих порфиритов и туфов из района Ингури ГЭС [247].

Большие и сложные изменения пород, содержащих оптически-гомогенный титаномагнетит, авторы объясняют диффузионными процессами перераспределения магнитных ( $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{3+}$ ) и немагнитных (Ti) ионов в подрешетках титаномагнетитов.

Наряду с экспериментальным изучением изменения магнитных свойств ферромагнитных минералов и горных пород, проводятся теоретические расчеты зависимости магнитных свойств под действием механических напряжений. Для ряда частных случаев при одноосном давлении такие расчеты сделаны в [87, 104, 173, 210]. Расчеты общего характера выполнить не удастся потому, что неизвестно распределение внутренних напряжений в горных породах, а также неизвестно, какой вклад в изменение магнитных свойств вносят смещения доменных границ и вращение вектора  $I_s$  (намагниченность насыщения).

Теоретические зависимости (типа формулы (6.5)), описывающие изменение магнитной восприимчивости под действием механических напряжений, дают возможность проводить моделирование зависимости от глубины залегания породы. Такое моделирование возможно, если известно, как с глубиной изменяются давление, содержание и фазовый состав ферромагнитных минералов, находящихся в горных породах, а также если известны зависимости от давления магнитных констант. Наиболее подробно теория и методика такого моделирования разработаны для термодинамических условий различных районов Украины Лебедевым Т. С. и др. [91, 138-143, 145, 147, 148, 185, 186]. Теоретическое моделирование осуществляется на основе доменной теории, рассматривающей горную породу как совокупность единичных доменов с определенной энергией, изменяющейся под действием механических напряжений.

Теоретическое моделирование, проведенное для различных районов Украины, показало, что с глубиной  $\chi$  уменьшается. Наиболее стабильными к воздействию давления до 500 МПа оказались породы, содержащие магнетит и титаномагнетит первой группы ( $\chi < 0,18$ ), менее стабильны породы, содержащие титаномагнетит второй группы ( $0,18 < \chi < 0,5$ ). Таким образом, результаты моделирования находятся в соответствии с основными закономерностями изменения  $\chi$  под действием механических напряжений, установленных экспериментально. Изменения  $\chi$  для пород, содержащих магнетит и титаномагнетит первой группы, не превышают допустимой погрешности определения восприимчивости на образцах. Поэтому для термодинамических условий Украины рекомендуется введение поправки в значение  $\chi$  за влияние напряжений предпринимать начиная с глубины 7-9 км для пород, содержащих магнетит и титаномагнетит первой группы и с глубины 3-4 км для пород, содержащих титаномагнетит второй группы.

Опыт теоретического моделирования зависимости  $\chi$  от глубины залегания пород проведен не только для Украины. Познанской Н. Ф. [187] описаны результаты моделирования изменения магнитной восприимчивости от глубины залегания пород Белорусского кристаллического массива, Балтийского щита, Закавказской межгорной глыбы и др. Результаты моделирования показывают, что общие закономерности изменения  $\chi$  пород с глубиной присущи всем рассмотренным районам земной коры. Местные особенности зависимости  $\chi(H)$  обусловлены особенностями изменения механических напряжений с глубиной, содержанием и базовым составом ферромагнитных минералов в породе, зависимостями  $\lambda_s(H)$  и  $J_s(H)$  (в качестве примера на рис. 6.10 и 6.11 приведены зависимости для некоторых районов Украины).

Результаты изучения влияния механических напряжений на магнитную восприимчивость можно кратко свести к следующему:

1. Под действием механических напряжений для большинства горных пород наблюдается уменьшение магнитной восприимчивости в направлении давления. Наибольшие изменения  $\chi$  (до 20-30 % и даже до 50 %) происходят при одноосном сжатии и наименьшие (первые проценты) при всестороннем давлении, которое увеличивает пластичность пород.

2. Относительные изменения  $\chi$  слабо зависят от  $\chi$  при  $\sigma=0$ . Зависимость  $\chi(\sigma)$  до напряжений  $\sigma=100$  МПа линейная.

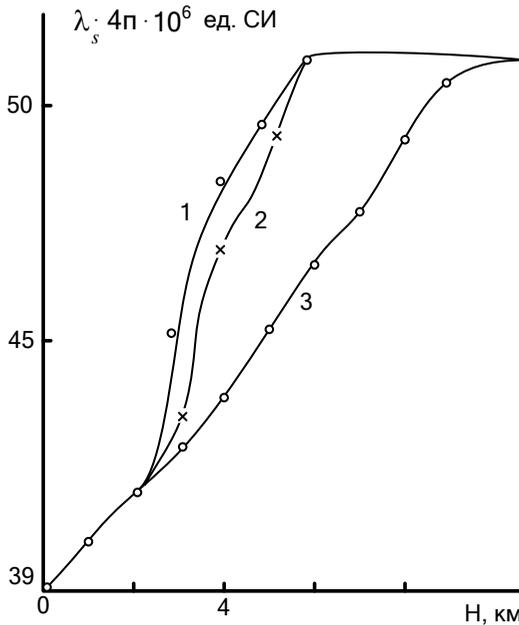


Рис. 6.10. Изменение постоянной магнитострикции магнетита пород Украинского щита (1), Закарпатья (2) и Днепроовско-Донецкой впадины (3) (по Лебедеву Т. С. [142])

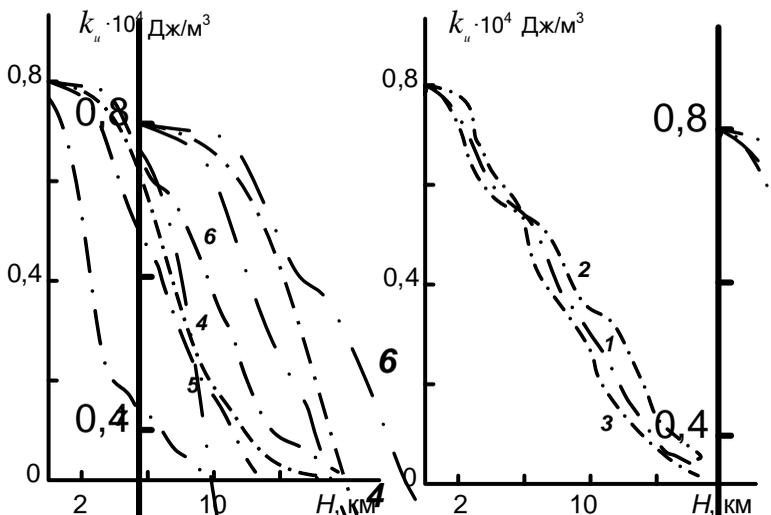


Рис. 6.11. Изменение константы магнитокристаллизационной анизотропии пород Украинского щита (1), Кривого Рога (2), Днепровско-Донецкой впадины (3), Скифской плиты (4), акватории Чёрного моря (5), Горного Крыма (6) и Закарпатья (7) (по Лебедеву Т. С. [142])

3. Изменения  $\chi$  делятся на обратимые и необратимые. Основная часть изменений обратимая. Она характеризуется магнитоупругим коэффициентом, равным  $(0,2 - 3,3) \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{-1}$ , который растет с уменьшением угла между направлением магнитного поля и направлением сжатия. При  $\sigma \leq 30 \text{ МПа}$  изменения  $\chi$  необратимые, при  $\sigma > 30 \text{ МПа}$  изменения  $\chi$  обратимые. С глубиной залегания породы обратимая часть изменения  $\chi$  уменьшается.

4. Изменения  $\chi$  зависят от фазового состава ферромагнитных минералов. Наибольшие изменения  $\chi$  наблюдаются у пород, содержащих «магнитомягкие» ферромагнитные минералы (они характеризуются малой коэрцитивной силой и, следовательно, малыми внутренними напряжениями), наибольшие – у пород, содержащих «магнитожесткие» ферромагнитные минералы.

Поэтому при составлении магнитной модели среды с учетом зависимости  $\chi(\sigma)$  надо принимать во внимание величину и характер механических напряжений, соотношение обратимой и необратимой частей изменения  $\chi$ , фазовый состав ферромагнитных минералов, находящихся в породе.

Сопоставляя термодинамический режим Среднего и Южного Урала с результатами воздействия механических напряжений и температуры на магнитную восприимчивость горных пород, можно отметить:

1. Поскольку в интервале 20-300 °С магнитоупругий коэффициент практически не зависит от температуры, то для верхней части земной коры Урала мощностью в первые километры (характеризующейся температурой не более 100 °С), влиянием температуры на магнитную восприимчивость горных пород можно пренебречь.

2. Существующие в земной коре Урала напряжения интенсивностью до 50 МПа достаточны для изменения магнитной восприимчивости пород на 20-30 %. До глубины 150-300 м изменения  $\chi$  будут необратимыми, на больших глубинах они будут обратимыми. Поэтому при интерпретации магнитных аномалий объектов, нижние кромки которых расположены на глубине нескольких километров, необходимо учитывать зависимость  $\chi_0(H)$ . Поскольку напряжения с глубиной растут примерно по линейному закону, а коэффициент, характеризующий обратимые изменения  $\chi$ , уменьшается, то на некоторой глубине должен существовать слой пород с минимальными магнитными свойствами.

3. Наибольшие по величине сжимающие напряжения на Урале имеют широтное направление с небольшим наклоном к горизонту, а направление магнитного поля Земли близко к вертикальному. Поскольку магнитоупругий коэффициент растет с уменьшением угла между направлением поля и направлением сжатия, то породы Урала должны характеризоваться пониженными значениями магнитоупругого коэффициента.

## ГЛАВА VII

### Влияние механических напряжений на естественную остаточную намагниченность горных пород [230]

Необратимые процессы способствуют остаточным явлениям и сохранению в веществе части намагниченности даже в том случае, если внешнее магнитное поле убывает до нуля. Намагниченность, образовавшаяся в этом случае, называется остаточной ( $J_n$ ).

По своей природе остаточная намагниченность может быть различной:

а) нормальная ( $J_r$ ), образуемая под действием постоянного магнитного поля при постоянной температуре;

б) идеальная ( $J_{ri}$ ), образуемая при одновременном действии постоянного и переменного магнитного поля;

в) термоостаточная ( $J_{rt}$ ), образуемая при понижении температуры в постоянном магнитном поле;

г) пьезоостаточная ( $J_{rp}$ ), образуемая при наложении и снятии упругих напряжений в постоянном магнитном поле;

д) вязкая ( $J_{rv}$ ), возникающая благодаря релаксационным явлениям в постоянном магнитном поле;

е) динамическая,  $J_{rd}$ , образуемая под действием динамических нагрузок (удар) в постоянном магнитном поле, и др.

Горная порода с момента своего образования проходит различные этапы геологической истории. Каждый этап характеризуется своими физико-химическими условиями. Поэтому естественная остаточная намагниченность большинства горных пород может быть представлена векторной суммой различных намагниченностей.

Первые два вида намагниченности являются менее распространёнными: нормальная в силу своей низкой стабильности, а идеальная образуется в природе в исключительных случаях.

Поэтому в данной главе будут рассмотрены только результаты экспериментов по влиянию механических напряжений на термоостаточную, пьезоостаточную, вязкую и динамическую намагниченности, а также на величину и направление естественной остаточной намагниченности.

## 7.1. Вязкая намагниченность и влияние на неё механических напряжений

В магнетизме горных пород вязкая намагниченность, возникающая в результате термической активации, играет очень важную роль. Это обусловлено тем, что со временем все виды намагниченности разрушаются, тогда как вязкая намагниченность постоянно порождается релаксационными процессами. Поэтому, по мнению авторов работы [76], остаточная намагниченность древних пород (докембрийских) в основном является вязкой. Вязкая намагниченность возникает не только у размагниченных образцов в постоянном поле, но и у горных пород, обладающих любыми другими видами остаточной намагниченности. Экспериментальные и теоретические исследования показывают, что с течением времени под действием магнитного поля небольшой интенсивности  $I_{rv}$  растет пропорционально логарифму времени.

По данным работы [225], для порошкового магнита рост вязкой намагниченности со временем описывается следующим выражением:

$$J_{rv} = J_{r0} + S \lg t , \quad (7.1)$$

где  $J_{r0}$  - намагниченность в момент времени  $t = 0$ ;  $S$  - магнитная вязкость вещества. Для массивного магнетита рост со временем происходит быстрее:

$$J_{rv}^n = J_{r0}^n + S \lg t , \quad (7.2)$$

где  $n < 1$ .

При изучении образцов магнетита и базальта [258] установлено, что  $J_{rv}$  хорошо описывается функцией (7.2) при  $n = 1/2$ :

$$\sqrt{J_{rv}} = \sqrt{J_{r0}} + S \lg t. \quad (7.3)$$

Исследования показывают, что даже в лабораторных масштабах времени в земном поле  $J_{rv}$  может достигать большой величины. Стабильность  $J_{rv}$  во времени растет с увеличением времени намагничивания. Так, например, для «магнитомягких» пород (магнетит-содержащих) стабильность вязкой намагниченности со временем приближается к термоостаточной.

Увеличение стабильности и значительная скорость роста  $J_{rv}$  магнетита с течением времени позволяют предполагать, что естественная остаточная намагниченность железных руд в основном вязкая [258]. Это предположение отчасти было экспериментально подтверждено при изучении пород и магнетитовых руд ряда контактово-метасоматических месторождений Урала [88]. Вязкая намагниченность магнетитсодержащих пород не зависит от их магнитной восприимчивости, т. е. от концентрации и размеров ферромагнитных зерен [258].

Механические напряжения приводят к изменению вязкой намагниченности, однако, по данным ряда исследователей [11, 26], характер этих изменений не зависит от вида давления (одноосное, всестороннее и др.) (рис. 7.1). С ростом давления происходит разрушение  $J_{rv}$ . Изучение образцов андезито-базальтов (Камчатка) и габбро, габбро-диоритов (Ташкентский геодинамический полигон), содержащих в качестве ферромагнитных минералов титаномагнетит, показало, что наиболее интенсивно изменяется  $J_{rv}$  в интервале давлений 0-10 МПа.

При давлении  $\approx 70$  МПа  $J_{rv}$  уменьшается на 60-90 % [26]. Наибольшие изменения вязкой намагниченности при небольших давлениях до 20 МПа отмечаются и для горных пород из сейсмоактивных зон Армении [10]. Вероятно этим свойством обладает  $J_{rv}$  большинства горных пород, слагающих земную кору [202].

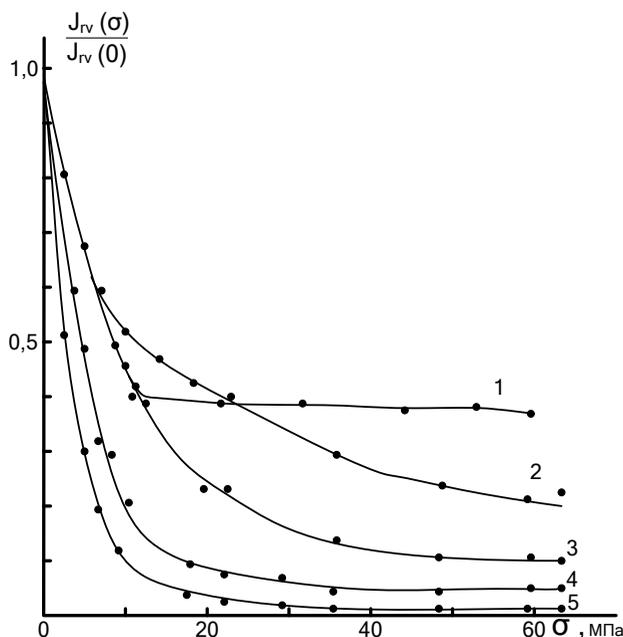


Рис. 7.1. Разрушение вязкой остаточной намагниченности образцов габбро квазизвсесторонним давлением (1), сдвиговым напряжением параллельно магнитному полю (2), сдвиговым напряжением перпендикулярно магнитному полю (3), одноосным сжатием параллельно магнитному полю (4) и одноосным сжатием перпендикулярно магнитному полю (5) (по Безуглой Л. С. и др. [26])

При наложении давления, как отмечалось, величина  $J_{rv}$  резко уменьшается, после снятия давления величина вязкой намагниченности быстро восстанавливается. Циклы нагрузка – разгрузка способствуют росту  $J_{rv}$  времени либо по закону, характерному для образца, не подвергнутого давлению [184], либо скорость роста  $J_{rv}$  возрастает [10, 21, 26, 189] по сравнению с образцом, не подвергнутым давлению (рис. 7.2, 7.3). Некоторые

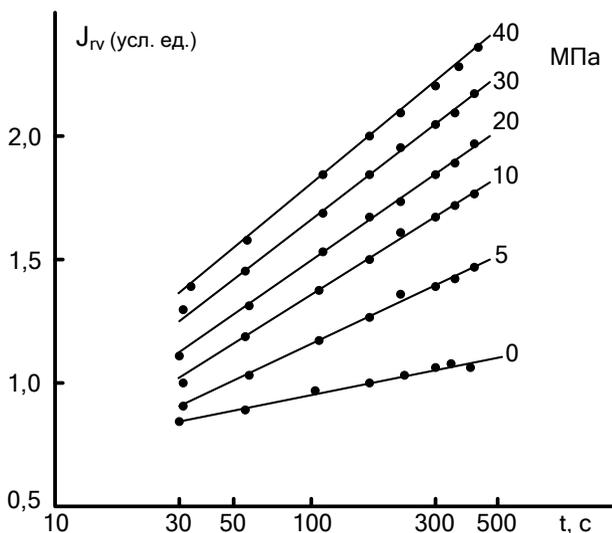


Рис. 7.2. Образование вязкой остаточной намагниченности в гранодиорите в зависимости от величины одноосного давления (по Сковородкину Ю. П. [200])

исследователи [67, 157] отмечают увеличение скорости роста  $J_{rv}$  во времени с увеличением давления независимо от его вида.

На характер изменения  $J_{rv}$  под действием давления не оказывает влияния взаимная ориентировка направления магнитного поля и давления [200]. Это хорошо видно на рис. 7.1 при сопоставлении между собой кривых 2 и 3, а также кривых 4 и 5.

Вязкая намагниченность в земном магнитном поле может достигать большой величины, особенно для "магнитомягких" магнетитсодержащих пород. Изменение  $J_{rv}$  наиболее интенсивно происходит при небольших давлениях (до 20 МПа), характерных для самой верхней части разреза мощностью первые сотни метров. Поэтому вклад этого вида остаточной намагниченности в магнитное поле при накоплении напряжений в горных породах в результате тектонических процессов может быть существенным. В связи с этим высказывается предположение о возможности использова-

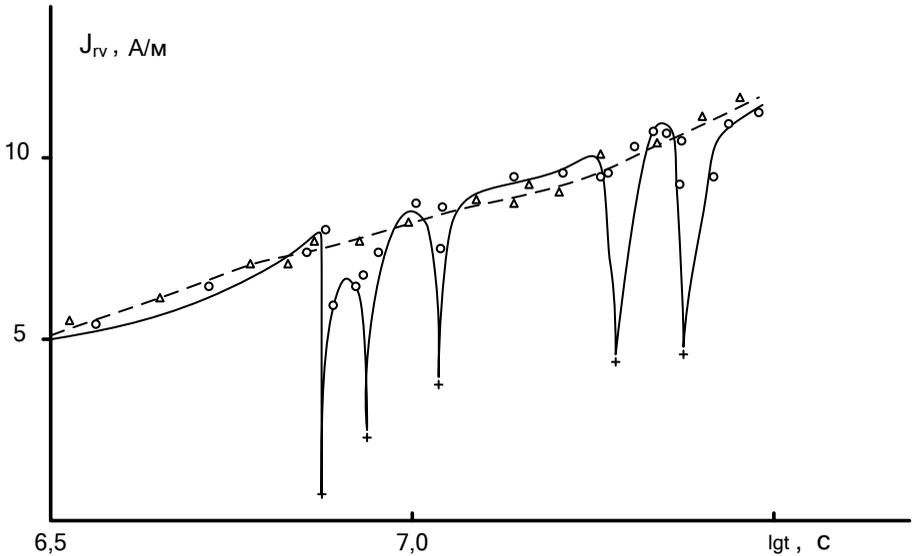


Рис. 7.3. Изменение вязкой остаточной намагниченности при наложении и снятии давления (по Сквородкину Ю. П. и др. [200]):  
 O – образец 16305/2; Δ - образец 16305/3;  
 + – давление 5,1 МПа

ния особенностей поведения  $J_{rv}$  для изучения тектонических процессов, протекающих в земной коре [26, 202].

## 7.2. Динамическая остаточная намагниченность

Динамическая остаточная намагниченность ( $J_{rd}$ ) возникает в горных породах, содержащих ферромагнитные минералы, при воздействии переменных динамических нагрузок в постоянном магнитном поле. В природе все породы с момента своего образования подвергаются динамическим нагрузкам, поэтому динамическая намагниченность, как и вязкая, имеет универсальный характер.

Наиболее подробно этот вид остаточной намагниченности был изучен Шапиро В. А. и Ивановым Н. А. [90, 251-255]. Лабораторные исследования [252, 253, 255], проведенные на образцах естественных ферритмагнетиков (магнетит и титаномагнетит) и сильномагнитных горных пород, показали, что в интервале энергий ударов от 0,1 до 100 Дж зависимость  $J_{rd}$  от энергии ( $E$ ) описывается функцией

$$J_{rd} = A + D \lg E. \quad (7.4)$$

С увеличением энергии ударов  $J_{rd}$  подчиняется следующей эмпирической зависимости:

$$J_{rd} = J_{kds} (1 - e^{-b\sqrt{E}}), \quad (7.5)$$

где  $J_{kds}$  – динамическая намагниченность насыщения;  $b$  – коэффициент, зависящий от упругих и магнитных свойств образца, его объема и направления внешнего намагничивающего поля.

В отличие от вязкой намагниченности динамическая намагниченность со временем разрушается по закону [252, 253]

$$J_{rd} = J_{rd0} - \tau \lg t, \quad (7.6)$$

где  $J_{rd0}$  – начальное значение намагниченности в момент времени  $t = 0$ ;  $\tau$  – параметр, характеризующий скорость изменения  $J_{rd}$ . Вследствие малости параметра  $\tau$ ,  $J_{rd}$ , однажды возникшая в породе, будет сохраняться в ней очень долго.

Интенсивность  $J_{rd}$  при суммарной энергии ударов до 500 Дж изменяется от 1 А/м у пород типа габбро до 40 А/м у магнетита [251]. При этом большая часть  $J_{rd}$  создается первым десятком ударов [90, 255]. Наибольшей величиной  $J_{rd}$  характеризуются породы, содержащие «магнитомягкие» минералы (магнетит) и крупные зерна магнетита. Минимальной величиной  $J_{rd}$  характеризуются породы, содержащие гематит, ильменит, титаномагнетит и тонкодисперсный магнетит [251, 252]. В связи с этим высказывается предположение о том, что, создавая искусственно динамические нагрузки в магнетитовых рудных телах, можно качественно определять природу магнитных аномалий [251].

Величина  $J_{rd}$ , возникающая в естественных ферромагнетиках, железистых кварцитах и горных породах, под действием ударов тем больше, чем больше магнитная восприимчивость образца. Зависимость же величины  $J_{rd}$  от объема образца при неизменной энергии удара обратная. В постоянном магнитном поле  $J_{rd}$  растет с ростом энергии удара, а при постоянной энергии удара в слабых полях – с ростом поля [26, 226, 255].

Различные внешние воздействия приводят к изменению  $J_{rd}$ . По стабильности к этим воздействиям  $J_{rd}$  сравнима с вязкой и идеальной намагниченностями и менее стабильна по сравнению с термоостаточной. Это отмечается при изучении естественных ферромагнетиков Среднего Урала [252, 255], вулканогенно-осадочных и интрузивных пород Южного Урала [73] и железистых кварцитов Кольского полуострова [226, 227].

Горные породы в земной коре испытывают воздействие температуры и одноосных давлений. Динамические нагрузки в этом случае приводят к образованию  $J_{rd}$ , которая отличается от намагниченности, полученной при постоянной температуре и при отсутствии одноосного давления. В работе [254] показано, что при охлаждении горных пород (образцы горных пород и руд были взяты из магнетитовых месторождений Урала и Казахстана) от температуры 50, 100, 150, ..., 600 °С до комнатной, подвергнутых динамическим нагрузкам, в них возникает остаточная намагниченность  $J_{rd}$ , которая значительно превышает по величине изотермическую.

Динамическая намагниченность образца, находящегося под одноосной нагрузкой, растет с уменьшением угла между направлением магнитного поля и направлением одноосного давления. Величина  $J_{rd}$  после снятия давления уменьшается вследствие необратимых процессов [227]. Роль необратимых процессов уменьшается с увеличением количества ударов [90].

Направление  $J_{rd}$  в изотропных образцах изометричной формы не зависит от силы и направления удара, а определяется направлением внешнего магнитного поля [90, 227, 251, 255].

### 7.3. Влияние механических напряжений на пьезоостаточную намагниченность

Пьезоостаточная намагниченность была открыта Доменом Х. [71] при изучении намагниченности ансамбля мелких частиц магнетита, подвергнутых одноосному сжатию. Эта намагниченность возникает как изотермическая необратимая намагниченность при снятии напряжения с ферромагнетика, находящегося в магнитном поле. При этом происходит изменение величины потенциальных барьеров магнитокристаллической энергии отдельных доменов и рост объема тех из них, вектор  $J_s$  которых составляет наименьший угол с направлением внешнего магнитного поля, что и приводит к росту  $J_{rp}$ .

Исследования, проведенные на ферримагнитных минералах и горных породах, позволили установить, что пьезоостаточная намагниченность монокристаллов ферромагнитных минералов и горных пород увеличивается с ростом одноосного давления и напряженности внешнего магнитного поля [47, 50, 68, 136].

Наиболее интенсивные изменения  $J_{rp}$  для монокристаллов магнетита происходят до 20 МПа; при  $\sigma \leq 50$  МПа рост  $J_{rp}$  замедляется. Это связано с тем, что при достижении таких давлений замедляется смещение легко подвижных доменных границ [68]. Подобное явление отмечается и для интрузивных горных пород. По данным работы [11], одноосное сжатие до 60 МПа изменяет  $J_{rp}$  на 45-50 % первоначальной величины. Когда  $\sigma > 50$  МПа, то образование  $J_{rp}$  происходит не только за счет смещения доменных граней, но и за счет поворота вектора  $\vec{J}_s$ . Завершается рост  $J_{rp}$  как для ферромагнитных минералов, так и для горных пород при  $\sigma = 200-300$  МПа [50]. На интенсивность роста намагниченности оказывают влияние несколько факторов:

- 1) величина угла между направлением внешнего магнитного поля и направлением одноосного давления ( $\Theta$ ). Увеличение угла ( $\Theta$ ) приводит к уменьшению  $J_{rp}$ , так, например, величина  $J_{rp}$  при  $\Theta=0^\circ$  в два раза больше, чем при  $\Theta=90^\circ$ . В интервале  $0^\circ < \Theta < 50^\circ$  уменьшение  $J_{rp}$  почти линейное. Исследования показывают, что  $J_{rp}$  при  $\Theta > 0^\circ$  образуется всегда под некоторым углом  $\Delta\Theta$  относительно ближайшей к направлению магнитного поля оси давле-

ния. В интервале  $0^\circ < \Theta < 50^\circ$  угол  $\Delta\Theta$  с увеличением  $\Theta$  изменяется почти линейно (рис. 7.4) [155, 156].

При изучении пьезоостаточной намагниченности монокристалла магнетита было показано, что на интенсивность роста  $J_{rp}$  оказывает влияние и направление одноосного давления и магнитного поля по отношению к направлению кристаллографических осей. При  $\vec{\sigma} \parallel [111] \parallel \vec{H}$  интенсивность роста  $J_{rp}$  больше, чем при  $\vec{\sigma} \parallel [111] \perp \vec{H}$  [47];

2) величина первоначальной намагниченности горной породы. Чем больше первоначальная намагниченность, тем меньше скорость роста  $J_{rp}$  с давлением [10];

3) размеры зерен ферромагнитных минералов. Чем меньше размер зерен, тем больше скорость роста  $J_{rp}$  под действием давления [50, 169];

4) магнитная «жесткость» ферромагнитных минералов, находящихся в горной породе. При исследовании магнитных свойств изверженных пород основного, среднего и кислого состава из различных районов Южного Урала показано, что все породы по типу изменения  $J_{rp}$  под действием одноосного давления могут быть разделены на две группы [68]. Для большинства изученных пород величина  $J_{rp}$  достигает максимума при  $\sigma = 5-10$  МПа. При дальнейшем увеличении  $\sigma$   $J_{rp}$  резко уменьшается, затем величина  $J_{rp}$  остается либо неизменной, либо очень медленно уменьшается. Такое поведение  $J_{rp}$  связывается с преобладанием в породах «магнитомягких» минералов с небольшой величиной внутренних напряжений. Поэтому достаточно небольших давлений, чтобы нестабильная величина  $J_{rp}$  достигла максимума, при этом величина  $J_{rp}$ , обусловленная «магнитожесткими» минералами, мала.

С увеличением  $\sigma$   $J_{rp}$  «магнитомягких» минералов будет разрушаться, а «магнитожестких» – продолжать медленно расти. Суммарная намагниченность будет либо постоянной, либо будет уменьшаться.

Для второй группы пород характерен монотонный рост  $J_{rp}$  с увеличением  $\sigma$ . Породы этой группы содержат в основном «магнитожесткие» минералы. По-видимому, этой же причиной

вызвана малая величина пьезоостаточной намагниченности (менее 1 % от величины термоостаточной намагниченности) для некоторых пород основного состава [20, 23].

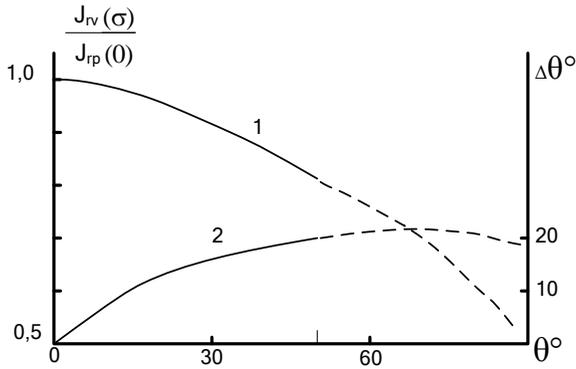


Рис. 7.4. Зависимость  $J_{rp}$  от угла ( $\Theta$ ) между направлениями одноосного давления и магнитного поля (1); зависимость угла ( $\Delta\Theta$ ) между направлениями  $J_{rp}$  и одноосного давления от угла  $\Theta$  (2) (по Максудову С. Х. [156])

Зависимость  $J_{rp}$  от давления и внешнего магнитного поля выражается формулой, предложенной Нагатой Т. [170-172]:

$$J_{rp} = \frac{\beta\sigma}{1 + \beta\sigma} \chi H \quad , \quad (7.7)$$

где  $\beta$  определяется из зависимости магнитной восприимчивости от давления (6.4). Но в работе [47] показано, что формула

$$J_{rp} = \frac{\beta\sigma^{\frac{1}{2}}}{1 + \beta\sigma} \chi H \quad (7.8)$$

точнее описывает экспериментальные результаты, чем формула Нагаты Т. (7.7). На рис. 7.5 приведены экспериментальные данные о поведении пьезоостаточной намагниченности при различной величине одноосных давлений и магнитного поля для монокристаллов магнетита размером 0,3-0,6 см. Пьезоостаточная намагниченность, рассчитанная по формуле (7.7) (кривая 7),

значительно отличается от экспериментальных кривых 3 и 5. Результаты же расчета  $J_{rp}$  по формуле (7.8) (кривые 4, 6) хорошо согласуются с экспериментальными данными (кривые 3, 5). Нелинейную зависимость  $J_{rp}$  от величины  $\sigma$  отмечают в работе [67] при изучении магнитных свойств изверженных пород Южного Урала. В этой же работе показана независимость от давления величины  $J_{rp}$  для различных типов пород и концентрации ферромагнитных минералов.

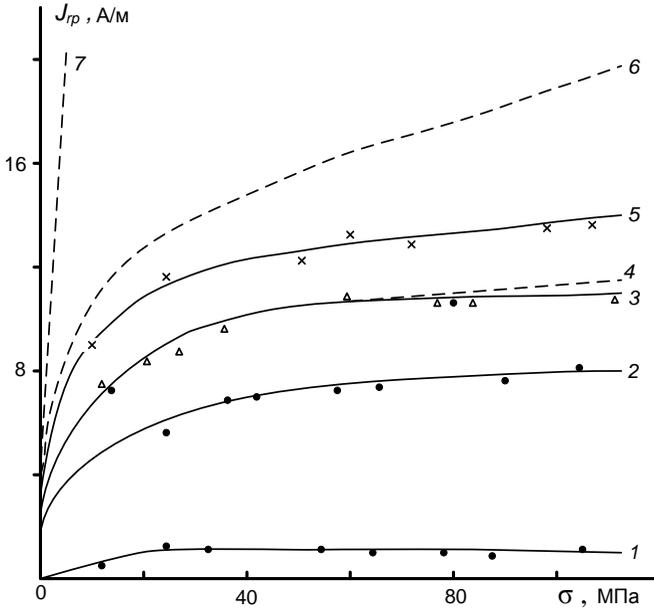


Рис. 7.5. Зависимость  $J_{rp}=f(\sigma, H)$  (по Валееву К. А. и др. [47]):  
 1, 2—соответственно при  $H=397,8$  А/м и  $H=795,6$  А/м ( $\vec{H} \parallel \vec{\sigma}$ );  
 3, 5—соответственно при  $H=397,8$  А/м и  $H=795,6$  А/м  $\vec{H} \perp \vec{\sigma}$ ;  
 4, 6—вычислены по формуле (7.8) соответственно при  $H=397,8$  А/м и  $H=795,6$  А/м  $\vec{\sigma} \parallel [111] \parallel \vec{H}$ ;  
 7 — вычислена по формуле (7.8) при  $H=397,8$  А/м

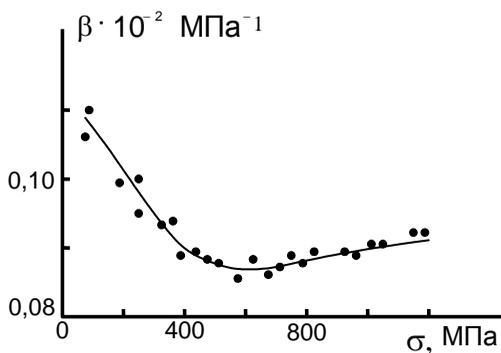


Рис. 7.6. Изменение коэффициента  $\beta$  от давления (по Лебедеву Т. С. и др. [136])

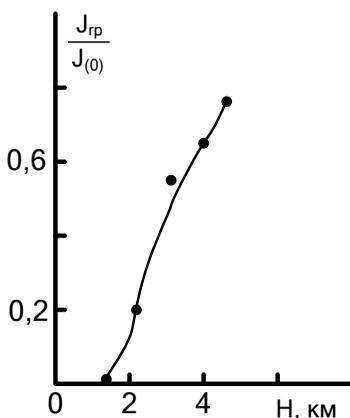


Рис. 7.7. Изменение пьезоостаточной намагниченности магнетита в зависимости от глубины залегания магнетитсодержащих пород (по Лебедеву Т. С. и др. [136])

Величина коэффициента  $\beta$  зависит от давления. До  $\sigma = 300-400$  МПа  $\beta$  уменьшается до некоторого значения, а затем при увеличении  $\sigma$  остается на постоянном уровне (рис. 7.6) [136]. С помощью формулы (7.7) с учетом зависимости  $\beta(\sigma)$  вы-

полняются теоретические расчеты влияния на  $J_{rp}$  одноосного давления. Результаты таких расчётов при больших давлениях для магнетита, заимствованные из работ [107-109, 169], приведены в [136]. В работах [137, 140, 147, 185, 186] приводятся результаты теоретического моделирования зависимости  $J_{rp}$  от глубины залегания горных пород для некоторых районов Украины (рис. 7.7). Моделирование показывает, что пьезостаточная намагниченность очень нестабильна к воздействию высоких давлений и температур, поэтому с увеличением глубины  $J_{rp}$  меняется очень сильно.

Отмечается различная стабильность пьезостаточной намагниченности под действием давления для титаномагнетитов I и II групп. Относительные изменения  $J_{rp}$  титаномагнетита с глубиной значительно больше, чем магнетита [143].

#### **7.4. Влияние механических напряжений на термоостаточную намагниченность**

Термоостаточная намагниченность является самым стабильным к воздействию механических напряжений видом остаточной намагниченности. Эта намагниченность стабильна к воздействию как всестороннего, так и одноосного давлений.

Стабильность  $J_{rp}$  к всестороннему давлению до 800 МПа для габбро-диабазов (Камчатка), щелочных гранитов (Казахстан), кварцевых диоритов (Казахстан) и плагиогнейсов (Воронежский выступ Русской платформы), содержащих в качестве ферромагнитных минералов магнетит, гематит и ильменит, отмечается в [2, 3] (рис. 7.7). Величина  $J_{rp}$  этих пород уменьшается на 15 %. По данным [132], уменьшение термоостаточной намагниченности гематита при всестороннем давлении до 950 МПа составляет всего 4,5 % (рис. 7.8).

Влияние одностороннего давления на величину  $J_{rt}$  исследовано более подробно. При изучении магнитных свойств магматических пород Южного Урала различного состава и генезиса было

установлено, что одноосное давление до 120 МПа приводит к уменьшению  $J_{rt}$  на несколько процентов [44, 48, 66]. На образцах диабазов с шаровой отдельностью было показано, что  $J_{rt}$  изменяется в том случае, если величина одноосного давления, приложенного к образцу горной породы, превышает давление, при котором термоостаточная намагниченность образовалась в породе [47]. Этот вывод справедлив и по отношению к температуре, т. е. характер изменения  $J_{rt}$  (а также любого другого вида остаточной намагниченности) зависит от тех термодинамических условий, при которых она образовалась.

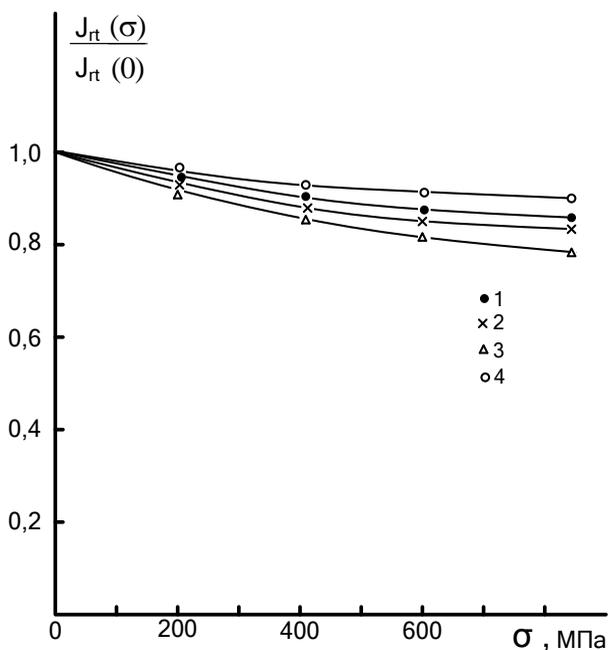


Рис. 7.8. Изменение термоостаточной намагниченности в зависимости от всестороннего давления (по Авчану Г. М. [3]): 1 – габбро-диабаз; 2 – гранит; 3 – кварцевый гранодиорит; 4 – плагиогнейс

Поведение термоостаточной намагниченности и для горных пород, и для ферромагнитных минералов в значительной мере контролируется размером ферромагнитных зерен. Одноосное давление до 120 МПа почти полностью разрушает  $J_{rt}$  крупных многодоменных частиц магнетита (размер зерен 147-192 мкм). Величина  $J_{rt}$  однодоменных зерен магнетита размером до 6 мкм при том же давлении уменьшается от нескольких до 20 % [49, 50]. Такое поведение было отмечено также при изучении эффузивных пород, содержащих мелкие кристаллы магнетита (Южная Грузия) [245].

Как и в случае магнитной восприимчивости, изменение термоостаточной намагниченности под действием механических напряжений можно разделить на обратимую и необратимую части.

Наибольшие изменения  $J_{rt}$ , как показано на примере магматических пород основного состава, происходят при давлении до 10 МПа. В интервале давлений от 10 до 80 МПа скорость уменьшения  $J_{rt}$  замедляется. Изменения  $J_{rt}$  в этом интервале давлений уже содержат обратимую часть (происходит частичное восстановление термоостаточной намагниченности при снятии давления) (рис. 7.9). С ростом  $\sigma$  обратимая часть изменения  $J_{rt}$  может как увеличиваться, так и оставаться неизменной [20, 23]. По данным работы [184], величина обратимых изменений не превышает 15 %.

С ростом температуры обратимые изменения термоостаточной намагниченности уменьшаются [20, 23, 151, 184]. Для магматических пород основного состава обратимая часть изменения  $J_{rt}$  при  $t = 20^\circ\text{C}$  составляет 14 %, а при  $t = 120^\circ\text{C}$  всего 4 % (давление при этом равно 80 МПа) (рис. 7.10) [20].

Большой интерес представляют исследования термоостаточной намагниченности при циклическом изменении нагрузки.

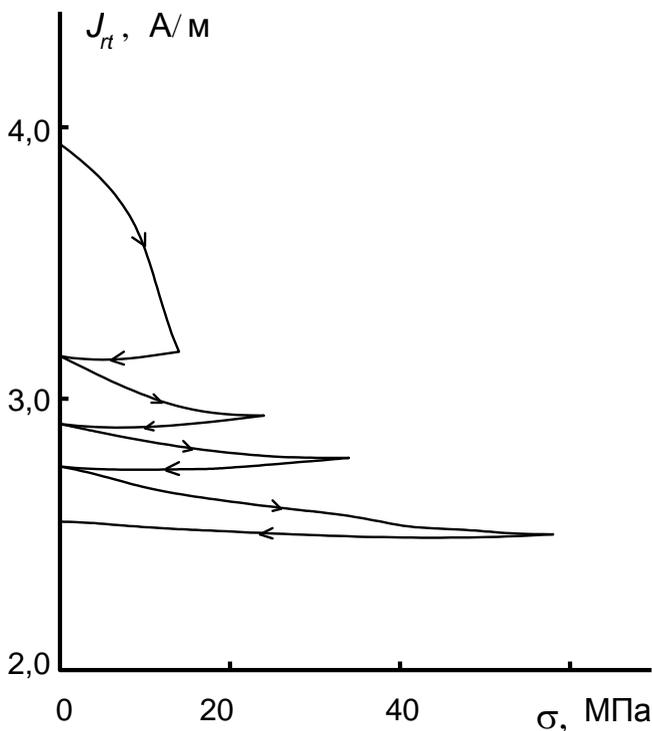


Рис. 7.9. Изменение  $J_{rt}$  магматических пород основного состава под действием одноосного давления (по Безуглой Л. С. и др. [20])

В работе [89] описываются изменения  $J_{rt}$  при всестороннем давлении, меняющемся циклически. Десятикратные изменения давления с возрастающей амплитудой (60 – 350 МПа) приводят к уменьшению термоостаточной намагниченности на 60-70 .

В изменениях  $J_{rt}$  при циклических нагрузках также выделяются обратимая и необратимая части. Наиболее интенсивный рост обратимых изменений наблюдается в интервале давлений 100-300 МПа. Обратимые изменения появляются на четвёртом цикле нагрузка – разгрузка и растут линейно до девятого цикла, достигая насыщения. Величина обратимых изменений при этом

составляет около 20 %. Рост необратимых изменений заканчивается на втором цикле, достигая 10-15 %, Затем величина необратимых изменений уменьшается до 2-3 % и остается на этом уровне при дальнейших циклах нагрузки – разгрузки. Наиболее интенсивный рост необратимых изменений  $J_{rt}$  происходит при давлениях 150 -200 МПа.

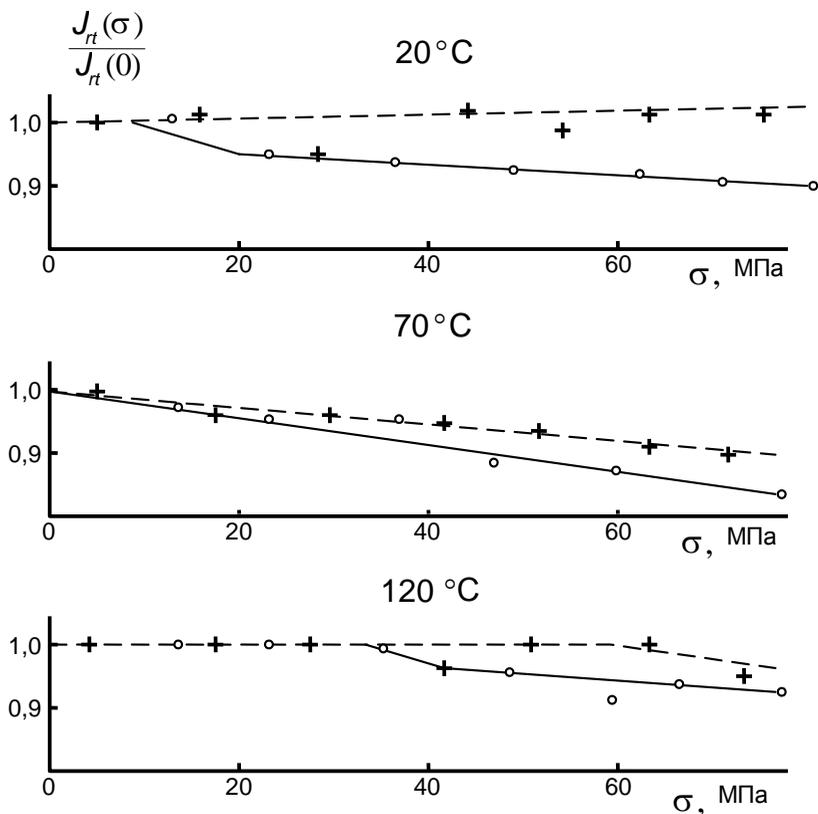


Рис. 7.10. Зависимость обратимой части изменения  $J_{rt}$  под действием одноосного давления при разных температурах (по Безуглой Л. С. и др. [20]):

- – величина  $J_{rt}$  при наложении давления;
- + – величина  $J_{rt}$  при снятии давления

В связи с большей величиной обратимых изменений  $J_{rt}$  при циклических нагрузках можно предполагать об их значительном вкладе в тектономагнитный эффект в сейсмически активных районах, которые характеризуются частыми и большими по величине перераспределениями напряжений. Возможность такого предположения обсуждается и в работе [23].

## **7.5. Влияние механических напряжений на естественную остаточную намагниченность**

### **7.5.1. Влияние механических напряжений на направление вектора остаточной намагниченности горных пород**

Количество работ, посвященных изучению влияния различных видов механических напряжений на направление вектора остаточной намагниченности, невелико. В большинстве своем рассматривается влияние одноосного давления на изменение направления остаточной намагниченности. Это связано с тем, что другой основной вид механических напряжений в земной коре - гидростатическое давление - вызывает незначительные изменения в направлении остаточной намагниченности [134]. По данным работы [132], гидростатическое давление до 1000 МПа не приводит к изменению направления изотермической намагниченности (самый нестабильный вид остаточной намагниченности) окислов железа, термоостаточной намагниченности (самый стабильный вид остаточной намагниченности) глин и естественной остаточной намагниченности андезитов. Если же естественная остаточная намагниченность горной породы обусловлена несколькими намагниченностями разной природы, то всестороннее давление может изменять её направление. В работах [4, 5] показано, что если в породе наряду с термоостаточной намагниченностью присутствует менее стабильная намагниченность, направленная параллельно  $\vec{J}_r$ , то в зависимости от соот-

ношения этих намагниченностей возможен поворот суммарной намагниченности вплоть до противоположного.

Влияние одноосного давления на направление вектора остаточной намагниченности зависит от целого ряда причин [48]:

- 1) от степени стабильности остаточной намагниченности к давлению;
- 2) от интенсивности роста пьезоостаточной намагниченности;
- 3) от взаимной ориентировки вектора остаточной намагниченности и намагничивающего поля.

Самой стабильной к воздействию одноосных давлений является термоостаточная намагниченность. По данным работ [212, 213], направление термоостаточной намагниченности при одноосном давлении до 100 МПа не зависит от давления и определяется направлением магнитного поля. В работе [48] показано, что направление  $\vec{J}_r$  не меняется при давлении до 120 МПа. Наблюдавшееся в некоторых случаях отклонение вектора  $\vec{J}_r$  от направления магнитного поля под действием одноосного давления [85] было объяснено [213] наличием в горной породе внутренней анизотропии и подтверждено затем экспериментально [106].

При анализе  $\vec{J}_n$  эффузивных пород некоторых районов Грузии показано, что при одноосном давлении до 40 МПа направление вектора  $\vec{J}_n$  не меняется [245]. Авторы объясняют это большой коэрцитивной силой  $((4,0 \div 6,0) \times 4\pi/4\pi$  А/м), которая обуславливает значительные внутренние напряжения в кристаллах магнетита, содержащихся в породах. Внешние напряжения до 40 МПа (а по выше упомянутым работам и более значительные до 100 - 120 МПа) слишком малы, чтобы изменить направление  $\vec{J}_n$ .

Величина угла между направлением одноосного давления и направлением  $\vec{J}_n$  меняется обратимо. Для пород основного состава, содержащих магнетит, изменение этого угла при  $\sigma \sim 80$  МПа составляет 5-10° [22, 23].

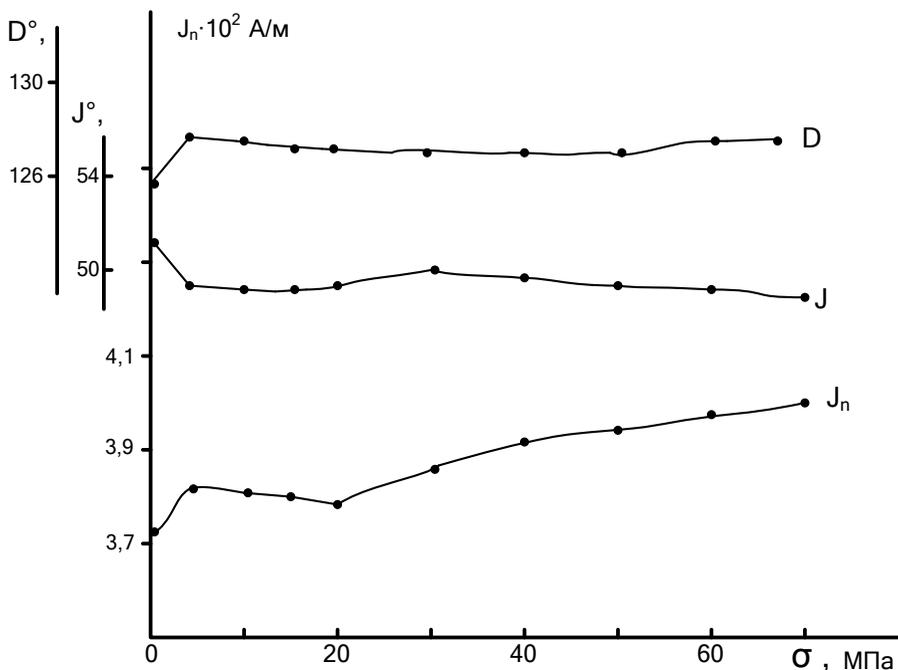


Рис. 7.11. Изменение величины и направления вектора естественной остаточной намагниченности титаномагнетитсодержащего образца горной породы под действием одноосного давления (по Челидзе Т. А. и др. [260]):  $J$  – угол магнитного склонения;  $D$  – угол магнитного наклонения

Изменение направления вектора остаточной намагниченности под действием механических напряжений зависит от величины и направления внешнего поля. При изучении магнитных свойств диабазов, содержащих магнетит, показано [46, 48], что нормальная намагниченность не изменяет направления при одноосном давлении до 120 МПа, если внешнее поле отсутствует. Если создать поле небольшой интенсивности ( $0.5 \times 10^3 / 4\pi$  А/м), то направление  $\vec{J}_n$  под действием напряжений изменяется зна-

чительно. Угол поворота  $\vec{J}_n$  почти полностью определяется взаимной ориентировкой векторов  $\vec{J}_n$  и  $\vec{H}$ . Чем больше угол между этими векторами, тем больше угол поворота вектора  $\vec{J}_n$ . При любой ориентировке  $\vec{J}_n$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{b}$  вектор  $\vec{J}_n$  поворачивается по направлению магнитного поля. Этот поворот обусловлен возникновением в породе при одноосном давлении в присутствии магнитного поля пьезоостаточной намагниченности, которая растет с ростом напряжений.

Рост пьезоостаточной намагниченности зависит также и от магнитной «жесткости» ферромагнитных минералов (величины внутренних напряжений), входящих в состав горных пород. В работах [46, 48] показано, что в связи с магнитной «жесткостью» ферромагнитных минералов одноосные давления до 100-200 МПа в большинстве магматических пород Южного Урала либо вообще не создают пьезоостаточную намагниченность, либо её величина составляет 1-6 % от величины естественной остаточной намагниченности. Поэтому одноосные давления до 100 МПа практически не изменяют направление вектора естественной остаточной намагниченности магматических пород Южного Урала [44, 46, 67-69].

Влияние фазового состава ферромагнитных минералов на изменение направления вектора естественной остаточной намагниченности ( $\vec{J}_n$ ) исследовано в работах [167, 223, 247, 260] для вулканогенных пород.

В вулканогенных породах, содержащих гомогенный титаномагнетит с температурой Кюри 250-300 °С, при одноосном давлении до 70 МПа направление  $\vec{J}_n$  изменяется на 10°. При повышенной температуре Кюри возрастают внутренние напряжения, поэтому в породах, содержащих титаномагнетит с температурой Кюри 300-350 °С и 450-500 °С направление  $\vec{J}_n$  меняется не более чем на 5° [154]. Также незначительно (5-10°) изменяет-

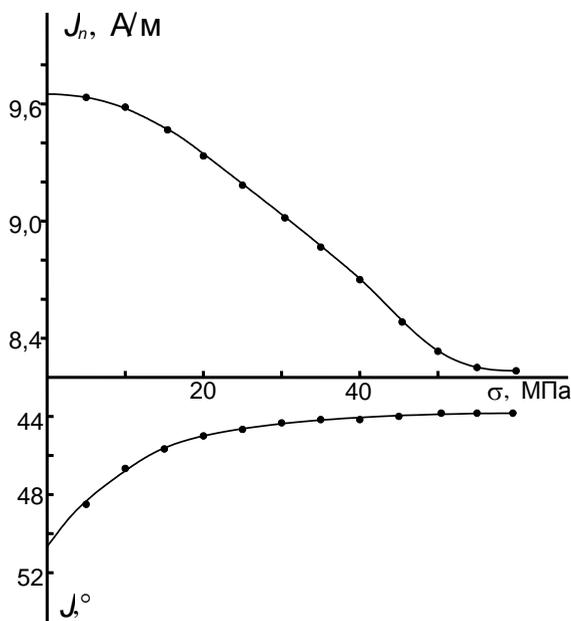


Рис. 7.12. Изменение величины и направления вектора естественной остаточной намагниченности образца порфирита, содержащего маггемит и магнетит, при одноосном давлении (по Челишвили М. Л. и др. [247])

ся направление  $\vec{J}_n$  для вулканогенных пород, содержащих титаномагнетит с температурой Кюри больше  $800^\circ\text{C}$  при одноосном давлении до 70 МПа (рис. 7.11) [260].

Угол магнитного склонения  $J$  порфиритов, содержащих магнетит и маггемит, при одноосном давлении до 70 МПа изменяется на  $15\text{--}35^\circ$ . Угол магнитного наклонения изменяется еще больше [246]. Изменение направления  $\vec{J}_n$  в породах, содержащих маггемит более значительны, чем в магнетитсодержащих породах [247] (рис. 7.12, 7.13). Небольшие изменения направле-

ния  $\vec{J}_n$  магнетитсодержащих пород обусловлены значительной величиной коэрцитивной силы кристаллов магнетита, находящихся в породе.

По данным работы [188], при одноосном давлении вектор  $\vec{J}_n$  поворачивается в направлении внешнего магнитного поля. Близкий результат получен и в [154]. У интрузивных пород (габбро, габбро-диорит, кварцевый диорит и др.), содержащих магнетит, титаномагнетит и ильменит, при одноосном давлении до 70 МПа горизонтальная составляющая  $\vec{J}_n$  уменьшается, а вертикальная увеличивается.

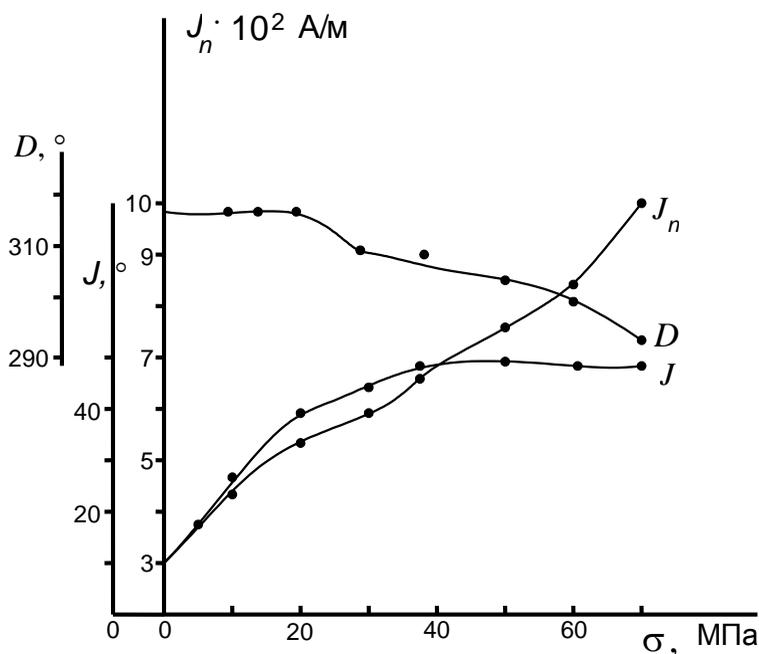


Рис. 7.13. Изменение величины и направления вектора естественной остаточной намагниченности образца туфа, содержащего магнетит, при одноосном давлении (по Челишвили М. Л. и др. [247])

Таким образом, изменение направления вектора  $\vec{J}_n$  под действием механических напряжений до 120 МПа в широком диапазоне различных условий составляет не более 5-10°. И только в особых случаях изменения направления вектора  $\vec{J}_n$  могут быть значительными. Поворот вектора  $\vec{J}_n$  под действием механических напряжений чаще всего происходит в направлении внешнего магнитного поля. Поскольку изменение направления вектора  $\vec{J}_n$  под действием напряжений не превышает погрешности определения направления этого вектора, то учёт изменения направления  $\vec{J}_n$  при составлении магнитной модели среды нецелесообразен.

### ***7.5.2. Изменение величины вектора остаточной намагниченности под действием механических напряжений***

Исследования показывают, что величина и стабильность естественной остаточной намагниченности горных пород зависят от природы ферромагнитных минералов, размера зёрен ферромагнетиков, физико-химических процессов, приведших к образованию остаточной намагниченности. Поскольку состав, концентрация, фазовое состояние ферромагнитных минералов и ряд других параметров зависят от динамического режима (во взаимосвязи с температурой), то естественная остаточная намагниченность горных пород будет изменяться под действием механических напряжений.

В процессе намагничивания, кроме энергии обменного взаимодействия, большая роль принадлежит и другим видам энергии: магнитокристаллизационной анизотропии, магнитоупругой, магнитоэластической и др.

Величина  $\vec{J}_n$  определяется минимумом всех видов энергии, при котором внутренние напряжения в ферромагнетике находятся в равновесии. Внешние напряжения оказывают влияние на

распределение внутренних напряжений. Вследствие неравномерной деформации минералов, слагающих горную породу, в последней возникают локальные области напряжений. Эти области способствуют перемещению доменных границ в направлении, перпендикулярном действию напряжения; происходит изменение направления вектора  $\vec{J}_s$ , и, следовательно, изменяется  $\vec{J}_n$ .

Изменение  $\vec{J}_n$  под действием механических напряжений зависит от ряда причин:

- величины и устойчивости к механическим напряжениям остаточных намагниченностей разной физической природы, слагающих  $J_n$ ;
- вида ферромагнетика, находящегося в породе;
- величины коэрцитивной силы.

Изменение  $J_n$ , как и изменение магнитной восприимчивости, носит обратимый и необратимый характер. При снятии внешних напряжений происходит частичное исчезновение локальных внутренних напряжений. Соотношение обратимых и необратимых изменений остаточной намагниченности определяется соотношением «магнитомягких» и «магнитожёстких» ферромагнитных минералов в горной породе.

Таковы общие закономерности изменения остаточной намагниченности под действием механических напряжений. Рассмотрим их более подробно. Влияние механических напряжений на остаточные намагниченности различной физической природы детально проанализированы в п.п. 7.1. – 7.4. Поэтому в данном разделе будет рассмотрено влияние других факторов на изменение величины  $\vec{J}_n$ .

В подавляющем большинстве случаев независимо от петрографического состава пород при гидростатическом давлении и одноосном сжатии происходит уменьшение величины  $\vec{J}_n$ . Так, например, при гидростатическом давлении до 500 МПа величина

на  $\vec{J}_n$  интрузивных пород Коростенского плутона, содержащих магнетит и магнетитосодержащий ильменит, уменьшается на 58 %; для пород, содержащих ильменит и сростки ильменита с пироксеном, изменение  $\vec{J}_n$  составляет 37 % [134]. Уменьшение  $\vec{J}_n$  под действием гидростатического давления до 250 МПа отмечается для различных пород Днепровско-Донецкой впадины (рис. 7.14) [144]. По данным работы [5], при гидростатическом давлении до 800 МПа остаточная намагниченность интрузивных пород независимо от состава ферромагнитных минералов уменьшается на 80 %.

Уменьшение  $\vec{J}_n$  при одноосном давлении на примере метаморфических пород отмечается в работе [75]. Многочисленные исследования остаточной намагниченности интрузивных, эффузивных и метаморфических пород разнообразного состава, взятых из различных структурно-тектонических зон Южного Урала, показывают, что при одноосном давлении до 120 МПа в подавляющем большинстве случаев происходит уменьшение  $\vec{J}_n$  от нескольких процентов до 50 % [44-46, 48, 66-68]. Но в отдельных случаях наблюдается увеличение  $\vec{J}_n$  [67, 68]. Авторы объясняют это взаимным расположением направлений давления, осей лёгкого намагничивания и магнитного поля. При совпадении всех трёх направлений наблюдается наибольшее изменение остаточной намагниченности.

Относительное уменьшение  $\vec{J}_n$  до 1,5-12 % установлено при одноосном давлении до 70 МПа у пород Ташкентского геодинамического полигона [153, 154, 167] и в породах из эпицентральной зоны Зангезурского землетрясения [24]. Преимущественное уменьшение  $\vec{J}_n$  при одноосном давлении до 70 МПа наблюдается для эффузивных пород Южной Грузии [151, 194, 224, 247, 260], величина относительных изменений которых составляет 5-20 %.

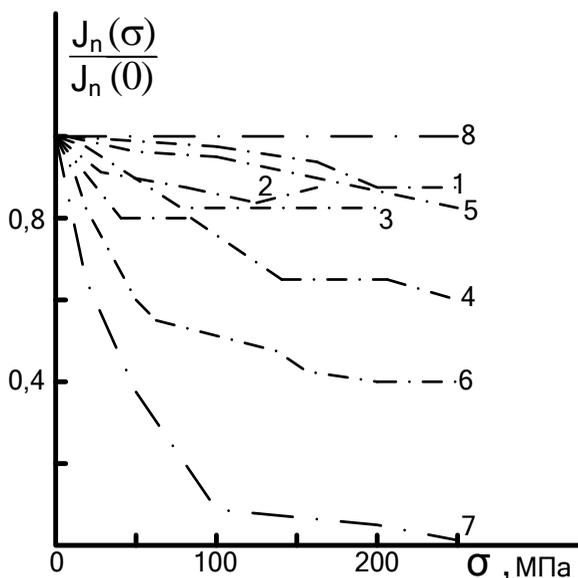


Рис. 7.14. Относительное изменение естественной остаточной намагниченности горных пород под действием гидростатического давления (по Лебедеву Т. С. и др. [144]):  
 1, 2 – долериты; 3, 4 – туфы диабазового порфирита;  
 5, 6 – диабазовые порфириты; 7 – туфопесчаник;  
 8 – гнейс пироксен-плагиоклазовый

Изменение  $\vec{J}_n$  под действием механических напряжений в зависимости от вида ферромагнитных минералов, содержащихся в породе, изучалось многими исследователями [67, 224, 247, 260]. Было установлено, что изменение  $\vec{J}_n$  зависит от магнитной «жесткости» ферромагнетиков, которая, в свою очередь, определяется величиной коэрцитивной силы. Кристаллы ферромагнетиков с большой коэрцитивной силой обладают значительными внутренними напряжениями. Поэтому к породам, содержащим такие ферромагнетики, надо прикладывать высокие давления, чтобы существенно изменить величину остаточной намагниченности. Так, например, образцы вулканических пород Юж-

ной Грузии, содержащие титаномагнетит с коэрцитивной силой  $(0,8 - 2,5) \times 10^5 / 4\pi$  А/м, характеризуются относительными изменениями  $\vec{J}_n$ , равными 10-20 %. Образцы тех же пород, содержащих магнетит с коэрцитивной силой  $(3,2 - 6,0) \times 10^5 / 4\pi$  А/м, характеризуются относительными изменениями  $\vec{J}_n$ , не превышающими 10 %.

По данным различных авторов, изменения остаточной намагниченности под действием механических напряжений носят в основном необратимый характер [24, 45, 151-154, 247, 260]. Обратимые изменения  $\vec{J}_n$  наблюдаются при больших напряжениях. В табл. 7.1 в качестве примера приведены данные определения необратимой и обратимой частей изменения  $\vec{J}_n$  для некоторых пород Ташкентского геодинамического полигона. В этой же таблице приводятся и значения магнитоупругого коэффициента  $\gamma$ . Для пород Ташкентского геодинамического полигона  $\gamma$  изменяется в более широких пределах по сравнению с магнитоупругим коэффициентом, характеризующим изменение магнитной восприимчивости (табл. 7.1). Поэтому остаточная намагниченность является более чувствительной к изменению механических напряжений, чем магнитная восприимчивость. Стабильность остаточной намагниченности определяется не только магнитной «жесткостью» ферромагнитных минералов, но и нагрузками, которые испытали породы в естественных условиях после возникновения в них остаточной намагниченности. Это хорошо показано в работах [44, 45, 66, 67] на примере пород из некоторых районов Южного Урала.

Авторы этих работ отмечают, что повторные механические напряжения только тогда способны изменить величину  $\vec{J}_n$ , когда они превосходят первоначальные. Поэтому величина  $\vec{J}_n$  пород зоны Главного Уральского разлома (породы этой зоны испытали напряжения, превысившие предел их прочности) практически не зависит от давления [45]. Величина  $\vec{J}_n$  боль-

шинства пород Магнитогорского прогиба при одноосных давлениях до 100 МПа изменяется не более чем на 1-6 %. Это связано также с тем, что породы прогиба испытали значительные напряжения.

Таблица 7.1

**Соотношение необратимой и обратимой частей изменения  $\vec{J}_n$  и значения магнитоупругого коэффициента [153]**

Название породы	$\frac{J_{n, \text{необр}}}{J_{n, \text{обр}}} \parallel \sigma$	$\frac{J_{n, \text{необр}}}{J_{n, \text{обр}}} \perp \sigma$	$\gamma = \frac{1}{J_n} \frac{\partial J_n}{\partial \sigma} \cdot 10^3, \text{МПа}^{-1}$
Габбро	1,82	2,00	0,76
Габбро	1,85	2,67	3,52
Габбро	1,25	1,43	2,28
Гранодиорит	1,20	6,67	-2,31
Габбро	2,78	2,10	0,70
Габбро	2,25	2,25	-6,18
Габбро	7,00	4,50	0,61
Габбро	4,00	6,00	-1,30
Габбро-диорит	1,68	3,80	-
Габбро	2,10	1,47	-

Таким образом, в отличие от магнитной восприимчивости, изменение остаточной намагниченности не зависит от вида механических напряжений; обратимые изменения  $\vec{J}_n$  сдвинуты в сторону высоких напряжений;  $\vec{J}_n$  более чувствительна к изменению напряжений, чем  $\chi$ ; повторные напряжения только тогда способны изменить величину  $\vec{J}_n$ , когда они превосходят первоначальные.

Исследований, посвященных изучению количественных зависимостей между величиной  $\vec{J}_n$  и напряжениями, практически нет. Анализ опубликованных данных показывает, что такие зависимости при любых видах механических напряжений носят,

по-видимому, гиперболический характер. При малых напряжениях они, как и в случае магнитной восприимчивости, могут быть линейными. Близкой к гиперболической является зависимость  $\vec{J}_n$  ( $\sigma$ ) для больших по величине одноосных напряжений, предложенная в работе [94], и зависимость намагниченности железистых кварцитов для условий всестороннего сжатия [257]. Поскольку остаточная намагниченность представляет собой сумму остаточных намагниченностей различной физико-химической природы, закономерен вопрос о том, какой вклад вносят эти намагниченности в современную  $J_n$ .

Исследования показывают (отчасти это видно и из результатов анализа, проведённого в п.п. 7.1 – 7.4), что воздействие различных факторов, таких как: повторные нагревания при метаморфических процессах, статические и динамические нагрузки, изменение знака магнитного поля Земли при инверсиях и другие – способствует разрушению первичной намагниченности горных пород. Это приводит к тому, что современная остаточная намагниченность является вязкой или динамической или той и другой одновременно. Экспериментальные исследования горных пород и руд контактово-метасоматических месторождений Урала показывают, что  $\vec{J}_n$  представляет собой сумму вязкой и динамической намагниченностей [256]. Преимущественно вязкий характер остаточной намагниченности отмечает Завойский В. Н. в докембрийских породах Украинского щита [76].

Интересная точка зрения на характер остаточной намагниченности высказывается Завойским В. Н. и Марковским В. С., которые полагают, что породы докембрийского возраста находятся в равновесном состоянии [178], т. е. магнитное поле внутри ферромагнитных зёрен, вызывающее рост вязкой намагниченности, равно нулю. Поэтому суммарная намагниченность определяется современным магнитным полем, а неоднородная намагниченность земной коры будет обусловлена главным образом объёмным содержанием ферромагнитных минералов, но не их составом и термодинамическими условиями. Предположение о равновесном состоянии пород является очень заманчивым, по-

скольку при этом упрощается интерпретация магнитного поля. Это предположение нами было проверено для магнетитовых руд контактово-метасоматических месторождений Среднего Урала. Сопоставление фактора  $Q$  руд [230] с тем же фактором  $Q_p$ , вычисленным в предположении равновесного состояния (фактор в равновесном состоянии определяется по формуле  $Q_p = 1/N$ ; , где  $N$  – коэффициент размагничивания, равный для большинства пород 3,9(4 $\pi$ )), показывает, что равновесное состояние не характерно для магнетитовых руд уральских месторождений (табл. 7.2). Поэтому при интерпретации магнитных полей железорудных месторождений Среднего Урала необходимо учитывать динамические условия, в которых они находятся.

Таблица 7.2

**Значение фактора  $Q$  и  $Q_p$  для магнетитовых руд некоторых железорудных месторождений Урала**

Месторождение	Число образцов	$\chi \times 4\pi$ ед. СИ	$Q$	$Q_p$
Бауманское	1312	0,148	0,24	1,75
Градиентовое	239	0,019	0,28	13,49
Колонгское	220	0,247	0,17	1,03
Первомайское	281	0,132	0,19	1,94
Осокино-Александровское	218	0,113	0,60	2,27
Валуевское	98	0,172	0,21	1,49
Естюнинское	276	0,116	0,38	1,21
Высокогорское	112	0,125	0,32	2,05
Гороблагодатское	30	0,118	0,42	2,17

Подводя итоги анализу результатов воздействия механических напряжений на остаточную намагниченность горных пород, можно отметить:

1) остаточная намагниченность пород представляет собой сумму вязкой и динамической намагниченностей. Поэтому свойства  $\vec{J}_n$  будут в основном определяться свойствами  $J_{rv}$  и  $J_{rd}$

2) благоприятным фактором является то, что наиболее интенсивные изменения  $I_v$  происходят при давлениях до 10-20 МПа (независимо от их вида), характерных для верхней части земной коры мощностью в первые километры; тектонические циклы нагрузка – разгрузка, происходящие в зонах разломов, приводят к росту  $J_{rv}$  и  $J_{rd}$ ; направление обоих видов намагниченности совпадает с направлением современного магнитного поля;

3) в связи с изучением перспектив магнитоупругого эффекта представляет интерес установление районов распространения горных пород, находящихся в равновесном состоянии.

## **ГЛАВА VIII**

### **Проявление магнитоупругого эффекта в геологических объектах и аномалиях магнитного поля**

Из проведённого анализа следует, что, несмотря на многообразие условий, от которых зависят магнитные свойства горных пород, процесс их изменения под действием механических напряжений является однонаправленным - они уменьшаются, и тем больше, чем больше напряжения. Распределение напряжений в земной коре зависит от целого ряда факторов, наибольший интерес из них представляет геолого-структурный. Как же выражается связь между магнитными свойствами горных пород и напряжениями в пределах геологических структур, и как она проявляется в аномалиях магнитного поля?

Чтобы ответить на эти вопросы, рассмотрим вначале закономерности изменения напряжений в некоторых геологических структурах.

#### **8.1. Распределение напряжений в геологических структурах**

Существенные изменения величины и знака напряжений наблюдаются в породах, примыкающих к тектоническим нарушениям. На рис. 8.1 приведен пример изменения напряжений вблизи нарушения на Кочкарском месторождении (Южный Урал) [93]. Напряженное состояние пород здесь приближается к гидростатическому. Значительную концентрацию напряжений у нарушений по данным измерений отмечают и в работе [53].

В системе антиклинальная – синклиальная складка растягивающие напряжения приурочены к замковым частям антиклинальных складок, а максимальные сжимающие напряжения приурочены к зонам перехода антиклинали в синклиаль [191, 244].

Еще более сложный характер изменения напряжений наблюдается в слоистых разрезах, сложенных породами с различными модулями упругости. На рис. 8.2 приведены результаты определения вертикальной компоненты напряжений в околоствольной части слоистого массива в Печенгском районе [160]. Измерения показывают, что чем больше разница в модулях упругости контактирующих слоев, тем резче изгиб изолиний  $\sigma_z$ . Величина  $\sigma_z$  уменьшается в породах с низкими значениями модуля упругости и возрастает в высокомодульных породах. В слое пород с высоким значением модуля упругости, который заключен между слоями пород с низкими значениями модуля, общий уровень напряжений уменьшается.

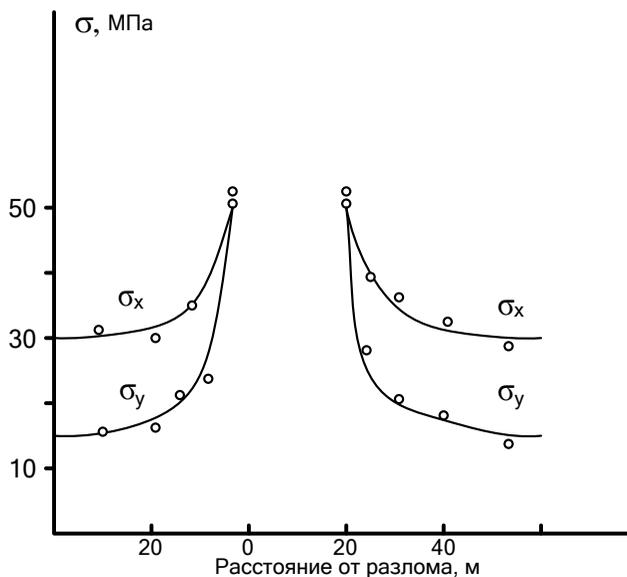


Рис. 8.1. Распределение напряжений в зоне влияния тектонического нарушения на Кочкарском месторождении (по Печёнкину В. Д. и др. [93])

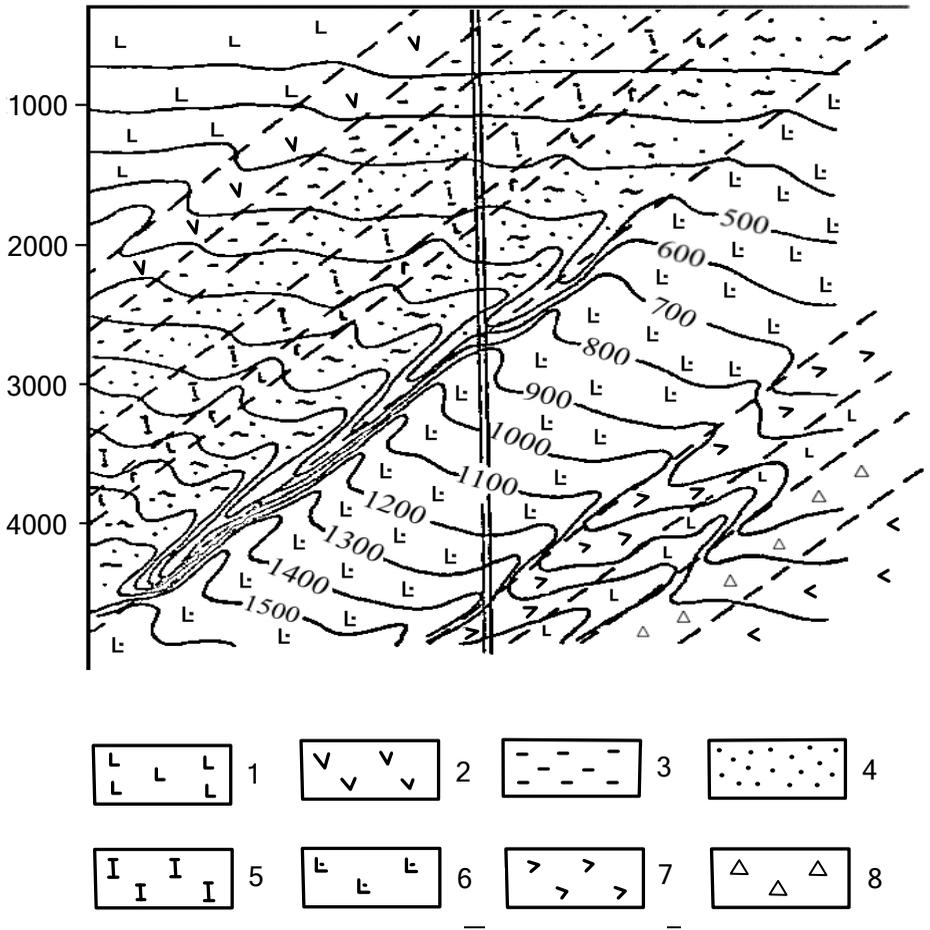


Рис. 8.2. Распределение напряжений  $\sigma_z$  в слоистом массиве в окрестностях скважины (по Медведеву Р. В. и др. [160]):  
 1 – диабазы; 2 – пикритовые метапорфириты; 3 – туфы;  
 4 – песчаники; 5 – метаперидотиты; 6 – метадиабазы;  
 7 – сланцы; 8 – бластоклазиты  
 (изолинии оцифрованы в МПа)

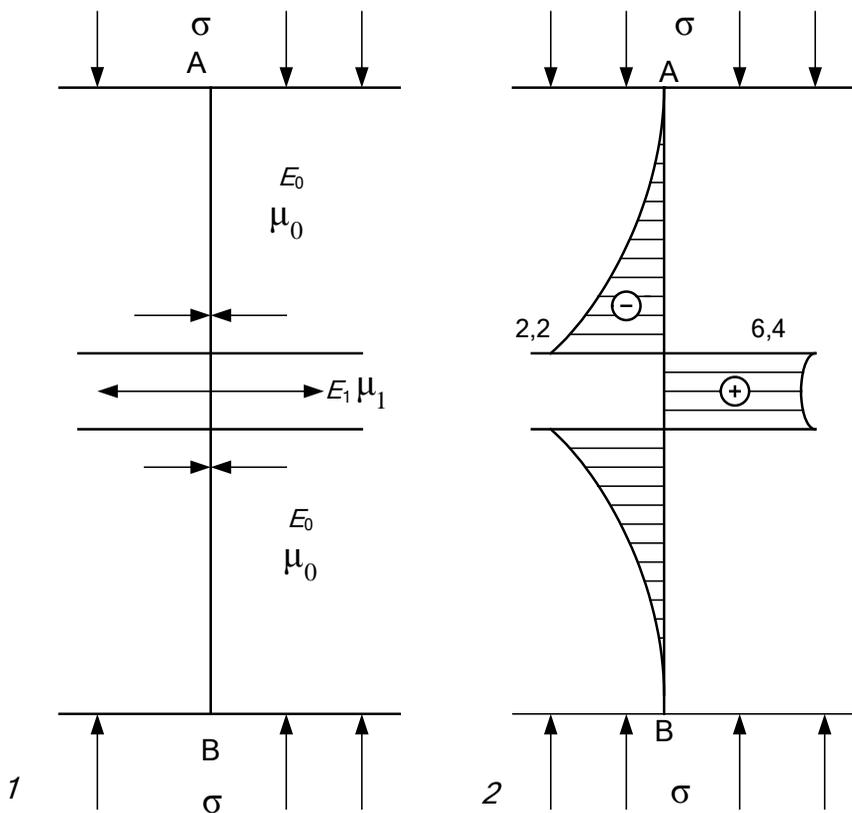


Рис. 8.3. Эпюры напряжений в модели, сжимаемой вкrest простираия (по Алейникову А. Л. и др. [190]):  
 1 – модель дайки ( $\mu_1=0,24$ ;  $E_1=0,8 \cdot 10^5$  МПа), расположенной в среде с большим коэффициентом Пуассона и меньшим модулем Юнга ( $\mu_0=0,37$ ;  $E_0=3,9 \cdot 10^3$  МПа): вертикальными стрелками показаны внешние сжимающие напряжения ( $\sigma = -7,0$  МПа), горизонтальными – напряжения, возникающие во вмещающих породах (сжатие) и в дайке (растяжение);  
 2 – распределение напряжений по сечению АВ: «+» – растяжение, «-» – сжатие. Цифры обозначают экстремальные значения напряжений в породе и дайке

Результаты измерения напряжений в породах, находящихся в естественном залегании в слоистом массиве [160], хорошо подтверждают выводы из модели запредельного напряжённого состояния пород [7]: высокомодульные породы находятся в более напряжённом состоянии. Этот же вывод следует и из результатов физического моделирования, описанных в работе [190] и приведённых на рис. 8.3.

В зонах разломов, как отмечается в работе [160], наблюдается понижение напряжений. Но такая характеристика напряжений в пределах тектонического нарушения является приближённой. Зону разлома можно рассматривать как сложную среду, в которой находятся включения с разными упругими свойствами. В работе [65] на гетерогенной модели пласта показано, что в разных частях этой модели возможны колебания напряжений в 8-10 раз. Эти данные подтверждаются натурными измерениями в зонах разломов на Таштагольском месторождении [19, 52].

Напряжения, измеряемые в земной коре, обусловлены не только тектоническим полем, но и собственным весом массивов пород. Поэтому на величину напряжений и характер их распределения оказывает влияние рельеф дневной поверхности. Так, равнинному рельефу соответствует равномерное распределение напряжений. В случае гористого рельефа максимальные значения нормальных напряжений находятся под горами, а минимальные - под долинами и межгорными впадинами. Максимальные касательные напряжения соответствуют переходным зонам от возвышенности к впадине. В связи с этим наибольшие градиенты напряжений наблюдаются в областях со значительными уклонами земной поверхности.

На рис. 8.4 приведён пример расчёта напряжений в массиве с наклонной земной поверхностью и несогласным залеганием относительно неё слоёв массива [248]. Для такой среды напряжения  $\sigma_z$  меньше  $\gamma H$ ; в ней появляется касательная составляющая  $\sigma_{xz}$  и аномальные напряжения  $\sigma_x$  на контактах пород.

Из приведённых примеров видно, что распределение напряжений в массиве горных пород зависит от геологического строе-

ния массива, упругих свойств, слагающих его пород и рельефа дневной поверхности (см. рис. 8.4).

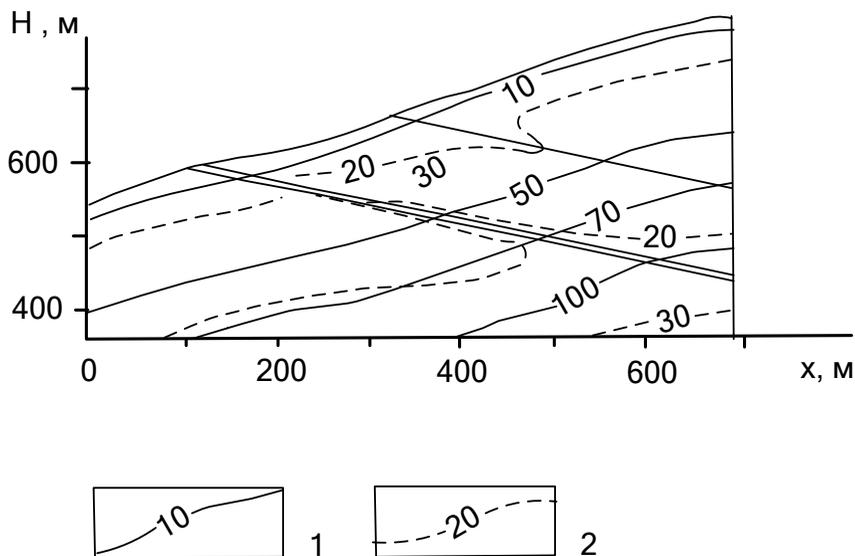


Рис. 8.4. Распределение напряжений в слоистом массиве при наклонном залегании земной поверхности (по Чернову Е. В. и др.[248]): 1 – распределение напряжений  $\sigma_z$ ; 2 – распределение напряжений  $\sigma_x$ ; (изолинии оцифрованы в МПа)

Рассмотрев закономерности изменения напряжений в геологической среде, перейдем к анализу результатов изучения в ней магнитоупругого эффекта.

## 8.2. Экспериментальное изучение проявления магнитоупругого эффекта в геологической среде

Как было показано в предыдущем разделе, наибольшие напряжения породы испытывают при образовании разломных структур, в осевой части которых они превосходят предел прочности пород, способствуя их разрушению.

Остаточные напряжения постепенно нарастают к осевой части разлома, в которой характеризуются минимальным уровнем. Поэтому относительные изменения остаточной намагниченности образцов пород, взятых из зон разломов, должны возрастать под действием механических напряжений с удалением от разлома.

Это находит подтверждение при изучении намагниченности пород зоны Главного Уральского разлома [45]. Подобное же явление наблюдается в зонах разломов КМА (рис. 8.5) [159] и в районе Заилийского Алатау [183]. Понижение остаточной намагниченности отмечается на участках со сложной тектоникой в Приимандровском районе [226]. В зонах разломов наблюдается понижение и магнитной восприимчивости (рис. 8.6). Значительные изменения магнитных свойств наблюдаются и в структурах, испытавших напряжения, меньшие предела прочности пород.

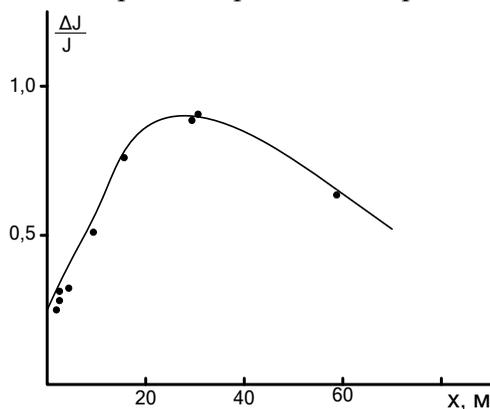


Рис. 8.5. Относительное изменение остаточной намагниченности в зоне разлома (по Мартынову Т. А. и др. [159])

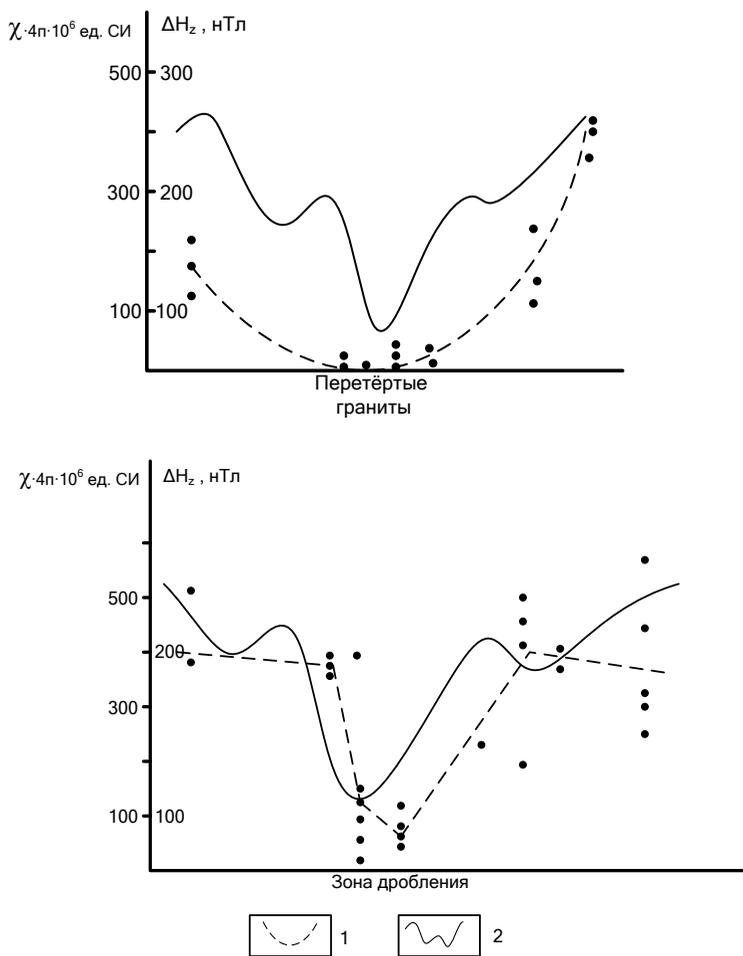


Рис. 8.6. Изменение магнитной восприимчивости (1) и магнитного поля (2) в зоне разлома (по Петровой Г. Н. и др. [183])

Так, в работе [168] отмечается возможность выделения зон растяжения - сжатия по изменению остаточной намагниченности. Ещё более интересный пример описан в работе [27]. В этой работе приводятся данные о распределении остаточной намагниченности в железистых кварцитах Приимандровского железорудного райо-

на. Две полосы месторождений приурочены здесь к двум крыльям опрокинутой на северо-восток антиклинальной складки. По результатам измерений установлено, что остаточная намагниченность пород зависит:

- от приуроченности к тому или иному крылу складки;
- от положения в горизонтальном разрезе рудной залежи;
- от развития разрывных нарушений;
- от интенсивности микроскладчатости;
- от пространственного положения слоистости.

Породы лежачего крыла складки характеризуются в два раза меньшей намагниченностью, чем породы висячего крыла; микроскладчатость почти в два раза снижает величину намагниченности; при вертикальной слоистости намагниченность в пять раз меньше, чем при горизонтальной в условиях горизонтального одноосного давления.

Таким образом, тектонические напряжения, существующие в земной коре, достаточны для значительного изменения магнитных свойств горных пород, особенно остаточной намагниченности, поскольку остаточная намагниченность более чувствительна к изменению механических напряжений, чем магнитная восприимчивость.

Изменение магнитных свойств горных пород, происходящее при накоплении и разрядке напряжений в земной коре, должно сопровождаться изменением магнитного поля.

По результатам измерения в районе Заилийского Алатау установлено понижение  $H_z$ -составляющей напряженности магнитного поля в зонах разломов на 100-150 нТл (см. рис. 8.6). Исследования показали, что породы зоны разломов характеризуются пониженными магнитными свойствами. По данным петрографического анализа, уменьшение магнитных свойств обусловлено не уменьшением содержания ферромагнитных минералов, а пластическими деформациями, которые они испытали [183].

Характерные изменения магнитного поля зон нарушений и контактов отмечаются в районе эпицентра Зангезурского землетрясения и по региональным профилям [9]. Значительное умень-

шение магнитного поля (до -23 нТл) наблюдалось в пределах Полторацкой брахиантиклинальной структуры, в пласт-коллектор которой был закачан газ под давлением 9,6 МПа (пластовое давление в самом коллекторе около 6,1 МПа). Объясняется такое изменение магнитного поля изменением магнитных свойств пород купола структуры под действием давления (магнитная восприимчивость пород, слагающих купол структуры, невелика, около  $4\pi \times 10^{-5}$  ед. СИ) [1].

Магнитоупругий эффект проявляется не только в магнитном поле локальных структур, но и в региональном плане. Крупные участки земной коры повышенной раздробленности отмечаются отрицательными магнитными аномалиями на Урале и в пределах Русской платформы [195].

Немногочисленные примеры, приведенные выше, показывают, что магнитоупругий эффект имеет значительное проявление не только на образцах горных пород в лабораторных условиях, но и в реальной геологической среде.

Связь между магнитными свойствами и напряжениями позволяет не только оценивать изменение магнитных свойств по известным напряжениям, но и решать «обратную» задачу – определять напряжения по изменению магнитных свойств.

Важным выводом, вытекающим из анализа магнитных свойств пород, является то, что остаточная намагниченность изменяется в том случае, если величина приложенного давления превышает давление, которое испытала порода в естественных условиях после образования  $J_n$ . Поэтому по величине изменения  $J_n$  образцов (взятых из различных частей геологического объекта) под действием механических напряжений можно судить о напряжениях, которые воздействовали на породу. Впервые на принципиальную возможность определения механических напряжений в естественных условиях по необратимому уменьшению остаточной намагниченности указал Грабовский М. А. [60].

Тектонические процессы, происходящие в земной коре, приводят к медленному, постепенному накоплению напряжений. В ферромагнетиках это способствует пластическим деформациям

и как следствие приводит к значительным внутренним напряжениям.

Рядом авторов предложены количественные способы оценки внутренних напряжений. В работах [42, 43] показано, что производная остаточной намагниченности по давлению зависит от внутренних напряжений следующим образом:

$$\frac{\partial J_n}{\partial \sigma} = \frac{J_s}{4\sigma_i}, \quad (8.1)$$

где  $J_s$  – намагниченность насыщения;  $\sigma_i$  – внутренние напряжения;  $\sigma$  – внешнее давление.

Формула (8.1) является приближённой, поскольку она не учитывает необратимые изменения  $J_n$  от  $\sigma$ . С помощью зависимости (8.1) на образцах железистых кварцитов (Карелия), взятых из различных частей двойной складки, в последней было найдено распределение напряжений (рис. 8.7). Минимальные напряжения наблюдаются в зоне перегиба, максимальные – в замковых частях складок.

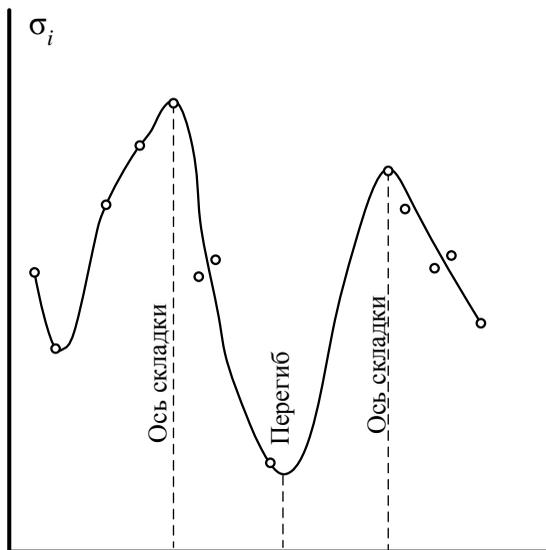


Рис. 8.7. Распределение напряжений в двойной складке (по Вадковскому В. Н. [42])

В случае, когда,  $\sigma_i > \sigma$ , магнитоупругий коэффициент приблизительно обратно пропорционален внутренним напряжениям ( $\sigma_i$ ). При исследовании образцов, взятых по сечению базальтовой столбчатой отдельности, было показано, что этот коэффициент уменьшается от середины к краю отдельности, а внутренние напряжения – наоборот, т. е. отдельности могли образоваться в результате температурных напряжений при остывании лавы [25]. Показателем величины внутренних напряжений является и коэффициент  $\alpha = \frac{1}{J_{n0}} \frac{\partial J_n}{\partial \sigma}$ , который приблизительно обратно пропорционален  $\sigma_i$ .

Возможность использования этого коэффициента для определения напряжений описана в работе [195]. Авторы отмечают, что величина  $\alpha$  мала для пород, взятых из зоны разлома, и возрастает с удалением от него (Джавахетское нагорье). Остановимся ещё на одном примечательном факте, касающемся магнитных свойств. Магнитные и механические свойства вещества определяются в основном не участвующими в химической связи  $d$ -электронами. Поскольку физическая причина, определяющая магнитные и механические свойства, одна и та же, то между этими свойствами существует связь. Немногочисленные исследования такой связи показывают, что имеется два крайних случая состояния магнитных свойств пород [27]. В первом случае остаточная намагничённость максимальна, и ей соответствует оптимальное напряжённое состояние породы. Для второго случая характерно стремление остаточной намагничённости к некоторому пределу, который определяется значением модуля Юнга ( $E$ ).

В этом предельном состоянии при полном разрушении породы  $J_n$  и  $E$  будут стремиться к нулю (рис. 8.8). Такое состояние магнитных и упругих свойств характерно для пород в осевой зоне разломов.

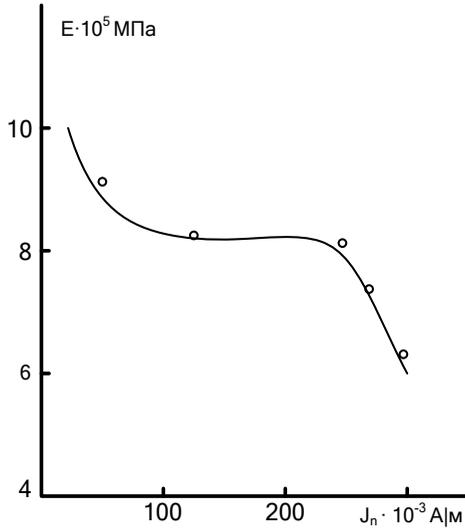


Рис. 8.8. Зависимость между модулем Юнга и остаточной намагниченностью (по Беленицкой Г. А. и др. [27])

На величину магнитных и упругих свойств горных пород оказывают влияние различные факторы, которые не всегда могут быть количественно учтены. Поэтому между этими свойствами целесообразно искать корреляционные зависимости. Примеры таких зависимостей между модулем Юнга и магнитной восприимчивостью для двух разновидностей магнетитовых роговиков приведены в работе [257]: для широкополосчатых магнетитовых роговиков:

$$\chi = \frac{\frac{7,53}{10^5 m} E - 33,14 \pm 6,11}{A + Bk \left( 133,14 + \frac{7,53}{10^5 m} E \pm 6,11 \right)} \times \frac{4\pi}{10^3} ; \quad (8.2)$$

для тонкополосчатых магнетитовых роговиков:

$$\chi = \frac{\frac{4,41}{10^5 m} E - 7,11 \pm 3,02}{A + Bk(107,11 + \frac{4,41}{10^5 m} E \pm 3,02)} \times \frac{4\pi}{10^3}, \quad (8.3)$$

где  $A, B, k, m$  – коэффициенты. Автор зависимостей (8.2) и (8.3) отмечает, что с увеличением в породе содержания магнетита растут как магнитные, так и упругие свойства. При уменьшении содержания магнетита и при увеличении кварца, карбонатов и силикатов происходит снижение и магнитных, и упругих свойств пород.

Корреляционные зависимости (8.2) и (8.3) достаточно сложны в условиях, когда на оба параметра оказывает влияние много трудно учитываемых факторов, связи между магнитными и упругими свойствами лучше искать в более простой форме, например, в виде полиномов невысоких степеней.

Из анализа особенностей распределения напряжений в верхней части земной коры, результатов экспериментальных исследований воздействия механических напряжений на магнитные свойства пород, примеров проявления магнитоупругого эффекта в реальных геологических условиях следует:

1) структурно-тектонические элементы геологического строения, поля напряжений и магнитные свойства пород тесно связаны между собой. Изменение магнитных свойств под действием напряжений достаточно для появления значительных по величине магнитных аномалий даже в слабомагнитных породах;

2) поля напряжений формируют структуру месторождений, при длительном воздействии определяют характер и форму залегания пород, слоистость, приводят к образованию нарушений и др. Поэтому благодаря связи между магнитными свойствами и напряжениями появляется дополнительная физическая предпосылка для изучения с помощью магниторазведки строения геологической среды;

3) интерпретационной основой анализа магнитных полей должны явиться физико-геологические модели, построенные с учётом

связи между магнитными свойствами и напряжениями, т. е. с учётом неоднородного характера намагничивания;

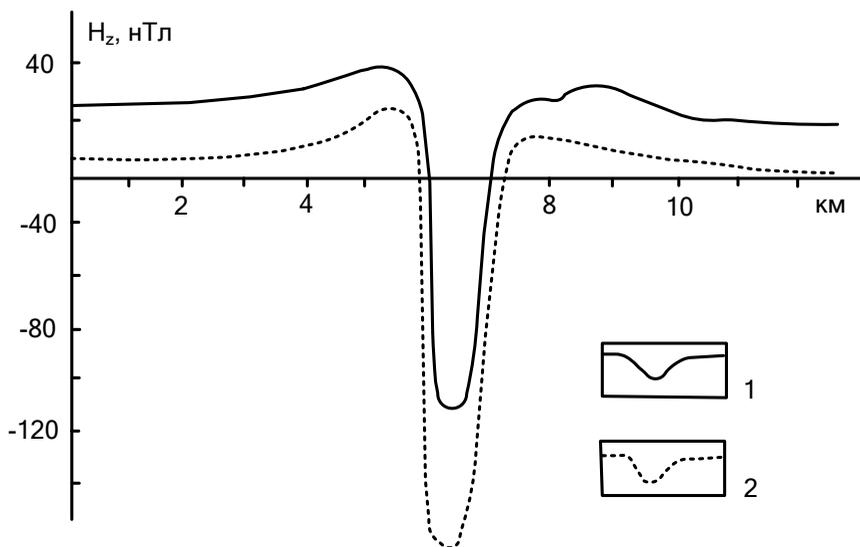
4) установление зависимостей между магнитными и упругими свойствами различных пород является естественной физической предпосылкой для совместного анализа данных магниторазведки и сейсморазведки;

5) наиболее благоприятными геологическими объектами являются разломы, особенно если природа остаточной намагниченности пород зоны разлома вязкая или динамическая.

### **8.3. Анализ аномалий магнитного поля, обусловленных магнитоупругим эффектом**

Аналитический обзор материалов теоретических и экспериментальных исследований проявления магнитоупругого эффекта в ферромагнитных минералах и горных породах дал основание сделать вывод о том, что при термодинамических условиях, характерных для верхней части земной коры, изменение магнитных свойств под действием напряжений достаточно для формирования аномалий магнитного поля интенсивностью в первые десятки нТл [230].

Этот вывод был подтвержден результатами решений прямой задачи магнитоупругого эффекта для различных моделей среды. Рис. 8.9, 8.10 [233] иллюстрируют два примера такого математического моделирования. В обоих случаях рассматривается плоская модель разлома в виде наклонного и вертикального пласта, ограниченного по падению. Первый пример (см. рис. 8.9) соответствует случаю, когда модель имитирует ослабленную зону с пониженными магнитными и упругими свойствами; «вмещающая среда» является горизонтальнослоистой и характеризуется нарастанием упругих свойств с глубиной и постоянной для всех слоев магнитной восприимчивостью. Напряжение в модели, обусловленное литостатическим давлением и горизонтально действующей сжимающей нагрузкой в 20 МПа, определялось методом конечных



$E = 0,4 \text{ ГПа}$	$\nu = 0,20$	<div style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; height: 100%;"></div>	$\rho = 2,50 \text{ г/см}^2$	$\chi = 2500 \cdot 10^{-6} \text{ ед. СГС}$
0,6	0,22		$2,55 \text{ г/см}^3$	
0,8	0,24		2,60	
1,0	0,26		2,65	
1,2	0,28		2,70	
$E = 0,2 \text{ ГПа}; \nu = 0,15; \rho = 2,50 \text{ г/см}^3;$ $\chi = 1500 \cdot 10^{-6} \text{ ед. СГС}$				

Рис. 8.9. Результаты решения прямой задачи магнитоупругого эффекта для слоистой модели: 1 – кривая  $H_z$ , рассчитанная с учетом магнитоупругого эффекта; 2 – кривая  $H_z$ , рассчитанная без учета магнитоупругого эффекта

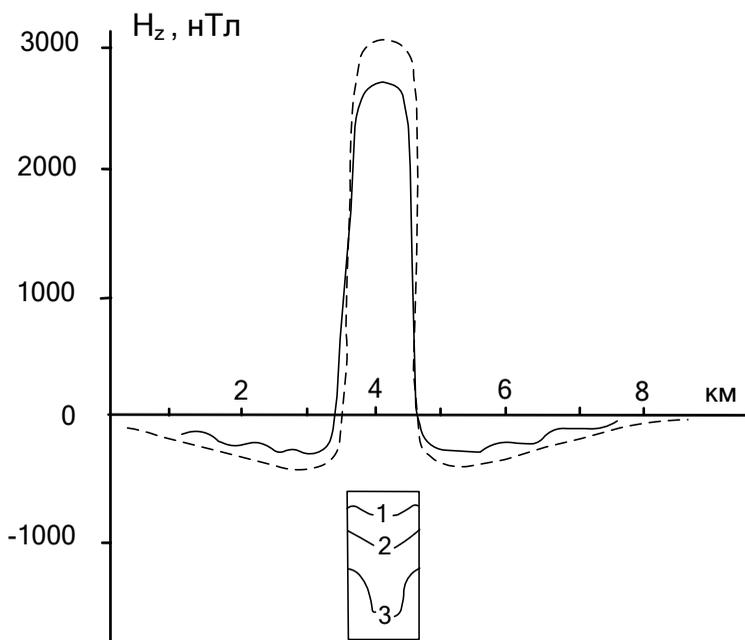


Рис. 8.10. Результаты решения прямой задачи магнитоупругого эффекта для модели типа «серпентинитовая протрузия». Сплошные линии внутри прямоугольника представляют изолинии магнитной восприимчивости: 1 –  $8900 \cdot 10^{-6}$  СГС; 2 –  $9050 \cdot 10^{-6}$  СГС; 3 –  $9150 \cdot 10^{-6}$  СГС (условные обозначения на рис. 8.9)

элементов. Из результатов расчетов следует, что вследствие магнитоупругого эффекта происходит изменение и формы и интенсивности магнитной аномалии, которая уменьшается почти на 25 %.

Второй пример (см. рис. 8.10) имитирует ситуацию, когда зона разлома выполнена «серпентинитовой протрузией» в однородной среде. В этом случае интенсивность магнитной аномалии уменьшается на 370 нТл (около 12 %).

Опыт моделирования показал, что наиболее ярко магнитоупругий эффект проявляется в моделях с резко меняющимися упругими свойствами, поскольку объекты с большими упругими

модулями являются концентраторами напряжений. Верхняя часть земной коры как раз характеризуется такими условиями. Это дает основания рассматривать магнитометрию как метод, с помощью которого можно непосредственно оценивать напряжение. Но для этого необходимы способы решения обратной задачи магнитоупругого эффекта. Трудность ее решения заключается в том, что необходимо определять шесть неизвестных – шесть компонентов тензора напряжения.

В настоящее время известна только одна работа, в которой обсуждается способ решения обратной задачи магнитоупругого эффекта [72]. Для этого необходимо, чтобы компоненты вектора магнитоупругих измерений намагниченности были получены, по крайней мере, при двух различных направлениях полного вектора намагниченности горных пород, при условии, что напряженное состояние среды в обоих случаях одно и то же.

Изменения в ориентировке полного вектора намагничивания предлагается осуществлять за счет изменения направления намагничивающего поля путем применения мощных генераторов тока или регистрировать магнитные вариации, при которых, как известно, происходит изменение в направлении намагничивающего поля. Решением задачи является также измерение магнитного поля объектов различным направлением вектора остаточной намагниченности. Реализовать предложенные методы в полевых производственных условиях не просто. Жесткими условиями в алгоритме решения обратной задачи являются требования об однородности поля напряжений аномального объекта и однородности его намагничивания. Оба они невыполнимы. Поэтому предложенный способ имеет пока только теоретическое значение. Этот вывод разделяет и сам автор.

## Заключение

На минералогическом уровне магнетизм горных пород определяется ферромагнитными минералами, важнейшие свойства которых (магнитная восприимчивость, индуцированная и естественная остаточная намагниченности) зависят от их физико-геологической истории или генезиса, поскольку её фрагменты, эпизоды, периоды запечатлеваются в форме магнитоактивных объектов (рудных тел, интрузивных массивов, складок и т. д.), в закономерностях пространственного распределения ферромагнитных минералов, в обратимых и необратимых изменениях магнитной структуры ферромагнетиков под действием давления и температуры.

Генетические изменения магнитных свойств горных пород и геологических объектов (которые в общем случае могут и не совпадать) бывают значительными. Анализ результатов экспериментальных и теоретических исследований показал, что это приводит к образованию аномалий в магнитном поле, интенсивность которых существенно превышает погрешности измерений. Следовательно, в принципе, при благоприятных условиях возможно решение задачи по определению генезиса геологических объектов на основании результатов интерпретации аномалий в магнитном поле.

Почему эта важнейшая задача теории геологической интерпретации разрешима пока только в принципе?

Как следует из приведённого в настоящей монографии анализа, причины, приводящие к изменению магнитной структуры ферромагнитных минералов, действуя независимо и в различной временной последовательности, накладываются друг на друга. Благодаря суперпозиции (наложению) причин, аномалия в магнитном поле оказывается индифферентной к каждой отдельной причине, как, впрочем, и к их совокупности: в аномалиях нет отчётливо выраженных и однозначных морфологических признаков, которые указывали бы на то, какие причины привели к изменению магнитных свойств магнитоактивного объекта.

В настоящее время и, вероятно, в исторически обозримом будущем закономерности проявления генетических изменений магнитных свойств в аномальном магнитном поле могут быть изучены только путём решения прямой задачи для широкого круга петромагнитных моделей геологических объектов. Результаты моделирования позволят:

- установить, какое влияние оказывают на магнитные аномалии, как отдельные факторы изменения магнитных свойств, так и их совокупность в различных сочетаниях;

- создать эффективные методы решения обратной задачи, позволяющие улавливать закономерности изменения магнитных свойств магнитоактивных объектов;

- сформулировать условия, при которых можно будет определять генезис геологических объектов с приемлемой для практики геолого-геофизических исследований надёжностью.

## Библиографический список

1. *Абдуллабеков, К. Н.* Изменения геомагнитного поля и процессы в земной коре / К. Н. Абдуллабеков, З. П. Головков // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1974. – № 3. – С. 93-100.
2. *Авдевич, М. М.* Электромоделирование потенциальных полей / М. М. Авдевич, А. Ф. Фокин. – Л.: Недра, 1978. – 99с.
3. *Авдевич, М. М.* Пути повышения оперативности и качества интерпретации данных скважинной геофизики / М. М. Авдевич, А. Ф. Фокин // Моделирование железорудных месторождений по комплексу геолого-геофизических данных. – Новосибирск, 1981. – С. 28-32.
4. *Авчан, Г. М.* Влияние всестороннего давления (до 6000 кг/см) на различные виды намагниченности горных пород / Авчан, Г. М. // Тезисы докл. II совещания по физическим свойствам горных пород при высоких давлениях. 28 ноября – 1 декабря 1966 г. – М., 1966. – С. 4.
5. *Авчан, Г. М.* Влияние всестороннего давления до 8000 кг/см на различные виды остаточной намагниченности горных пород / Г. М. Авчан // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1967. – № 7. – С. 70-76.
6. *Авчан, Г. М.* Влияние всестороннего давления на магнитную восприимчивость пород кристаллического фундамента / Г. М. Авчан, А. М. Андреев // Материалы IX конференции по вопросам постоянного геомагнитного поля, магнетизма горных пород и палеомагнетизма. – Ч. 2. – Баку, 1973. – С. 225-226.
7. *Айтматов, И. Т.* Модель напряженного состояния пород в горно-складчатых сейсмоактивных областях / И. Т. Айтматов // Проблемы механики горных пород и разработки месторождений полезных ископаемых. – Фрунзе: Илим, 1982. – С. 451-464.
8. *Акопян, Ц. Г.* О некоторых результатах изучения магнитных свойств горных пород сейсмоактивных зон Армении при повышенных давлениях и температурах / Ц. Г. Акопян, В. В. Нагапетян, Ю. П. Сковородкин // Физические свойства горных пород

при высоких термодинамических параметрах. – Киев: Наукова думка, 1971. – С. 101-104.

9. *Акопян, Ц. Г.* Некоторые результаты магнитометрических работ в очаговой зоне Зангезурского землетрясения 1968 г. / Ц. Г. Акопян, Т. А. Сирузян // Результаты комплексного изучения Зангезурского землетрясения. – Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1973. – С. 225-231.

10. *Акопян, Ц. Г.* Изучение пьезоостаточной и вязкой остаточной намагниченности горных пород сейсмоактивных зон Армянской ССР под давлением / Ц. Г. Акопян, В. В. Нагапетян, Ю. П. Сквородкин // Физические свойства горных пород при высоких давлениях и температурах. – Тбилиси: Мецниереба, 1974. – С. 205-206.

11. *Акопян, Ц. Г.* Изучение магнитных свойств горных пород из ряда сейсмоактивных районов Армении под давлением при различных температурах / Ц. Г. Акопян, В. В. Нагапетян, Ю. П. Сквородкин // Главное геомагнитное поле и проблемы палеомагнетизма: Тез. докл. съезда. – Ч. 1. – М., 1976. – С. 12.

12. *Альпин, Л. М.* Намагничивание и размагничивающий фактор / Л. М. Альпин // Изв. вузов. Геология и разведка. – 1967. – № 9. – С. 137-141.

13. *Андреев, А. И.* Влияние всестороннего давления на магнитные свойства пород / А. И. Андреев // Главное геомагнитное поле и проблемы палеомагнетизма: тез. докл. съезда. – Ч. 2. – М., 1976. – С. 4.

14. *Андреев, В. И.* Об учёте некоторых размагничивающих факторов при интерпретации магнитометрических данных / В. И. Андреев // Геология и геофизика. – 1967. – № 11. – С. 113-115.

15. *Афанасьев, Б. М.* Моделирование магнитного поля для оценки перспективности железорудных месторождений / Б. М. Афанасьев, А. В. Полушин // Разв. и охр. недр. – 1976. – № 6. – С. 29-31.

16. *Ахвердян, Л. А.* Истолкование особенностей геомагнитного поля Зангезурского сейсмоактивного района Армянской ССР.: ав-

тореф. дис. ... канд. геол.-минерал. наук. / Л. А. Ахвердян. – Тбилиси, 1982. – 19 с.

17. *Бахвалов, А. Н.* Математическое моделирование магнитного поля трёхмерных тел при однородной и неоднородной намагниченности / А. Н. Бахвалов // Прикладная геофизика. – Вып. 101. – М.: Недра, 1981. – С. 164-173.

18. *Бахурин, И. М.* Магнитное поле тел правильной формы с точки зрения магнитометрии / И. М. Бахурин. – Л.: Изв. ИПГ, 1925. – Вып. 1; 1926. – Вып. 2; 1927. – Вып. 3; 1928. – Вып. 4.

19. *Батугин, С. А.* Исследование напряженного состояния массива горных пород методом разгрузки в условиях Таштагольского железорудного месторождения / С. А. Батугин, А. Г. Шиманская // Физико-техн. проблемы разработки полезных ископаемых. – 1965. – № 2. – С. 28-33.

20. *Безуглая, Л. С.* Зависимость термоостаточной намагниченности от давления при разных температурах / Л. С. Безуглая, Ю. П. Сквородкин // Материалы VIII конф. по постоянному геомагнитному полю и палеомагнетизму. – Ч. 1. – Киев: Наукова думка, 1970. – С. 16-19.

21. *Безуглая, Л. С.* Влияние осевого сжатия на вязкую намагниченность горных пород / Л. С. Безуглая, С. Х. Максудов // VIII конф. по вопросам постоянного геомагнитного поля, магнетизма горных пород и палеомагнетизма. – Ч. 2. – М., 1970.

22. *Безуглая, Л. С.* Обратимые изменения намагниченности горных пород под действием механических напряжений: автореф. дис. ... канд. геол.-минерал. наук / Л. С. Безуглая. – М., 1970. – 15 с.

23. *Безуглая, Л. С.* Термоостаточная намагниченность горных пород при одноосном сжатии и температурах 20-200°C / Л. С. Безуглая, Ю. П. Сквородкин // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1972. – № 6. – С. 76-60.

24. *Безуглая, Л. С.* Исследование магнитных свойств горных пород / Л. С. Безуглая, Л. А. Ахвердян // Результаты комплексного изучения Зангезурского землетрясения. – Ереван: АН Арм. ССР, 1973. – С. 251-260.

25. *Безуглая, Л. С.* Применение магнитного метода для исследования остаточных напряжений в горных породах / Л. С. Безуглая, Ю. П. Сквородкин // Материалы IX конференции по вопросам постоянного геомагнитного поля, магнетизма горных пород и палеомагнетизма. – Ч. 2. – Баку, 1973. – С. 30-31.

26. *Безуглая, Л. С.* Вязкое намагничивание горных пород под давлением / Л. С. Безуглая, С. Х. Максудов, Ю. П. Сквородкин // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1973. – № 4. – С. 110-113.

27. *Беленицкая, Г. А.* О связи упругих и магнитных свойств горных пород с их напряженным состоянием / Г. А. Беленицкая, В. А. Дюремнов // Физико-механические свойства горных пород верхней части земной коры. – М.: Наука, 1968. – С. 177-181.

28. *Белоголов, В. Т.* Разработка методики вычисления магнитных полей тел произвольной формы с учётом размагничивания и её применение при интерпретации магнитных полей на железорудных месторождениях Алтае-Саянской области: автореф. дис. ... канд. геол.-минерал. наук / В. Т. Белоголов. – Новосибирск, 1972. – 24 с.

29. *Белоголов, В. Т.* Вычисление среднего значения намагниченности тел сложной формы / В. Т. Белоголов, В. В. Соболев // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-т геол., геоф. и эконом. мин. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1971. – Вып. 136. – С. 47-49.

30. *Беневолинский, И. П.* Особенности магнитных полей на редкометальных штокверках Центрального Казахстана, связанных с ороговикованными породами / И. П. Беневолинский // Изв. АН Каз. ССР. Сер. геол. – 1960. – Вып. 1(38). – С. 100-108.

31. *Bhattacharyya V. K.* A method for computation the total magnetization vector and the dimensions of a rectangular block-shaped body from magnetic anomalies // Geophys., 1966, 31, No.1, pp. 74-76.

32. *Блох, Ю. И.* О решении прямой задачи теории магниторазведки для тел произвольной формы с учётом размагничивания / Ю. И. Блох // Изв. вузов. Геология и разведка. – 1975. – № 1. – С. 100-103.

33. *Блох, Ю. И.* Расчёт магнитного поля двумерных анизотропных объектов произвольного сечения с учётом размагничивания /

Ю. И. Блох // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1980. – № 2. – С. 65-73.

34. *Богданов, А. А.* О влиянии упругих напряжений на доменную структуру магнетита / А. А. Богданов, А. Я. Власов // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1966. – № 1. – С. 42-46.

35. *Бородаева, И. М.* Интерпретация магнитных аномалий при методе искусственного подмагничивания / И. М. Бородаева, О. А. Соловьёв // Геология и геофизика. – 1964. – № 6. – С. 153-156.

36. *Бронштейн, И. Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, 1980. – 976 с.

37. *Булашевич, Ю. П.* Магнитное поле горизонтального пласта с неоднородным распределением магнитных минералов / Ю. П. Булашевич // Науч.тр. Ин-та геол. и геоф. Урал. филиала АН СССР. – Свердловск: ИГГ, 1957. – Вып. 2. – С. 100-105.

38. *Булашевич, Ю. П.* Геотермические особенности Уральской геосинклинали / Ю. П. Булашевич, В. А. Щапов // Докл. АН СССР. – 1978. – Т. 249. – № 3. – С. 715-718.

39. *Булашевич, Ю. П.* Геотермическая характеристика некоторых структур Урала / Ю. П. Булашевич, В. А. Щапов // Исследование гелиевых тепловых полей Урала. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1980. – С. 17-23.

40. *Булашевич, Ю. П.* Геотермическая характеристика Урала / Ю. П. Булашевич, В. А. Щапов // Применение геотермии в региональных и поисково-разведочных исследованиях. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983. – С. 3-17.

41. *Булина, Л. В.* Магнитное поле  $Z$  при линейном изменении намагниченности тел / Л. В. Булина, М. С. Рябкова // Науч. тр. Всес. научно-исслед. геол. ин-та. – Л.: ВНИГРИ, 1975. – С. 41-49.

42. *Вадковский, В. Н.* Об изучении распределения напряжений в складках горных пород по изменению остаточной намагниченности под давлением / В. Н. Вадковский // Настоящее и прошлое магнитного поля Земли. – М.: Наука, 1965. – С. 130-133.

43. *Вадковский, В. Н.* Роль внутренних напряжений в магнетизме горных пород / В. Н. Вадковский // Тезисы докл. VII Всес.

конф. по постоянному геомагнитному полю и палеомагнетизму. Ленинград, 18-24 ноября 1966. – М., 1966. – С. 118-119.

44. *Валеев, К. А.* О возможной связи магнитных параметров горных пород с условиями их формирования / К. А. Валеев, Р. А. Минибаев // Материалы к I Уральской конф. молодых геологов и геофизиков: тез. докл. – Свердловск, 1967. – С. 12.

45. *Валеев, К. А.* К вопросу о возможной связи магнитных свойств горных пород с динамотермическими условиями формирования и метаморфизма / К. А. Валеев, Б. Д. Магадеев, Р. А. Духватуллин // Физические свойства горных пород при высоких термических параметрах. – Киев: Наукова думка, 1971. – С. 64-66.

46. *Валеев, К. А.* Магнитоупругие явления в горных породах / К. А. Валеев // Материалы IX конф. по вопросам постоянного геомагнитного поля магнетизма горных пород и палеомагнетизма. – Ч. 2. – 1973. – С. 68-69.

47. *Валеев, К. А.* Магнитные свойства монокристаллов магнетита в условиях высоких одноосных давлений / К. А. Валеев, В. И. Максимочкин // Физические свойства горных пород при высоких давлениях и температурах. – Тбилиси: Мецниереба, 1974. – С. 157-159.

48. *Валеев, К. А.* Остаточная намагниченность горных пород в условиях высоких одноосных давлений / К. А. Валеев // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1975. – № 6. – С. 50-58.

49. *Валеев, К. А.* К вопросу о магнитных свойствах горных пород и ансамбля мелких частиц магнетита в условиях высоких механических напряжений / К. А. Валеев, С. С. Абсалямов // II Всес. съезд «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм». – Ч. 2. – Тбилиси, 1985. – С. 95.

50. *Валеев, К. А.* Магнитные свойства горных пород при давлениях до 1250 МПа и комнатной температуре / К. А. Валеев, В. И. Максимочкин // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1984. – № 8. – С. 91-96.

51. *Василенко, И. Г.* Оперативный метод расчёта намагниченности магнетитовых руд / И. Г. Василенко, А. В. Печерский // Методика и техника разведки. – Л., 1975. – № 105. – С. 31-34.

52. *Ватутин, С. А.* Исследование напряженного состояния массива горных пород методом разгрузки в условиях Таштагольского железорудного месторождения / С. А. Ватутин, А. Г. Шиманская // Физико-техн. проблемы разработки полезных ископаемых. – 1965. – № 2. – С. 28-33.

53. *Вдовин, К. Д.* Исследование напряженного состояния горных пород на Курусай-Туранглинском рудном поле / К. Д. Вдовин, К. И. Кожоголов // Геохимические условия и динамические проявления горного давления на рудниках Средней Азии. – Фрунзе: Илим, 1981. – С. 21-25.

54. *Влияние гидростатического сжатия* на магнитную восприимчивость магнетита / Нульман А. А., Максимочкин С. И., Иванов Н. А. [и др] // Главное геомагнитное поле и проблемы палеомагнетизма: тез. докл. съезда. – Ч. 2. – М., 1976. – С. 72.

55. *Глушко, В. Т.* Исследование возможности оценки напряженного состояния рудного массива магнитометрическим методом / В. Т. Глушко, В. П. Низкошапка, С. И. Скипочка // Измерения напряжений в массивах горных пород. – Ч. 1. – Новосибирск, 1976. – С. 96-100.

56. *Голиздра, Г. Я.* Вычисление магнитного поля масс переменной намагниченности / Г. Я. Голиздра // Геофизический журнал. – 1981. – Т. 3. – № 5. – С. 98-103.

57. *Гольдшмидт, В. И.* Современное состояние решения прямых задач гравиметрии в производственных геофизических организациях / В. И. Гольдшмидт // Геологическое истолкование потенциальных полей. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 85-94.

58. *Грабовский, М. А.* Изменение магнитных свойств магнетита под действием механических напряжений / М. А. Грабовский // Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз. – 1949. – XIII. – № 2. – С. 143-150.

59. *Грабовский, М. А.* Магнитострикция естественных и искусственных магнетитов / М. А. Грабовский // Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз. – 1950. – № 6. – С. 630-541.

60. *Грабовский, М. А.* Об изменении магнитных свойств магнетитов под действием больших сжимающих напряжений / М. А. Гра-

бовский, Э. И. Пархоменко // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. – 1953. – № 5. – С. 405-407.

61. *Градштейн, И. С.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений // И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.

62. *Гребенщиков, Ю. С.* Особенности магнитных полей при линейном изменении намагниченности на примере вертикального пласта / Ю. С. Гребенщиков // Вопросы геологии Прибайкалья и Забайкалья. – 1967. – Вып. 2(4). – С. 315-317.

63. *Гринберг, Г. А.* Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений / Г. А. Гринберг. – М.-Л.: АН СССР, 1948. – 772 с.

64. *Гутер, Р. С.* Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта / Р. С. Гутер, Б. В. Овчинский. – М.: Наука, 1970. – 432 с.

65. *Danty P.* Etude des contraintes dans les milieux heterogens // Apl. on beton. Lab. control des ponts et chansses. Paris Publ., 1957. V. 57, 6.

66. *Данукалов, Н. Ф.* Лабораторные методы исследования намагниченности горных пород Магнитогорского мегасинклинария / Н. Ф. Данукалов, Л. С. Шпизель // Магнетизм горных пород и палеомагнетизм. – Ч. 2. – М., 1970. – С. 118-122.

67. *Данукалов, Н. Ф.* Пьезоостаточная намагниченность горных пород / Н. Ф. Данукалов, К. А. Валеев // Магнетизм горных пород и палеомагнетизм. – Ч. 2. – М., 1970. – С. 126-132.

68. *Данукалов, Н. Ф.* Пьезоостаточная намагниченность горных пород Южного Урала / Н. Ф. Данукалов, К. А. Валеев // Вопросы геологии восточной окраины Русской платформы и Южного Урала. – 1973. – Вып. 20. – С. 17-25.

69. *Данукалов, Н. Ф.* Некоторые результаты исследования поведения пьезоостаточной намагниченности при воздействии динамических нагрузок в метаморфических породах Южного Урала / Н. Ф. Данукалов, И. М. Евдокимов // Вопросы геологии восточной окраины Русской платформы и Южного Урала. – 1973. – Вып. 20. – С. 26-29.

70. *Девизин, В. М.* О влиянии неоднородной намагниченности тела постоянной восприимчивости на результаты интерпретации магнитных аномалий простейшими способами / В. М. Девизин, М. И. Лапина, Б. М. Шнеерсон // Изв. АН СССР. Сер. геоф. – 1961. – № 3. – С. 428-432.

71. *Domen H.* Ptezo-remanent magnetism in rock and its field evidence // J.Geomagn. and Geoelect., 1962, 13, 3-4, p. 66-72.

72. *Дьяков, П. Г.* О решении обратной задачи магнитоупругого эффекта горных пород / П. Г. Дьяков // Геология и геофизика. – 1987. – № 2. – С. 69-77.

73. *Евдокимов, И. М.* Динамическая намагниченность в метаморфизованных изверженных породах Южного Урала / И. М. Евдокимов // Тезисы докл. VII Всес. конференции по постоянному геомагнитному полю и палеомагнетизму. Ленинград, 18-24 ноября 1966. – М., 1966. – С. 125.

74. *Ежов, Ю. А.* Основные черты геотермии Урала и сопредельных территорий / Ю. А. Ежов // Глубинное строение Урала. – М.: Наука, 1968. – С. 314-323.

75. *Graham J. W.* Stress-induced magnetizations of some rocks with analyzed magnetic minerals / J. W. Graham, A. F. Buddington, J. V. Balsley // J. Geophys. Res., 1957, № 3.

76. *Завойский, В. И.* Роль вязкой намагниченности в образовании аномалий континентальной коры / В. И. Завойский, В. С. Марковский // Геологическое истолкование потенциальных полей. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 110-118.

77. *Завойский, В. Н.* Алгоритм решения на ЭВМ двухмерной прямой задачи магниторазведки для анизотропных по восприимчивости пород / В. Н. Завойский, И. Н. Иващенко // Геофизич. сб. АН УССР. – 1973. – Вып. 56. – С. 63-68.

78. *Завойский, В. Н.* Вычисление магнитных полей от анизотропных трёхмерных тел в задачах магниторазведки / В. Н. Завойский // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1978. – № 1. – С. 76-85.

79. *Зейгельман, М. С.* Методическое руководство и сборник программ для решения прямых задач магниторазведки. / М. С. Зейгельман. – Киев: Наукова думка, 1972. – 110 с.

80. *Зейгельман, М. С.* К методике решения прямой задачи магниторазведки на ЭВМ / М. С. Зейгельман, Е. Г. Булах // Геофизические исследования территории Украины. – Киев: Наукова думка, 1972. – С. 242-251.

81. *Зейгельман, М. С.* К методике построения объёмной модели намагниченных геологических объектов при интерпретации магнитных аномалий / М. С. Зейгельман, К. А. Кореневич // Геофизич. сб. АН УССР. – 1976. – Вып. 72. – С. 76-81.

82. *Зейгельман, М. С.* К методике интерпретации магнитных аномалий при прогнозной оценке железорудных объектов / М. С. Зейгельман, И. Г. Овруцкий // Геофизич. сб. АН УССР. – 1977. – Вып. 79. – С. 57-63.

83. *Зейгельман, М. С.* О некоторых особенностях системы интерпретации магнитных аномалий, основанных на аппроксимации призмами / М. С. Зейгельман // Прикладные алгоритмы решения обратной задачи геофизики. – М.: Недра, 1979. – С. 60-62.

84. *Зубатарева, Л. И.* О влиянии гидротермальных изменений пород на физические поля редкометальных месторождений / Л. И. Зубатарева, Л. А. Ляхов, Г. А. Соловьёв // Изв. вузов. Геология и разведка. – 1968. – № 8. – С. 115-119.

85. *Hall J., Neale E. N.* Effects on Thermoremanent Magnetization / Nature, 1960, 188, 4753, P. Neaps C.W. The magnetostriction of a single magnetite crystal // Phys. Sev., 1924, 24, № 1.

86. *Neaps C. W.* The magnetostriction of a single magnetite crystal / Phys. Sev., 1924, 24, № 1.

87. *Hodoch T. P.* Single-domain Theory for the Reversible Effect of Small Uniaxial Stress upon the Initial Magnetic Susceptibility / Departments of Physics and Geology Memorial University of Newfoundland, 1976.

88. *Иванов, Н. А.* Особенности остаточной намагниченности магнетитов Покровско-Уральского месторождения / Н. А. Иванов, В. А. Шапиро // Настоящее и прошлое магнитного поля Земли. – М.: Наука, 1965. – С. 183-186.

89. *Иванов, Н. А.* Обратимые и необратимые изменения термоостаточной намагниченности при всестороннем сжатии / Н. А. Ива-

нов, А. А. Нульман, В. А. Шапиро // Постоянное магнитное поле Земли, палеомагнетизм и магнетизм горных пород. – Киев: Наукова думка, 1973. – С. 148-150.

90. *Иванов, Н. А.* Исследование скорости процесса динамического намагничивания образцов горных пород / Н. А. Иванов, А. А. Нульман, В. А. Шапиро // Постоянное магнитное поле Земли, палеомагнетизм горных пород. – Киев: Наукова думка, 1973 – С. 152-153.

91. *Индутный, В. Ф.* Петромагнитные характеристики пород Днепровско-Донецкой впадины на различных глубинах / В. Ф. Индутный, Н. Ф. Познанская // Физические свойства горных пород при высоких давлениях и температурах для задач сейсмологии. – Ташкент: ФАН, 1981. – С. 140-141.

92. *Johnson William W.* A least-squares method of interpreting magnetic anomalies caused by two-dimensional structures. – *Geophys.*, 1969, 34, No. 1, pp. 65-74.

93. *Исследование напряженного состояния массива* горных пород на Кочкарском и Гайском месторождениях В. Д. Печенкин, А. Ф. Пятков, В. С. Сураев [и др] // Горное давление, методы управления и контроля. – Фрунзе: Илим, 1979. – С. 70-75.

94. *Калашников, А. Г.* Магнитная восприимчивость горных пород при упругих напряжениях / А. Г. Калашников, С. П. Капица // Докл. АН СССР. – 1952. – 86. – № 3. – С. 521-523.

95. *Калашников, А. Г.* Магнитные свойства неоднородно намагниченных призм. I / А. Г. Калашников // Изв. АН СССР. Сер. геоф. – 1956. – № 12. – С. 1369-1383.

96. *Калашников, А. Г.* О распределении остаточной намагниченности в кубах и цилиндрах горных пород / А. Г. Калашников // Изв. АН СССР. Сер. геоф. – 1958. – № 4. – С. 550-553.

97. *Калашников, А. Г.* Магнитные свойства неоднородно намагниченных призм. II / А. Г. Калашников // Изв. АН СССР. Сер. геоф. – 1958. – № 3. – С. 387-391.

98. *Калашников, А. Г.* Опыт применения моделирования для решения обратной задачи магнитной разведки (Щигровская анома-

лия КМА) / А. Г. Калашников // Изв. АН СССР. Сер. геоф. – 1961. – № 3. – С. 428-432.

99. *Калашников, А. Г.* Применение экспериментальных методов для интерпретации магнитных аномалий / А. Г. Калашников // Состояние и перспективы развития геофизических методов поисков и разведки полезных ископаемых. – М.: Гостоптехиздат, 1961. – С. 485-486.

100. *Капица, С. П.* Магнитные свойства изверженных горных пород при механических напряжениях / С. П. Капица // Изв. АН СССР. Сер. геоф. – 1955. – № 6. – С. 489-504.

101. *Каплан, В. Е.* К обобщению и практическому приложению магнитной задачи Булашевича / В. Е. Каплан // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1973. – № 5. – С. 102-106.

102. *Каретников, А. С.* К вопросу о влиянии внешних нагрузок на структурно-чувствительные параметры магнетита / А. С. Каретников, Г. В. Рассанова, Ю. П. Сковородкин // Магнетизм горных пород и палеомагнетизм. – Ч. 2. – М., 1970. – С. 23-26.

103. *Калиткин, Н. Н.* Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.

104. *Kean W. P.* The Effect of Uniaxial Compression an Initial Susceptibility of Hocks as a Function of Grain Size and Composition of the Titanomagnetite Minerals // University of Pittsburg, 1973.

105. *Kern J. W.* The effect of stress on the susceptibility and magnetization of a partially magnetized multidomain system // J. Geophys. Ees., 1961, 66, 11, p. 3806-3816.

106. *Kern W.* Effects of Maderate Stresses on Directions of Thermoremanent Magnetization // J. Geophys. Kes., 1961, 66, 11, p. 3816-5830.

107. *Kinoshita H., Ohnaka M.* Effects of uniaxial compression on remanent magnetization // J. Geomagn. and Geoelect., 1968, 20, 2, p. 75-84.

108. *Kinoshita H.* Studies on piezo-magnetisation. (III) PHM and relating phenomena // J. Geomagn. and Geoelect., 1968, 20, 3, p. 155-167.

109. *Kinoshita H.* Studies on piezo-magnetization. IV. Interpretation of PEM production for single domain grains // *J. Geomagn. and Geoelect.*, 1969, 21, 1, p. 409-425.

110. *Константинов, Г. Н.* Опыт применения метода моделирования для интерпретации магнитного поля Таштагольского железорудного месторождения / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // *Геология и геофизика.* – 1967. – № 12. – С. 86-96.

111. *Константинов, Г. Н.* К методике решения прямой трёхмерной задачи магнитной и гравитационной разведки для железорудных месторождений Алтае-Саянской области / Г. Н. Константинов // *Геология и геофизика.* – 1968. – № 7. – С. 108-114.

112. *Константинов, Г. Н.* К методике моделирования магнитных полей Таштагольского железорудного месторождения / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // *Геология и геофизика.* – 1968. – № 9. – С. 87-95.

113. *Константинов, Г. Н.* Вычисление величины и направления намагниченности по методу наименьших квадратов / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // *Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-т геол., геоф. и эконо. минер. сырья.* – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1968. – Вып. 73. – С. 22-26.

114. *Константинов, Г. Н.* Определение средней величины намагниченности при моделировании // *Геология и геофизика.* – 1969. – № 6. – С. 104-108.

115. *Константинов, Г. Н.* Результаты работ по моделированию магнитных полей Шерегешевского железорудного месторождения Горной Шории / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // *Вопросы рудной геофизики Сибири.* – Новосибирск, 1969. – С. 134-142.

116. *Константинов, Г. Н.* Моделирование в рудной магниторазведке: методическое пособие / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова. – Новосибирск, 1971. – 76 с.

117. *Константинов, Г. Н.* Моделирование магнитных и гравитационных полей при поисках и разведке магнетитовых месторождений / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // *Применение гравиметровых и магнитных съёмок при геологическом кар-*

тировании, поисках и разведке рудных месторождений. – М.: Недра, 1971. – С. 65-67.

118. *Константинов, Г. Н.* Оценка перспективности слабых магнитных аномалий методом моделирования в связи с поисками магнетитовых месторождений / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // VII Всесоюзная научно-техническая конференция, Львов, 1972. – М.: Недра, 1972. – С. 30-32.

119. *Константинов, Г. Н.* Моделирование в рудной магниторазведке: сборник алгоритмов и программ: методическое руководство / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова. – Новосибирск, 1973. – 112 с.

120. *Константинов, Г. Н.* К вопросу прогнозной оценки железорудных месторождений методом моделирования (на примере Знаменского и Табрятского месторождений юга Красноярского края) / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконом. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1973. – Вып. 172. – С. 12-19.

121. *Константинов, Г. Н.* Об экспериментальной проверке зависимости намагниченности возмущающего объекта от его ориентировки / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконом. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1973. – Вып. 172. – С. 76-79.

122. *Константинов, Г. Н.* Об усовершенствовании способа вычисления магнитного поля от сложных геологических моделей железорудных месторождений / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконом. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1975. – Вып. 215. – С. 110-115.

123. *Константинов, Г. Н.* Подбор неоднородной намагниченности и оценка вертикальных размеров неглубокозалегающих объектов / Г. Н. Константинов, М. А. Колесник // Алгоритмы и программы решения задач рудной геофизики: методические рекомендации. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1976. – С. 59-63.

124. *Константинов, Г. Н.* Вычисление магнитного поля от сложных геологических моделей при аппроксимации их в разрезе мно-

гоугольниками произвольной формы / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Алгоритмы и программы решения задач рудной геофизики: методические рекомендации. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1973. – С. 21-24.

125. *Константинов, Г. Н.* Об автоматизированном подборе модели с заданной намагниченностью и её использовании при перспективной оценке магнитных аномалий на железоруднение / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконом. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1976. – Вып. 238. – С. 95-100.

126. *Константинов, Г. Н.* Методика и результаты прогнозной оценки Ималыкского железорудного района Чаро-Токкинской зоны по геолого-геофизическим данным / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконом. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1976. – Вып. 238. – С. 9-18.

127. *Константинов, Г. Н.* Определение глубины залегания нижней кромки и намагниченности возмущающих тел / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Геология и геофизика. – 1978. – № 11. – С. 137-147.

128. *Константинов, Г. Н.* К методике прогнозной оценки железорудных месторождений по геолого-геофизическим данным / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова. // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконом. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1978. – Вып. 263. – С. 75-77.

129. *Константинов, Г. Н.* Опыт использования методики математического моделирования геофизических полей для крупномасштабной прогнозной оценки железорудных месторождений / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Поиски и прогнозная оценка глубокозалегающих месторождений скарново-магнетитовых руд. – М.: Недра, 1978. – С. 66-77.

130. *Константинов, Г. Н.* Оценка перспектив погребённых железорудных месторождений на основе моделирования магнитных полей (на примере Ампалыкского месторождения) / Г. Н. Константинов, Л. С. Константинова // Науч. тр. Сиб. научно-исслед.

ин-та геол., геоф. и эконом. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1980. – Вып. 278. – С. 16-26.

131. *Корольков, А. А.* Журнал Русского физико-химического общества. – 1908. – № 3.

132. *Kume S.* Sur der changements d'aimantation remanente de corps ferrimagnetiques sonaic a des pressions hydrosta-tiques // *Ann. Geophys.*, 1962, 18, 1, p. 18-23.

133. *Кутас, Р. И.* Температура в коре и верхней мантии Земли / Р. И. Кутас // Магнитные аномалии земных глубин. – Киев: Наукова думка, 1976. – С. 86-96.

134. *Лебедев, Т. С.* Влияние высокого гидростатического давления на магнитные свойства изверженных горных пород / Т. С. Лебедев, Б. Я. Савченко, Д. В. Корниец // Геофизический сб. АН СССР. – 1968. – Вып. 24. – С. 5-11.

135. *Лебедев, Т. С.* Изменение магнитных свойств ферромагнитных минералов при повышенных давлениях и температурах / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // Геофизический сб. АН УССР. – 1970. – Вып. 33. – С. 49-54.

136. *Лебедев, Т. С.* Пьезостаточная намагниченность магнетита при высоких термодинамических условиях / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // Физические свойства горных пород при высоких термодинамических параметрах. – Киев: Наукова думка, 1971. – С. 78-82.

137. *Лебедев, Т. С.* Характеристика магнитных свойств некоторых ферромагнитных минералов в различных термодинамических условиях / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // Материалы IV научно-технической конференции молодых геофизиков Украины. – Киев: Наукова думка, 1971. – С. 26-30.

138. *Лебедев, Т. С.* Некоторые вопросы теоретического моделирования изменений магнитной восприимчивости и остаточной намагниченности горных пород в условиях высоких давлений и температур / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // Физические свойства горных пород при высоких термодинамических параметрах. – Киев: Наукова думка, 1971. – С. 75-77.

139. *Лебедев, Т. С.* Моделирование изменения магнитных свойств магнетита для глубинных термодинамических условий

Украинского щита / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // Геофизический сб. АН УССР. – 1972. – Вып. 47. – С. 33-36.

140. *Лебедев, Т. С.* Моделирование изменения магнитных свойств ферромагнитных минералов и содержащих их горных пород при высоких давлениях и температурах / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // Постоянное магнитное поле Земли, палеомагнетизм и магнетизм горных пород. – Киев: Наукова думка, 1973. – С. 150-152.

141. *Лебедев, Т. С.* Моделирование изменения магнитных свойств горных пород в условиях высоких термодинамических параметров / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // Материалы IV конференции по вопросам постоянного геомагнитного поля, магнетизма горных пород и палеомагнетизма. – Ч. 2. – 1973. – С. 140-141.

142. *Лебедев, Т. С.* Моделирование изменений магнитных параметров магнетитов, содержащихся в породах глубинных зон земной коры различных районов Украины / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // Геофизический сб. АН УССР. – 1974. – Вып. 60. – С. 21-28.

143. *Лебедев, Т. С.* Изменение магнитных параметров ферромагнитных минералов и содержащих их горных пород в глубинных термодинамических условиях земной коры / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская, Б. Я. Савенко // Физические свойства горных пород при высоких давлениях и температурах. – Тбилиси: Мецниереба, 1974. – С. 161-168.

144. *Лебедев, Т. С.* Характер изменения остаточной намагниченности пород фундамента Днепровско-Донецкой впадины в условиях высоких гидростатических давлений / Т. С. Лебедев, Б. Я. Савенко, В. Ф. Индутный // Геофизический сборник АН УССР. – 1974. – Вып. 61. – С. 89-96.

145. *Лебедев, Т. С.* Изменение магнитных параметров титаномагнетитов в породах глубинных зон земной коры Украины: материалы теоретического моделирования / Лебедев Т.С., Н. Ф. Познанская // Геофизический сборник АН УССР. – 1975. – Вып. 64. – С. 27-34.

146. *Лебедев, Т. С.* Сравнительная характеристика изменений магнитных свойств изверженных пород Украины при высоких давлениях и температурах / Т. С. Лебедев, Б. Я. Савенко, Н. Ф. Познанская // Главное геомагнитное поле и проблемы палеомагнетизма: тез. докл. съезда. – Ч. 2. – М., 1976 – С. 63.

147. *Лебедев, Т. С.* Зависимость от глубины магнитных параметров магнетитсодержащих пород / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская // II Всес. съезд «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм». Ч. 1. – Тбилиси, 1981. – С. 107.

148. *Лебедев, Т. С.* Обобщенные данные о зависимости от глубины магнитных параметров магнетитсодержащих пород регионов Украины // Исследования геомагнитного поля и палеовулканизма / Т. С. Лебедев, Н. Ф. Познанская. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 67-73.

149. *Логачёв, А. А.* Магниторазведка / А. А. Логачёв, В. П. Захаров. – 5-е изд., перераб. и доп. – Л.: Недра, 1979. – 352 с.

150. *Лучицкий, А. И.* Решение прямой задачи гравиметрии и магнитометрии для многогранника с линейной и квадратичной плотностью / А. И. Лучицкий, А. В. Гричук // Теория и практика интерпретации гравитационных аномалий. – М.: Наука, 1982. – С. 138-203.

151. *Магнитные характеристики горных пород* под действием давления и температуры / Ю. П. Сковородкин, Л. С. Безуглая, С. Х. Максудов [и др.] // Физические свойства горных пород при высоких термодинамических параметрах. – Киев: Наукова думка, 1971. – С. 96-98.

152. *Магниторазведка: справочник геофизика* / под ред. В. Е. Никитского. – М.: Недра, 1980. – 397 с.

153. *Максудов, С. Х.* К изучению сейсмомагнитного эффекта в Приташкентском районе / С. Х. Максудов, Ю. П. Сковородкин // Материалы VIII конференции по постоянному геомагнитному полю и палеомагнетизму. – Ч. 2. – Киев: Наукова думка, 1970. – С. 167-170.

154. *Максудов, С. Х.* Экспериментальные результаты исследования магнитных свойств некоторых интрузивных пород Приташ-

кентского района под давлением / С. Х. Максудов, Ю. П. Сквородкин, Х. А. Абдуллаев // Узбек. геологический журнал. – 1971. – № 2. – С. 15-17.

155. *Максудов, С. Х.* Зависимость пьезоостаточной намагниченности от угла между направлениями поля и осью сжатия / С. Х. Максудов, Ю. П. Сквородкин // Материалы IX конференции по вопросам постоянного геомагнитного поля, магнетизма горных пород и палеомагнетизма. – Ч. 2. – Баку, 1973. – С. 152-153.

156. *Максудов, С. Х.* Пьезоостаточная намагниченность интрузивных пород Ташкентского геодинамического полигона / С. Х. Максудов, Ю. П. Сквородкин // Постоянное геомагнитное поле Земли, палеомагнетизм и магнетизм горных пород. – Киев: Наукова думка, 1973. – С. 154-155.

157. *Марков, Г. П.* Особенности изменения магнитных свойств природных магнетитов под действием упругих напряжений / Г. П. Марков, Ю. П. Сквородкин // Главное геомагнитное поле и проблемы палеомагнетизма: тез. докл. Съезда. – Ч. 2. – М., 1976. – С. 68.

158. *Марковский, В. С.* Особенности намагниченности пород континентальной коры / В. С. Марковский, В. Н. Завойский // Исследование региональных магнитных аномалий платформенных областей. – Киев: Наукова думка, 1984. – С. 140-143.

159. *Мартынова, Т. А.* Исследование распределения напряжений в зонах разломов / Т. А. Мартынова, В. Н. Вадковский // Магнетизм горных пород и палеомагнетизм. – М., 1969. – С. 46-47.

160. *Медведев, Р. В.* Оценка свойств и состояния горных пород по данным глубокого бурения / Р. В. Медведев, Ю. И. Кузнецов // Природа и методология определения тектонических напряжений в верхней части земной коры. – Апатиты: Кольск. филиал АН СССР, 1982. – С. 82-89.

161. *Методика и результаты геофизических исследований на Естюнинском железорудном месторождении* / В. Е. Каплан, П. Н. Коврижных, А. А. Редозубов [и др.] // Минеральные ресурсы Западного Урала и их народнохозяйственное значение. – Ч. I: тез. докл. научно-техн. совещания. – Пермь, 1983. – С. 36-37.

162. *Моделирование железорудных месторождений по комплексу геолого-геофизических данных* // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконо. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1981. – Вып. 286. – С. 122.

163. *Миллер, С. Д.* Геофизические работы на редкие и цветные металлы / С. Д. Миллер, Х. Ш. Сатыбалдин // Производительные силы Центрального Казахстана. – Алма-Ата: Каз. филиал АН СССР, 1959. – Т. 2. – С. 156-161.

164. *Морозов, Л. Н.* Геологическое истолкование полей в намагниченных телах для решения задач разведки на месторождениях Казахстана: автореф. дис. ... канд. геол.-минерал. наук / Л. Н. Морозов. – М., 1971. – 21 с.

165. *Мохова, Е. Н.* Расчёт намагничивания призм при постоянной магнитной восприимчивости / Е. Н. Мохова // Изв. АН СССР. Сер. геоф. – 1957. – № 5. – С. 680-682.

166. *Мохова, Е. Н.* Прямоугольная призма постоянной восприимчивости в однородном магнитном поле / Е. Н. Мохова // Изв. АН СССР. Сер. геоф. – 1958. – № 3. – С. 387-391.

167. *Нагапетян, В. В.* Изучение намагниченности образцов горных пород под действием одноосно-сжимающего одноосно-растягивающего напряжения и при изгибе / В. В. Нагапетян, С. Р. Оганесян // II Всес. съезд «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм». Ч. 1. – Тбилиси, 1981. – С. 113.

168. *Нагапетян, В. В.* Распределение остаточной намагниченности в магнитнеоднородных образцах пород при изгибе / В. В. Нагапетян, С. Р. Оганесян // Физические свойства горных пород при высоких давлениях и температурах для задач сейсмологии. – Ташкент: ФАН, 1981. – С. 149-150.

169. *Nagata T., Kinoshita H.* Studies on piezo-magnetization (I) // J. Geomagn. and Geol., 1965, 17, 2, p. 121-135.

170. *Nagata T.* Main characteristics of piezo-magnetization and their qualitative interpretation // J. Geomagn. and Geol. – 1966, 18, 1, p. 81-97.

171. Nagata £., Carleton B. J. Notes on piezoremanent magnetization of igneous rocks // J. Geomagn. and Geoelect., 1968, 20, 3, p. 115-127.

172. Nagata T., Carleton B. J. Notes on piezoremanent magnetisation of igneous rocks // J. Geomagn. and Geoelect., 1969, 21, 1, p. 427-445.

173. Nagata T. Basis magnetic properties of rocks under the effects of mechanical stress // Tectophysics, 1970, 9, 2, 3, p. 167-195.

174. *Нарушенность земной коры по данным съемок из космоса и связь с ней полезных ископаемых (на примере Урала) / А. Л. Алейников, О. В. Белавин, Б. П. Дьяконов и [др.] // Геофизический журнал. – 1983. – Т. 5. – № 3. – С. 45-52.*

175. *Непомнящих, И. А. Расчёт гравитационных и магнитных полей от тел сложной формы / И. А. Непомнящих, В. И. Шабалдин // Вопросы рудной геофизики в Казахстане. – Алма-Ата: КазВИРГ, 1973. – Вып. 5. – С. 128-133.*

176. *Никитина, Т. А. Особенности крупномасштабного моделирования железорудных объектов Тургайского прогиба / Т. А. Никитина // Глубинное геологическое строение и перспективы рудных районов Казахстана по геофизическим данным. – Алма-Ата, 1980. – С. 51-57.*

177. *Норри, Д. Введение в метод конечных элементов / Д. Норри, Ж. де Фриз. – М.: Мир, 1981. – 304 с.*

178. *Нульман, А. А. Исследование магнитоупругого эффекта магнетита при всестороннем давлении до 400 кг/см. / А. А. Нульман, Н. А. Иванов, В. А. Шапиро // Материалы IX конф. по вопросам постоянного геомагнитного поля, магнетизма горных пород и палеомагнетизма. – Ч. 2. – Баку, 1973. – С. 166-167.*

179. *Нульман, А. А. Динамика магнитной восприимчивости магнетита в условиях гидростатического давления / А. А. Нульман // II Всес. съезд «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм». – Ч. 1. – Тбилиси, 1981. – С. 114.*

180. *Нульман, А. А. Влияние магнитной структуры магнетита на изменение магнитной восприимчивости горных пород под гидростатическим давлением / А. А. Нульман, Т. М. Кошкина // II Всес. съезд «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм». – Ч. 1. – Тбилиси, 1981. – С. 115.*

181. *Овчинников, И. К.* Теория поля / И. К. Овчинников. – 2-е изд., перераб. – М.: Недра, 1979. – 352 с.

182. *Овчинников, Л. Н.* Контактново-метасоматические месторождения Среднего и Северного Урала / Л. Н. Овчинников. – Свердловск: ГГИ УФ АН СССР, 1960. – 496 с.

183. *Петрова, Г. Н.* Изменение магнитных свойств горных пород в зоне разлома / Г. Н. Петрова, Н. И. Юхновец // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. – 1953. – № 2. – С. 115-123.

184. *Петрова, Г. Н.* Магнитные минералы и магнитные аномалии / Г. Н. Петрова, Р. М. Печерский, А. В. Лыков // Магнитные аномалии земных глубин. – Киев: Наукова думка, 1976. – С. 55-64.

185. *Познанская, Н. Ф.* Магнитные свойства магнетита и магнетитосодержащих пород Днепровско-Донецкой впадины в зависимости от глубины / Н. Ф. Познанская // Постоянное магнитное поле Земли, палеомагнетизм и магнетизм горных пород. – Киев: Наукова думка, 1973. – С. 193-195.

186. *Познанская, Н. Ф.* Теоретическое моделирование изменения магнитных параметров титаномагнетитов в условиях высоких давлений и температур / Н. Ф. Познанская, Т. С. Лебедев // Физические свойства горных пород при высоких давлениях и температурах. – Тбилиси: Мецниереба, 1974. – С. 179-180.

187. *Познанская, Н. Ф.* Магнитные параметры вещества глубинных зон земной коры / Н. Ф. Познанская. – Киев: Наукова думка, 1984. – 124 с.

188. *Powell D. W.* Stress Dependet Magnetization in Some Quartz-Dolerites // Nature, 1960, 225, 4753, p.

189. *Pozzi J.-P.* Observations des changements du trainage magnetique d'une roche comprimée // C. r. Acad. sci., 1970, 272, В, № 16, p.

190. *Проницаемость зон разломов* в условиях горизонтального сжатия земной коры / А. А. Алейников, О. В. Белавин, А. В. Зубков [и др.] // Разломы земной коры Урала и методы их изучения. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1963. – С. 39-43.

191. *Протопопов, И. И.* Напряженно-деформированное состояние пород при складчатом строении месторождения (месторождение Котсельваара) / И. И. Протопопов, В. К. Пискарев // Тр. Всес.

научно-исслед. института горной механики и маркшейдерского дела (ВНИМИ). – Л., 1974. – Сб. 91. – С. 146-149.

192. *Ржевский, В. В.* Исследование магнитной проницаемости горных пород в условиях напряженного состояния / В. В. Ржевский, В. В. Носов, Г. Л. Новик // Тезисы докл. II совещания по физическим свойствам горных пород. – М., 1966. – С. 36.

193. *Сальников, В. Е.* Геотермический режим Южного Урала / В. Е. Сальников. – М.: Наука, 1984. – 83 с.

194. *Сараджишвили, Г. Д.* О влиянии одноосных упругих напряжений на магнитные свойства некоторых вулканических пород Южной Грузии / Г. Д. Сараджишвили, Д. А. Тогоидзе // Материалы IX конф. по вопросам постоянного геомагнитного поля, магнетизма горных пород и палеомагнетизма. – Ч. 2. – Баку, 1973. – С. 196-197.

195. *Сараджишвили, Г. Д.* Исследование зависимости естественной остаточной намагниченности пород из зоны тектонических нарушений от давления / Г. Д. Сараджишвили, Д. А. Тогоидзе // Физические свойства горных пород при высоких давлениях и температурах. – Тбилиси: Мецниереба, 1974. – С. 189-191.

196. *Серебренников, А. А.* К вопросу построения моделей магнетитовых месторождений и наделения их физическими свойствами / А. А. Серебренников // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконом. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1969. – Вып. 92. – С. 129-133.

197. *Sharma P. V.* Rapid computation of magnetic anomalies and demagnetization effects caused by bodies of arbitrary shape. – Pure and Appl. Geophys., 1966, 64, No. 2, pp. 89-109.

198. *Sharma P. V.* Demagnetization effect of a rectangular prism. – Geophys., 1968, 33, No. 1, pp. 132-134.

199. *Сковородкин, Ю. П.* Зависимость магнитной восприимчивости горных пород от давления при разных температурах / Ю. П. Сковородкин, Л. С. Безуглая, С. Х. Максудов // Материалы VIII конференции по постоянному геомагнитному полю и палеомагнетизму. – Ч. 1. – Киев: Наукова думка, 1970. – С. 175-178.

200. *Сковородкин, Ю. П.* Образование вязкой остаточной намагниченности в присутствии механических напряжений / Ю. П. Сковородкин, А. С. Безуглая, В. В. Нагапетян // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1975. – Р. 7. – С. 122-126.

201. *Сковородкин, Ю. П.* Влияние малых напряжений на магнитные структурно-чувствительные параметры магнетита / Ю. П. Сковородкин, Г. П. Марков // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1976. – № 12. – С. 105-108.

202. *Сковородкин, Ю. П.* Пьезомагнитные свойства горных пород (сводные данные) / Ю. П. Сковородкин, Л. С. Безуглая // II Всес. съезд «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм». – Ч. 1. – Тбилиси, 1981. – С. 121.

203. *Соболев, В. В.* Вычисление интенсивности намагничивания горных пород в однородном магнитном поле с учётом размагничивания / В. В. Соболев, В. Т. Белоголов // Науч. тр. Сиб. научно-исслед. ин-та геол., геоф. и эконо. минер. сырья. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1968. – Вып. 73. – С. 3-7.

204. *Соловьёв, Г. А.* Значение исследования неоднородного намагничивания горных пород / Г. А. Соловьёв // Изв. вузов. Геология и разведка. – 1964. – № 3. – С. 120-123.

205. *Соловьёв, Г. А.* Об изменении физических свойств пород в пределах молибденовых месторождений / Г. А. Соловьёв, Л. Л. Ляхов // Изв. вузов. Геология и разведка. – 1968. – № 1. – С. 93-99.

206. *Соловьёв, Г. А.* Интерпретация магнитных аномалий при непрерывном изменении магнитной проницаемости горных пород / Г. А. Соловьёв // Изв. вузов. Геология и разведка. – 1964. – № 5. – С. 113-120.

207. *Соловьёв, Г. А.* Магнитное поле вертикального пласта при непрерывном изменении намагниченности / Г. А. Соловьёв. – М., 1981. – Деп. в ВИНТИ 23 марта 1981, № 129Б-81. – 4 с.

208. *Stacey F. D.* Theory of magnetic susceptibility of stressed rock // *Phil. Mag.*, 1962, 7, 76, p. 551-555.

209. *Stacey F. D.* The seismomagnetic effect // *Pure and appl. Geophys.*, 1964, 58, 2, p.

210. *Stacey F. D., Tihuston M. T.* Theory of Piezomagnetic Effects in Titanomagnetite Bearing Rocks // *Pure and Applied Geophys.*, 1972, 95, p.

211. *Стечкин, С. В.* Сплаины в вычислительной математике / С. В. Стечкин, Ю. Н. Субботин. – М.: Наука, 1975. – 248 с.

212. *Stott P. M., Stacey P. P.* Magnetostriction and Paleomagnetism of igneous rocks // *Nature*, 1959, 183, 7.

213. *Stott P. M., Stacey F. D.* Stress Effects on Thermoremanent Magnetization // *Nature*, 1961, 181, 4750, p.

214. *Страхов, В. Н.* Влияние размагничивания на определение гармонических моментов двухмерных тел произвольной формы / В. Н. Страхов, Ю. И. Блох // *Разведочная геофизика*. – 1977. – Вып. 75. – С. 76-81.

215. *Страхов, В. Н.* Использование методов теории функций комплексного переменного при решении трёхмерных прямых задач гравиметрии и магнитометрии / В. Н. Страхов // *Докл. АН СССР*. – 1978. – Т. 243. – № 1. – С. 70-73.

216. *Страхов, В. Н.* О решении прямой трёхмерной задачи гравиметрии / В. Н. Страхов, М. И. Лапина, В. А. Кучеренко // *Изв. АН СССР. Физика Земли*. – 1980. – № 12. – С. 53-74.

217. *Страхов, В. Н.* Решение прямой задачи гравиметрии и магнитометрии для произвольных однородных многогранников / В. Н. Страхов, М. И. Лапина // *Докл. АН СССР*. 1982. – Т. 262. – № 5. – С. 1095-1099.

218. *Страхов, В. Н.* Аналогия аналитических выражений элементов гравитационного и магнитного полей двухмерных и трёхмерных многоугольных тел и оптимальные вычислительные процессы решения прямых задач для этих тел / В. Н. Страхов // *Теория и практика интерпретации гравитационных аномалий*. – М.: Наука, 1982. – С. 59-137.

219. *Структура фундамента и железорудные месторождения северного склона Украинского щита* / З. А. Крутиховская, В. Н. Забойский, С. М. Подолянко и [др.]. – Киев: Наукова думка, 1975. – 232 с.

220. *Syono T.* Magnetocrystalline anisotropy and magnetostriction of  $Fe_3O_4 - Fe_2TiO_4$  // *Jap. J. Geophys.*, 1965, 4, 1, p. 71-143.

221. *Тимофеев, А. Н.* Об интерпретации магнитных аномалий в случае изменяющейся магнитной восприимчивости горных пород / А. Н. Тимофеев // *Науч. тр. Ин-т геол. и геоф. Сиб. отд. АН СССР.* – Новосибирск: ИГГ СО АН СССР. – 1960. – № 1. – С. 137-145.

222. *Тогонидзе, Д. А.* К механизму зависимости магнитной восприимчивости и коэрцитивной силы монокристаллов магнетита и горных пород от малых механических напряжений / Д. А. Тогонидзе, Г. П. Марков // *Сообщения АН ГССР*, 78, 1975.. – № 2. – С. 341-344.

223. *Тогонидзе, Д. А.* Влияние одноосного давления на магнитную восприимчивость базальтоидов, содержащих гомогенный титаномагнетит / Д. А. Тогонидзе, М. Л. Челишвили // *Сообщение АН ГССР.* – 83, 1976. – № 2. – С. 345-348.

224. *Тогонидзе, Д. А.* Влияние одноосного давления на магнитные свойства вулканических пород в зависимости от фазового состава магнитных минералов / Д. А. Тогонидзе, Г. Д. Сарадхишвили, М. А. Челишвили // *Главное геомагнитное поле и проблемы палеомагнетизма: тез. докл. съезда.* – Ч. 2. – М., 1976. – С. 96.

225. *Тропин, Ю. Д.* Вязкая намагниченность как результат флуктуации внешних воздействий / Ю. Д. Тропин, З. К. Якубайлин // *Настоящее и прошлое магнитного поля Земли.* – М.: Наука, 1965. – С. 158-162.

226. *Тюремнов, В. А.* О влиянии механических воздействий на намагниченность железистых кварцитов Приимандровского района (Кольский п-ов) / В. А. Тюремнов, О. Г. Верхоглядова, П. А. Кацеблин // *Материалы IV научно-технической конференции молодых геофизиков Украины.* – Киев: Наукова думка, 1971. – С. 30-36.

227. *Тюремнов, В. А.* О зависимости магнитных свойств горных пород от их напряженного состояния / В. А. Тюремнов, О. Г. Верхоглядова, П. Л. Кацеблин // *Современные проблемы механики горных пород.* – Л.: Наука, 1972. – С. 311-314.

228. *Филатов, В. И.* Расчёт магнитного поля от двухмерного тела произвольного сечения / В. И. Филатов // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1969. – № 2. – С. 82-91.

229. *Филатов, В. В.* Учет неоднородной намагниченности при разведке магнетитовых месторождений: дис. ... канд. геол.-минерал. наук / В. В. Филатов. – Свердловск, 1983. – 166 с.

230. *Филатов, В. В.* Влияние механических напряжений на магнитные свойства ферромагнитных минералов и горных пород / В. В. Филатов // Изв. вузов. Геол. и разведка. – М., 1986. – Деп. в ВИНТИ. – № 488-886. – 159 с.

231. *Филатов, В. В.* Применение сплайн-функции для описания поверхности геологических объектов / В. В. Филатов, В. Б. Виноградов // Геофизические методы поисков и развед. рудных и нерудных месторождений: межвуз. науч.-темат. сб. – Вып. 12. – Свердловск: Изд-во Свердл. горн. ин-та, 1986. – С. 51-55.

232. *Филатов, В. В.* Прямая задача магниторазведки на основе представления поверхности геологических объектов сплайнами / В. В. Филатов, В. Б. Виноградов // Геофизический журнал. 1988. – Т. 10. – № 2. – С. 67-73.

233. *Филатов, В. В.* Теория и практика геодинамического анализа гравитационного поля (на примере рудных районов Урала): дис. ... д-ра геол.-минерал. наук / В. В. Филатов. – Свердловск, 1990. – 376 с.

234. *Фингер, Д. Л.* Влияние переменных нагрузок сжатия на магнитные свойства магнетита / Д. Л. Фингер // Изв. АН СССР. Сер. геофизич. – 1951. – № 5. – С. 51-67.

235. *Фокс, А.* Вычислительная геометрия. Применение и проектирование на производстве / А. Фокс, М. Пратт. – М.: Мир, 1982. – 304 с.

236. *Франк, Ф.* Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики / Ф. Франк, Р. Мизес. – Л.-М.: ОНТИ, 1937. – 998 с.

237. *Фридель, Ж.* Дислокации / Ж. Фридель. – М.: Мир, 1967. – 643 с.

238. *Vaguier V.* A method machine for computing the magnitude and the direction of magnetization of an uniformly magnetized body from its shape and a magnetic susceptibility. – *Contribs Scripps Inst Oceanogr. Univ. Calif. San Diego*, 1964, 34, No. 1, pp. 1241-1255.

239. *Vogel A.* Demagnetizing fields of inhomogeneous induced magnetization. – *Nature*, 1962, 196, No. 4861, pp. 1279-1281.

240. *Vogel A.* Genauigkeit und Konvergenz eines iterationen Verfahrens zur Berechnung der effektiven Induktionsmagnetisierung von Modellen. – *Gerlands Beitz. Geophys.*, 1963, 72, No. 6, pp. 333-341.

241. *Vogel A.* The application of electronic computers to the calculation of effective magnetization. – *Geophys. Prospect.*, 1963, 11, No. 1, pp. 51-58.

242. *Wilson E.* On the susceptibility of feebly magnetic bodies as affected compression // *Proc. Roy. Soc. ser. A*, 1922, 101, A 712.

243. *Цирульский, А. В.* Об учёте размагничивающего эффекта в задачах магниторазведки / А. В. Цирульский, П. С. Мартышко // *Изв. АН СССР. Физика Земли*. – 1979. – № 3. – С. 49-57.

244. *Чабдарова, Ю. И.* Результаты исследований природного поля напряжений и его влияние на некоторые параметры камерно-столбовой системы разработки Джекказганского месторождения / Ю. И. Чабдарова, А. Н. Букин // *Прикладные задачи механики горных пород*. – М.: Наука, 1977. – С. 185-167.

245. *Челишвили, Н. Д.* О стабильности термоостаточной намагниченности горных пород при одноосном давлении до 400 кг/см / Н. Д. Челишвили, Г. Д. Сараджишвили // *Физические свойства горных пород при высоких давлениях и температурах*. – Тбилиси: Мецниереба, 1974. – С. 196-198.

246. *Челишвили, Н. Д.* Влияние одноосного давления на магнитные свойства порфиринов / Н. Д. Челишвили, Д. А. Гогошидзе, Б. З. Асанидзе // *II Всес. съезд «Постоянное геомагнитное поле, магнетизм горных пород и палеомагнетизм»*. – Ч. 2. – Тбилиси, 1981. – С. 123.

247. *Челишвили, Н. Д.* Механико-магнитные свойства горных пород территории, прилегающей к Ингури ГЭС / Н. Д. Челишвили, Д. А. Гогошидзе, Б. З. Асанидзе // *Структура земной коры*

территории Грузии по сейсмическим и магнитным данным: Тр. Ин-та геофизики АН ГССР. – 1983. – 51. – С. 123-137.

248. *Чернов, Е. В.* Напряженное состояние массива с гористым склоном земной поверхности / Е. В. Чернов, В. В. Жуков // Проблемы изучения и освоения природных ресурсов Севера. – Апатиты, 1973. – С. 229-231.

249. *Чернышёв, Е. Т.* Определение магнитной неоднородности образцов магнитных сталей / Е. Т. Чернышёв // Науч. тр. Всес. научно-исслед. ин-т металлов. – М.: ВНИИМ, 1952. – Вып. 10/70. – С. 49-54.

250. *Шадрин, Л. И.* Бурение на подступах к мантии / Л. И. Шадрин // Природа. – 1953. – № 1. – С. 12-22.

251. *Шапиро, В. А.* Параметры стабильности динамической намагниченности в сравнении с другими видами остаточной намагниченности / В. А. Шапиро, Н. А. Иванов // Тезисы докл. VII Всес. конференции по постоянному геомагнитному полю и палеомагнетизму. – Ленинград, 18-24 ноября 1966. – М., 1966. – С. 122-125.

252. *Шапиро, В. А.* Динамическая остаточная намагниченность и влияние ударов на остаточную намагниченность сильномагнитных горных пород / В. А. Шапиро, Н. А. Иванов // Докл. АН СССР. – 1967. – Т. 173. – № 5. – С. 1065-1067.

253. *Шапиро, В. А.* Основные характеристики изотермической динамической остаточной намагниченности, создаваемой ударами в образцах естественных ферримагнетитов / В. А. Шапиро, Н. А. Иванов // Магнетизм горных пород и палеомагнетизм. – 1968. – М., 1969. – С. 37-38.

254. *Шапиро, В. А.* Динамическая остаточная намагниченность ферримагнитных горных пород при температурах 0-600 °С / В. А. Шапиро, Н. И. Алова // Магнетизм горных пород и палеомагнетизм. – 1968. – М., 1969. – С. 39-42.

255. *Шапиро, В. А.* Характеристики динамической намагниченности, создаваемой ударами в образцах естественных ферромагнетитов / В. А. Шапиро, Н. А. Иванов // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1969. – № 5. – С. 50-50.

256. *Шапиро, В. А.* Намагниченность массивных залежей магнетита / В. А. Шапиро // Методика магнитных измерений и интерпретации в геофизике. – Свердловск, 1970. – С. 29-46.

257. *Швец, И. Н.* Изменение магнитных свойств горных пород в условиях всестороннего сжатия / И. Н. Швец // Разработка рудных месторождений: республ. межвуз. научно-техн. сб. – 1979. – № 28. – С. 36-42.

258. *Шолпо, Л. Е.* Влияние магнитных параметров образцов горных пород на рост вязкой намагниченности / Л. Е. Шолпо, В. С. Печников // Настоящее и прошлое магнитного поля Земли. – М.: Наука, 1965. – С. 162-167.

259. *Щапов, В. А.* Геотермические исследования Урала: автореф. дис. ... д-ра. геол.-минерал. наук / В. А. Щапов. – Екатеринбург, 2006. – 44 с.

260. *Электрические и магнитные свойства горных пород при повышенных температурах и давления* / Т. А. Челидзе, М. Л. Челишвили, Н. Г. Хатиашвили [и др.]. – Тбилиси: Мецниереба, 1978. – 270 с.

261. *Яновский, Б. М.* Земной магнетизм / Б. М. Яновский. – Л.: Ленинград. ун-т, 1964. – Т. 2. – 440 с.; 1963. – Т. 1. – 464 с.

# Оглавление

Предисловие .....	3
<b>ГЛАВА I. ОБЗОР СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ .....</b>	<b>4</b>
1.1. Вычисление намагниченности однородных однородно намагниченных тел.....	4
1.2. Экспериментальное и теоретическое исследования неоднородного намагничивания однородных тел.....	10
1.3. Вычисление намагниченности неоднородных тел .....	22
<b>ГЛАВА II. НАМАГНИЧИВАНИЕ ОДНОРОДНЫХ СИЛЬНО МАГНИТНЫХ ТЕЛ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ В ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ .....</b>	<b>28</b>
2.1. Намагничивание призматических тел.....	28
2.1.1. Намагничивание прямоугольной призмы .....	28
2.1.2. Намагничивание призм с наклонным основанием .....	37
2.1.3. Намагничивание призмы произвольного сечения.....	42
2.2. Намагничивание моделей рудных тел железорудных месторождений Тагило-Кушвинского района .....	44
2.2.1. Физико-геологическая модель рудного тела.....	44
2.2.2. Намагничивание моделей рудных тел .....	48
<b>ГЛАВА III. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ОБЪЕМНЫХ ЗАРЯДОВ .....</b>	<b>57</b>
<b>ГЛАВА IV. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТОРАЗВЕДКИ (ДЛЯ УСЛОВИЙ ТАГИЛО-КУШВИНСКОГО РАЙОНА) .....</b>	<b>80</b>
4.1. Алгоритм решения прямой задачи при неоднородном намагничивании .....	81
4.2. Вычисление магнитного поля однородно намагниченных рудных тел .....	92

ГЛАВА V. РЕЗУЛЬТАТЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ АНОМАЛИЙ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ЖЕЛЕЗОРУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ТАГИЛО-КУШВИНСКОГО РАЙОНА .....	101
5.1. Интерпретация аномалий магнитного поля Естюнинского месторождения .....	101
5.1.1. Краткое описание геологического строения Естюнинского месторождения .....	101
5.1.2. Методика и результаты интерпретации аномалий магнитного поля Естюнинского месторождения.....	104
5.1.3. Интерпретация магнитного поля Лебяжинского месторождения .....	111
5.2. Интерпретация магнитного поля Рублёвского участка .....	117
ГЛАВА VI. ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ НА МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ФЕРРОМАГНИТНЫХ МИНЕРАЛОВ И ГОРНЫХ ПОРОД.....	122
6.1. Влияние механических напряжений на магнитную восприимчивость ферромагнитных минералов .....	123
6.2. Влияние механических напряжений на магнитную восприимчивость горных пород.....	135
ГЛАВА VII. ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ЕСТЕСТВЕННУЮ ОСТАТОЧНУЮ НАМАГНИЧЕННОСТЬ ГОРНЫХ ПОРОД .....	150
7.1. Вязкая намагниченность и влияние на неё механических напряжений .....	151
7.2. Динамическая остаточная намагниченность.....	155
7.3. Влияние механических напряжений на пьезоостаточную намагниченность .....	158
7.4. Влияние механических напряжений на термоостаточную намагниченность .....	163
7.5. Влияние механических напряжений на естественную остаточную намагниченность.....	168
7.5.1. Влияние механических напряжений на направление вектора остаточной намагниченности горных пород.....	168

7.5.2. Изменение величины вектора остаточной намагниченности под действием механических напряжений.....	174
<b>ГЛАВА VIII. ПРОЯВЛЕНИЕ МАГНИТОУПРУГОГО ЭФФЕКТА В ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ И АНОМАЛИЯХ МАГНИТНОГО ПОЛЯ .....</b>	<b>183</b>
8.1. Распределение напряжений в геологических структурах.....	183
8.2. Экспериментальное изучение проявления магнитоупругого эффекта в геологической среде .....	189
8.3. Анализ аномалий магнитного поля, обусловленных магнитоупругим эффектом.....	197
Заключение.....	201
Библиографический список .....	203

Научное издание

Филатов Владимир Викторович

МАГНИТОРАЗВЕДКА

МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ,  
ИНДУЦИРОВАННАЯ И ЕСТЕСТВЕННАЯ  
ОСТАТОЧНАЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Редактор *Л. В. Устьянцева*  
Компьютерная верстка *Н. Д. Вдовичак*  
Дизайн обложки *Л. А. Болотнова*

Подписано в печать 10.11.2008 г. Формат 60× 84 1/16.  
Гарнитура Times New Roman. Печ. л. 14,75.  
Уч.-изд. л. 14,0. Тираж 200. Заказ

Издательство УГГУ  
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30  
Уральский государственный горный университет

Отпечатано с оригинал-макета