

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Геолого-геофизический факультет
Кафедра геофизики

А. В. ЛАДЫНИН

**ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ
В ЗАДАЧАХ ГЕОЛОГИИ**

Учебное пособие

Новосибирск
2008

УДК 550.83
ББК Д443.4 я 73–1

Л157 **Ладынин А. В.** Потенциальные геофизические поля в задачах геологии: Учеб. пособие / Новосибирский гос. ун-т. Новосибирск, 2007. 264 с.

Пособие предназначено студентам-геологам разных специальностей, изучающим курс "Геофизические методы исследований".

В книге с позиций теории поля изложены физические основы геофизических методов, использующих потенциальные геофизические поля – гравиразведки, магниторазведки и электроразведки. Общие для них свойства полей являются темами первых двух глав – "Основы теории поля" и "Гармонический анализ полей".

Три следующие главы посвящены гравитационному и геомагнитному полям и основным методическим положениям методов гравиразведки и магниторазведки.

Последние две главы содержат сведения об электромагнитных полях и различных методах электроразведки.

Учебное пособие рекомендуется студентам-геофизикам второго курса в изучении дисциплины "Гравиразведка и магниторазведка", а также старшекурсникам для изучения в конце бакалаврского цикла спецкурса "Региональная геофизика".

Учебное пособие подготовлено при поддержке Инновационного образовательного гранта Рособразования № 456 от 05 июня 2007 г.

Рецензент
д-р геол.-минерал. наук А.Д. Дучков

© Новосибирский государственный университет, 2008
© Ладынин А.В., 2008

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие соответствует программе курса "Геофизические методы исследований" в части, относящейся к методам гравиразведки, магниторазведки и электроразведки. По первым двум методам материал книги в значительной степени перекрывает содержание курса "Гравимагниторазведка". Основные разделы учебного пособия могут служить справочным материалом для студентов, слушающих спецкурс "Региональная геофизика" в 7-м семестре.

Внимание студентов акцентируется на общих закономерностях распределения геофизических полей (гравитационного, магнитного, электрического, электромагнитного) в связи с распределением соответствующих физических свойств горных пород. Раздел о физических свойствах горных пород изложен в учебном пособии автора "Петрофизика" (2002 г.). В предлагаемом издании рассмотрены принципы геофизических методов, в теоретическом описании которых используются представления теории поля. Это большинство геофизических методов, за исключением сейсмических (основанных на теории распространения упругих волн) и ядерно-геофизических (основанных на теории переноса излучения). По этим двум разделам имеются учебные пособия (В. М. Куликов "Сейсморазведка" и М. А. Федорин "Основы ядерной геофизики"). По другим разделам имеющиеся пособия устарели; обновление требуется и по причине исчерпания запасов тиража.

Учебное пособие начинается главами "Основы теории поля", в которой изложены необходимые общие сведения о полях – потенциальных, векторных и основные соотношения теории, используемые в геофизических методах.

Вторая глава также содержит общие для разных методов геофизики основы теории преобразований Фурье и представление геофизических полей рядами по сферическим функциям. В геофизике имеются глобальные задачи, связанные с выявлением региональных и глобальных закономерностей геофизических явлений. В гравиметрии и геомагнетизме, кроме того, представление полей гармоническими рядами служит для анализа составляющих полей разного

уровня региональности, в частности, для разделения гравитационного и магнитного полей Земли на нормальные и аномальные составляющие.

Следующие две главы (III и IV) посвящены гравитационному и магнитному полям Земли. Они построены по единому плану. Рассматриваются:

- основы теории данного физического поля Земли;
- закономерности его распределения в пространстве (особенно на земной поверхности);
- закономерности вариаций поля во времени;
- определение и способы вычисления аномалий;
- методы измерения этих полей и принципы действия основных типов измерительной аппаратуры.

В V главе "Гравиразведка и магниторазведка" с единых позиций рассматривается методика гравиметрических и магнитных съемок разных видов и масштабов, а также основные методы интерпретации геофизических аномалий при решении различных геологических задач, в том числе с использованием данных, полученных другими методами. Эта глава изложена подробнее других, так как ее содержание предназначено не только студентам-геологам, изучающим курс "Геофизические методы исследований", но и студентам-геофизикам в изучении курса "Гравимагниторазведка".

Главы VI и VII посвящены электромагнитным полям и методам электроразведки. Этих методов очень много. А так как студентам-геологам, которым, в основном, предназначена эта книга, самим не придется проводить полевые исследования, материал содержит только принципиальные положения, необходимые для понимания значения электромагнитных методов в решении разнообразных геологических задач, для постановки исследований и оценки их геофизических и геологических результатов. Поэтому редко используемые методы электроразведки не рассматривались.

В учебном пособии формулы, рисунки и таблицы пронумерованы отдельно в каждой главе. Ссылки из других глав даны по полному номеру, например (IV.7), а внутри главы – по внутреннему номеру.

Список рекомендованной литературы включает основные учебники, учебные пособия и справочники по рассматриваемым в книге методам.

ГЛАВА I. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Основные определения

Поле принято называть физической величиной, если функция, описывающая ее распределение в пространстве, является непрерывной (дифференцируемой) почти везде – за исключением границ раздела, на которых скачкообразно изменяются некоторые характеристики среды, порождающей поле.

В геофизике многие величины можно описывать как поля. Это пространственные характеристики гравитации, геомагнетизма, электромагнетизма, температуры, течения вязкой жидкости и др.

Поля могут быть скалярными и векторными. Иногда говорят о тензорных полях, как поле механических напряжений в твердой среде; здесь они не рассматриваются.

В скалярном поле $a(x, y, z)$ каждой точке пространства соответствует число. При переходе от одной системы координат (x, y, z) к другой (x', y', z') скалярная функция не меняется:

$$a(x, y, z) = a(x', y', z'). \quad (I.1)$$

В векторном поле $A(x, y, z)$ в каждой точке определен вектор, который характеризуется модулем и направлением. Вектор $A(x, y, z)$ можно задать его проекциями a_x, a_y, a_z на координатные оси:

$$A(x, y, z) = \mathbf{i} a_x + \mathbf{j} a_y + \mathbf{k} a_z, \quad (I.2)$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные векторы по осям координат (орты). Совокупность скалярных функций a_x, a_y, a_z в пространстве полностью определяет векторное поле в заданной системе координат.

При изменении координатных осей на (x', y', z') векторное поле преобразуется:

$$\begin{aligned} a_{x'} &= a_x \cos(x, x') + a_y \cos(y, x') + a_z \cos(z, x'), \\ a_{y'} &= a_x \cos(x, y') + a_y \cos(y, y') + a_z \cos(z, y'), \\ a_{z'} &= a_x \cos(x, z') + a_y \cos(y, z') + a_z \cos(z, z'). \end{aligned} \quad (I.3)$$

Смысл этой процедуры состоит в проецировании компонент вектора A (a_x, a_y, a_z) на направления новых ортов.

Формулы (1) и (3) являются соотношениями инвариантности для скалярного и векторного полей соответственно. Если для какого-то скаляра или вектора они не верны, то соответствующие величины не образуют полей. Например, проекция любой векторной функции на координатную ось, являясь скалярной величиной, не образует поля, так как условие (1) не выполняется.

Многие физические поля можно описывать с помощью скалярных и векторных характеристик. Например, поле температуры – скалярное, а поле градиента температуры – векторное. Измеряемым характеристикам гравитационного и магнитного полей – векторным величинам (напряженности поля) можно поставить в соответствие гравитационный или магнитный потенциалы – скалярные поля. Кроме координат точки, поля могут зависеть от времени. Такие поля называются переменными, в их изучении важно не только распределение поля в пространстве, но и его изменение во времени в конкретных точках.

Элементом векторного поля A можно считать скалярное поле его модуля $A = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Многие величины в пространственных координатах, если они принципиально разрывные, полями не являются, например, рельеф земной поверхности и границ тел и слоев в земной коре, пространственное распределение физических свойств горных пород – примеров можно приводить много. Но если распределение таких величин как-то сгладить, к ним можно применять соотношения теории поля.

Такое определение поля предполагает, что для изучения любого поля можно использовать методы векторного анализа.

В теории поля устанавливаются связи между величинами, характеризующими поле с целью выявления его источников. В основе подхода – изучение поведения поля в малых элементах пространства. Используются методы решения уравнений в частных производных. Такой подход позволяет обнаруживать общие закономерности полей разной физической природы.

Линия, в каждой точке которой вектор, описывающий поле, является касательным к ней, называется *векторной линией*. Пример –

линии тока векторного поля. В однородном поле векторные линии параллельны и эквидистантны.

В теории поля большую роль играет *радиус-вектор* – отрезок прямой линии, соединяющий две точки и направленный от начала M к концу A . Он обычно обозначается \mathbf{R} (или \mathbf{r}). Если координаты точек $M - (x_0, y_0, z_0)$ и $A - (x, y, z)$, то радиус-вектором точки A относительно M является

$$\mathbf{R} = \mathbf{i}(x - x_0) + \mathbf{j}(y - y_0) + \mathbf{k}(z - z_0).$$

Модуль $R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$, направление задается углами α, β, γ с направляющими косинусами:

$$\cos \alpha = \frac{x - x_0}{R}; \cos \beta = \frac{y - y_0}{R}; \cos \gamma = \frac{z - z_0}{R}.$$

В теории поля встречаются функции радиус-вектора и их производные по координатам. Для $f(R)$ производные по одноименным координатам начала и конца различаются знаками: $\frac{\partial f(R)}{\partial x} = -\frac{\partial f(R)}{\partial x_0}$. Такие же соотношения справедливы для других координат.

Операции с векторами

1. Умножение вектора \mathbf{a} на скаляр c : $\mathbf{d} = c \mathbf{a}$; вектор \mathbf{d} направлен по \mathbf{a} , если $c > 0$, и противоположно \mathbf{a} , если $c < 0$.

2. Сумма произведений одноименных проекций двух векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} называется *скалярным произведением* $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ этих векторов:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z. \quad (I.4)$$

Геометрический смысл скалярного произведения:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a b \cos \theta, \quad (I.5)$$

где θ – угол между векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} ; его обозначают $\theta = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$.

Из определения (4) следует условие коммутативности скалярного произведения: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$. Скалярное произведение векторов подчиняется также распределительному закону: $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$.

Векторы, которые параллельным переносом можно совместить с прямой, называются коллинеарными.

Любые два вектора параллельным переносом одного из них можно совместить в одной плоскости. Такие векторы называются компланарными.

3. *Векторным произведением* $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ называется вектор \mathbf{c} :

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{i}(a_y b_z - a_z b_y) + \mathbf{j}(a_z b_x - a_x b_z) + \mathbf{k}(a_x b_y - a_y b_x). \quad (I.6)$$

Из этого равенства следует антикоммутативность векторного произведения: $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$. Распределительный закон для векторного произведения имеет вид: $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{c}$.

Геометрический смысл векторного произведения поясним для случая, когда векторы \mathbf{a} и \mathbf{b} лежат в плоскости (xOy) так, что направление орта \mathbf{k} (оси z) образует с векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} систему пальцев правой руки – большого, указательного, среднего: $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{k} a b \sin \theta$; $\theta = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$. Модуль вектора $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ равен площади параллелограмма, построенного на векторах \mathbf{a} и \mathbf{b} ; направление вектора $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ нормально к плоскости этого параллелограмма по правилу правой руки. Другое обозначение векторного произведения – $[\mathbf{a} \mathbf{b}]$ – использоваться не будет, только при необходимости выделения векторного произведения скобками будут применяться квадратные скобки.

Для ортов справедливы следующие соотношения:

$$\mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}; \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{i}; \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{k}.$$

Форма векторного произведения запоминается с помощью записи в виде определителя:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}. \quad (I.7)$$

4. Смешанное произведение трех векторов $\mathbf{c} \cdot [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]$ можно представить определителем

$$\mathbf{c} \cdot [\mathbf{a} \times \mathbf{b}] = \begin{vmatrix} c_x & c_y & c_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}, \quad (I.8)$$

Он раскрывается в виде:

$$\mathbf{c} \cdot [\mathbf{a} \times \mathbf{b}] = c_x (a_y b_z - a_z b_y) + c_y (a_z b_x - a_x b_z) + c_z (a_x b_y - a_y b_x). \quad (I.9)$$

Из формулы (9) следует возможность циклической перестановки векторов в смешанном произведении без изменения его значения:

$$\mathbf{c} \cdot [\mathbf{a} \times \mathbf{b}] = \mathbf{b} \cdot [\mathbf{c} \times \mathbf{a}] = \mathbf{a} \cdot [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]. \quad (\text{I.10})$$

5. Двойное векторное произведение $\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]$ это вектор, который лежит в плоскости векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} ; его можно представить в виде линейной комбинации этих векторов с коэффициентами, равными скалярным произведениям вектора \mathbf{c} на каждый из них:

$$\mathbf{c} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}] = (\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}) \mathbf{a} - (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a}) \mathbf{b}. \quad (\text{I.11})$$

В двойном векторном произведении (11) скалярный коэффициент при среднем векторе \mathbf{a} имеет знак плюс, а при крайнем векторе \mathbf{b} знак минус.

Определим понятие *потока вектора*. В векторном поле выберем площадку dS с нормалью \mathbf{n} , малую настолько, что векторное поле на ней однородно. Элементарным потоком dN вектора \mathbf{P} через площадку $dS \mathbf{n}$ будет скалярная величина

$$dN = \mathbf{P} dS \mathbf{n} = P \cdot dS \cos(\mathbf{P}, \mathbf{n}). \quad (\text{I.12})$$

Угол (\mathbf{P}, \mathbf{n}) может быть меньше или больше $\pi / 2$, соответственно, поток будет положительным или отрицательным. Полный поток вектора \mathbf{P} через поверхность S будет выражаться интегралом

$$N = \iint_S (\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}) dS. \quad (\text{I.13})$$

Важен случай замкнутой поверхности:

$$N = \oiint_S (\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}) dS. \quad (\text{I.14})$$

Поток вектора положителен, если положительный источник поля находится внутри области S .

Векторные дифференциальные операторы

Смысл векторных дифференциальных операторов поясним для декартовых координат.

1. Скалярное поле $U(x, y, z)$ имеет в каждой точке *градиент*

$$\text{grad}U = \nabla U = \bar{i} \frac{\partial U}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial U}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial U}{\partial z}, \quad (\text{I.15})$$

вектор, направленный по нормали к поверхности уровня U в сторону увеличения U . Значение градиента равно максимальному значению производной $\frac{\partial U}{\partial l}$, а l – направление наибольшего возрастания U в окрестности данной точки.

Формулу (15) можно рассматривать как произведение символического вектора $\nabla = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}$ на скаляр U .

2. Векторное поле $\mathbf{R} (\mathbf{R} = \mathbf{i} X + \mathbf{j} Y + \mathbf{k} Z)$, где X, Y, Z – составляющие \mathbf{R} по координатным осям, имеет *дивергенцию*:

$$\text{div}R \equiv \nabla \cdot \mathbf{R} = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}; \quad (\text{I.16})$$

скаляр, имеющий смысл *расходимости* поля U в данной точке; и *ротор*

$$\text{rot}R \equiv \nabla \times \mathbf{R} = \bar{i} \left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} \right) + \bar{j} \left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right) + \bar{k} \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} \right); \quad (\text{I.17})$$

вектор *вихря* векторного поля, характеризующий степень его закрученности, изменчивости по направлениям.

Оператор ∇ ("набла") можно формально считать вектором, к которому применимы общие правила векторной алгебры: в формулах (15) он умножается на скаляр U , (16) – скалярное, (17) – векторное произведение векторов ∇ и \mathbf{R} .

Для дивергенции справедлива формула Остроградского:

$$\int_V \text{div} \bar{R} dV = \oint_S (\bar{R} \cdot \bar{n}) dS, \quad (\text{I.18})$$

где $(\bar{R} \cdot \bar{n})$ – проекция вектора \mathbf{R} на направление нормали \mathbf{n} к замкнутой поверхности S , ограничивающей объем V .

Дивергенция (расходимость) векторного поля в любом объеме равна потоку вектора через замкнутую поверхность, ограничивающую этот объем. Эту формулу можно считать определением дивергенции (при $V \rightarrow 0$).

Для ротора есть формула Стокса:

$$\int_S (\text{rot} \vec{R} \cdot \vec{n}) dS = \oint_L \vec{R} \cdot d\vec{l}. \quad (I.19)$$

Она показывает, что поток вихря векторного поля через произвольную поверхность равен циркуляции этого векторного поля по замкнутому контуру, который ограничивает данную поверхность. Это может служить определением для ротора (в случае $S \rightarrow 0$).

Таким образом, каждому скалярному полю (U) может быть поставлено в соответствие векторное поле (U), а векторному (\mathbf{R}) – скалярное ($\nabla \cdot \mathbf{R}$) и другое векторное поле ($\nabla \times \mathbf{R}$).

Для любого скалярного поля U имеет место тождество

$$\nabla \times (\nabla U) \equiv \text{rot} (\text{grad} U) \equiv 0. \quad (I.20)$$

Это легко показать в прямоугольных координатах из сравнения формул (17) и (2): подставив в (17) вместо X , Y и Z производные U по координатам, получим, что все составляющие ротора по этим координатам тождественно равны нулю.

Для любого поля векторного поля \mathbf{P} справедливо тождество:

$$\nabla [\nabla \times \mathbf{P}] \equiv \text{div} (\text{rot} \mathbf{P}) \equiv 0. \quad (I.21)$$

Оно выводится из выражений (16) и (17).

Еще одно тождество можно записать в двух формах:

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{P}] \equiv \nabla (\nabla \cdot \mathbf{P}) - \nabla^2 \mathbf{P} \text{ или } \text{rot rot} \mathbf{P} \equiv \text{grad div} \mathbf{P} - \nabla^2 \mathbf{P}, \quad (I.22)$$

где ∇^2 – векторный оператор Лапласа:

$$\nabla^2 P = \vec{i} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \vec{j} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \vec{k} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}. \quad (I.23)$$

Тождество (22) используется для составления уравнений электромагнитных полей из фундаментальных уравнений Максвелла, чтобы полученные уравнения содержали по одной переменной поля в каждом уравнении.

Простые модели полей

1. **Потенциальное** (безвихревое) поле удовлетворяет уравнению $\text{rot} \mathbf{R} = 0$. Учитывая тождество (20), можно сказать, что это любое поле градиента: $\mathbf{R} = \text{grad} U$. Указанные признаки потенциального поля – $\text{rot} \mathbf{R} = 0$ и $\mathbf{R} = \text{grad} U$ являются эквивалентными, из одного признака следует другой.

Условиям потенциальности удовлетворяют многие измеряемые в геофизике поля – гравитационное, геомагнитное, электростатическое, поле постоянного тока, тепловое.

2. **Соленоидальное** (несжимаемое) поле – это поле вихря другого векторного поля: $\mathbf{R} = \text{rot} \mathbf{P}$; согласно тождеству (21) $\text{div} \mathbf{R} = 0$. Указанные признаки соленоидального поля: $\text{div} \mathbf{R} = 0$ и $\mathbf{R} = \text{rot} \mathbf{P}$ эквивалентны. В соленоидальном поле поток вектора \mathbf{R} через замкнутую поверхность S равен

$$\oiint (\mathbf{R} \cdot \mathbf{n}) dS = Q = 0. \quad (I.24)$$

Случай $Q > 0$ означает наличие *источника* поля, в случае $Q < 0$ говорят о существовании *стока* поля. Поля в окрестностях источников и стоков – не соленоидальные.

3. **Потенциальное несжимаемое** поле удовлетворяет уравнениям $\text{div} \mathbf{R} = 0$ и $\text{rot} \mathbf{R} = 0$; второе уравнение по тождеству (20) означает, что $\mathbf{R} = \text{grad} U$, а из первого следует (по определению *grad* и *div*):

$$\text{div grad} U \equiv \nabla \cdot \nabla U = \nabla^2 U = 0. \quad (I.25)$$

Это уравнение Лапласа:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}. \quad (I.26)$$

Функции, удовлетворяющие такому уравнению, называются гармоническими. К этому классу относятся многие геофизические функции вне областей, содержащих источники полей: гравитационный, магнитный и скалярный электрический потенциалы, тепловое поле и др.

ГЛАВА II. ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛЕЙ

Общие сведения

Гармонический анализ как описание функций поля в виде суммы периодических слагаемых (гармоник) играет большую роль в разных разделах геофизики. Базисными функциями для такого представления полей служат: на линии или плоскости интегралы Фурье, а на сферической поверхности – полиномы Лежандра.

Гармонический анализ позволяет решать следующие задачи:

1) преобразовывать поле, заданное в пространственных координатах, в спектр – функцию пространственной частоты ($\omega = 2\pi / L$, L – длина волны конкретной гармоник); это позволяет хранить информацию в компактном виде в форме электронных таблиц;

2) выделить в поле набор наиболее интенсивных гармоник, составляющих главную часть поля или *нормальное* поле; оставшаяся часть обычно представляет особый интерес, как *аномальное* поле;

3) сравнивать для конкретного поля коэффициенты общих гармоник в рядах разной длины, полученных в разное время по различающимся объемам исходных данных о поле;

4) анализировать поля, синтезированные из разных наборов гармоник, для содержательных суждений об их природе;

5) сравнивать по соотношению геометрических сумм конкретных гармоник поля одного вида у разных объектов, например, планет Солнечной системы, что позволяет получить важную информацию о строении этих тел и природе разных гармоник поля;

6) сравнивать по соотношению геометрических сумм конкретных гармоник различные поля одного и того же объекта (например, Земли, других планет, Луны) для получения сведений о физической природе этих полей.

Для одномерных полей, например, профилей с данными гравиметрии или магниторазведки (или двумерных – с аналогичными данными на плоскости), используется Фурье-анализ. Далее рассматривается одномерный вариант такого анализа, что не нарушает общности смысла коэффициентов Фурье.

Преобразование Фурье

Соотношения

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) \cdot e^{-i\omega x} dx; \quad (I.27)$$

$$F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega x} d\omega$$

называются преобразованиями Фурье. Эти две формулы представляют прямое и обратное преобразования Фурье. Функция $S(\omega)$ пространственной или временной частоты ω называется Фурье-образом или частотным спектром функции $F(x)$. Спектр характеризует соотношение амплитуд бесконечного множества бесконечно малых синусоидальных компонент, составляющих в сумме непериодический сигнал $F(x)$. Операция преобразования Фурье математически записывается так: $S(\omega) = F\{F(x)\}$, где F – символ прямого преобразования Фурье.

Свойства спектра непериодической функции:

- 1) спектр непрерывен;
- 2) область допустимых значений аргумента: $-\infty < \omega < \infty$;
- 3) действительная часть спектра – четная функция частоты, мнимая часть спектра – нечетная функция, что позволяет использовать одну половину спектра: $0 < \omega < \infty$.

Прямое и обратное Фурье-преобразования непрерывной и интегрируемой функции двух переменных выражаются соотношениями:

$$S(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) e^{-i(ux+vy)} dy dx; \quad (II.28)$$

$$F(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(u, v) e^{i(ux+vy)} du dv. \quad (II.29)$$

Здесь x, y – координаты в плоскости объекта; u, v – пространственные частоты – координаты в спектральной плоскости. Соотношения (28) и (29) эквивалентны соотношениям (27) для одномерного случая. Формулы для двумерного преобразования Фурье применяются в анализе гравитационных и магнитных аномалий, опреде-

ленных на земной поверхности, которая в первом приближении считается плоскостью.

Преобразование Фурье обратимо и однозначно, то есть, зная Фурье-образ, можно определить исходную функцию – оригинал. В сокращенной записи: $F(x) = F^{-1}\{S(\omega)\}$, где F^{-1} – символ обратного преобразования Фурье. Заметим, что функция имеет преобразование Фурье, если она однозначна и интегрируема, т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(x)| dx < \infty.$$

Преобразование Фурье (в одномерном случае) имеет следующие важные свойства (табл. 1).

Таблица 1

Свойства преобразований Фурье

Свойство	Функция	Фурье-образ
Линейность	$a g(x) + b h(x)$	$a G(\omega) + b H(\omega)$
Сдвиг	$h(x - x_0)$	$H(\omega) \exp(-i \omega x_0)$
Масштабирование	$(1 / a) h(x / a)$	$H(a \omega)$
Теорема свертки	$g(x) * h(x)$	$G(\omega) H(\omega)$

В этой таблице и дальше функции пространственной (или временной) переменной x обозначаются строчными буквами, а их Фурье-образы – прописными.

Еще одно важное свойство устанавливается теоремой Парсеваля для двух функций $g(x)$ и $h(x)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x) * h(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) H(\omega) d\omega. \quad (II.30)$$

Если положить $g(x) = h(x)$, то теорема Парсеваля сводится к теореме для энергии

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega. \quad (II.31)$$

Выражение (31) – это формулировка закона сохранения энергии в двух областях: слева стоит полная энергия поля, поэтому функция $E(\omega) = |H(\omega)|^2$ описывает распределение энергии по частоте для сигнала $h(x)$ и называется спектральной плотностью энергии.

С помощью выражений

$$\begin{aligned} |H(\omega)| &= [\text{Re}^2 H(\omega) + \text{Im}^2 H(\omega)], \\ q(\omega) &= \arctg [\text{Im} H(\omega) / \text{Re} H(\omega)] \end{aligned} \quad (II.32)$$

вычисляются амплитудный и фазовый спектры сигнала $h(x)$.

Сферические функции

Большой геофизический интерес представляют поля, заданные в сферических координатах ρ, φ, λ (ρ – радиус, φ – широта, λ – долгота; вместо широты φ , отсчитываемой от экватора, часто используют полярное расстояние θ ; $\cos \theta = \sin \varphi$).

Многие геофизические величины являются функциями обратного расстояния $\frac{1}{r^n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), где r – расстояние от точки определения поля до произвольной точки источника. Например, гравитационный потенциал точечной массы M равен $V = G \frac{M}{r}$ (G – гравитационная постоянная); магнитный потенциал диполя с моментом M равен $U = \mu_0 \frac{M}{r^2}$ (μ_0 – магнитная постоянная).

Функция $\frac{1}{r}$ в области, ограниченной сферической поверхностью, может быть выражена в виде:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho \sqrt{1 - 2 \frac{\rho_1}{\rho} \cos \gamma + (\frac{\rho_1}{\rho})^2}}, \quad (II.33)$$

где ρ_1 и ρ – радиусы текущей точки (в области масс) и точки определения потенциала; γ – угол между ними.

Функция $1 / r$ является производящей для полиномов Лежандра $P_n(\cos \gamma)$:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho \sqrt{1 - 2 \frac{\rho_1}{\rho} \cos \gamma + (\frac{\rho_1}{\rho})^2}} = \frac{1}{\rho} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho_1}{\rho}\right)^n P_n(\cos \gamma). \quad (II.34)$$

Потенциал притяжения точечной массы принимает вид

$$V = GM \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho_1^n}{\rho^{n+1}} P_n(\cos \gamma). \quad (\text{II.35})$$

В общих соотношениях используем переменную $x: P_n(x)$. Они даны без вывода.

Для вычисления $P_n(x)$ служит формула Родрига:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{\partial^n (x-1)^n}{\partial x^n}. \quad (\text{II.36})$$

Рекуррентная формула позволяет вычислить полином степени $(n+1)$, если известны значения полиномов степеней n и $(n-1)$:

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x). \quad (\text{II.37})$$

В представлении геофизических полей сферическими функциями используются присоединенные полиномы Лежандра, которые связаны с полиномами Лежандра соотношением

$$P_n^m(x) = (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m P_n(x)}{dx^m}. \quad (\text{II.38})$$

Функция вида $\rho^n Y(\theta, \lambda)$, заданная в объеме шара, называется шаровой функцией. Она является гармонической, если функция $Y_n(\theta, \lambda)$ – сферическая функция степени n вида

$$Y_n(\theta, \lambda) = P_n^m(\cos \theta)(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda). \quad (\text{II.39})$$

Эта функция определена на сфере единичного радиуса.

Оператор Лапласа в сферических координатах имеет вид

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2}.$$

Шаровая функция $U(\rho, \theta, \lambda) = f(\rho) \cdot Y_n(\theta, \lambda)$ является гармонической и для нее можно записать уравнение Лапласа в сферических координатах

$$Y_n(\theta, \lambda) \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho^2 \frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho} \right] + f(\rho) \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial Y_n(\theta, \lambda)}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y_n(\theta, \lambda)}{\partial \lambda^2} \right\} = 0. \quad (\text{II.40})$$

В уравнении (40) можно провести разделение переменных: разделим обе части на $f(\rho) \cdot Y_n(\theta, \lambda)$, оставим в левой части слагаемое, зависящее от радиуса ρ , а вправо перенесем члены с угловыми координатами. Теперь первое слагаемое с обратным знаком равно сумме других слагаемых, а поскольку две части такого равенства зависят от разных переменных, то они равны константе C , которая определяется из первого уравнения

$$\frac{1}{f(\rho)} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho^2 \frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho} \right] = C. \quad (\text{II.41})$$

Решение этого уравнения: $f(\rho) = A\rho^n + B\frac{1}{\rho^{n+1}}$.

В исследованиях полей, обусловленных источниками внутри Земли, как гравитационный потенциал, важно первое слагаемое этого решения, а в изучении, например, внешнего магнитного поля используется второе слагаемое.

Подставив $f(\rho) = \rho^n$ в (41), получим: $C = n(n+1)$.

Уравнение для угловых переменных приобретает вид:

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial Y_n(\theta, \lambda)}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y_n(\theta, \lambda)}{\partial \lambda^2} + n(n+1)Y_n(\theta, \lambda) = 0.$$

Сферическую функцию $Y_n(\theta, \lambda)$ можно представить в виде линейной комбинации одночленов $P_n(\theta) \cdot L_n(\lambda)$; в таком виде и будем искать частное решение этого уравнения (для краткости аргументы P_n и L_n опускаем):

$$\frac{L_n}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial P_n}{\partial \theta} \right) + \frac{P_n}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 L_n}{\partial \lambda^2} + n(n+1)P_n L_n = 0.$$

В этом уравнении тоже разделяются переменные, если его разделить на $\frac{P_n L_n}{\sin^2 \theta}$. Чтобы сферический полином имел вид (39), обе части уравнения должны быть константами $C_1 = m^2$ (m – целое положительное число). Заменив $\sin^2 \theta$ на $1 - \cos^2 \theta$ и обозначив $\cos \theta = x$, получаем основные уравнения для сферических полиномов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L_n}{\partial \lambda^2} + m^2 L_n &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[(1-x^2) \frac{\partial P_n}{\partial x} \right] + [n(n+1) - \frac{m^2}{1-x^2}] P_n &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

Первое уравнение есть уравнение гармонических колебаний, его решение для любых действительных значений m имеет вид

$$L_n(\lambda) = A \cos m\lambda + B \sin m\lambda.$$

Из уравнения (42) получается формула Родрига (36), по которой вычисляются сферические функции.

Заметим, что порядок производной m в формуле (38) не может быть больше степени n полинома Лежандра. Поэтому n и m называют *степенью* и *порядком* сферических функций.

Приведем вид первых членов полиномов – для $n = 0-3$ (с обратной заменой $x = \cos \theta$); это полиномы Лежандра без верхнего индекса ($m = 0$) и присоединенные полиномы Лежандра с $m > 0$:

$$P_0(\cos \theta) = 1;$$

$$P_1(\cos \theta) = \cos \theta; \quad P_1^1(\cos \theta) = \sin \theta;$$

$$P_2(\cos \theta) = (3\cos^2 \theta - 1)/2; \quad P_2^1(\cos \theta) = 3\cos \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta};$$

$$P_2^2(\cos \theta) = 3(1 - \cos^2 \theta);$$

$$P_3(\cos \theta) = (5\cos^3 \theta - 3\cos \theta)/2;$$

$$P_3^1(\cos \theta) = \frac{3}{2}(5\cos^2 \theta - 1)\sqrt{1 - \cos^2 \theta};$$

$$P_3^2(\cos \theta) = 15\cos \theta (1 - \cos^2 \theta);$$

$$P_3^3(\cos \theta) = 15\sqrt{1 - \cos^2 \theta}^3 \dots$$

Напомним, что вместо полярного расстояния θ часто используется широта φ и в значениях P_n вместо $\cos \theta$ ставят $\sin \varphi$.

Отметим важные свойства полиномов Лежандра.

1. Полиномы Лежандра являются функциями, ортогональными на интервале определения $x - 1 \leq \cos \theta \leq 1$. Это значит:

$$\int_{-1}^1 P_n(\cos \theta) P_k(\cos \theta) d \cos \theta = 0 \quad \text{при } k \neq n.$$

$$\text{Условие нормирования: } \int_{-1}^1 [P_n(\cos \theta)]^2 d \cos \theta = \frac{2}{2n+1}. \quad (\text{II.43})$$

2. Присоединенные полиномы Лежандра – также ортогональные функции на интервале определения:

$$\int_{-1}^1 P_n^m(\cos \theta) P_k^m(\cos \theta) d \cos \theta = 0 \quad \text{при } k \neq n.$$

Условие нормирования:

$$\int_{-1}^1 [P_n^m(\cos \theta)]^2 d \cos \theta = \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}. \quad (\text{II.44})$$

Свойство ортогональности полиномов Лежандра имеет большое значение в том, что значения коэффициентов разложения полей по сферическим функциям не зависят от длины ряда (n). Поэтому можно сравнивать коэффициенты в рядах разной длины. Длина ряда зависит от объема входной информации. В настоящее время данных о гравитационном, магнитном, тепловом полях Земли довольно много. Свойство ортогональности позволяет выявлять изменения общих коэффициентов в разложениях полей разных лет в уверенности, что различия имеют естественную природу.

Пусть функция $f(\theta, \lambda)$ разлагается в равномерно сходящийся ряд

$$f(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n(\theta, \lambda),$$

где $Y_n(\theta, \lambda)$ определяется формулой (39).

Форма этого ряда:

$$f(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n P_n(\cos \theta) + \sum_{m=1}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta)].$$

Функции вида $P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda$ и $P_n^m(\cos \theta) \sin m\lambda$ называются *сферическими гармониками*. Очевидно, что при $m = 0$ первые имеют вид $P_n(\cos \theta)$, а вторые равны нулю.

Можно показать, что при интегрировании по поверхности сферы

$$\int_S P_n^2(\cos \theta) dS = \frac{4\pi}{2n+1},$$

а при $n \neq m$

$$\int_S [C_{nm}(\theta, \lambda) \cos m]^2 \lambda dS = \int_S [S_{nm}(\theta, \lambda) \sin m \lambda]^2 dS = \frac{2\pi}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}.$$

Коэффициенты равны:

$$A_0 = \frac{2n+1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} f(\theta, \lambda) P_n^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta d\lambda;$$

$$C_{nm} = \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{2n+1}{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} f(\theta, \lambda) \cos m \lambda P_n^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta d\lambda;$$

$$S_{nm} = \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{2n+1}{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} f(\theta, \lambda) \sin m \lambda P_n^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta d\lambda.$$

Здесь коэффициенты приведены в полностью нормированной форме. В настоящее время почти все представления геофизических полей рядами по сферическим функциям даются в этой форме. Некоторое время назад в геомагнетизме использовалась нормировка А. Шмидта, и небольшая часть специалистов продолжают ее использовать. Нормировка Шмидта отличается от полной нормировки отсутствием первого сомножителя перед интегралами в приведенных выше формулах для коэффициентов.

В формулах для потенциала притяжения (35), магнитного потенциала и др. фигурирует $P_n(\cos \gamma)$, где γ – угол, образованный радиус-вектором точки определения поля относительно оси вращения. В формулах представления полей рядами по сферическим полиномам используются координаты θ, λ ; в них γ ввести трудно.

Далее мы будем обозначать координаты точек определения поля (ρ, θ, λ) , а координаты внутренних точек источников поля $(\rho_1, \theta_1, \lambda_1)$. В описании полей этих источников по ним ведется интегрирование.

Чтобы исключить из описания полей типа формулы (35) $P_n(\cos \gamma)$, применим теорему сложения полиномов Лежандра:

$$P_n(\cos \gamma) = P_n(\cos \theta) P_n(\cos \theta_1) + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta_1) \cos(\lambda - \lambda_1),$$

где $\cos \gamma = \cos \theta \cos \theta_1 + \sin \theta \sin \theta_1 \cos(\lambda - \lambda_1)$. (II.44)

После подстановки $P_n(\cos \gamma)$ в формулу (35) и интегрирования по объему Земли, мы можем вынести за знак интегрирования все члены с переменными, которыми являются координаты точек определения поля. Получим ряд в интересующей нас форме (см. ниже – в разделах о гравитационном и магнитном полях).

ГЛАВА III. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Сила тяжести и ее потенциал

Главным объектом этого раздела является гравитационное поле Земли. В некоторых аспектах представляет интерес сравнение характеристик полей Земли, Луны, других планет земной группы. Для удобства изложение ведется применительно к Земле, но это не нарушает общность обсуждаемых положений.

Силой тяжести называется сила, с которой тело притягивается к Земле. Для краткости (хотя и не строго) силой тяжести часто называют гравитационное ускорение, складывающееся из ускорения притяжения по закону Ньютона и центробежного ускорения, вызванного вращением Земли.

Закон Ньютона описывает притяжение двух масс m_1 и m_2 , разделенных расстоянием r :

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Обозначим массу притягивающей точки через m . Отнесем F к единичной массе притягиваемой точки ($m_2 = 1$). Получим напряженность поля, имеющую размерность ускорения,

$$g = G \frac{m}{r^2}.$$

Сила и ускорение являются векторными величинами. Векторную форму закона Ньютона получим, считая \mathbf{r} радиус-вектором притягиваемой точки P относительно точки M . Так как сила притяжения направлена от P к M противоположно \mathbf{r} ;

$$\mathbf{g} = -G \frac{m}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (\text{III.1})$$

В законе Ньютона и всюду далее G – гравитационная постоянная, $G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$.

В дальнейшем используется следующее соглашение о знаках. Для положительной точечной массы считаем положительными гравитационные эффекты: в распределении потенциала V , ускорения силы тяжести g и ее вертикальных производных V_{zz} , V_{zzz} (для этих производных – значения в эпицентре массы). Это согласуется с вы-

бором положительного направления вниз вертикальной оси декартовой системы координат.

Еще одно соглашение – обозначения координат. В единой системе (x, y, z) координаты точек определения элементов поля обозначим как (x, y, z) , а притягивающих точек – как (ξ, η, ζ) .

Модуль r радиус-вектора \mathbf{r} в этих обозначениях:

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}, \quad (III.2)$$

направляющие косинусы

$$\cos(r, x) = \frac{x - \xi}{r};$$

$$\cos(r, y) = \frac{y - \eta}{r}; \quad (III.3)$$

$$\cos(r, z) = \frac{z - \zeta}{r}.$$

Проекции g на оси

$$g_x = Gm \frac{x - \xi}{r^3};$$

$$g_y = Gm \frac{y - \eta}{r^3}; \quad (III.4)$$

$$g_z = Gm \frac{z - \zeta}{r^3}.$$

Легко убедиться, что g_x, g_y, g_z – это взятые с обратным знаком частные производные по координатам одной функции, называемой потенциалом притяжения

$$W = \frac{Gm}{r}. \quad (III.5)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -Gm \frac{x - \xi}{r^3};$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = -Gm \frac{y - \eta}{r^3}; \quad (III.6)$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = -Gm \frac{z - \zeta}{r^3}.$$

Потенциал имеет смысл работы поля по перемещению положительной единичной массы из бесконечности в данную точку.

Пока речь шла о точечных массах. Земля и все геологические тела являются объемными. Гравитационное поле *аддитивно*: притя-

жение любой совокупности точечных масс равно сумме отдельных эффектов или интегралу – в случае непрерывного распределения масс с плотностью $\sigma(\xi, \eta, \zeta)$.

Потенциал притяжения Землей любой внешней точки равен

$$W(x, y, z) = G \int_v \frac{dm}{r} = G \int_v \sigma(\xi, \eta, \zeta) \frac{dv}{r}. \quad (III.7)$$

Потенциал притяжения имеет следующие свойства:

а) потенциал W и его производные есть однозначные, непрерывные и конечные функции координат вне притягивающих масс;

б) W – функция, регулярная на бесконечности:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} W = 0, \text{ причем } \lim_{r \rightarrow \infty} r W = G M;$$

в) в любой точке вне масс выполняется уравнение Лапласа

$$\Delta W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0, \quad (III.8)$$

тогда как в области, занятой массами с плотностью $\sigma(\xi, \eta, \zeta)$, в любой точке $M(\xi, \eta, \zeta)$ справедливо уравнение Пуассона

$$\Delta W = -4\pi \sigma(\xi, \eta, \zeta). \quad (III.9)$$

Вне притягивающих масс потенциал притяжения и его производные являются гармоническими функциями; для их исследования можно использовать аппарат теории аналитических функций.

Гравитационное поле Земли складывается из притяжения масс и центробежного ускорения из-за ее вращения вокруг оси (рис. 1).

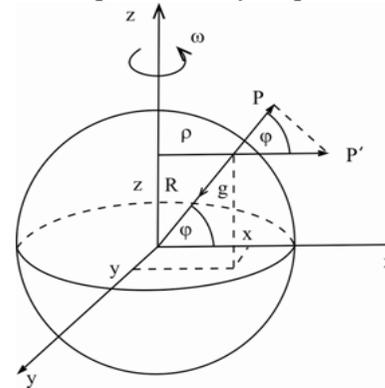


Рис. III.1. Притяжение и центробежное ускорение на поверхности Земли

Притяжение g направлено к центру масс Земли, при сферической симметрии – ее геометрическому центру. Центробежное ускорение относительно оси вращения выражается формулой

$$P' = \omega^2 r_0. \quad (III.10)$$

Оно направлено перпендикулярно оси вращения. В (10) ω – угловая частота суточного вращения, а r_0 – расстояние точки определения поля от оси вращения. В системе координат (x, y, z) с началом в центре Земли и осью z по оси вращения $r_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Ускорение уменьшается на величину P , равную проекции P' на вертикаль: $P = P' \cos \varphi$; φ – широта. Так как $r_0 = R \cos \varphi$, R – радиус Земли, получаем

$$P = \omega^2 R \cos^2 \varphi. \quad (\text{III.11})$$

В картезианских координатах (начало в центре массы Земли, x, y – в плоскости экватора, z – по оси вращения) центробежное ускорение и его составляющие по координатам имеют вид

$$P = \omega^2 \sqrt{x^2 + y^2}; \quad P_x = \omega^2 x; \quad P_y = \omega^2 y; \quad P_z = 0.$$

Можно ввести понятие центробежного потенциала $\Omega(x, y, z)$, частные производные которого равны составляющим центробежного ускорения:

$$\partial \Omega / \partial x = \omega^2 x; \quad \partial \Omega / \partial y = \omega^2 y; \quad \partial \Omega / \partial z = 0. \quad (\text{III.12})$$

Очевидно, что
$$\Omega = \omega^2 \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (\text{III.13})$$

Полная величина ускорения силы тяжести есть векторная сумма ускорения притяжения и центробежного ускорения (обозначим здесь первое как \mathbf{f} ; дальше мы вернемся к обозначению ускорения притяжения и ускорения силы тяжести одной буквой \mathbf{g} ; из контекста всегда понятно, о чем речь): $\mathbf{g} = \mathbf{f} + \mathbf{p}$ или для модуля

$$g = \sqrt{(f_x + p_x)^2 + (f_y + p_y)^2 + f_z^2}. \quad (\text{III.14})$$

Потенциалы W и Ω аддитивны, потенциал силы тяжести равен $V = W + \Omega$ и

$$V(x, y, z) = \int_v \sigma(\xi, \eta, \zeta) \frac{dv}{r} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2). \quad (\text{III.15})$$

Свойства потенциала силы тяжести V отличаются от свойств потенциала притяжения W :

а) V остается однозначной и непрерывной функцией координат притягиваемой точки;

б) V не является регулярным на бесконечности: при $r \rightarrow \infty$ $V \rightarrow \infty$;

в) V удовлетворяет уравнениям Пуассона с различными правыми частями:

$$\begin{aligned} &\text{– вне масс} && \Delta V = \omega^2, \\ &&& \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

$$\text{– в области масс} \quad \Delta V = \omega^2 - 4\pi \sigma(\xi, \eta, \zeta).$$

Вклад центробежного ускорения ухудшает аналитические свойства потенциала силы тяжести и его производных в сравнении с потенциалом притяжения; V – не гармоническая функция.

При разделении гравитационного поля на нормальную и аномальную части мы включаем в первую центробежное ускорение, чтобы аномальное поле (притяжение) можно было интерпретировать как гармоническую функцию.

Так как потенциал V – однозначная и непрерывная функция координат, можно ввести понятие *поверхностей уровня*, т. е. поверхностей с постоянными значениями потенциала: $V = \text{const}$. Приращение потенциала по произвольному направлению l (от одной поверхности с $V = C_1$ к другой с $V = C_2 = C_1 + \Delta V$) равно

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial V}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial V}{\partial z} \Delta z.$$

Так как $\Delta x = \Delta l \cos(l, x)$; $\Delta y = \Delta l \cos(l, y)$; $\Delta z = \Delta l \cos(l, z)$, а составляющие силы тяжести $g_x = \partial V / \partial x$; $g_y = \partial V / \partial y$; $g_z = \partial V / \partial z$, получаем $\Delta V = g \cos(l, g) \Delta l$ или $\Delta V / \Delta l = g_l$.

Если $\cos(l, g) = 0$ (направление l перпендикулярно силе тяжести), $\Delta V = 0$ и $V = \text{const}$. Это значит, что в точках эквипотенциальной поверхности сила тяжести направлена по нормали к этой поверхности. Значение потенциала $V = C_1$ определяет положение поверхности уровня. На Земле поверхность уровня реального потенциала называется геоидом. Обычно используется геоид, константа для которого выбрана так, чтобы он совпадал с невозмущенной поверхностью океанов. От него ведется отсчет высот земной поверхности. Заметим, что определение положения этой поверхности на континентах является непростой геодезической задачей.

Расстояние между поверхностями уровня по нормали к ним равно $\Delta l = \Delta V / g$, что соответствует определению g как градиента потенциала. Сила тяжести направлена в сторону увеличения значений потенциала: $\mathbf{g} = \text{grad } V$.

Гравитационное поле как поле градиента скалярной функции является потенциальным, безвихревым ($\text{rot } \mathbf{g} = 0$) и, кроме того, соленоидальным вне притягивающих масс ($\text{div } \mathbf{g} = 0$).

Кроме ускорения силы тяжести g , являющегося первой производной потенциала, используются вторые и третьи производные:

- горизонтальные градиенты силы тяжести V_{xz}, V_{yz} ,
- вертикальные первый и второй градиенты V_{zz}, V_{zzz} ,
- градиенты кривизны поверхности уровня $V_{xy}, V_{yy} - V_{xx} = V_{\Delta}$.

Размерности этих величин:

$[V_z = g] = \text{м/с}^2$; чаще используются менее крупные единицы: миллигал ($1 \text{ мГл} = 10^{-5} \text{ м/с}^2$) и микрогал ($1 \text{ мкГл} = 10^{-8} \text{ м/с}^2$); гал (Гл) – единица, равная 1 см/с^2 , названа по имени Галилея;

$[V_{xz}] = \text{с}^{-2}$; это единица измерения всех вторых производных потенциала; чаще используют Этвеш (Э), единицу, названную в честь венгерского ученого Л. Этвеша: $1 \text{ Э} = 10^{-9} \text{ с}^{-2}$; кроме того, применяются единицы: $1 \text{ мГл/м} = 10^{-4} \text{ Э}$ и $1 \text{ мГл/км} = 10 \text{ Э}$.

$[V_{zzz}] = \text{м}^{-1}\text{с}^{-2}$; используется также единица 1 мГл/км^2 .

Нормальное гравитационное поле

Для того чтобы аномалии силы тяжести можно было интерпретировать как следствие плотностных неоднородностей в Земле, нормальное гравитационное поле должно включать:

- а) влияние масс Земли с плотностью, зависящей только от радиуса, $\sigma(r)$;
- б) эффект сжатия Земли;
- в) вклад центробежного ускорения.

Последние два эффекта обусловлены вращением Земли: центробежное ускорение – непосредственно, а сжатие – как результат приспособления фигуры Земли к длительному вращению. В этом процессе вещество Земли ведет себя как вязкая жидкость. Равновесная фигура Земли соответствует фигуре вращения жидкой планеты.

Разделить гравитационное поле – потенциал $V(\rho, \varphi, \lambda)$ или ускорение силы тяжести $g(\rho, \varphi, \lambda)$ на компоненты, нормальные на эллипсоиде вращения – $V_0(\varphi)$ или $\gamma(\varphi)$, и аномальные – $T(\rho, \varphi, \lambda)$ или $g(\rho, \varphi, \lambda)$ можно двумя путями.

1. Задать нормальную плотностную модель Земли, ориентировку оси и угловую скорость ее вращения и решить прямую задачу для

потенциала силы тяжести. В этом подходе важна *теорема Стокса*: гравитационное поле на поверхности уровня определяется ее формой, а также массой и угловой скоростью вращения планеты и не зависит от распределения плотности по радиусу.

2. Выделить в реальном гравитационном поле его главную часть с простыми закономерностями изменения на земной поверхности. Это достигается *гармоническим анализом* гравитационного поля, выделением в нем главных гармоник (имеющих наибольшую амплитуду, резко отличающуюся от амплитуд гармоник более высокой степени и порядка).

Поскольку построение плотностной модели Земли является сложной задачей, предпочтительным оказался второй способ.

Он предполагает использование процедуры разложения гравитационного потенциала в ряд по сферическим функциям – полиномам Лежандра.

Потенциал притяжения в точке $P(\rho, \varphi, \lambda)$ равен

$$W(\rho, \varphi, \lambda) = G \int_v \frac{\sigma(\rho, \varphi, \lambda)}{r} dv \quad (\text{III.17})$$

Пусть элемент массы $dm = \sigma(\rho, \varphi, \lambda) dv$ расположен в точке $M(\rho_1, \varphi_1, \lambda_1)$. Необходимо представить в виде ряда величину $1/r$. Эта гармоническая функция является фундаментальным решением уравнения Лапласа. Базисные функции также должны быть гармоническими. Этими свойствами обладают полиномы Лежандра.

Согласно (рис. 2)

$$\frac{1}{r} = 1/\sqrt{\rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos \gamma} \quad (\text{III.18})$$

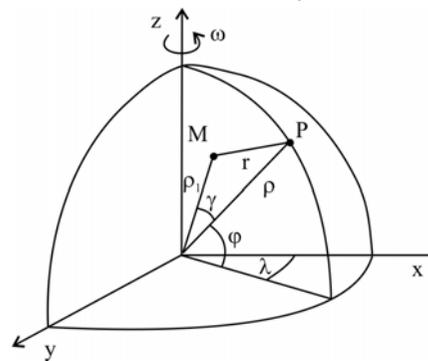


Рис. III.2. Определение $1/r$ в координатах (ρ, φ, λ)

Функция (18) служит *производящей функцией* для полиномов Лежандра:

$$\frac{1}{r} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho^n}{\rho_1^{n+1}} P_n(\cos \gamma). \quad (\text{III.19})$$

Для $\cos \gamma$ справедлива теорема сложения

$$\cos \gamma = \sin \varphi \sin \varphi_1 + \cos \varphi \cos \varphi_1 \cos (\lambda - \lambda_1). \quad (\text{III.20})$$

$P_n (\cos \gamma)$ – полином Лежандра степени n ; n – целое положительное число. Для $P_n (\cos \gamma)$ известна теорема сложения

$$\begin{aligned} P_n (\cos \gamma) &= P_n (\sin \varphi) P_n (\sin \varphi_1) + \\ &+ 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m (\sin \varphi) \cos m \lambda \cdot P_n^m (\sin \varphi_1) \sin m \lambda_1 + \\ &+ 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m (\sin \varphi) \cos m \lambda \cdot P_n^m (\sin \varphi_1) \sin m \lambda_1. \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

Подставив (21) в (19), а результат – в (17), получим

$$\begin{aligned} W(\rho, \varphi, \lambda) &= G \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\rho^n} P_n (\sin \varphi) \int_{\nu} \rho_1 P_n (\sin \varphi_1) \sigma d\nu + \\ &+ G \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{r^n} P_n^m (\sin \varphi) \cos(m\lambda) \frac{2(n-m)!}{(n+m)!} \int_{\nu} \rho_1 P_n^m (\sin \varphi_1) \cos m \lambda_1 \sigma d\nu + \\ &+ G \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{r^n} P_n^m (\sin \varphi) \sin(m\lambda) \frac{2(n-m)!}{(n+m)!} \int_{\nu} \rho_1 P_n^m (\sin \varphi_1) \sin m \lambda_1 \sigma d\nu, \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

где $\sigma = \sigma (\rho_1, \varphi_1, \lambda_1)$ – распределение плотности; $P_n^m (\sin \varphi)$ – присоединенные полиномы Лежандра степени n и порядка m . Обратите внимание: перед интегралами в (22) стоят множители с координатами точки P , в которой определяется поле, а под интегралами – с координатами притягивающих масс. Эти интегралы, называемые постоянными Стокса, зависят не от координат точек измерения поля, а только от распределения масс в Земле.

Их обозначения:

$$\begin{aligned} J_n &= \frac{1}{MR^n} \int_{\nu} \rho_1^n P_n (\sin \varphi_1) \sigma d\nu, \\ C_{nm} &= \frac{2(n-m)!}{MR^n (n+m)!} \int_{\nu} \rho_1^n P_n (\sin \varphi_1) \cos m \lambda \sigma d\nu, \\ S_{nm} &= \frac{2(n-m)!}{MR^n (n+m)!} \int_{\nu} \rho_1^n P_n (\sin \varphi_1) \sin m \lambda \sigma d\nu. \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

В дальнейшем индекс 1 у координат, по которым ведется интегрирование, опустим.

В формуле для (22) слагаемые с C_{nm} и S_{nm} иногда объединяют, так как они мало различаются: C_{nm} соответствует $\cos m \lambda_1$, а S_{nm} – $\sin m \lambda_1$. В формулах (23) постоянные Стокса являются безразмерными: здесь M – масса Земли, R – ее средний радиус. Множители перед интегралами являются нормирующими, их вид соответствует полной нормировке.

Общий вид разложения потенциала притяжения в ряд с использованием коэффициентов Стокса:

$$\begin{aligned} W(\rho, \varphi, \lambda) &= \frac{GM}{\rho} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{\rho}\right)^n J_n P_n (\sin \varphi) + \right. \\ &\left. + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{\rho}\right)^n P_n^m (\sin \varphi) (C_{nm} \cos m \lambda + S_{nm} \sin m \lambda) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

На рис. 3 показано положение на сфере нулевых линий полиномов Лежандра различных степени n и порядка m вместе с распределением знаков сферических функций трех типов:

- а) зональных ($m = 0$);
- б) секториальных ($m = n$);
- в) тессеральных ($0 < m < n$).

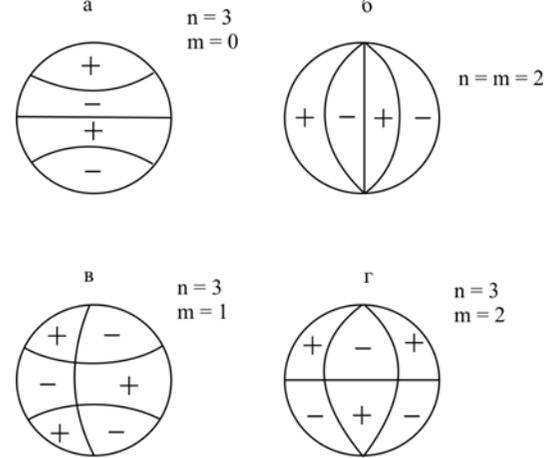


Рис. III.3. Нули и знаки сферических гармоник: зональных (а), секториальных (б), тессеральных (в, г).

С увеличением n увеличивается число нулей-параллелей, а с ростом m возрастает число нулей-меридианов. Нули тессеральных гармоник перераспределяются как на рис. 3 (в, г).

Ряд для потенциала силы тяжести получим добавлением к выражению (24) потенциала центростремительного ускорения

$$\Omega = \frac{\omega^2 \rho^2}{2} \cos^2 \varphi = \frac{\omega^2 \rho^2}{3} [1 - P_2(\sin \varphi)], \quad (\text{III.25})$$

который, как видим, содержит полином Лежандра второй степени.

Путем специального выбора начала и осей координат можно исключить часть первых членов в разложении (24). В явном виде:

1) $n = 0$: $P_0(\sin \varphi) = 1$; $(R / \rho)^0 = 1$; $\int_v \sigma \, dv = M$; как следует из формулы (24), $J_0 = 1$. Это безразмерная масса.

2) $n = 1$: $P_1(\sin \varphi) = \sin \varphi$; $P_1^1(\sin \varphi) = \cos \varphi$; следовательно, $J_1 = \frac{1}{MR} \int_v \rho \cdot \sin \varphi \cdot \sigma \cdot dv$. Учитывая, что $\rho \sin \varphi = \zeta$, имеем: $J_1 = \frac{\zeta_0}{R}$.

Это безразмерная вертикальная (по оси вращения) картезианская координата центра масс Земли. Секториальные коэффициенты C_1^1 и S_1^1 дают координаты центра масс в плоскости экватора:

$$C_1^1 = \frac{1}{MR} \int_v \rho \cos \varphi \cdot \cos m\lambda \cdot \sigma \cdot dv = \frac{\xi_0}{R};$$

$$S_1^1 = \frac{1}{MR} \int_v \rho \cos \varphi \cdot \sin m\lambda \cdot \sigma \cdot dv = \frac{\eta_0}{R}.$$

Если начало сферических координат помещено в центре масс Земли ($\zeta_0 = \eta_0 = \xi_0 = 0$), то $J_1 = C_1^1 = S_1^1 = 0$, т. е. слагаемые с $n = 1$ в разложении (30) пропадают.

3) $n = 2$: $P_2(\sin \varphi) = (3\sin^2 \varphi - 1)/2$; $P_2^1(\sin \varphi) = 3\sin \varphi \cos \varphi$;
 $P_2^2(\sin \varphi) = 3\cos^2 \varphi$.

Подставляя эти величины в (23), после преобразований (они не приводятся) получаем:

$$J_2 = \frac{C - \frac{A+B}{2}}{MR^2}; \quad (\text{III.26})$$

$$C_2^1 = \frac{E}{MR^2}; S_2^1 = \frac{D}{MR^2}; C_2^2 = \frac{B-A}{4MR^2}; S_2^2 = \frac{F}{2MR^2}.$$

Здесь A, B, C – главные моменты инерции Земли относительно осей картезианской системы координат x, y, z ; D, E, F – главные произведения инерции относительно тех же осей. Вспомним, что моменты инерции – конструкции вида $C = \int (\zeta^2 + \eta^2) \sigma \, dv$, а произведения инерции – вида $F = \int \zeta \eta \, dv$; A и B аналогичны C ; D и E аналогичны F с очевидной заменой координат. Если ось z направлена по оси вращения (точнее, по оси главного момента инерции), обращаются в нули произведения инерции D и E , т. е. $C_2^1 = S_2^1 = 0$. Для тела вращения $F = 0$ и $A = B$, т. е. $S_2^2 = 0$ и $C_2^2 = 0$; в разложении остается только слагаемое, которое определяется разностью моментов инерции C и A :

$$J_2 = \frac{C - A}{MR^2}. \quad (\text{III.27})$$

Изучение структуры гравитационного поля Земли путем сравнения амплитуд гармоник (с разными значениями степени n и порядка m) показало, что нормальная модель Земли вполне удовлетворительно представима эллипсоидом вращения. Отклонения от него в экваториальном сечении (трехосность) не больше других отклонений геоида от эллипсоида вращения.

Итак, потенциал силы тяжести Земли, состоящий из потенциала притяжения (24), потенциала центробежного ускорения (25), с учетом смысла коэффициента J_2 , имеет вид

$$V(\rho, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{\rho} \left[1 + \left(\frac{R}{\rho}\right)^2 J_2 \frac{1 - 3\sin^2 \varphi}{2} + \sum_2^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{\rho}\right)^n P_n^m(\sin \varphi) (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \right] + \frac{\omega^2 \rho^2}{2} \cos^2 \varphi. \quad (\text{III.28})$$

Первое слагаемое после раскрытия квадратных скобок представляет собой потенциал шара с массой M , равной массе Земли, в точке с текущим радиусом ρ . Второй член обусловлен сжатием Земли, а последний – центробежным ускорением. Учитывая (25), вторую гармонику потенциала силы тяжести представим в виде:

$$V_2(\rho, \varphi) = GMR^2 J_2 \frac{1 - 3\sin^2 \varphi}{2\rho^2} + \frac{\omega^2 \rho^2}{2} \cos^2 \varphi. \quad (\text{III.29})$$

Эта величина, как видим, изменяется с широтой; она является единственной (в моделях эллипсоида вращения) переменной составляющей нормального гравитационного поля Земли.

Третье слагаемое в квадратных скобках в (24) (с двойной суммой) – это аномальный потенциал T :

$$T(\rho, \varphi, \lambda) = \sum_2^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{\rho}\right)^n P_n^m(\sin\varphi)(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda). \quad (\text{III.30})$$

Для описания центробежной составляющей нормального потенциала вводится константа q , представляющая собой отношение центробежного ускорения к значению силы тяжести на экваторе:

$$q = \frac{\omega^2 R^3}{GM}, \quad (\text{III.31})$$

где R – средний экваториальный радиус Земли.

Нормальный потенциал V_0 с этим обозначением равен

$$V_0(\rho, \varphi) = \frac{GM}{\rho} \left[1 + \frac{R^2}{2\rho^2} (1 - 3\sin^2 \varphi) + \frac{q\rho^3}{2R^3} \cos^2 \varphi \right]. \quad (\text{III.32})$$

Для потенциала V_0 можно определить поверхность уровня $\rho(\varphi)$, на которой потенциал постоянен, $V_0 = \text{const}$. Эту константу (C) зададим в наиболее простой форме как значение потенциала (32) в точке на экваторе ($\varphi = 0$), в которой реальный радиус ρ и средний экваториальный радиус R равны между собой и экваториальной полуоси эллипсоида a : $\rho = R = a$. Из (32) при этих условиях получаем

$$C = \frac{GM}{a} \left(1 + \frac{J_2 + q}{2} \right) \quad (\text{III.33})$$

Приравняв (32) и (33), получим выражение ρ/a через отношение величины в квадратных скобках в (32) к величине в скобках в (33). Оно довольно сложно; упрощение достигается за счет разложения в ряд по малому параметру ($J_2/2 + q/2$). Это малая величина, так как по данным измерений $J_2 = 1,08264 \cdot 10^{-3}$, $q = 3,4614 \cdot 10^{-3}$.

Если удерживаются члены с малыми первого порядка, получаем формулу Клеро

$$\rho(\varphi) = a \left(1 - \frac{3J_2 + q}{2} \sin^2 \varphi \right). \quad (\text{III.34})$$

Это эллипсоид вращения со сжатием α : $\alpha = \frac{a-c}{a} = \frac{3J_2 + q}{2}$, где

a и c – экваториальная и полярная полуоси эллипсоида. В модели "Стандартная Земля-1974" $\alpha = 1/298,256 = 3,3528 \cdot 10^{-3}$. С учетом ма-

лой величины второго порядка (квадрата сжатия α) уравнение эллипсоида (34) преобразуется к виду

$$\rho(\varphi) = a \left(1 - \alpha \sin^2 \varphi + \frac{5}{8} \alpha^2 \sin^2 2\varphi \right). \quad (\text{III.35})$$

В модели "Стандартная Земля-1974" формула (35) имеет численное выражение (в метрах)

$$\rho(\varphi) = 6378139,0 \left(1 - 0,0033528 \sin^2 \varphi + 0,000007 \sin^2 2\varphi \right).$$

Нормальные значения гравитационного ускорения можно получить из выражения (32) дифференцированием потенциала по нормали к уровенной поверхности: $g = dV/dn$, представив, поскольку нормаль не входит в уравнение (32), эту производную в форме

$$g = \frac{dV_0}{d\rho} \cdot \frac{d\rho}{dn} \cong \frac{dV_0}{d\rho}, \quad (\text{III.36})$$

так как $d\rho/dn = \cos(\rho, n)$ изменяется мало – от 0 (при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$) до $6 \cdot 10^{-6}$ (при $\varphi = \pi/4$).

Нормальную формулу первого приближения получим, подставив в производную (36) потенциала (32) выражение для уровенной поверхности в виде (34)

$$\gamma(\varphi) = \frac{GM}{a^2} \left(1 + \alpha - \frac{3}{2} q \right) \left[1 + \left(\frac{5}{2} q - \alpha \right) \sin^2 \varphi \right]. \quad (\text{III.37})$$

Это теорема Клеро для нормального гравитационного ускорения без учета слагаемых с α^2 , αq и меньше. Величина

$$\frac{GM}{a^2} \left(1 + \alpha - \frac{3}{2} q \right) = g_e \quad (\text{III.38})$$

– экваториальное значение нормального ускорения силы тяжести.

Более точная формула для γ , как и (35) для ρ , учитывает малые величины второго порядка:

$$\gamma(\varphi) = g_e \left[1 + \left(\frac{5}{2} q - \alpha - \frac{17}{14} \alpha q \right) \sin^2 \varphi - \left(\frac{5}{8} \alpha q - \frac{\alpha^2}{8} \right) \sin^2 2\varphi \right]. \quad (\text{III.39})$$

Модель нормального поля $\gamma(\varphi)$ WGS-84-EGM-96 (World Geodetic System-1984-Earth Gravity Model-1996) для $\alpha = 1/298,25722$:

$$\gamma(\varphi) = 978032,53 \left(1 + 0,0052576 \sin^2 \varphi - 0,0000058 \sin^2 2\varphi \right). \quad (\text{III.40})$$

Разность полярного и экваториального значений нормального ускорения силы тяжести $g_p - g_e = 5,2$ Гл, в том числе за счет изменения радиуса 6,2 Гл, эффект центробежного ускорения 3,5 Гл, а эффект перераспределения масс вследствие сжатия $-4,5$ Гл. Сжатие имеет вклады противоположных знаков, их сумма 1,7 Гл – вдвое меньше влияния центробежного ускорения.

Коэффициенты нормальных формул силы тяжести типа (40) с появлением новых данных регулярно пересматривались. С 1884 г. предложено более 20 таких формул; из них отметим:

– формулу Гельмерта (1901–1909 гг.) для $\alpha = 1/298,2$:

$$\gamma(\varphi) = 978030 (1 + 0,005302 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2\varphi), \quad (\text{III.41})$$

– формулу Кассини (Международную 1930 г.) для $\alpha = 1/297$:

$$\gamma(\varphi) = 978049 (1 + 0,0052884 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi). \quad (\text{III.42})$$

– формулу "Стандартная Земля, 1974" для $\alpha = 1/298,256$:

$$\gamma(\varphi) = 978032,53(1 + 0,0053269 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi). \quad (\text{III.43})$$

и, разумеется, используемую в настоящее время формулу (40).

Следует заметить, что в формуле Кассини g_e на 16,5 и 19 мГл больше, чем в других формулах. Это было связано с появившейся в 20-х гг. и выявленной в 1964 г. ошибкой в результатах измерений g в исходном пункте мировой гравиметрической сети Потсдаме (Германия), составившей 14 мГл.

Другие коэффициенты в формулах (40–43) различны из-за величины сжатия. В СССР до перехода на формулу 1974 г. использовалась формула Гельмерта (1901–1909 гг.); ее отличие от (40) очень невелико. Переход на новую систему не потребовал пересчета ранее составленных гравиметрических карт, но в других странах, использовавших формулу Кассини 1930 г., эту работу надо было проделать не только из-за различия g_e , что было несложно, но и в связи с разными значениями α .

Нормальные значения вторых производных гравитационного потенциала необходимо знать при их измерениях гравитационными вариометрами ($V_{xz}, V_{yz}, V_{xy}, V_{\Delta} = V_{yy} - V_{xx}$) и градиентометрами ($V_{xz},$

V_{yz}, V_{zz}) и для вычисления аномалий силы тяжести и полного горизонтального градиента силы тяжести G . Эта величина определяется путем измерения или вычисления V_{xz} и V_{yz} и характеризуется модулем G и направлением β :

$$G = \sqrt{V_{xz}^2 + V_{yz}^2}; \quad \beta = \arctg \frac{V_{yz}}{V_{xz}}. \quad (\text{III.44})$$

Для горизонтальных производных требуется вполне определенный выбор координатных осей: x – на географический север, y – на восток, z – вертикально вниз. В этом случае нормальные значения вторых производных равны (вывод опускаем):

$$V_{xy0} = 0; \quad V_{yz0} = 0; \quad (V_{yy0} - V_{xx0}) = 5,1(1 + \cos 2\varphi); \quad V_{xz0} = 8,1 \sin 2\varphi; \\ V_{zz0} = 3085,5 (1 + 0,0007 \cos 2\varphi).$$

Это величины в этвешах (Э). При вычислении аномалий силы тяжести нормальный вертикальный градиент определяется без широтной поправки

$$V_{zz0} = 2\gamma_0 / R = 0,3086 \text{ мГл/м}, \quad (\text{III.45})$$

где R – радиус эквивалентной сферы Земли; γ_0 – нормальное гравитационное ускорение на поверхности эллипсоида.

При измерениях на море (на дне или подводной лодке), в скважинах и шахтах нужно учитывать изменение силы тяжести с глубиной в среде с плотностью σ . На глубине H нормальное значение ускорения равно

$$\gamma(H) = \gamma_0 + (2\gamma_0 / R - 4\pi G \sigma) H. \quad (\text{III.46})$$

Величина $4\pi G \sigma H$ называется поправкой Прея.

Притяжение тел простой формы

Для вычисления поправок требуется иметь формулы, по которым можно вычислить гравитационные эффекты некоторых тел простой формы: шара, сферического и плоского слоев. Эти формулы даны без вывода.

1. Шар; радиус R , плотность $\sigma = \text{const}$, масса $M = (4/3) \pi \sigma R^3$:
а) во внутренних точках ($r \leq R$)

$$V = GM \frac{3R^2 - r^2}{2R^3}; \quad V_z = GM \frac{r}{R^3}; \quad V_{zz} = \frac{GM}{R^3}; \quad (III.47)$$

б) во внешних точках ($r \geq R$)

$$V = \frac{GM}{r}; \quad V_z = \frac{GM}{r^2}; \quad V_{zz} = \frac{2GM}{r^3}. \quad (III.48)$$

2. Сферический слой; толщина $H \ll R$, $\sigma = \text{const}$, $M = 4\pi \sigma H R^2$:

а) во внутренних точках ($r \leq R - H$)

$$V = 4\pi G \sigma H R; \quad V_z = 0; \quad V_{zz} = 0; \quad (III.49)$$

б) во внешних точках ($r \geq R$)

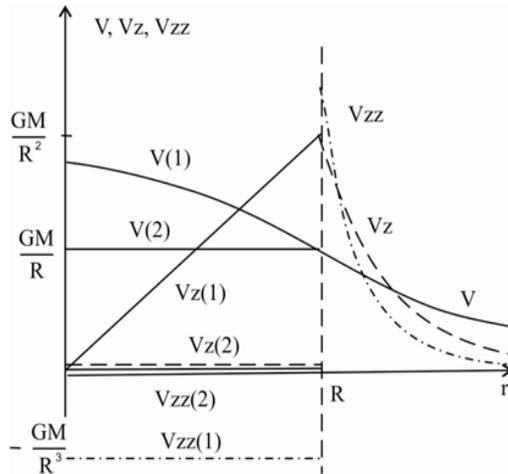
$$V = \frac{GM}{r}; \quad V_z = \frac{GM}{r^2}; \quad V_{zz} = \frac{2GM}{r^3}; \quad (III.50)$$

3. Плоский слой; $\sigma = \text{const}$; H – толщина; z – расстояние до слоя:

$$V = 2\pi G \sigma H z; \quad V_z = 2\pi G \sigma H; \quad V_{zz} = 0. \quad (III.51)$$

На рис. 4 показаны кривые V , V_z и V_{zz} для первых двух моделей.

Рис. III.4. Кривые V , V_z , V_{zz} для шара (1) и сферического слоя (2)



Потенциал V непрерывен для любого тела; для однородного шара при $r = R$ значения V по формулам (47) и (48) равны ($V = GM/R$). Потенциал сферического слоя во внутренних точках ($r \leq R$) не меняется, а все его производные равны нулю, сферический слой внутреннюю точку не притягивает. При $r = R$ значения V по формулам (49) и (50) равны $V = GM/R$ и не отличаются от значений потенциала однородного (в общем случае – сферически симметричного по распределению плотности) шара.

Гравитационные аномалии

Гравитационными аномалиями Δg называются отклонения реального гравитационного поля g от его модели γ , принятой в качестве нормального поля: $\Delta g = g - \gamma$. Однако g и γ относятся к разным точкам. Обычно g измеряется на поверхности Земли (иногда в толще воды, на дне, в скважинах, в шахтах, над земной поверхностью). Во всех случаях g относится к точке наблюдения. Значения γ определены на поверхности сфероида (эллипсоида вращения с малым сжатием). Разность высот между ними определяется высотой точки наблюдения над геоидом (уровнем моря) h и высотой геоида над сфероидом ζ .

Из-за большого вертикального градиента силы тяжести это различие высот существенно во всех приложениях гравиметрии. Появляется необходимость *приведения* g и γ в одну точку: или g к поверхности сфероида, или γ в точку измерения g .

Концепция аномалий требует исключения масс, которые не являются объектами изучения. Нас интересуют плотностные неоднородности в Земле. Некоторые из них, связанные с рельефом земной поверхности, такими объектами не являются. Их влияние нужно исключить вместе с нормальным полем. Конструирование масс, подлежащих исключению, называется *регуляризацией* нормальной модели Земли. Обе процедуры – приведение и регуляризация – решают *редукционную проблему*. Система поправок для получения аномалий данного вида называется *редукцией силы тяжести*.

Редукционная проблема возникла в геодезической гравиметрии. Это нашло отражение в трактовке смысла редукций в учебной и справочной литературе по гравиразведке, хотя геодезические и геологические требования к гравитационным аномалиям различны.

Перед гравиметрией в геодезии стоит задача определения фигуры Земли: сжатия α , высот геоида ζ . Сжатие оценивается по величине J_2 . Высоты геоида определяются отношением аномального потенциала T к нормальной силе тяжести γ – формулой Брунса

$$\zeta = \frac{T}{\gamma}. \quad (III.52)$$

Однако по этой формуле нельзя вычислить ζ , так как T не измеряется. Конструктивной является формула Стокса

$$\zeta = \frac{1}{4\pi R \gamma} \int_S \Delta g(\varphi, \lambda) S(\varphi) ds, \quad (III.53)$$

где Δg – аномалии силы тяжести, $S(\varphi)$ – тригонометрическая функция Стокса. Интегрирование ведется по всей поверхности Земли S .

Источник гравитационных аномалий Δg и высот геоида – плотностные неоднородности в Земле. Но неоднородности с размерами (длиной волны) менее 200 км для геодезии являются, в сущности, помехами, тогда как в геологии они – объекты изучения. Поэтому не удивительно различие геодезических и геологических требований к редукциям и аномалиям.

Геодезические требования к аномалиям – для их использования в интеграле Стокса (53) сводятся к тому, чтобы:

- 1) аномалии были заданы на геоиде;
- 2) вне геоида не было притягивающих масс;
- 3) редукция не изменяла массу Земли;
- 4) аномалии можно было интерполировать.

Первые три требования принципиальны, четвертое имеет технический характер, поскольку измерения дискретны и обычно с большими расстояниями между пунктами.

Влияние разной высоты точек измерения силы тяжести устраняется поправкой Фая за высоту "в свободном воздухе" $\Delta_{\phi}g = V_{zz}\Delta z$, где V_{zz} – средний вертикальный градиент в интервале Δz между точками измерений. При $\Delta z > 0$ $\Delta_{\phi}g < 0$, если поправка вводится в нормальное поле γ .

Для определения высот используются методы нивелирования, или они снимаются с топографических карт. Тогда это высоты относительно геоида. Если же используются GPS-измерения, то получаются высоты относительно сфероида.

Реальное значение градиента обычно неизвестно, во всяком случае, до обработки результатов гравиметрической съемки. Можно использовать нормальные значения для модели сфероида:

$$V_{zz0} = \frac{2\gamma_0}{R} (1 + \alpha \cos 2\varphi), \quad (III.54)$$

где α – сжатие сфероида, φ – широта; или для модели шара:

$$V_{zz0} = \frac{2\gamma_0}{R} = 0,3086 \text{ мГл/м}. \quad (III.55)$$

Аномалии силы тяжести, вычисленные с учетом поправки за высоту без учета масс рельефа, называются аномалиями Фая:

$$\Delta g_{\phi}(x, y, h) = g(x, y, h) - \gamma_0(x, y, 0) + \frac{2\gamma_0}{R} h. \quad (III.56)$$

Аномалии относятся к точкам измерения на высоте h над геоидом, который сам имеет высоту ζ относительно сфероида. Поскольку высота геоида изменяется в пределах от -80 до 105 м, а характерные длины волн геоида измеряются тысячами километров, влияние высот геоида в геологических приложениях гравиметрии незначительно, поправка Брунса $(2\gamma_0/R)\zeta$ обычно не учитывается, поскольку длинноволновые составляющие все равно приходится исключать как региональный фон.

Аномалии Фая (56) не удовлетворяют приведенным выше геодезическим требованиям:

- они определены не на геоиде;
- вне геоида есть притягивающие массы;
- аномалии плохо интерполируются из-за влияния рельефа.

Эти несоответствия устраняются, если пренебречь влиянием локальных плотностных неоднородностей в земной коре. Измеренные величины g формально приводятся на геоид поправкой за высоту $(2\gamma_0/R)h$, учитывающей лишь нормальный вертикальный градиент.

В гравиразведке эта трактовка является неподходящей из-за возникающей неопределенности в положении аномальных масс по глубине (рис. 5).

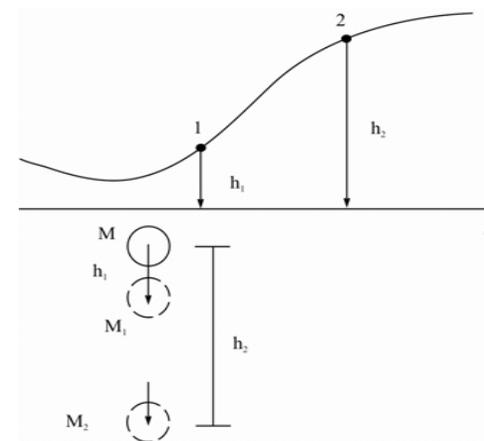


Рис. III.5. Неопределенность положения аномальной массы M , если аномалии считать приведенными к уровню моря

По отношению к каждой точке на геоиде аномальные массы кажущимся образом опускаются на свою величину h_i (h_1 и h_2 на рис. 5).

Влияние масс рельефа земной поверхности с хорошей точностью представ-

лает сумма $\Delta g_{\text{пл}} + \Delta g_{\text{рф}}$, где первое слагаемое – притяжение плоского слоя толщиной h , равной высоте рельефа в пункте измерения: $\Delta g_{\text{пл}} = 2\pi G \sigma_0 h$, σ_0 – нормальная (средняя или стандартная) плотность пород промежуточного слоя между геоидом и точкой измерения; второе слагаемое – поправка за рельеф, учитывающая влияние масс выше уровня точки измерения или недостатка реальных масс по отношению к модели промежуточного слоя. Если в аномалии Фая ввести поправки за рельеф (где необходимо):

$$\Delta g = g - \gamma_0 + \frac{2\gamma_0}{R} h + \Delta g_{\text{рф}}, \quad (\text{III.57})$$

останется неучтенным эффект плоского промежуточного слоя. Но его величина не зависит от расстояния между слоем и точкой определения g , поэтому слой толщиной h и плотностью σ_0 можно конденсировать на геоиде в бесконечно тонкий слой с поверхностной плотностью $\mu_0 = \sigma_0 h$. Тогда его влияние можно не исключать из измеренных значений g , поскольку масс вне геоида формально нет. Такая трактовка используется в геодезической гравиметрии, для геологических задач в ней нет необходимости.

Аномалии Фая плохо интерполируются из-за влияния рельефа; в этом смысле более важна часть эффекта, которую описывает формула плоского слоя. Поэтому аномалии Фая имеют корреляцию с локальным рельефом:

$$\Delta g_{\text{Ф}} = A + B (h - h_{\text{ср}}). \quad (\text{III.58})$$

Здесь A – влияние геологических неоднородностей, оно не затрагивается поправками; B – коэффициент, близкий к $2\pi G \sigma_0$; $h_{\text{ср}}$ – высоты рельефа, осредненные по площади более 10^3 км^2 (т. е. в радиусе более 60 км).

Как видно из формулы (58), аномалии Фая коррелируются с локальными формами рельефа, региональный рельеф на аномалии влияния не оказывает (рис. 6).

Этот факт объясняется гравитационным эффектом масс литосферы, создающих *изостатическую компенсацию* рельефа земной поверхности, о чем разговор пойдет позже. А пока отметим, что выражение (58) позволяет интерполировать аномалии Фая посредством их исправления (временно, для интерполяции) поправкой за промежуточный слой.

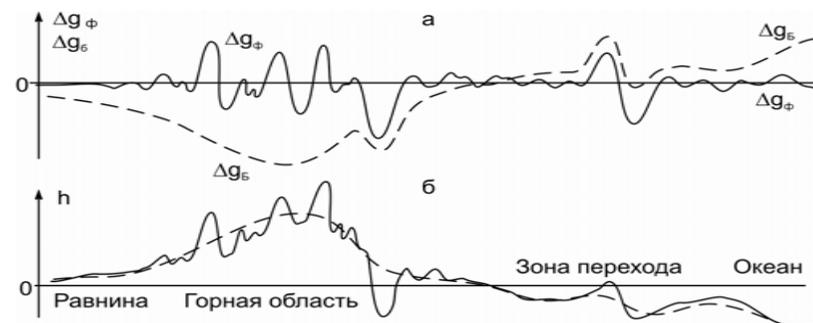


Рис. III.6. Корреляция аномалий Фая и Буге с рельефом: а) – аномалии; б) – рельеф: реальный (плошная кривая) и осредненный (пунктир)

Таким образом, устраняются препятствия для использования аномалий Фая в виде (57) в интеграле Стокса.

В геологических задачах, где объектами являются плотностные неоднородности, в том числе локальные, аномалии Фая непригодны. Причина – корреляция аномалий с локальным рельефом.

Геологические требования к аномалиям силы тяжести не такие жесткие, как геодезические. Изложить их удобно по той же схеме.

1. Неважно, на какой поверхности заданы аномалии, геоид здесь не имеет преимущества. Желательно, чтобы эта поверхность была простой и гладкой, но если это не так, при интерпретации аномалий возможен пересчет аномалий со сложной на простую поверхность.

2. Неважно, есть ли массы над геоидом; многие реальные массы действительно расположены выше геоида. Исключить нужно эффект тех масс, которые не являются объектами изучения, если о них есть достаточно полная и точная информация. Массы, образованные рельефом земной поверхности, относятся к этой категории.

3. Требуется сохранение не массы Земли (в процедуре редуцирования), а интересующих нас аномальных масс и положения их центров. Отсюда следует неприемлемость приведения аномалий к геоиду, в какой бы форме это ни выражалось.

4. Интерполируемость аномалий в геологических задачах имеет даже большее значение, чем в геодезии.

Это значит, что не важны первые два геодезических требования к аномалиям. Но есть дополнительное требование – сопоставимости аномалий по данным измерений в разных условиях (поверхность,

дно моря и др.) Аномалии должны быть функцией лишь горизонтальных координат.

Поэтому для геологических целей удобны аномалии, которые не содержат влияния рельефа и хорошо интерполируются.

Устранить влияние масс рельефа можно двумя путями.

1. Решением прямой задачи для реального рельефа в каждой точке измерения g получить величину полной топографической поправки для всей Земли. Эта задача громоздкая, трудоемкая, но теоретически ясная. Результатом введения такой поправки к аномалиям Фая являются полные топографические аномалии

$$\Delta g_T = g - \gamma_0 + \frac{2\gamma_0}{R} h + \Delta_T g. \quad (\text{III.59})$$

Они в геологических целях в настоящее время не используются из-за трудоемкости вычисления.

2. Аппроксимацией эффекта топографических масс влиянием плоского слоя Δg_{nc} с поправкой за рельеф $\Delta g_{\text{рф}}$:

$$\Delta_T g_{\text{nc}} = \Delta g_{\text{nc}} + \Delta g_{\text{рф}}. \quad (\text{III.60})$$

Вычисления в этом случае сильно упрощаются; $\Delta g_{\text{nc}} = 2\pi G \sigma_0 h$, а $\Delta g_{\text{рф}}$ можно учитывать лишь в ближней окрестности пункта наблюдения, как правило, не далее 30 км; часто этой поправкой пренебрегают по причине ее малости по сравнению с нормативной погрешностью съемки.

Аномалии Буге вычисляются следующим образом:

$$\Delta g_B = g - \gamma_0 + (2\gamma_0 / R) h - 2\pi G \sigma_0 h + \Delta g_{\text{рф}}. \quad (\text{III.61})$$

Аномалии Буге не отвечают геодезическим требованиям, так как поправка $\Delta g_{\text{nc}} = 2\pi G \sigma_0 h$ в каждой точке изменяет массу Земли на свою величину; в гравитационном эффекте это эквивалентно устранению в каждой точке сферического слоя толщиной $h / 2$ и плотностью σ_0 , т. е. с массой $2\pi R^2 h \sigma_0$.

Геологическим требованиям аномалии Буге вполне удовлетворяют, если исключить региональный фон (об этом – дальше), и потому эти аномалии широко используются в гравиразведке.

Модель нормальной Земли для аномалий Буге включает топографические массы (в том числе дна океанов), гравитационный эф-

фект которых вычисляется в точках наблюдений. Аномалии Буге относятся к пунктам измерения g . Источниками аномалий Буге являются плотностные неоднородности в Земле, за исключением рельефа ее поверхности.

Единственная неопределенность связана с величиной нормальной плотности в объеме Земли, ограниченном геоидом. Так как полю $\gamma(\varphi)$ удовлетворяет любое сферически-симметричное распределение плотности $\sigma(r)$. Если оно соответствует массе Земли, то без добавочных ограничений нельзя определить плотностную модель, в которую встраиваются интересующие нас аномальные массы.

Аномалии Буге, как показывает их распределение на земной поверхности, обнаруживают тесную корреляцию с региональным (осредненным) рельефом. Уравнение регрессии:

$$\Delta g_B = A - B h_{\text{cp}}, \quad (\text{III.62})$$

где A , B имеют тот же смысл, что и в уравнении регрессии (58) для аномалий Фая, $A \approx 0$; $B \approx 2\pi G \sigma_0$; h_{cp} – средние высоты – при осреднении рельефа в области с характерным размером порядка 100 км.

Отчетлива отрицательная корреляция аномалий Буге с осредненным рельефом в горных областях, где $\Delta g_B < 0$, до -500 мГл в районах высокогорий, и на океанах, где $\Delta g_B > 0$, до 500 мГл.

В аномалиях Фая не исключено влияние рельефа, а получаем близкое в среднем аномальное поле для континентов и океанов; в аномалиях Буге исключен эффект топографических масс, в результате аномалии по знаку и величине в среднем близки к вводимой поправке Δg_{nc} , как будто эта поправка излишняя, а массы рельефа почти не влияют на гравитационное поле.

На самом деле это связано с изостатической компенсацией масс рельефа глубинными плотностными неоднородностями другого знака в земной коре и под ней.

Явление изостазии известно с середины XVIII в. после исследований М. Босковича и П. Буге в Южной Америке, сэра Эвереста, Дж. Эри и Дж. Пратта в Индии, обнаруживших недостаток масс под массивами Анд и Гималаев. Были предложены две гипотезы о закономерностях распределения компенсационных масс (рис. 7).

1. *Гипотеза Пратта*. Легкие массы литосферы находятся на континентах с высокими горами, океаническая литосфера более

плотная. Массы компенсации распределены равномерно по глубине до постоянного по всей Земле уровня – глубины компенсации T ; плотность компенсационных масс (рис. 7, а)

$$\Delta\sigma_i = -\frac{\sigma_0 h_i}{T}, \quad (III.63)$$

где σ_0 – плотность пород в слое от геоида до земной поверхности.

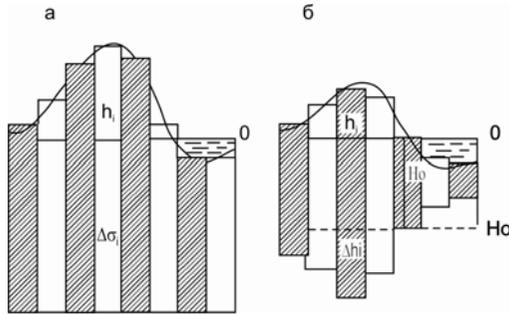


Рис. III.7. Модели изостазии: а) – Пратта, б) – Эри

2. *Гипотеза Эри* (рис. 7, б). Блоки земной коры с постоянной плотностью σ_k погружены в мантию на глубину ΔH_i , пропорциональную высоте рельефа h_i . Массы компенсации образованы структурой нижней границы коры H_M :

$$H_{Mi} = H_{M0} + \frac{\sigma_0 h_i}{\sigma_m - \sigma_k}, \quad (III.64)$$

где σ_m и σ_k – плотность подкорового слоя (мантии) и средняя плотность земной коры соответственно.

В этих моделях изостазия предполагается полной, локальной (каждый элемент рельефа уравнивается независимо от его размеров массами, расположенными под ним). Есть вариант Венинг-Мейнеса гипотезы Эри, учитывающий региональность изостазии, ввиду нереальности компенсации сколь угодно малых масс рельефа.

Столь различные распределения компенсационных масс не могли не вызвать вопросов: какая из моделей соответствует реальной структуре земной коры; какие тектонические процессы могли образовать ту или другую равновесную структуру земной коры. Дискуссии были бурными; в их ходе были предложены методы изучения изостазии, имеющие значение и в настоящее время, когда тектоническое значение изостатических гипотез Пратта, Эри и др. понимается иначе: как регулирующая роль гравитационных сил в геологических процессах.

Но эти модели сохранили значение для вычисления изостатических аномалий силы тяжести как модели распределения компенсационных масс, гравитационный эффект которых учитывается изостатической поправкой (за компенсацию – Δg).

Изостатические аномалии силы тяжести вычисляются по схеме

$$\Delta g_{и} = g - \gamma_0 + (2\gamma_0 / R) h - \Delta_t g + \Delta g_k. \quad (III.65)$$

В формуле (65) топографическая и компенсационная поправки даны в общем виде. Величину $\Delta_t g$ принято вычислять как полную топографическую поправку по всей Земле. В удаленных зонах (свыше 2° или 220 км) от пунктов измерений поправки $\Delta_t g$ и Δg_k вычисляются совместно. Имеются разные схемы изостатического редуцирования силы тяжести:

1. Схема Пратта–Хейфорда основана на модели Пратта, формуле (77), а процедура вычислений и структура палеток предложены Дж. Хейфордом; параметром схемы является T – глубина компенсации. В разных районах и в разное время изостатические аномалии по этой схеме вычислялись с T от 60 до 120 км, чаще с $T \approx 100$ км.

2. Схема Эри–Хейсканена базируется на модели Эри (78); параметры этой схемы – $H_{M0} = 30-50$ км и $(\sigma_m - \sigma_k) = 0,2-0,6$ г/см³ при средних (обычно используемых) значениях 40 км и 0,4 г/см³.

3. Схема Венинг-Мейнеса с разными радиусами региональности – от 50 до 200 км и с параметрами модели Эри.

Особое место занимает схема вычисления изостатических аномалий де Грааф-Хантера. Как показывает анализ аномалий, вычисленных по схемам Пратта–Хейфорда, Эри–Хейсканена, они оказываются численно близкими при соответствующем выборе параметров. Объяснение этому дал Т. Цубои: между параметрами T и H_{M0} имеется соотношение $T = 2 H_{M0}$.

Увеличение радиуса региональности по Венинг-Мейнесу дает тот же эффект, что увеличение T или H_{M0} в моделях Пратта или Эри.

Малые формы рельефа с характерными размерами менее 50 км независимо не уравниваются. Высоты крупных форм рельефа много меньше их горизонтальных размеров, а это условие применимости формулы плоского слоя $\Delta g_{пл} = 2\pi G \sigma H$. Здесь нет зависимости от расстояния до слоя. Компенсационные массы в большей мере, чем рельеф, удовлетворяют условиям этой формулы из-за

удаленности от поверхности измерений (их глубина, соответственно, под океанами и континентами 10–30 и 30–70 км). Поэтому равенство (с разными знаками) топографических и компенсационных масс предполагает близость к такому же равенству их гравитационных эффектов.

По изостатическим аномалиям нельзя установить, какая из моделей распределения компенсационных масс (Пратта, Эри и их комбинация, предложенная Хейсканеном) реализуется в конкретном регионе. Поэтому невозможно и корректировать модели масс по результатам интерпретации изостатических аномалий.

Эту задачу решают на основе комплексной интерпретации данных глубинных сейсмических зондирований и гравитационных аномалий Буге (или аномалий Гленни, в которых учтено влияние компенсационных масс за пределами зоны в 2°).

Если модели компенсационных масс нужны только для вычисления их гравитационных эффектов – изостатических поправок, можно построить изостатическую модель непосредственно в виде гравитационных эффектов компенсационных масс, используя формулу плоского слоя, что и реализовано в схеме де Грааф-Хантера:

$$\Delta g_{Г-Х} = g - \gamma_0 + (2\gamma_0 / R) h - 2\pi G \sigma_0 h + \Delta g_{рф} + 2\pi G \sigma_0 h_{ср}, \quad (III.66)$$

где $h_{ср}$ – средняя высота рельефа, та же, что и в формулах (58), (62) уравнений регрессии для аномалий Фая и Буге. Формулу (66) можно переписать так:

$$\Delta g_{Г-Х} = g - \gamma_0 + (2\gamma_0 / R) h - 2\pi G \sigma_0 (h - h_{ср}) + \Delta g_{рф},$$

откуда видно, что в этих аномалиях устранена корреляция с локальным рельефом, как в аномалиях Фая, и с осредненным рельефом, как в аномалиях Буге. Дальше мы увидим, что это свойство аномалий де Грааф-Хантера приравнивает их к изостатическим аномалиям.

Простота вычисления аномалий де Грааф-Хантера позволяет широко использовать их в геологических задачах не только в изучении изостазии. Как аномалии, не содержащие регионального эффекта новейших структур, они удобны при тектоническом районировании крупных территорий, включающих районы с разным уровнем рельефа, геологического картирования гранитных массивов.

Особые случаи вычисления аномалий

Особенности вычисления аномалий силы тяжести на море, в воздухе, в буровых скважинах связаны с тем, что поправка за высоту всегда приводит нормальное поле в точку измерения (не обязательно на земной поверхности), а поправка Буге исключает влияние реальных масс рельефа вне зависимости от положения прибора относительно земной поверхности. При измерениях силы тяжести в притягивающей среде (в толще воды, на дне, в скважинах, шахтах) притяжение слоя над точкой измерения уменьшает силу тяжести. В этих условиях существенно *требование сопоставимости* аномалий, полученных при различных положениях точек измерения относительно земной или водной поверхности. Это достигается введением поправки Прея (46).

Рассмотрим типичные ситуации, когда аномалии вычисляются в точках, не совпадающих с поверхностью суши (рис. 8).

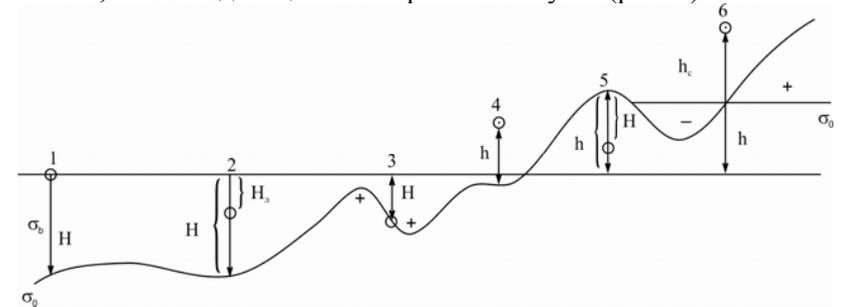


Рис. III.8. Особые случаи вычисления аномалий

1. Измерения на корабле: уровень океана – геоид, высота точки измерения $h = 0$:

$$\Delta g_{Ф} = g - \gamma_0; \quad (III.67)$$

$$\Delta g_{Б} = g - \gamma_0 + 2\pi G (\sigma_0 - \sigma_в) H;$$

здесь поправка Буге призвана "заменить" воду с плотностью $\sigma_в$ слоем пород с плотностью σ_0 , что необходимо при интерпретации аномалий Буге континентальных и океанических областей в общих моделях среды.

2. Измерения на глубине H_n (на подводной лодке) в океане:

$$\Delta g_{\Phi} = g - \gamma_0 - (2\gamma_0 / R) H_{\text{л}} + 4\pi G \sigma_{\text{в}} H_{\text{л}}; \quad (\text{III.68})$$

$$\Delta g_{\text{Б}} = g - \gamma_0 - (2\gamma_0 / R) H_{\text{л}} + 4\pi G \sigma_{\text{в}} H_{\text{л}} + 2\pi G (\sigma_0 - \sigma_{\text{в}}) H.$$

Поправка Проя $4\pi G \sigma_{\text{в}} H_{\text{л}}$ вводится в аномалии Фая и входит в аномалии Буге; поправка Буге одинакова в формулах (67) и (68).

3. Измерения на дне (глубина H):

$$\Delta g_{\Phi} = g - \gamma_0 - (2\gamma_0 / R) H + 4\pi G \sigma_{\text{в}} H; \quad (\text{III.69})$$

$$\Delta g_{\text{Б}} = g - \gamma_0 - (2\gamma_0 / R) H + 2\pi G (\sigma_0 + \sigma_{\text{в}}) H + \Delta g_{\text{рф}};$$

здесь поправка $2\pi G (\sigma_0 + \sigma_{\text{в}}) H$ – сумма поправок Проя и Буге. Последнее слагаемое в $\Delta g_{\text{Б}}$ – поправка за рельеф, вычисляемая так же, как на суше, только эффективная плотность здесь $(\sigma_0 - \sigma_{\text{в}})$.

4. Измерения на подставке высотой $h_{\text{п}}$ над мелким морем, уровень которого над геоидом $h_{\text{м}}$:

$$\Delta g_{\Phi} = g - \gamma_0 + (2\gamma_0 / R) (h_{\text{м}} + h_{\text{п}}); \quad (\text{III.70})$$

$$\Delta g_{\text{Б}} = \Delta g_{\Phi} + 2\pi G (\sigma_0 - \sigma_{\text{в}}) H.$$

Этот случай показывает, что в поправки Фая и Буге входят разные высоты и глубина моря. В аномалиях Буге (70) не расписаны слагаемые аномалий Фая.

5. Измерения в скважине на глубине H в точке с высотой устья скважины h :

$$\Delta g_{\Phi} = g - \gamma_0 + (2\gamma_0 / R) (h - H); \quad (\text{III.71})$$

$$\Delta g_{\text{Б}} = \Delta g_{\Phi} - 2\pi G \sigma_0 (h - 2H).$$

Величина $-2\pi G \sigma_0 (h - 2H)$ есть сумма поправок Буге и Проя.

6. Измерения на летательном аппарате на высоте H над Землей:

$$\Delta g_{\Phi} = g - \gamma_0 + (2\gamma_0 / R) (h + H); \quad (\text{III.72})$$

$$\Delta g_{\text{Б}} = \Delta g_{\Phi} - 2\pi G \sigma_0 h.$$

В случае измерений на летательном аппарате над морем вид формул аналогичен формулам (70), где $h_{\text{п}}$ будет означать высоту полета над уровнем моря.

Геологический смысл аномалий в разных редукциях

Различие аномалий в редукциях Фая, Буге и изостатической в приведенных выше формулах соотносится с разным их геологическим смыслом: совокупностью гравитационных эффектов масс разной природы и расположения в литосфере. Это можно показать на простой двумерной модели литосферы с периодической нагрузкой рельефа $\rho(x)$ и геологических неоднородностей $\mu(x)$. Им соответствуют массы компенсации $\rho_{\text{к}}(x)$ и $\mu_{\text{к}}(x)$ на одинаковой средней глубине H . Эта модель подробнее рассмотрена в работе автора [Ладынин, 2006, с. 44–47]. Она позволяет выяснить смысл величин, по которым оценивается тип и степень нарушений изостазии (коэффициентов локальной недокомпенсации θ_1 и региональной перегрузки θ_2).

Корреляция гравитационных аномалий описывается уравнениями регрессии

$$\begin{aligned} \Delta g_{\Phi} &= A + B [h(x) - \tau h_{\text{cp}}(x)]; \\ \Delta g_{\text{Б}} &= A - \tau B h_{\text{cp}}(x); \end{aligned} \quad (\text{III.73})$$

$$\Delta g_{\text{и}} = A + (1 - \tau) B h_{\text{cp}}(x).$$

Здесь $A = 2\pi G \mu_0 \exp(-i\omega x) [1 - \exp(-\omega H)]$ – эффект геологических неоднородностей и соответствующих им масс компенсации; $B = 2\pi G \sigma_0$; $h(x)$ – рельеф; $h_{\text{cp}}(x)$ – осредненный рельеф с весом $H / (x^2 + H^2)$, спектр Фурье которого $\Phi(k) = \exp(-kH)$ равен множителю в амплитуды гравитационных эффектов компенсационных масс в этой модели; $\tau = \rho_{\text{к}} / \rho$ – коэффициент компенсации топографических масс.

Если нет корреляции с рельефом плотностных неоднородностей $\mu_{\text{т}}$ (длины волн L и l не кратны между собой), а массы рельефа полностью уравновешены ($\tau = 1$), имеем уравнения регрессии

$$\begin{aligned} \Delta g_{\Phi} &= A + B [h(x) - h_{\text{cp}}(x)]; \quad \Delta g_{\text{Б}} = A - B h_{\text{cp}}(x); \\ \Delta g_{\text{и}} &= A. \end{aligned} \quad (\text{III.74})$$

Здесь нет корреляции изостатических аномалий с осредненным рельефом, что имеет место в формуле (73) для $\Delta g_{и}$. Отрицательная корреляция аномалий Буге с $h_{ср}(x)$ объясняется влиянием компенсационных масс. Почти повсеместная (кроме горных областей) близость к нулю аномалий Фая и корреляция их с локальным рельефом ($h - h_{ср}$) свидетельствует о близости влияния компенсационных масс и гравитационного эффекта рельефа (с обратным знаком). А это возможно при условии, что в обоих случаях точно работает формула притяжения плоского слоя $\Delta g = 2\pi G \sigma_0 h$.

Когда имеется недостаток компенсационных масс, $\tau = \rho_k / \rho < 1$, отмечается положительная корреляция $\Delta g_{и}$ с $h_{ср}(x)$. В противном случае отрицательная корреляция свидетельствует об избытке масс компенсации.

При оценке типа и степени отклонения литосферы конкретного района от изостазии удобно вычислять:

- 1) величину $\theta_1 = 1 - \tau$, коэффициент локальной недокомпенсации;
- 2) коэффициент региональной перегрузки $\theta_2 = \Delta g_{и}^{ср} / B h_{ср}$, отношение средних значений изостатических аномалий $\Delta g_{и}^{ср}$ (за вычетом зональных эффектов, обусловленных плотностной неоднородностью мантии) к среднему значению поправок за компенсацию $B h_{ср}$.

Вид корреляции аномалий с осредненным рельефом определяет возможность использования в качестве изостатических довольно просто вычисляемых аномалий де Грааф-Хантера:

$$\Delta g_{ГХ} = \Delta g_{Ф} - 2\pi G \sigma_0 h + 2\pi G \sigma_0 h_{ср} = \Delta g_{Ф} - 2\pi G \sigma_0 (h - h_{ср}). \quad (\text{III.75})$$

Первая форма правой части показывает одинаковый способ вычисления топографической и компенсационной поправок, а вторая – исключение в аномалиях $\Delta g_{ГХ}$ имеющейся в аномалиях Фая корреляции с локальным рельефом.

Если равновесие нарушено, изостатические аномалии обнаруживают корреляцию с осредненным рельефом, зависящую от типа и степени нарушения изостазии. Введем коэффициент компенсации $\tau = \rho_k / \rho$. Уравнения регрессии принимают вид:

$$\begin{aligned} \Delta g_{Ф} &= A + B\tau [h(x) - h_{ср}(x)]; & \Delta g_{Б} &= A - B\tau h_{ср}(x); & (\text{III.76}) \\ \Delta g_{и} &= A + B(1 - \tau) [h(x) - h_{ср}(x)]. \end{aligned}$$

При недостатке компенсационных масс (недокомпенсации), $\tau < 1$, корреляция изостатических аномалий с осредненным рельефом $h_{ср}$ положительна, при избытке компенсационных масс (перекомпенсации), $\tau > 1$, изостатические аномалии имеют отрицательную корреляцию с осредненным рельефом.

Зональные аномалии определяются по опубликованным картам, полученным по спутниковым наблюдениям, или путем глубокого (в радиусе порядка 200 км) осреднения изостатических аномалий.

Ясно, что в отсутствии рельефа аномалии всех видов равны. При $h(x) = h_0 = \text{const}$ аномалии Буге отличаются от аномалий Фая и изостатических на постоянную величину $-2\pi G \sigma_0 h_0$, а между аномалиями Фая и изостатическими нет различий. Поэтому проблема выбора вида аномалий важна только в областях со сложным рельефом, в горах и в переходных зонах от континентов к океанам. Этот выбор – использовать аномалии Буге или изостатические – определяется геологической задачей.

Вариации гравитационного поля во времени

Изменения гравитационного поля во времени по своей природе и пространственно-временным характеристикам четко подразделяются на два класса.

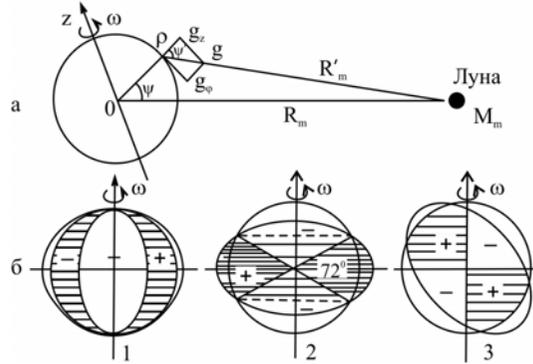
1. Периодические приливные вариации гравитационного поля на Земле из-за ее вращения в поле притяжения Луны и Солнца, изменяющегося при их перемещениях относительно Земли.

2. Вековые вариации гравитационного поля разной природы: вследствие геодинамических процессов в недрах Земли, движений литосферы, землетрясений, извержений вулканов, карстовых и оползневых явлений, изменений уровня грунтовых вод и других приповерхностных процессов, в том числе техногенной природы.

Приливные вариации силы тяжести хорошо изучены теоретически и экспериментально, известны их характеристики.

Описание приливных вариаций силы тяжести основано на статической теории приливов в модели недеформируемой Земли, покрытой тонким непритягивающим слоем жидкости – индикатором приливных изменений гравитационного потенциала. Формализм общий для Луны и Солнца, отличаются лишь параметры (рис. 9).

Рис. III.9. Лунный прилив: а) обозначения к формулам; б) сферические гармоники полусуточных (1), суточных (3) и длиннопериодных (2) составляющих прилива



Радиальная и широтная составляющие притяжения Луной точки на поверхности Земли равны

$$g_r(P) = -\frac{GM_M}{(R'_M)^2} \cos \psi'; \quad g_t(P) = \frac{GM_M}{(R'_M)^2} \sin \psi'. \quad (\text{III.77})$$

Обозначения видны на рис. 9; масса и расстояния с индексом M относятся к Луне, эти индексы для углов опущены; для Солнца используется индекс S .

В центре масс Земли эти эффекты (в плоскости OPM), равные

$$g_r(0) = -\frac{GM_M}{R_M^2} \cos \psi; \quad g_t(0) = -\frac{GM_M}{R_M^2} \sin \psi, \quad (\text{III.78})$$

определяют движение Земли как целого в поле тяготения Луны. Приливные деформации Земли и изменения гравитационного поля вызваны разностями составляющих в точках определения P и центре масс Земли (0):

$$\Delta g_r(P) = g_r(P) - g_r(0); \quad \Delta g_t(P) = g_t(P) - g_t(0). \quad (\text{III.79})$$

Согласно рис. 9: $R_M'^2 = R_M^2 + r^2 - 2r R_M \cos \psi$; $R_M' \sin \psi' = R_M \psi$; $R_M' \cos \psi' = R_M \cos \psi - r$. Проводим на этом основании замену переменных (R_M' и ψ') точки P на переменные, связанные с центром Земли (R_M и ψ). Величина $r / R < 1/60$ (малая). Выражения, точные до малых третьего порядка – $(r / R_M)^3$, вытекающие из формул (77–79):

$$\Delta g_r(P) = -\frac{GM_M r}{R_M^3} (3 \cos^2 \psi - 1) = -\frac{2GM_M r}{R_M^3} P_2(\cos \psi); \quad (\text{III.80})$$

$$\Delta g_t(P) = -\frac{GM_M r}{R_M^3} \sin \psi \cos \psi = -\frac{2GM_M r}{R_M^3} P_2^1(\cos \psi). \quad (\text{III.81})$$

Приливы, вызванные Луной, описываются полиномами Лежандра второй степени с погрешностью 10^{-5} , для Солнца ($r / R \approx 4 \cdot 10^{-5}$) погрешность много меньше, $\sim 10^{15}$.

Подставляя значения масс и расстояний, получим для Луны

$$\Delta g_{rM} = -0,08226 (\cos^2 \psi_M + 1/3); \quad \Delta g_{tM} = -0,08226 \sin 2\psi_M. \quad (\text{III.82})$$

Составляющие притяжения точки P Солнцем равны

$$\Delta g_{rS} = -0,03788 (\cos^2 \psi_S + 1/3); \quad \Delta g_{tS} = -0,03788 \sin 2\psi_S. \quad (\text{III.83})$$

В формулах (82) и (83) коэффициенты даны в миллигалах. Как видим, приливный эффект Луны более чем вдвое превышает влияние Солнца, что объясняется меньшим расстоянием Луны от Земли.

Составляющие приливообразующей силы (80) и (81) являются производными по радиусу и широте приливного потенциала W_2 (индекс 2 показывает, что потенциал имеет только вторую гармонику в разложении по сферическим функциям):

$$\text{для Луны} \quad W_{2M} = -\frac{GM_M r}{2R_M^2} (3 \cos^2 \psi_M - 1); \quad (\text{III.84})$$

$$\text{для Солнца} \quad W_{2S} = -\frac{GM_S r}{2R_S^2} (3 \cos^2 \psi_S - 1). \quad (\text{III.85})$$

Суммарный приливный потенциал

$$W_2 = W_{2M}^2 + W_{2S}^2. \quad (\text{III.86})$$

Поскольку зенитные расстояния ψ неудобны в описании, их заменяют: геоцентрическая широта точки определения приливного эффекта φ , склонение Луны и Солнца δ_M и δ_S , часовой угол τ для учета вращения Земли. Они связаны с ψ формулой, одинаковой для Луны и Солнца:

$$\cos \psi = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau. \quad (\text{III.87})$$

Подставив (117) в (115), получим после преобразований:

$$W_{2M} = \frac{3gM_M r^4}{4MR_M^3} [\cos^2 \varphi \cos^2 \delta_M \cos 2\tau + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos \tau + 3(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3})(\sin^2 \delta - \frac{1}{3})]. \quad (III.88)$$

Для Солнца формула аналогична. В формуле (87) g – земное ускорение силы тяжести в точке определения W_2 ; M – масса Земли.

Три слагаемых в формуле (87) различаются пространственной и временной структурой: первое – секториальная гармоника $P_2^2(\sin \varphi)$ с полусуточным периодом; второе – тессеральная гармоника $P_2^1(\sin \varphi)$ с суточным периодом; третье – зональная гармоника $P_2(\sin \varphi)$, не связанная с часовым углом. При относительных движениях Солнца, Луны и Земли изменяются δ_M , δ_S , R_M , R_S , и в W_2 входит много гармоник. Разложение Д. Картрайта для теоретического прилива включает 512 волн. Главные из них см. табл. 1.

Таблица III.1

Основные приливные волны

Индекс	Природа волны	Период	Амплитуда, мкГл
M ₂	Главная лунная	12 ч 50 мин	82
S ₂	Главная солнечная	12 ч 00 мин	38
N ₂	Лунная эллиптическая	12 ч 39 мин	17
K ₂	Лунно-солнечная деклинационная	11 ч 58 мин	11
O ₁	Главная лунная	25 ч 49 мин	32
P ₁	Главная солнечная	24 ч 00 мин	16
K ₁	Лунно-солнечная деклинационная	23 ч 56 мин	43
M ₀	Лунная деклинационная	13,66 сут.	27
S ₀	Солнечная деклинационная	182,5 сут.	13

Амплитуды полусуточных волн имеют максимум на экваторе ($\varphi = 0$), суточные волны имеют максимум на $\varphi = 45^\circ$, длиннопериодный прилив положителен на экваторе и отрицателен на полюсах.

Приливные силы деформируют Землю. Эти деформации выражаются через безразмерные коэффициенты – числа Лява k , h , число Шида l . Их определение:

h – отношение высоты прилива на упругой Земле к высоте статического теоретического прилива – на недеформируемой модели Земли, $h = \zeta / \zeta_0$;

k – отношение добавочного потенциала, обусловленного перераспределением масс при деформации Земли к теоретическому потенциалу, $k = W_2' / W_2$;

l – отношение горизонтальных смещений на фронте приливной волны – реального к теоретическому, $l = \xi / \xi_0$.

На упруго деформируемой Земле

$$\Delta g_r = -(1 + h - \frac{3}{2}k) \frac{dW_2}{dr} = \delta \frac{dW_2}{dr}. \quad (III.89)$$

Гравиметрический фактор $\delta = 1 + h - 3k/2$ есть отношение амплитуд реальных приливных вариаций силы тяжести к их значениям в модели статического прилива. Фактор δ определяется по результатам гармонического анализа наблюдений приливных вариаций силы тяжести, отдельно по главным волнам. После учета некоторых поправок выводится среднее значение фактора δ для той или иной приливной станции.

По наблюдениям океанических приливов и приливных наклонов определяется фактор γ :

$$\gamma = 1 + k - h. \quad (III.90)$$

Комплекс этих наблюдений дает две комбинации для определения h и k . Добавление измерений приливных деформаций позволяет определить l :

$$l = 1 + k - l. \quad (III.91)$$

По многим приливным обсерваториям, где имеется комплекс гравиметрических, наклономерных и деформографических измерений, получены следующие значения факторов:

$$\delta = 1,16 \pm 0,03; \gamma = 0,70 \pm 0,02; l = 1,25 \pm 0,05,$$

что дает для чисел Лява и Шида средние значения

$$h = 0,60 \pm 0,05; k = 0,30 \pm 0,04; l = 0,05 \pm 0,03.$$

Обнаружена пространственная зональность в распределении на Земле приливных характеристик; имеются данные об их изменениях во времени в связи с землетрясениями.

Параметры приливных деформаций Земли интегрально связаны (довольно сложным образом) распределением в Земле упругих модулей и плотности. Это позволяет использовать результаты наблюдений земных приливов для независимой проверки физических моделей Земли, построенных на основе сейсмологических данных.

Из наблюдений земных приливов определяются фазовые запаздывания деформаций Земли относительно приливообразующих сил. Их значения зависят от реологических свойств земных недр.

Для разведочной гравиметрии приливные вариации силы тяжести являются помехами при высокоточных гравитационных измерениях. Это влияние приливов исключается поправками, которые вычисляются для конкретного района и времени по теоретическим моделям прилива с определенными для региона амплитудными факторами δ по данным сети приливных обсерваторий.

Неприливные изменения гравитационного поля различной природы имеют широкий диапазон пространственно-временных характеристик и, как правило, небольшие значения скорости изменения силы тяжести. Эти вариации учитываются только при специальных высокоточных измерениях (гравиметрических и геодезических); в обычной геологоразведочной практике они несущественны. Специальный интерес представляет изучение их источников.

Измерения гравитационного поля

Принципы гравитационных измерений

Можно измерять разные характеристики гравитационного поля:

- ускорение силы тяжести g (первую вертикальную производную геопотенциала, V_z);
- вторые производные потенциала V_{xz} , V_{yz} , V_{zz} (называемые градиентами силы тяжести) и V_{xy} , $V_{yy} - V_{xx}$ (градиенты кривизны уровенной поверхности);
- третью вертикальную производную потенциала V_{zzz} , называемую также вторым вертикальным градиентом силы тяжести;
- положение (в геоцентрических координатах) уровенной поверхности геопотенциала (геоида) в океанах.

В настоящее время преимущественно измеряют гравитационное ускорение, другие характеристики измеряются редко. В дальнейшем изложении методов гравитационных измерений подробно рассматриваются лишь измерения ускорения силы тяжести g .

Но сначала несколько слов о способах измерения других характеристик гравитационного поля.

Вторые производные геопотенциала измеряются гравитационными вариометрами, первые производные ускорения – градиентометрами. Оба типа приборов широко использовались в 30–50-е гг. XX в.; основой их конструкций были крутильные весы системы Л. Этвеша. Из-за трудоемкости и относительно невысокой точности эти измерения в настоящее время не проводятся. Удобнее определять вторые производные потенциала по аномалиям силы тяжести, трансформируя их на основе решения краевой задачи Неймана.

Поверхность уровня геопотенциала в океанах измеряется методом спутниковой альтиметрии: по известному положению спутника в геоцентрической системе координат и измеренному лазерной локацией расстоянию от спутника до уровня океана вычисляются высоты геоида под спутником на всей траектории полета над океанами. На континентах такой способ измерений невозможен.

В последние годы широко используются спутниковые методы измерения гравитационных полей Земли и других планет. Самый распространенный из них – измерения по данным наземных станций слежения параметров орбит спутников, которые (параметры) изменяются вследствие неоднородностей гравитационного поля. Имеется метод двух спутников, в котором вместе с данными об орбитах используются результаты непрерывных измерений расстояния между этими спутниками.

Для изучения гравитационных полей других планет применяется метод измерения лучевых скоростей спутника, использующий доплеровский сдвиг частоты радиостанции на спутнике при изменении проекции вектора его скорости на направление луча от спутника к станции на Земле.

Для измерения гравитационного ускорения используются физические явления, в которых оно является определяющим фактором. Такими могут быть движение или равновесие тел в гравитационном поле, изменение параметров системы под действием переменного ускорения силы тяжести. Из таких явлений в настоящее время ис-

пользуются немногие, в которых действие g может быть выделено и измерено с требуемой точностью: свободное падение, колебания маятника, равновесие механических систем, вибрация нагруженной струны, левитация тел под действием противоположных по знаку гравитационных и пондеромоторных магнитных сил.

Методы гравитационных измерений, основанные на изучении движения тел в поле силы тяжести и изменений частоты в колебательных системах, называются *динамическими*. *Статическими* называются методы, в которых изучается равновесие пробной массы в поле силы тяжести, для чего сравниваются эта сила или ее момент с силами или моментами сил другой природы, например упругости пружин, крутильных нитей подвеса.

Для определения гравитационных аномалий в каждом пункте нужно знать абсолютные значения ускорения g . Если они получают непосредственно в каждом измерительном акте, имеем *абсолютные* измерения g . Методы таких измерений сложнее и более трудоемки, чем методы *относительных* измерений, потому их применяют в небольшом числе опорных гравиметрических пунктов (основной абсолютный метод в настоящее время – метод свободного падения, реализованный в баллистических лазерных гравиметрах). Все другие гравиметрические данные получают путем *относительных* измерений приращения (Δg) значений гравитационного ускорения в пунктах съемочной сети относительно опорных пунктов с известными значениями g .

Для абсолютных измерений могут быть использованы динамические методы, в которых определяющие характеристики движения пробной массы могут быть измерены с требуемой точностью. Это возможно только для метода свободного падения (на более низком уровне точности это достигалось с помощью оборотных маятников).

Относительные измерения Δg можно выполнять как динамическими, так и статическими методами. Для этих измерений используется большое число систем гравиметров, различных по принципам действия, техническим характеристикам и условиям работы.

В геологических задачах нас обычно интересуют пространственные неоднородности гравитационного поля; исключением являются задачи изучения перемещений масс по изменениям силы тяжести во времени, например, в контроле разработки газовых залежей, режима эксплуатации подземных газохранилищ, прогнозе оползней.

В любом случае результаты гравитационных измерений не должны содержать помех, обусловленных приливными вариациями силы тяжести. Учет этих вариаций не составляет проблемы; для этого даже не требуется специальных измерений. Как показано выше, приливные эффекты могут быть теоретически вычислены с довольно высокой точностью.

С большими помехами мы сталкиваемся при измерениях силы тяжести на море и в воздухе, когда основание прибора подвижно, подвержено возмущающим ускорениям и наклонам. Такие измерения требуют специальной аппаратуры: гравиметров с системами подавления возмущающих ускорений и наклонов, приборов для регистрации этих возмущений и вычисления поправок в измеряемые значения силы тяжести, устройств для уменьшения амплитуды ускорений и наклонов.

Такими техническими и методическими средствами достигается вполне приемлемая для решения геологических задач точность измерений гравитационного ускорения на море, если волнение на его поверхности не очень велико.

Гравиметрическая аппаратура

Рассмотрим принципы действия и технические характеристики приборов, распространенных в практике гравиметрии.

Баллистические лазерные гравиметры

Абсолютные измерения силы тяжести выполняются баллистическим методом лазерными гравиметрами для создания опорных гравиметрических пунктов высшего класса точности. Один из лучших таких приборов создан более 30 лет назад в Институте автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН.

Принцип действия баллистического гравиметра – измерение времени прохождения свободно падающим телом фиксированных точек на пути его движения.

Уравнение движения падающего в вакууме тела:

$$d^2l / dt^2 = g + V_{zz} l, \quad (\text{III.92})$$

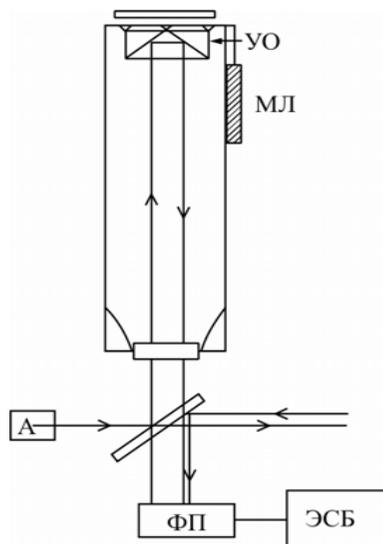
где l – расстояние по вертикали, g_0 – гравитационное ускорение в начальной точке, V_{zz} – вертикальный градиент силы тяжести. Решение этого уравнения требует задания начальных условий: положения тела l_0 и его скорости v_0 в момент начала отсчета времени $t = 0$. Учитывая это, получаем

$$l = l_0 + v_0 t + g_0 t^2 / 2 + V_{zz} t^2 (l/2 + v_0 t / 6 + g_0 t^2 / 24). \quad (\text{III.93})$$

Лазерным интерферометром измеряют l , атомным стандартом частоты – t , V_{zz} с требуемой точностью можно измерить статическим гравиметром, остаются неизвестными l_0 , v_0 и нужная нам величина g_0 . Следовательно, требуется иметь данные для уравнения (93) как минимум в трех точках траектории падения. В современных автоматизированных баллистических гравиметрах число таких точек достигает 300–400 и по порядку приближается к числу интерференционных зон в интервале движения падающего тела.

Схема одного из вариантов баллистического гравиметра с измерениями только при падении тела показана на рис. 10.

Рис. III.10. Схема баллистического гравиметра. Буквенные обозначения: УО – падающий уголкоый отражатель; МЛ – микролифт (электромагнитное устройство для подъема УО после его падения); А – гелий-неоновый лазер, ФП – фотопреобразователь, ЭСБ – электронно-счетный блок



Для достижения требуемой точности определения g в несколько микрогал ($n \cdot 10^{-8}$ м/с) требуется высокая чистота эксперимента. Главными условиями являются:

- а) в вакуумной трубе остаточное давление воздуха не должно превышать 10^{-3} Па (10^{-8} атмосферного давления); в комплект аппаратуры входят вакуумные насосы;
- б) отклонения луча от вертикали должно быть меньше $20''$; для этого интерферометры и отражатель тщательно юстируются;

в) неподвижные части прибора подвержены влиянию микросейсм (это главный источник ошибок измерений); уменьшение их влияния достигается креплением зеркала опорного плеча интерферометра на рычаге длиннопериодного сейсмографа; высокочастотные вибрации подавляются установкой прибора на упругой опоре;

г) для получения относительной ошибки измерения g менее 10^{-8} нужно с той же точностью измерить l и t ; атомные стандарты частоты обеспечивают даже более высокую точность; требуемую точность измерения расстояний лазерным интерферометром обеспечить труднее (на базе 0,5 м абсолютная погрешность не должна превышать $5 \cdot 10^{-9}$ м, что в 100 раз меньше длины волны лазера), поэтому применяется методика измерений t в более точно фиксируемых частях интерференционной картины и многократность измерений.

Маятниковые приборы

Маятниковые измерения силы тяжести выполняются для создания опорных гравиметрических сетей I и II классов на суше, в мелкомасштабных съемках на море и в труднодоступных областях суши, где велики приращения силы тяжести (например, в горах) и нерационально создание достаточно густой сети опорных пунктов.

Достоинствами маятникового метода являются:

- а) независимость точности измерений от диапазона значений силы тяжести;
- б) ускорение силы тяжести получается непосредственно по данным измерения периодов маятников, приборы не нуждаются в эталонировании (определении цены деления);
- в) отсутствует явление смещения нуля-пункта прибора.

Недостатки: большое время измерений на пункте, сложность конструкции, связанная, в частности, с термостатированием приборов, необходимость высокоточных устройств измерения времени.

Период T математического маятника (время между очередными прохождениями маятника через положение равновесия независимо от направления движения в гравиметрии называется периодом) определяется формулой Гюйгенса, справедливой в предположении бесконечно-малой амплитуды колебаний,

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (\text{III.94})$$

В действительности мы имеем физический маятник, его масса не сосредоточена в точке. Эффективная или приведенная длина маятника l определяется его моментом инерции I , массой m и расстоянием от центра массы до оси качания a : $l = I / ma$. (III.95)

Период колебаний с конечной амплитудой φ_0 :

$$T = \pi \sqrt{\frac{I}{mga}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\varphi}{2} + \dots\right). \quad (\text{III.96})$$

При $\varphi_0 = 1^\circ$ третий член в скобках равен $\approx 8 \cdot 10^{-10}$, и им можно пренебречь, но второй ($\approx 2 \cdot 10^{-5}$) обязательно учитывается поправкой за амплитуду. Кроме того, в измеренные значения T вводят поправки: за температуру, за остаточное давление воздуха, за ход часов, за сокачание штатива (уменьшение этого эффекта достигается применением в каждом приборе двух маятников, качающихся в противофазе).

Величины I , a , m , необходимые для вычисления g по данным измерений периодов T в соответствии с формулой (96), не могут быть измерены с требуемой точностью. Если эти параметры маятника стабильны, а для этого требуется постоянство температуры и давления, $I / m a = l = \text{const}$, маятниковый прибор можно использовать в относительных измерениях приращений силы тяжести. В точках 1 и 2 соответственно,

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}, \quad T = \pi \sqrt{\frac{l}{g_2}}, \quad \text{откуда: } g_2 = g_1 \frac{T_1^2}{T_2^2}. \quad (\text{III.97})$$

Чаще используется формула приращения $\Delta g = g_2 - g_1$, определяемого по изменению периода $\Delta T = T_2 - T_1$:

$$\Delta g = -2g_1 \frac{\Delta T}{T_2} + g_1 \left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2. \quad (\text{III.98})$$

Второй член в выражении (98) учитывается при величине приращения силы тяжести более 100 мГл. Из формулы (98) следует, что для определения Δg достаточно знать значение g в исходном пункте с такой же относительной погрешностью, какая требуется для Δg .

В современных маятниковых приборах используется принцип фиктивного (разностного) маятника для исключения влияний внешних горизонтальных ускорений и сокачания штатива.

Уравнения движения двух одинаковых маятников, качающихся в противофазе, в условиях возмущающих ускорений x'' :

$$\begin{aligned} \varphi_1'' + (g/l) \sin \varphi_1 - (x''/l) \cos \varphi_1 &= 0, \\ \varphi_2'' + (g/l) \sin \varphi_2 - (x''/l) \cos \varphi_2 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{III.99})$$

(Символ $''$ означает вторую производную по времени: $x'' = d^2x / dt^2$).

Для малых амплитуд колебаний $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$, поэтому в разности двух уравнений (99) третьим слагаемым пренебрегают:

$$\varphi_1'' + (g/l) \sin \varphi = 0; \quad (\text{III.100})$$

здесь $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, и для справедливости формулы (100) требуется ввести поправки за амплитуду и неизохронность маятников. Уравнение (100) есть уравнение движения математического маятника, период которого определяется формулой (94). Таким образом, регистрация разности колебаний двух противофазных маятников позволяет исключить влияние составляющей горизонтального возмущающего ускорения в плоскости колебаний обоих маятников; составляющая этого ускорения в поперечной плоскости на поведение маятников не влияет.

Маятниковый метод раньше применялся и для абсолютных измерений. Чтобы определить с приемлемой точностью необходимую в таких измерениях приведенную длину, использовались специальные оборотные маятники. Они могли колебаться относительно двух центров O и O' , расстояние между которыми подбиралось так, чтобы периоды колебаний были равны. Тогда это расстояние OO' , равное приведенной длине маятника l , можно было измерить с погрешностью $\sim 10^{-4}$, что давало возможность получить погрешность абсолютных значений g по многократным измерениям группой 3–4 приборов порядка ± 2 мГл.

Струнные гравиметры

Этот тип динамических приборов разработан специально для измерений гравитационного ускорения на подвижном основании, на море и в воздухе. Его преимуществом является частотный выход,

что дает возможность эффективно отфильтровывать высокочастотные помехи независимо от их амплитуды.

Струна, нагруженная массой m в гравитационном поле g , резонирует на частоте f , зависящей также от длины струны l и плотности материала σ :

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{mg}{\sigma}}. \quad (\text{III.101})$$

Так как определяющие параметры струны измерить с необходимой точностью невозможно, основанный на этом принципе прибор применим только для относительных измерений. Приращение силы тяжести в любой точке относительно исходного пункта g_0 будет

$$\Delta g = g - g_0 = 2g_0 (\Delta f / f_0) + g_0 (\Delta f / f_0)^2. \quad (\text{III.102})$$

Поскольку в земном поле $\Delta g \ll g_0$, то $\Delta f \ll f_0$, и квадратичным слагаемым в (102) можно пренебречь при измерениях на неподвижном основании. Но возмущающие ускорения на кораблях и самолетах приводят к нарушению этого условия. Эти же ускорения и наклоны основания вызывают необходимость поддержания струны в вертикальном положении, что достигается системой пружин и нитей подвеса, влияние которых R суммируется с $m g$. Поскольку R и параметры струны нельзя измерить, цена деления гравиметра

$$C = \frac{2g_0}{f_0} \left(1 + \frac{R}{mg}\right) \quad (\text{III.103})$$

требует определения по пунктам с известными приращениями силы тяжести $\Delta g_{\text{эт}}$:

$$C = \Delta g_{\text{эт}} / \Delta f. \quad (\text{III.104})$$

Комплекты струнных гравиметров оснащены системами демпфирования ускорений, акселерометрами для их измерения и устройствами частотной фильтрации данных измерений.

Погрешность измерений струнными гравиметрами на суше составляет $\pm 0,5$ мГл, а на море зависит от уровня помех.

Статические гравиметры

Наиболее распространенные приборы для относительных измерений силы тяжести основаны на принципе равновесия: сравнивается сила тяжести с какой-либо другой силой в приборах с поступа-

тельным перемещением пробной массы (рис. 11, а) или моменты сил в гравиметрах вращательного типа (рис. 11, б).

Требования к точности измерений связаны с необходимостью выявления гравитационных аномалий порядка 0,01–0,05 мГл. Такие величины лучше измерять гравиметрами, чувствительные системы которых астазируются (неустойчивы): малым изменениям силы тяжести отвечают большие отклонения системы от равновесия. Есть разные способы астазирования. Чаще других применяются упругое астазирование (рис. 11, в) и астазирование массой (рис. 11, г).

Компенсирующими силами в пружинных или крутильных весах являются силы натяжения пружин и нитей подвеса. В других системах используются магнитные или электрические силы.

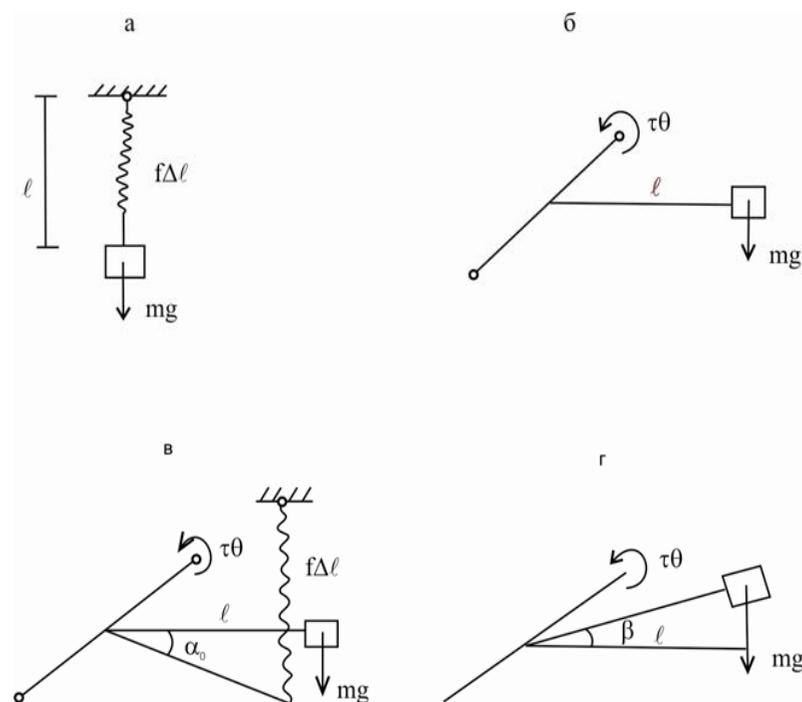


Рис. III.11. Схемы статических гравиметров: а) с поступательным перемещением пробной массы, б) вращательного типа; в) с упругим астазированием, г) с астазированием массой

Поскольку у астазированных гравиметров чувствительность нелинейно зависит от положения пробной массы, в них обычно используют компенсационный способ отсчета с приведением системы в момент отсчета в стандартное нулевое положение: горизонтальное (рис. 11, в) или с фиксированным наклоном (рис. 11, з).

В гравиметрах вращательного типа (см. рис. 11, б, в, з) для этого служит измерительная пружина, через нить подвеса поворачивающая рычаг гравиметра в горизонтальное положение, в котором ось чувствительности совпадает с направлением силы тяжести. В упруго астазированных системах (рис. 11, в) чувствительность выражается нелинейной функцией угла наклона рычага

$$\frac{d\alpha}{dg} = -\frac{mgl \cos \alpha}{mgl \sin \alpha - \tau(\alpha_0 + \alpha) + F(f, L_0, z)}, \quad (\text{III.105})$$

где $m g l \cos \alpha$ – момент силы тяжести, α – отклонение рычага от горизонтали, α_0 – начальный угол закручивания нити подвеса, τ – ее крутильная жесткость, зависящая от модуля сдвига материала и толщины нити, $F(f, L_0, z)$ – момент главной пружины, обеспечивающей астазирование за счет подбора линейной упругости f , начальной длины L_0 и точки крепления ее верхнего конца z .

Суть астазирования – уменьшение знаменателя в формуле (105) при малых углах α , чтобы чувствительность da/dg стала большой, но не бесконечной, иначе измерения вообще невозможны. Наклон гравиметра в направлении рычага обнаруживает зону бесконечной чувствительности: здесь рычаг аperiодически заваливается в ту или иную сторону, его невозможно остановить в нулевом положении.

Астазированные гравиметры обеспечивают высокую точность измерений в некотором (довольно узком) диапазоне значений силы тяжести. Обычно этот диапазон равен примерно 100 мГл, а для его перестройки (расширения) в систему введена диапазонная пружина, более жесткая, чем измерительная.

Так как мерой приращения силы тяжести является изменение момента упругих сил, который не поддается измерению, гравиметры нуждаются в эталонировании – определении цены деления путем измерения известных приращений силы тяжести. Для этого созданы эталонные полигоны, сконструированы установки, в которых приращения силы тяжести создаются путем наклона гравиметра.

Если рычаг отклонен от горизонтального положения микрометром измерительной пружины, диапазонной пружиной или наклоном гравиметра, на него вместо силы тяжести g действует ее проекция на ось чувствительности $g \cos \beta$ (рис. 12, а). Их разность:

$$\Delta g = g \cos \beta - g = -2g \sin^2(\beta/2) = -g \beta^2/2. \quad (\text{III.106})$$

Последняя часть равенства (106) верна для малых углов; если угол измеряется в радианах, $\sin \beta \approx \beta$. Изменение силы тяжести при наклоне гравиметра описывается параболой (рис. 12, б).

При измерениях силы тяжести гравиметром этот эффект устраняют путем нивелирования прибора – установкой его по уровням, чтобы ось чувствительности стала вертикальной. Тогда погрешности δg , вызванные неточностью нивелировки прибора $\delta \beta$, невелики, в отличие от случая наклонной оси чувствительности (рис. 12, б).

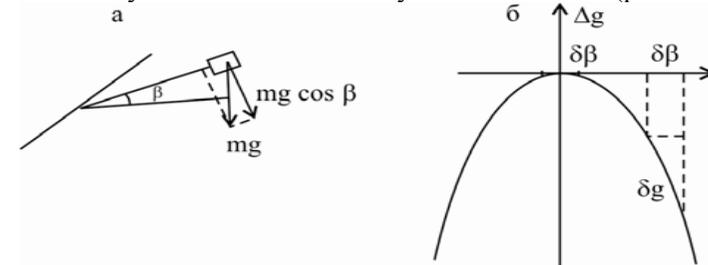


Рис. III.12. Влияние наклона гравиметра:
а) схема действующих сил; б) гравитационный эффект наклона

Зависимость (106) используется также для эталонирования гравиметров. Чтобы определить цену деления гравиметра с погрешностью 10^{-4} на диапазоне около 100 мГл нужно измерять углы β с точностью $\pm 5''$. Это достигается, например, с помощью установки эталонирования УЭГП с вертикальным кругом теодолита типа ОТ-02.

Этот же принцип используется и для измерений силы тяжести астазированными (массой, см. рис. 11, з) гравиметрами типа ГАГ-2; сила тяжести компенсируется наклоном, который измеряют вертикальным кругом оптического теодолита ОТ-02.

Материалы для изготовления упругих систем статических гравиметров подбираются согласованием минимальных значений температурных коэффициентов линейного расширения и термоупругости

с технологичностью изготовления пружин и нитей подвеса, прочностью, стабильностью свойств во времени, малой их зависимостью от механических напряжений. Наиболее распространенными материалами для упругих систем гравиметров являются плавный кварц и сталь с малыми термоупругими коэффициентами (элинвар).

Перечисленные требования к материалам в полной мере не удовлетворяются. Для уменьшения температурных эффектов требуется термостабилизация упругой системы. В одних типах гравиметров она реализуется в виде электрического термостатирования, в других – как комбинация термоизоляции (сосуд Дюара) с термокомпенсирующим устройством в упругой системе. Первый вариант приводит к увеличению размеров и массы гравиметра, требует электропитания, что вызывает неудобство при измерениях в труднодоступных районах. Второй способ использован в большинстве типов кварцевых астазированных гравиметров, являющихся основными приборами в гравиметрии с геологическими целями.

Термоизоляция существенно уменьшает амплитуду колебаний температуры, что позволяет системе термокомпенсации гравиметра действовать в квазистатическом режиме. Полностью исключить температурные факторы обычно не удается. Остаются: динамический эффект, зависящий от скорости температурных вариаций в гравиметре; зависимость от температуры цены деления, а также обусловленное комплексом температурных и механических факторов явление смещения нуля-пункта отсчетных шкал. Этот недостаток статических гравиметров устраняется методическими средствами – специальной организацией процедуры измерений.

Нетермостатированные кварцевые гравиметры обнаруживают температурную зависимость цены деления

$$C(T) = C_0(1 + \alpha T); \quad \alpha = \frac{1}{C_0} \frac{dC}{dT}, \quad (\text{III.107})$$

где C_0 – цена деления при $T = 0$ °С. Температурный коэффициент цены деления α кварцевых астазированных гравиметров (типа ГАК) составляет обычно $(1-3) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ и мало меняется с температурой.

Точность измерений силы тяжести статическими гравиметрами во многом зависит от применяемой методики: продолжительности рейсов, количества опорных гравиметрических пунктов или числа и распределения в рейсе повторных наблюдений для учета смеще-

ния нуля-пункта гравиметров. Пороговая чувствительность этих приборов обеспечивает точность порядка 0,01 мГл при подходящей методике съемки.

Измерения силы тяжести на подвижном основании

Почти 3/4 земной поверхности заняты океанами и морями, а в континентальных областях имеются труднодоступные для организации наземных гравиметрических съемок районы. Гравиметрические наблюдения там выполняются на кораблях или самолетах. Основания гравиметров в этих случаях подвержены действию вибрации носителей, возмущающих ускорений и наклонов, обусловленных их движением.

Возмущающие ускорения и наклоны

Запишем вектор мгновенного ускорения \mathbf{G} в обычной системе координат: z – по вертикали вниз, x, y – в горизонтальной плоскости на север и восток. Его модуль G равен

$$G = \sqrt{(g + z'')^2 + x''^2 + y''^2}, \quad (\text{III.108})$$

где x'', y'', z'' – компоненты ускорения основания по соответствующим координатам, а направление \mathbf{G} определяется углами

$$\alpha = \arctg \frac{x''}{g + z''}, \quad \beta = \arctg \frac{y''}{g + z''}. \quad (\text{III.109})$$

Гравиметр измеряет проекцию \mathbf{G} на ось чувствительности. Различным образом влияют на результаты измерений и предполагают разные способы устранения:

- 1) вертикальные ускорения z'' ;
- 2) горизонтальные ускорения x'', y'' ;
- 3) наклоны основания α и β ;
- 4) переменные центробежное и Кориолисово ускорения из-за движения корабля или самолета (эффект Этвеша).

Частота и амплитуда возмущающих ускорений и наклонов корабля зависят от гидрографических условий (море, открытый океан, глубина, расстояние от берега), типа судна (надводное, его водоизмещение, осадка, подводная лодка), от погодных условий и направления движения по отношению к фронту волн, от режима работы

двигателя; для подводной лодки – от глубины погружения, ее вариаций при движении, аналогично для самолета – от точности поддержания высоты полета, от изменений и точности измерения скорости движения.

Величины возмущающих ускорений и наклонов оценим на модели колебаний

$$x = x_0 \sin \omega t; \quad x'' = -x_0 \omega^2 \sin \omega t, \quad (\text{III.110})$$

где x – смещение, x'' – ускорение, ω – частота. Колебания разной природы различаются частотой ω и амплитудой x_0 . Задавая смещения, получим по формулам (110) ускорения и по (109) – наклоны. Например, вибрации с периодами 0,1–1 с и амплитудой 0,1–1 мм создают возмущающие ускорения от 5 до 90 Гл и наклоны от 0,2 до 4,5° дуги; океанские волны амплитудой 1–2 м с периодами 4–6 с приводят к ускорениям 120–220 Гл и наклонам 7–12°; вариации высоты полета самолета с амплитудой 10 м и периодом 120 с вызывают ускорения 3 Гл и наклоны 0,15°.

Эти эффекты велики, на 2–5 порядков больше, чем нормативная погрешность гравиметрических измерений. Их исключение тем сложнее, чем ниже частота возмущений. Основными способами подавления влияний возмущающих ускорений и наклонов являются:

- 1) стабилизация основания – снижение амплитуды возмущений;
- 2) выбор типов приборов, мало подверженных помехам;
- 3) частотная фильтрация; осреднение данных;
- 4) введение поправок по данным измерений возмущающих ускорений и наклонов специальными приборами.

Эти меры по-своему комбинируются в разных приборных комплексах и по отношению к разным видам помех: вертикальным ускорениям z'' , горизонтальным ускорениям x'' , y'' , их квадратам x''^2 , y''^2 , наклонам α , β , кросс-каплинг-эффекту – совместному влиянию горизонтальных и вертикальных ускорений, эффекту Этвеша. Общее правило – устранять помехи, прежде всего аппаратурными средствами: специальной конструкцией гравиметров, стабилизацией основания, затем следует частотная фильтрация, осреднение и, наконец, учет поправок по данным специальных измерений возмущающих ускорений и наклонов.

Стабилизация основания

Возмущающие ускорения и наклоны основания гравиметра, обусловленные движением метацентра (центра плавучести) корабля, складываются с ускорениями и наклонами из-за его колебаний около метацентра: бортовой и килевой качкой, рысканьем. Первым средством стабилизации основания гравиметра является его размещение как можно ближе к метацентру корабля. Уменьшение амплитуды ускорений и наклонов достигается размещением гравиметра в подвесе Кардана или на гиросtabilизированной платформе.

В подвесе Кардана ось чувствительности гравиметра устанавливается по мгновенной вертикали \bar{G} (рис. 13, а) с погрешностями $\delta\alpha$ истинной вертикали g с погрешностями $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ (рис. 13, б).

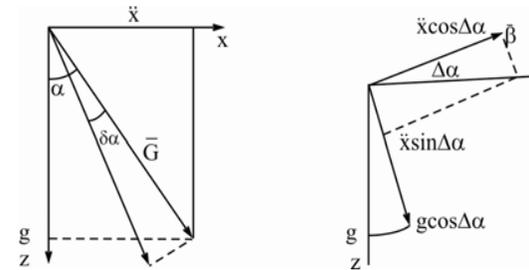


Рис. III.13. Принципы измерений в подвесе Кардана (а) и на гиropлатформе (б)

Стабилизация основания не дает полного исключения возмущающих ускорений и наклонов в широком диапазоне частот. Знакопеременные эффекты I порядка уменьшаются, а квадратичные влияния приходится устранять введением в измеренные значения поправок Броуна при наблюдениях в подвесе Кардана и Гаррисона для измерений на гиropлатформе. На рис. 13 даны построения, объясняющие смысл поправок (по отношению к горизонтальным ускорениям x''), формулы приводятся без вывода.

Поправка Броуна:

$$\Delta g_{Br} = -\frac{x''^2 + y''^2}{2g} + \frac{z''^2}{4g} + \frac{g}{2}(\delta\alpha^2 + \delta\beta^2). \quad (\text{III.111})$$

Поправка Гаррисона:

$$\Delta g_{Gr} = (x'' \Delta\alpha + y'' \Delta\beta) + \frac{z''^2}{4g} + \frac{g}{2}(\Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2). \quad (\text{III.112})$$

Для формул (111) и (112) исходными данными служат средние значения ускорений и наклонов за время каждого измерения g .

Количественное различие поправок Броуна и Гэрисона определяется первыми слагаемыми в формулах (111) и (112). Например, для горизонтальных ускорений 10–50 Гл поправки Броуна равны 50–1250 мГл, а поправки Гэрисона 7–36 мГл. Меньшие значения поправок Гэрисона позволяют при любых возмущениях вычислять их с большей точностью. Поэтому измерения на гиросплатформе предпочтительнее по сравнению с подвесом Кардана, особенно на надводных судах и самолетах. Подвес Кардана используется в измерениях на подводных лодках, в скважинах, на дне моря из-за простоты технического решения.

Демпфирование упругих систем и КК-эффект

Возмущающие ускорения на море имеют высокие частоты и намного превышают по величине диапазон изменений g . Статические гравиметры измеряют не полную величину G , формула (137), а ее часть, включающую приращения g и низкочастотные возмущения. Высокочастотные ускорения и наклоны подавляются системой демпфирования, уменьшающей их амплитуду и сдвигающей фазы колебаний. Системы демпфирования (затухания) в разных типах гравиметров бывают жидкостными, воздушными, магнитными; их функция – создать сопротивление движению пробной массы гравиметра тем большее, чем больше частота (и скорость) колебаний.

Движение рычага гравиметра крутильного типа с системой затухания вертикальных возмущающих ускорений описывает уравнение

$$m l^2 \varphi'' + c \varphi' + m l (g + z'') \cos \varphi + \tau (\varphi_0 + \varphi) = 0, \quad (III.113)$$

где m и l – масса и плечо рычага; φ – смещение рычага от положения равновесия; φ' и φ'' – его скорость и ускорение; $m l^2 \varphi''$ – момент сил инерции рычага; $c \varphi'$ – момент силы трения (определяет затухание); $\tau (\varphi_0 + \varphi)$ – момент упругих сил; $m l g \cos \varphi$ – момент силы тяжести; $m l z'' \cos \varphi$ – момент возмущающих вертикальных ускорений.

В положении равновесия $m l g + \tau \varphi_0 = 0$; для малых углов отклонения от равновесия можно принять $\cos \varphi \approx 1$, тогда

$$\varphi'' + (c / m l^2) \varphi' + (\tau / m l^2) \varphi + z'' / l = 0, \quad (III.114)$$

Коэффициенты уравнения (114): $2b = c / m l^2$ – параметр демпфирования (коэффициент затухания); $\omega_0^2 = \tau / m l^2$ – квадрат собственной частоты колебаний рычага; отношение $2b / \omega_0^2 = c / \tau = t_0$ – постоянная времени. Когда t_0 (и $2b$) велики, система сильно затухающая и работает в почти апериодическом режиме, ускорением φ'' можно пренебречь. Реакция этой системы на гармонические вертикальные ускорения $z''(t) = z''_0 \sin \omega t$ – установившиеся колебания

$$\zeta(t) = g + \lambda z''_0 \sin(\omega t + \Phi), \quad (III.115)$$

где λ – амплитудная и Φ – фазовая характеристика (рис. 14):

$$\lambda = \sqrt{t_0^2 \omega_0^2 + 1}; \quad \Phi = \arctg(t_0 \cdot \omega_0). \quad (III.116)$$

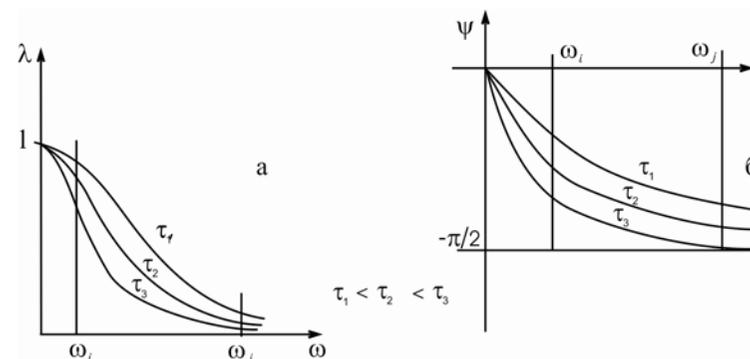


Рис. III.14. Амплитудная (а) и фазовая (б) характеристики демпфированных чувствительных систем

Чем больше затухание системы (c , $2b$, t_0), тем больше расширяется в сторону низких частот спектр подавляемых возмущений. При этом фазовое запаздывание реакции системы на возмущения приближается к $\pi/2$.

Если в статическом гравиметре соединены три фактора:

- 1) упругая система крутильного типа (рис. 11, б);
- 2) прямая схема отсчета по отклонению рычага;
- 3) сильное демпфирование;

такая система обнаруживает кросс-каплинг-эффект, т. е. совместное влияние горизонтальных и вертикальных ускорений. Суть КК-эффекта состоит в следующем. Горизонтальные ускорения влияют на результат измерения g , когда рычаг наклонен к горизонту; в сис-

темах с прямым отсчетом это имеет место всегда (при компенсационном способе отсчета в момент измерения рычаг горизонтален). Между горизонтальными и вертикальными ускорениями сдвиг фаз близок к $\pi/2$. Такой же сдвиг фаз дает демпфирование. Поэтому, если к основанию гравиметра приходит импульс вертикальных ускорений, рычаг на него реагирует с запаздыванием на $\pi/2$ – в то время, когда приходит импульс горизонтальных ускорений, который, в свою очередь, вызывает отклонения рычага со сдвигом $\pi/2$, как под влиянием вертикального импульса.

Влияния КК-эффекта нет, если отсутствует хотя бы одно из перечисленных выше условий. Такие способы реализованы: существуют морские гравиметры с поступательным перемещением пробной массы, например, Gss-3 фирмы "Аскания" (Германия), гравиметры с компенсационным отсчетом типа BGM-2 фирмы "Белл" (США). Но от демпфирования отказаться нельзя.

Используется также факт зависимости знака КК-эффекта от направления рычага. В гравиметре ГАЛ-М ИФЗ РАН имеются две одинаковые противоположно ориентированные упругие системы; мерой силы тяжести является угол между их рычагами, на значение которого не влияет КК-эффект.

В результаты измерений гравиметрами, которые подвержены КК-эффекту, вводятся поправки. Они определяются по средним значениям горизонтальных ускорений x'' , наклона гиروطформы вдоль рычага α и наклона рычага (отсчета гравиметра) φ :

$$\Delta g_{\text{КК}} = -x'' \varphi + \alpha \varphi g + g \alpha^2 / 2. \quad (\text{III.117})$$

Поправка $-x'' \varphi$ в некоторых гравиметрах вводится автоматически с помощью специальной вычислительной схемы и обратной связи с упругой системой.

Ряд технологических вопросов морской и аэрогравиметрии мы не рассматриваем: устройство, технические данные разных гравиметров; вспомогательную аппаратуру; организацию измерений, методику обработки данных измерений, их фильтрацию, осреднение и др. Это можно найти в рекомендуемой литературе.

Эффект Этвеша

Эффект Этвеша – это влияние ускорения Кориолиса и изменений центробежного ускорения. Он отличается от рассмотренных эффектов тем, что зависит не от способа измерений силы тяжести, а только от направления и скорости движения корабля или самолета.

Скорость носителя v по азимуту A можно разложить на составляющие: северную $v_N = v \sin A$ и восточную $v_E = v \cos A$. Движение на север по поверхности с радиусом R дает центробежное ускорение $(v^2 / R) \cos^2 A$, а движение по параллели изменяет угловую скорость вращения корабля на величину $v \sin A / (R \cos \varphi)$, где φ – широта. Суммарное инерционное ускорение, действующее на гравиметр, составляет

$$p_{\kappa} = \left(\omega + \frac{v \sin A}{R \cos \varphi} \right)^2 + \frac{v^2}{R} \cos^2 A. \quad (\text{III.118})$$

В нормальных формулах силы тяжести учитывается центробежное ускорение $p = \omega^2 R \cos^2 \varphi$. Разность $p_{\kappa} - p$ и есть эффект Этвеша. Поправка $\Delta g_{\text{Э}}$, исключая его, имеет противоположный знак:

$$\Delta g_{\text{Э}} = -2 \omega v \sin A \cos \varphi - v^2 / R. \quad (\text{III.119})$$

Подставив значения угловой скорости вращения ω , среднего радиуса Земли R , получим (если скорость измеряется в км/ч)

$$\Delta g_{\text{Э}} = -4,05 v \sin A \cos \varphi - 0,0012 v^2. \quad (\text{III.120})$$

Второе слагаемое достигает 1 мГл при скорости 30 км/ч, далее быстро растёт. Оно является главным при измерениях на самолете, а на кораблях гораздо больше первое слагаемое (120). Чем выше скорость, тем точнее ее надо измерять из-за квадратичной зависимости во втором слагаемом. Скорости судов, используемых для измерений силы тяжести на море, как правило, довольно малы, и обычные навигационные измерения позволяют вычислить поправку Этвеша с необходимой точностью порядка ± 1 мГл.

Спутниковая гравиметрия

Изучение глобальных закономерностей распределения гравитационного поля и плотностных неоднородностей в недрах Земли в последние полвека получило сильный импульс развития в связи

с широким использованием методов спутниковой гравиметрии. Результаты этих измерений пока не играют большой роли в разведочной геофизике, но возможности их использования, особенно по мало изученным в доспутниковую эпоху труднодоступным регионам, включая океаны, имеются и начинают эффективно использоваться.

Здесь мы рассмотрим основные методы спутниковой гравиметрии в изучении гравитационного поля Земли, Луны и других планет.

Главное достоинство всех методов спутниковой гравиметрии состоит в том, что они позволяют более надежно, чем наземные методы, определять гармоники низких порядков – за счет полной однородной информации по всей планете. Главный путь развития методов спутниковой гравиметрии – повышение степени и порядка гармонических коэффициентов, оцениваемых на приемлемом уровне точности, и точности определения высот геоида над эллипсоидом. В качестве малых величин в анализе данных спутниковой гравиметрии используются произведения $\alpha^n R$ (α – сжатие, R – средний радиус планеты). Для далеких планет пока уровень точности соответствует линейной форме αR на Земле; это около 20 км (разность экваториальной и полярной осей). Для Луны и близких планет уже превышен уровень квадратичной формы (на Земле $\alpha^2 R \sim 70$ м). Задачи изучения Земли требуют точности $\alpha^3 R \sim 2$ см; и этот уровень практически достигнут. Такую точность обеспечивает современная теория движения спутников.

Главный метод спутниковой гравиметрии для Земли и Луны – это изучение по данным наземных станций слежения изменения во времени параметров орбит спутников и возмущений в их движения вследствие неоднородности гравитационного поля. По Луне этот метод дает даже лучшие результаты, чем по Земле. Причины:

- выше эффективность работы станций слежения (лунный спутник одновременно виден половиной станций слежения на Земле);

- Луна медленнее вращается, за время одного оборота спутника она поворачивается всего на 2° , гравитационное поле во влиянии на спутник меньше осредняется;

- на Луне нет атмосферы, нет и атмосферных возмущений движения спутника, он может долго летать на небольшой высоте (высоты полетов аппаратов «Аполлон» составляли 15–20 км, что в 10–20 раз меньше высоты полетов земных спутников), а это значит – гравитационное поле меньше усреднено;

- отношение аномального поля к полной величине на Луне много больше, чем на Земле, поэтому лунные спутники больше подвержены возмущающему влиянию поля, чем земные, а большие величины легче измерять.

Главной помехой для спутниковой гравиметрии на Земле является влияние атмосферы – она создает негравитационный эффект ускорений и уменьшает срок жизни спутника (основное торможение – в перигее, из-за чего орбита спутника сокращается, приближаясь к круговой, когда по всей орбите силы сопротивления атмосферы становятся большими). Есть и много других, которые учитываются по данным специальных измерений или моделированием эффектов. Это влияния: лунно-солнечных приливов; давления прямых и отраженных солнечных лучей и их зависимости от облачности на Земле; давления собственного теплового излучения Земли.

Для более надежного изучения деталей структуры гравитационного поля Земли (более высокого порядка гармоник) используются другие методы. Прежде всего, это спутниковые альтиметрические измерения высоты над эллипсоидом поверхности океанов, которая совпадает с геоидом с точностью ~ 1 м. Альтиметрия в настоящее время достигла точности в первые сантиметры. Она дает оценки геопотенциала в форме аномалий высот геоида (данные по очевидной причине относятся только к океанам). В настоящее время широко используются спутниковые градиентометрические измерения. Только их данные могут обеспечить точность оценок высоты геоида в первые сантиметры. Были реализованы такие системы измерений:

- а) два спутника, разнесенные по высоте (на ~ 50 км);
- б) космический кораблю Шаттл и спутник на большей высоте;
- в) Шаттл с группой градиентометров на тресе длиной 100 км;
- г) градиентометры разных конструкций внутри спутника.

Для изучения гравитационного поля Луны и планет применяется метод доплеровской оценки лучевой скорости спутника небесного тела. Лучевая скорость – это проекция скорости спутника на направление луча от спутника к станции слежения на Земле (этих станций, которые одновременно следят и за ИСЗ, много).

Закончим этот раздел краткой характеристикой гравитационного поля Луны. Луна очень мало отличается от шара. Нормальным потенциалом считается потенциал шара, радиусом 1738 км, со средней плотностью $3,344$ г/см³. Безразмерный момент инерции Луны равен

0, 391 (Земли 0,3308, однородного шара 0,4). В гравитационный потенциал Луны существенный вклад приливный потенциал Земли: уровенная поверхность вытягивается в ее сторону. Это объясняет, почему Луна обращена к Земле одной стороной. Фигуру Луну можно аппроксимировать трехосным эллипсоидом с полуосями:

$$a = R + 39, b = R - 11, c = R - 28 \text{ (все величины в метрах).}$$

Большая полуось направлена в сторону Земли.

Луна – не равновесное тело. Возможно, она остановила свое вращение уже после того, как приобрела свою форму, затем затвердела.

Нормальное гравитационное поле Луны (для трехосного эллипсоида) равно:

$$\gamma = 162306(1 - 0,000288 \sin^2 \varphi + 0,000061 \cos^2 \varphi \cos 2\lambda).$$

Как видим, сила тяжести к полюсу убывает, в отличие от Земли.

На карте уровенной поверхности Луны (селеноида) отмечено увеличение высоты над шаром в сторону Земли на 400 м и более 300 м с обратной стороны Луны. Эта вытянутость селеноида в сторону Земли на порядок больше, чем это может быть вызвано современным приливым потенциалом Земли. Известно, что Луна от Земли отдаляется. Когда-то она была ближе, и приливный эффект был больше современного. Объяснить наблюдаемую вытянутость можно, если допустить, что она сформировалась, когда Луна была в 2,7 раза ближе к Земле. Значит, и тогда вращение Луны и ее обращение вокруг Земли были синхронны.

На Луне выявлены крупные положительные аномалии – масконы (mass concentration), приуроченные к морям. На высоте 100 км они достигают 250 мГл над Морем дождей, 220 мГл над Морем ясности и 130 мГл над Морем кризисов. Предложены разные гипотезы о природе этих аномалий. Важно, что кора Луны в районе масконов изостатически не компенсирована.

ГЛАВА IV. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Элементы магнитного поля

Магнитное поле Земли в его постоянной части (она меняется во времени, но амплитуда вариаций много меньше, чем интенсивность поля) можно описать уравнениями Максвелла

$$\mathbf{rot} \mathbf{H} = 0; \quad \mathbf{div} \mathbf{B} = 0, \quad (\text{IV.1})$$

где \mathbf{H} – напряженность поля, \mathbf{B} – магнитная индукция. Эти векторы связаны магнитной проницаемостью среды μ в точке измерения:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad (\text{IV.2})$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная в СИ.

Это справедливо для изотропной среды; дальше анизотропия также не учитывается.

Формулы (1) означают, что векторное поле \mathbf{H} является потенциальным, то есть ему можно поставить в соответствие скалярный магнитный потенциал U , а векторное поле \mathbf{B} является соленоидальным и ему может соответствовать векторный потенциал \mathbf{A} :

$$\mathbf{H} = \mathbf{grad} U; \quad \mathbf{B} = \mathbf{rot} \mathbf{A}. \quad (\text{IV.3})$$

Из (2) и (3) следует, что в однородной среде ($\mu = \text{const}$) магнитный потенциал U удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2 U \equiv \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \quad (\text{IV.4})$$

Дальше используются модули магнитной индукции B и напряженности поля H . В СГС эти величины и намагниченность J имеют одну размерность. В СИ одну размерность имеют H и J , а B отличается на размерность $1 / \mu_0$ (табл. 1). Они связаны определением \mathbf{H} :

$$\text{в СГС: } \mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi \mathbf{J}; \quad \text{в СИ: } \mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu_0 - \mathbf{J}. \quad (\text{IV.5})$$

Учитывая (151) и зависимость $\mathbf{J} = \kappa \mathbf{H}$, получаем:

$$\text{в СГС: } \mu = 1 + 4\pi \kappa; \quad \text{в СИ: } \mu = 1 + \kappa.$$

Магнитная восприимчивость κ – безразмерная величина, но имеет в СИ значения в 4π раз меньше, чем в СГС.

Таблица IV.1

Магнитные величины и их единицы

Величины, обозначения	Размерности		Названия		Соотношения $1 \text{ (СИ)} = ? \text{ (СГС)}$
	СИ	СГС	СИ	СГС	
Магнитная индукция B	$MT^{-2}I^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	тесла (Тл) гаусс (Гс)		$1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$
Напряженность поля H	$L^{-1}I$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	А / м эрстед (Э)		$1 \text{ А / м} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Э}$
Магнитный момент M	L^2I	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$	А·м ² ед. СГС		$1 \text{ А·м}^2 = 4\pi \cdot 10^3 \text{ ед. СГС}$
Намагниченность J	$L^{-1}I$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	А / м ед. СГС		$1 \text{ А / м} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ ед. СГС}$
Магнитная постоянная μ_0	$LMT^{-2}I^{-2}$	нет	Гн / м нет		
Магнитная проницаемость μ	\bar{b}/ρ	\bar{b}/ρ	ед. СИ ед. СГС		$1 \text{ ед. СИ} = 1 \text{ ед. СГС}$
Магнитная восприимчивость κ	\bar{b}/ρ	\bar{b}/ρ	ед. СИ ед. СГС		$1 \text{ ед. СИ} = 4\pi \text{ ед. СГС}$

В геомагнетизме и магниторазведке основным элементом магнитного поля является вектор **T**. До введения СИ его считали напряженностью геомагнитного поля **H**, измеряли в эрстедах (Э) и долях эрстеда, в гаммах (γ), $1 \gamma = 10^{-5} \text{ Э}$. Сейчас вектор **T** рассматривают как магнитную индукцию **B**, что физически точнее, поскольку магнитное поле измеряется не в вакууме. Единицы измерения **T** в СИ – это тесла (Тл) и дольная единица нанотесла (нТл), $1 \text{ нТл} = 10^{-9} \text{ Тл}$. Материалы старых магнитных съемок можно использовать без исправления, так как $1 \gamma = 1 \text{ нТл}$. Это допустимо ввиду одинаковых значений (в СГС) **B** и **H** в воздухе ($\mu = 1$) и одинаковой размерности единиц Э и Гс:

$$1 \gamma = 10^{-5} \text{ Э} = 10^{-5} \text{ Гс} = 10^{-9} \text{ Тл} = 1 \text{ нТл}.$$

Приняв магнитную индукцию **B** в качестве силовой функции геомагнитного поля ($\mathbf{T} \equiv \mathbf{B}$), для выполнения условия $\mathbf{B} = \text{grad } U$ потенциал U удобно определять, используя произведение магнитного момента диполя M и магнитной постоянной $\mu_0 / 4\pi$:

$$U = \frac{\mu_0 M}{4\pi \cdot R^2} \cos \theta, \tag{IV.6}$$

где M – магнитный момент диполя; θ – угол между положительным направлением диполя и радиус-вектором точки определения потенциала U относительно центра диполя (рис. 1). Далее в качестве магнитного момента диполя используется величина $\mathbf{M} = \mu_0 \mathbf{M} / 4\pi$.

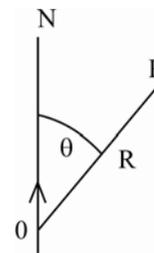


Рис. IV.1. К определению потенциала диполя

Известно, что геомагнитное поле (ГМП) в первом приближении можно считать дипольным, оно эквивалентно полю однородно намагниченного шара, а также полю кольцевого тока, текущего в экваториальной плоскости.

На поверхности сферы радиуса R вертикальная Z и горизонтальная H производные геомагнитного потенциала $U(r)$ равны

$$Z = -\frac{dU}{dr} = \frac{2M}{R^3} \sin \varphi; \quad H = -\frac{1}{r} \frac{dU}{d\varphi} = \frac{M}{R^3} \cos \varphi, \tag{IV.7}$$

где φ – широта (для осевого диполя). Если ось диполя не совпадает с осью вращения (в действительности это так и есть), вместо широты φ в (7) следует записать магнитную широту φ_m . Модуль T вектора магнитной индукции **T** дипольного магнитного поля равен

$$T = \frac{M}{R^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi}. \tag{IV.8}$$

Как видно из формул (7) и (8), поле Z изменяется от 0 на экваторе до $2M / R^3$ на полюсах, поле H – от 0 на полюсах до M / R^3 на экваторе; T – от M / R^3 на экваторе до $2M / R^3$ на полюсах.

Наклонение I вектора магнитной индукции **T** к горизонту:

$$I = \arctg \frac{Z}{H}, \quad \text{поэтому} \quad \text{tg } I = 2 \text{ tg } \varphi; \tag{IV.9}$$

это справедливо и для диполя, ось которого (направление вектора магнитного момента M) не совпадает с осью вращения Земли, с заменой φ на φ_m .

Вектор **T** однозначно определяется тремя его составляющими по координатным осям. Обычно применяется прямоугольная систе-

ма координат с осью z вниз, осью x на географический север, осью y – на восток (рис. 2).

Рис. IV.2. Элементы геомагнитного поля

Элементами ГМП в каждой точке называются пять силовых компонент и две угловые величины:

- модуль вектора магнитной индукции T ;
- вертикальная составляющая Z ;
- горизонтальная составляющая H – модуль вектора \mathbf{H} ;
- северная X и восточная Y составляющие;
- наклонение I – угол между \mathbf{T} и горизонтальной плоскостью;
- склонение D – угол между горизонтальной компонентой \mathbf{H} и осью x , т. е. между вертикальными плоскостями магнитного и географического меридианов.

Между этими элементами имеют место соотношения

$$H^2 = X^2 + Y^2; \quad T^2 = H^2 + Z^2 = X^2 + Y^2 + Z^2;$$

$$H = T \cos I; \quad Z = T \sin I; \quad X = H \cos D; \quad Y = H \sin D; \quad (IV.10)$$

$$I = \arctg(Z/H); \quad D = \arctg(Y/X).$$

Для определения вектора \mathbf{T} геомагнитного поля можно измерять разные наборы из трех элементов МПЗ; чаще других такими элементами являются: 1) X, Y, Z ; 2) T, H, D ; 3) H, D, I ; 4) T, D, I .

Структура геомагнитного поля

Значения T на земной поверхности изменяются от 23 000 до 68 000 нТл; среднее значение T на экваторе составляет 32 000 нТл, а на полюсах 66 000 нТл. Такое распределение T соот-

ветствует магнитному моменту диполя в центре Земли с магнитным моментом $M = 8,05 \cdot 10^{22} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ (или $8,05 \cdot 10^{15} \text{ Тл} \cdot \text{м}^3$). Значения $|Z|$ вблизи полюсов составляют в среднем 64 000 нТл, H в области экватора приблизительно 30 000 нТл, что соответствует формулам (7).

В первом приближении магнитное поле можно аппроксимировать полем диполя, центр которого расположен в центре масс Земли. Ось такого диполя пересекает поверхность Земли в точках, называемых геомагнитными полюсами. Магнитными полюсами называются точки на поверхности Земли, где наклонение $I = 90^\circ$, а горизонтальная составляющая $H = 0$. Из-за неоднородности аномального поля магнитные полюса представляют собой области, где указанные условия выполняются с определенной погрешностью. В табл. 2 приведены координаты (широта φ и долгота λ) геомагнитных и магнитных полюсов на эпохи 1960, 1980 и 2000 гг. (по данным Международного геомагнитного поля IGRF 10-й генерации).

Таблица IV.2

Координаты геомагнитных и магнитных полюсов

Эпоха	Геомагнитные полюса				Магнитные полюса			
	Северный		Южный		Северный		Южный	
	φ	λ	φ	λ	φ	λ	φ	λ
1960	78,5	-69,5	-78,5	111,5	75,3	-101,0	-66,7	140,2
1980	78,8	-70,7	-78,8	111,2	76,9	-101,7	-65,4	139,3
2000	79,5	-71,6	-79,5	110,5	81,0	-109,6	-64,7	138,3

Наклон α оси диполя к оси вращения Земли определяется по широте северного геомагнитного полюса: $\alpha = 90^\circ - \varphi$. Наклон в последние эпохи был: 1960 – $11,5^\circ$, 1980 – $11,2^\circ$, 2000 г. – $10,5^\circ$.

С 1995 г. миграция северного магнитного полюса резко ускорилась. За последние 10 лет он сместился к географическому полюсу на 500 км. Такое же расстояние он прошел за 50 лет – с 1945 по 1995 гг. Смещение геомагнитного полюса намного меньше (за 100 лет на 150 км). На южном полюсе похожее соотношение: за 100 лет магнитный полюс сместился к северо-западу на 700 км, а геомагнитный – только на 100 км.

Структуру геомагнитного поля удобно изучать, используя разложение магнитного потенциала в ряд по сферическим функциям, называемый рядом Гаусса:

$$U(r, \varphi, \lambda) = R \sum_{n=1}^{\infty} P_n^m(\sin \varphi) \{ [g_{nm} (\frac{r}{R})^n + g_{nm}^1 (\frac{R}{r})^{n+1}] \cos m \lambda + [h_{nm} (\frac{r}{R})^n + h_{nm}^1 (\frac{R}{r})^{n+1}] \sin m \lambda \}. \quad (IV.11)$$

где R – средний радиус Земли; r – его значение в точке определения потенциала; g_{nm} и h_{nm} – коэффициенты Гаусса, относящиеся к магнитному полю внутренних источников; g_{nm}^1 и h_{nm}^1 – коэффициенты, связанные с внешним полем (ионосферы и магнитосферы).

Поскольку потенциал не измеряется, практические выражения для ряда Гаусса строятся по ортогональным составляющим вектора магнитной индукции, которые являются производными потенциала в сферических координатах:

$$X = \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \varphi}; \quad Y = -\frac{1}{r \cos \varphi} \frac{\partial U}{\partial \lambda}; \quad Z = -\frac{\partial U}{\partial r}. \quad (IV.12)$$

Выражения X , Y и Z в виде ряда не приводятся.

Для дипольного поля справедливы простые выражения первых коэффициентов Гаусса

$$g_{10} = \frac{M}{R^3} \sin \varphi_0; \quad g_{11} = \frac{M}{R^3} \cos \varphi_0 \cos \lambda_0; \quad h_{11} = \frac{M}{R^3} \cos \varphi_0 \sin \lambda_0, \quad (IV.12)$$

где φ_0 , λ_0 – углы ориентации оси диполя относительно выбранной системы сферических координат (широта и долгота северного геомагнитного полюса).

Параметры центрального диполя можно оценить по (12):

$$M = R^3 \sqrt{g_{10}^2 + g_{11}^2 + h_{11}^2}; \quad \varphi_0 = \arctg \frac{g_{10}}{\sqrt{g_{11}^2 + h_{11}^2}}; \quad \lambda_0 = \arctg \frac{h_{11}}{g_{11}}. \quad (IV.13)$$

Отличием геомагнитного поля от модели, описываемой формулами (12) и (13), является смещение центра диполя от центра масс Земли в сторону Филиппинских островов на величину, постоянно увеличивающуюся и составлявшую в 2005 г. $0,1 R$ (670 км). Это требует более сложных формул для оценки параметров диполя из-за необходимости учета коэффициентов Гаусса более высокого порядка.

В табл. 3 приведены значения первых коэффициентов Гаусса для внутреннего поля эпох 1960, 1980 и 2000 гг., а также их годовые изменения за время с 1955 по 1960, с 1975 по 1980 и с 1995 по 2000 годы. Из нее видно, что гармоники второго и третьего порядка имеют амплитуды порядка 5–10 % значений g_{10} . Далее, для $n = 4–6$ соответствующие величины не превышают 1 % от g_{10} , для $n = 7–9$ около 0,1 %; амплитуды гармоник с $n \geq 10$ мало меняются – в пределах, почти не превышающих погрешности их определения. Очевидно, что ГМП четко разделяется на две составляющие: главное и аномальное магнитные поля.

Главное геомагнитное поле описывается гармониками от 1-го до 8-го порядка и имеет характерные размеры аномалий на земной поверхности более 5000 км.

Таблица IV.3

Характеристики ГМП эпох 1960, 1980 и 2000 гг.

Коэффициенты	Значения, нТл			Вариации, нТл/год		
	1960	1980	2000	1960	1980	2000
g_{10}	-30421	-29992	-29619	15,8	21,6	14,5
g_{11}	-2169	-1956	-1728	9,2	11,4	11,2
h_{11}	5791	5604	5186	-5,8	-14,2	-24,0
g_{20}	-1555	-1997	-2268	-23	-19	-13,5
g_{21}	3002	3027	3068	-0,2	3,4	-0,3
h_{21}	-1967	-2129	-2482	-13,8	-12,4	-23,1
g_{22}	1590	1663	1671	1,8	6,2	-2,0
h_{22}	206	-200	-458	-17	-26,4	-9,0
g_{30}	1302	1281	1340	0	1	0,9
g_{31}	-1992	-2180	-2288	-9,6	-7,2	-4,2
h_{31}	-414	-336	-228	9,6	-0,6	6,9
g_{32}	1289	1251	1252	0,2	-1,8	0,6
h_{32}	224	271	293	1,6	1,8	-1,7
g_{33}	878	833	715	-0,8	0,6	-8,9
h_{33}	-130	-252	-491	-9,4	-5,8	-12,8

Аномальное магнитное поле проявляется в коэффициентах Гаусса случайным образом из-за малых размеров аномалий в плане (порядка десятков километров и менее).

В главном геомагнитном поле можно выделить:

а) дипольное поле (ДП), описываемое первой и второй гармониками; его величина в среднем по интенсивности на земной поверхности составляет около 90 % полного ГМП;

б) поле мировых магнитных аномалий (ММА), определяемое гармониками от 3 до 8 порядка; выделены 4 аномалии: положительные Сибирская, Канадская и Антарктическая и отрицательная Бразильская. ММА составляют основную часть недипольного поля, которое отличается от дипольного морфологией и закономерностями изменения во времени.

Известны разные модели диполей, представляющих ГМП. Палеомагнитологи используют модель центрального осевого диполя (ЦОД), которая хорошо представляет ГМП в среднем за 10^5 лет. Мгновенное ГМП (в любое время) в первом приближении можно представить полем центрального диполя (ЦД) с центром в центре масс Земли и осью, наклоненной к оси вращения на небольшой угол (порядка 10°). Гораздо лучше ГМП приближается полем эксцентричного диполя (ЭД).

Основной метод анализа МПЗ – это представление его рядом по сферическим полиномам. Для определения параметров ЭД используются формулы (полученные А. Шмидтом), связывающие эти параметры с первыми *восемью* коэффициентами ряда Гаусса ($n = 1$ и 2). Эти формулы удобны в расчетах для особой модели ЭД – диполя Шмидта (ЭДШ), вектор магнитного момента которого равен и коллинеарен вектору магнитного момента ЦД.

В качестве параметров эксцентричного диполя используются: координаты центра диполя r_d, θ_d, λ_d (расстояние от центра Земли, коширота, долгота) и ориентировка оси диполя, задаваемая координатами Северного осевого полюса (СОП) θ_N, λ_N .

В модели ЦД геомагнитный полюс (точка пересечения оси диполя с поверхностью Земли) обладает свойством вертикальности силовых линий дипольного поля ($I = 90^\circ$ в северном и $I = -90^\circ$ в южном полушарии). В моделях ЭД эти два свойства относятся к разным точкам. Осевой полюс – это точка пересечения оси диполя с поверхностью Земли. Свойством $I = 90^\circ$ или $I = -90^\circ$ обладает диполь. Это понятие введено для модели диполя Шмидта, но оно применимо и для эксцентричного диполя с произвольной ориентировкой оси магнитного момента. В модели ЭД прямая, соединяющая дип-полюса – северный (СДП) и южный (ЮДП), не лежит

в одной плоскости с прямой СОП (θ_N, λ_N) – центр диполя $D(\theta_d, \lambda_d)$ – ЮОП (θ_S, λ_S). Для определения координат дип-полюсов ЭДШ по первым 8 гармоническим коэффициентам модели имеются соответствующие формулы. В модели эксцентричного диполя с произвольной осью координаты дип-полюсов определяются оптимизационным подбором с условием $I = 90^\circ$ или $I = -90^\circ$.

Магнитное поле эксцентричного диполя

Далее, кроме сферической системы координат, будем использовать декартову систему $Oxyz$ (O – в центре Земли, z – по оси вращения, x – по линии пересечения плоскостей экватора и меридиана Гринвич, y – в плоскости меридиана 90°).

Потенциал диполя с магнитным моментом M определяется по формуле

$$U(A) = \frac{M}{r^2} \cos \gamma, \quad (IV.14)$$

где r – модуль радиус-вектора диполя в точке A ; γ – угол между осью диполя и радиус-вектором r .

Обозначим стороны треугольника с вершинами $D(x_d, y_d, z_d)$ – центр диполя, $N(x_N, y_N, z_N)$ – северный геомагнитный полюс, A – точка определения потенциала диполя $U(x, y, z)$: $DA = r$, $DN = d$, $NA = a$. По теореме косинусов

$$\cos \gamma = \frac{r^2 + d^2 - a^2}{2rd}. \quad (IV.15)$$

Определим r, d и a как длину радиус-векторов:

$$\begin{aligned} r^2 &= (x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + (z - z_d)^2; \\ d^2 &= (x_N - x_d)^2 + (y_N - y_d)^2 + (z_N - z_d)^2; \\ a^2 &= (x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 + (z - z_N)^2. \end{aligned} \quad (IV.16)$$

Компоненты вектора магнитной индукции T в декартовых координатах (X_C, Y_C, Z_C) вычисляются как производные потенциала (1) по соответствующим координатам:

$$X_C = -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{M}{r^3} \left(2 \cos \gamma \frac{\partial r}{\partial x} - r \frac{\partial \cos \gamma}{\partial x} \right);$$

$$Y_C = -\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{M}{r^3} \left(2 \cos \gamma \frac{\partial r}{\partial y} - r \frac{\partial \cos \gamma}{\partial y} \right); \quad (IV.17)$$

$$Z_C = -\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{M}{r^3} \left(2 \cos \gamma \frac{\partial r}{\partial z} - r \frac{\partial \cos \gamma}{\partial z} \right);$$

Входящие в формулы (17) производные $\cos \gamma$ по координатам выражаются так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \cos \gamma}{\partial x} &= K_r \frac{\partial r}{\partial x} + K_a \frac{\partial a}{\partial x}; \\ \frac{\partial \cos \gamma}{\partial y} &= K_r \frac{\partial r}{\partial y} + K_a \frac{\partial a}{\partial y}; \\ \frac{\partial \cos \gamma}{\partial z} &= K_r \frac{\partial r}{\partial z} + K_a \frac{\partial a}{\partial z}, \end{aligned} \quad (IV.18)$$

где

$$K_r = \frac{r^2 - d^2 + a^2}{2r^2 d}; \quad (IV.19)$$

$$K_a = -\frac{a}{rd},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial x} &= \frac{x - x_d}{r}; & \frac{\partial a}{\partial x} &= \frac{x - x_N}{a}; \\ \frac{\partial r}{\partial y} &= \frac{y - y_d}{r}; & \frac{\partial a}{\partial y} &= \frac{y - y_N}{a}; \\ \frac{\partial r}{\partial z} &= \frac{z - z_d}{r}; & \frac{\partial a}{\partial z} &= \frac{z - z_N}{a}. \end{aligned} \quad (IV.20)$$

Подстановка величин (19) и (20) в формулы (18), а затем величин (15), (16) и (18) в формулы (17) приводит к громоздким выражениям для компонент поля в картезианских координатах X_C , Y_C , Z_C , но в этих выражениях нет необходимости. Вычисления по формулам (20–19–18–17) можно выполнять последовательно с подстановкой числовых значений.

Затем значения $X_C(x, y, z)$, $Y_C(x, y, z)$, $Z_C(x, y, z)$ в точке $A(\theta, \lambda)$ преобразуются в обычную для геомагнетизма систему декартовых координат (ось x – на север, ось y – на восток, ось z – вертикально вниз) с использованием следующих соотношений:

$$\begin{aligned} X &= X_C \cos \theta \cos \lambda + Y_C \cos \theta \sin \lambda - Z_C \sin \theta; \\ Y &= -X_C \sin \theta \sin \lambda + Y_C \sin \theta \cos \lambda; \\ Z &= X_C \sin \theta \cos \lambda + Y_C \sin \theta \sin \lambda + Z_C \cos \theta; \end{aligned} \quad (IV.21)$$

Значения компонент вектора удобно определять по равномерной сетке географических координат в виде $X(\theta, \lambda)$, $Y(\theta, \lambda)$, $Z(\theta, \lambda)$, поэтому значения координат x, y, z задаются по формулам

$$x = \rho \sin \theta \cos \lambda; \quad y = \rho \sin \theta \sin \lambda; \quad z = \rho \cos \theta.$$

Координаты южного геомагнитного полюса x_S, y_S, z_S определяются по уравнению прямой, соединяющей точки N и D и точку с этими координатами:

$$\begin{aligned} x_S &= Kx_d - x_N; \\ y_S &= Ky_d - y_N; \\ z_S &= Kz_d - z_N, \end{aligned} \quad (IV.22)$$

где

$$K = 2 \frac{x_d x_N + y_d y_N + z_d z_N}{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2}.$$

Пока рассмотрение велось для сферической поверхности Земли. Последние модели IGRF дают поле на поверхности сфероид (эллипсоида вращения с малым сжатием a) WMG-84. Поле эксцентричного диполя на этом эллипсоиде можно вычислять с учетом только зависимости радиуса от широты. Несовпадение нормали к эллипсоиду с радиус-вектором приводят к отличию производных по нормали и по радиус-вектору не более $6 \cdot 10^{-6}$ (это максимум на широте 45°) [Грушинский, 1962]. Зависимость $\rho(\varphi)$ – это формула Клеро (без учета малых второго порядка):

$$\rho(\theta) = \rho_e (1 - \alpha \sin^2 \varphi),$$

где $\rho_e = 6378,178$ км – экваториальный радиус, $\alpha = 1/298,2528$.

В табл. 4 приведены параметры ЭД, определенные подбором по значениям поля модели IGRF; СКО – среднеквадратическое отклонение поля диполя от IGRF.

В нижней строке показаны: относительные изменения r_d , СКО и M и абсолютные изменения угловых координат центра диполя и северного осевого полюса СОП за 50 лет.

Изменения параметров ЭД имеют регулярный характер. Магнитный момент диполя уменьшился на 3,6 %, СКО как показатель недипольности поля увеличилось на 9,1 %, а как центр диполя сместился от центра масс Земли почти на 120 км.

Таблица IV.4

Параметры эксцентричного диполя моделей IGRF

Год	r_d	θ_d , град.	λ_d , град.	θ_N , град.	λ_N , град.	СКО, нТл	M нТл
1960	0,0833	83,049	147,579	8,035	-80,664	5214	31043
1980	0,0899	80,353	145,069	7,476	-82,357	5396	30574
2000	0,0985	79,523	140,783	6,257	-84,455	5619	30120
Δ	21 %	-4,6°	-9,5°	-2,3°	-4,3°	9,1 %	-3,6 %

В разложении геомагнитного поля в ряд Гаусса дипольная часть поля влияет не только на 1-ю и 2-ю гармоники, как обычно считается, а распространяется до 5-й гармоники; вес высоких гармоник со временем растет. С другой стороны, мировые магнитные аномалии (ММА) проявляются в разложении Гаусса в 1-й и 2-й гармониках, а не с 3-й, как принято считать. Поэтому оценки параметров эксцентричного диполя (любой модели) по первым 8 гармоническим коэффициентам имеют относительное значение – для выявления закономерностей их изменения.

Наличие мировых магнитных аномалий, а также аномального магнитного поля с источниками в литосфере приводит к тому, что магнитные полюса как области, где $H = 0$, а $I = 90^\circ$, не совпадают с геомагнитными полюсами. Магнитные полюса имеют координаты (на 2000 г): на севере 81° с.ш., 110 з.д., на юге 65° ю.ш., 138° в.д. Отличие от координат геомагнитных полюсов составляет: по широте от 4 до 13° , по долготе порядка 30° .

Вариации магнитного поля Земли

Геомагнитное поле очень нестабильно по сравнению с другими физическими полями Земли. Вариации ГМП разнообразны:

1. Уменьшение магнитного момента M и амплитуды первой гармоники g_{10} ; скорость изменения M , dM/Mdt равна $-5 \cdot 10^{-4}$ год $^{-1}$ в среднем за 150 лет, а 1980–2000 гг. она равна $-7 \cdot 10^{-4}$ год $^{-1}$. Если

бы скорость была постоянной, поле могло уменьшиться до нуля за 2000 лет, но она меняется.

2. Инверсии (изменения знака) геомагнитного поля, выявленные по данным палеомагнитных исследований. В последние 5 млн лет известны 22 инверсии ГМП. Выделены две эпохи прямой (современной) полярности: Брюнес (от 0,87 млн лет до настоящего времени), Матуяма (2,40–0,87 млн лет), и две эпохи обратной полярности – Гаусс (3,32–2,40 млн лет) и Гилберт (5,20–3,32 млн лет). В каждой из них выявлены эпизоды противоположной полярности длительностью 0,02–0,2 млн лет. За 230 млн лет, в мезозое и кайнозое, одна инверсия приходилась на $(2-5) \cdot 10^5$ лет. Длительность инверсии (процесса изменения полярности) составляет 10^3-10^4 лет.

3. Изменения параметров эксцентричного диполя, представляющего ГМП (в 1955–2005 гг.): а) регулярное удаление центра диполя от центра масс Земли на 120 км (средняя скорость 2,4 км/год); б) смещение центра ЭД на север от экватора на $4,6^\circ$;

4. Уменьшение дипольного поля сопровождается увеличением интенсивности 2-й гармоники; СКО приближения геомагнитного поля полем ЭД на 9,1 % за 50 лет; среднеквадратических значений гармоник ЭД со 2-й по 5-ю. За тот же срок вдвое возросло СКО приближения поля ЭД рядом с $N = 5$.

5. Вариации недипольной части поля: возникновение, западный дрейф со скоростями 0,18–0,23 град/год и распад (через 20–60 лет) фокусов векового хода МПЗ.

6. Квазипериодические вариации интенсивности элементов МПЗ: по инструментальным, архео- и палеомагнитным данным выделены периоды: 6, 11, 22, 58, 450, 600, 1800, 8000 лет (первые два связываются с внешним полем).

7. Вариации внешнего магнитного поля (с источниками в ионосфере и магнитосфере):

– солнечно-суточные в спокойные дни (Sq -вариации), их амплитуда по Z и H достигает в дневное время 70 нТл (рис. 3), в зависимости от широты и электропроводности разреза; в разнесенных по долготу пунктах вариации коррелируются по местному времени;

– солнечно-суточные вариации в магнитно-возмущенные дни (Sd -вариации) не имеют таких отчетливых закономерностей и могут быть намного интенсивней Sq -вариаций;

– бухтообразные возмущения геомагнитного поля с амплитудами в единицы и первые десятки нанотесл и характерными временами от долей часа до 2–5 ч.;

– магнитные бури продолжительностью от часов до нескольких суток, во время которых на фоне изменений поля на 30–50 нТл наблюдаются нерегулярные, зачастую короткопериодные вариации с амплитудами в сотни и тысячи нанотесл. Для электромагнитного зондирования Земли особенно важны внезапные начала магнитных бурь – быстрый рост напряженности поля.

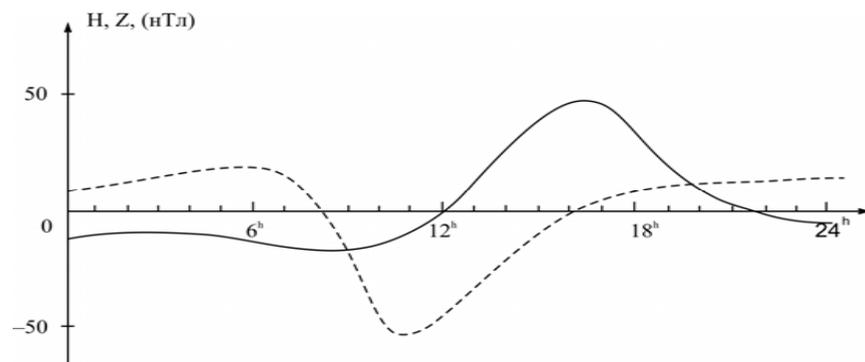


Рис. IV.3. Солнечно-суточные (Sq) вариации элементов Z и H геомагнитного поля на широте 60°

Суточные вариации обусловлены воздействием "солнечного ветра" – потока заряженных частиц, которые деформируют магнитосферу, "сдувая" ее в сторону, противоположную Солнцу. Из-за вращения Земли внутри этой деформированной магнитосферы суточные вариации по всей Земле проходят только в дневное время. Бухтообразные вариации и магнитные бури вызваны приполярными круговыми токами в ионосфере и одновременны на Земле.

Суточные вариации и бухты генерируют в Земле электромагнитное поле, измерение которого позволяет определить электропроводность глубоких зон литосферы и мантии электроразведочными методами магнитотеллурических зондирований.

Вариация с периодом 8000 лет является основной для формирования дипольного магнитного момента. Около 2 тыс. лет назад он был максимален – в 1,5 раза больше, а 6 тыс. лет назад – вдвое меньше современного.

Магнитное поле Земли, осредненное за время порядка наибольшего периода вариаций (8000 лет), соответствует модели поля центрального осевого диполя, что важно в палеомагнитологии при определении координат магнитных полюсов в прошедшие геологические эпохи и восстановления на этой основе характеристик больших перемещений литосферных плит.

Магнитные аномалии

Отмеченные закономерности пространственно-временной структуры геомагнитного поля позволяют довольно естественным образом разделить полное геомагнитное поле (ГМП) на его главную часть (ГГМП), аномальное поле (АМП) и поле вариаций (ВМП). Часть ряда Гаусса с гармониками до 8-й степени и порядка входит в ГМП, оставшаяся часть стационарного поля – это АМП.

Вариации с периодами более года, называемые вековыми (ВВ), определяются путем периодических (через 5 лет) измерений абсолютных значений элементов ГМП в сети магнитных обсерваторий (МО) и пунктов векового хода (ПВХ). Когда в качестве нормального поля (НМП) берется главное поле эпохи, близкой ко времени магнитной съемки, ВВ по существу включаются в ГМП и в аномалиях не проявляются.

Суточные и другие вариации внешнего поля исключаются из материалов измерений по данным ближних магнитных обсерваторий или по данным специальных магнитовариационных станций (МВС), в качестве которых часто используются полевые магнитометры с автоматической регистрацией.

Главное поле и магнитные аномалии хорошо разделяются в связи с тем, что они резко отличаются своими пространственными спектрами. Нормальное поле имеет характерные горизонтальные размеры неоднородностей порядка $5 \cdot 10^3$ км, тогда как размеры магнитных аномалий редко превышают первые сотни километров. Градиенты нормального поля невелики, в средних широтах Евразии они составляют

$$dZ / dx \approx dT / dx \approx 5 \text{ нТл/км}; \quad dZ / dz \approx dT / dz \approx 235 \text{ нТл/км};$$

$$dH / dx \approx 4 \text{ нТл/км}; \quad dH / dz \approx 7 \text{ нТл/км}.$$

Ввиду небольшой величины градиентов учитывать непостоянство нормального поля нужно при общих съемках больших территорий или при высокоточных измерениях для решения специальных задач. В обычных поисковых съемках они не учитываются.

Магнитные аномалии вычисляются, как правило, довольно просто:

$$\Delta T = T - T_0, \Delta Z = Z - Z_0, \Delta H = H - H_0 \text{ и т.д.}$$

Заметим, что ΔT определяется как разность модулей, а не векторов, поэтому $\Delta T \neq T_a$ (это мы обсудим позже).

Для общих съемок нормальное поле определяется по картам главного геомагнитного поля эпохи, ближайшей ко времени проведения съемки. В других случаях допускается использование в качестве нормального поля среднего уровня поля на участке без аномалий вблизи площади съемки или значения поля в исходном пункте, если он расположен вне аномальных участков.

Источниками магнитных аномалий являются намагниченные тела в земной коре и верхах мантии, где температура не достигает точки Кюри наиболее распространенных ферромагнитных минералов – окислов железа ($600\text{--}680^\circ\text{C}$). Толщина магнитоактивного слоя литосферы в зависимости от геотермических условий меняется от 20–30 до 60–80 км. Наибольшую толщину этот слой имеет в стабильных районах древних платформ на континентах, наименьшую – в рифтовых зонах океанов.

Интенсивность магнитных аномалий варьирует в очень широких пределах. Их минимальный уровень зависит от точности измерительной аппаратуры, а максимальный может превышать интенсивность главного геомагнитного поля. Например, в районе Курской магнитной аномалии, вызванной пластами железистых кварцитов в фундаменте Воронежской антеклизы, аномалии превышают $2 \cdot 10^6$ нТл, в 3–4 раза больше интенсивности нормального поля.

Горизонтальные размеры магнитных аномалий (одного знака) варьируют от долей метра до сотен километров. В северном полушарии индуктивно намагниченные ферромагнетики создают положительные аномалии ΔT и ΔZ (в эпицентрах), а отрицательные аномалии могут быть вызваны обратной остаточной намагниченностью горных пород и руд. Примером обратного намагниченности являются железорудные месторождения в Восточной Сибири.

Измерения элементов геомагнитного поля

Виды магнитных съемок

Магнитное поле Земли в каждой точке полностью определяется вектором $T(x, y, z, t)$ – в функции пространственных координат и времени. Можно измерить его компоненты X, Y, Z или другие комбинации: $T, H, D; T, D, I$. Остальные элементы вычисляются по формулам (10). Непрерывные по координатам и по времени измерения осуществить невозможно. Естественным вопросом меры дискретизации измерений соответственно задачам, решаемым с использованием результатов магнитных измерений.

Эта дискретизация различна в задачах геомагнетизма – изучения пространственно-временной структуры главного поля и поля суточных и короткопериодических вариаций магниторазведки – в изучении магнитной неоднородности литосферы по аномальному полю.

В геомагнетизме используются следующие виды измерений:

а) непрерывные измерения элементов ГМП в магнитных обсерваториях (МО), как правило, автоматическими относительными магнитографами с привязкой к абсолютному уровню поля по каждому измеряемому элементу посредством регулярно повторяющихся во времени абсолютных трехкомпонентных измерений;

б) генеральная векторная магнитная съемка с интервалами времени 5 лет по сети пунктов векового хода (ПВХ) и магнитных обсерваторий;

в) векторные измерения на специальных спутниках ("Космос-49", 1964 г. "Космос-321", 1970 г.; MagSat (США), 1979–1980 гг.; "Oersted" (Дания), 1999 г.; CHAMP (Германия), 2000 г.; бразильский спутник SAC/C, 2000–2004 гг. и другие).

В магниторазведочных целях выполняются:

а) общие магнитные съемки больших территорий с составлением сводных карт масштабов 1:200000 и 1:25000, соответствующих масштабам государственных геологических карт;

б) специальные площадные и профильные съемки, разнообразные по масштабам, структуре и густоте сети, измеряемым элементам поля и точности измерений.

По измеряемым характеристикам ГМП съемки подразделяются на виды: *векторные, модульные и компонентные*. Необходимо

уточнить термины. В литературе часто называют *векторными* измерения трех компонент (X, Y, Z) вектора магнитной индукции земного поля независимо от качества ориентации в системе координат: x – географический север, y – восток, z – вертикаль вниз. Такие измерения лучше называть *трехкомпонентными*; (*компонентными* называются измерения менее 3 компонент), а термин *векторные* относить к измерениям в географических координатах компонент X, Y, Z или других (например, D, I, T), полностью определяющих вектор T . *Модульные* – это измерения только значения модуля вектора T без оценки его направления.

В магниторазведочных съемках в настоящее время преобладают модульные измерения. Намного реже выполняются компонентные съемки – измерение вертикальной, совсем редко – горизонтальной составляющих вектора магнитной индукции. Как правило, это относительные измерения приращений ΔZ и/или ΔH относительно исходных (опорных) пунктов съемочной сети.

Векторные съемки наиболее информативны, но сложны и в магниторазведочных целях используются редко. В последнее время разработаны приборы, позволяющие повысить их роль, по крайней мере, при поисках и разведке сильно магнитных пород и руд.

Модульные съемки наиболее распространены благодаря портативности, высокой точности современных протонных и квантовых магнитометров, высокой технологичности и производительности измерений. Однако они имеют недостаток, существенный для сильно аномальных полей: аномалии ΔT , определенные как разности модулей реального T и нормального T_0 полей, не совпадают с T_a и не являются гармоническими функциями.

Результаты компонентных съемок при удачном выборе исходных пунктов легко интерпретируются, так как $\Delta Z = Z_a$. Что же касается ΔH , то величина H тоже векторная (в горизонтальной плоскости), и в случае интенсивных аномальных полей ΔH может сильно отличаться от H_a .

Существующая аппаратура для компонентных измерений недостаточно точна, а измерения не так технологичны, как модульные.

Магнитные съемки можно классифицировать по физико-географическим условиям районов съемки с учетом транспортных средств – носителей магнитометрической аппаратуры на виды:

1. Наземные пешеходные съемки, в которых измеряются отдельные элементы поля по сети точек поверхности, между которыми магнитометр переносится оператором. Как правило, это детальные съемки масштабов 1:50000 и крупнее с шагом 500 м и меньше.

2. Автомобильные съемки – измерения выполняются на ходу либо в автоматическом режиме через заданные интервалы времени, либо по команде оператора в фиксированных точках.

3. Аэромагнитные съемки с непрерывной записью (феррозондовыми магнитометрами) или дискретные (квантовыми магнитометрами) в полете самолета (вертолета) на заданных абсолютных высотных уровнях или на почти постоянной высоте над рельефом.

4. Гидромагнитные съемки, выполняемые непосредственно с судов или в буксируемых гондолах, приповерхностных или глубоко погружаемых, вплоть до придонных измерений.

5. Спутниковые съемки (о них упоминалось выше).

6. Скважинные магнитные измерения, съемки в шахтах, как правило, сопровождаемые измерениями магнитной восприимчивости пород и руд в естественном залегании.

Принципы магнитных измерений

Для измерений магнитных полей используются многие явления, в которых влияние магнитного поля является определяющим и принципиально измеримым. С величиной магнитной индукции и направлением ее вектора T могут изменяться:

а) положение равновесия и параметры движения намагниченных тел – постоянных магнитов; это явление используется в торсионных (оптико-механических) магнитометрах;

б) магнитный поток системы двух противоположно ориентированных соленоидов переменного тока с сердечниками из магнитомягких материалов; на этом принципе основаны феррозондовые магнитометры;

в) частота прецессии магнитных моментов атомов вокруг направления вектора магнитной индукции T после их поляризации отклоняющим полем; на этом принципе основаны протонные магнитометры; в последнее время в этих приборах используется эффект Оверхаузера (динамическая поляризация), позволяющий повысить

интенсивность сигнала прецессии, уменьшить критичность к высоким градиентам поля и экономить электропитание;

г) разность энергий подуровней при расщеплении энергетических уровней в магнитном поле (эффект Зеемана) и частота поглощения при разрешенных переходах между подуровнями; частота изменения заселенности подуровней при облучении рабочего вещества поляризованным светом (оптическая накачка); на эффектах Зеемана и оптической накачки основаны квантовые магнитометры;

д) частота колебаний магнитного потока в сверхпроводящих контурах со слабой связью (эффект Джозефсона); на этом принципе действуют СКВИДы – сверхпроводящие квантовые интерференционные датчики для измерений магнитной индукции и ее градиентов. (Сверхвысокая чувствительность СКВИДов превышает требования задач магниторазведки, а необходимость в криостатах для поддержания "гелиевой" температуры СКВИДов усложняет конструкцию, поэтому сверхпроводящие магнитометры и градиентометры пока не нашли применения в магниторазведке.)

В магнитометрической аппаратуре на разных этапах истории геомагнетизма (и магниторазведки) перечисленные явления использовались в разной степени. Квантовые явления начали эффективно применяться в середине прошлого века, а с появлением точных и удобных в работе протонных и квантовых магнитометров резко снизилась роль оптико-механических приборов. Во многом это определяется требованиями к точности измерений, стремлением к уменьшению затрат на выполнение магнитных съемок, немалую роль играют технологичность измерений и интерпретации их результатов, наличие элементной базы для приборов и их стоимость.

Далее дана краткая характеристика широко распространенных в настоящее время магнитометров: принципы их действия и параметры, определяющие качество фактических данных об аномальном магнитном поле.

Оптико-механические магнитометры

Это магнитометры, принцип действия которых основан на равновесии постоянных магнитов в магнитном поле Земли. Равновесие достигается за счет компенсации момента пондеромоторных сил магнитного поля моментами других сил, чаще механических (упру-

гость нитей подвеса) и гравитационных, других магнитных или электромагнитных сил.

На рис. 4 показано принципиальное устройство некоторых магнитометров: а) кварцевого *H*-магнитометра (*QHM*); б) магнитометра М-27; в) магнитометра *Fanzelau* (Германия).

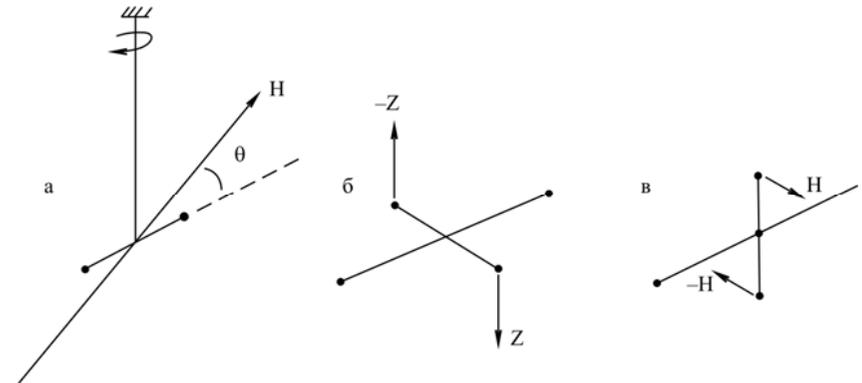


Рис. IV.4. Принцип действия основных типов магнитомеханических магнитометров: а) *QHM*, б) *Z*-магнитометра, в) *H*-магнитометра

QHM представляет собой постоянный магнит, подвешенный на вертикальной кварцевой нити в установке с горизонтальным теодолитным кругом. В свободном состоянии он ориентируется по направлению магнитного меридиана. Если зафиксировать направление географического меридиана (для этого нужны несложные астрономические измерения положения Солнца в фиксированные моменты времени по Гринвичу), получим склонение *D*. При закручивании нити подвеса на большой угол θ (обычно $\theta = 2n\pi$, *n* изменяется в пределах от 1 до 3–4) за счет момента упругости закрученной нити $\theta\tau$ магнит устанавливается в положение, отличающееся от магнитного меридиана на угол φ , значение которого зависит от горизонтальной составляющей магнитного поля *H*:

$$H = \frac{\theta\tau}{M \sin \varphi} = \frac{C_T}{\sin \varphi}. \quad (IV.23)$$

Определив в обсерватории, где известно поле *H*, масштабный коэффициент *C_T* при разной температуре (от нее зависит упругость кварца τ), получаем возможность использовать *QHM* для абсолют-

ных измерений H . Точность измерений зависит от теодолита и качества нити подвеса; обычный уровень точности составляет $0.5'$ для D и $2-5$ нТл для H . Комплект QHM и протонного магнитометра (для измерения D , H и T) нашел применение в генеральной векторной съемке ГМП и изучении его вековых вариаций. В геологических целях QHM применяется редко.

Чувствительным элементом ΔZ -магнитометра является горизонтальный магнит на горизонтальной растяжке, настроенный на поле Z_0 (рис. 4, б). Он отклоняется на угол β , если $\Delta Z = Z - Z_0 \neq 0$.

Вертикальный постоянный магнит на горизонтальной растяжке – это чувствительный элемент H -магнитометра (рис. 4, в). Прибор регулируется (в заводских условиях) так, чтобы при некотором значении $H = H_0$ магнит был вертикален. Если $\Delta H = H - H_0 \neq 0$, создается момент магнитных сил, отклоняющий магнит на угол α , который служит мерой ΔH .

На произвольно ориентированный магнит действуют обе составляющие: H и Z . Чтобы исключить влияние Z при измерении H и исключить H при измерении Z , применяют компенсационный способ отсчета: с помощью дополнительных магнитов приводят чувствительный элемент в нулевое положение и измеряют это компенсирующее поле. В некоторых ΔZ -магнитометрах используется прямой способ отсчета – по углу наклона ($\tan \beta$), а для исключения влияния H нить подвеса ориентируют по магнитному меридиану.

Магнитометры этого типа используются для компонентных съемок в геологических целях (ΔZ -магнитометр М-27 и др.). Уравнение равновесия системы М-27 включает моменты: сил ГМП и компенсирующих магнитов, силы тяжести и упругости нити подвеса:

$$MZ \cos \beta - MH \sin \beta \sin \lambda - M \sum B_i - mgl \sin(\beta + \varphi) + \tau \theta = 0, \quad (IV.24)$$

где $\sum B_i$ – поля компенсирующих магнитов; M – магнитный момент чувствительного элемента; m – его масса; l и φ – координаты его центра массы относительно оси вращения; τ и θ – крутильная жесткость нити подвеса и угол ее закручивания; λ – магнитный азимут нити подвеса. Уравнение (24) показывает:

а) прибором можно измерять только изменения поля Z (ΔZ);

б) влияние H отсутствует в случаях $\beta = 0$ (компенсационный отсчет) или $\lambda = 0$ (ориентация нити по магнитному меридиану);

в) моменты силы тяжести и упругости нити подвеса должны быть неизменными при измерениях.

Точность магнитометров этого типа невысока: $5-8$ нТл; они менее удобны в работе и требуют больше времени для измерений, чем протонные и квантовые магнитометры. Но с ними можно работать при сильных магнитных помехах, в том числе в шахтах, не требуется электропитание, они просты конструктивно и надежны в работе.

Феррозондовые магнитометры

Приборы этого типа основаны на эффекте намагничивания до насыщения магнитомягких материалов (с большой магнитной восприимчивостью и малой коэрцитивной силой) в слабом поле порядка земного.

Наиболее распространены магнитометры с системой регистрации "второй гармоники". Принцип их действия в следующем.

Два стержня из магнитомягкого материала, обычно из пермаллоя (Fe + Ni), достаточно длинных, чтобы исключить фактор размагничивания собственным полем, служат сердечниками двух катушек, параллельных, но с противоположной намоткой (рис. 5).

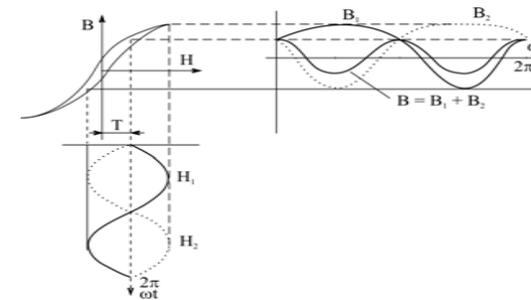


Рис. IV.5. Принцип феррозонда по схеме "второй гармоники": слева – кривая гистерезиса (H_1 и H_2 – фазы поля питающего тока; H – напряженность внешнего поля); справа – схема образования второй гармоники магнитной индукции $B = B_1 + B_2$

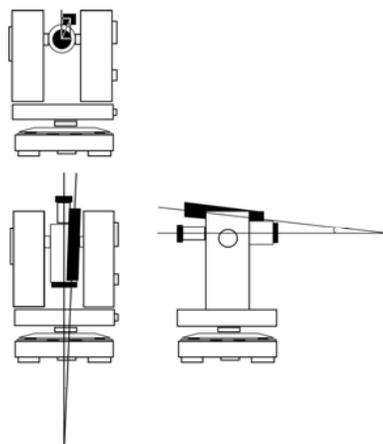
Переменный ток в катушках создает противоположные по знаку магнитные поля. Так как катушки идентичны, суммарная индукция в отсутствие внешнего поля равна нулю. Внешнее поле увеличивает индукцию одной катушки и уменьшает ее в другой, так что в сумме на периоде питающего тока появляются два периода изменения магнитной индукции (отсюда "вторая гармоника"). Амплитуда выходного сигнала пропорциональна проекции внешнего поля на ось

системы. Феррозонды могут быть использованы для измерения магнитной индукции земного поля и его составляющих.

Феррозондовый измеритель D и I включает теодолит с укрепленным на его трубе феррозондом и блок регистрации (рис. 6).

Рис. IV.6. Устройство феррозондового теодолита

Показан (преувеличенно) основной источник погрешности измерений – несовпадение оси феррозонда с оптической осью теодолита



Измерения D и I выполняются по "нулевому" методу. В этом случае феррозонд работает как индикатор нулевого поля; когда он ориентирован ортогонально вектору магнитной индукции земного поля, сигнал на выходе измерительной схемы равен нулю. Зафиксировав направление магнитного меридиана по горизонтальному кругу теодолита, измеряем склонение D (для этого надо знать направление географического меридиана). Для измерения наклона I используется вертикальный круг теодолита: вращая феррозонд в плоскости магнитного меридиана, ищем второе нулевое положение, когда феррозонд перпендикулярен вектору T .

Точность феррозондовых датчиков регулируется в широких пределах соответственно требованиям к магнитометру и классу обеспечивающих систем ориентации T -аэромагнитометров и используемых теодолитов в измерителях D и H . Для магниторазведочных целей достаточна точность $\pm 2-5$ нТл по T и $\pm 1'$ по D и H .

В T -аэромагнитометрах (АММ-13, АСГ-46) и скважинных магнитометрах типа ТСМК измерительный феррозонд с помощью ориентирующих феррозондов и сервомоторов автоматически устанавливается по направлению вектора магнитной индукции T и измеряет его модуль. (Ориентирующие феррозонды в T -аэромагнитометрах работают по принципу действия нуль-индикатора, как в случае измерения склонения и наклона.)

В наземных Z -магнитометрах (М-17, М-29, МПФ-3) феррозонд в подвесе Кардана под действием силы тяжести устанавливается вертикально для измерения Z .

В скважинных приборах, например типа КМК, феррозонды используются для относительных измерений вертикальной составляющей магнитного поля ΔZ вместе с измерениями магнитной восприимчивости k . Феррозонд при этих измерениях ориентируется вертикально собственным весом прибора, как и в наземных магнитометрах М-17, М-29 и МПФ-3.

Квантовые магнитометры

Известно несколько квантовых явлений, которые можно использовать для измерения магнитного поля:

- 1) эффект Лармора – поляризация магнитных моментов заряженных частиц посредством их прецессии вокруг направления магнитного поля с частотой, пропорциональной напряженности поля;
- 2) эффект Оверхаузера – динамическая поляризация ядер в магнитном поле, повышающая интенсивность магнитного резонанса;
- 3) эффект Зеемана – расщепление энергетических уровней атомов в магнитном поле на подуровни, разности энергий между которыми пропорциональны напряженности магнитного поля;
- 4) оптическая накачка – изменение заселенности зеемановских подуровней парамагнитных веществ циркулярно-поляризованным светом и их магнитная поляризация;
- 5) эффект Фарадея – вращение плоскости поляризации света намагниченным веществом;
- 6) эффект Джозефсона – протекание через тонкую изолирующую связь между сверхпроводниками переменного тока с частотой, пропорциональной приложенному напряжению с квантованием магнитного потока через контур с такой слабой связью.

Эффекты 1 и 2 используются в магнитометрах ядерной прецессии, их называют протонными; эффекты 3 и 4 – в квантовых магнитометрах; эффект 5 используется в астрофизике для измерения магнитных полей звезд; эффект 6 – основа сверхпроводящих магнитометров и градиентометров для измерения слабых магнитных полей при геофизических, а больше в биологических исследованиях.

Протонные магнитометры измеряют абсолютную величину (модуль) вектора магнитной индукции T по формуле Лармора

$$T = \frac{\mu_0}{\gamma_p} \omega_L, \quad (\text{IV.25})$$

где μ_0 – магнитная постоянная, γ_p – гиромагнитное отношение протона, ω_L – частота прецессии Лармора. Ансамбль прецессирующих частиц создает электромагнитное поле, частота которого измеряется резонансным методом. Для согласованного эффекта частиц необходимо предварительно поляризовать их более сильным магнитным полем, отличным по направлению от измеряемого. Магнитное взаимодействие и тепловые процессы быстро разрушают структуру прецессии, поэтому измерения выполняются в первую секунду после выключения поляризующего поля.

Имеется два вида протонных магнитометров: в одном реализуется свободная прецессия протонов в жидкостях с большой концентрацией атомов водорода (керосин, вода, спирт); в других для повышения амплитуды сигнала при меньших энергозатратах применяется динамическая поляризация ядер свободных радикалов в протонно-носодержащей жидкости (обычно в гептане).

Точность протонных магнитометров достигает 0,1 нТл, обычные полевые магнитометры типа ММП-203 завода "Геологоразведка" имеют точность 1 нТл. Поскольку в формуле (25) коэффициентом пропорциональности между T и ω служит атомная константа γ_p , значение которой определено с точностью 10^{-8} , протонные магнитометры являются абсолютными приборами.

У них есть существенные недостатки:

1) измерения принципиально дискретны, так как нужно время для создания поля поляризации и выполнения измерений;

2) приборы критичны к большим градиентам измеряемого поля: даже в малом объеме рабочей камеры большие градиенты поля означают разную по величине индукцию в отдельных частях камеры; согласованного по частоте ансамбля магнитных моментов частиц не получается, и измерительная схема обнуляет результат.

В настоящее время используются следующие протонные магнитометры: переносные МПП-203 в вариантах со свободной ядерной прецессией и с динамической поляризацией; переносные ММПОС-2 с динамической поляризацией; автомобильный МСС-1; аэромагнитометры ММС-214, ЯМП-3, ЯМП-7, ММС-213 (в составе комплексной аэрогеофизической станции СКАТ-77), ММС-214, ММС-215.

Квантовые магнитометры, использующие эффект Зеемана и оптическую накачку, измеряют модуль вектора магнитной индукции T через частоту ω_3 перехода между зеемановскими подуровнями щелочных металлов, обычно цезия-133:

$$\omega_3 = \frac{gm\gamma_l}{\mu_0} T, \quad (\text{IV.26})$$

где g – фактор Ланде; m – магнитное квантовое число; γ_l – орбитальное гиромагнитное отношение электрона, μ_0 – магнитная постоянная. Значения g и m являются константами для конкретного вещества. Как видим, коэффициентом пропорциональности между ω_3 и T служит константа материала. Но ω_3 в земном поле мала, ее значения лежат в средневолновом радиодиапазоне, мало и различие заселенности зеемановских подуровней, в связи с чем для измерения ω_3 применяется сложный способ магнитного резонанса через оптическую накачку и резонансное поглощение энергии рабочим веществом (парами цезия). Не обсуждая детали, отметим, что связь частоты изменений поглощения с измеряемым полем не строго пропорциональна: $\omega_3 = aT + bT^2$, хотя b – довольно малая величина, и в измерениях с точностью ниже ± 1 нТл ею пренебрегают. Но ее различие для разных приборов не позволяют считать абсолютными результаты измерений квантовыми магнитометрами.

Точность относительных измерений квантовым магнитометром на порядок выше, чем протонным. Есть и другие преимущества квантовых магнитометров: они менее критичны к большим градиентам поля, у них короче цикл измерений. Поэтому они подходят для измерений T в движении. Но они сложнее конструктивно, менее портативны, им требуется более мощное питание, с ними сложнее измерительная процедура, в частности, одним пешеходным прибором М-60 управляют два оператора. По этим причинам для сухопутных съемок чаще применяют протонные магнитометры.

ГЛАВА V. ГРАВИРАЗВЕДКА И МАГНИТОРАЗВЕДКА

Общие черты гравиразведки и магниторазведки

Гравиметрическую и магнитную разведку можно рассматривать как совокупность методов разведочной геофизики, использующих неоднородность в распределении плотности и намагниченности горных пород в литосфере для изучения ее структуры посредством измерения гравитационного и магнитного полей, вычисления аномалий этих полей и их геологической интерпретации. Такое объединение самостоятельных методов обосновывается их существенными общими свойствами.

1. Гравитационное и магнитное поля являются потенциальными. Измеряемые силовые характеристики полей – гравитационное ускорение \mathbf{g} , магнитная индукция \mathbf{T} , ее составляющие по координатным осям это, соответственно, градиенты скалярных потенциалов, гравитационного V и магнитного U , и их производные по координатам:

$$\mathbf{g} = \text{grad } V; \quad \mathbf{T} = \text{grad } U; \quad g = V_z = dV / dz; \quad (V.1)$$

$$Z = dU / dz; \quad X = dU / dx; \quad Y = dU / dy.$$

Система координат (x, y, z) выбрана так, что ось z ориентирована в направлении силы тяжести \mathbf{g} , ось x на географический север, ось y – на восток.

Оба поля вне их источников – плотностных неоднородностей и намагниченных тел описываются гармоническими функциями: они являются однозначными и непрерывными функциями координат, обращаются в нуль на бесконечности и удовлетворяют уравнениям Лапласа:

$$\nabla^2 V = 0; \quad \nabla^2 U = 0, \quad (V.2)$$

где $\nabla^2 = (d^2 / dx^2 + d^2 / dy^2 + d^2 / dz^2)$ – оператор Лапласа.

Это позволяет использовать для анализа гравитационного и магнитного полей и извлечения из них полезной информации мощный математический аппарат теории аналитических функций.

В области, занятой источниками полей, оба потенциала удовлетворяют уравнениям Пуассона:

$$\nabla^2 V = 4\pi G \sigma; \quad \nabla^2 U = \mu_0 \text{div } \mathbf{J}, \quad (V.3)$$

где σ – плотность; \mathbf{J} – намагниченность; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, $G = 6,673 \cdot 10^{-11}$ м³/кг·с² – гравитационная постоянная.

2. Гравитационное и магнитное поля Земли содержат эффекты всех источников полей: первое – распределения плотности, второе – распределения эффективной намагниченности (с полями электрических токов):

$$V = G \int_V \sigma(\rho, \varphi, \lambda) \frac{dv}{r}; \quad U = \mu_0 \int_V (\bar{\mathbf{J}} \cdot \bar{\mathbf{r}}) \frac{dv}{r}, \quad (V.4)$$

где $\sigma(\rho, \varphi, \lambda)$ – плотность; $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\rho, \varphi, \lambda)$ – намагниченность; \mathbf{r} – радиус-вектор точки определения поля относительно текущей точки – центра элемента объема тела.

Выражения (4) позволяют вычислять аналитическими или численными методами поля V , U и их производных для любого распределения источников.

3. Интегральный характер гравитационного и магнитного полей определяет общую для этих методов идею *аномалий*, т.е. отклонений в распределении полей от некоторых простых закономерностей, характеризующих поле, которое рассматривается как нормальное.

В нормальные поля входят:

– гравитационное поле сферической Земли с массой M :

$$V = \frac{GM}{r}; \quad \mathbf{g} = \text{grad } V = -\frac{dV}{dr} = \frac{GM}{r^2}; \quad (V.5)$$

– магнитное поле центрального осевого диполя с моментом M (равное полю однородно намагниченного шара, центр которого совпадает с центром диполя, или полю кольцевого тока в плоскости экватора):

$$U = \frac{M}{r^2} \sin \varphi; \quad \mathbf{T} = \frac{M}{r^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi}, \quad (V.6)$$

где φ – географическая широта. Эти же формулы справедливы для модели центрального диполя, ось которого не совпадает с осью вращения Земли. Тогда вместо широты φ в формулах должна быть магнитная широта φ_M .

Магнитный момент \mathbf{M} является интегральной характеристикой тела; намагниченность \mathbf{J} – дифференциальной (по объему намагниченного тела V):

$$\bar{\mathbf{J}} = \frac{d\bar{\mathbf{M}}}{dV}. \quad (\text{V.7})$$

Вертикальная и горизонтальная составляющие \mathbf{T} в модели дипольного поля соответственно равны:

$$Z = \frac{2M}{r^3} \sin \varphi; \quad H = \frac{M}{r^3} \cos \varphi. \quad (\text{V.8})$$

Формулы (5) и (6) не устраивают геофизиков в качестве моделей нормальных полей. Лучшее приближение дают:

– гравитационное поле сфероида (эллипсоида вращения) с массой, равной массе Земли, с малым сжатием α и с плотностью, зависящей только от радиуса;

– магнитное поле эксцентричного диполя с добавлением поля материковых (мировых) аномалий.

Аномалии вычисляются как разности измеренных и нормальных полей:

$$\Delta g = g - \gamma, \quad \Delta Z = Z - Z_0, \quad \Delta \mathbf{T} = \mathbf{T} - \mathbf{T}_0, \quad (\text{V.9})$$

где γ – нормальные значения силы тяжести; Z_0 и \mathbf{T}_0 – нормальные значения вертикальной компоненты и вектора магнитной индукции.

4. Аномальные гравитационные и магнитные поля локальных геологических тел в земной коре можно анализировать с использованием соотношений Пуассона. При условиях $\sigma = \text{const}$ и $\mathbf{J} = \text{const}$ справедливы формулы, связывающие значения элементов аномального магнитного поля с производными гравитационного поля.

Компактный вид имеет соотношение Пуассона для потенциалов:

$$U = \frac{J}{G\sigma} \frac{dV}{dl}, \quad (\text{V.10})$$

где dV/dl – производная гравитационного потенциала по направлению намагничивания. Однако эта принципиально важная формула не является конструктивной, так как потенциалы не измеряются.

Связь Z_a – вертикальной составляющей и X_a , Y_a – горизонтальных составляющих со вторыми производными гравитационного потенциала V дается формулами

$$\begin{aligned} X_a &= \frac{1}{G\sigma} (J_x V_{xx} + J_y V_{xy} + J_z V_{xz}); \\ Y_a &= \frac{1}{G\sigma} (J_x V_{yx} + J_y V_{yy} + J_z V_{yz}); \\ Z_a &= \frac{1}{G\sigma} (J_x V_{zx} + J_y V_{zy} + J_z V_{zz}), \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

где J_x , J_y , J_z – составляющие вектора намагниченности \mathbf{J} по координатным осям, в данном случае постоянные величины.

По формуле (11) можно вычислять аномальные магнитные поля произвольных по форме, положению и свойствам моделей тел в едином алгоритме с вычислением их гравитационных эффектов, что позволяет на основе этих решений прямых задач строить общие методы решения обратных задач количественной интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.

5. Общей для гравирастведки и магниторастведки является проблема некорректности обратных задач: неоднозначности решений и их неустойчивости по отношению к вариациям (в частности, погрешностям) исходных данных. Невозможно, например, однозначно восстановить параметры слоистого (плоского или сферически симметричного) распределения плотности и намагниченности. Теоретически возможны распределения σ и \mathbf{J} , имеющие нулевые потенциалы и, следовательно, не создающие аномалий. Одинаковы в принципе и условия однозначности решений (теоремы единственности). Сходны требования к объему и характеру априорной информации, необходимой для сужения круга эквивалентных распределений плотности и намагниченности, не удовлетворяющих условиям теоремы единственности. Эти обстоятельства определяют общность методов построения физических моделей исследуемых геологических объектов, способов решения обратных задач и принципов содержательного геологического истолкования результатов интерпретации.

Сказанное позволяет рассматривать гравирастведку и магниторастведку во многих отношениях с общих позиций.

Между этими методами имеются и существенные различия; коротко охарактеризуем их.

1. Различны физическая природа гравитации и магнетизма, природа и структура главных полей – гравитационного и геомагнитно-

го, природа определяющих свойств пород, их дифференциация, пространственные закономерности распределения источников гравитационных и магнитных аномалий.

2. Различна степень изменчивости полей во времени, причины и характеристики вариаций. Гравитационное поле довольно стабильно: его суточные изменения, связанные с лунно-солнечными приливами, по амплитуде не превышают $5 \cdot 10^{-7}$ напряженности земного поля, вековые же вариации по величине сравнимы с современными погрешностями их измерения. Магнитное поле, напротив, очень неустойчиво во времени, оно имеет широкий спектр вариаций: изменения магнитного момента со скоростью $-(5-7) \cdot 10^{-4}$ его величины в год, обращения знака поля (инверсии), квазипериодические колебания напряженности поля с периодами от тысяч лет до нескольких секунд.

3. Различаются физические принципы аппаратуры и технология измерений с гравиметрическими и магнитометрическими приборами, а в методике гравиметрической и магнитной съемки есть и общие и различные аспекты.

Принимая во внимание указанные различия гравитационного и магнитного полей (их природы, структуры, вариаций во времени, принципов и аппаратуры гравиметрических и магнитных измерений), соответствующие разделы рассмотрены по отдельности в главах III и IV. В этой главе будут с общих позиций рассмотрены методы гравиразведки и магниторазведки: геологические задачи, методика гравиметрической и магнитной съемок, и главное – интерпретация гравитационных и магнитных аномалий.

Геологические задачи гравиразведки и магниторазведки

Объектами исследований гравиразведки и магниторазведки являются, соответственно, плотностные и магнитные неоднородности земной коры и верхней мантии. Геологические задачи этих методов состоят в определении положения в пространстве и в оценке геометрических и физических параметров этих неоднородностей, в выяснении их геологической природы.

Вместе с тем характеристики гравитационного и магнитного полей дают важные сведения в изучении внутреннего строения Земли. Большую роль эти методы играют в выяснении природы и механиз-

мов структурообразующих процессов в недрах, электродинамических процессов, ответственных за генерацию магнитного поля. В этом отношении велико значение сравнения полей Земли с полями и строением других планет Солнечной системы. Этот круг глобальных геофизических и геодинамических задач гравиметрии и геомагнетизма рассматривается, как правило, в курсах физики Земли и сравнительной планетологии, и здесь мы его затрагиваем лишь в малой степени, в связи с задачами и методикой региональных геолого-геофизических исследований.

Гравиметрия и геомагнетизм взаимодействуют с другими науками о Земле в решении глобальных задач изучения структуры, свойств вещества оболочек Земли, протекающих в них процессов. С дисциплинами геофизического цикла эти связи наиболее тесны, в особенности с сейсмологией, геодинамикой, петрологией и петрофизикой. В геотектонике широко используются данные гравиметрии и геомагнетизма в качестве фактической основы тектонических моделей и концепций.

Предметом гравиразведки и магниторазведки, как прикладных дисциплин, является обобщенная совокупность геологических задач. Эти задачи можно классифицировать по разным принципам. По масштабу они подразделяются на *региональные* и *детальные*; по типу получаемой информации на задачи *изучения структуры* среды, *районирования*, *поисков* тел заданного класса, *эволюции* некоторых объектов.

Региональными задачами исследования больших территорий являются: изучение структуры и динамики литосферы, тектоническое районирование фундамента платформ и океанических котловин, геологическое картирование складчатых областей, изучение морфологии интрузивных массивов.

Среди детальных задач большое место занимают задачи:

- поисков структур, контролирующих месторождения полезных ископаемых;
- поиски и разведка залежей некоторых руд, реже – залежей нефти и газа;
- специальные задачи: контроля режима разработки месторождений (газовых или железорудных), эксплуатации подземных газохранилищ, прогноза землетрясений, извержений вулканов, оползневых

и карстовых явлений. Эти задачи решаются путем изучения изменений гравитационного или магнитного полей во времени.

Детальные и многие региональные задачи (за исключением изучения глубинного строения и динамики литосферы) ставятся как геологические по существу: по исходным данным, систематике объектов, содержанию результатов. Геофизическими являются интерпретируемые данные о гравитационном или магнитном полях, модели объектов, методы оценки их параметров, а также используемые данные других геофизических методов для повышения надежности результатов.

В постановке задач большое место занимают процедуры:

- *формализации* геологического описания;
- *построения физической модели* среды (объекта) по геологическим и петрофизическим данным;
- *параметризация модели* соответственно имеющимся возможностям корректной оценки ее параметров;
- *обоснование выбора методики* геофизических работ;
- *интерпретация* геофизических данных;
- *геологическое истолкование* результатов интерпретации – перевод геофизических моделей в геологические.

Перечисленные задачи в конкретных условиях (сложность геологического строения, степень изученности, наличие априорной информации для надежной интерпретации геофизических данных) могут различаться *уровнями интерпретации*. Первый уровень – это *обнаружение* объекта с определением его планового положения и ориентировочной глубины залегания (*качественная интерпретация*). Второй уровень – *оценка параметров объекта* путем решения *обратных задач* геофизики (*количественная интерпретация*). В решении обратных задач реализуется *детерминированный* подход. В качественной интерпретации используются *стохастические* и/или *эвристические* подходы к обработке данных гравиразведки и магниторазведки в комплексе с геологическими материалами и данными других геофизических методов.

Методика гравиметрических и магнитных съемок

В методике гравиметрических и магнитных съемок много общего. Имеются и различия, они обусловлены в основном двумя обстоятельствами:

- 1) большей степенью дифференциации аномального магнитного поля по сравнению с гравитационным полем, что требует для магнитных съемок в 2–5 раз более густой сети;
- 2) возможностью практически непрерывных магнитных измерений в движении (аэросъемки), чего в гравиметрии пока нет.

Классификация съемок

Гравиметрические и магнитные съемки подразделяются на категории в соответствии с задачами, масштабом, структурой сети, средой расположения точек измерений и типом носителя аппаратуры.

По задачам выделяются:

- а) общие (многоцелевые) съемки, выполняемые по единообразным требованиям на больших территориях с составлением сводных карт и карт по топографическим листам масштаба съемки;
- б) поисково-разведочные съемки, выполняемые для обнаружения и определения параметров объектов: рудных тел, интрузивных массивов, разломов и др.;
- в) специальные съемки для решения нестандартных задач (методика их проведения здесь не рассматривается).

По масштабу (он определяется масштабом отчетных карт) выделяются: общая гравитационная и генеральная магнитная съемки мелкого масштаба (в геологических задачах они практически не используются), общие съемки средних масштабов – 1:200000 и 1:50000, а также поисково-разведочные и специальные крупномасштабные съемки.

По структуре сети различаются площадные и профильные съемки. Площадные съемки имеют более или менее равномерную плотность точек измерений, если только аномальное поле не имеет четкой линейности, когда размеры локальных аномалий по простиранию на порядок превышают поперечные размеры. В этих случаях шаг съемки по простиранию может быть намного больше, чем вкрест простирания аномалий. Профильные съемки (вкрест простирания геологических объектов) закономерно имеют расстояние ме-

жду профилями (по простирацию) много больше шага съемки по профилю. Однако не профильными, а площадными называются аэромагнитные съемки, для которых характерны практически непрерывные измерения по маршрутам полетов при больших (в зависимости от масштаба съемки) расстояниях между маршрутами.

Общие съемки обычно выполняются как площадные; поисково-разведочные и специальные могут быть площадными и профильными, иногда маршрутными (по одному профилю).

По физико-географическим условиям местности и в определенной мере обусловленному ими выбору способов транспортировки аппаратуры различают:

а) наземные съемки – пешеходные, автомобильные, авиадесантные, когда измерения производятся на поверхности суши, а доставка операторов с аппаратурой осуществляется по воздуху;

б) магнитные автомобильные, аэромагнитные и аэрогравиметрические, гидромагнитные и морские гравиметрические съемки;

в) спутниковые магнитные съемки.

Большинство из перечисленных видов съемок относятся к категории общих региональных средне- и мелкомасштабных съемок.

Как правило, поисково-разведочные задачи выполняются с помощью наземных пешеходных и автомобильных съемок, площадных или профильных, в большинстве случаев детальных.

Погрешности измерений

Методика съемки призвана обеспечить требуемую точность съемки с имеющейся аппаратурой и ограничениями на затраты труда и средств. Точность съемки определяется двумя факторами:

1) погрешностями измерений картируемых величин (гравитационных аномалий, аномалий элементов магнитного поля) в точках съемочной сети;

2) структурой сети (густотой и размещением точек), позволяющей получить приемлемые значения погрешности интерполяции, чтобы в произвольной точке съемочной площади гарантировать нормативную погрешность определения картируемой величины.

Погрешности измерений зависят от качества используемой аппаратуры, степени учета помех и от аккуратности операторов. Различается три типа погрешностей измерений:

а) случайные ошибки, обусловленные множеством неконтролируемых факторов и подчиняющиеся вероятностным законам;

б) систематические ошибки, как правило, имеющие конкретные причины и закономерности изменения; их можно и нужно исследовать и устранить;

в) промахи (отскоки) – большие ошибки, вызванные неисправностью аппаратуры или невнимательностью оператора.

Далее будут рассмотрены в основном случайные ошибки, другие лишь поясним примерами.

В гравиметрии систематические ошибки могут быть вызваны следующими причинами:

– приливными вариациями гравитационного ускорения; они легко прогнозируются теоретически, устранить их можно введением поправок в измеренные значения g или такой организацией относительных измерений Δg , чтобы влияние приливных вариаций g были меньше нормативной погрешности;

– погрешностью определения масштабных коэффициентов относительных гравиметров; этот эффект устраняется периодической калибровкой гравиметров на требуемом уровне точности;

– смещением нуля-пункта статических гравиметров; уменьшение этих погрешностей достигается посредством повторных измерений Δg в отдельных пунктах сети или измерениями на пунктах опорной сети с известными значениями g ;

– использованием при вычислении гравитационных аномалий плотности промежуточного слоя σ_0 , отличающейся от реальных значений; эта погрешность устраняется путем определения плотности пород в пределах рельефа по гравиметрическим измерениям;

– не учтенными при определении высот гравиметрических пунктов методом баронивелирования пространственно-временными изменениями атмосферного давления; для понижения этих погрешностей нужна запись давления на барометрических станциях.

В магнитометрии систематические погрешности измерений могут быть вызваны следующими, во многом похожими причинами:

– суточными и короткопериодными вариациями ГМП; при проведении съемки необходима запись изменений во времени измеряемых элементов поля стационарными магнитовариационными станциями или установленными на участке съемки специальными вариационными магнитометрами с автоматической регистрацией;

– погрешностями калибровки, юстировки и установки оптико-механических магнитометров; смещением их нуль-пункта;

– зависимостью измеряемых значений поля от высоты на участках интенсивных магнитных аномалий; для устранения этих погрешностей требуется измерять высоты точек магнитной съемки.

Отскоки в данных измерений могут иметь аппаратные причины, иногда они появляются из-за невнимательности операторов. Обычно более опасны небольшие отскоки, которые трудно выявить и исключить.

Случайные погрешности в гравиметрии и магнитометрии, как правило, подчиняются нормальному распределению. Отсюда следует, что оценкой измеряемой величины G должно служить среднее арифметическое значение G_{cp} по серии однородных измерений G_i .

Качество измерений в таком случае оценивается среднеквадратическим (стандартным) отклонением ε (или дисперсией $D = \varepsilon^2$):

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (G_i - G_{cp})^2}{n-1}}. \quad (V.12)$$

Погрешность ε_{cp} среднего значения G_{cp} в \sqrt{n} меньше ошибки ε единичного измерения (12): $\varepsilon_{cp} = \varepsilon/\sqrt{n}$.

В гравиметрии и магнитометрии точность измерений обычно оценивают по результатам повторных измерений поля в разных точках. В m пунктах выполняется n измерений ($n \geq 2m$), и оценка имеет вид

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (G_{ij} - G_{cpj})^2}{n-m}}; \quad (V.13)$$

Разности $(G_{ij} - G_{cpj})$ в (13) вычисляются по своим значениям в каждом j -ом пункте. Формула (13) описывает тот же принцип оценки точности по числу избыточных измерений ($n - m$), что и формула (12) по $(n - 1)$. Аналогично погрешность средних значений (если число измерений в большинстве точек велико) оценивается как

$$\varepsilon_{cp} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{n/m}}; \quad n/m - \text{среднее число измерений в пункте.}$$

Точность определения магнитных аномалий можно оценивать непосредственно по формуле (12), так как аномалии представляют собой разности измеренного и нормального полей, а погрешностью нормального поля можно пренебречь из-за малых его изменений по плановым координатам и высоте.

Гравитационные аномалии Буге вычисляются с учетом изменения нормального поля g по широте и высоте, а также значений плотности промежуточного слоя пород в пределах рельефа σ_0 :

$$\Delta g_B = g - \gamma_0 + 0,3086 h - 0,0419 \sigma_0 h + \Delta g_{pф},$$

где g – измеренные абсолютные значения гравитационного ускорения; γ_0 – его нормальные значения на уровне моря; h – высота точки наблюдения над уровнем моря.

Погрешность определения аномалий Буге ε_a складывается из погрешностей: гравитационных измерений ε_g , определения нормального поля ε_γ , поправок за высоту и промежуточный слой из-за погрешностей измерения высот ε_h , поправки за рельеф $\varepsilon_{pф}$:

$$\varepsilon_a = \sqrt{\varepsilon_g^2 + \varepsilon_\gamma^2 + \varepsilon_h^2 + \varepsilon_{pф}^2}. \quad (V.14)$$

Величину погрешности аномалий в точках измерения (ε_a) задают заранее как нормативную характеристику качества гравиметрической съемки. Затем ее оценивают по результатам контрольных измерений g , γ_0 , h и вычисления $\Delta g_{pф}$. Полученная по формуле (14) величина не должна превышать нормативную погрешность ε_a .

При проектировании методики съемки для выполнения этого условия надо установить соотношение между слагаемыми в формуле (14). В первом приближении оно основывается на принципе равных влияний: $\varepsilon_g \approx \varepsilon_\gamma \approx \varepsilon_h \approx \varepsilon_{pф}$. Значит, каждая из этих погрешностей должна быть около $\varepsilon_a/2$. Небольшие отклонения от равенства погрешностей возможны (и желательны для минимизации затрат на выполнение съемки): погрешность нормального поля обычно невелика, а за ее счет возможно увеличение до $0,7 \varepsilon_a$ величины ε_h (за счет погрешности определения высот) или поправки за рельеф.

Например, при съемке масштаба 1:200000 необходимо, чтобы погрешность ε_a была меньше $0,8$ мГл, а каждая из слагающих ее погрешностей в формуле (15) была не больше $0,4$ мГл.

Отсюда получаем нормативные погрешности определения координат и высот гравиметрических пунктов – 500 м и 2 м.

Этот подход к оценке качества гравиметрической съемки приемлем в условиях слабой дифференциации поля (рис. 1, а) при большой плотности пунктов измерений.

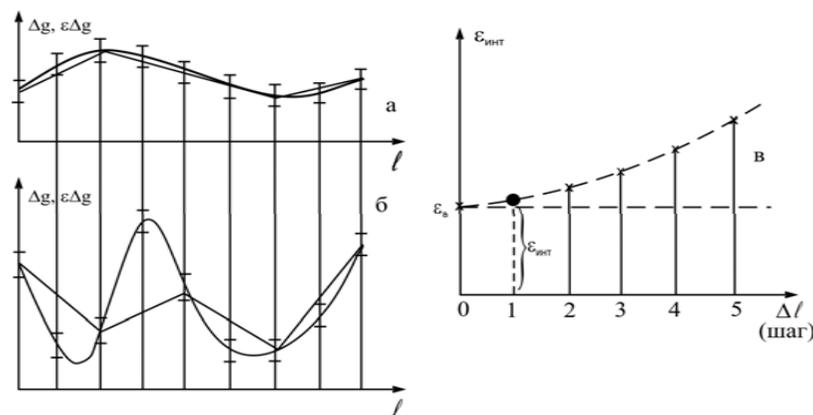


Рис. V.1. К определению погрешности интерполяции

Если эти условия не выполняются (рис. 1, б), кроме погрешностей измерений большое значение приобретают погрешности интерполяции.

Соотношение структуры сети и точности съемки

В общем случае точность съемки лучше характеризуется погрешностью определения картируемой величины в произвольной точке съемочной площади (ϵ_c), которая суммирует погрешность измерений ϵ_a и погрешность интерполяции ϵ_u :

$$\epsilon_c = \sqrt{\epsilon_a^2 + \epsilon_u^2}. \tag{V.15}$$

Погрешность интерполяции ϵ_u не связана с измерениями, она определяется только структурой сети и дифференциацией поля. До проведения съемки ее оценить невозможно, но можно более или менее точно предсказать. Вычисляется ϵ_u по результатам съемки путем последовательного разрежения точек на профилях (рис. 1, в), интерполяции через точку, через две и т.д. и сравнения измеренных

и интерполированных значений картируемого поля. Например, погрешность интерполяции через точку

$$\epsilon_u^{(1)} = \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta g_i - \Delta g_i^{(1)})^2}{n}}, \tag{V.16}$$

где Δg_i – измеренное значение в i -й точке; $\Delta g_i^{(1)}$ – интерполированное значение в той же точке; n – число точек. Аналогично получаем погрешности интерполяции через две точки $\epsilon_u^{(2)}$, три точки $\epsilon_u^{(3)}$ и т.д. Пусть исходный шаг съемки $\Delta l = 1$, интерполированные значения получены с шагом 2, 3 и т.д. При нулевом шаге $\epsilon_u = 0$, что позволяет оценить погрешность интерполяции при заданном шаге съемки экстраполяцией на $\Delta l = 0$ экспериментальной кривой (рис. 1, в).

Прогноз ошибки интерполяции возможен на основе ее связи с шагом съемки:

$$\epsilon_u = k \sqrt{\Delta l} \text{ или } \epsilon_u = k_x \sqrt{\Delta x} + k_y \sqrt{\Delta y} \tag{V.17}$$

где k, k_x, k_y , – коэффициенты неоднородности поля по соответствующим направлениям – профилю или координат на съемочной площади. Эти коэффициенты часто различаются по разным направлениям (x и y).

К любой съемке, в том числе к общим гравиметрическим и магнитным съемкам, данные которых представляются картами в изолиниях, предъявляется требование, чтобы ошибка определения картируемой величины в произвольной точке съемочной площади не превышала половины сечения изолиний $\Delta/2$: $\epsilon_c \leq \Delta/2$ (V.18)

Объединяя формулы (15), (17) и (18), получаем необходимое соотношение между шагом съемки, погрешностью измерений и коэффициентом k неоднородности поля

$$\Delta l \leq \frac{\Delta^2 - 4\epsilon_c}{4k^2}. \tag{V.19}$$

Например, при гравиметрической съемке масштаба 1:200000 принимается (по инструкции) $\Delta = 2$ мГл, $\Delta l = 2$ км, $\epsilon_a = 0,8$ мГл. Такое соотношение справедливо при $k \leq 0,4$. Если поле более неоднородно, соответственно (19) нужно увеличивать густоту сети.

При $k = 0,5$ шаг должен быть не более 1,2 км. Напротив, в спокойном поле шаг может быть большим: при $k = 0,2$ $\Delta l \geq 9$ км.

Масштаб съемки связан с шагом простым правилом: средний шаг съемки по профилям (вкрест простирания структур и аномалий) должен быть равен 1 см в масштабе карты.

В гравиметрии между масштабом и сечением изолиний существует довольно строгое соответствие:

Масштаб	1:1000000	1:200000	1:50000	1:25000
Сечение, мГл	10	2	0,5	0,25

Это соотношение и формула (19) связывают все параметры общих гравиметрических съемок полей разной сложности.

Специальные съемки могут не удовлетворять названным требованиям, но они подчиняются другим, вытекающим из решаемых задач. При поисках и разведке залежей полезных ископаемых и ряде других задач по результатам съемки должны быть определены параметры объектов, в том числе глубина их залегания. Это накладывает более жесткие условия на густоту сети и точность измерений, чем в общих съемках. Когда же задача ограничивается обнаружением объектов, требования могут быть ниже. В этих случаях конкретные соотношения между структурой сети и точностью измерений определяются основными параметрами моделей среды, как правило, ориентировочно известными при постановке геофизических работ.

Магнитные съемки отличаются от гравиметрических количественными соотношениями характеристик структуры сети и точности съемки вследствие большой дифференциации аномального магнитного поля, частой высокой интенсивности аномалий. В специальных съемках даже в пределах одной аномалии оказываются необходимыми разные соотношения: высокая детальность не обязательно точных измерений вблизи экстремальных частей аномалии, в зонах больших горизонтальных градиентов поля и, напротив, высокая точность измерений с меньшей густотой сети в периферических зонах аномалии.

При составлении карт магнитных аномалий по данным общих съемок, как правило, оказывается неудобным постоянное сечение изолиний. Обычно применяется почти логарифмическая шкала сечений, например: 0, ±20, ±50, ±100, ±200, ±500, ±1000, ±5000 нТл и т.д. Особенности вносит и большое разнообразие магнитных съемок по типам носителей магнитной аппаратуры. При наземных дискретных магнитных измерениях (с учетом особенностей магнитного поля) можно использовать приведенные соотношения между структу-

рой сети и точностью измерений. Другие требования предъявляются к магнитным съемкам с движущихся носителей: автомобильным, аэромагнитным и гидромагнитным. В этих случаях шаг съемки по профилю определяется временем дискретизации магнитометра и скоростью носителя, а расстояние между профилями – задачами съемки и ее масштабом.

Современные магнитные съемки обычно выполняются практически абсолютными магнитометрами; для них нет проблемы вязки участков съемки между собой или привязки маршрутов к единой системе опорных пунктов.

Иное дело – гравиметрические съемки. Они выполняются относительными гравиметрами, которые, как правило:

- а) имеют небольшой диапазон измеряемых значений поля;
- б) требуют эталонирования;
- в) имеют значительное смещение нуля-пункта.

Поэтому во всем мире гравиметрические съемки базируются на системе опорных пунктов. В России эта система включает:

- 1) международную гравиметрическую сеть пунктов высшего класса точности JGSN;
- 2) государственную опорную сеть 1-го класса;
- 3) территориальные сети опорных пунктов 2-го класса;
- 4) опорные сети на участках съемки.

Эти сети опорных пунктов позволяют передавать абсолютные значения гравитационного ускорения на любой пункт съемки без существенной потери точности.

Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий

Содержание интерпретации

Качественная и количественная интерпретация

Задача интерпретации гравитационных и магнитных аномалий состоит в выявлении неоднородностей структуры среды по плотности $\sigma(x, y, z)$ и намагниченности $J(x, y, z)$ и в геологическом истолковании полученных результатов для содержательных суждений о структуре и составе объектов исследования и для направления дальнейших поисково-разведочных геолого-геофизических работ.

Уровни интерпретации различаются соответственно постановке геологической задачи и возможностям методов исследований. Содержание интерпретации разных уровней таково:

а) обнаружение объектов заданного класса, определение их планового положения и рекомендации по дальнейшим исследованиям;

б) разделение исследуемой территории по определенному набору признаков на квазиоднородные зоны (районирование) с оценкой перспективности поисковых работ на выделенных площадях;

в) определение параметров тел – объектов поисков, построение структурных физических моделей этих объектов, их петрофизическая и геологическая характеристика.

Последний вид интерпретации имеет более высокий уровень; для его реализации требуется решение конкретных обратных задач в *детерминированной* постановке. Интерпретация более низких уровней допускает использование *стохастического* и *эвристического* подходов. Далее рассматриваются в основном детерминированные методы интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.

Первые два вида интерпретации обычно называются *качественной* интерпретацией; это понятие распространяется и на содержательное геологическое истолкование геофизических результатов – оценок параметров объектов исследования. Третий вид – это *количественная* интерпретация.

Различие между количественной и качественной интерпретацией не сводится только к наличию или отсутствию числовых оценок. Важнее то, что количественная интерпретация – это решение обратных задач для конкретных физических моделей объектов исследования, а качественная – это содержательные геологические суждения и выводы на основе сопоставления гравитационных и магнитных аномалий между собой и с другими геолого-геофизическими материалами для разных частей площади исследований. При получении этих суждений выдвигаются разные гипотезы, а в способы их проверки входит оценка некоторых параметров объектов.

Геологические и физические модели среды

Между определяющими физическими свойствами пород (плотностью и намагниченностью) и их геологическими характеристиками нет однозначного соответствия. Не всегда геологические тела или

границы раздела в слоистых толщах выделяются по величине намагниченности; плотностные различия пород и тел часто оказываются небольшими, тогда как вариации плотности одних и тех же по названию пород бывают значительными. Существенные в конкретной геологической задаче структуры могут не совпадать с отчетливо выраженными в распределении плотности и магнитных свойств телами и границами. Это значит, что физические модели среды могут не совпадать по геометрическим характеристикам и положению объектов с геологическими моделями, и переход от физической модели к геологическим характеристикам среды (геологическое истолкование геофизических данных) представляет собой задачу, в общем случае некорректную. Для надежности геологических выводов в таких условиях требуется учет, согласование разнородной геологической и геофизической информации.

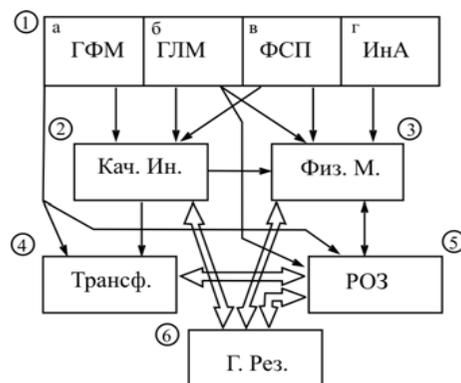
Качество геологической модели, построенной по геофизическим данным, зависит от однозначности и точности определения параметров физической модели среды. От последней требуется, естественно, чтобы она содержала необходимые в поставленной задаче геологические объекты (тела, границы раздела), иначе решение обратных задач в рамках физической модели лишается геологического смысла. Вместе с тем в некоторых геологических задачах можно получить содержательные результаты без физических моделей объектов, путем непосредственного геологического истолкования гравитационных и магнитных аномалий на основе стохастического или эвристического подходов, используя сопоставление аномалий с другими геолого-геофизическими материалами. Это, например, задачи тектонического районирования, прогноза перспективных площадей на поиски рудных месторождений, кимберлитовых трубок и др.

Процедура геологической интерпретации

Гравиметрические и магнитные съемки бывают: общими (многоцелевыми) и специальными (предназначенными для решения конкретных, в том числе поисково-разведочных задач). Специальные съемки, как правило, ориентированы на определенные методы интерпретации. Сейчас важнее обсудить структуру интерпретационного процесса применительно к данным общих съемок (рис. 2).

Рис. V.2. Схема процедуры интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.

(ГФМ – геофизические материалы; ГЛМ – геологические материалы; ФСП – физические свойства пород; ИнА – интерпретационный аппарат; Кач. Ин. – качественная интерпретация; Физ. М. – физическая модель; Трансф. – трансформации полей; РОЗ – решение обратных задач; Г. Рез. – геологическое истолкование результатов интерпретации)



Исходные материалы (блок 1):

а) гравиметрические и/или магнитные карты, соответствующие требованиям геологической задачи по масштабу, структуре сети и точности съемки;

б) геологические материалы – карты, разрезы, данные бурения и построенные на этой основе геологические модели объектов;

в) петрофизические материалы: физические свойства горных пород в пределах объектов поисков и вмещающей среды;

г) интерпретационный аппарат: методы, программы и технические средства их реализации. Чем он богаче, тем больше свобода выбора физических моделей, разрешимых в части оценок параметров, следовательно, выше надежность геологических результатов.

Первым этапом является качественная интерпретация (блок 2): сопоставление геофизических и геологических материалов, выдвижение и оценка гипотез о природе конкретных гравитационных и магнитных аномалий, районирование аномальных полей по набору содержательных в геологическом смысле и формально определенных характеристик полей. Ее результатом является формирование физической модели среды и объекта, выбор его параметров и необходимой для их оценки априорной геологической информации (блок 3). Главные операции при построении геологической модели среды – это отбор необходимых данных, их формализация применительно к задаче интерпретации.

При построении физической модели среды на основе геологической модели и петрофизических данных главной процедурой является *параметризация*: описание среды возможно меньшим числом принципиально определяемых при решении обратных задач параметров. Уже на этом этапе могут быть получены выводы и рекомендации, имеющие значение для принятия решений о направлении дальнейших работ. Другим результатом качественной интерпретации является определение необходимости *трансформации* полей, ее конкретных задач и ориентировочный выбор схем трансформирования исходных аномалий (блок 4). Смысл трансформаций состоит в том, чтобы подготовить гравиметрические и магнитные материалы к количественной интерпретации в более удобном виде, свободном от помех, в том числе от аномалий, связанных с телами, не входящими в число объектов исследования.

Основной геофизический блок – решение обратных задач (РОЗ), количественная интерпретация (блок 5); задача – оценка параметров аномальных геологических объектов с максимально возможной надежностью (по однозначности и точности) результатов.

Геологические результаты интерпретации (блок 6) – это истолкование решений обратных задач, полученных для физических моделей среды, совместно с данными качественной интерпретации. Они обычно представляют собой содержательные суждения о геологической структуре, имеющие уровень надежности гипотез, которые необходимо проверить дальнейшими исследованиями: геолого-геофизическими с более высокой точностью и детальностью или непосредственно бурением.

Многие связи между блоками на рис. 2 являются итерационными – результаты последующих этапов позволяют уточнить решения предыдущих и постановку задач для повторения решений.

Прямые и обратные задачи

Прямые задачи гравиметрической и магниторазведки – это определение производных гравитационного и/или магнитного потенциалов по заданным плотностной и/или магнитной моделям среды соответственно. Вычисляются: аномальный гравитационный потенциал V_a , его производные: $V_z = g$, V_{xz} , V_{yz} , V_{zz} , V_{zzz} , реже V_x , V_y и др.; составляющие аномального вектора магнитной индукции T_a : его модуль

T_a , составляющие по координатам: вертикальная Z_a , горизонтальная H_a , северная X_a и восточная Y_a .

Решения прямых задач важны для построения методов решения *обратных задач* – восстановления плотностной и магнитной структуры среды по измеренным гравитационному и магнитному полям. В гравирастведке в настоящее время высшие производные потенциала: V_{xz} , V_{yz} , V_{zz} , V_{zzz} , тем более V_{xy} , V_{xx} , V_{yy} , измеряются очень редко, а первые горизонтальные производные V_x и V_y , как и потенциал, вообще не измеряются. Их вычисляют для использования в задачах трансформации полей с целью выделения полезных аномалий, а также в качестве промежуточных характеристик при решении прямых задач магниторастведки на основе соотношений Пуассона.

Соотношение Пуассона справедливо при условии постоянства плотности и намагниченности: $\sigma = \text{const}$, $\mathbf{J} = \text{const}$. Это сильное условие; для больших тел оно выполняется редко, но в решении прямых задач мы всегда можем аппроксимировать тело малыми по размерам элементами, для каждого из которых это условие будет выполнено. Соотношение Пуассона дает связи между элементами аномального магнитного поля (X_a , Y_a , Z_a) и производными гравитационного потенциала аномального объекта. Коэффициентами пропорциональности служат компоненты вектора намагниченности (J_x , J_y , J_z), отнесенные к плотности и гравитационной постоянной G , формулы (10).

Представляют интерес частные случаи, когда соотношения (10) имеют более простой вид. Если намагниченность вертикальна, т.е. $\mathbf{J} = J_z$, а $J_x = J_y = 0$, получаем

$$Z_a = \frac{J}{G\sigma} V_{zz}; \quad H_a = \sqrt{X_a^2 + Y_a^2} = \frac{J}{G\sigma} V_{xz}. \quad (\text{V.20})$$

При горизонтальной намагниченности по магнитному меридиану, $\mathbf{J} = J_x$, а $J_y = J_z = 0$ имеем

$$Z_a = \frac{J}{G\sigma} V_{xz}; \quad H_a = X_a = \frac{J}{G\sigma} V_{xx}. \quad (\text{V.21})$$

Соотношения Пуассона позволяют решать прямые задачи магниторастведки на основе прямых гравиметрических задач фактически в едином вычислительном комплексе.

Общее решение прямой задачи гравиметрии основано на выражении для потенциала притяжения:

$$V(x, y, z) = G \int_v \frac{\sigma(\xi, \eta, \zeta)}{r} d\xi d\eta d\zeta, \quad (\text{V.22})$$

где $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$; в единой декартовой системе координат (x, y, z) – координаты точек определения поля, (ξ, η, ζ) – координаты текущей точки притягивающего тела, по ним производится интегрирование; v – объем тела.

В прямых задачах плотность можно считать постоянной, для чего тело делится на элементарные объемы, и условие $\sigma = \text{const}$ вполне приемлемо. Совместив начало координат с точкой определения поля, получим компактные формулы для производных потенциала V (интегрирование везде по объему тела v):

$$\begin{aligned} V_z = g_a &= G\sigma \int_v \frac{\zeta \cdot \sigma(\xi, \eta, \zeta)}{r^3} d\xi d\eta d\zeta; \quad V_x = G \int_v \frac{\xi \cdot \sigma(\xi, \eta, \zeta)}{r^3} dv; \\ V_{xz} &= 3G\sigma \int_v \frac{\xi \cdot \zeta \cdot \sigma}{r^5} dv; \quad V_{xx} = 3G\sigma \int_v \frac{\xi^2 \cdot \sigma}{r^5} dv; \\ V_{zz} &= G\sigma \int_v \frac{(3\zeta^2 - r^2)}{r^5} dv; \quad V_{zzz} = 3G\sigma \int_v \frac{\zeta(5\zeta^2 - r^2)}{r^7} dv. \end{aligned} \quad (\text{V.23})$$

Производные по переменной y аналогичны.

Используя формулы (23) и (10), можно получить решения прямых задач магниторастведки.

В зависимости от формы тела, по объему которого ведется интегрирование, выбирается соответствующая система координат. Часто применяются горизонтальная и вертикальная системы цилиндрических координат (рис. 3):

а) горизонтальная система – (ρ, η, θ) ; переход от этой системы к декартовым координатам:

$$\xi = \rho \cos \theta, \quad \eta = \eta, \quad \zeta = \rho \sin \theta; \quad (\text{V.24})$$

$$r^2 = (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) = (\rho^2 + \eta^2); \quad d\xi d\eta d\zeta = \rho d\rho d\eta d\theta;$$

в двумерных моделях ($\eta = 0$, $d\eta = 1$):

$$\xi = \rho \cos \theta, \quad \zeta = \rho \sin \theta; \quad (V.25)$$

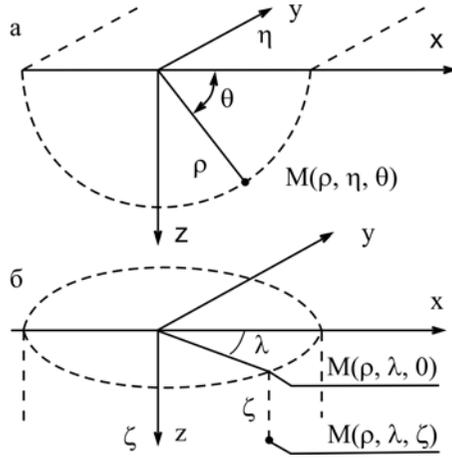
$$r^2 = (\xi^2 + \zeta^2) = \rho^2; \quad d\xi d\zeta = \rho d\rho d\theta;$$

б) вертикальная система – (ρ, λ, ζ) ; переход от этой системы к декартовым координатам:

$$\xi = \rho \cos \lambda, \quad \eta = \rho \sin \lambda, \quad \zeta = \zeta; \quad (V.26)$$

$$r^2 = (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) = (\rho^2 + \zeta^2); \quad d\xi d\eta d\zeta = \rho d\rho d\lambda d\zeta.$$

Рис. V.3. Цилиндрические системы координат: а) горизонтальная; б) вертикальная



Горизонтальная цилиндрическая система координат используется в случаях, когда тела вытянуты в одном направлении (это направление принимается как ось η).

Если размеры тел в одном направлении много больше, чем в других, используются модели двумерных тел и полей, бесконечных по простиранию; соответствующая координата не входит в выражения для потенциала и его производных:

$$V = G\lambda \int_s \ln \rho d\xi d\zeta; \quad V_z = g_a = 2g\lambda \int_s \frac{\zeta}{\rho^2} d\xi d\zeta;$$

$$V_{xz} = 4G\lambda \int_s \frac{\xi \cdot \zeta}{\rho^4} d\xi d\zeta; \quad V_{zz} = 2G\lambda \int_s \frac{\zeta^2}{\rho^4} d\xi d\zeta; \quad (V.27)$$

$$V_{zzz} = 4G\lambda \int_s \frac{\zeta^3}{\rho^6} d\xi d\zeta,$$

где λ – линейная плотность, $\rho = \sqrt{\xi^2 + \zeta^2}$.

Потенциал двумерных тел называется логарифмическим. Вне области аномальных масс он удовлетворяет уравнению Лапласа

$$V_{xx} + V_{zz} = 0, \quad (V.28)$$

откуда следует $V_{xx} = -V_{zz}$.

Смысл введения логарифмического потенциала в том, что гравитационные и магнитные поля двумерных тел вычисляются проще, чем трехмерных. Поэтому двумерные модели широко используются в решении обратных задач гравиметрии и магниторазведки. Есть еще одно важное обстоятельство, повышающее роль двумерных моделей. Поля V_x и V_z являются сопряженными гармоническими функциями (в терминах теории функций комплексных переменных).

Любую функцию комплексной переменной s , ($s = x + iz$), можно представить в виде $f(s) = \varphi(x, z) + i\psi(x, z)$.

Аналитические функции удовлетворяют условиям сопряженности (уравнениям Коши–Римана)

$$\frac{d\varphi(x, z)}{dx} = \frac{d\psi(x, z)}{dz}; \quad \frac{d\varphi(x, z)}{dz} = -\frac{d\psi(x, z)}{dx}. \quad (V.29)$$

После дифференцирования первого уравнения в (29) по x и второго – по z в сумме получаем уравнение Лапласа для φ . Дифференцирование первого уравнения по z и второго – по x и вычитание второго из первого дает уравнение Лапласа для ψ . Это значит, что φ и ψ – сопряженные гармонические функции. Аналогичное утверждение справедливо для производных логарифмического потенциала V_z и V_x . Действительно, $\frac{dV_z}{dx} = \frac{dV_x}{dz}$ – это тождество, $V_{zx} = V_{xz}$,

а $\frac{dV_x}{dx} = -\frac{dV_z}{dz}$ – это уравнение Лапласа (28).

Из уравнения Лапласа для g_a (это V_z) следует сопряженность градиентов V_{zz} и V_{xz} :

$$\frac{dV_{zz}}{dx} = \frac{dV_{xz}}{dz}; \quad \frac{dV_{xz}}{dz} = -\frac{dV_{zz}}{dx}. \quad (V.30)$$

Равенства (30) вместе с соотношениями Пуассона (10) доказывают сопряженность элементов аномального магнитного поля Z_a и H_a :

$$\frac{dZ_a}{dx} = \frac{dH_a}{dz}; \quad \frac{dH_a}{dx} = -\frac{dZ_a}{dz}. \quad (\text{V.31})$$

Здесь дан случай вертикального намагничивания; без доказательства отметим, что это верно для произвольного намагничивания.

Сказанное дает основание представить:

$$G(s) = V_z + iV_x; \quad G_z(s) = V_{zz} + iV_{xz}; \quad G_m(s) = Z_a + iH_a, \quad (\text{V.32})$$

что позволяет использовать аналитический аппарат теории функций комплексных переменных для вычисления двумерных гравитационных и магнитных полей разнообразных по форме тел и, главное, для решения обратных задач гравимагниторазведки. Двумерные (их также называют плоскими) задачи ставятся даже в случаях, когда аномалии и структуры ограничены по простиранию, имеют не очень большие отличия размеров по простиранию и вкост него, т.е. довольно далеки от настоящих двумерных моделей. Это оправдывается более глубокой разработкой теории плоских обратных задач, технологичностью алгоритмов, что позволяет извлекать из полевых гравиметрических и магнитных данных больше полезной информации, чем это удастся сделать, используя лучше обоснованные по моделям среды методы интерпретации трехмерных аномальных полей.

Прямые задачи гравимагниторазведки – вполне корректны; решения их обладают единственностью и устойчивостью по отношению к вариациям исходных данных. Выбор методов решения прямых задач определяется только технологическими факторами: простоты, экономичности вычислений, их точности, удобства дальнейшего использования результатов.

Выбор моделей тел для решения прямых задач зависит от условий применения решений в обратных задачах. Есть три варианта:

а) из решений прямых задач выводятся соотношения между характеристиками аномалий (значениями в некоторых точках аномалий и их градиентов, положениями нулевых значений, экстремумов и др.) и параметрами тел (глубиной центров масс или верхних кромок тел, углами наклона и др.); эти соотношения затем используются для определения параметров реальных объектов – такой подход применим для тел простой формы, когда соотношения выражаются компактными алгебраическими формулами;

б) если обратная задача решается подбором параметров тела определенного типа (например, наклонные пласты в магниторазведке), выбор моделей прямых задач шире, не обязательно условие простого вида выражений для полей таких тел, но есть ограничение, связанное с условиями единственности обратных задач (об этом – ниже);

в) если обратная задача решается подбором тел сложной формы – границ раздела тел или распределений плотности или намагниченности, решение прямых задач строится для элементов, из которых можно сплошным образом собрать моделируемое тело (обычно это многогранники типа призм, параллелепипедов, пластин). Ввиду большого числа решений прямых задач к ним предъявляются требования точности, быстродействия, экономии памяти ЭВМ.

Технологию решений прямых задач мы не рассматриваем; некоторые простые решения для тел правильной формы будут приведены ниже, когда будем обсуждать решения обратных задач.

Некорректность обратных задач

Обратные задачи гравимагниторазведки заключаются в нахождении распределении плотности и/или намагниченности по известным гравитационным и/или магнитным аномальным полям.

Гравитационные и магнитные аномалии, вычисленные по данным измерений, дискретны и содержат погрешности. При обсуждении проблемы некорректности обратных задач будем различать:

а) принципиальную некорректность, существующую при абсолютно точном задании поля в любой точке пространства,

б) практическую некорректность, обусловленную ограничением области задания поля, дискретностью измерительной сети, ошибками измерений.

В обратных задачах требуется найти геометрию тел-носителей плотности и намагниченности и распределение этих свойств по носителям; в конкретных постановках задача может быть сужена: определяются свойства на известном носителе (линейная обратная задача) или геометрия носителей при известных свойствах (нелинейная задача). Общая задача, очевидно, тоже является нелинейной.

Понятие корректности применительно к обратным задачам гравимагниторазведки соответствует классическому определению корректности по Адамару:

- существование решения,
- его единственность,
- устойчивость к малым вариациям входных данных.

Поскольку в геофизике мы имеем дело с объективно существующими природными явлениями, решения обратных задач всегда существуют, если исключены систематические погрешности из результатов измерений. Некорректными они могут быть по признакам неоднозначности и неустойчивости.

При полном и точном задании поля имеет место *теоретическая неоднозначность*. Она предполагает, что существуют распределения плотности (намагниченности) с нулевым потенциалом, которые можно добавить к любому другому распределению плотности (намагниченности) без изменения внешнего поля. Простейший пример – шар с плотностью, зависящей только от радиуса; его притяжение на расстоянии r от центра масс $g = GM / r^2$; в выражение не входят плотность σ и радиус шара R , входит масса $M \sim \sigma R^3$ ($\sigma = \text{const}$). К любому закону изменения плотности по радиусу $\sigma(R)$ можно добавить другое (знакопеременное, с нулевой массой) без изменения внешнего потенциала притяжения и всех его производных. Для любых трехмерных тел, подобно этому шару, инвариантом является произведение σR^3 . Сомножители могут менять значения, но если постоянно их произведение, не меняется и гравитационное поле. Для двумерных тел таким инвариантом является произведение σR^2 , для одномерных тел, как плоский слой, σH (H – толщина слоя).

Общее условие теоретической неоднозначности таково: пусть тело с объемом V ограничено гладкой поверхностью S , тогда распределение плотности $\sigma_0(\xi, \eta, \zeta)$ имеет нулевой потенциал, если для произвольного, но ограниченного на S гармонического полинома $D_n(\xi, \eta, \zeta)$ справедливо равенство:

$$\int_V \sigma_0(\xi, \eta, \zeta) \cdot D_n(\xi, \eta, \zeta) dV = 0. \quad (V.33)$$

Интегралы такого типа называются *гармоническими моментами* тела: если $D_0 = 1$ ($n = 0$), это аномальная масса, момент нулевого порядка, при $D_1 = \xi$ или η или ζ – это произведения массы на координаты центра масс, моменты первого порядка; если D_2 представляет собой полином второй степени по координатам, получаем моменты инерции относительно разных координатных осей. Любая слоистая

структура со сферически симметричным распределением плотности, в том числе при $r \rightarrow \infty$, т.е. горизонтально-слоистая, отвечает этим условиям неоднозначности.

Различные геологические ситуации можно представить моделями распределения плотности (или намагниченности) таких классов (рис. 4): а) *рудный*; б) *структурный*; в) *комбинированный*.

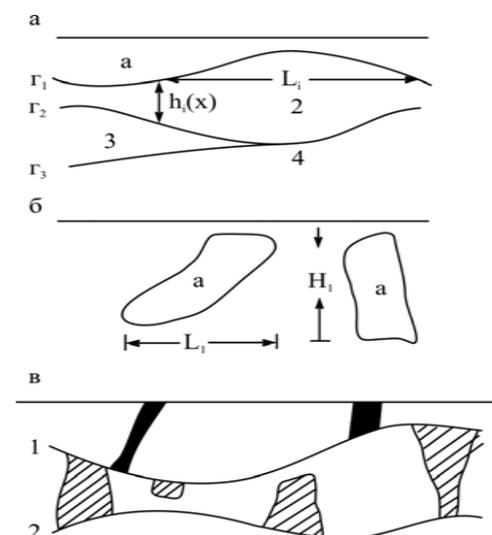


Рис. V.4. Геометрические типы моделей среды: а) рудный; б) структурный; в) комбинированный

В каждом из этих классов можно ставить:

а) линейные задачи, когда геометрия носителя известна и определению подлежит только закон распределения свойств;

б) нелинейные задачи, когда требуется определить геометрию (с известным или неизвестным распределением свойств).

Условия единственности обратных задач в этих случаях различны. Они задаются формулировками *теорем единственности*. Здесь они в полном виде не приводятся, даны только условия единственности для нелинейных задач (так как линейные, во-первых, имеют меньшие ограничения, а во-вторых, почти не встречаются в практике интерпретации гравитационных и магнитных аномалий).

Условия единственности нелинейных обратных задач гравимагниторазведки формулируются для двух типов моделей – рудной и структурной.

Рудная модель: обратная задача единственна, если

- а) тело одно (или тела попарно не имеют общих точек);
- б) тело имеют форму выпуклого многогранника;
- в) плотность линейно зависит от координат;
- г) намагниченность постоянна, ее направление известно.

Структурная модель: обратная задача единственна, если

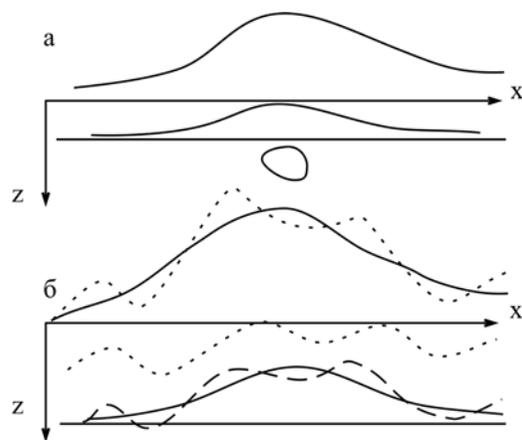
- а) граница раздела одна;
- б) модель двумерная;
- в) одинаковы глубины асимптот $z = h$ по обе стороны от изучаемой структуры;
- г) постоянный скачок плотности на границе;
- д) заданы: $\Delta\sigma$ или h или глубина границы в двух точках или граница на некотором участке профиля.

Как видим, в обоих классах моделей однозначность решения обратных задач обеспечивается введением ограничений на геометрию тел и на распределение свойств. Это можно сделать на основе дополнительной информации либо ввести как предположения; в последнем случае результаты интерпретации должны быть проверены на предмет справедливости этих предположений.

Обратные задачи для структурных моделей среды более неоднозначны, чем рудных моделей. Поэтому в геологических ситуациях со структурными моделями среды гравиразведка применяется, как правило, в комплексе с сейсморазведкой, использует данные бурения, а магниторазведка в таких условиях используется редко.

Практическая неоднозначность обратных задач добавляется к теоретической неоднозначности при неполном задании аномальных полей: в ограниченной области, дискретно. Примеры такой эквивалентности решений приведены на рис. 5.

Рис. V.5. Примеры практической неоднозначности (эквивалентности) решения обратных задач: а) поле над шарообразным телом задано на ограниченном участке профиля; б) поле над антиклиналью задано дискретно



Пример (рис. 5, а) иллюстрирует эквивалентность решений для шара (или, в двумерном случае, кругового цилиндра) с параметрами σ_1, R_1, h_1 и для границ $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ на глубинах h_2, h_3, \dots

со скачками плотности $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \dots$. Ясно, что если бы поле шара было известно во всем внешнем по отношению к нему пространстве, такой эквивалентности не могло возникнуть.

Пример (рис. 5, б) показывает, как из-за дискретности измерений реальное поле заменяется другим, имеющим ограниченный спектр, в нем исключены высокие частоты $\omega > \omega_0$, где $\omega_0 = 2\pi / l$ (l – шаг съемки). Связанные с этим ошибки интерпретации аномалий приводят к различию параметров тел.

Неустойчивость решений обратных задач выражается в больших изменениях определяемых параметров при малых вариациях полей, в частности, вследствие погрешностей измерений. Простой пример – поле с периодической помехой $A(x) = A_0 \exp(-i\omega x)$:

$$\Delta g(x) = \Delta g_0(x) + A_0 \exp(-i\omega x),$$

где $\Delta g_0(x)$ – поле, обусловленное плотностной структурой. Если даже амплитуда помехи мала, $A_0 < \Delta g_0$, на глубине H (где расположены интересные нас тела) она составит:

$$A(x, H) = A_0 \exp(\omega H) \exp(-i\omega x).$$

Чем выше частота ω и меньше длина волны помехи L ($\omega = 2\pi / L$), тем больше амплитуда эффекта на глубине H и тем большие искажения он вызовет в оцениваемых параметрах плотностной структуры.

Другой пример неустойчивости – в модели вертикального уступа. Поле V_z уступа отличается от поля материальной полуплоскости на величину менее 7 %, даже когда поверхность наблюдений находится на верхней кромке уступа. Сравнение соответствующих формул показывает, что при эквивалентных характеристиках: $\mu = \sigma(\zeta_2 - \zeta_1)$, где μ – поверхностная плотность материальной полуплоскости, σ – объемная плотность тела в форме уступа, ζ_2 и ζ_1 – глубины нижней и верхней кромок уступа, эти поля $V_z^{(y)}$ и $V_z^{(m,n)}$ равны между собой в некоторых точках: $x = -\infty, x = 0$ и $x = \infty$.

Погрешность задания поля в первые проценты приводит к большому изменению модели: когда можно построить множество уступов с разной высотой (соответствующих полю в пределах погрешности), становятся неустойчивыми оценки глубины верхней и особенно нижней поверхности уступа.

Способы уменьшения неоднозначности и неустойчивости решений обратных задач можно подразделить на три группы.

1. *Интерпретация в рамках физических моделей среды, удовлетворяющих условиям единственности.* Выбор таких моделей невелик, но и такой выбор требует фактического обоснования, априорной информации; если ее нет, приходится работать на уровне гипотетических моделей. Необходимо:

- а) выделить параметры, определяемые однозначно;
- б) для других параметров сузить круг эквивалентных решений, используя фактические данные;
- в) проверить результаты интерпретации независимыми данными в смысле правдоподобия гипотез о моделях среды.

2. *Подбор моделей среды, согласующихся с наблюдаемым полем и другими геолого-геофизическими данными.* В этом подходе требование единственности обратной задачи заменяется условием соответствия результатов некоторой совокупности фактических данных. Методы согласования моделей среды с аномальным полем и другими данными известны как оптимизационные.

3. Неустойчивость решения уменьшается путем исключения свмых неустойчивых характеристик модели и определения главных параметров – эта процедура называется регуляризацией решения.

Хотя эти способы технологически различны, объединяет их использование дополнительной информации. Это данные:

- о физических свойствах горных пород;
- геологические сведения о возможных глубинах залегания и предполагаемой геометрии объектов;
- ограничения, априори накладываемые на определяемые параметры: на их число – чем меньше, тем надежнее оценки, на гладкость границ, на форму тел. Важнейшее ограничение – на число объектов. С этими требованиями связана необходимость разделения аномальных полей с целью выделения эффектов объектов изучения в наиболее чистом виде.

Разделение полей

Физический смысл разделения полей

Наблюдаемые геофизические поля, как уже отмечалось, отражают суммарное влияние неоднородностей среды в больших ее объе-

мах, формально по всей Земле. Условия корректности обратных задач требуют, чтобы эффект каждого объекта был выделен изолированно. Это приводит к необходимости трансформации полей, в результате которой были бы подавлены поля тел, не являющихся объектами изучения. В этом смысле задача разделения полей содержательно продолжает задачу вычисления аномалий.

Для гравитационных аномалий разделение полей важнее, чем для аномального магнитного поля. В этом разделе речь пойдет об аномалиях силы тяжести. При их вычислении исключено нормальное гравитационное поле простой модели Земли и влияние масс рельефа, о которых имелась полная и точная информация. Теперь мы сталкиваемся с необходимостью убрать влияние некоторых масс, о которых достаточной информацией не располагаем.

Методы трансформации, направленные на разделение полей, выбираются в зависимости от конкретной задачи и от характера информации об источниках помех. Если данных о них достаточно для оценки их влияния путем решения прямых задач, используется метод *геологического редуцирования* (название подчеркивает его связь с редуциями силы тяжести при вычислении аномалий). Это последовательное исключение из наблюдаемого поля эффектов тел, не являющихся объектами исследования. Обычно данных о помехах мало, они не конкретны, иногда имеют статистический характер, а во многих случаях являются гипотетическими, типа ориентировочных оценок характерных размеров тел-помех и глубин их залегания. Тогда используются методы частотной фильтрации. Они не полностью исключают помехи, а лишь снижают их уровень по сравнению с полезными аномалиями.

В любом случае количество информации об изучаемой среде в трансформированном поле меньше, чем в измеренном. Но эта потеря компенсируется возможностью более полного выявления в оставшейся информации необходимых сведений о среде.

Физический смысл трансформации полей с целью их разделения можно выяснить, исходя из общего аналитического выражения трансформаций. Пусть $V_z(x, y, 0)$ – аномалии силы тяжести, полученные по измерениям на поверхности, совпадающей с координатной плоскостью (x, y) . Это принято для простоты; выводы справедливы для любых производных гравитационного и магнитного потенциала, поэтому обозначим исходное поле как $U(x, y, 0)$, а результат транс-

формации – как $U_{\text{тр}}(x_0, y_0, z_0)$: он относится к некоторой точке – не обязательно на плоскости наблюдений. Почти все применяемые трансформации гравитационного и магнитного полей математически представляются интегралами свертки:

$$U_{mp}(x_0, y_0, z_0) = \int_S U(x, y, 0) \cdot K(x - x_0, y - y_0, z_0) dx dy, \quad (\text{V.34})$$

где $K(x - x_0, y - y_0, z_0)$ – ядро преобразования.

Пусть исходное поле есть притяжение некоторого тела:

$$U(x, y, z) = G \int_V \frac{\zeta \cdot \sigma(\xi, \eta, \zeta)}{\sqrt{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^3}} dx dy.$$

Тогда

$$U_{mp}(x_0, y_0, z_0) = \int_S G \int_V \frac{\zeta \sigma(\xi, \eta, \zeta)}{\sqrt{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^3}} d\xi d\eta d\zeta \cdot K(x - x_0, y - y_0, z - z_0) dx dy.$$

здесь и ниже \cdot – знак переноса умножения.

Преобразуем это выражение путем замены переменных:

$$a = x_0 + \xi - x; \quad da = d\xi; \quad x - \xi = x_0 - a,$$

$$b = y_0 + \eta - y; \quad db = d\eta; \quad y - \eta = y_0 - b$$

и поменяем порядок интегрирования:

$$U_{mp} = G \int_V \frac{\zeta da db d\zeta}{\sqrt{[(x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 + \zeta^2]^3}} \cdot \int_S \sigma(x - x_0 + a, y - y_0 + b, \zeta) \cdot K(x - x_0, y - y_0, z_0) dx dy.$$

Второй интеграл (по S) в этом выражении есть трансформация плотностной модели с тем же ядром преобразования, которое мы применили для трансформации поля $U(x, y, 0)$, а первый интеграл представляет вычисление гравитационного влияния трансформированной плотностной модели на поверхности наблюдения. Таким образом, *трансформация поля эквивалентна трансформации модели среды с тем же ядром преобразования.*

Например, осреднение поля эквивалентно вычислению влияния осредненных тем же способом аномальных масс; пересчет поля вверх – погружению аномальных масс на глубину, равную высоте

пересчета; напротив, пересчитывая поле вниз, в сторону масс, мы приближаем их к поверхности определения поля; вычисление производных равносильно вычислению исходных функций от производных распределения плотности (вместо полуплоскости – вещественная линия по ее краю, другие модели строят по тому же принципу).

Представления о трансформации аномальных тел позволяют использовать методы оценок параметров, разработанные для тел простой формы, для интерпретации трансформированных аномалий с последующей реконструкцией среды к исходному положению.

В разделении полей важна идея *остаточных аномалий*. Если исходное U и трансформированное U_{mp} поля имеют одну размерность, то остаточное поле $U_{ост} = U - U_{mp}$.

Для разделения аномалий по их горизонтальным размерам введено понятие региональных $U_{рег}$ и локальных $U_{лок}$ аномальных полей: $U = U_{рег} + U_{лок}$.

Трансформированные поля по отношению к исходным полям могут рассматриваться как региональные или как локальные. Это зависит от вида процедур трансформации, конкретнее, от их амплитудно-частотных характеристик.

Эффективность разделения полей

Чтобы выбрать подходящий для конкретной геологической ситуации и поставленной задачи метод трансформации поля с целью выделения в возможно более чистом виде его составляющих, связанных с объектом исследования, нужно уметь сравнивать между собой различные трансформации при известных характеристиках разделяемых полей или их источников. Этими характеристиками чаще всего являются ориентировочные размеры аномалий в плане или интервалы глубин залегания объектов изучения и тел-помех. Размеры аномалий зависят от размеров тел и глубины их залегания; эту зависимость приближенно прямо пропорциональная. Характерные размеры аномалий часто выражают через их пространственные частоты $\omega = 2\pi / L$, L – длина волны аномального поля.

Эти характеристики: глубина залегания тел и частотный состав аномалий являются главными в сравнении эффективности трансформаций полей для их разделения методами частотной фильтрации.

Рассмотрим два способа оценки эффективности трансформаций:

1) по степени усиления отношения сигнал / помеха;

2) по амплитудно-частотной характеристике.

Отношение сигнал/помеха вводится так:

$$f(g, p) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |g(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |p(x)|^2 dx} \equiv \frac{|g|^2}{|p|^2}. \quad (\text{V.35})$$

где $g(x)$ – сигнал, поле изучаемого объекта, $p(x)$ – помеха, $|\cdot|^2$ – квадрат нормы функции. Интегрирование ведется в бесконечных пределах, квадраты нормы сигнала и помехи предполагаются конечными.

Заметим, что в зависимости от постановки задачи одни и те же объекты (и их поля) могут быть сигналами или помехами.

Пусть A – оператор трансформации, который требуется оценить. Обозначим результаты трансформации:

$$g_{mp} = Ag, p_{mp} = Ap.$$

Изменение сигнала и помехи этим оператором трансформации:

$$\varphi(g) = \frac{|Ag|^2}{|g|^2}; \quad \varphi(p) = \frac{|Ap|^2}{|p|^2}. \quad (\text{V.36})$$

Тогда степень усиления отношения сигнал/помеха в результате данной трансформации выражается так:

$$F(g, p) = \frac{\varphi(g)}{\varphi(p)} = \frac{|Ag|^2 \cdot |p|^2}{|g|^2 \cdot |Ap|^2}. \quad (\text{V.37})$$

Выражение (36) можно трактовать двояко: как отношение изменений сигнала и помехи или как изменение отношений сигнала и помехи в результате трансформации.

Сравнивать разные трансформации целесообразно на одних и тех же моделях среды. Используем модель горизонтального цилиндра (вещественной линии):

$$V_z = \frac{2g\lambda\zeta}{(x^2 + \zeta^2)}; \quad V_z = -\frac{2g\lambda(x^2 - \zeta^2)}{(x^2 + \zeta^2)^2}. \quad (\text{V.38})$$

Пусть тела – сигнал и помеха различаются глубиной залегания, для сигнала $\zeta = h_c$, для помехи $\zeta = h_n$. Различие в массах исключается в отношениях (37).

Интегралы вида (35) для V_z , V_{zz} и для их трансформаций удобно вычислять с использованием равенства Парсеваля:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |U(x)|^2 dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega, \quad (\text{V.39})$$

где $S(\omega)$ – спектр функции $U(x)$.

Спектры функций V_z и V_{zz} (38) без постоянного множителя $2G\lambda$, который исключается в отношениях (37), равны:

$$S_z(\omega) = \exp(-\zeta\omega), \quad S_{zz}(\omega) = \omega \exp(-\zeta\omega). \quad (\text{V.40})$$

Отношение сигнал / помеха для такой модели с глубинами h_c и h_p равно, согласно (35):

$$f_z = \frac{h_p}{h_c}; \quad f_{zz} = \left(\frac{h_p}{h_c}\right)^3. \quad (\text{V.41})$$

Если объектами изучения являются локальные, неглубоко залегающие тела, $h_c < h_p$, отношения (41), относящиеся к исходным полям, всегда больше 1. Отношения (41) меньше 1 в исходных полях, если сигналом являются глубинные массы. Важно, как изменится отношение сигнал / помеха в результате этих трансформаций поля.

Вычислим степень усиления отношения сигнал/помеха для пространственных трансформаций:

а) аналитическое продолжение поля на высоту H :

$$F_z^{(H)} = \frac{(h_p + H)h_c}{h_p(h_c + H)}; \quad F_{zz}^{(H)} = \frac{(h_p + H)h_c^3}{h_p^3(h_c + H)}. \quad (\text{V.42})$$

Заметим, что влияние H на степень усиления отношения сигнал / помеха для V_z и V_{zz} одинаково; это проявление общего свойства трансформаций: разделяющий эффект зависит от вида трансформации, а не трансформируемой функции. Из (42) видно, что $F^{(H)} > 1$ при $h_c > h_p$, когда объектами изучения являются глубинные тела.

Если поле аналитически продолжено в сторону масс, $H < 0$, трансформация будет выделяющей ($F^{(H)} > 1$) для локальных объектов с малой глубиной залегания, $h_c < h_p$.

б) дифференцирование по z :

$$F_z^{(z)} = \left(\frac{h_p}{h_c}\right)^2; \quad F_{zz}^{(z)} = \left(\frac{h_p}{h_c}\right)^4. \quad (\text{V.43})$$

Сравнивая (43) с (41), получаем аналогичный вывод (как для аналитического продолжения) об одинаковом действии трансформации на разные производные; в данном случае она V_z переводит в V_{zz} , а V_{zz} в V_{zzz} . При $h_c < h_p$ $F^{(z)} > 1$, трансформация является выделяющей для локальных неглубоко залегающих тел.

в) производная по x : для ее получения в равенство Парсеваля (39) надо ввести спектр V_{xz} : $S_{xz}(\omega) = i\omega \cdot \exp(-\zeta\omega)$, но

$$|S_{xz}(\omega)|^2 = \omega^2 \exp(-2\zeta\omega) = |S_{zz}(\omega)|^2. \quad (V.44)$$

Поэтому отношения сигнал / помеха не зависят от составляющих поля, а только от порядка производных, и степень их усиления в производных по x такая же, как у соответствующего порядка производных по z .

Оценки эффективности разделения полей по степени усиления отношения сигнал / помеха, использующие модели точечных масс, удобны для выбора методов трансформации, если есть данные глубине залегания изолированных тел (объектов изучения и помех), но плохо применимы для сложных разрезов.

Частотная характеристика трансформации вводится на основе преобразований Фурье. Мы рассмотрим для простоты двухмерный случай, но выводы справедливы и для трехмерных тел.

Преобразования Фурье задаются парой уравнений:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) \cdot e^{-i\omega x} dx; \quad F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot e^{i\omega x} dx. \quad (V.45)$$

Эти преобразования взаимно однозначны.

Для трансформаций полей, представимых сверткой (37), Фурье-спектр равен:

$$S(\omega) = S_1(\omega) \cdot \Phi(\omega), \quad (V.46)$$

где:

$$S_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x_0) e^{-i\omega x} dx$$

это спектр исходной функции, а $\Phi(\omega)$ – спектр ядра преобразования:

$$\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(x - x_0) e^{-i\omega x} dx; \quad (V.47)$$

это и есть частотная характеристика преобразования.

Таким образом, интегральное умножение (свертка) функций в пространственном (или временном) представлении полей при их Фурье-преобразовании заменяется умножением спектров.

Приведем частотные характеристики распространенных в грависторазведке трансформаций.

1. Осреднение в интервале длиной $2L$:

$$\Phi^{(L)}(\omega) = \frac{|\sin \omega L|}{\omega L}; \quad (V.48)$$

это затухающая периодическая функция.

2. Аналитическое продолжение (пересчет) на высоту H :

$$\Phi^{(H)}(\omega) = e^{-\omega H}; \quad (V.49)$$

экспоненциальное уменьшение с ростом частоты ω .

3. Пересчет на глубину $z = -H$ (в сторону масс):

$$\Phi^{(-H)}(\omega) = e^{\omega H}; \quad (V.50)$$

экспоненциальное возрастание с частотой ω .

4. Производные n -го порядка по z :

$$\Phi^{(n,z)}(\omega) = \omega^n; \quad (V.51)$$

возрастание Φ с частотой линейно (при $n = 1$) и в большей мере, в зависимости от порядка производной.

5. Производные m -го порядка по x :

$$\Phi^{(m,x)}(\omega) = (i\omega)^m; \quad (V.52)$$

это знакопеременная функция, возрастающая по модулю с частотой.

Частотные характеристики (48–52) приведены на рис. 6.

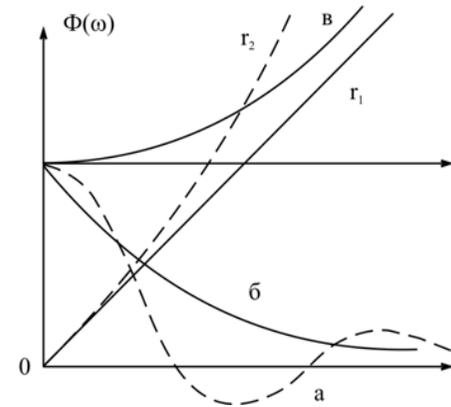


Рис. V.6. Частотные характеристики методов трансформации полей: а – осреднение; б – пересчет на высоту; в – пересчет вниз; r_1 и r_2 – первая и вторая производные исходного поля

Смысл частотных характеристик – амплитудные множители в гармоники данной частоты ω . Если поле складыв-

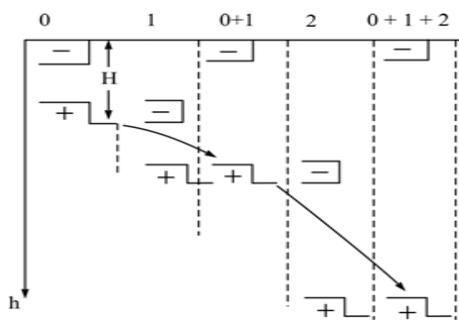
вается (по Фурье) из ряда синусоидальных слагаемых — гармоник с разными амплитудами, каждая из них в результате трансформации приобретает новое значение амплитуды A_{mp} , связанное с исходной амплитудой A_0 соотношением:

$$A_{mp} = \Phi(\omega) \cdot A_0 . \quad (V.53)$$

Поскольку любое по структуре гравитационное поле (и соответствующие ему регулярные распределения масс) можно представить в виде спектра Фурье, выражения (48–52) и частотные характеристики более сложных трансформаций нетрудно использовать для выбора метода трансформации в конкретной геологической ситуации, а также для оценки качества полученных результатов трансформации геофизических полей.

Естественно, возникает вопрос: возможно ли оптимальное (в некотором определенном смысле) или точное разделение полей. При известных условиях такие трансформации можно реализовать, хотя условия эти довольно жесткие. Для оптимального в смысле максимума отношения сигнал / помеха разделения полей требуется знать энергетический спектр помехи (квадрат модуля ее спектра Фурье). Точное разделение полей успешно выполняется только для двух тел, которые: а) одинаковы по форме и по модулю аномальных масс, б) смещены друг от друга на известное расстояние.

Рис. V.7. Принцип разделения полей изостатически уравновешенных тел



Только один класс геологических структур приближается к условиям точного разделения: это изостатически уравновешенные неоднородности литосферы типа крупных гранитных батолитов (рис. 7).

Выделение эффекта верхней неоднородности — гранитного батолита дает трансформация, частотная характеристика которой:

$$\Phi(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\omega k \Delta H} . \quad (V.54)$$

Здесь ΔH — разность глубин залегания центров масс нижнего и верхнего тел. Теоретически суммировать нужно от 0 до ∞ , но на практике верхний предел подбирается опытным путем. Эта трансформация состоит в суммировании исходного поля с полями, последовательно пересчитанными на высоты, кратные ΔH . Вспомним, что пересчет вверх эквивалентен погружению всей совокупности масс на глубину, равную высоте пересчета ($k\Delta H$). В условиях изостазии (равенства масс по абсолютной величине при разных знаках) суммирование приводит к взаимному погашению промежуточных масс, в результате нижняя масса с каждым шагом погружается все дальше, освобождая от влияния аномалию верхнего тела.

Выделение региональных и локальных аномалий

В геологических задачах гравирастведки разделение полей можно трактовать как выделение локальных аномалий с подавлением региональных или, наоборот, выделение региональных аномалий. Границы между ними в задачах разного масштаба не одинаковы: региональные аномалии в разведочных задачах могут быть локальными для прогнозно-поисковых задач. Соответственно, изменяются и определяющие параметры трансформаций (радиус осреднения, высота пересчета). Это позволяет исследовать вопрос о разделении локальных и региональных аномалий вне связи с задачами и без уточнения параметров трансформаций.

В списке возможных методов трансформации имеются:

- а) методы выделения локальных аномалий — за счет увеличения их амплитуды или уменьшения амплитуды региональных аномалий;
- б) методы выделения региональных аномалий путем сглаживания мелких неоднородностей осреднением поля, пересчетом его в верхнее полупространство, аппроксимацией полиномами низких степеней.

Если гравитационное поле представить суммой локальных и региональных аномалий:

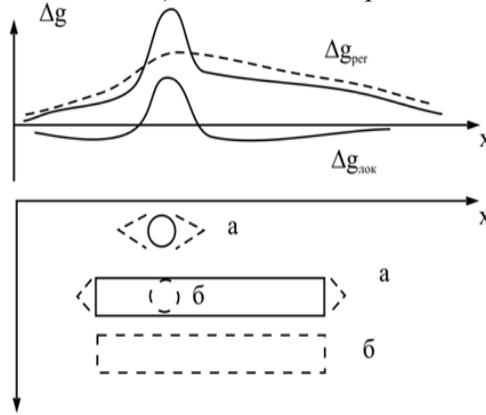
$$\Delta g = \Delta g_{рег} + \Delta g_{лок} , \quad (V.55)$$

то в $\Delta g_{лок}$ надо включать все высокочастотные эффекты, в том числе погрешности наблюдений, а в $\Delta g_{рег}$ — низкочастотные эффекты, даже не связанные с геологическими факторами: ундуляции высот геоида, погрешности нормальной формулы, влияние далекого рельефа.

Локальные аномалии можно вычислять путем исключения из наблюдаемого поля региональных аномалий в соответствии с формулой (55). Такой подход для выделения региональных аномалий не используется.

На рис. 8 показана трансформация аномальных масс при выделении локальных аномалий путем исключения осредненного поля (а) и поля на высоте H (б). Остаточные аномалии (разности между исходными и трансформированными полями) всегда знакопеременны.

Рис. V.8. Выделение региональных и локальных аномалий способами осреднения (а) и пересчета на высоту (б)



В эпицентре положительных масс наблюдаются положительные аномалии, окруженные минимумами, которые обусловлены физическим смыслом трансформаций – это влияние исключенных масс из областей среды, в которые они попали в результате трансформации. Поскольку при трансформациях, описываемых сверткой (37), общая аномальная масса не изменяется, а лишь перераспределяется в разрезе, то в остаточных аномалиях она, очевидно, равна нулю. Это значит, что:

$$\int_S \Delta g(x, y) dx dy \rightarrow 0, \text{ если } S \rightarrow \infty. \quad (V.56)$$

Следовательно, по остаточным аномалиям в принципе нельзя определить аномальную массу и другие характеристики тела типа гармонических моментов

$$\int_V \sigma(\xi, \eta, \zeta) \cdot U_n(\xi, \eta, \zeta) dV,$$

где U_n – гармонический полином. Поэтому выбор метода разделения полей определяется не только критериями эффективности разделения, но и предполагаемыми способами интерпретации.

Схема вычисления трансформант

Будем считать подлежащее разделению аномальное поле заданное на плоскости xOy , ось z – вертикально вниз.

Трансформация по формуле свертки (37) часто реализуется по скользящей схеме: результат относится к центру некоторой площадки (палетки), сдвигаемой с некоторым шагом по площади.

Пусть трансформируемое поле вычисляется на некоторой высоте h над началом координат; его ведь можно поместить в любую точку. Для практического вычисления трансформируемого поля (его называют трансформантой) интеграл свертки (37) заменяется суммой:

$$U_{mp}(0, 0, h) = \sum_{i=0}^n K_i \bar{U}(\rho_i, 0), \quad (V.57)$$

где K_i – ядро преобразования, в формуле (57) это весовая функция осреднения поля U площади с радиусами r_0 до r_n . (K_i зависит от выбора трансформации и структуры палетки);

$$\bar{U}(\rho_i, 0) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m U(\rho_i, \varphi_j, 0) F(\varphi_j) - \quad (V.58)$$

это среднее значение трансформируемого поля в кольце с радиусами r_i и r_{i+1} . Для многих трансформаций весовая функция угла $F(\varphi_j) = 1$, однако есть "анизотропные" преобразования, для которых она изменяется с углом φ . Если исходная функция V_z , то, например, для вычисления $V_{xz} - F(\varphi_j) = \cos \varphi_j$; вычисления $V_{yz} - F(\varphi_j) = \sin \varphi_j$.

Этот общий для многих трансформаций палочный подход реализуется в разной форме с любыми вычислительными средствами. Геометрия палочек – размеры, форма и расположение ячеек (r_i, φ_j) различаются в зависимости от характера трансформируемого поля и вида трансформант, вычислительных средств, объема и точности вычислений, способов подготовки исходного материала и применения результатов.

Аналитическое продолжение полей

Пересчет в верхнее полупространство поля, заданного на поверхности, отделяющей область источников от области, где потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа, основан на решении краевой задачи Дирихле.

Пусть поле $U(x, y, 0)$ с плоскости xOy требуется пересчитать на уровень H в верхнем полупространстве. Решением задачи является интеграл Пуассона:

$$U(x_0, y_0, H) = \frac{H}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(x, y, 0) dx dy}{\sqrt{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + H^2]^3}}. \quad (V.58)$$

Решение (58) единственно и устойчиво.

Очень просто преобразование выполняется для двумерного поля:

$$U(0, H) = \frac{H}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(x, 0)}{x^2 + H^2} dx. \quad (V.59)$$

Заменим переменные: $\varphi = \arctg \frac{x}{H} \rightarrow d\varphi = \frac{H}{x^2 + H^2} dx$. Тогда получаем:

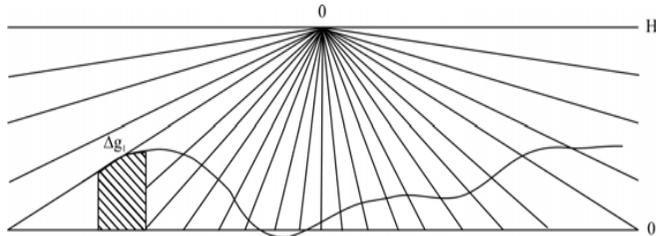
$$U(0, H) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} U(\varphi, 0) d\varphi. \quad (V.60)$$

Практически вместо интегрирования выполняется суммирование в конечных пределах:

$$U(0, H) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{U}_k, \quad (V.61)$$

где $n = \frac{\pi}{\Delta\varphi}$ – число интервалов на профиле, \bar{U}_k – среднее значение трансформируемой функции на k -ом интервале.

Рис. V.9. Палетка для пересчета на высоту двумерных полей



Поле на высоте H получаем как среднее из значений исходного поля на профиле, разделенном на интервалы с равными значениями $\Delta\varphi$ (рис. 9).

Высшие производные потенциала

Универсальная схема вычисления любых производных гравитационного потенциала на произвольных высотах построена на основе решения краевой задачи Неймана для уравнения Лапласа. Она сводится к восстановлению функции в области ее аналитичности по заданным на границе этой области значениям нормальной производной этой функции. В случае, когда на плоскости xOy известна функция V_z , решение для потенциала V дается интегралом:

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + z^2}}. \quad (V.62)$$

Общее решение получим, продифференцировав левую и правую части (62) m раз по x , n раз по y , l раз по z :

$$\frac{d^{m,n,l} U}{dx^m dy^n dz^l} = \frac{1}{2\pi} \int_S U_z \frac{d^{m,n,l} \left(\frac{1}{r}\right)}{dx^m dy^n dz^l} dS. \quad (V.63)$$

После стандартных преобразований (63) по схеме типа (57) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{d^{m,n,l} U}{dx^m dy^n dz^l} &= \sum_{j=0}^N \int_{\rho_j}^{\rho_{j+1}} \bar{U}_z(\rho_j, 0) R_{mnl}(\rho) \rho d\rho = \\ &= \sum_{j=0}^N \bar{U}(\rho_j, 0) K_{mnl}(\rho_{j,j+1}). \end{aligned} \quad (V.64)$$

В табл. 2 приведены весовые функции: $R_{mnl}(\rho)$, $K_{mnl}(\rho_{j,j+1})$, а также функция $F(\varphi_i)$, необходимая при осреднении U в кольце в соответствии с формулой (58), для различных производных гравитационного потенциала в случае задания на плоскости zOy поля V_z .

Из таблицы видно, что некоторые производные потенциала притяжения нельзя вычислить данным способом на плоскости xOy , так как при $z = 0$ обращается в нуль ядро преобразования для любых ρ ; это производные V_{zzz} , V_{xz} и V_{yz} .

Можно вычислить эти производные на малой высоте, но есть противоречие: они должны выделять локальные аномалии, которые пересчет на высоту, напротив, сглаживает.

Таблица 2

Весовые функции трансформаций поля V_z

Функция	$F(\varphi_i)$	$R_{nnl}(\rho)$	$K_{nnl}(\rho_{j,j+1})^*$
$V(z)$	1	$-\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$	$-\ln \sqrt{\rho^2 + z^2}$
$V_z(z)$	1	$\frac{z}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^3}}$	$-\frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$
$V_{zz}(z)$	1	$\frac{\rho^2 - z^2}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^5}}$	$-\frac{\rho^2}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^3}}$
$V_{zzz}(z)$	1	$\frac{3z(2\rho^2 - 3z^2)}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^7}}$	$\frac{3\rho^2 z}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^5}}$
$V_x(z)$	$\cos \varphi$	$\frac{\rho}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^3}}$	$\ln(\rho + \sqrt{\rho^2 + z^2}) - \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$
$V_y(z)$	$\sin \varphi$	$\frac{\rho}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^3}}$	$\ln(\rho + \sqrt{\rho^2 + z^2}) - \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$
$V_{xz}(z)$	$\cos \varphi$	$-\frac{3\rho z}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^5}}$	$\frac{z}{\rho^2 + z^2}$
$V_{yz}(z)$	$\sin \varphi$	$-\frac{3\rho z}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^5}}$	$\frac{z}{\rho^2 + z^2}$
$V_{xy}(z)$	$\sin 2\varphi$	$-\frac{3\rho^2}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^5}}$	$\frac{3\rho^2 + 2z^2}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^3}}$

* Требуется подстановка пределов зоны, ρ_j и ρ_{j+1} ; например, для V_{xz} :

$$K_{nnl} = \frac{z}{\rho_{j+1}^2 + z^2} - \frac{z}{\rho_j^2 + z^2}.$$

Способ конечных разностей

Конечно-разностные схемы трансформаций – это численное дифференцирование исходного поля для получения высших производных потенциала: V_{xz} , V_{zz} , V_{zzz} и др., в том числе тех, которые не вычисляются при $z = 0$ по общей схеме.

Для простоты будем считать, что исходное поле (V_z) задано в узлах равномерной сетки. Тогда по любому профилю поле можно представить полиномом:

$$V_z(x) = \sum_{k=0}^n \alpha_k x^k, \tag{V.65}$$

максимальная степень n которого определяется длиной выборки (шагом сетки и размерами исследуемой площади). Производную этого полинома можно приближенно считать производной поля. (Такое представление не единственно из-за отсутствия в дискретно заданном поле высокочастотных гармоник с большими значениями производных).

Путем вычисления конечных разностей типа $\Delta^{(n)}U_i$ можно получить простые формулы для горизонтальных производных V_{xz} , V_{xxz} и др. по полю V_z , а затем вертикальных производных V_{zz} и V_{zzz} .

Коэффициенты в разностях такие же, как в биноме Ньютона, их сумма в разности порядка n равна 2^n .

Свойства конечных разностей аналогичны свойствам производных соответствующих порядков:

- а) в разности n -го порядка равен нулю полином степени $n - 1$;
- б) имеющиеся в исходных данных погрешности растут в конечных разностях пропорционально корню из суммы квадратов биномиальных коэффициентов:

$$\varepsilon_n = \varepsilon_0 \sqrt{\sum_{k=1}^n C_k^2}. \tag{V.66}$$

Эти два свойства позволяют использовать конечные разности для оценки качества исходного числового материала, когда он задан в узлах равномерной сетки.

Другое применение конечные разности находят в экстраполяции дискретно заданных величин; например, можно расширить список исходных значений поля.

Для вычисления производных гравитационного потенциала в зависимости от требуемой точности берут разное число исходных значений. Пример – вычисление производной V_{xxz} по пяти точкам:

$$V_{xxz}(x_0) = \frac{1}{6 \cdot l^2} \{8 \cdot [V_z(x_0 + l) + V_z(x_0 - l)] - 15 \cdot V_z(x_0) - \frac{1}{2} [V_z(x_0 + 2l) + V_z(x_0 - 2l)]\}$$

Подобных формул предложено много; они различаются порядком производных, числом точек и видом используемой интерполяционной формулы (Ньютона, Стирлинга).

Вычисление V_{zzz} можно выполнить по V_{xxz} и V_{yyz} на основе уравнения Лапласа для V_z :

$$V_{xxz} + V_{yyz} + V_{zzz} = 0. \quad (\text{V.67})$$

Вычислив по формуле (66) V_{xxz} и V_{yyz} , получим $V_{zzz} = -(V_{xxz} + V_{yyz})$. Эта идея реализована в формулах Элкинса, Розенбаха и др.; они здесь не приводятся.

Пересчет поля в сторону аномальных тел

Аналитическое продолжение поля в сторону масс (и намагниченных тел) занимает особое место в ряду трансформаций, поскольку, кроме разделения полей, оно имеет содержательное и методическое значение в решении обратных задач гравимагниторастведки. Причина этого заключается в существовании особых точек аналитического продолжения, в которых поле теряет аналитические свойства: обращается в бесконечность (полюса) или становится многозначным (точки ветвления).

Тип и положение особых точек определяется формой и положением аномальных тел. Теоретически особые точки однозначно восстанавливаются по внешнему полю, но полной информации об источниках они не дают, т. е. проблема единственности решения обратных задач не снимается.

Задача пересчета поля в сторону масс некорректна ввиду неустойчивости к погрешностям входных данных, поэтому применяются регуляризация решения. Другое обстоятельство связано с геометрией областей, в которые продолжается поле. Восстановление всех особых точек требует продолжения поля в любые области нижнего полупространства вне самих тел, что представляет собой сложную и пока не разрешенную математическую задачу. Мы рассмотрим продолжение поля в горизонтальные слои, имея в виду, что к этой задаче сводятся (с использованием методов конформных отображений теории функций комплексных переменных) все другие задачи.

Об особых точках и их связи с параметрами тел речь пойдет ниже, при обсуждении методов решения обратных задач.

Продолжение поля на глубину H производится на основе интегрального уравнения Пуассона; формулы аналогичны (58) и (59), но отличаются тем, что при пересчете вниз определяемая функция стоит под интегралом.

Для двумерных полей:

$$U(x, 0) = \frac{H}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(x_1, -H)}{(x - x_1)^2 + H^2} dx_1. \quad (\text{V.68})$$

Здесь использована задача Дирихле в несколько иной формулировке. Строго говоря, мы можем продолжать поле с поверхности его задания только в область аналитичности, в нашем случае – вверх. Но если в слое толщиной H непосредственно под поверхностью нет масс, то поле удовлетворяет уравнению Лапласа и в этом слое. Если оно задано на поверхности $z = -H$, на основе интеграла Пуассона (68) его можно продолжить вверх, в том числе на уровень $z = 0$.

Эти соображения и приводят к трактовке формулы (68) как интегрального уравнения.

Рассмотрим один из многих методов решения уравнения (68). В нем используется итерационная схема с заданием первого приближения способом сеток. Для организации итерационной процедуры запишем тождество:

$$U(x, -H) = \frac{H}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(x_1, -H)}{(x - x_1)^2 + H^2} dx_1. \quad (\text{V.69})$$

Образуем разность (69) и (68), после небольших преобразований она приобретет вид:

$$U(x, -H) = U(x, 0) + \frac{H}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta U(x_1, -H)}{(x - x_1)^2 + H^2} dx_1. \quad (\text{V.70})$$

Здесь $\Delta U(x_1, -H)$ – отклонение U от приближенного значения. Задав первое приближение $U_{(1)}(x_1, -H)$, после интегрирования получаем значение $U_{(2)}$ и разность $\Delta U_{(2)} = U_{(2)} - U_{(1)}$; процесс продолжается до тех пор, пока эта разность не станет меньше заданной величины δU . Такой итерационный процесс быстро сходится при удачном выборе первого приближения.

Для его выбора применяется сеточная схема (рис. 10).

Рис. V.10. Сетка для задания значений поля

Она основана на теореме о среднем значении гармонической функции: среднее по площади сферы значение поля равно его значению в центре сферы.

В двумерном варианте (для 4 точек на окружности):

$$U(0,0) = \frac{1}{4}[U(H,0) + U(-H,0) + U(0,H) + U(0,-H)]. \quad (V.71)$$

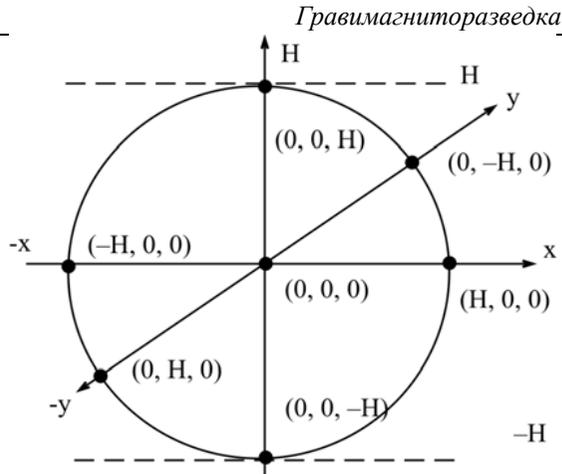
В выражении (71) известно (по исходным данным) поле на профиле $z = 0$, в точках $(0,0)$, $(-H,0)$ и $(H,0)$; значение $U(0,H)$ можно получить пересчетом вверх по формулам (58) или (59). После этого определяется единственное неизвестное значение $U(0,-H)$. Совокупность этих значений служит первым приближением для решения интегрального уравнения (68) по схеме (69).

Пересчет поля в сторону масс, как и вычисление высших производных, относится к числу задач, решения которых неустойчивы к вариациям или погрешностям исходных данных. Общий принцип подавления этого эффекта – регуляризация решения, которая сводится к подавлению высокочастотных гармоник в Фурье-спектре решения. Для этого вместо частотной характеристики $\Phi(\omega)$ используют, например:

$$\Phi_p(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{(1 + \alpha |\Phi(\omega)|^2)}. \quad (V.72)$$

Варьируя параметр регуляризации α , можно добиться, чтобы на частотах полезных аномалий знаменатель частотной характеристики (72) мало отличался от единицы, а на высоких частотах, свойственных помехам, было выполнено условие $\Phi_p(\omega) < \Phi(\omega)$.

Неустойчивость продолжения поля в сторону источников проявляется двояко:



а) резко возрастает амплитуда случайных погрешностей наблюдений и всех локальных (высокочастотных) аномалий, соответственно частотной характеристике трансформации (см. рис. 6): $\Phi^{(-H)}(\omega) = e^{\omega H}$;

б) когда уровень пересчета приближается к особой точке, появляется эффект "распадения поля", выражающийся в резком возрастании амплитуды его высокочастотных флуктуаций, на фоне которых теряются полезные аномалии (рис. 11).

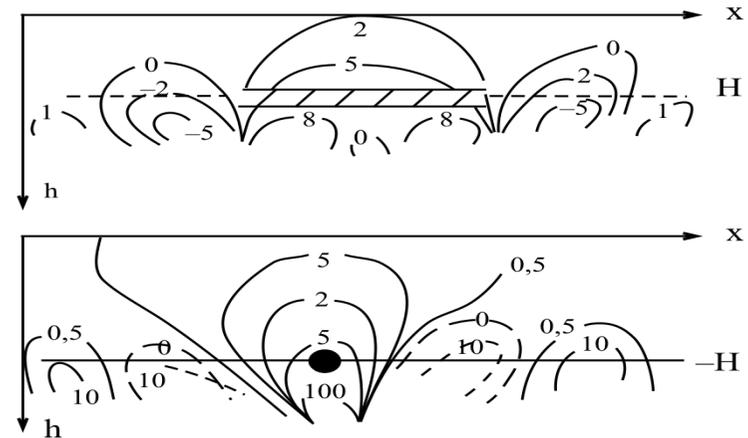


Рис. V.11. Примеры эффекта распада поля при пересчете в сторону масс: а) горизонтальная пластина; б) точечная масса

Вычисление одних производных по другим

Преобразование одних производных гравитационного и магнитного потенциалов в другие можно осуществить на основе преобразования Фурье и соотношений Пуассона. Ниже приведены некоторые из преобразований в двумерном варианте (без вывода):

$$V_{zz}(0,0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V_z(x,0)}{x^2} dx; \quad V_{xz}(o,h) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V_z(x,0)}{x^2 + h^2} dx; \quad (V.73)$$

$$V_{zzz}(o,h) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(x^2 - h^2) \cdot V_z(x,0)}{(x^2 + h^2)^3} dx. \quad (V.73)$$

Здесь и в следующих формулах h – высота уровня определения поля; обозначение выбрано не таким как раньше (H), чтобы не смешивать в одной формуле одинаковые обозначения двух величин: ниже в преобразованиях производных магнитного потенциала H – горизонтальная составляющая магнитного поля, а Z – его вертикальная составляющая.

Соотношения между вертикальной и горизонтальной составляющими аномального магнитного поля на поверхности наблюдений и на высоте h ниже приведены для случая вертикальной намагниченности:

$$H(0,0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Z(x,0)}{x} dx; \quad Z(0,0) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H(x,0)}{x} dx; \quad (V.74)$$

$$H(0,h) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{xZ(x,0)}{x^2 + h^2} dx; \quad Z(0,h) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{xH(x,0)}{x^2 + h^2} dx. \quad (V.74)$$

Такие преобразования оказались полезными не только в разделении полей, но и в интерпретации, конкретно – в повышении надежности результатов решения обратных задач за счет более обоснованного выбора моделей тел.

Приведение аномалий ΔT к полюсу

Трансформация магнитных аномалий ΔT важна не для разделения полей, а для интерпретации интенсивных аномалий, характерных, первую очередь, для районов железорудных месторождений.

Элементы магнитного поля связаны равенством:

$$T^2 = H^2 + Z^2;$$

аналогичное соотношение справедливо и для аномальных эффектов намагниченных тел: $T_a^2 = H_a^2 + Z_a^2$.

Но по данным измерений модуля вектора магнитной индукции T вычисляются аномалии ΔT , не равные в общем случае T_a из-за различия направлений векторов измеренного T и нормального T_0 магнитных полей. Полное поле T есть векторная сумма $T_0 + T_a$.

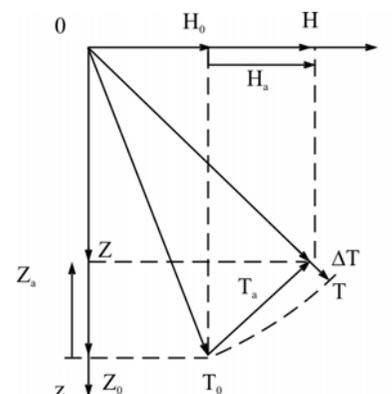


Рис. V.12. Несоответствие ΔT и T_a при большой интенсивности аномального поля

Обычно измеряется модуль вектора, а наблюдаемые аномалии определяются как разность модулей: $\Delta T = |T| - |T_0|$. Очевидно, что $\Delta T \neq T_a$ (рис. 12). Кроме того, аномалии ΔT не являются гармоническими функциями.

В результате данные измерений T трудно использовать для количественной интерпретации при большой интенсивности аномалий.

Если аномалии $T_a \ll T_0$, положение упрощается; допустимо представление:

$$\Delta T = Z_a \sin I_0 + H_a \cos I_0 \cos A, \quad (V.75)$$

где: I_0 – наклонение нормального поля; A – угол между H_a и H_0 (он близок к магнитному азимуту направления намагничивания). Погрешность формулы (75) достигает 5 % при $T_a < 0,1 T_0$. При этом условии возможно применение для интерпретации аномалий ΔT методов, разработанных применительно к компонентам аномального магнитного поля $\Delta Z = Z_a$ в средних и высоких широтах и $\Delta H = H_a$ в низких широтах, когда наклонение много меньше $\pi/2$.

Для преобразования ΔT в форму, не зависящую от наклона поля, используется соотношение Пуассона в виде:

$$\Delta T = \frac{J}{G\sigma} \frac{d^2V}{dv d\lambda}, \quad (V.76)$$

где гравитационный потенциал V дифференцируется по направлению намагниченности v и по направлению нормального поля λ . При индуктивной намагниченности пород эти направления совпадают и вертикальны на полюсе, поэтому:

$$\Delta T_N = \frac{J}{G\sigma} V_{zz} = Z_a. \quad (V.77)$$

Эта трансформация поля ΔT была предложена В. Барановым как вычисление "псевдогравитационных аномалий" по магнитному

полю; в настоящее время она чаще называется приведением к полюсу. Ее значение в том, что ΔT_N при любой интенсивности аномалий можно интерпретировать методами, разработанными для Z_a .

Анизотропные трансформации аномальных полей

Анизотропные трансформации удобны в случаях резко различной степени изменчивости поля в разных направлениях, обычно по простиранию геологических структур и вкрест простирания. Их применяют в двух целях:

а) для оптимизации вычислительных схем обычных трансформаций (уменьшения объема исходных данных и вычислений с сохранением требуемой детальности и точности);

б) приведения реального поля к моделям двумерных аномалий, которые можно исследовать глубже и получить более содержательные геологические результаты, чем по моделям трехмерных тел.

Для оценки степени изменчивости поля по разным направлениям используются автокорреляционные функции:

$$R(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n [U(x_i) - \bar{U}] \cdot [U(x_i - \tau) - \bar{U}]. \quad (\text{V.78})$$

где $U(x_i)$ и $U(x_i - \tau)$ – значения поля в точках, разнесенных на расстояние τ по профилю, \bar{U} – среднее значение поля на данном участке профиля. Часто автокорреляционную функцию (78) нормируют на дисперсию D поля на этом участке:

$$R_n(\tau) = \frac{R(\tau)}{D}.$$

Чем больше радиус автокорреляции, тем менее изменчиво поле в данном направлении. Далее с целью оптимизации вычислительной схемы применяются фильтры с различными характеристиками по простиранию аномалий и вкрест простирания.

Преобразование трехмерных аномалий в двумерные выполняется как суммирование поля со сдвигом в направлении простирания аномалий (пусть это ось y). Представим исходное поле в виде:

$$V_z(0, y, 0) = G\sigma \int \frac{\zeta}{\sqrt{[\rho^2 + (\eta - y)^2]^3}} d\xi d\eta d\zeta. \quad (\text{V.78})$$

где $\rho^2 = \xi^2 + \zeta^2$; y – координата, введенная для организации суммирования. Для этого обе части (78) умножаем на dy и интегрируем в бесконечных пределах. Пусть концы вызывающего аномалию (78) тела имеют координаты η_1 и η_2 . Изменив плотность на $\sigma^* = \sigma(\eta_2 - \eta_1)$, получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} V_z(0, y, 0) dy = G\sigma^* \int_S \frac{\zeta}{\xi^2 + \zeta^2} d\xi d\zeta. \quad (\text{V.79})$$

Получена двумерная модель. Когда ограниченное по оси y тело имеет переменные параметры в разных сечениях вкрест y , эффективная плотность σ^* для использования в формуле (79) определяется только при известной геометрии тела, что мешает широко применять эту трансформацию.

Методы решения обратных задач

К настоящему времени разработано и с большим или меньшим успехом применяется большое число методов решения обратных задач гравимагниторастведки, различающихся способами ограничения многозначности решений, моделями среды, характером привлекаемой дополнительной информации, глубиной теоретического обоснования. Само многообразие подходов к решению обратных задач свидетельствует об их сложности и отсутствии удовлетворительного во всех отношениях метода. Каждый из методов имеет свои ограничения, знать которые не менее важно, чем достоинства. Теоретические и технологические положения конкретных методов подробно не обсуждаются. Ниже дана сравнительная характеристика основных подходов к количественной интерпретации, рассмотрены отдельные группы методов решения обратных задач с позиций потребителя геофизической информации, которому важно оценить надежность, точность количественных плотностных и магнитных моделей, их место в комплексе геолого-геофизических данных, определяющих содержательные геологические выводы и принимаемые по ним решения.

Контактная поверхность

В гравирастведке контактной поверхностью называют границу раздела двух сред с различной плотностью. Задача определения

рельефа этой границы имеет общие черты с аналитическим продолжением поля в горизонтальный слой нижнего полупространства и несколько обособлена от других обратных задач гравиразведки, потому и рассматривается первой.

Единственность решения обратной задачи для контактной поверхности имеет место, когда плотностная граница одна или точно выделен гравитационный эффект изучаемой границы, известен скачок плотности на границе, $\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$, непосредственно или через значения глубин в некоторых точках границы, а также выполнено одно из условий:

- а) амплитуда изменений глубины залегания границы меньше ее среднего значения ($\delta H < \bar{H}$);
- б) граница имеет одну асимптотическую глубину H_0 по обе стороны изучаемой структуры ее рельефа;
- в) граница финитна, т. е. не отличается от плоскости за пределами исследуемого отрезка $2a$, $\Delta H(x) = 0$ при $|x| > a$;
- г) огибающей кривой для границы служит периодическая функция: $|\Delta H(x)| \leq C \cdot \exp(-\alpha|x|)$, $C > 0$, $\alpha > 0$.

Как видим, эти условия определяют разные модели контактной поверхности и могут соответствовать разным геологическим ситуациям. Вместе с тем они ограничивают набор надежных решений.

Рассмотрим решение задачи о контактной поверхности для условия (а) в двумерном случае, что не является серьезным ограничением, а принято для простоты изложения.

Будем совмещать начало координат с каждой точкой определения поля V_z :

$$V_z(0,0) = 2G\Delta\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_H^{H+\Delta H} \frac{\zeta}{\xi^2 + \zeta^2} d\xi d\zeta. \quad (V.80)$$

Выполнив интегрирование по ζ и представив $\Delta H(x)$ рядом Тейлора по степеням малого параметра $\Delta H / H$, получим в первом приближении (с учетом только первого члена ряда):

$$V_z(0,0) = \frac{2G\Delta\sigma}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta H(\xi)}{\xi^2 + H^2} d\xi. \quad (V.81)$$

Условие $\Delta H / H < 1$ позволяет считать поле на глубине H близким к притяжению плоского слоя с поверхностной плотностью $\mu(\xi) = \Delta\sigma\Delta H(\xi)$:

$$V_z(\xi, -H) = 2\pi G\Delta\sigma\Delta H(\xi). \quad (V.82)$$

Из сравнения (81) и (82) видно, что поле на глубине H связано с полем на поверхности интегральным уравнением Пуассона

$$V_z(0,0) = \frac{H}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V_z(\xi, -H)}{\xi^2 + H^2} d\xi, \quad (V.83)$$

решение которого относительно $V_z(\xi, -H)$ дает, с учетом формулы (82), решение задачи о контактной поверхности при известном значении скачка плотности на границе $\Delta\sigma$.

Оценка параметров тел простой формы

Метод оценки параметров тел простой формы использует решения прямых задач в форме алгебраических соотношений между характеристиками аномалий и параметрами аномальных тел. Чтобы такие соотношения можно было эффективно использовать в практической интерпретации, они должны быть выражены простыми формулами. Это возможно только для очень простых по геометрии и однородных по свойствам моделей тел. Выбор моделей для интерпретации аномалий основывается на данных о структуре аномального поля и оценках отношений его производных.

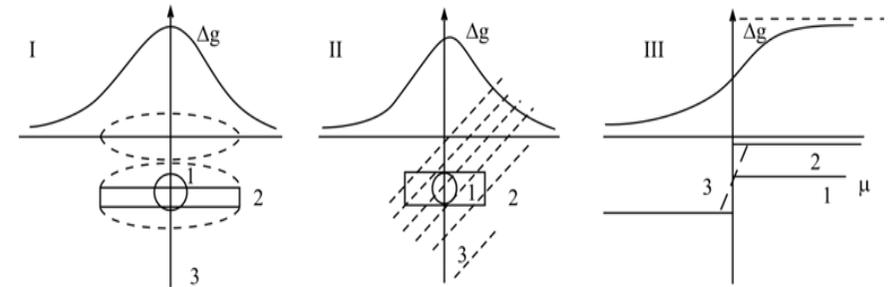


Рис. V.13. Модели тел простой формы: I – для изометричных в плане аномалий (1 – шар, 2 – диск, 3 – шток); II – для двумерных аномалий (1 – горизонтальный цилиндр, 2 – горизонтальная пластина, 3 – вертикальный пласт); III – для гравитационной ступени (1 – полуплоскость, 2 – вертикальный уступ, 3 – наклонный уступ)

По конфигурации гравитационных аномалий в плане и в разрезе выделяются три группы объектов, параметры которых могут быть определены данным методом (рис. 13):

а) источники изометричных в плане аномалий с экстремумами в их эпицентре: шар (материальная точка), горизонтальный диск, вертикальный шток;

б) источники двумерных аномалий подобного (а) профиля: горизонтальный цилиндр (вещественная линия), горизонтальная пластина, вертикальный пласт;

в) источники двумерных аномалий типа ступени: материальная полуплоскость, вертикальный уступ, полупласт, наклонные уступы.

После отнесения тела по форме изолиний и профилю аномалий к одной из этих трех групп моделей дальнейший выбор осуществляется по величине отношения экстремальных значений вторых производных гравитационного потенциала, $|V_{zz}|_{\max} / |V_{xz}|_{\max}$. Примеры таких отношений приведены в табл. 4.

Таблица 4

Значения $|V_{zz}|_{\max} / |V_{xz}|_{\max}$ для тел разной формы

Форма тела	$ V_{zz} _{\max} / V_{xz} _{\max}$
Шар (материальная точка)	2,33
Вертикальный шток	3,20
Горизонтальный цилиндр	1,54
Полупласт, вертикальный уступ	1,00
Материальная полуплоскость	0,50

По магнитным аномалиям различаются две группы моделей:

I. Источники изометричных аномалий:

а) одного знака – точечный полюс, бесконечный на глубину вертикальный шток;

б) с кольцевыми минимумами по периферии – вертикальный шток конечных размеров, шар, призмы – все вертикально намагниченные;

в) с односторонними минимумами – наклонные и/или косо намагниченные стержни, призмы, шары, эллипсоиды.

II. Источники двумерных аномалий:

а) без минимумов: вертикальные пласты большого распространения на глубину с вертикальной намагниченностью;

б) с краевыми минимумами: пластины, пласты, ограниченные по глубине с вертикальной намагниченностью;

в) дипольные сочетания максимум-минимум с разным отношением амплитуд: наклонные и косо намагниченные пласты и пластины с различными пропорциями горизонтальных и вертикальных размеров.

Для оценки параметров аномальных тел простой формы используются способы:

а) характерных точек – разности абсцисс экстремумов, полумаксимумов, нулевых значений поля, отношения экстремальных значений производных разной степени;

б) касательных – по абсциссам пересечений касательных к аномальной кривой, построенных в экстремумах и в точках перегиба;

в) палеточные – сравнение реальных аномалий с набором теоретических кривых для определенных типов моделей тел.

Способ характерных точек более широко применяется в гравиторастведке, другие два магниторастведке. Ниже они демонстрируются на отдельных, наиболее простых примерах.

Способ характерных точек

Оценка параметров горизонтального кругового цилиндра

Двумерная материальная точка или горизонтальная вещественная линия, нить полюсов – эквивалент бесконечного (по оси y) горизонтального кругового цилиндра – характеризуется двумя параметрами: линейной плотностью λ и глубиной залегания h . Производные гравитационного потенциала в этой модели, если начало координат поместить на линии задания поля над точкой (рис. 14), имеют вид:

$$V_z(x) = 2G\lambda \frac{h}{x^2 + h^2}; \quad V_{xz}(x) = -4G\lambda \frac{xh}{(x^2 + h^2)^2}; \quad (V.84)$$

$$V_{zz}(x) = 2G\lambda \frac{h^2 - x^2}{(x^2 + h^2)^2}; \quad V_{zzz}(x) = 4G\lambda \frac{h(h^2 - 3x^2)}{(x^2 + h^2)^3}. \quad (V.84)$$

Максимальные значения производных равны:

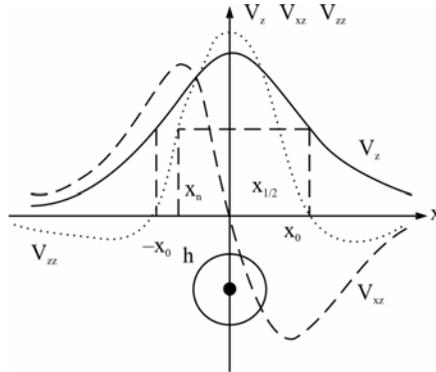
$$V_{z \max} = \frac{2G\lambda}{h}, \quad x = 0; \quad V_{xz \max} = \frac{3\sqrt{3} \cdot G\lambda}{4h^2}, \quad x = \frac{h}{\sqrt{3}}; \quad (V.85)$$

$$V_{zz \max} = \frac{2G\lambda}{h^2}, \quad x = 0; \quad V_{zzz \max} = \frac{4G\lambda}{h^3}, \quad x = 0. \quad (V.85)$$

Глубину h можно оценить по отношениям величин (85):

$$h = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{V_{z \max}}{V_{xz \max}} = \frac{V_{z \max}}{V_{zz \max}} = 2 \frac{V_{zz \max}}{V_{zzz \max}}. \quad (V.86)$$

Рис. V.14. Производные аномального гравитационного потенциала над горизонтальным цилиндром и их характерные точки



Но это не самый простой и не самый точный способ, так как высшие производные обычно вычисляются по V_z , а эта процедура, как мы видели, неустойчива к погрешностям исходных данных.

Сравнивая (84) и (85) для V_z , видим, что из этих уравнений h можно определить по абсциссам точек $\pm x_{1/2}$, где значения поля равны $\frac{1}{2}V_{z \max}$. Действительно, решая совместно эти уравнения относительно $x_{1/2}$, получаем:

$$h = \pm x_{1/2}. \quad (V.87)$$

Для других производных используются иные характерные точки. Например, абсциссы экстремумов для V_{xz} :

$$h = -\sqrt{3} x_{\max} = \sqrt{3} x_{\min}, \quad (V.88)$$

а для V_{zz} удобнее абсциссы нулевых значений поля:

$$h = \pm x_0. \quad (V.89)$$

После определения h по одному из выражений (87–89) определяем линейную плотность λ , например, по V_z :

$$\lambda = \frac{hV_{z \max}}{2G}. \quad (V.90)$$

Если же требуется определить радиус цилиндра, мы попадаем в широкую область эквивалентных решений, и выбор возможен, только если известна аномальная плотность тела.

Материальная полуплоскость

Эта наиболее широко используемая в оценках параметров разрезов по гравитационным аномалиям модель аппроксимирует несколько структур: полупласт, вертикальный и наклонные уступы. Она характеризуется двумя параметрами: поверхностной плотностью μ и глубиной залегания h . Производные гравитационного потенциала для этой модели выражаются следующими формулами:

$$V_z(x) = 2G\mu\left(\frac{\pi}{2} + \text{arctg} \frac{x}{h}\right); \quad V_{xz}(x) = 2G\mu \frac{h}{x^2 + h^2}; \quad (V.91)$$

$$V_{zz}(x) = 2G\mu \frac{x}{x^2 + h^2}; \quad V_{zzz}(x) = 4G\mu \frac{h}{(x^2 + h^2)^2}. \quad (V.91)$$

Можно заметить, сравнивая модели материальной полуплоскости и горизонтальной вещественной линии: производная V_{xz} в модели полуплоскости (91) аналогична V_z в модели вещественной линии (84). Производная V_{zzz} для полуплоскости (вспомним, что уравнение Лапласа для двумерных полей V_z означает, что $V_{zzz} = -V_{xxz}$) аналогично с переменной знака V_{xz} вещественной линии. Это аналитическое подтверждение факта, о котором шла речь при обсуждении смысла трансформации полей: вещественная линия есть производная по x плотностной модели полуплоскости. Ясно, что производные потенциала этих моделей эквивалентны, если для полуплоскости добавлено дифференцирование по x .

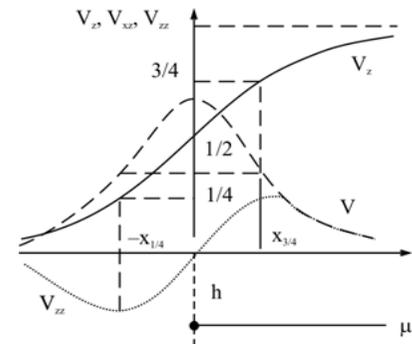


Рис. V.15. Производные аномального гравитационного потенциала над материальной полуплоскостью и их характерные точки

На кривой V_z характерными точками являются (рис. 15):

- $x = -\infty$, где $V_z = 0$;
- $x = \infty$, где $V_z = 2\pi G\mu$;
- $x = 0$, где $V_z = \pi G\mu$.

Ни в одно из этих значений не входит глубина залегания полуплоскости h . Ее можно определить по абсциссам точек, в которых

$$V_z = \frac{1}{4}V_{z\max} \text{ и } V_z = \frac{3}{4}V_{z\max} :$$

$$\frac{\pi}{2}G\mu = 2G\mu\left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\pm x_{1/4}}{h}\right), \quad (\text{V.92})$$

откуда получаем:

$$\operatorname{arctg} \frac{\pm x_{1/4}}{h} = \frac{\pi}{4} \text{ и } h = \pm x_{1/4}. \quad (\text{V.93})$$

Затем, зная h , по известному значению $V_{z\max}$ определяем μ .

Глубину h можно также получить по V_{xz} по аналогии с оценкой h по V_z (87) как абсциссы точек, где V_{xz} равны половине максимальных значений, $h = \pm x_{1/2}$, или по V_{zz} как половину разности абсцисс экстремумов:

$$h = \frac{1}{2}(x_{\max} - x_{\min}). \quad (\text{V.94})$$

Если известна аномальная плотность σ , эта модель позволяет оценить толщину полупласта (высоту уступа):

$$h = \frac{V_{z\max}}{2\pi G\sigma}; \text{ или, по другим производным:}$$

$$h = \frac{V_{xz\max}}{2G} \quad h = \frac{V_{xz\max}}{2G\sigma} = \frac{|V_{zzextr}|}{G\sigma} = \sqrt[3]{\frac{|V_{zzextr}|}{4G\sigma}}. \quad (\text{V.95})$$

При неизвестной плотности определение глубины верхней и нижней кромки уступа и определение угла наклона боковой грани уступа довольно затруднительно, так как определяющие их эффекты (отличия от поля полуплоскости) не превышают 10 % от $V_{z\max}$.

Способ касательных

Распространенный в магниторазведке способ касательных основан, в сущности, на совместном использовании экстремальных значений интерпретируемого поля и значений его горизонтальной производной в точках их экстремумов. Касательные проводятся, например, в максимуме и в точке перегиба поля ΔZ (рис. 17). Глубина верхней кромки намагниченного тела определяется выражением:

$$h_g = k \frac{x_2 - x_1}{2}. \quad (\text{V.96})$$

где x_1 и x_2 – абсциссы точек пересечения касательных; k – коэффициент, зависящий от формы тела, угла намагничивания; он определяется перед интерпретацией конкретных аномалий путем решения ряда прямых задач.

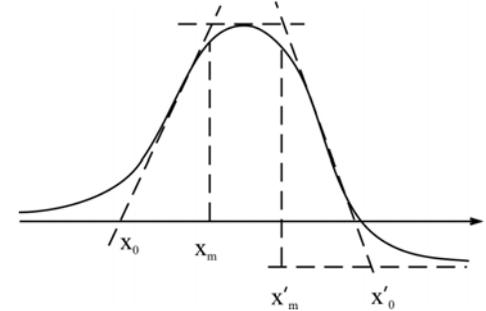


Рис. V.16. Принцип способа касательных

В частности, для вертикального пласта при различных соотношениях толщины пласта и глубины верхней кромки величина k варьирует от 0,75 до 1,5 (табл. 5).

Аналогичный способ применяется для оценки глубин нижних кромок намагниченных тел. Если эти глубины h_n не очень велики, аномалии имеют краевые эффекты противоположного знака, обусловленные влиянием нижних полюсов.

Таблица 5

Значения коэффициента k для вертикальных пластов

$h_g/2b$	0	0,25	0,5	1,0	1,5	2	5	10
k	0,75	0,88	0,97	1,17	1,29	1,34	1,46	1,50

Для двумерных вертикально намагниченных тел с прямоугольным сечением формула имеет вид:

$$h_n = 2x_{\min} - 1,8(b + h_g), \quad (\text{V.97})$$

где x_{\min} – абсцисса краевого минимума положительной аномалии ΔZ или ΔT ; $2b$ – ширина пласта; h_g – глубина его верхней кромки.

Интегральные методы интерпретации аномалий

Число моделей простой формы, для которых возможна оценка параметров рассмотренными выше методами, невелико. Использование в методах характерных точек и касательных малой части ин-

формации о поле (в отдельных точках) снижает пометоустойчивость оценок. Эти соображения стимулировали применение интегральных методов интерпретации, в которых важно все аномальное поле и не накладывается жестких ограничений на модели тел. Таки-ми методами являются:

- а) вычисление гармонических моментов аномальных тел;
- б) определение особых точек аномальных тел.

Гармонические моменты аномальных тел

Суть этого метода рассмотрим применительно к гравитационным аномалиям; при интерпретации магнитных полей он применяется редко, хотя принципиальных ограничений этого не имеется.

Гармонические моменты масс – это интегралы вида:

$$M_n = \int_V \sigma P_n dv, \quad (V.98)$$

где P_n – гармонический полином (удовлетворяющий уравнению Лапласа $\nabla^2 P_n = 0$). Мы уже встречались с такими величинами при анализе структуры гравитационного и магнитного полей Земли – это коэффициенты Стокса и Гаусса соответственно. Здесь идет речь о моментах аномальных объектов.

Рассмотрим гравитационное поле на плоскости xOy . Потребуется классическая формула Грина теории потенциала:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (P_n \frac{dV}{dz} - V \frac{dP_n}{dz}) dx dy = 2\pi D \int_V \sigma P_n dv. \quad (V.99)$$

Используем частные случаи полиномов низких степеней:

$$1) \quad n = 0; P_0 = 1; \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V_z dx dy = 2\pi G \int_V \sigma dv = 2\pi GM. \quad (V.100)$$

Как видим, масса тела M определяется интегралом поля V_z по площади задания поля; следовательно, объем области, ограниченной аномальной кривой V_z и плоскостью xOy (или в двумерном случае – площадь между кривой V_z и осью x) для тел с равной массой, не зависит от глубины залегания.

$$2) \quad n = 1; P_1 = x; \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x V_z dx dy = 2\pi G \int_V x \sigma dv = 2\pi GMx_0.$$

$$P_1 = y; \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y V_z dx dy = 2\pi G \int_V y \sigma dv = 2\pi GM y_0. \quad (V.101)$$

$$P_1 = z; \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x V_z - V) dx dy = 2\pi G \int_V z \sigma dv = 2\pi GM z_0.$$

Координаты центра масс x_0 и y_0 , если аномальная масса определена по формуле (100), определяются легко. Этого нельзя сказать о глубине центра масс z_0 : надо знать потенциал V , который, как известно, не измеряется, а вычисление его интегрированием V_z выполняется с точностью до произвольного постоянного. В этом проявляется органическая неоднозначность обратной задачи; простым способом избежать ее не удастся.

Говорить о массе, а тем более о координатах центра масс имеет смысл применительно к отдельным телам. Поэтому гармонические моменты масс определяются после процедуры разделения полей. Это и формально предопределяется видом интегралов (100), (101): должно выполняться условие:

$$|\int_{-\infty}^{\infty} V_z dx dy| = |\int_V \sigma dv| < \infty, \quad (V.102)$$

т.е. все значения интегралов (100–101) должны быть ограниченными по модулю.

Если поле V_z осложнено постоянным региональным фоном, то все эти интегралы обращаются в бесконечность.

Выбор методов разделения полей для оценки гармонических моментов тел не произволен. Нельзя, например, использовать остаточные аномалии. Трансформации и гармонические моменты вычисляются как одинаковые по структуре интегралы:

$$\int_S V_z K dx dy, \text{ и } \int_S V_z P_n dx dy.$$

При трансформации происходит перераспределение масс без изменения их полного количества. В остаточных аномалиях по определению масса нулевая, так что все методы оценки гармонических моментов к остаточным аномалиям неприменимы.

Постоянный региональный фон, нарушающий условие (102), исключить несложно. Для этого вычисляются интегралы от вспомогательных знакопеременных функций (двумерный вариант):

$$\int_{-\infty}^{\infty} V_z \cos \alpha dx = A_1(\alpha); \int_{-\infty}^{\infty} V_z \sin \alpha dx = A_2(\alpha). \quad (V.103)$$

Затем они геометрически складываются:

$$B(\alpha) = \sqrt{A_1^2(\alpha) + A_2^2(\alpha)}. \quad (V.104)$$

При $\alpha \rightarrow 0$ $B(\alpha) \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} V_z dx$.

Обычно интегрирование ведется в конечных пределах, что требует учета остаточных интегралов:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V_z dx dy = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} V_z dx dy + I_{ocm}. \quad (V.105)$$

Здесь $I_{ocm} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$. Остаточные интегралы, очевидно, оцениваются по заданным моделям тел. Для этого используются модели тел простой формы. Если пределы интегрирования не слишком малы, такой выбор не приводит к существенным погрешностям, так как на большом расстоянии от тела поле слабо зависит от формы тела. Все же замена (105) нарушает идею независимости метода гармонических моментов от предположений о геометрии среды.

Моменты второго порядка также для простоты рассмотрим применительно к двумерным полям. Правая часть формулы Грина (99) при $n = 2$ получает значения моментов инерции относительно координатных осей I_x, I_z и произведения инерции P :

$$I_x = \int_S \sigma \zeta dS; \quad I_z = \int_S \sigma \xi dS; \quad P = \int_S \sigma \xi \zeta dS. \quad (V.106)$$

Комбинируя эти величины, получаем характеристики вытянутости тела по осям координат, ориентировку длиной и короткой осей тела относительно этих координатных осей, например (рис. 17):

$$\lambda = \frac{\int_S \sigma [(z_0 - \zeta)^2 - \xi^2] dS}{\int_S \sigma [\zeta^2 - (z_0 - \xi)^2] dS}; \quad (V.107)$$



$$\beta = \frac{1}{2} \arctg \frac{-2 \int_S \sigma \xi \zeta dS}{\int_S \sigma (\zeta^2 - \xi^2) dS}. \quad (V.108)$$

Рис. V.17. Метод гармонических моментов: а) к оценке вытянутости тела по горизонтали или вертикали; б) к оценке наклона тела к горизонту

Гармонические моменты, входящие в эти выражения, вычисляются по так трансформированным полям, чтобы эффект аномального тела был выделен без изменения аномальной массы (о чем говорилось выше).

Задача определения гармонических моментов по аномальным полям относится к числу некорректных задач по причине неустойчивости решений. Специфика этой задачи в том, что источником неустойчивости являются не высокочастотные составляющие, как при трансформации полей, а низкочастотные эффекты, нарушающие условие (102).

Особые точки аномальных тел

Определяемые при аналитическом продолжении аномальных полей в сторону их источников (в нижнее полупространство) особые точки полей обусловлены геометрией источников как по типу особенностей (полюсы, точки ветвления), так и по положению в разрезе, хотя непосредственно аномальным телам они могут не принадлежать. В моделях рудного типа полюсы соответствуют центрам масс (или намагниченности) тел, а точки ветвления – угловым точкам тел, имеющих форму многогранников. В моделях структурного типа полюсы располагаются глубже аномальных объектов, отмечая положение предельно концентрированных тел, эквивалентных по аномальному полю реальным структурам, а точки ветвления могут находиться в углах пластов, выклинивающихся или смещенных

разломами (). Это позволяет использовать особые точки, по крайней мере в моделях рудного типа, в качестве параметров тел.

Основы аналитического продолжения полей в сторону источников рассмотрены выше.

Здесь мы рассмотрим часто применяемый в интерпретации гравитационных аномалий метод продолжения полного нормированного градиента G_n .

В двумерном случае:

$$\begin{aligned} G_n(x) &= \frac{G(x)}{\bar{G}}; \\ G(x) &= \sqrt{V_{xz}^2 + V_{zz}^2}; \\ \bar{G} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(V_{xz}^2 + V_{zz}^2)_i}. \end{aligned} \quad (V.109)$$

Функция $G_n(x)$ безразмерная, используются только положительные ее значения. Ее физический смысл выясним на простейшей модели горизонтального цилиндра:

$$\begin{aligned} V_{xz}(x) &= -\frac{4G\lambda xh}{(x^2 + h^2)^2}; \quad V_{zz}(x) = \frac{2G\lambda(h^2 - x^2)}{(x^2 + h^2)^2}; \\ G(x) &= \sqrt{V_{xz}^2 + V_{zz}^2} = \frac{2G\lambda}{x^2 + h^2}. \end{aligned} \quad (V.110)$$

Сравнивая $G_n(x)$ в формулах (110) с V_z горизонтального цилиндра (84), обнаруживаем:

$$G(x) = \frac{V_z(x)}{h}. \quad (V.111)$$

Оказывается, $G(x)$, а значит и $G_n(x)$, поскольку $\bar{G} = \text{const}$, это очень удобная функция; от V_z она отличается множителем – глубиной центра масс. Она не является гармонической функцией, и для аналитического продолжения используется представление поля V_{xz} и V_{zz} рядами Фурье с коэффициентами B_k :

$$B_k = \frac{2}{L} \int_0^L V_z(x) \sin \frac{\pi kx}{L} dx; \quad (V.112)$$

$$\begin{aligned} V_{xz}(x, z) &= \frac{\pi}{L} \sum_{k=1}^n kB_k \cos \frac{\pi kx}{L} e^{-\frac{\pi kz}{L}}; \\ V_{zz}(x, z) &= \frac{\pi}{L} \sum_{k=1}^n kB_k \sin \frac{\pi kx}{L} e^{-\frac{\pi kz}{L}}, \end{aligned} \quad (V.113)$$

Для повышения устойчивости продолжения поля вниз коэффициенты B_k умножают на сглаживающий множитель q_m :

$$q_m = \left[\frac{\sin(k\pi/n)}{k\pi/n} \right]^m.$$

где n – число членов рядов (113), а m – степень сглаживания, которая подбирается опытным путем; хорошие результаты дает $m = 2$.

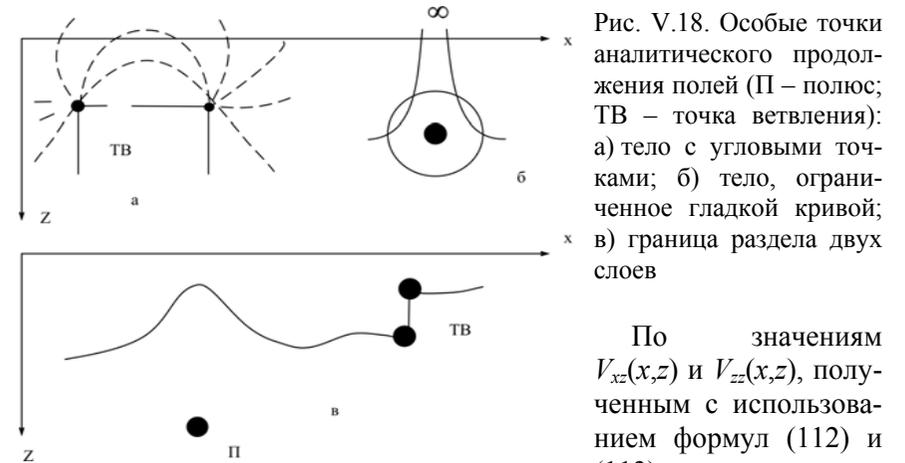


Рис. V.18. Особые точки аналитического продолжения полей (П – полюс; ТВ – точка ветвления): а) тело с угловыми точками; б) тело, ограниченное гладкой кривой; в) граница раздела двух слоев

По значениям $V_{xz}(x, z)$ и $V_{zz}(x, z)$, полученным с использованием формул (112) и (113), вычисляем, применяя формулы (109), значения $G_n(x, z)$ – на разных глубинах $z = kh$ при разных степенях сглаживания m . Затем анализируем поведение нормированного полного градиента в окрестности особых точек. Максимумы $G_n(x, z)$ отмечаются прежде всего угловые точки тел, а также центры масс (при отсутствии поблизости угловых точек); в этом, как видим, имеется отличие продолжения $G_n(x, z)$ от продолжения исходного поля.

На рис. 19 показано распределение поля полного нормированного градиента $G_n(x, z)$ в разрезе нефтегазового месторождения.

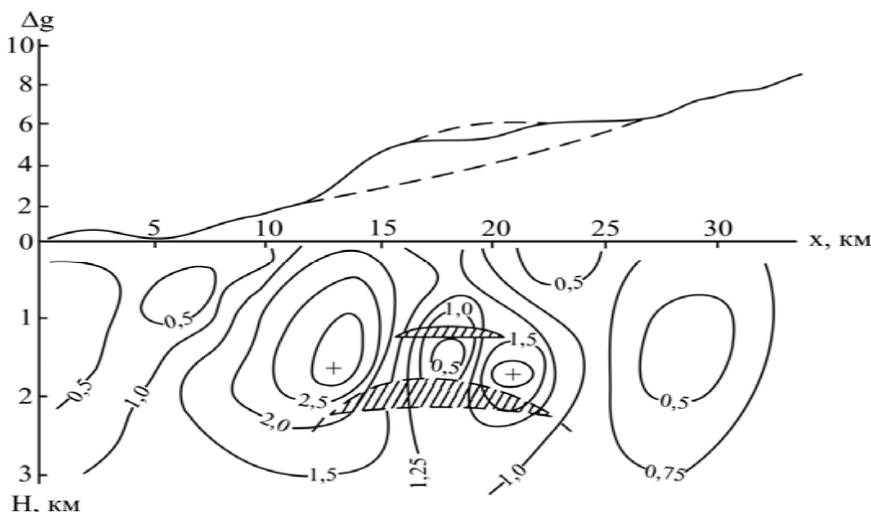


Рис. V.19. Поле полного нормированного градиента $G_n(x, z)$ в разрезе нефтегазового месторождения

Методы подбора

Суть методов подбора заключается в построении такой модели распределения аномальных объектов, которая наилучшим образом соответствует наблюдаемому полю и имеющейся априорной информации о среде. В зависимости от геологических условий района исследований, его геолого-геофизической изученности и конкретной постановки задачи могут быть реализованы разные варианты метода подбора. Их различия связаны в основном с типами моделей среды (и с условиями единственности решения обратных задач), а также с устанавливаемой ролью априорных данных:

А. Подбор параметров изолированных тел правильной формы, соответствующих условиям теорем единственности обратных задач для моделей рудного типа, реализуется преимущественно при поисках и разведке рудных залежей.

Б. Подбор сложных разрезов, оптимальным образом согласующихся с априорными данными, чем заменяется требование единственности решения обратных задач, применяется в структурных задачах, а также при моделировании по гравитационным и/или магнитным аномалиям тел неправильной формы.

Подбор параметров тел правильной формы

По геологическим соображениям, опыту предыдущих исследований, по конфигурации аномального поля можно задать предполагаемую форму тела, а затем подбором определить его параметры: размеры в плане и по глубине, глубину верхней кромки, наклон тела, направление намагниченности и др. Модели тел выбираются из классов, удовлетворяющих условиям единственности. Число таких тел в разрезе не должно быть большим; тела не могут попарно иметь общие точки; в противном случае задача становится неоднозначной, и число эквивалентных решений резко возрастает с увеличением количества тел.

В методике такого подбора параметров важна последовательность изменения параметров после выявления величины и характера распределения различий между модельным и наблюдаемым полями. Алгоритмы такого направленного перебора вариантов, как показывает опыт, трудно формализуемы, поэтому интерактивный режим подбора на ЭВМ, как правило, более эффективен, чем автоматизированный. Опытный интерпретатор легко находит нужные изменения модели, чтобы число промежуточных вариантов не было слишком велико. В любом случае процедура подбора сводится к многократному решению прямой задачи для выбранной модели с варьированием ее параметров. Если не получается удовлетворительного совпадения расчетной кривой с наблюдаемым полем, процесс подбора повторяется для иной модели, выбор которой тоже трудно формализуем.

Такой подход позволяет оценить параметры одного тела, реже двух или трех, если они разделены вмещающей средой.

Сравнение расчетного и реального полей проводится по условию минимума суммы квадратов или суммы модулей отклонений:

$$F(g) = \sum_{i=1}^n (g_i - g_{mi})^2 = \min; \quad (V.114_1)$$

$$F(T) = \sum_{j=1}^N |T_j - T_{Mj}| = \min. \quad (V.114_2)$$

где g_i и T_j – наблюдаемые составляющие аномалий гравитационного и магнитного) полей; g_{mi} и T_{Mj} – их расчетные значения для соответствующих моделей среды.

Вариант оптимизации (114₁) для гравитационных аномалий лучше согласует поля в экстремумах, но чувствителен к случайным помехам или локальным неоднородностям разреза, не являющимся объектами изучения. Вариант для T лучше подбирает поля на периферии экстремумов, в областях относительно слабых изменений поля, которые несут основную информацию о глубине нижних кромок тел, углах наклона и намагниченности.

Поэтому квадратичная минимизация удобнее для интерпретации гравитационных аномалий с малой дифференциацией поля, модульная – для интерпретации интенсивных магнитных аномалий, особенно в условиях неоднородной верхней части разреза.

Подбор сложных разрезов

Сложные по геометрии распределения плотности и намагниченности встречаются в разных геологических задачах. Им могут соответствовать как рудные, так и структурные модели среды.

Подбор изолированных тел или совокупностей тел рудного типа, не принадлежащих к классам единственности обратных задач, требует использования независимых данных о структуре и свойствах тел-объектов изучения. Эти данные могут быть получены:

- а) геологическими методами, включая бурение;
- б) методами оценки параметров тел простой формы, определением гармонических моментов, типа и положения особых точек по гравитационным и магнитным аномалиям;
- в) другими геофизическими методами на основе комплексных физико-геологических моделей объектов.

Априорные данные в процедуре интерпретации гравитационных и магнитных аномалий можно использовать по-разному:

- I – как жесткие опорные факты, не меняемые в подборе;
- II – как довольно мягкие ограничители решения.

В обоих случаях условие согласия результатов интерпретации с априорными данными необходимо в качестве замены требованию единственности решения обратных задач.

В первом варианте задача решается оптимизационным методом по (114); априорные данные в схему оптимизации входят в качестве каркаса, в который вписываются определяемые параметры.

Второй вариант предусматривает оптимизационный подбор модели среды с регуляризацией решения в виде:

$$F = \sum_{i=1}^n (g_i - g_{mi})^2 + \alpha \sum_{j=1}^k |P_j - P_{mj}| = \min, \quad (\text{V.115})$$

где P_j – контролируемые параметры решения, приближенные значения которых известны; α – параметр регуляризации, который выбирается с условием минимума невязки: $F(\alpha) < \delta$.

Фактически условие (115) означает, что модель среды подбирается так, чтобы ее поле мало отличалось от реального при условии, что априори известные параметры не слишком сильно изменяются в процессе решения. Ясно, что параметр регуляризации не должен быть малым, чтобы не исключить влияния на решение априорных данных, снижающих многозначность решения, а также не быть очень большим, иначе решение будет основано на априорных данных и независимым от поля.

Подбор структурных моделей и моделей смешанных типов, содержащих слоистую среду и отдельные тела, можно осуществлять по схеме (115) в относительно простых случаях. Чаще прямая оптимизация оказывается невозможной. Используется итерационный подход – вычисление расчетного поля по модели среды первого приближения, сравнение его с реальным полем и корректировка модели, повторение процедуры, пока изменения не станут малыми.

Для всех вариантов метода подбора требуется многократное решение прямых задач для элементарных тел, из которых сплошным образом составляется объект изучения. Обычно это призмы с разной формой сечения, вертикальные пласты, горизонтальные пластины, параллелепипеды, нити полюсов и др.

В заключение этого раздела, в качестве иллюстрации сути метода подбора, приведем красивый, но в настоящее время редко используемый способ вычисления гравитационного поля для двухмерных моделей с помощью палетки Г.А. Гамбурцева. Исходная формула:

$$\Delta g(x) = 2G\sigma \int_s \frac{\zeta d\xi d\zeta}{(x - \xi)^2 + \zeta^2}. \quad (\text{V.116})$$

Перейдем к полярным координатам: $\xi = \rho \cos \varphi$; $\zeta = \rho \sin \varphi$; в точке $x = 0$ получаем из выражения (116):

$$\Delta g(0) = 2G\sigma \int_s \sin \varphi d\rho d\varphi. \quad (\text{V.117})$$

Вернемся к координате ζ , заменив $\sin \varphi dp = d\zeta$, а затем заменим интеграл суммой:

$$\Delta g(0) = 2G\sigma \int_S d\zeta d\varphi = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta g_{ij}, \quad (\text{V.118})$$

$$\Delta g_{ij} = 2G\sigma (\zeta_{i+1} - \zeta_i) (\varphi_{j+1} - \varphi_j).$$

Притяжение элемента Δg_{ij} определим из формулы притяжения плоского слоя толщиной $\Delta\zeta = \zeta_{i+1} - \zeta_i$:

$$\Delta g_{ij} = \pi G\sigma \frac{\Delta\zeta}{m}. \quad (\text{V.119})$$

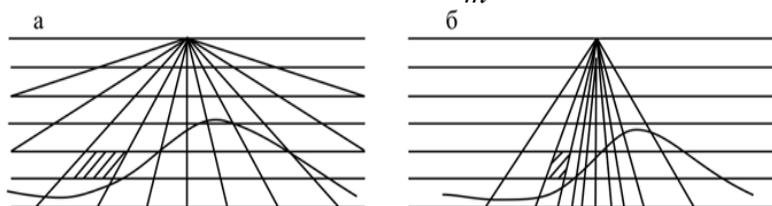


Рис. V.18. Палетка Гамбургцева: а) с равным масштабом по профилю и глубине; б) масштаб по профилю в 5 раз меньше, чем по глубине

Например, при $\Delta\varphi = 5$ имеем $m = 18$. Значение $\Delta\zeta$ выбирается в зависимости от требуемой точности вычислений. При $\sigma = 0,1$ г/см³

$$\Delta g = 2,33 \Delta\zeta. \quad (\text{V.119})$$

Палетка имеет простую структуру, удобна в работе. К тому же палетку легко трансформировать для разных отношений вертикального и горизонтального масштабов разреза (рис. 20).

Геологическое истолкование материалов интерпретации

Результатами решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки являются количественные оценки параметров физической модели среды. Модель и ее параметры должны удовлетворять следующим требованиям:

- единственность или соответствие априорным данным;
- соответствие заданным критериям оптимальности;
- приемлемая точность количественных характеристик;
- содержательная геологическая информативность.

Первое требование, связанное с *принципом модельности* интерпретации, обусловлено некорректностью обратных задач и необходимостью ее устранения. В решении обратных задач модельные ошибки намного значительней, чем погрешности определения параметров: если выбрана неверная модель структуры среды, теряют смысл количественные оценки параметров.

Оптимальность достигается выбором из возможных решений такого варианта, который минимизирует заданный функционал качества решения задачи, построенный с учетом заранее известных параметров объекта и стабилизирующий решение, чтобы оно не выходило за пределы допустимых вариаций значений этих параметров.

Точность оценок параметров важна в комплексе с геологической *целесообразностью* выбора физических моделей среды и с *информативностью* набора параметров этих моделей. Если в модели не представлены существенные для конкретной геологической задачи элементы разреза или в геофизических данных недостает информации для оценки значений их параметров, высокая точность определения других характеристик разреза не определяет геологическую эффективность геофизических материалов. Встречаются геологические ситуации, когда небольшая дополнительная геофизическая информация полезна для решения задачи. Пример: задача прямых поисков нефтяных залежей неструктурного типа. Объектами изучения могут быть не залежи, а изменения в среде под их воздействием.

Содержательное геологическое истолкование физических моделей среды, полученных в результате интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, существенно менее формализовано, чем решение обратных задач в рамках физических моделей среды.

В нем обычно отсутствуют критерии надежности выводов, нет единственности совмещения геофизических и геологических моделей: узкий набор свойств, по которым строятся физические модели, недостаточен для идентификации горных пород и руд.

Основной метод геологического истолкования результатов количественной интерпретации гравитационных и магнитных аномалий – сопоставление этих результатов с геологическими и геофизическими материалами, выдвижение содержательных геологических гипотез и проверка этих гипотез методами моделирования геофизических полей или путем постановки специальных геолого-геофизических работ.

ГЛАВА VI. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Уравнения Максвелла

Распространение электромагнитного поля, взаимосвязи электрических и магнитных явлений в Земле подчиняются общим законам электромагнетизма. Главные из них выражаются системой уравнений Максвелла.

Имеется дифференциальные и интегральные формы уравнений Максвелла. Первые описывают связи между полями в малых объемах, вторые – в конечных объемах пространства (среды).

Дифференциальные уравнения Максвелла обычно записываются в форме, пригодной в произвольной системе координат, для чего используются векторные операторы: *grad* – градиент, *div* – дивергенция, *rot* – ротор (жирным курсивом обозначены векторные величины, простым – скалярные).

Система уравнений Максвелла в СИ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} 1) \quad \text{rot } \vec{H} &= \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}; \\ 2) \quad \text{rot } \vec{E} &= -\frac{d\vec{B}}{dt}; \\ 3) \quad \text{div } \vec{B} &= 0; \\ 4) \quad \text{div } \vec{D} &= q. \end{aligned} \quad (\text{VI.1})$$

Здесь \vec{B} и \vec{D} – векторы магнитной индукции и электрического смещения (далее в тексте векторные величины обозначаются жирным курсивом – \mathbf{B} и \mathbf{D} , в формулах, в соответствии с возможностями редактора формул – простым курсивом со стрелкой вверху); \mathbf{H} и \mathbf{E} – векторы напряженности магнитного и электрического полей, \mathbf{j} – плотность тока проводимости, q – плотность электрических зарядов.

Уравнения (1) дополняются материальными уравнениями, связывающими характеристики полей со свойствами среды:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}; \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}; \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (\text{VI.2})$$

Здесь μ – относительная магнитная проницаемость среды (безразмерная величина); $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; ε –

диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная величина);

$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^{-10}$ Ф/м – электрическая постоянная; γ – проводимость

среды. Магнитной и электрической проницаемостям часто придают смысл соответствующих свойств вакуума. В уравнениях (2) намагниченность и поляризованность среды введены через свойства среды μ и ε , но их можно ввести иначе:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}); \quad \vec{D} = \varepsilon_0(\vec{E} + \vec{P}). \quad (\text{VI.3})$$

где $\vec{J} = \kappa \vec{H}$ – намагниченность; $\vec{P} = \chi_e \vec{E}$ – поляризованность среды; κ – магнитная восприимчивость; χ_e – диэлектрическая восприимчивость. Из (3) видим: $\mu = 1 + \kappa$; $\varepsilon = 1 + \chi_e$.

Плотность тока проводимости может быть связана не только с индуцированным электрическим полем \mathbf{E} , но и с напряженностью поля сторонних токов (электрохимической природы): $\mathbf{j} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)$.

Приведенная форма материальных уравнений (3) справедлива для относительно слабых полей в изотропных средах, не содержащих сильных сегнетоэлектриков и ферромагнетиков (эти условия в геофизике, как правило, выполняются).

Уравнения Максвелла (1) и материальные уравнения (2) образуют замкнутую систему, позволяющую получить распределение электрических и магнитных полей по заданным зарядам и токам в средах с известными характеристиками (геометрией и свойствами).

Для дивергенции и ротора справедливы формулы Остроградского и Стокса, которые позволяют переходить от дифференциальной формы уравнений Максвелла к интегральной форме:

$$\int_V \text{div } \vec{R} dV = \int_S (\vec{R} \cdot \vec{n}) dS; \quad \int_S (\text{rot } \vec{R} \cdot \vec{n}) dS = \oint_L \vec{R} dl. \quad (\text{VI.4})$$

Здесь $(\mathbf{R} \cdot \mathbf{n})$ – скалярное произведение (проекция) некоторого вектора \mathbf{R} на направление нормали \mathbf{n} к поверхности S в точках интегрирования; такой же смысл имеет величина $(\text{rot } \mathbf{R} \cdot \mathbf{n})$.

Дивергенция векторного поля в объеме равна потоку вектора через замкнутую поверхность, ограничивающую объем. Формула Остроградского считается определением дивергенции (при $V \rightarrow 0$).

Формула Стокса показывает, что поток вихря векторного поля через произвольную поверхность равен циркуляции этого векторного поля по замкнутому контуру, который ограничивает данную поверхность; это служит определением для ротора в случае $S \rightarrow 0$.

С помощью формул Стокса и Остроградского получены уравнения Максвелла в интегральной форме. Из них следует, что

1) циркуляция вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} по замкнутому контуру L равна полному току (ток проводимости и ток смещения) через любую поверхность, ограниченную контуром;

2) циркуляция вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} по замкнутому контуру L равна по модулю, но противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока через любую поверхность, ограниченную этим контуром;

3) поток вектора магнитной индукции \mathbf{B} через замкнутую поверхность всегда равен нулю, даже если в области, ограниченной этой поверхностью, есть источники поля: магнитное поле является дивергентным;

4) поток вектора электрического смещения \mathbf{D} через любую замкнутую поверхность равен суммарному заряду в области, ограниченной этой поверхностью.

Таким образом, электрическое поле порождается изменениями магнитного поля и/или зарядами; магнитное поле возбуждается токами проводимости и смещения. Магнитное и электрическое поля питают друг друга и потому могут распространяться в среде вдали от источника как электромагнитные волны. Из уравнений (1) следует закон сохранения заряда

$$\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{dq}{dt}. \quad (\text{VI.5})$$

Для произвольных сред (по геометрии границ раздела и распределению электромагнитных свойств) интегрирование уравнений Максвелла является очень трудной задачей. Решения получены пока лишь для довольно простых моделей полей и сред. Общий подход заключается в следующем: сначала получаем наиболее простые решения, а затем для простейших моделей полей последовательно усложняем модели среды или для простых моделей сред усложняем модели поля.

Стационарные электромагнитные поля

Стационарные электромагнитные поля являются одними из простых видов полей. В отсутствие фактора времени уравнения (1) и (2) принимают вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j}; \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{d\vec{B}}{dt}; \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}; \\ \operatorname{div} \vec{D} &= q; \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}. \end{aligned} \quad (\text{VI.6})$$

Будем считать среду изотропной по проводимости γ , магнитной μ и диэлектрической ε проницаемости, и рассматривать эти свойства как скалярные. Но они функции координат, поэтому их распределение можно представить как скалярное поле. Из уравнений (6) заключаем, что электрическое поле – потенциальное, а магнитное – вихревое, соленоидальное. Если среда однородна, т. е. свойства (γ , ε , μ) – постоянны, число переменных в уравнениях (6) уменьшается:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0; \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0; \quad \operatorname{div} \vec{E} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon}. \end{aligned} \quad (\text{VI.7})$$

Дальше преобразование уравнений (7) выполняется на основе тождества:

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{P}) \equiv \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{P} - \nabla^2 \mathbf{P}. \quad (\text{VI.8})$$

Построим второй ротор \mathbf{H} и преобразуем его:

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \operatorname{rot} \mathbf{j} = \gamma \operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{E}) = 0 = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{H} - \nabla^2 \mathbf{H},$$

но $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$, поэтому:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = 0. \quad (\text{VI.9})$$

Уравнение Лапласа (9) также можно получить для напряженности электрического поля в области, где нет зарядов ($q = 0$):

$$\nabla^2 \mathbf{E} = 0. \quad (\text{VI.10})$$

Стационарное электрическое поле потенциальное (и соленоидальное в областях без зарядов); ему ставится в соответствие электрический потенциал:

$$\mathbf{E} = -\mathbf{grad} \varphi, \quad (\text{VI.11})$$

где φ имеет смысл потенциала положительного заряда.

Уравнения Максвелла линейны в том смысле, что для электромагнитных полей справедлив принцип суперпозиции: для любой суммы полей уравнения Максвелла справедливы, если они верны для каждого поля в отдельности.

Распространение электромагнитного поля вне его источников в зависимости от частоты в излучателе и свойств среды (γ, ε, μ) может носить волновой или диффузный характер. Электромагнитные волны в среде имеют скорость v , в вакууме c :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}; \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}. \quad (\text{VI.12})$$

Соотношение для скорости света в вакууме c – это связь между постоянными систем единиц СИ и СГС.

В электромагнитной волне векторы \mathbf{E} , \mathbf{H} , и \mathbf{v} (скорость волны) ортогональны и образуют правовинтовую систему. Изменения $\mathbf{H}(t)$ и $\mathbf{E}(t)$ синфазные.

Поле постоянного тока описывается такими же уравнениями, как электростатическое поле – это *электростатическая аналогия*.

Магнитное поле постоянного тока описывается замкнутой системой уравнений Максвелла, материального уравнения и уравнения неразрывности:

$$\begin{aligned} \mathbf{rot} \vec{H} &= \vec{j}; \quad \mathbf{div} \vec{B} = 0; \\ \vec{B} &= \mu_0 \mu \vec{H}; \quad \mathbf{div} \vec{j} = 0. \end{aligned} \quad (\text{VI.13})$$

Это поле соленоидальное, поэтому можно ввести векторный магнитный потенциал \mathbf{A} . По определению $\mathbf{B} = \mathbf{rot} \mathbf{A}$.

В однородной среде $\mathbf{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{rot} \mathbf{H} = \mu_0 \mu \mathbf{j}$, следовательно,

$$\mathbf{rot} (\mathbf{rot} \mathbf{A}) = \mu_0 \mu \mathbf{j}$$

и, учитывая тождество (8), получаем векторное уравнение Пуассона для потенциала \mathbf{A} :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 \mu \mathbf{j}. \quad (\text{VI.13})$$

Оно сводится к скалярным уравнениям для составляющих вектора \mathbf{A} по координатам:

$$\nabla^2 A_x = \mu_0 \mu j_x; \quad \nabla^2 A_y = \mu_0 \mu j_y; \quad \nabla^2 A_z = \mu_0 \mu j_z.$$

При отсутствии токов ($\mathbf{j} = 0$), например, в диэлектриках, уравнение (13) преобразуется в уравнение Лапласа: $\nabla^2 \mathbf{A} = 0$.

Решением таких уравнений для магнитного поля тока является закон Био–Савара

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mu [(\vec{r}_1 - \vec{r}) \times \vec{j}(\vec{r}_1)]}{(\vec{r}_1 - \vec{r})^3} dV. \quad (\text{VI.14})$$

На основе этого закона получены выражения для магнитного поля произвольной системы токов. Геофизики обычно используют простые системы токов в источниках, чтобы неоднородности электромагнитных полей были связаны со структурой среды, а не с интерференцией нормальных полей.

Электромагнитные поля в однородных средах

Нормальным электромагнитным полем принято называть поле в однородной среде, когда свойства не зависят от координат: $\gamma = \text{const}$, $\varepsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$. При этих условиях, используя материальные уравнения (2) и тождество (8), уравнения Максвелла приводят к виду с разделенными переменными:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} - \mu_0 \mu \gamma \frac{d\vec{E}}{dt} &= 0; \\ \nabla^2 \vec{H} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{d^2 \vec{H}}{dt^2} - \mu_0 \mu \gamma \frac{d\vec{H}}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{VI.14})$$

Уравнения (14) по виду одинаковы; их отличает размерность переменных (\mathbf{E} и \mathbf{H}). (Электрическая \mathbf{E} и магнитная \mathbf{H} компоненты электромагнитного поля различаются, кроме того, поляризацией – их векторы на фронте волны лежат в ортогональных плоскостях; но это не отражено в уравнениях). Сходство вида этих и других уравнений для \mathbf{E} и \mathbf{H} дает возможность записывать лишь одно из них – для \mathbf{E} .

Уравнения (14) называются телеграфными. Они слишком сложны для геофизических приложений. Упрощение возможно при низкой частоте поля или если мала проводимость среды.

Если среда – изолятор ($\gamma = 0$), то из уравнений (14) получаются волновые уравнения

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} = 0. \quad (\text{VI.15})$$

Для медленно меняющихся (низкочастотных) полей в проводящей среде ($\gamma > 0$) можно пренебречь слагаемыми со вторыми производными напряженности полей по времени; в результате получаются уравнения диффузии электромагнитного поля (аналогичные уравнению теплопроводности):

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \mu \gamma \frac{d\vec{E}}{dt} = 0. \quad (\text{VI.16})$$

Очевидно, что в непроводящей среде уравнения (39) вырождаются в уравнения Лапласа, которые были получены раньше для стационарного поля.

Монохроматическое квазистационарное поле

Гармонические низкочастотные поля имеют широкое применение в электроразведке, как непосредственно, так и в анализе нестационарных полей. Любое переменное поле можно представить (через ряд или интеграл Фурье) суммой монохроматических полей.

Рассмотрим поле с постоянной частотой ω :

$$\vec{E}(t) = i\vec{E}_x \cos(\omega t - \varphi_x) + j\vec{E}_y \cos(\omega t - \varphi_y) + k\vec{E}_z \cos(\omega t - \varphi_z),$$

где E_x, E_y, E_z – амплитуды, а $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ – фазы компонент напряженности электрического поля \mathbf{E} (выражение для \mathbf{H} не приводится ввиду его полной аналогии). Для удобства в дальнейшем представим периодическую зависимость $\mathbf{E}(t)$ с помощью экспоненты, используя формулы Эйлера:

$$e^{-i(\omega t - \varphi)} = \cos(\omega t - \varphi) - i \sin(\omega t - \varphi); \quad \cos(\omega t - \varphi) = \text{Re } e^{-i(\omega t - \varphi)}.$$

Можно записать:

$$\vec{E}(t) = \text{Re}[i\vec{E}_x e^{-i\varphi_x} + j\vec{E}_y e^{-i\varphi_y} + k\vec{E}_z e^{-i\varphi_z}] E_x e^{-i\omega t}. \quad (\text{VI.17})$$

Выражение в квадратных скобках в формуле (17) называется комплексным амплитудным вектором \vec{E} поля $\mathbf{E}(t)$: $\mathbf{E}(t) = \vec{E} e^{-i\omega t}$.

Аналогично комплексные векторы вводятся для других характеристик электромагнитного поля \mathbf{H} , \mathbf{B} и \mathbf{D} .

Теперь можно разделить пространственные переменные и время, используя тот факт, что производная экспоненты равна этой экспоненте с множителем, равным коэффициенту при переменной t :

$$\frac{d}{dt} e^{-i\omega t} = -i\omega e^{-i\omega t}.$$

В преобразованной на этом основании форме уравнений Максвелла можно не использовать обозначение амплитуды поля \vec{E} ; на амплитудное значение переменных указывают множители $i\omega$:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \gamma \vec{E} - i\omega \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}; & \text{rot } \vec{E} &= i\omega \mu_0 \mu \vec{H}; \\ \text{div}(\mu_0 \mu \vec{H}) &= 0; & \text{div}(\varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}) &= q. \end{aligned} \quad (\text{VI.18})$$

В уравнениях (18) можно разделить переменные с помощью процедуры, которую мы уже применяли (**rot rot P**):

$$\nabla^2 \vec{E} + i\omega \mu_0 \mu \gamma \vec{E} = 0; \quad (\text{VI.18})$$

(опять опускаем подобное уравнение для \mathbf{H}).

Обозначив величину $i\omega \mu_0 \mu \gamma = k^2$, получим известный вид уравнений Гельмгольца

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0, \quad (\text{VI.19})$$

где k – волновое число, объединяющее в себе характеристики среды

($\mu\gamma$) и поля (ω). Используя равенство $\sqrt{i} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$, получаем для k более удобную форму записи:

$$k = (1+i) \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu \gamma}{2}}. \quad (\text{VI.20})$$

Волновое число связано с длиной волны

$$\lambda = \frac{2\pi}{\text{Re } k} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \mu \gamma}}. \quad (\text{VI.20})$$

С частотой волн и проводимостью среды связана глубина проникновения электромагнитного поля в среду – толщина *скин-слоя* δ .

Это расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается в e раз:

$\frac{A(z)}{A(z + \delta)} = e$. Так как $A(z) = A(0)e^{-2\pi\frac{z}{\lambda}}$, получаем (подставив значение μ_0 и учтя, что во многих горных породах $\mu \approx 1$):

$$\delta = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^7}{\omega\gamma}} \approx 500\sqrt{\rho T}, \quad (\text{VI.21})$$

где ρ – удельное сопротивление, Ом·м; T – период волны, с; δ – глубина скин-слоя, м.

Электромагнитное поле в среде с конечной проводимостью проникает тем глубже, чем больше сопротивление среды и больше период (ниже частота) поля.

На разных частотах эффективно работают разные комплексы определяющих свойств пород. В них входят: проводимость γ , диэлектрическая ε и магнитная μ проницаемость, частота электромагнитного поля ω . Если поле описывается уравнением Гельмгольца (19), то эти физические комплексы комплексны и в математическом смысле (содержат множитель i).

ГЛАВА VII. ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКА

Предмет и задачи электроразведки

Электроразведкой называется раздел разведочной геофизики, который объединяет методы, использующие электрические и электромагнитные поля для решения разнообразных геологических задач. Число методов электроразведки велико, они различаются типом используемых полей: их природой, частотным составом, закономерностями распространения в геологической среде. Электромагнитные поля могут быть:

- естественными или искусственными;
- постоянными или переменными;
- последние – гармоническими или нестационарными.

Их вводят в среду гальваническим способом (через заземление) или без непосредственного контакта – за счет индуктивной или емкостной связи. Распространение полей в среде определяется их частотой и электромагнитными свойствами горных пород.

Измеряя разности электрических потенциалов, напряженность электрической и магнитной компонент электромагнитного поля на земной поверхности, над ней или в скважинах, можно судить о распределении этих свойств пород в геологической среде.

Поскольку дифференциация по электрическим свойствам горных пород и руд очень велика, возникает возможность определения по измеренным характеристикам электромагнитных полей параметров *геоэлектрического разреза* и дальнейшей их геологической интерпретации в терминах структуры, состава, фазового состояния горных пород, т. е. определения природы изучаемых объектов.

Изучение определяющих факторов и закономерностей распределения электрических свойств пород показывает, что эти свойства слабо зависят от минералогического состава пород. Массивные, неизменные сухие породы являются обычно диэлектриками. Однако обычные для горных пород нарушения структуры (пористость, трещиноватость, флюидонасыщенность) настолько сильно влияют на их сопротивление, что практически любые литологические границы находят заметное отражение в геоэлектрическом разрезе.

Зависимость электропроводности от концентрации проводящих включений (самородных металлов, сульфидов, некоторых окислов, графита) определяет геоэлектрическое обособление рудных тел.

Физико-геологическими предпосылками применения электроразведки являются закономерности распределения электрических свойств горных пород в разных по типу моделях среды задач:

а) структурных, связанных с определением рельефа границ раздела в геоэлектрических разрезах, где электрические свойства ввиду их зависимости от пористости, концентрации и минерализации флюидов изменяются практически на всех литологических границах; к этому классу относятся, в частности, задачи, связанные с поисками залежей нефти и газа;

б) рудных, при поисках рудоконтролирующих структур и рудных залежей, где электрические свойства зависят от содержания рудных минералов в породах;

в) в задачах гидрогеологии, криологии, инженерной геологии; здесь используется зависимость удельного сопротивления и диэлектрической проницаемости от пористости и трещиноватости слоев и массивов горных пород, от присутствия воды в порах и трещинах и ее минерализации;

г) в исследованиях глубоких зон литосферы и мантии; в этой задаче используется зависимость электропроводности от температуры пород, в частности, вблизи температуры плавления (солидуса), с чем связано наличие проводящих слоев в земной коре и верхней мантии, особенно астеносферы.

В табл. 1 сведены физические и геологические основы главных электроразведочных методов. Разнообразием типов полей, способов их генерации и измерения объясняется существование более 50 методов электроразведки и широкий круг решаемых ими задач.

Очевидна необходимость систематизации методов электроразведки по их принципиальным чертам, поскольку описание каждого из методов с их технологическими характеристиками в книге, предназначенной будущим заказчикам и потребителям геофизической информации, нецелесообразно. Геологические аспекты применения электроразведки далее обсуждаются по обобщенной схеме – для групп методов или для наиболее широко применяемых методов.

Таблица VII. 1

Физические и геологические основы методов электроразведки

Электромагнитные явления	Свойства среды	Измеряемые величины	Геологические задачи	Методы
Распределение зарядов электрохимической или фильтрационной природы	Поляризуемость	Разности потенциалов; кажущаяся поляризуемость	Поиски и разведка руд и подземных вод; поиск мест коррозии трубопроводов	МЗ, ЕП, ВП, СПК,
Постоянный ток искусственных источников	Удельное сопротивление	Кажущееся сопротивление	Геокартирование; изучение структуры осадочных бассейнов; поиски руд, подземных вод	ВЭЗ, ДЭЗ ЭП, ЭПСГ, ДЭП
Естественные электрические и низкочастотные электромагнитные поля, вариации магнитного поля	Удельное сопротивление, диэлектрическая проницаемость	Компоненты напряженности электромагнитного поля; кажущиеся сопротивления	Распределение проводимости в коре и мантии Земли; структура фундамента платформ	МТЗ, МВЗ, МТТ, МТП
Индукция в среде вторичного электромагнитного поля от гармонических или нестационарных электрических, магнитных диполей	Удельное сопротивление, диэлектрическая проницаемость	Входной импеданс, амплитуды и фазы компонент напряженности электромагнитного поля	Структура осадочных бассейнов; поиски залежей нефти и газа; поиски рудных тел, подземных вод	ЗС, ЗСБ, ЧЗ, МНП, МДК, ДИП, ДЭМП, МПП
Распространение электромагнитных волн (отражение, поглощение, дифракция)	Диэлектрическая проницаемость, добротность	Амплитуды, фазы, поляризация полей; входной импеданс	Приповерхностное картирование, поиски руд и подземных вод	РадиоКИП, РВЗ, ВИЗ, РВП

Названия методов (м.): МЗ – м. заряда; ЕП – м. естественного поля; ВП – м. вызванной поляризации; СПК – м. поляризационных кривых;

ВЭЗ – вертикальное электрическое зондирование; ДЭЗ – дипольное зондирование; ЭП – электропрофилирование; ЭПСГ – профилирование установкой срединного градиента; ДЭП – дипольное электропрофилирование; МТЗ – магнитотеллурическое зондирование; МВЗ – магнитовариационное зондирование; МТТ – м. теллурических токов; МТП – магнитотеллурическое профилирование; ЗС – зондирования становлением поля; ЗСБ – то же, в ближней зоне; ЧЗ – частотное зондирование; МНП – м. незаземленной петли; МДК – м. длинного кабеля; ДИП – дипольное индуктивное профилирование; ДЭМП – дипольное электромагнитное профилирование; МПП – м. переходных процессов; РадиоКИП (или СДВР) – радиокомпарационный м. профилирования на сверхдлинных радиоволнах; РВЗ – радиоволновое зондирование; ВИЗ – высокочастотное индуктивное зондирование; РВП – радиоволновое просвечивание.

Электромагнитные методы исследований в геологии используют дифференциацию электрических свойств горных пород и руд, слагающих геологические тела, разрезы, зависимость характеристик электромагнитных полей от свойств среды, в том числе геометрии границ геологических тел. Совокупность физико-геологических, теоретических и технических основ электроразведки включает:

- а) сведения об электрических свойствах горных пород, принципы параметризации среды, построения геоэлектрических моделей;
- б) теорию электромагнитных полей: системы уравнений, набор решений краевых задач для этих уравнений в разных классах геоэлектрических моделей, закономерности распространения электромагнитных волн и распределения компонент полей в зависимости от характеристик моделей среды;
- в) технологию возбуждения и измерения электромагнитных полей, методику постановки электроразведочных работ в различных геологических, физико-географических условиях.

В данном разделе обсуждаются следующие вопросы:

- параметризация среды и построение геоэлектрических моделей;
- распределение постоянных электрических полей точечных и дипольных источников в среде с простой структурой;
- закономерности распространения электромагнитных полей в слабо неоднородных средах;
- образование поляризационных полей в некоторых простых геологических ситуациях.

Классификация методов электроразведки

Многообразие методов электроразведки определяется:

- а) типами используемых электромагнитных полей: их природой и частотным составом;
- б) способами генерации полей, схемами измерительных установок, их расположением относительно изучаемых объектов;
- в) геологическими задачами, классами моделей среды, физико-геологическими условиями районов работ.

В этом отношении электроразведка отличается от других методов разведочной геофизики. Нигде больше, в том числе в сейсморазведке, нет такого многообразия методов. Поэтому даже понятие метода применительно к электроразведке нуждается в конкретизации.

Принято называть *электроразведочным методом* совокупность приемов исследования, объединенных типом поля (и способом его генерации), а также определенным классом геологических задач.

Группа методов объединяет все методы с одинаковым типом поля независимо от решаемых геологических задач.

Модификациями внутри электроразведочного метода считают его варианты, различающиеся конструкцией источника поля, геометрией измерительных установок, последовательностью их расположения относительно объектов изучения, способами интерпретации данных измерений или особенностями задачи и модели среды.

Модификаций мы далее, как правило, касаться не будем, поскольку в их различиях важны технологические характеристики, обычно не очень существенные для оценки содержания и качества геофизической информации ее заказчиками и потребителями.

Классификация методов электроразведки приведена на рис. 1.

Выделены четыре направления электроразведки по типам решаемых геологических задач:

- а) рудное – поиски и разведка рудных месторождений, детальное картирование складчатых областей, изучение массивов пород в целях разработки месторождений;
- б) структурное – изучение мантии Земли, строения земной коры, региональное геологическое картирование платформенных областей, поиски нефтегазоносных структур, исследование угольных бассейнов, поиски залежей солей и др.;

в) гидрогеологическое – поиски подземных вод, изучение гидрогеологического режима артезианских бассейнов, задачи экологии, гидромелиорации.

г) инженерно-геологическое – изыскания и исследование оснований для крупных инженерных сооружений (плотин, электростанций, заводов), исследование многолетнемерзлых толщ.



Рис. VII.1. Классификация основных методов электроразведки (расшифровка аббревиатур – в примечании к табл. 1)

В зависимости от задач и физико-геологических условий района исследований методы электроразведки могут быть реализованы как наземные, подземные, морские, аэрокосмические.

В наземных вариантах применяются:

- все методы, требующие гальванического введения поля в среду и его измерения в заземленной линии,
- большинство методов низкочастотной индуктивной электроразведки, зондирование становлением поля в ближней зоне, радиоволновые методы профилирования.

Для подземных исследований (в горных выработках и скважинах, в их окрестности и между ними) используются самые разные методы, но в специальных модификациях – для каротажа, просвечивания межскважинного пространства, в комплексе наземно-скважинных измерений. Морская электроразведка использует индуктивные методы электромагнитных зондирований. В аэрокосмических вариантах реализуются методы высокочастотного радиоволнового профилирования, радиолокации.

Большое значение имеет комплексирование различных методов электроразведки при решении конкретных геологических задач. Та-

кое внутриметодное комплексирование в некоторой мере уравнивает недостаточность предпосылок для совместного использования электроразведки с другими геофизическими методами, обусловленную слабой корреляцией электропроводности горных пород с другими определяющими геофизическими свойствами: скоростями упругих волн, плотностью, намагниченностью.

Геоэлектрические модели среды

Постановка задач и обоснование моделей среды данными о геологии района и свойствами горных пород в электроразведке более ответственны, трудны и носят в большей мере исследовательский характер, чем это имеет место в других геофизических методах. Вызвано это тем, что в одних и тех же геологических условиях разные методы электроразведки (используемые в них электромагнитные поля и измерительные установки) предполагают различные конструкции геоэлектрических моделей и разные способы параметризации среды, как в отношении геометрии, так и по набору свойств. В выборе моделей важную роль играет наличие программного обеспечения методов интерпретации электроразведочных данных и технических средств его реализации. Это связано с трудностью решения краевых задач для уравнений, описывающих распространение электромагнитных полей в средах со сложной структурой, а именно краевые задачи являются основой постановки и решения прямых задач электроразведки, без которых невозможно решение обратных задач (восстановления параметров моделей среды) по измеренным характеристикам электромагнитных полей. Поэтому обычно нет смысла включать в исходную геоэлектрическую модель такие элементы структуры среды (возможно, важные в геологическом разрезе), которые нельзя определить при интерпретации данных наблюдений по причине неразрешимости прямых задач.

Геологическая значимость геоэлектрической модели определяется мерой отражения в ней важных для решаемой задачи особенностей геологической структуры, при условии достаточной дифференциации определяющих свойств пород. Критерии геофизической эффективности модели – наличие решений прямых задач, степень неоднозначности решений обратных задач, помехоустойчивость метода в целом и конкретного алгоритма решения обратной задачи, в ча-

стности. К разряду помех относятся не входящие в геоэлектрическую модель детали геологической структуры, осложняющие применение данного электроразведочного метода в конкретных условиях. Особого внимания требуют такие элементы геоэлектрической модели, которые препятствуют применению тех или иных методов. Например, в горизонтально-слоистой модели для вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) это могут быть экраны в верхней части разреза – слои с очень высоким сопротивлением. Они препятствуют распространению электрического поля в нижележащие слои. Напротив, слои с очень высокой проводимостью концентрируют в себе электрическое поле и по этой причине не пропускают его в нижележащие слои с более высоким сопротивлением.

Эффективность применения электроразведки определяется:

а) достаточной дифференциацией электрических свойств пород изучаемых объектов и среды; это условие в типичных геологических задачах электроразведки обычно выполняется;

б) удобной геометрией объектов изучения (форма, размеры, глубина залегания), позволяющей иметь решения прямых задач; это условие трудно выполнить ввиду сложности уравнений электромагнитного поля;

в) отсутствием экранирующих верхних слоев разреза; в районах, где есть такие экраны, выбираются методы, дающие необходимую информацию в этих условиях;

г) низким уровнем помех; реальность промышленных и естественных помех вынуждает выбирать наименее чувствительные к ним методы, аппаратуру и конкретную методику измерений.

Проблема выбора модели среды связана с первыми тремя условиями, но наиболее актуальна в аспекте второго. Из достаточно простых по геометрии и по законам изменения свойств моделей (чтобы могли быть получены решения краевых задач для уравнений электромагнитного поля) в электроразведке используются следующие:

- а) горизонтально-слоистые разрезы (рис. 2, а);
- б) вертикально-слоистые среды (рис. 2, б);
- в) двуслойная среда с рельефом границы раздела (рис. 2, в).

г) однородные или горизонтально-слоистые среды с включениями простой формы (рис. 2, з, д). По типу моделей среды методы электроразведки делятся на два класса: зондирование – изучение вертикального распределения геоэлектрических свойств (модель а),

и профилирование – исследование латеральных неоднородностей разреза (модели б, в, з, д).

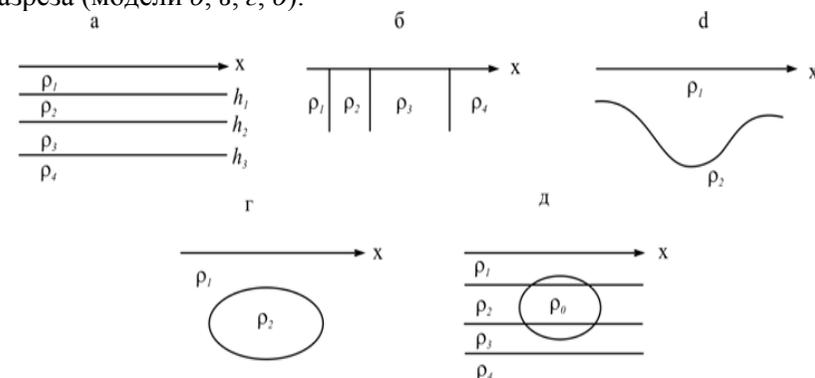


Рис. VII.2. Геоэлектрические модели зондирования (а) и профилирования (б, в, з, д)

Хотя в основе зондирования заложена горизонтально-слоистая модель среды, в действительности изучаются латеральные изменения слоистого разреза и соответствующих параметров модели. Строго говоря, такая постановка внутренне противоречива: в горизонтально-слоистой среде, как модели для отдельного зондирования, не предполагается изменения параметров по горизонтали. Но в этом случае нет места для применения метода, достаточно одной точки зондирования для получения всей информации о среде. Обычно считают, что объекты изучения (структуры) как отклонения от горизонтально-слоистой модели малы и не влияют на оценки параметров каждого зондирования, то есть неоднородность предполагается слабой. Для этого углы наклона слоев не должны превышать первых градусов ($5-15^\circ$, в зависимости от требуемой точности определения параметров).

Профилирование, напротив, базируется на моделях горизонтально-неоднородной среды (см. рис. 2, б, в). Основные из них - вертикальный контакт, вертикальные слои достаточно большой, по сравнению с размерами установки, толщины. Но в каждом методе профилирования изучается довольно узкий интервал глубин, определенный параметрами установок. Поэтому фактически вертикальность требуется лишь в заданном интервале глубин ($h_0 < h < h_{max}$, см.

рис. 2, б). Профилирование применяется и в решении структурных задач; одна из них – определение вариаций глубины раздела двух слоев (см. рис. 2, в).

В рудной электроразведке большое значение имеют модели включений простой формы в однородной или слоистой среде (см. рис. 2, з, д). В зависимости от геологической обстановки и электрических свойств пород эти модели могут быть исследованы разными методами (естественного поля, вызванной поляризации, заряженного тела, методами сопротивлений, индуктивными, радиоволновыми). Соответственно, конкретная модель геометрии среды наполняется различным физическим содержанием.

Горизонтально-неоднородные разрезы могут быть представлены двумерными или трехмерными моделями. Интерпретационные задачи успешнее решаются, как правило, для двумерных моделей, когда свойства пород и характеристики полей зависят от вертикальной и одной из горизонтальных координат, не изменяясь по второй. Ввиду сложности решений прямых задач трехмерные модели в электроразведке применяются довольно редко.

Прямые и обратные задачи электроразведки

Интерпретация данных электроразведки в различных геологических задачах, для разных моделей геоэлектрических разрезов и типов полей предполагает существование связей:

а) между геологическими разрезами, которые можно описать набором структурных, петрографических, гидрогеологических и других характеристик, и геоэлектрическими разрезами – их геометрией и распределением свойств,

б) между характеристиками электромагнитных полей и параметрами геоэлектрических моделей среды.

Связи (а) необходимы для качественной интерпретации данных электроразведки, для геологического истолкования ее результатов, полученных в форме геоэлектрических разрезов. Связи (б) определяют собой основу количественной интерпретации в рамках физических моделей среды – определения параметров геоэлектрического разреза (распределения свойств, положения границ) по измеренным характеристикам электромагнитных полей.

Совокупность теоретических и вычислительных задач количественной интерпретации подразделяется на две группы:

– *прямые задачи* – определение характеристик полей по заданной геоэлектрической модели среды и системе источников,

– *обратные задачи* – их суть указана только что как содержание количественной интерпретации, это определение параметров геоэлектрического разреза по измеренным характеристикам поля.

Прямые задачи, очевидно, являются вспомогательными, методическими, но без результатов их решения безосновательна сама постановка электроразведочных работ в целях определения параметров геоэлектрических разрезов.

Прямые задачи электроразведки глубоко и разносторонне проработаны для горизонтально-слоистых (одномерных) моделей среды. Получены решения краевых задач для уравнений электромагнитных полей в целях выяснения:

а) распределения поля точечных и дипольных источников постоянного тока (или тока очень низкой частоты), расположенных на поверхности горизонтально-слоистой среды;

б) распределения в горизонтально-слоистой среде амплитуд и фаз плоских электромагнитных волн, нормально падающих на ее поверхность (фронт волны параллелен поверхности);

в) распределения характеристик электромагнитных полей, возбужденных на поверхности горизонтально-слоистой среды с помощью электрического или магнитного диполей.

В электроразведке используются понятия *нормальных* и *аномальных* полей, близкие по смыслу к подобным понятиям в гравиметрии и магниторазведке, хотя и не имеющие той общности и обязательности. *Нормальными* называются поля заданных источников в *однородной среде* (или в горизонтально-слоистой среде, если объектами изучения являются включения, а не параметры слоистой модели). Источники могут быть расположены на поверхности полупространства (полевая электроразведка) или в безграничной среде (ГИС).

Перечисленные выше решения прямых задач для горизонтально-слоистой среды при их сравнении с нормальными полями соответствующих источников позволяют оценить возможности решения обратных задач при использовании различных типов полей, выбрать оптимальную методику измерений и алгоритмы интерпретации. Эти решения лежат в основе методов интерпретации вертикальных

электрических зондирований (ВЭЗ, ДЭЗ), магнитотеллурических и магнитовариационных зондирований (МТЗ, МВЗ, МТП), частотных зондирований и зондирований становлением электромагнитного поля (ЧЗ, ЗС). Здесь не имеется простых аналитических соотношений между параметрами среды и характеристиками полей; для решения обратных задач разработаны пакеты программ (и наборы палетов, широко применявшихся раньше).

Много меньшие успехи имеются в решении прямых задач для двумерных горизонтально-неоднородных сред, тем более для трехмерных моделей. Изучено распределение электростатических полей над включениями простой формы, поля постоянного тока в среде с вертикальным контактом толщ с разными сопротивлениями, электромагнитное поле в однородной среде с проводящими включениями простой геометрической формы (сферической, эллипсоидальной, в форме тонких горизонтальных пластинок).

Общий подход к решению прямых задач заключается в интегрировании уравнений электромагнитного поля заданного типа, полученных при достаточно сильных упрощающих предположениях из уравнений Максвелла. Наиболее важны упрощения геометрии границ, на которых задаются условия сопряжения полей.

Обратные задачи электроразведки – главные в интерпретации; в их решении мы получаем оценки параметров конкретных геоэлектрических разрезов. В этих задачах известны электромагнитные поля, а требуется восстановить параметры разреза с помощью некоторого, не всегда априори известного алгоритма.

Обратные задачи сложнее прямых, прежде всего в том отношении, что они в общем случае некорректны: решение может быть неоднозначным и неустойчивым к вариациям исходных данных. Построение конкретных алгоритмов решения обратных задач, соответствующего им программного обеспечения является трудной задачей даже для относительно простых моделей среды и поля ввиду известной противоречивости предъявляемых к ним требований:

- а) минимальные размеры области эквивалентных решений в пространстве определяемых параметров разреза;
- б) устойчивость определяемых параметров по отношению к погрешностям измерений;
- в) технологичность; возможность привлечения дополнительной информации.

Удовлетворительные алгоритмы решения обратных задач имеются в настоящее время в основном для одномерных, горизонтально-слоистых геоэлектрических моделей, пригодных для интерпретации данных зондирований методами ВЭЗ, ДЭЗ, ЧЗ, ЗС, ПП, МТЗ.

В каждой задаче есть свой набор необходимых условий для обеспечения единственности решения, свои формулировки *теорем единственности*. Эти условия мы определим применительно к типичным задачам для конкретных методов электроразведки. Общее условие для теорем единственности определяет минимальный объем исходных данных. Например, для однозначного восстановления вертикального распределения удельного сопротивления $\rho(z)$ по данным ВЭЗ (в одномерной модели среды) необходимо иметь данные измерений кажущегося сопротивления (ρ_k) непрерывно в интервале разностей (AB) от 0 до ∞ (теорема А.Н. Тихонова).

Классы обратных задач электроразведки, обладающих единственностью решения, немногочисленны и довольно узки. Однако на практике часто встречаются ситуации, когда достаточно иметь некоторый круг эквивалентных решений, и нет необходимости упрощать модель для достижения единственности решения, поскольку такое упрощение обычно снижает геологическую эффективность метода.

Проблема устойчивости решения обратных задач, удовлетворяющих условиям единственности, весьма серьезна. Если решение неустойчиво, то, получив конкретные оценки параметров разреза, мы не можем быть уверены в них, поскольку малые вариации измеренных электромагнитных полей, например, из-за погрешностей аппаратуры, могут вызывать настолько большие изменения оцениваемых параметров, что решение теряет смысл, как и его единственность. Так как, строго говоря, все обратные задачи электроразведки неустойчивы, пусть в разной степени, есть два пути преодоления неустойчивости.

Можно принимать во внимание только те параметры геоэлектрического разреза, неустойчивость которых невелика, сообразно требованиям задачи. Такой подход долгое время был широко распространен в практике электроразведки. В последние годы развитие теории и методов решения некорректных задач математической физики, применение современной вычислительной техники позволили реализовать другой подход, основанный на принципе *регуляризации*

решений обратных задач электроразведки в процессе их построения. Идея методов регуляризации состоит в замене некорректной обратной задачи набором корректных прямых задач.

Обычно практикуется, например, замена реального закона изменения удельного сопротивления с глубиной $\rho(z)$ кусочно-постоянной кривой (горизонтально-слоистой моделью) с 3–4 слоями. Для таких моделей можно легко реализовать подбор параметров разреза, удовлетворяющего данным измерений. Вместе с тем, в таких моделях параметры разреза непрерывно зависят от входных данных, то есть определяются устойчиво.

Постоянные электрические поля в простых средах

Постоянные электрические поля, как создаваемые искусственно, так и поля электрохимической природы, имеют свойства потенциальных полей: их напряженность E является градиентом скалярной величины, называемой электрическим потенциалом U :

$$E = -grad U. \quad (VII.1)$$

Потенциал U удовлетворяет уравнению Лапласа вне источников поля:

$$\nabla^2 U = 0. \quad (VII.2)$$

Уравнение (2) имеет сходные решения для электростатического поля неподвижных зарядов, для постоянного тока и для низкочастотных электрических полей в средах с не очень высокой проводимостью. Это проявление электростатической аналогии (см. гл. VI). Для перечисленных полей принципиально одинаково строится электроразведочный эксперимент; он включает (например, в методах сопротивлений):

- 1) определение нормального поля источника или системы точечных источников в однородной среде или на поверхности однородного полупространства;
- 2) определение кажущегося сопротивления r_k реальной среды в зависимости от параметров и положения измерительной установки;
- 3) установление теоретических соотношений между удельным сопротивлением и кажущимся сопротивлением в моделях среды, представляющих реальные геоэлектрические разрезы; определение

отношений эквивалентности различных разрезов по кажущемуся сопротивлению, установление возможности замены совокупности объектов (слоев с разной электропроводностью) одним телом с сохранением кажущегося сопротивления;

4) оценку параметров геоэлектрического разреза в заданном классе моделей среды с учетом соотношений эквивалентности по результатам измерения кажущегося сопротивления; оценку качества интерпретации: единственности модели и точности определения параметров; геологическое истолкование результатов.

Пункты 1 и 3 относятся к прямым задачам, пункт 2 – получение фактических данных, пункт 4 – их интерпретация.

Выбор моделей среды и способов создания электромагнитного поля в них обусловлен следующими обстоятельствами:

- а) возможностью эффективного решения прямых задач;
- б) однозначностью и устойчивостью решений обратных задач;
- в) наличием (или возможностью построения) алгоритмов и программ для решения обратных задач.

Существенны и общие для разведочной геофизики условия рациональности метода исследований: сочетание геологической и экономической эффективности.

В электроразведке методами сопротивлений исходной служит модель поля точечного источника на поверхности однородного полупространства. Все направления распространения поля равноправны, но поскольку над земной поверхностью находится изолятор – воздух, то весь ток идет в Землю (рис. 3).

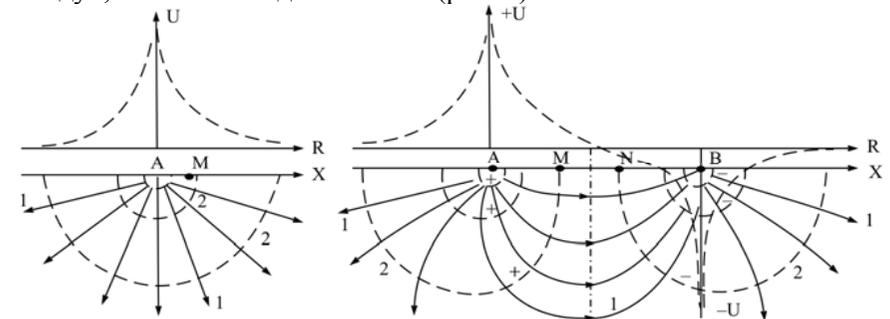


Рис. VII.3. Поля точечного источника (а) и двух источников разного знака (б) на поверхности однородного полупространства:
1 – линии тока, 2 – эквипотенциальные линии

Потенциал точечного заряда q равен

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}, \quad (\text{VII.3})$$

где $r = |\mathbf{r}|$ – модуль радиус-вектора точки определения потенциала относительно начала координат в источнике; $\epsilon_0\epsilon$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды (ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость; $\epsilon_0 = \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^{-10}$ Ф/м – электрическая постоянная в СИ).

Полный потенциал в точке $M(x, y, z)$ вне области с распределенными зарядами $q(\xi, \eta, \zeta)$ равен

$$U(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{q d\xi d\eta d\zeta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}}. \quad (\text{VII.4})$$

Формула (4) аналогична выражению для гравитационного потенциала. Это приводит к аналогии интерпретационных моделей; одинаковы условия единственности и устойчивости решений обратных задач, также равно велика роль дополнительной информации для надежного восстановления параметров тел.

Электрическое поле постоянного тока в однородном полупространстве выражается формулой

$$E = |\vec{E}| = \frac{I\rho}{2\pi r^2}, \quad (\text{VII.5})$$

где I – сила тока; ρ – удельное сопротивление. Эту формулу можно записать как закон Ома:

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}; \quad E = \rho j; \quad (\text{VII.6})$$

где \mathbf{j} – вектор плотности тока; j – его модуль.

Составляющие электрического поля по координатным осям являются производными по этим координатам потенциала U :

$$U = \frac{I\rho}{2\pi r}. \quad (\text{VII.7})$$

Легко убедиться, что

$$E_x = \frac{I\rho x}{2\pi r^3}; \quad E_y = \frac{I\rho y}{2\pi r^3}; \quad E_z = \frac{I\rho z}{2\pi r^3}. \quad (\text{VII.8})$$

Таким же образом, имея в виду электростатическую аналогию, можно описать поле зарядов в поляризующихся средах (U^* , \mathbf{E}^*) с заменой ρ на эффективное сопротивление ρ^*

$$\rho^* = \frac{\rho}{1-\eta}, \quad (\text{VII.9})$$

где η – поляризуемость среды, которая выражается через отношение поля поляризации E^* к суммарному электрическому полю E .

Нормальные поля в методах сопротивлений

Методы сопротивлений реализуются с помощью системы заземлений – питающей (AB) и приемной (MN) линий. Измеряется сила тока I в питающей линии и разность потенциалов ΔU на электродах приемной линии (рис. 4, а – вариант симметричной установки).

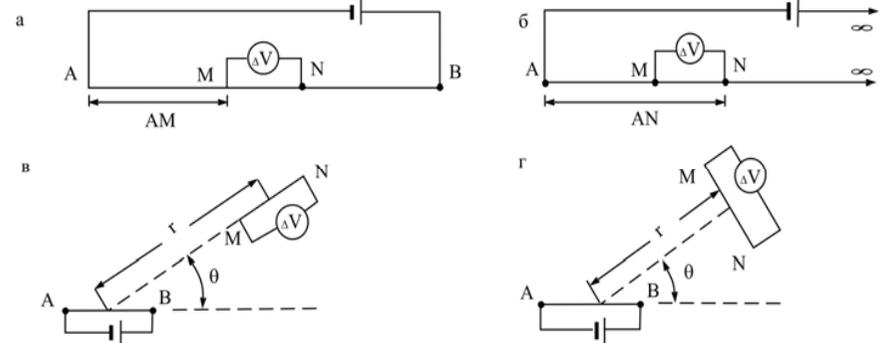


Рис. VII.4. Типичные измерительные установки в методах сопротивлений: а) симметричная, б) трехэлектродная, в) дипольная радиальная, г) дипольная азимутальная

Поле питающей линии AB (см. рис. 4, а) в точке C образуется как сумма полей источников A (ток $+I$) и B (ток $-I$):

$$U(C) = U_A(C) + U_B(C) = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{AC}} - \frac{1}{r_{BC}} \right). \quad (\text{VII.10})$$

Разность потенциалов на электродах приемной линии MN будет:

$$\Delta U(MN) = \frac{I\rho}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{BM}} - \frac{1}{r_{AN}} + \frac{1}{r_{BN}} \right). \quad (\text{VII.11})$$

Обозначим:
$$\frac{2\pi}{K} = \left(\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{BM}} - \frac{1}{r_{AN}} + \frac{1}{r_{BN}} \right). \quad (\text{VII.12})$$

Геометрический коэффициент установки K , определяемый в единицах длины (метрах), связывает удельное сопротивление однородного полупространства r с отношением разности потенциалов ΔU в приемной линии к току I в питающей линии; он зависит только от расстояний между заземлениями. В неоднородной среде формула (11) справедлива, если придать сопротивлению смысл кажущегося сопротивления ρ_k :

$$\rho_k = K \frac{\Delta U}{I}. \quad (\text{VII.13})$$

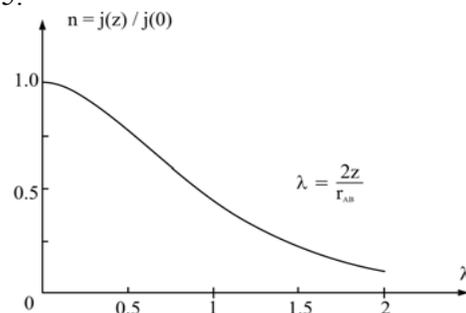
Это основная расчетная формула в методах сопротивлений. Смысл кажущегося сопротивления ρ_k в формуле (13), которая выведена в предположении однородности среды ($\rho = \text{const}$), такой: это сопротивление фиктивной среды, которая в каждой точке дает измеренное отношение $\Delta U / I$. Это фактически лишь способ представления результатов измерений; и задача интерпретации состоит в том, чтобы перевести кажущиеся сопротивления, заданные по профилю $\rho_k(x)$ или в зависимости от разносов питающей линии $\rho_k(AB/2)$, в распределение истинных удельных сопротивлений $\rho(x)$ или $\rho(z)$, соответственно.

Из формулы (10) можно получить выражения для плотности тока (j) на поверхности ($z = 0$) и в произвольных точках на глубине z ; их отношение равно:

$$n = \frac{j(z)}{j(0)} = \frac{1}{\sqrt{[1 + (2z/r_{AB})^2]^3}}. \quad (\text{VII.14})$$

Эта кривая показана на рис. 5.

Рис. VII.5. Распределение плотности тока по глубине для модели ВЭЗ в однородном полупространстве



Как видим, плотность тока на глубине тем больше, чем больше разнос AB . В интерва-

ле глубин z от 0 до $AB/2$ проходит более половины тока, посылаемого в Землю. Поэтому величина $AB/2$ называется глубиной проникновения электрического тока, что соответствует глубине части разреза, изучаемого недипольными установками типа $AMNB$ (см. рис. 4).

Из формулы (11) следует факт эквивалентности установок, его называют принципом взаимности: приемную линию MN можно сделать питающей $A'B'$, а питающую AB – приемной $M'N'$; численное значение коэффициента установки K от этого не меняется. Поскольку среда не изменялась, плотность тока на тех же токовых линиях остается прежней независимо от смены направления тока, не изменяется и $\rho_k(\Delta U / I)$. Но глубина проникновения поля (распределение линий тока) в сравнении с первым случаем существенно уменьшается, что приводит к понижению уровня полезного сигнала на фоне шумов, к уменьшению точности определения ρ_k . Поэтому в измерениях с симметричными установками типа $AMNB$ (в методе ВЭЗ) зондирующим фактором служит длина линии AB (разнос). По мере его увеличения неоднократно увеличивают разнос приемной линии MN , чтобы сохранить приемлемый уровень точности измерений. Как показывают оценки и опыт полевых работ, оптимальное отношение $MN / AB \sim$ от 1/3 до 1/10.

Если сделать расстояние между питающими электродами $AB = dl$ и между приемными $MN = dr$ малыми по сравнению с расстоянием R от приемной до питающей линии (между их центрами), получим дипольную установку (см. рис. 4).

Примем за начало координат центр питающего диполя, обозначим через R радиус-вектор центра измерительного диполя (точки M). Потенциал диполя AB в точке M будет равен:

$$U(M) = -[\text{grad } U(R) \cdot d\vec{l}], \quad (\text{VII.15})$$

где $U(R)$ – потенциал точечного источника.

$$\text{Но} \quad \text{grad } U(R) = -\frac{I\rho}{2\pi} \frac{\vec{R}}{R^3}. \quad (\text{VII.16})$$

Формула (15) показывает, что потенциал диполя равен проекции градиента потенциала точечного источника на направление диполя. При $R > dl$ потенциал диполя $U \sim R^{-2}$, а потенциал точки $U \sim R^{-1}$.

Момент тока в диполе $p = I dl$; а напряженность поля диполя:

$$\vec{E}(R) = \frac{\vec{p}\rho}{2\pi R} (3\cos\theta - 1), \quad (\text{VII.17})$$

где θ – угол между положительным направлением питающего диполя и радиус-вектором приемного диполя (см. рис. 4).

Как видим, поле диполя ориентировано, его знак и интенсивность зависят от взаимного положения питающего и приемного диполей. Если длина приемного диполя мала: $dr \ll R$, то его ориентировка не существенна. Это предельная установка; в определении ρ_k участвует напряженность поля E вместо разности потенциалов ΔU . Геометрический коэффициент K таких установок измеряется в единицах L^2 (м²). При конечной длине приемного диполя величина геометрического коэффициента зависит от ориентировки диполя к радиус-вектору: по этому признаку различают установки азимутальные ($d\mathbf{r}$ перпендикулярно \mathbf{R} , $K \sim \sin\theta$) и радиальные ($d\mathbf{r}$ параллельно \mathbf{R} , $K \sim \cos\theta$). Обычно $r_{AB} = r_{MN} = r$. Для дипольных установок (см. рис. 4):

– выражение ρ_k для азимутальной установки (r_{MN} ортогонально \mathbf{R}) имеет вид

$$\rho_k = \frac{\pi R^3}{r^2 \sin\theta} \frac{\Delta U}{I}. \quad (\text{VII.18})$$

– выражение ρ_k для радиальной установки (r_{MN} параллельно \mathbf{R})

$$\rho_k = \frac{\pi R^3}{r^2 \cos\theta} \frac{\Delta U}{I}. \quad (\text{VII.19})$$

Чтобы определить по измеренным разными установками значениям ρ_k параметры геоэлектрического разреза, нужны решения прямых задач. Типичные прямые задачи рассматриваются ниже для относительно простых моделей сред со слабыми неоднородностями.

Постоянный ток в горизонтально-слоистой среде

Модель горизонтально-слоистой среды является основной для методов зондирования в электроразведке, и не только на постоянном токе. В каждом слое сопротивление принято постоянным, $\rho_j = \text{const}$, параметры разреза не зависят от горизонтальных координат, удельное сопротивление представляется кусочно-постоянной функцией глубины. Параметрами разреза, подлежащими определению по данным измерений на поверхности горизонтально-слоистой среды, яв-

ляются глубины границ раздела слоев h_j и значения удельных сопротивлений ρ_j в каждом из них (рис. 6).

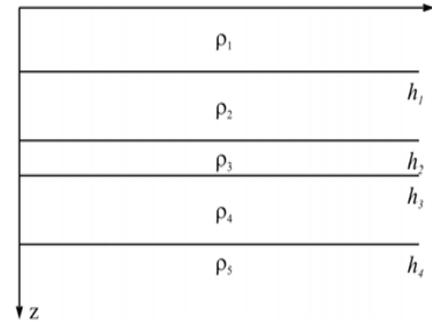


Рис. VII.6. Модель горизонтально-слоистой среды

Определить их можно, если известна связь величин $\rho_k(AB/2)$ с реальными удельными сопротивлениями $\rho(z)$, т. е. решена прямая задача электроразведки для заданной модели среды. Для этого ставится краевая задача

для уравнения Лапласа $\nabla^2 U = 0$, которому удовлетворяет потенциал электрического поля U_j во всех слоях. Следует отметить, что в данной модели, в отличие от рассмотренной выше модели тонкослоистой среды, нет зависимости ρ_k от азимута. Граничные условия для решения краевой задачи теории потенциала определяются с учетом непрерывности потенциала и нормальных составляющих плотности тока на границах слоев, регулярности потенциала на бесконечности и отсутствия тока над верхней границей, в воздухе:

$$\begin{aligned} &1) U_j|_{r \rightarrow \infty} = 0; \quad 2) U_j = U_{j+1}; \\ &3) \gamma_j \frac{dU_j}{dz} = \gamma_{j+1} \frac{dU_{j+1}}{dz}; \quad 4) \frac{dU_1}{dz}|_{z=0} = 0. \end{aligned} \quad (\text{VII.20})$$

Методом разделения переменных, $R=(x^2+y^2)^{1/2}$ и z , получено следующее общее решение задачи:

$$U_n(R, z) = \int_0^\infty (A_n e^{-mz} + B_n e^{mz}) J_0(mR) dm, \quad (\text{VII.21})$$

где m – пространственная частота, $m = 2\pi / R$; J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Для верхнего слоя:

$$U_1(R, z) = \frac{I\rho_1}{2\pi R} + \int_0^\infty (A_1 e^{-mz} + B_1 e^{mz}) J(mR) dm. \quad (\text{VII.22})$$

После преобразований получена рабочая формула для потенциала на поверхности горизонтально-слоистой среды

$$U_1(R) = \frac{I\rho_1}{2\pi R} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{R}{\sqrt{R^2 + (2nh_1)^2}} \right], \quad (\text{VII.23})$$

где q_n – коэффициент эмиссии поля (из одного слоя в другой), рассчитываемый для любого значения n по заданным параметрам разреза. Например, для двуслойной модели среды:

$$q_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (\text{VII.24})$$

Заменяв верхние два слоя одним эквивалентным (о способах такой замены сказано ниже), можно на основе формул (23) и (24) получить значения q_3 и так далее, для любых n .

На основе формулы (23) строятся палетки для двуслойных кривых ВЭЗ, затем трехслойных и т.д. Аналогично работают и алгоритмы подбора геоэлектрического разреза на ЭВМ.

Многослойные разрезы сводятся к трехслойным (реже к двуслойным или четырехслойным) на основе принципа эквивалентности слоистых разрезов. Эквивалентными считаются разрезы, дающие одинаковые кривые кажущихся сопротивлений $\rho_k(AB/2)$ в зависимости от конкретной цели эквивалентной замены.

В низкоомной пачке ($\rho_i < \rho_1$) с большой компонентой тока \mathbf{j} по напластованию (рис. 7, а) суммарная продольная проводимость S :

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\rho_i}; \quad H = \sum_{i=1}^n h_i. \quad (\text{VII.25})$$

Замена слоистой пачки одним толстым слоем (H) производится с сохранением S , так как отдельные слои при токе вдоль напластования выступают как параллельно включенные сопротивления. В таком случае суммируются значения проводимости s_i .

В высокоомной пачке ($\rho_i > \rho_1$) с большой компонентой тока \mathbf{j} поперек напластования (рис. 7, б) слои выступают как последовательно включенные сопротивления, они суммируются, и получаем суммарное поперечное сопротивление T :

$$T = \sum_{i=1}^n \rho_i h_i. \quad (\text{VII.26})$$

Среднее продольное сопротивление пачки слоев с эквивалентностью по S вычисляется по формуле (27) для ρ_l , среднее поперечное сопротивление (T -эквивалентность) – по формуле для ρ_n :

$$\rho_l = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\rho_i}} = \frac{H}{S}; \quad \rho_n = \frac{\sum_{i=1}^n h_i \rho_i}{\sum_{i=1}^n h_i} = \frac{T}{H}. \quad (\text{VII.27})$$

Сравнение формул (27) приводит к выводу, что $\rho_n > \rho_l$, кроме случая $\rho_i = \text{const}$, когда $\rho_n = \rho_l$. Отсюда следует, поскольку на h_i не накладывалось ограничений, что коэффициент анизотропии слоистого разреза $\lambda = \sqrt{\rho_n / \rho_l} = \sqrt{ST} / H \geq 1$.

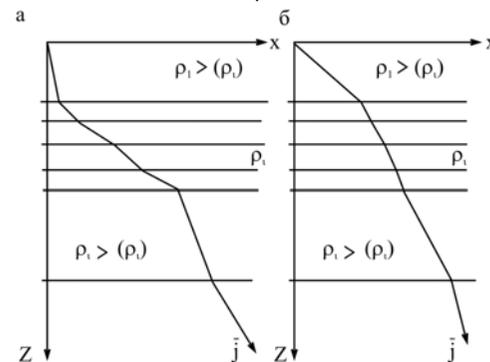


Рис. VII.7. Типы слоистых разрезов: а) S - эквивалентные; б) T - эквивалентные

Если в разрезе есть серия слоев с низким сопротивлением, то она эквивалентно заменяется с сохранением суммарной продольной проводимости (см. рис.7, а), напротив, высокоомные слои заменяются с сохранением суммарного поперечного сопротивления (см. рис. 7, б).

Постоянное поле над вертикальным пластом

Теоретическая модель электрического поля на поверхности вертикально-слоистой среды (рис. 8) строится с использованием оптической аналогии – методом зеркальных отражений.

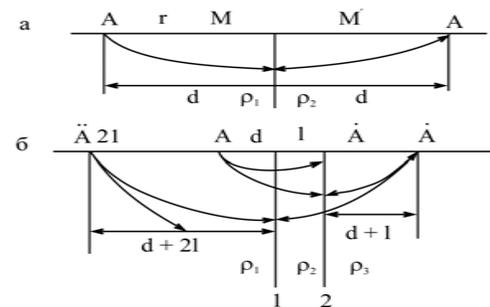


Рис. VII.8. Метод зеркальных отражений: фиктивные источники для модели вертикального контакта (а) и вертикального пласта (б)

Вводится фиктивный источник тока, который является зеркальным отражением

реального источника от границы раздела сред с различными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 (рис. 8, а). Фиктивный ток определяется следующим образом: если реальный источник тока I_0 находится в среде с ρ_1 , а фиктивный – в среде с ρ_2 , ток фиктивного источника в первой среде будет равен

$$I_{\phi}^{(1)} = I_0 \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = K_{12} I_0. \quad (\text{VII.28})$$

Величина K_{12} – это коэффициент эмиссии, который был введен при рассмотрении поля в горизонтально-слоистой среде; в данном случае он называется коэффициентом отражения поля границей раздела. Величина

$$(1 - K_{12}) = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (\text{VII.29})$$

называется коэффициентом прохождения электрического поля через границу. Очевидно, что коэффициенты отражения поля границей с разных сторон отличаются знаками: $K_{21} = -K_{12}$. Следует привести и очевидное соотношение:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + K_{12}}{1 - K_{12}}. \quad (\text{VII.30})$$

В среде с сопротивлением ρ_2 , где нет реального источника, сила тока фиктивного источника определяется коэффициентом прохождения тока:

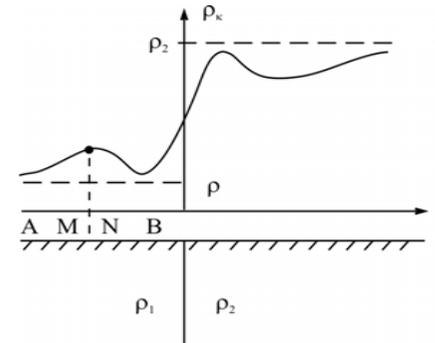
$$I_{\phi}^{(2)} = I_0(1 - K_{12}) = I_0 \frac{2\rho_1}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (\text{VII.30})$$

Для нескольких границ (рис. 8, б) аналогично учитываются многократные отражения от границ и прохождение тока через границы. Очевидно резкое возрастание числа слагаемых токов от основных и фиктивных источников при увеличении числа границ. Для прямой задачи это сложности технического порядка, но при решении обратных задач не имеет смысла существенно увеличивать число границ ввиду неоднозначности восстановления большого числа параметров (положения границ и значений удельных сопротивлений).

Потенциал в каждой среде U_i складывается из потенциала реального U_{oi} (в среде с ρ_i , где он расположен) и потенциалов всех фиктивных источников $U_{\phi j}$ по правилу:

$$U_i = U_{oi} + \rho_i \sum_j \frac{I_{\phi j}}{R_j}, \quad (\text{VII.31})$$

где R_j – расстояние точки определения потенциала U_i от j -го источника. В среде, где определяется потенциал, собственные (находящиеся в ней) фиктивные источники не учитываются. Ясно, что введение фиктивных источников нужно для учета искажающего влияния границ раздела (неоднородностей по электропроводности) на поле в каждой исследуемой части вертикально-слоистого разреза.



Самая простая модель этого класса – поле ρ_k над вертикальным контактом двух сред с сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 .

Рис. VII.9. График $\rho_k(x)$ над вертикальным контактом двух сред (симметричная установка $AMNB$)

В первой среде (ρ_1), где находится питающий электрод (реальный источник), потенциал в точке $M_1(x_1, 0)$ равен

$$U_1(x_1, 0) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{K_{12}}{2d - x_1} \right), \quad (\text{VII.32})$$

где $2d$ – расстояние между реальным и фиктивным источниками.

Во второй среде, в точке $M_2(x_2, 0)$:

$$U_2(x_2, 0) = \frac{I\rho_2}{2\pi} \frac{1 - K_{12}}{x_2}. \quad (\text{VII.33})$$

Зная потенциалы точечных источников, можно получить выражения кажущихся сопротивлений для любых установок (см. рис. 4). Надо лишь учесть расположение всех электродов установки по отношению к контакту двух сред.

Приведем эти выражения для трехэлектродной установки ($AMN\infty$, со вторым питающим электродом, отнесенным на расстояние, много большее r_{AM}); $r_{MN} \ll r_{AM} \ll r_{BN}$.

При движении установки из первой среды к контакту и далее во вторую кажущееся сопротивление изменяется (рис. 9). Когда вся установка находится в среде с ρ_1 ,

$$\rho_k^{(1)} = \rho_1 \left(1 - K_{12} \frac{x^2}{(2d - x)^2} \right); \quad (\text{VII.34})$$

здесь d – расстояние от электрода A до границы.

Когда приемная линия займет положение над контактом,

$$\rho_k^{(12)} = \rho_1(1 + K_{12}) = \rho_2(1 - K_{12}) = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}; \quad (\text{VII.35})$$

когда же вся установка будет в среде с ρ_2 :

$$\rho_k^{(2)} = \rho_2 \left(1 + K_{12} \frac{x^2}{(2d + x)^2} \right). \quad (\text{VII.36})$$

Сходные с (34)–(36) выражения ρ_k справедливы для дипольной установки АВМN ($AB = MN \ll AM$) с той разницей, что в них входят кубы расстояний вместо их квадратов в формулах типа (34) и (36). Более сложный вид имеют формулы для симметричной четырехэлектродной установки АМNB ($MN < AB$), хотя их структура похожа, близки по виду и графики ρ_k . Формулы для ρ_k сильно усложняются при увеличении числа вертикальных границ в разрезе, но количественный анализ (решение прямых задач) остается возможным. Другое дело, что применение этих результатов к решению обратных задач при большом числе границ оказывается практически невозможным и принципиально, ввиду неоднозначности решений, и технологически.

Имеется решение прямой задачи электроразведки методом сопротивлений для модели наклонной границы (клина). Поле $U(x)$ и кажущихся сопротивлений над клином получено также методом зеркальных отражений. К этой задаче сводится довольно много ситуаций, с которыми встречается структурная электроразведка. Формулы для этой модели довольно сложны и здесь они не приводятся. Алгоритмы решения прямых задач электроразведки в моделях типа клина реализованы в программах для персональных компьютеров.

Известны приближенные решения прямых задач для полупространства с включениями не очень сложной формы: шара, эллипсоида вращения, трехосного эллипсоида, телом, полусферы с горизонтальной плоскостью центрального сечения, кругового конуса, а также призмы и трапецоида (если их верхние границы выходят на поверхность), горизонтальной пластины прямоугольной или эллиптической формы. Получены решения и для соответствующих двумер-

ных моделей. Такого рода модели требуют решения интегральных уравнений; важным этапом решения этих задач является процедура восстановления потенциала на границах включений по их значениям на поверхности наблюдений.

Возможности решения прямых задач электроразведки на постоянном токе, как показано выше, не очень велики. Соответственно ограничена и область применения методов количественной интерпретации данных электроразведки. Это, в основном, зондирование и профилирование через одиночные или далеко отстоящие друг от друга (по сравнению с размерами установки) субвертикальные контакты, над отдельными включениями простой формы. Для более сложных тел (по геометрии и законам распределения электропроводности) решение обратных задач в лучшем случае ограничивается приближенными оценками параметров по аппроксимирующим моделям простой формы. Чаще это невозможно, и геологические выводы делаются на основе результатов качественной интерпретации данных электроразведки, сопоставляемых с геологическими и другими геофизическими материалами.

Плоские электромагнитные волны в слоистой среде

Чтобы получить решения прямых задач электроразведки на переменных полях, используются довольно простые модели среды и электромагнитных полей. Уравнения Максвелла это сложная система дифференциальных уравнений, которая численно разрешима при сильном упрощении моделей среды и поля. Самое простое решение получается при следующих условиях:

- а) модель однородного полупространства;
- б) электромагнитное поле постоянной частоты;
- в) фронт волны параллелен границе полупространства.

Вместе с тем, на основе решения этой задачи путем последовательного усложнения моделей можно искать решения задач для горизонтально-слоистой среды, среды с включениями простой формы, для полей с более сложным частотным составом, для более сложных моделей источников (плоские волны практически создать нельзя).

Монохроматическое поле (с постоянной частотой ω) можно рассматривать в волновом или в квазистационарном приближении.

Волновая модель используется для изучения распространения электромагнитных полей в непроводящих средах, $\gamma = 0$. Если среда однородна ($\mu = \text{const}$, $\varepsilon = \text{const}$), справедливы волновые уравнения

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} &= 0; \\ \nabla^2 \vec{H} - \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{d^2 \vec{H}}{dt^2} &= 0.\end{aligned}\quad (\text{VII.37})$$

Здесь и далее \mathbf{E} и \mathbf{H} – векторы напряженности электрической и магнитной компонент электромагнитного поля; $\mu_0 \mu$ – абсолютная магнитная проницаемость; $\varepsilon_0 \varepsilon$ – абсолютная диэлектрическая проницаемостью (В тексте и формулах векторы по-прежнему имеют разные, но общепринятые обозначения)

Векторные уравнения (37) сводятся к скалярным для составляющих по координатам компонент электромагнитного поля; в случае плоских волн это составляющие E_x и E_y , H_x и H_y (при произвольном выборе осей). Эта модель имеет мало возможностей применения в электроразведке из-за высоких частот и малой глубины проникновения поля (скин-слоя). В волновых методах используется эффект поглощения волн, который не входит в описание (37).

Электромагнитное поле низкой частоты в среде с конечной проводимостью γ описывается уравнениями диффузии:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \mu \gamma \frac{d\vec{E}}{dt} &= 0; \\ \nabla^2 \vec{H} - \mu_0 \mu \gamma \frac{d\vec{H}}{dt} &= 0.\end{aligned}\quad (\text{VII.38})$$

Эти уравнения не менее сложны, чем волновые (37). Поскольку в уравнения (37) и (38) входят производные компонент поля по времени, в решении краевых задач, кроме граничных условий: значений электрической и магнитной компонент поля, их производных на границах тел или элементов объема среды с разными свойствами (μ , γ), требуется задание начальных условий. Уравнения эти разрешимы для простых по геометрии границ.

Монохроматическое поле обычно задается в форме

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}; \quad \vec{H}(t) = \vec{H}_0 e^{-i\omega t}; \quad \omega = \text{const}. \quad (\text{VII.39})$$

Уравнения для монохроматического поля упрощаются за счет того, что их можно разделить на амплитудные (где есть только производные по координатам) и фазовые (только с производными по времени). Для зависимости (39) производные по времени имеют простой вид: $\frac{d\vec{E}}{dt} = -i\omega \vec{E}$; $\frac{d\vec{H}}{dt} = -i\omega \vec{H}$.

Амплитуды компонент поля будем обозначать \mathbf{E} и \mathbf{H} в отличие от $\mathbf{E}(t)$ и $\mathbf{H}(t)$. Они удовлетворяют уравнениям Гельмгольца

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0; \quad \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0. \quad (\text{VII.40})$$

Здесь k – комплексное волновое число среды;

$$k = \sqrt{i\omega\mu_0\mu\gamma}. \quad (\text{VII.41})$$

Оно связано с длиной волны λ : $\text{Re } k = 2\pi / \lambda$.

В воздухе (и большинстве горных пород, которые являются слабомагнитными) $\mu \approx 1$; $\mu_0 \mu \approx 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, и $\lambda \sim \sqrt{10^7 \rho T}$.

Длина волны определяется проводимостью среды γ и частотой поля ω (удельным сопротивлением ρ и периодом T).

Компоненты поля (H_x , E_y) затухают с глубиной. Для поля, распространяющегося по закону диффузии (38), длиной волны является пространственный период затухания.

Рассмотрим простой случай плоских монохроматических волн, нормально падающих на однородное полупространство. Будем считать его границу горизонтальной. В решении уравнений (38) имеют смысл только действительные компоненты поля $\text{Re } \mathbf{E}$ и $\text{Re } \mathbf{H}$.

Важной для электроразведки характеристикой является глубина проникновения поля в среду (толщина скин-слоя δ). Это расстояние, на котором амплитуда уменьшается в e раз. Толщина скин-слоя, как и длина волны, зависит от проводимости среды и частоты поля:

$$\lambda \sim \sqrt{10^7 \rho T}; \quad \delta = \frac{\lambda}{2\pi} \approx 500 \sqrt{\rho T}. \quad (\text{VII.42})$$

Таким образом, амплитуда волны в среде на расстоянии, равном ее длине, уменьшается более чем на порядок. Это показывает необычность понятия волны применительно к изменению амплитуды в диффузионном процессе.

Проникновение поля в среду существенно ограничивается ее проводимостью: высокочастотные колебания (37) в проводящую среду практически не проникают, низкочастотные могут проходить в среде, близкой по свойствам к диэлектрикам, без изменения амплитуды.

Реальные горные породы (в больших объемах), хотя и имеют довольно высокие удельные сопротивления, все же не являются диэлектриками. Поэтому в Землю электромагнитные возмущения проникают тем глубже, чем ниже их частота. Отсюда важные выводы:

1) для изучения глубокозалегающих объектов выгоднее использовать низкочастотное электромагнитное поле; частота должна быть тем ниже, чем больше глубина исследований и чем ниже удельное сопротивление покрывающей объекты изучения толщи пород;

2) изменение частоты электромагнитного поля можно использовать как зондирующий фактор для изучения геоэлектрического разреза на разных глубинах.

Непосредственно из решения уравнений (40) составляющие \mathbf{E} и \mathbf{H} определить невозможно, но можно оценить их отношения. Они называются *импедансами* Z ; в однородном полупространстве

$$Z_{xy} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{i\omega\mu_0\mu}{k}; \quad Z_{yx} = \frac{E_y}{H_x} = -\frac{i\omega\mu_0\mu}{k}. \quad (\text{VII.42})$$

Импеданс Z – это комплексное сопротивление среды при распространении в ней электромагнитного поля; он соответствует реальному волновому сопротивлению однородного полупространства, а в неоднородной среде при определении по формулам (42) он приобретает смысл кажущегося и называется *входным импедансом*.

Задача интерпретации электромагнитных данных состоит в том, чтобы перейти от этого параметра к реальным характеристикам среды. Это достигается решением прямых задач: интегрированием уравнений Гельмгольца для заданных моделей сред при условиях сопряжения полей на границах, что служит основой для решения обратных задач.

Рассмотрим модель горизонтально-слоистой среды. Пусть поле падает на среду нормально, то есть фронт волны параллелен плоскости xOy ; $\omega = \text{const}$. Составим выражения для импедансов в слоях с номерами j и $j+1$ (Z_j и Z_{j+1}), считая, что на границах раздела h_j они равны между собой:

$$Z_j = \frac{E_{xj}}{H_{yj}} = -\frac{i\omega\mu_0\mu_j}{k_j} R_j. \quad (\text{VII.43})$$

На поверхности слоистого разреза ($j = 1$) импеданс равен

$$Z_1 = -\frac{i\omega\mu_0\mu_1}{k_1} R_1. \quad (\text{VII.44})$$

В однородном полупространстве, как показано выше, формула (42), должно быть

$$Z_1^0 = -\frac{i\omega\mu_0\mu_1}{k_1}, \quad (\text{VII.45})$$

то есть $R_1^0 = 1$. Отсюда получаем определение R_1 как приведенного импеданса слоистого разреза на его поверхности: $R_1 = Z_1/Z_1^0$.

Он зависит от частоты, поэтому его также называют частотной характеристикой слоистой среды.

От Z_1 по формуле (44) переходим к Z_j , то есть к разрезу $Z(h_j)$. Но импеданс неудобен для интерпретации, так как зависит от частоты поля. Требуется определить реальные геоэлектрические свойства – удельное сопротивление и магнитную проницаемость. Для этого в формулу (45) для импеданса однородного полупространства подставим волновое число по формуле (41):

$$Z_1^0 = i\sqrt{\omega\mu_0\mu\rho_1}, \quad (\text{VII.46})$$

что позволяет определить удельное сопротивление, так как для большинства пород магнитная проницаемость μ близка к единице:

$$\rho_1 = \frac{(Z_1^0)^2}{\omega\mu_0}; \quad (\text{VII.46})$$

в неоднородной среде эта величина имеет смысл кажущегося сопротивления, ρ_T .

Для слоистых разрезов строятся отношения

$$\frac{\rho_T}{\rho_1} = \frac{\mu_1}{\mu_T} \left| \frac{Z_1}{Z_1^0} \right|, \quad (\text{VII.47})$$

как функции λ/h_1 или зависимость ρ_T от \sqrt{T} , где T – период электромагнитных колебаний.

Нормальные поля электрического и магнитного диполей

Как и прежде, нормальными полями здесь называются поля интересующих нас источников в однородном полупространстве.

Электрический диполь – заземленный провод, питающийся гармоническим или импульсным током, который возбуждает в среде электромагнитное поле. Магнитный диполь – рамка (петля, катушка) с током, также гармоническим или импульсным, магнитное поле которого возбуждает в среде вторичное электромагнитное поле.

Электрический диполь

Этот диполь представляет собой систему равных по величине и обратных по знаку в каждый фиксированный момент времени зарядов на концах проводника длиной r_{AB} и тока в этом проводнике. Как правило, длина проводника меньше размеров измерительной установки ($r_{AB} < r$). Момент диполя (тока в диполе) – это вектор, направленный по току $I, \mathbf{p} = I r_{AB}$.

Ток гармонического диполя в однородном пространстве

$$I(t) = I_0 e^{-i\omega t}.$$

Поле такого диполя является соленоидальным и может анализироваться с использованием вектор-потенциала A

$$\vec{A} = \frac{\vec{p}}{4\pi \cdot r} e^{-kr} = \frac{I_0 \vec{r}_{AB}}{4\pi \cdot r} e^{-kr-i\omega t}. \dots\dots\dots(VII.48)$$

Как и раньше, в формуле (48) k – волновое число, ω – частота. Составляющие напряженности электрического и магнитного полей – есть производные вектор-потенциала A по координатам (рис. 10).

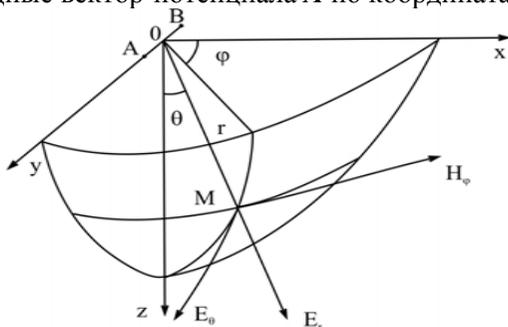


Рис. VII.10. Система координат и компоненты поля электрического диполя

Заменив комплексное волновое число суммой его действительной части (фазовой постоянной b) и мнимой части (коэффициента затухания поля a), $k = ai + b$, получим выражения для составляющих поля (в сферических координатах):

$$E_r = \frac{i \cos \theta}{\omega \epsilon + i\gamma} \frac{p_0}{2\pi \cdot r^3} (1 - ikr) e^{-ar - iob}; E_\phi = 0;$$

$$E_\theta = \frac{i \sin \theta}{\omega \epsilon + i\gamma} \frac{p_0}{4\pi \cdot r^3} (1 - ikr - k^2 r^2) e^{-ar - iob}; \quad (VII.49)$$

$$H_\phi = \frac{p_0 \sin \theta}{4\pi \cdot r^2} (1 - ikr) e^{-ar - iob}; H_r = H_\theta = 0.$$

Здесь: $p_0 = \frac{|\vec{p}|}{e^{-i\omega t}}$; для $\epsilon + i\gamma / \omega$ вводится обозначение ϵ , эта величина

называется комплексной диэлектрической проницаемостью; смысл виден из записи $\epsilon = \epsilon(1 + i\gamma / \omega \epsilon)$. Мнимая часть этой величины мала для высокочастотного поля и непроводящих сред.

Из двух экспонент в формулах (49) одна, $\exp(-ar)$, определяет затухание поля с расстоянием от источника r , а другая, $\exp(-i\omega t)$, пространственную периодичность (волновой процесс). Силовые линии электрического поля располагаются в меридиональных плоскостях, содержащих диполь, а магнитные силовые линии – это окружности в плоскостях, перпендикулярных оси диполя, поэтому в сферических координатах имеется только одна компонента магнитного поля и только соответствующая электрическая равна нулю.

Формулы (49) сложны даже для однородной среды; в случае расположения источника на поверхности неоднородного полупространства они неконструктивны. Приведены они лишь для пояснения смысла упрощений, связанных с важными в методическом отношении понятиями *ближней и дальней зон*. Это два крайних (асимптотических) случая, различающихся по величине $|kr|$, называемой параметром поля.

1) В ближней зоне $|kr| \ll 1$ (что эквивалентно условию $r \ll l$) измеряемые составляющие поля в пределах установки (источник–приемники) можно считать не различающимися по фазам волны в каждый момент времени. Следовательно, время оказывается несущественным. Это означает, что переменный диполь создает мгновенно

венные значения поля, аналогичные диполю с постоянным током, то есть описываемые более простыми формулами типа (17).

Для ближней зоны можно пренебречь малыми членами разложения в ряд экспонент в выражениях (49), что дает:

$$E_r = \frac{\tilde{p} \cos \theta}{2\pi \cdot r^3}; \quad E_\theta = \frac{\tilde{p} \sin \theta}{4\pi \cdot r^3}; \quad H_\varphi = \frac{\tilde{p} \sin \theta}{4\pi \cdot r^2}, \quad (\text{VII.50})$$

где $\tilde{p} = e^{-i\omega t}$. Как видим, формулы (50) имеют такую же структуру, как и формулы (17). Это позволяет при решении обратных задач использовать результаты теории стационарного поля.

Условие ближней зоны выполняется:

- на малых расстояниях от источника и низких частотах гармонического поля;
- на больших временах становления поля, создаваемого источниками импульсного типа;
- при очень высоком удельном сопротивлении среды.

Разные факторы позволяют находить в конкретных обстоятельствах компромиссные решения: например, при исследовании низкоомного разреза придется использовать низкие частоты и сократить базу установки.

2) В дальней зоне $|kr| \gg 1$ или $r \gg 1$, что позволяет пренебрегать кривизной фронта электромагнитной волны, считать его плоским. Это значит, что вместо сфероидальных волн диполя можно использовать приближение плоских волн, составляющие поля которых выражаются более простыми формулами, чем (49):

$$E_r = \frac{p\omega\mu_0\mu\cos\theta}{2\pi r^2} e^{-ikr}; \quad E_\theta = -\frac{ip\omega\mu_0\mu\sin\theta}{4\pi r} e^{-ikr}; \quad (\text{VII.51})$$

$$H_\varphi = -\frac{ip\omega\mu_0\mu\cos\theta}{2\pi r} e^{-ikr}.$$

Компонента E_r вследствие геометрического расхождения (без учета поглощения) убывает обратно пропорционально квадрату расстояния до источника, тогда как E_θ и H_φ изменяются медленнее, как $1/r$, что свойственно плоским волнам.

Излучение диполя максимально в его экваториальной плоскости; пересечение ее с горизонтальной плоскостью определяет ось y , а минимум излучения соответствует оси x . При таком выборе изме-

ряются компоненты E_y и H_x , что дает, как в формуле (42), импеданс

$$Z = \frac{E_y}{H_x} = \frac{i\omega\mu_0\mu}{k}.$$

Задача свелась к рассмотренной ранее задаче для плоских волн.

Поле в промежуточной зоне, $|kr| \approx 1$, из-за сложности формул (49) не поддается интерпретации и обычно не изучается.

Для практических целей границы зон принимаются следующими: ближняя зона – $|kr| < 0,7$; дальняя зона – $|kr| > 7$.

Магнитный диполь

Рамка или кольцо с током, расположенные горизонтально, дают вертикальный магнитный диполь; их вертикальное положение с ориентировкой в разных азимутах реализует горизонтальные магнитные диполи. Обычно поле исследуется на расстояниях r , намного превышающих размеры рамки, что обеспечивает дипольное приближение поля. Момент диполя M определяется: площадью рамки s , числом витков n и током I , направление вектора момента M определяется ориентировкой рамки и направлением циркуляции тока в ней. Далее будем использовать модуль момента M и угол θ между положительной осью диполя и радиус-вектором точки измерения r . В однородной среде такой диполь (рис. 11) создает электромагнитное поле, близкое к сферически-симметричному полю.

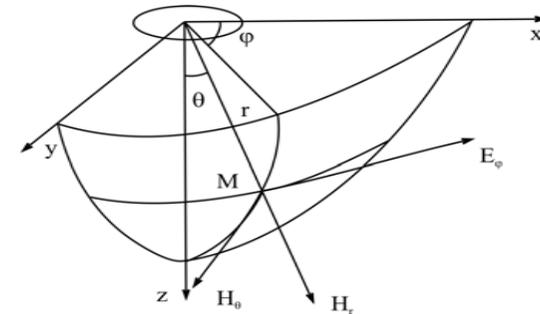


Рис. VII.11. Система координат и компоненты поля вертикального магнитного диполя

Его компоненты выражаются формулами, аналогичными по структуре формулам для электрического диполя:

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{M \cos \theta}{2\pi \cdot r^3} (1 - ikr) e^{-ikr}; \\ H_\theta &= \frac{M \sin \theta}{4\pi \cdot r^3} (1 - ikr - kr) e^{-ikr}; \\ E_\varphi &= \frac{i\omega\mu_0 M \cos \theta}{2\pi \cdot r^3} (1 - ikr) e^{-ikr}. \end{aligned} \quad (\text{VII.52})$$

где $M = nsI$; n – число витков катушки; s – площадь витка; $I = I_0 e^{-i\omega t}$; другие обозначения стандартны. В случае магнитного диполя также вводятся приближения *ближней* и *дальней* зон, по тем же основаниям и с теми же ограничениями, как и для электрического диполя. Закономерности распределения компонент электрического и магнитного полей можно получить из сравнения формул (52) с формулами (50) для ближней зоны, $|kr| \ll 1$, и с формулами (51) для дальней зоны, $|kr| \gg 1$, с очевидными заменами E на H (и наоборот).

В ближней зоне распределение мгновенных значений поля H аналогично полю постоянного магнитного диполя, а значения E сдвинуты по фазе на $\pi/2$ относительно фазы тока в диполе.

В дальней зоне, $|kr| \gg 1$, как и в случае электрического диполя, учмываются две компоненты – E_y и H_x ; они дают импеданс Z .

Диполи на поверхности полупространства

Поверхность Земли оказывает значительное влияние на структуру электромагнитных полей, создаваемых электрическими и магнитными диполями. В дальнейшем будем считать, что диполи расположены над поверхностью на высоте h в среде с параметрами γ_0 , ε_0 , μ_0 , которым соответствует волновое число k_0 . Параметры однородного полупространства, соответственно, обозначим γ_1 , ε_1 , μ_1 , k_1 . Теперь удобнее использовать декартову систему координат.

Поле *электрического* диполя на поверхности однородной среды можно получить по формуле (49) для вектор-потенциала A (при $r \rightarrow \infty$); оно имеет электрические и магнитные компоненты:

$$E_x = E_{x0} e_x^3; E_y = E_{e0} e_y^3; E_z = 0; \quad (\text{VII.52})$$

$$H_x = H_{x0} h_x^3; H_y = H_{y0} h_y^3; H_z = H_{z0} h_z^3,$$

где составляющие с индексом 0 – это их предельные выражения при условии $\omega = 0$ (поле постоянного диполя):

$$\begin{aligned} E_{x0} &= \frac{I_0 dl}{2\pi r^3} (3 \cos^2 \varphi - 1); E_{y0} = \frac{I_0 dl}{4\pi r^3} \sin 2\varphi; \\ H_{x0} &= \frac{I_0 dl}{8\pi r^4} \sin 2\varphi; H_{y0} = \frac{I_0 dl}{4\pi r^4} (1 - 4 \sin^2 \varphi); \\ H_{z0} &= \frac{I_0 dl}{4\pi r^4} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (\text{VII.53})$$

Здесь e_x^3 , h_x^3 , h_y^3 , h_z^3 – электрические и магнитные числа электрического диполя – функции волнового числа k и расстояния r от точки измерения до центра диполя. В ближней зоне, $|kr| < 0,7$, их значения приближаются к единице с уменьшением частоты или расстояния; в дальней зоне, $|kr| > 7$, значения h_i^3 монотонно убывают с ростом определяющего параметра $|kr|$, а значения e_x^3 приближаются к $1/2$.

Для *магнитного* диполя получаются составляющие электрического и магнитного полей примерно в такой же форме через электрические и магнитные числа магнитного диполя e_j^M и h_j^M и составляющие поля постоянного магнитного диполя:

$$H_z = \frac{M_0}{4\pi r}; E_x = \frac{i\omega\mu_0 M}{4\pi r^2} \cos \varphi; E_y = \frac{i\omega\mu_0 M}{4\pi r^2} \sin \varphi. \quad (\text{VII.54})$$

Здесь M_0 – амплитуда магнитного момента диполя. Электрические и магнитные числа зависят от параметра $|kr|$. Электрические числа в ближней зоне почти постоянны, тогда как в дальней зоне они логарифмически линейно изменяются с $|kr|$. Магнитные числа в этих зонах также изменяются не очень сильно. Гораздо сложнее изменяются эти числа в промежуточной зоне.

Нестационарные диполи

Для нестационарного электромагнитного поля, генерируемого диполем путем, например, мгновенного включения или переключения полярности тока, питающего диполь, нормальные электрическое и магнитное поля вычисляются с применением аппарата преобразований Фурье. Трансформация сигнала из временной в частотную область позволяет представить реальное изменение полей совокупно-

стью гармонических (монокроматических) полей. Такая возможность обеспечивается линейностью системы источник – геоэлектрический разрез во всех методах и приложениях электроразведки. Это значит, что среда не изменяет частоту поля, разные частоты имеют только различное затухание и, соответственно, разные размеры области распространения. Такое представление позволяет использовать для нестационарных полей решения, полученные для монокроматического поля, а затем с помощью обратного преобразования Фурье восстанавливать интересующие нас закономерности распределения свойств в изучаемом разрезе.

В качестве примера рассмотрим поле нестационарного вертикального магнитного диполя. При включении (или выключении) тока в диполе в момент времени t_0 в среде индуцируется электромагнитное поле, изменяющееся во времени и пространстве. Например, для низких частот, когда $k^2 = i\omega\mu_0\mu\gamma$, тангенциальная составляющая электрического поля равна

$$E_\varphi(t) = \frac{3M\rho_1}{2\pi r^4} \left[\Phi(u) - \frac{\sqrt{2}}{\pi} e^{-\frac{u^2}{2}} u \left(1 - \frac{u^2}{3}\right) \right], \quad (\text{VII.55})$$

где
$$\Phi(u) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^u e^{-\frac{b}{2}} db; \quad u = \frac{2\pi r}{\tau}. \quad (\text{VII.56})$$

Безразмерный параметр u по смыслу близок к $|kr|$ гармонических полей; а параметр становления τ , имеющий размерность длины

$$\tau = 2\pi \sqrt{t\rho/\mu_0}, \quad (\text{VII.57})$$

подобен длине волны в формуле (42); время t отсчитывается от t_0 .

По величине u выделяется:

а) ближняя зона, $u < 1$, соответствует большому времени t регистрации поля от начала становления или высокому сопротивлению среды, большим значениям параметра становления t , $r \ll t$; в этой зоне поле сильнее зависит от сопротивления среды, чем в случае гармонических полей, хотя выражается относительно просто;

б) дальняя зона, $u \gg 1$, что соответствует ранней фазе становления поля, на малых временах ($t - t_0$), где выражения для компонент поля такие же, как для гармонических полей в волновой зоне, см. формулы (51). Аналогия объясняется закономерностями процесса становления поля при малых значениях параметра τ .

В момент t_0 поле изменяется скачком, а затем медленно изменяется за счет индукции в среде. Наибольшее влияние оказывает ближайшая к источнику область разреза: глубина проникновения вихревых токов (по смыслу близкая к толщине скин-слоя) составляет:

$$\delta(\omega) = \sqrt{\omega\mu_0\mu\gamma} \quad \text{или} \quad \delta(t) = 2\pi \sqrt{\frac{\mu_0\mu\gamma}{t}}. \quad (\text{VII.58})$$

Из сравнения соотношений (58) и (42) получаем $\delta(\omega) = 1,4 \delta$.

Связи между характеристиками электромагнитного поля на поверхности слоистой среды и параметрами разреза для гармонических и нестационарных полей дипольных источников устанавливаются путем синтеза:

- а) нормальных полей гармонических и нестационарных диполей;
- б) моделей поля постоянных диполей в слоистой среде;
- в) моделей плоских волн в горизонтально-слоистой среде; все эти вопросы мы рассматривали.

Решение получают, последовательно вычисляя импеданс на каждой границе по величине входного импеданса Z , связанного с параметрами верхнего слоя.

Интерпретация данных электроразведки

Вертикальные электрические зондирования

Теоретические кривые ВЭЗ

Построение теоретических кривых кажущихся сопротивлений ρ_k в зависимости от разности питающей линии ($AB/2$) как зондирующего фактора в методах сопротивлений основано на результатах расчетов электрического поля точечного источника в горизонтально-слоистой среде. Решение прямой задачи ВЭЗ существует, единственно и устойчиво по отношению к вариациям входных данных (параметров горизонтально-слоистой среды) для разрезов с произвольным числом слоев и произвольным распределением удельных сопротивлений. Разработаны алгоритмы и программы для расчета кривых ВЭЗ на ЭВМ.

Типы разрезов и соответствующих им кривых ВЭЗ определяются числом слоев и чередованием слоев с пониженными и повышенными значениями удельных сопротивлений. На рис. 12 приведены типовые дву-, трех- и четырехслойные кривые $\rho_k(AB/2)$. Преобразова-

ние трехслойных кривых в четырехслойные сводится к объединению двух трехслойных кривых со сдвигом на один слой; такой способ можно использовать и для построения кривых ВЭЗ в средах с большим числом слоев.

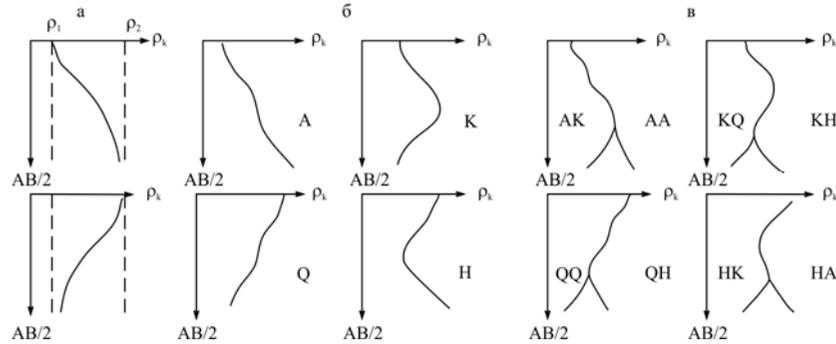


Рис. VII.12. Типовые кривые ВЭЗ:
а) двухслойные; б) трехслойные; в) четырехслойные

Как видно на примере кривых *HK* и *KH*, максимальное число локальных экстремумов кривых ВЭЗ $m = n - 2$, где n – число слоев. Амплитуда экстремумов на кривых ВЭЗ зависит от мощности и удельного сопротивления соответствующих им слоев. Эта зависимость различна для слоев с повышенным и пониженным удельными сопротивлениями. Когда удельное сопротивление меняется в одну сторону, экстремумы вообще отсутствуют (кривые типов *AA*, *QQ*).

В начале кривой, независимо от количества слоев, значения ρ_k асимптотически приближаются к прямой $\rho_k = \rho_1$ (удельное сопротивление верхнего слоя), $\lim \rho_k = \rho_1$. Но условие $\lim \rho_k = \rho_2$ верно только для двухслойных кривых: ρ_2 – сопротивление второго слоя.

Кривые $\rho_k(AB/2)$ строятся на билогарифмических бланках, поэтому от значения удельного сопротивления верхнего слоя зависит только положение кривой по оси ординат, но не ее форма. Форма не зависит и от мощности верхнего слоя. Значение h_1 определяет положение кривой по оси абсцисс.

Ранее были введены понятия эквивалентности слоистых разрезов по суммарной продольной проводимости S и поперечному сопро-

тивлению T слоистых толщ. По ним можно определить эквивалентные характеристики слоя, заменяющего слоистую толщцу,

$$\rho_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{T(z)}{S(z)}}; \quad h_{\text{экв}} = \sqrt{T(z)S(z)}. \quad (\text{VII.60})$$

$$S(z) = \int_0^z \frac{dz}{\rho(z)}; \quad T(z) = \int_0^z \rho(z) dz.$$

Для одного пласта мощностью h с удельным сопротивлением ρ продольная проводимость равна $S = h / \rho$, а поперечное сопротивление $T = h \rho$. Прологарифмируем эти выражения. Получим, что на бланках ВЭЗ (в координатах h, ρ) они имеют вид прямых с угловыми коэффициентами $+1$ и -1 , т.е. с углами 45° и 135° к оси $AB/2$, соответственно, для линий S и T . Это геометрические места точек, характеризующих пласты с $S = \text{const}$ и $T = \text{const}$ (рис. 13).

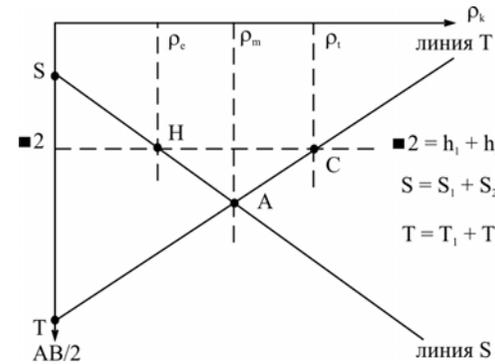


Рис. VII.13. Особые точки и характерные линии в интерпретации кривых ВЭЗ

На этом графике показаны особые точки:

A – ее координаты дают мощность и удельное сопротивление пласта с конкретными значениями S и T ; она полезна при замене однородным изотропным слоем слоистого анизотропного разреза, поэтому ее называют точкой анизотропии;

H – точка Гуммеля, она лежит на пересечении линии S с вертикальной прямой $m = \sum h_i$; для трехслойного разреза ее координаты: h_1+h_2 ; $(h_1+h_2) / (S_1+S_2)$ – это параметры слоя, эквивалентно заменяющего верхние два слоя.

Есть и другие точки: Q – смещенная точка Гуммеля и K – смещенная точка анизотропии, C – пересечение линии T с прямой m ; они тоже используются для эквивалентных замен при интерпретации или при графическом построении теоретических кривых ВЭЗ.

Количественная интерпретации кривых ВЭЗ осуществляется либо с использованием альбомов палеток – специальным образом подобранных теоретических кривых ВЭЗ или вычисления их на ЭВМ с подбором такой кривой, которая наилучшим образом соответствует результатам полевых измерений, кривой $\rho_k(AB/2)$.

В случае непроводящего основания слоистого разреза, $\rho_j = \infty$, где j – номер нижнего слоя, асимптота части кривой на больших разносах $AB/2$, линия S , имеет наклон 45° к оси абсцисс, отсекая на ней величину, равную эквивалентной мощности слоистого разреза над непроводящим основанием. В случае двухслойного разреза она равна толщине верхнего слоя.

В многослойных геоэлектрических разрезах теоретические кривые ВЭЗ могут мало отличаться одна от другой, если разрез удовлетворяет условиям эквивалентности. Поясним это на примере трехслойных кривых. Если третий слой – основание разреза имеет высокое сопротивление (кривые типов A и H), то средний слой, в котором токовые линии почти горизонтальны, может представлять несколько слоев, лишь бы суммарная продольная проводимость S совпала с проводимостью второго слоя. В случае проводящего основания (кривые типов K , Q) ток во втором слое течет субвертикально, поэтому справедливы условия T -эквивалентности: второй слой представляет пачку слоев, суммарное поперечное сопротивление которых равно сопротивлению этого слоя. Условия эквивалентности выполняются, как правило, для тонкослоистых толщ; в мощных пластах линии тока почти всегда имеют разную ориентировку.

Полевые материалы ВЭЗ

Вертикальные электрические зондирования слоистых толщ выполняются, как отмечалось выше, симметричными установками $AMNB$, разнос AB которых изменяется (фактор зондирования) с целью изучения разреза на пропорциональную ему глубину. По мере увеличения AB (с переменным шагом) изменяется и разнос приемных электродов MN , чтобы отношение $MN \perp AB$ оставалось в оптимальном диапазоне (от $1/3$ до $1/10$). При смене MN измерения выполняются на двух последовательных разносах AB , чтобы кривые ρ_k перекрывались (рис. 14).

Признаком доброкачественных измерений является параллельность перекрывающихся отрезков кривых $\rho_k(AB/2)$ и небольшая величина смещения между ними. Это смещение вызвано увеличением ΔV и уменьшением геометрического коэффициента установки K с увеличением разноса MN . При подборе параметров разреза в процессе интерпретации данных ВЭЗ это смещение исключается, так как на теоретических кривых его нет.

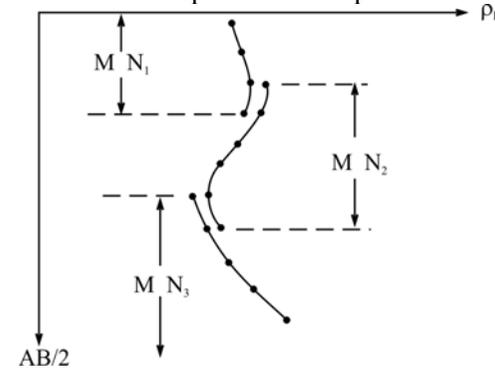


Рис. VII.14. Пример практической кривой ВЭЗ

Кривые $\rho_k(AB/2)$ строятся на т. н. билогарифмических бланках. Логарифмический масштаб аргумента и функции дает близкие величины погрешностей кривых ρ_k на разных разносах $AB/2$.

Кривые кажущихся сопротивлений $\rho_k(r)$, полученные с дипольными установками, строятся (также на билогарифмических бланках) в зависимости от расстояния r между центрами питающего (AB) и приемного (MN) диполей, которое эквивалентно $AB/2$ у кривых ВЭЗ. Кривые ДЗ, как правило, на одном бланке совмещают две (иногда больше) точки зондирования с разным положением приемного диполя по отношению к питающему. В этом состоит одно из преимуществ ДЗ по сравнению с ВЭЗ. Результат относится к середине базы зондирования r , и по-разному ориентированные зондирования дают информацию о наклонах границ раздела. Методом ВЭЗ получить такие данные сложнее. Поскольку при выполнении ДЗ перемещаются короткие диполи, а не длинная линия AB , как в ВЭЗ, дипольные зондирования возможны с большими базами там, где по условиям местности трудно создать разносы ВЭЗ необходимой длины.

Качественная интерпретация

Задачи качественной интерпретации данных электрических зондирования заключаются в районировании изучаемой территории

по типам геоэлектрического разреза, обосновании выбора моделей для количественной интерпретации (определения параметров геоэлектрического разреза по каждому зондированию), оценке надежности результатов количественной интерпретации и их геологическом истолковании. По характеру задач качественная интерпретация объединяет начальный этап интерпретационного процесса с его завершающей стадией, определяя тем самым подчиненную роль количественной интерпретации как технологической процедуры оценивания параметров среды.

В интерпретации данных зондирований часто используют понятие *опорного геоэлектрического горизонта*. Опорным признают слой разреза, достаточно мощный, отличающийся по удельному сопротивлению, чтобы выделяться на кривых ВЭЗ, имеющий широкое распространение на изучаемой территории. Такими горизонтами бывают фациально-выдержанные слои глин, массивных известняков, обычно опорным горизонтом является поверхность кристаллического фундамента.

Качественная интерпретация выполняется методами сопоставления геоэлектрических разрезов на площади исследований между собой и с геологическими данными, включая результаты интерпретации других геофизических материалов, особенно сейсмических. Составляются карты:

- а) распределения типов кривых ВЭЗ;
- б) суммарной продольной проводимости или поперечного сопротивления средней части разреза;
- в) удельного сопротивления покрывающего слоя;
- г) структуры опорного геоэлектрического горизонта.

Количественная интерпретация

Целью количественной интерпретации является оценка значений параметров модели горизонтально-слоистого разреза. Количественные характеристики имеют смысл, если они определяются однозначно (или известны размеры области эквивалентности по каждому параметру) и если возможны оценки погрешностей их определения.

Обратная задача электроразведки ВЭЗ в общем случае некорректна: единственность ее обеспечивается при соблюдении довольно жестких условий, определенных теоремой А.Н. Тихонова, устойчи-

вость же определяемых параметров по отношению к малым вариациям входных данных (значений ρ_k) сильно зависит от характера разреза: характеристики тонких слоев определяются неустойчиво, в связи с чем их заменяют эквивалентными (по S или T) толстыми слоями. По теореме А.Н. Тихонова, параметры разреза $\rho(z)$ определяются однозначно, если кривая $\rho_k(AB/2)$ ВЭЗ или кривая $\rho_k(r)$ ДЗ заданы непрерывно в интервале разносов от 0 до ∞ . Реально этого не бывает: схема измерения дискретна, максимальный разнос ограничен (условиями местности, мощностью источников тока, экономическими соображениями). По этой причине решение всегда неоднозначно, но при условии небольшого числа слоев в разрезе с хорошей дифференциацией по электропроводности параметры модели определяются вполне надежно. Если же априорной информации о разрезе недостаточно, решение определяется условиями эквивалентности: восстанавливаются параметры минимального числа слоев, из которых все промежуточные между основанием и покрывающим слоем могут быть заменены слоистыми толщами по условиям S - или T -эквивалентности. Это минимальное число слоев определяется количеством (m) экстремумов (на кривых типа K , H) или площадок (кривые типа A , Q). Число слоев n , параметры которых могут быть определены, варьирует в зависимости от качества априорной информации в интервале:

$$(m + 2) < n < (k - 1), \quad (\text{VII.61})$$

где k – число точек на кривой зондирования.

Количественная интерпретация кривых ВЭЗ и ДЗ выполняется путем подбора теоретических кривых с присвоением параметрам разреза значений, теоретическая кривая для которых лучше совпадает с практической кривой ρ_k . Этот подбор проводится с использованием наборов теоретических кривых (палеток) или с прямым вычислением теоретических кривых на ЭВМ. Есть много конструкций палеток, они различаются удобством применения при интерпретации, производительностью работы интерпретатора, дискретизацией значений параметров, предпочтительными типами геоэлектрических разрезов.

Точность оценок параметров разреза не всегда удается определить. Она зависит от модели среды и диапазона эквивалентных решений. Во всех случаях погрешность оценки значений параметров

не меньше относительной ошибки измерения ρ_k : $\varepsilon\rho_k / \rho_k$. Эта величина составляет обычно 5 %. Опыт показывает, что в благоприятных условиях (малое число слоев, значительная их дифференциация по удельным сопротивлениям) погрешность оценки глубины залегания геоэлектрических границ может не превышать 10 %, а значения удельных сопротивлений определяются с точностью такого же порядка или немного хуже.

Электрическое профилирование

Профилирование методами сопротивлений решает задачи исследования геологических объектов, модели которых относятся к одному из трех типов (см. рис. 2):

- 1) вертикально-слоистая среда;
 - 2) включения простой формы в однородной или в горизонтально-слоистой среде;
 - 3) рельеф поверхности опорного геоэлектрического горизонта.
- Эти модели позволяют (по крайней мере, в принципе), получить по данным профилирования некоторые количественные оценки параметров разреза. Есть много других геологических ситуаций, в которых электроразведка методами профилирования применяется в расчете на качественную интерпретацию данных наблюдений, так как решение обратных задач не проходит или неоднозначно.

Модель вертикально-слоистой среды, казалось бы, не подходящая к геологическим структурам, в действительности находит широкое применение по той причине, что профилирование всегда выполняется с фиксированными разносами (AB и MN в симметричных установках; расстояние r между центрами линий AB и MN в дипольных установках), значит, в довольно узком интервале глубин разреза. Основой теоретических кривых для этих моделей является распределение кажущегося сопротивления вблизи вертикального контакта двух сред с разными удельными сопротивлениями, см. формулы (34–36). Кривые $\rho_k(x)$ над вертикальным контактом, полученные разными установками, несколько различаются, но все они позволяют однозначно определить положение контакта на профиле и значения удельных сопротивлений по обе стороны от него (см. рис. 10).

Единичный маломощный вертикальный пласт можно уверенно выделить, а в благоприятных условиях и определить его сопротив-

ление по кривым $\rho_k(x)$ разных установок. Характерно понижение кажущихся сопротивлений вблизи пласта с высоким сопротивлением и, наоборот, их повышение вблизи проводящего пласта, что объясняется экранирующим влиянием пласта.

На рис. 15 приведены кривые $\rho_k(x)$ для симметричной установки AMNB над серией вертикальных контактов с разными расстояниями между ними. Как видим, по мере уменьшения расстояния значения ρ_k над серединами пластов все больше отличаются от истинных удельных сопротивлений, менее надежным становится и определение границ пластов.

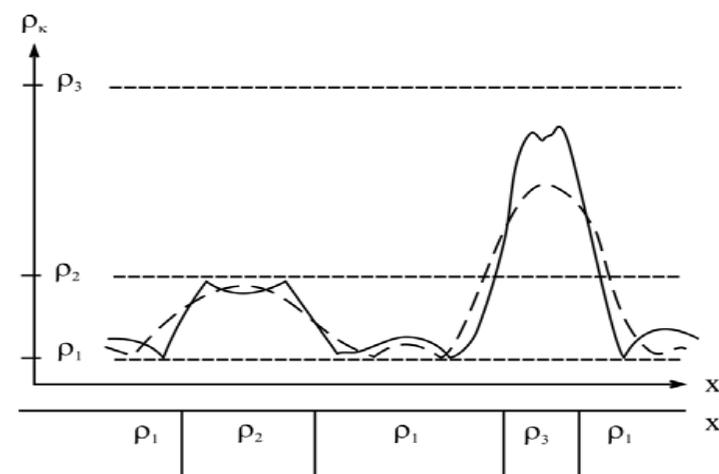


Рис. VII.15. Кривые $\rho_k(x)$ над серией вертикальных пластов разной толщины (установка $A'MNBB'$)

Кривые электропрофилирования, в отличие от ВЭЗ, не удастся эффективно использовать в качестве палеток для количественной интерпретации.

При малом числе субвертикальных пластов, мощности которых больше размеров установки, оценки параметров можно сделать, используя характерные точки кривых $\rho_k(x)$, а в более сложных случаях выполняется только качественная интерпретация с оценкой вероятного положения границ пластов.

Включениями простой формы в однородной среде или имеющей горизонтальные разделы могут быть рассмотренные выше верти-

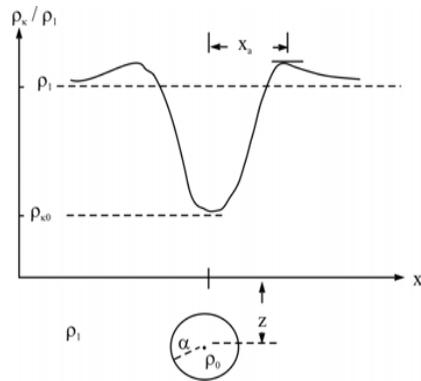
кальные пласты, не выходящие на поверхность, или трехмерные изометричные тела, простейшим из которых является шар (рис. 16); по другим моделям теоретических кривых не имеется, а решение обратных задач невозможно ввиду неоднозначности.

Для тел типа вертикальных пластов и шаров такие решения имеют оценочный характер из-за сильного искажающего влияния земной поверхности (если тела залегают неглубоко) и других неоднородностей среды, которые не удается учесть. Оценки параметров тел по данным профилирования выполняются по характерным точкам кривых. Например, кажущееся сопротивление ρ_k шара в однородном поле зависит от параметров модели – удельного сопротивления среды и шара, его положения и радиуса следующим образом:

$$\rho_k = \rho_1 \left\{ 1 + 2k_1 R^3 \left[\frac{(z_0^2 - 2x^2)}{(z_0^2 + x^2)} \right]^{5/2} \right\}, \quad (VII.62)$$

где $k_1 = |\rho_2 - \rho_1| / (\rho_2 + \rho_1)$ – коэффициент отражения поля сферической поверхностью, ρ_1 и ρ_2 – удельные сопротивления среды и шара, R – радиус, z_0 – глубина залегания центра шара (рис. 16).

Рис. VII.16. Кривая $\rho_k(x)$ над проводящим шаром в однородной среде



По формуле (62) можно определить абсциссы экстремумов кривой ρ_k и сами экстремальные значения:

$$x_3 = \pm z_0 \sqrt{3/2}; \quad \frac{\rho_{k3}}{\rho_1} = \frac{2k_1 R^3}{z_0^3},$$

откуда

$$z_0 = x_3 \sqrt{2/3}; \quad R = z_0 \sqrt[3]{\frac{\rho_{k3} - \rho_1}{2k_1 \rho_1}}. \quad (VII.63)$$

Все параметры определены, если известно ρ_1 , а оно равно асимптотическому значению ρ_k при больших значениях $|x|$.

Рельеф опорного горизонта по данным электропрофилеирования в полном виде не определяется. Но можно выявить положение на профиле неоднородности этой границы.

Вид структуры определяется, если (рис. 17):

а) известно соотношение сопротивлений надопорной части разреза r_1 и опорного горизонта r_2 в виде: $r_1 / r_2 > 1$ или $r_1 / r_2 < 1$;

б) используется измерительная установка с различными разносами AB и A_1B_1 , что позволяет выявить на разной глубине распределение кажущихся сопротивлений для структур разных знаков.

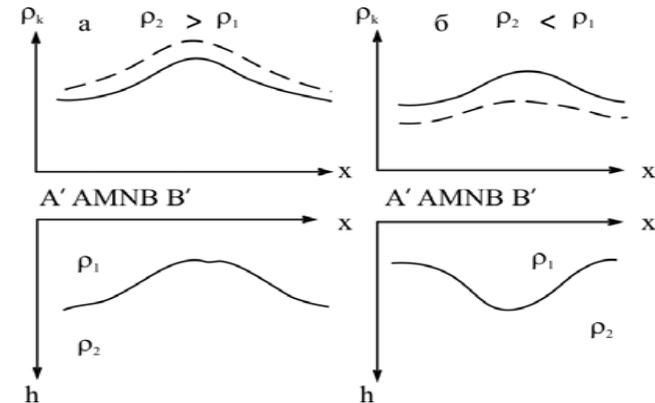


Рис. VII.17. Принцип ЭП при изучении резкого рельефа границы опорного горизонта

Имеются решения прямых задач электропрофилеирования еще для нескольких моделей: для клина (наклонного контакта между слоями); для двух вертикальных контактов между однородными изотропными средами; для однородной изотропной среды с включением правильной формы (шар, эллипсоид вращения, цилиндр и другие); для двумерных моделей – ступени, горста, грабена.

Электромагнитные зондирования

Глубинные магнитотеллурические зондирования

Методы электроразведки, использующие вариации геомагнитного поля в качестве источников низкочастотных электромагнитных

полей, реализуются в виде зондирований. Они называются магнитовариационными (МВЗ), если измеряются магнитные компоненты поля (H_x , H_y и H_z), и магнитотеллурическими (МТЗ) при использовании электрических и магнитных компонент (E_x , E_y , H_x , H_y , иногда H_z). Реализуемые в вариантах профилирования (МВП и МТП), эти методы представляют системы одновременных зондирований по профилям без других методических особенностей.

Магнитотеллурическое поле есть совокупность вариаций внешнего геомагнитного поля, вызванных ими теллурических токов и вторичного электромагнитного поля в Земле. Оно описывается довольно широким спектром колебаний преимущественно низких частот от 10^{-5} до единиц герц. Поэтому оно:

- а) распространяется на большие глубины в Землю;
- б) позволяет реализовать зондирования за счет различной глубины проникновения (скин-слоя) для разных частот.

В зависимости от геологических задач (максимальной глубины исследуемого разреза) магнитотеллурические зондирования используют разные типы магнитных вариаций.

Для исследований глубинного строения земной коры и верхней мантии источниками являются солнечно-суточные (Sq – спокойные, Sd – возмущенные) вариации внешнего геомагнитного поля с характерными временами 5–8 часов, бухтообразные DP -вариации с временами 2–3 часа и магнитные бури, "внезапные начала" которых (SC -вариации) развиваются в течение 1–6 часов, а сами магнитные бури, обусловленные экваториальными кольцевыми токами, продолжаются 1–5 суток. Амплитуда вариаций поля, связанных с магнитными бурями, достигает сотен нанотесл.

Солнечно-суточные вариации (Sq) возникают под влиянием "солнечного ветра" – потока заряженных частиц от Солнца, которые сжимают магнитосферу Земли и изменяют магнитное поле в дневное время; вариации синхронизированы по местному времени; их амплитуды достигают 40–80 нТл.

Бухтообразные вариации порождены полярными струйными электрическими токами, которые вызываются заряженными частицами, проникающими в магнитосферу через полярные каспы ("воронки", образованные магнитными силовыми линиями); эти вариации одновременны по всей Земле, их амплитуда (20–50 нТл) меняется с широтой.

Для разведочных целей источниками магнитотеллурического поля могут служить *короткопериодные колебания* магнитного поля с периодами от единиц до сотен секунд. Эти колебания бывают устойчивыми (P_c) и нерегулярными (P_i): первые имеют почти синусоидальный вид практически без изменений амплитуды и частоты за время их существования (несколько часов); вторые представляют собой короткие серии (цуги) колебаний длительностью 5–20 мин с частотами от 10^{-2} до 10^{-1} Гц. Интенсивность КПК зависит от времени года, широты места и от солнечной активности.

В средних широтах напряженность магнитотеллурического поля составляет 0,1–10 мВ/км по электрическим и 0,1–10 нТл по магнитным компонентам. Эти вариации магнитного поля индуцируют в Земле электромагнитные поля, их электрические и магнитные векторы (E и H) изменяются в пространстве в зависимости от распределения электропроводности в Земле.

Кривые, описываемые концами векторов E и H за время записи, называются электрическим и магнитным годографами. (Иногда магнитным годографом называют плоскую кривую H без вертикальной составляющей поля H_z .) Форма годографов указывает на тип поляризации магнитотеллурического поля: квазилинейную, нелинейную (рис. 18). По типу поляризации выбирают подходящие теллурические параметры для определения характеристик разреза, а также способы их оценки по полевым записям компонент полей.

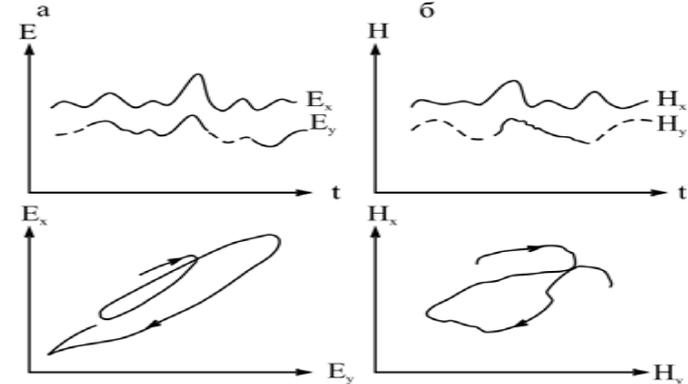


Рис. VII.18. Примеры записи компонент и годографы магнитотеллурического поля:
а) квазилинейная поляризация; б) нелинейная поляризация

По кривым вариаций компонент электрического и магнитного полей определяются амплитуды, фазы, частоты колебаний. Эти данные служат для оценки входных импедансов $Z(\omega)$.

В общем случае неоднородной среды между компонентами электромагнитного поля существуют соотношения

$$E_x = Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y; \quad E_y = Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y, \quad (\text{VII.64})$$

где Z_{xy} и Z_{yx} – основные импедансы, а Z_{xx} и Z_{yy} называются дополнительными импедансами горизонтально-неоднородной среды. Все они зависят от выбора системы координат. Обычно одна из осей ориентируется по простиранию (x), другая вкрест простирания структур (y).

Инвариантом, не зависящим от выбора осей, является эффективный импеданс

$$Z_{эф} = \sqrt{Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx}}. \quad (\text{VII.65})$$

В условиях горизонтально-слоистого разреза

$$Z_{xx} = \frac{E_x}{H_x} = 0; \quad Z_{yy} = \frac{E_y}{H_y} = 0; \quad Z_{xy} = \frac{E_x}{H_y} \neq 0; \quad Z_{yx} = \frac{E_y}{H_x} \neq 0.$$

Магнитотеллурические зондирования в горизонтально-слоистых средах основаны на модели Тихонова–Каньяра: поле предполагается плоским с нормальным падением на поверхность Земли. В этой модели величина $Z_{xy} = Z_{yx} = Z$ называется входным импедансом горизонтально-слоистого разреза. Z зависит от параметров разреза. Поскольку $\mu \approx 1$,

$$Z = \frac{\omega\mu_0}{k_1} R_N. \quad (\text{VII.66})$$

Здесь k_1 – волновое число верхнего слоя; $k_1 = \sqrt{i\omega\mu_0\gamma_1}$, где γ_1 – проводимость верхнего слоя; R_N – приведенный импеданс слоистого разреза. Его можно рассчитать для модели с произвольным распределением электропроводности.

Обратная задача МТЗ заключается в восстановлении одномерного распределения электропроводности $\gamma(z)$ по $Z(\omega)$. Частотные ха-

рактеристики $Z(\omega)$ требуется преобразовать в кривые кажущегося сопротивления ρ_T :

$$\rho_T = \frac{Z^2}{\omega\mu_0} = 0,127 T Z^2, \quad (\text{VII.67})$$

где T – период регистрируемых вариаций, с. Кривые зависимости ρ_T от \sqrt{T} (амплитудные кривые) строят на билогарифмических бланках. Кроме них строят кривые зависимости от \sqrt{T} фаз вариаций:

$$\varphi_T = \varphi_{E_x} - \varphi_{H_y} = \varphi_{E_y} - \varphi_{H_x} + \pi. \quad (\text{VII.68})$$

Полевые кривые МТЗ для определения параметров разреза сравнивают с теоретическими кривыми (рис. 19).

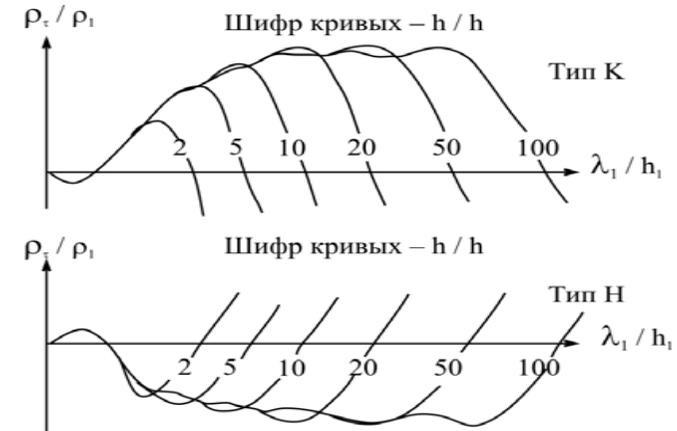


Рис. VII.19. Примеры теоретических кривых МТЗ

Обратная задача МТЗ в такой постановке решается однозначно, если исходные данные заданы непрерывно для всех частот в диапазоне $[0 \leq \omega \leq \infty]$.

Кажущееся сопротивление ρ_T имеет смысл реального удельного сопротивления в модели однородной Земли. Для горизонтально-слоистой среды оно равно средневзвешенному сопротивлению слоев, если веса пропорциональны квадрату амплитуд вариаций магнитного поля.

Теоретические кривые МТЗ строятся как зависимости ρ_T / ρ_1 от λ / h_1 ; λ – длина волны, ρ_1 и h_1 – удельное сопротивление и толщина верхнего слоя (см. рис. 19).

Длина волны выражается следующим образом:

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0}} = \sqrt{10^7 \rho T}, \quad (\text{VII.69})$$

где ρ – сопротивление, Ом·м, T – период, с.

В процедуре интерпретации важны асимптотические соотношения, описывающие входной импеданс или кажущееся сопротивление на самых низких частотах в разрезах с изолирующим и проводящим основанием.

Если проводимость основания мала, $\gamma_N \rightarrow 0$, и $\omega \rightarrow 0$, то

$$Z \rightarrow 1/S, \quad (\text{VII.70})$$

где S – суммарная продольная проводимость слоистого разреза, залегающего выше непроводящего основания.

Если же проводимость основания велика, то:

$$Z \rightarrow -\omega\mu_0 H_N, \quad (\text{VII.71})$$

где H_N – глубина залегания основания.

Как видим, в случае изолирующего основания импеданс определяется сопротивлением разреза, а в присутствии проводящего основания он зависит не от свойств разреза, а от его мощности.

Примеры кривых МТЗ с их асимптотами приведены на рис. 20.

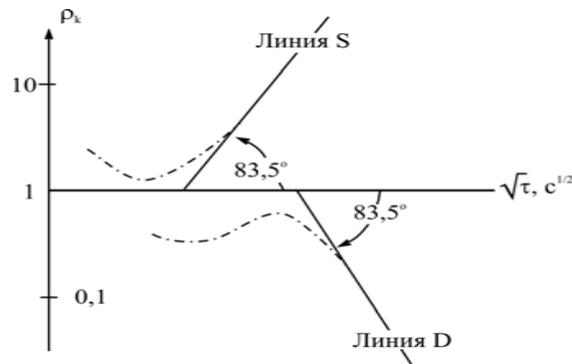


Рис. VII.20. Асимптоты кривых МТЗ

Для любого разреза можно указать частотные интервалы, в которых импеданс близок к условиям, когда справедливы тенденции (70) или (71). Например, для трехслойного разреза при $h_2 \gg h_1$ имеем:

- интервал S , в границах $h_2/h_1 \geq \omega\mu_0 S h_1 \gg 1$ импеданс $Z \rightarrow 1/S$;
- интервал H , при $\omega\mu_0 S h_1 \ll 1$ импеданс $Z \rightarrow \omega\mu_0 H_N$.

В этой модели $H = h_1 + h_2$; $S = \gamma_1 h_1$ (рис. 20).

По результатам интерпретации кривых МТЗ параметры разреза – глубины границ, удельные сопротивления слоев определяются с погрешностью около 10 %. Здесь, как и для электрических зондирований, действует принцип эквивалентности слоистых разрезов (по суммарной продольной проводимости S). Но зона его действия намного меньше, поэтому результаты МТЗ, по крайней мере применительно к разрезам с малым числом слоев, не в такой степени неоднозначны, как результаты ВЭЗ.

Частотные зондирования

Электромагнитные зондирования с искусственными, контролируемые источниками позволяют выбрать тип, частоту и способ введения поля в изучаемую среду соответственно поставленной геологической задаче. Принцип зондирования, как и в случае МТЗ, основан на скин-эффекте: варьируя частоту генерируемого электромагнитного поля, мы меняем глубину его проникновения в среду. Поле излучается электрическими или магнитными диполями; модель среды – горизонтально-слоистая. В связи с этим основу теории частотных зондирований составляют модели гармонических полей электрического и магнитного диполей в горизонтально-слоистой среде. Нормальными электромагнитными полями в таких задачах служат поля этих диполей, расположенных на поверхности однородного полупространства.

Частотное зондирование используется для картирования поверхности фундамента платформенных областей, для расчленения осадочных толщ при поисках нефтегазовых залежей и в инженерно-геологических целях. Оно реализуется с использованием приближения дальней зоны электрического или магнитного диполей, где электромагнитные волны мало отличаются от плоских (разновидности частотных зондирований в ближней зоне источника применяются редко). Критерием зоны является отношение разноса r

к длине волны λ или величина $|kr|$, где k – волновое число. В ближней зоне $|kr| \ll 1$, в дальней зоне $|kr| \gg 1$.

По типу питающих диполей различаются следующие варианты частотных зондирований (ЧЗ):

а) электрический диполь с гальваническим возбуждением поля; метод частотного электрического зондирования (ЧЭЗ);

б) магнитный диполь с индукционным возбуждением (ЧМЗ).

В обоих случаях измеряемым параметром разреза является кажущееся сопротивление:

$$\rho_k = K_{\text{ЧЗ}} \frac{\Delta U}{I}, \quad (\text{VII.72})$$

где $K_{\text{ЧЗ}}$ – геометрический коэффициент дипольной установки, определяемый разносомами AB и MN в случае ЧЭЗ, размерами питающей и приемной петель, S_0 и S , в случае ЧМЗ, а также расстояниями r между приемной системой и питающей; ΔU – амплитуда разности потенциалов в приемной линии MN (ЧЭЗ) или амплитуда ЭДС индукции в приемной петле S ; I – амплитуда гармонических колебаний тока в питающих диполях (MN или S). Кроме однородных систем, используются комбинированные установки: $AB - S$ и $S_0 - MN$.

Расстояние r между приемником и источником поля в методе ЧЗ не меняется.

Результаты измерений в виде (72) представляются в виде кривых ЧЗ – кажущихся сопротивлений в функции параметра глубинности \sqrt{T} , поскольку глубина скин-слоя пропорциональна этой величине. Это аналогично МТЗ, только диапазон частот и их дискретизация задается параметрами аппаратуры, а не внешними вариациями естественного геомагнитного поля, как в МТЗ.

Теоретические кривые ЧЗ (в дальней зоне источника) принципиально не отличаются от кривых МТЗ; и это справедливо для любых типов измерительных установок. Аналогичны и методы определения параметров горизонтально-слоистого разреза по данным ЧЗ.

Зондирования становлением поля

Явление становления электромагнитного поля в среде при включении, выключении или изменении знака постоянного тока в питающем диполе эффективно используется в электроразведке в связи

с зависимостью параметра становления τ , своего рода "длины волны", от сопротивления среды ρ и времени t , прошедшего с момента скачка питающего тока.

В ранней фазе становления (t мало) составляющие напряженности электромагнитного поля резко (как r^{-3} или r^{-5} , в зависимости от компоненты поля и типа источника – электрический или магнитный диполи) уменьшаются с расстоянием от источника, аналогично высокочастотным гармоническим полям. Глубина скин-слоя мала, поле соответствует приближению дальней (волновой) зоны. Эта фаза становления поля используется в профилировании на малой глубине (в МПП – методе переходных процессов в рудной геофизике).

Для целей зондирования используется поздняя фаза становления поля, при больших значениях t и параметра становления τ и, напротив, малых значениях параметра u (см. формулу (56)). Это ближняя зона источника нестационарного поля, что отражается в названии метода – зондирования становлением поля в ближней зоне (ЗСБ). В процессе зондирования изменяется отношение параметра становления поля к максимальной глубине исследований (τ / H); из формулы (55) следует, что в ближней зоне можно регистрировать поле на расстоянии $r \ll H$, что очень удобно методически (в приближении дальней зоны необходимо, чтобы $r \gg H$).

Неустановившееся поле в ближней зоне прямо связано с проводимостью среды, что составляет преимущество метода ЗСБ перед ЧЗ, в котором всегда велико влияние первичного поля, не несущего информации о разрезе. Плохо проводящие пласты не являются экранами для вихревых токов, что позволяет применять метод ЗСБ в условиях, неподходящих для других методов зондирования.

Как правило, питающее поле в методе ЗСБ создается с помощью петли (вертикальный магнитный диполь). Кажущееся сопротивление в этом случае определяется формулами:

$$\frac{\rho_t}{\rho_1} = \sqrt[3]{(E_\varphi^0 / E_\varphi)^2} \quad \text{или} \quad \frac{\rho_t}{\rho_1} = \sqrt[3]{\left(\frac{dB_z^0 / dt}{dB_z / dt}\right)^2}, \quad (\text{VII.73})$$

где E_φ и B_z – измеряемые компоненты полей; E_φ^0 и B_z^0 – их нормальные значения для однородного полупространства с удельным сопротивлением ρ_1 .

Полевые кривые ЗСБ строятся в билигарифмическом масштабе как зависимости кажущегося сопротивления ρ_t от времени становления $\sqrt{2\pi t}$.

Кажущееся сопротивление вычисляется по данным: о времени регистрации после начала процесса становления поля t , об ЭДС индукции и величине питающего тока в петле, $\Delta U_B / I$, и о геометрии петли – коэффициенте $K_{ЗСБ}$. Для поздней фазы становления:

$$\rho_t = K_{ЗСБ}^3 \sqrt[3]{\frac{(\mu_0 / t)^5}{(|\Delta U_B| / I)^2}}. \quad (\text{VII.74})$$

Отметим необычную степенную зависимость кажущегося сопротивления от ЭДС ΔU_B (пропорциональной скорости изменения магнитного поля) и тока I . Это связано со спецификой процесса становления и способом измерения индуцированного вихревого поля той же петлей, которая возбуждает поле в среде.

Теоретические кривые кажущихся сопротивлений ρ_t / ρ_1 метода ЗСБ строятся в функции отношения параметра становления в верхнем слое к толщине слоя:

$$\frac{\rho_t}{\rho_1} = f\left(\frac{\tau_1}{h_1}\right); \quad \frac{\tau_1}{h_1} = \frac{1}{h_1} \sqrt{2\pi \cdot 10^7 \rho_1 t}. \quad (\text{VII.75})$$

Наиболее характерны трехслойные кривые с минимумом, соответствующим проводящему второму слою. Положение минимума связано с параметрами разреза следующим образом

$$\rho_{t \min} \approx \sqrt{\rho_1 / \rho_2}; \quad \tau_{\min} \approx 7H \sqrt{\rho_1 / \rho_2}. \quad (\text{VII.76})$$

Здесь H – глубина опорного горизонта, которая определяется по координатам минимума, как и суммарная проводимость S толщи над опорным горизонтом:

$$H \approx 360 \sqrt{2\pi t_{\min} \rho_{t \min}}; \quad S \approx 452 \sqrt{\frac{2\pi t_{\min}}{\rho_{t \min}}}. \quad (\text{VII.77})$$

Суммарную продольную проводимость S можно определить по положению точки пересечения правой асимптоты кривой ЗСБ с осью абсцисс:

$$S \approx 190 \sqrt{2\pi \cdot t_s}. \quad (\text{VII.78})$$

В методе ЗСБ, как и в других электромагнитных зондированиях, имеет место эквивалентность слоистых разрезов только по суммарной продольной проводимости S ; параметры эквивалентного слоя:

$$h_{\text{экс}} = \sum_i^n h_i = H; \quad \rho_{\text{экс}} = H / \sum_i^n \rho_i. \quad (\text{VII.79})$$

Параметры многослойных разрезов подбираются по частям, слева направо, последовательно аппроксимируя каждую часть полевой кривой кажущихся сопротивлений подходящей трехслойной теоретической кривой и заменяя первые слои, параметры которых уже определены, одним эквивалентным слоем по условию (79).

Как показывает опыт, метод ЗСБ эффективен при изучении рельефа высокоомных опорных горизонтов, таких как фундамент платформ и впадин, даже если он перекрыт высокопроводящими, например, соляными толщами, что, как известно, является серьезной помехой для электрических зондирований методами сопротивлений. Хорошие результаты ЗСБ показывает в задаче выделения проводящих терригенных пластов в карбонатных отложениях, пластов-коллекторов в нефтегазоперспективных районах. Имеются примеры успешного применения ЗСБ для выделения крупных антиклинальных структур, где есть частичное выклинивание проводящих терригенных слоев от периклинали к своду.

Радиоволновая электроразведка

Высокочастотные электромагнитные поля поглощаются проводящими средами и не проникают в них на значительную глубину (толщина скин-слоя $\delta \sim 1/\sqrt{\omega\gamma}$). Поэтому эффективно использовать радиоволновые (высокочастотные) методы можно или для картирования методами профилирования приповерхностного слоя земной коры или для выявления интенсивно поглощающих проводящих рудных тел в пространстве между земной поверхностью и горными выработками, скважинами посредством радиоволнового просвечивания. Для высокочастотных полей токи смещения важнее токов проводимости, поэтому определяющим физическим свойством среды является диэлектрическая проницаемость ϵ , а не проводимость γ ; магнитная проницаемость μ важна только для железных

руд: прочие горные породы и руды имеют магнитную проницаемость, близкую к единице.

Когда длина электромагнитных волн меньше расстояний от точек наблюдений до объекта исследования и его размеров, их распространение можно описать на основе представлений геометрической оптики с использованием эффектов отражения и преломления волн, их поляризации поверхностями раздела, образования тени вследствие поглощения (экранирования). Ввиду малости длин волн в радиоволновых методах используется приближение дальней зоны: фронт волны предполагается плоским, хотя геометрическое расхождение различно для плоских ($\sim 1/r$) и сферических волн ($\sim 1/r^2$).

Когда база исследований мала по сравнению с расстоянием до передающей радиостанции, как в методе радиоКИП, этим различием можно пренебречь; в методе радиоволнового просвечивания геометрическое расхождение менее существенно, чем поглощение.

Структура радиоволнового поля (отношение амплитуд составляющих и сдвиги фаз между ними) определяется частотой поля и электромагнитными свойствами пород: комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_c = \varepsilon_0 \varepsilon - i / \omega \gamma$ или относительной проницаемостью $\hat{\varepsilon} = \varepsilon_c / \varepsilon_0$, а также комплексным волновым числом k . Его можно представить в виде $k = b - ia$. Действительная часть b – фазовая постоянная, она определяет длину волны в среде; мнимая часть a – коэффициент затухания волны. Затухание в основном связано с поглощением средой электромагнитной энергии. Коэффициент поглощения в слабо проводящих средах пропорционален проводимости, а в хорошо проводящих средах он зависит от частоты.

В дальней зоне источника ($kr \gg 1$) компоненты электромагнитного поля E_r и H_φ над однородным полупространством являются затухающими с глубиной периодическими функциями расстояния r . Их отношение дает импеданс среды

$$Z = \frac{E_r}{H_\varphi} = \sqrt{\frac{\mu\mu}{\varepsilon\varepsilon - i / \omega\gamma}}. \quad (\text{VII.80})$$

Как видно, в радиоволновых методах импеданс меньше зависит от проводимости, чем в низкочастотной электроразведке.

Радиоволновые методы реализуются как наземные, подземные и в аэровариантах. Из наземных методов распространен радиоком-

парационный метод (радиоКИП), подземное применение находит радиоволновое просвечивание, в аэроэлектроразведке (наряду с некоторыми индукционными методами) – радиоКИП и радиолокационное зондирование.

РадиоКИП использует длинноволновые ширококвещательные радиостанции (120–450 кГц) и сверхдлинноволновые радиостанции навигации и связи (15–30 кГц). Распространяясь вдоль поверхности, радиоволны частью проникают в среду, отражаются от неоднородностей, складываются с индуцированным в среде полем той же частоты. Направления векторов в радиоволне такие: E – по вертикали, H – горизонтально вдоль фронта волны. Проводящие объекты, особенно вытянутые вдоль направления на радиостанцию, изменяют H , а непроводящие, с простиранием вдоль фронта волны, меняют E . В полях появляются составляющие, которые можно выделить сравнением (компарацией) поля в пределах аномального участка с невозмущенным полем радиостанции в безаномальной области. Ввиду множества действующих факторов их удается учесть только для простых моделей тел, поэтому данные РадиоКИП пригодны лишь для качественной интерпретации. Радиокомпарационное профилирование применяется в мелкомасштабном геологическом картировании участков с малой мощностью покровных отложений и спокойным рельефом, Это оправдывается дешевизной, экологичностью и производительностью полевых наблюдений. Иногда его используют в крупномасштабном картировании для обнаружения зон разломов, дробления.

Радиоволновое просвечивание основано на зависимости поглощения радиоволн от проводимости среды вдоль траектории их распространения. Радиопросвечивание неоднородных по проводимости сред обнаруживает различие в поглощении волн породами и рудами, их отражение и преломление на резких геоэлектрических границах, дифракцию на краях тел. Все эти эффекты накладываются друг на друга, создавая иногда довольно сложные интерференционные картины.

Пример систем наблюдений по радиоволновому просвечиванию показан на рис. 21. Объектами являются, как правило, рудные тела с высокой проводимостью, экранирующие радиоволны. Наблюдения организуются по веерной (рис. 21, а) или по параллельной схеме (рис. 21, б). Регистрируется амплитуда радиосигнала при различ-

ных взаимных положениях источников и приемников. Измеряется амплитуда горизонтальной или вертикальной составляющей магнитного поля в радиоволне и пеленг передатчика.

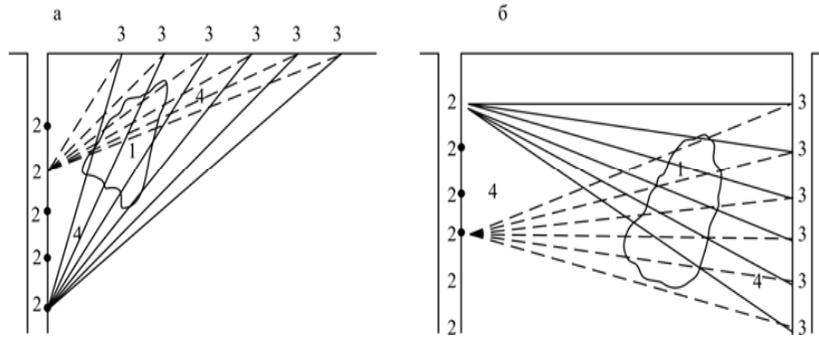


Рис. VII.21. Системы наблюдений в методе радиоволнового просвечивания: а) скважина – поверхность; б) скважина – скважина (1 – рудное тело; 2 – источники поля, 3 – приемники, 4 – лучи)

Коэффициент экранирования – отношение амплитуд падающего и прошедшего объект сигнала определяется отношением импедансов среды и объекта, геометрией объекта, поляризацией электромагнитной волны и углами ее падения на границу объекта. Эти факторы даже в прямой задаче можно учесть только для тел простой формы. Поэтому обратная задача ставится как томографическая. По большой совокупности траекторий распространения электромагнитных волн через изучаемую среду, содержащую объекты поиска, восстанавливается геометрия поглощающих тел и распределение коэффициента поглощения (или импедансов) под условием минимизации расхождений реально измеренных и подобранных в модели коэффициентов экранирования.

Для экспресс-интерпретации в полевых условиях используется более простой способ. Он состоит в сравнении реальной кривой напряженности поля радиосигнала V , пропорционального измеряемой компоненте электромагнитного поля – H_x или E_z , с кривой, интерполированной в предположении отсутствия поглощающего тела. Для интерполяции используется модель поля диполя.

Расстояние до источника r всегда известно, а коэффициент поглощения поля вмещающей средой b оценивается по электромагнитным свойствам среды (γ, ϵ, μ) и по частоте поля ω в модели однородной среды. В неоднородной поглощающей среде коэффициент экранирования $K_s = E / E_n$, где E_n – реальное поле; E – поле в однородной среде. Часто распределение K_s представляют в виде лучевых диаграмм, сравнение которых для различных положений источника позволяет восстановить геометрию поглощающего тела и распределение коэффициента поглощения в нем при известной форме объекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Учебники и учебные пособия*
- Бурсиан В.Р.* Теория электромагнитных полей, применяемых в электроразведке. Л.: Недра, 1972.
- Геофизические методы разведки. Л.: Недра, 1982
- Грушинский Н.П., Сажина Н.Б.* Гравитационная разведка. М.: Недра, 1988.
- Жданов М.С.* Электроразведка. М.: Недра, 1986.
- Знаменский В.В.* Общий курс полевой геофизики. М.: Недра, 1989.
- Знаменский В.В., Жданов М.С., Петров Л.П.* Геофизические методы разведки и исследования скважин. М.: Недра, 1991.
- Кири П., Брукс М.* Введение в геофизическую разведку. М.: Мир, 1988.
- Ладынин А.В.* Петрофизика. Новосибирск: НГУ, 2000.
- Логачев А.А., Захаров В.П.* Магниторазведка. Л.: Недра, 1979.
- Маловичко А.К., Костицын В.И.* Гравиразведка. М.: Недра, 1992.
- Матвеев Б.К.* Электроразведка. М.: Недра, 1990.
- Серкерев С.А.* Гравиразведка и магниторазведка. Основные понятия, термины, определения. М.: ООО "Недра-Бизнесцентр", 2006.
- Шарма П.* Геофизические методы в региональной геологии. М.: Мир, 1989.
- Якубовский В.К., Ренард И.В.* Электроразведка. М.: Недра, 1988.
- Справочники*
- Гравиразведка. М.: Недра, 1990.
- Магниторазведка. М.: Недра, 1990.
- Электроразведка. В 2 кн. М.: Недра, 1989.
- Сейсморазведка. В 2 кн. М.: Недра, 1989.
- Ладынин А.В.* Краткий толковый словарь геофизических терминов. Новосибирск: НГУ, 1999.
- абсолютные измерения, 59
- абсциссы экстремумов, 165, 245
- азимутальная установка, 209
- алгоритм подбора, 211
- амплитуда гармоник, 28, 32
- амплитуда вариаций, 79
- амплитудная характеристика, 141
- амплитудные множители, 145
- амплитудный вектор, 188
- аналитическое продолжение, 148
- анизотропные трансформации, 159
- аномалии, 108, 128, 131, 146, 154, 162, 201
- аномалии Буге, 43, 117
- аномалии Фая, 40
- аномалии Гленни, 47
- аномалии де Граф-Хантера, 47
- аномальное поле, 13, 86, 200
- аномальная масса, 40, 43
- аномальный потенциал, 33
- асимптоты кривой, 145, 243, 247
- астазированный гравиметр, 65
- астеносфера, 181
- аэрогравиметрия, 98, 115
- аэромагнитная съемка, 97, 115
- баронивелирование, 116
- билогарифмический бланк, 229
- ближняя зона, 223, 245
- бухтообразные вариации, 92, 239
- вариации силы тяжести, 52–56
- вариации магнитного поля, 91–95
- векторная линия, 6
- векторное поле, 5, 80
- векторное произведение, 8
- векторные величины, 181
- векторные измерения, 96
- векторные операторы, 9–11
- векторные съемки, 97
- векторы, 5–11
- вертикальная составляющая, 83, 156, 239
- вертикально-слоистая среда, 235
- вертикальные ускорения, 70–73
- вертикальные электрические зондирования, 228
- вертикальный градиент, 36, 38
- вертикальный контакт, 212, 236
- вертикальный пласт, 163, 212, 235
- вертикальный слой, 199
- вертикальный уступ, 163
- вертикальный шток, 164
- верхняя часть разреза, 176, 197
- весовая функция, 151
- вещественная линия, 140, 163, 166
- вид трансформации, 143
- вихревые токи, 227, 245
- включения простой формы, 236
- внезапное начало бури, 92
- внешнее поле, 93
- возмущающие ускорения, 60, 70
- волновое число, 188
- волновые уравнения, 187
- вращение Земли, 25, 27
- вторая гармоника, 92, 267
- вторые производные, 57
- входной импеданс, 219
- вызванная поляризация, 193
- выпуклый многогранник, 135
- высокоомная пачка, 215
- высота пересчета, 147
- высоты геоида, 38
- вычисление производных, 142
- вязкая жидкость, 27
- гармоники, 26–28, 86, 91
- гармоническая функция, 26, 173
- гармонические моменты, 133, 169
- гармонический анализ, 13, 28
- гармонический диполь, 222
- генеральная съемка, 96

генерация полей, 96
 геонид, 26, 42, 48, 57
 геологическое истолкование, 110, 123, 179, 258
 геологическое редуцирование, 138
 геомагнитная широта, 109
 геомагнитные полюса, 84, 89
 геометрический коэффициент, 207–209, 245
 геометрия поглощающих тел, 250
 геоцентрическая широта, 54
 геоэлектрические границы, 235
 геоэлектрические модели, 195–200
 геоэлектрический разрез, 190–291
 гидромагнитная съемка, 98, 115
 гипотеза Пратта, 44
 гипотеза Эри, 44
 гиромагнитное отношение, 105
 гироплатформа, 71
 главное геомагнитное поле, 86
 глубина верхней кромки, 158, 175
 глубина компенсации, 45
 глубина нижней кромки, 158
 глубина опорного горизонта, 246
 глубина проникновения поля, 208
 глубина центра, 131, 170
 годограф, 240
 горизонтальная составляющая, 83
 горизонтально-слоистая среда, 209
 горизонтальные ускорения, 79
 горизонтальный цилиндр, 164
 гравиметр, 57–69
 гравиметрический фактор, 56
 гравитационная постоянная, 16
 гравитационные аномалии, 38
 гравитационный потенциал, 16, 107, 205
 гравитационное поле, 22, 107
 гравитационное ускорение, 22, 107
 градиент, 10
 градиент потенциала, 26, 209
 градиентометр, 57
 гранитный батолит, 146
 граничные условия, 217
 густота сети, 114, 135
 дальняя зона, 223–226, 245
 двумерные модели, 131, 163, 215
 двуслойная среда, 198
 двуслойные кривые, 211, 229
 дивергенция, 10, 182
 динамическая поляризация, 99
 динамические методы, 58
 дипольная установка, 213
 дипольное поле, 82, 86
 дип-полюс, 87
 дискретность измерений, 135
 дифференциация поля, 114
 диэлектрическая восприимчивость, 182
 диэлектрическая проницаемость, 182, 215
 длительность инверсии, 91
 дополнительная информация, 134, 160, 202, 234
 единственность решения, 132, 154, 175, 203, 234
 естественное поле, 92–93, 200
 задача Дирихле, 148
 закон Ньютона, 22
 залежи неструктурного типа, 180
 западный дрейф, 92
 заряженное тело, 200
 зенитное расстояние, 54
 зеркальные отражения, 212
 зональные гармоники, 30, 55
 зондирование, 93, 203, 207, 238
 зондирование становлением поля, 93, 245–246
 измерительная установка, 205–207, 244, 219
 изолирующее основание, 242
 изостатические аномалии, 46–47

изостатическая компенсация, 41
 импеданс, 219, 241, 244, 249
 инверсии, 91, 111
 интеграл Пуассона, 149
 интеграл Стертки, 138
 интеграл Стокса, 39, 42
 интегральное уравнение Пуассона, 154, 162
 интегральные методы, 168
 интерполяционные формулы, 153
 интерпретация ВЭЗ, 228
 интерпретация гравитационных и магнитных аномалий, 122
 ионосфера, 85
 истинная вертикаль, 72
 источник поля, 12, 183, 195
 кажущееся сопротивление, 203, 207, 232, 242, 245
 картезианские координаты, 26, 88
 касательные, 164, 167
 качественная интерпретация, 113, 123, 232
 квантовый магнитометр, 104
 кварцевый Н-магнитометр, 100
 классы единственности, 177
 классификация съемок, 114
 количественная интерпретация, 113, 123, 233
 компенсационные массы, 46
 комплексная диэлектрическая проницаемость, 222
 комплексные векторы, 188
 компонентные съемки, 96
 конечно-разностная схема, 151
 контактная поверхность, 160
 координаты центра масс, 31, 170
 корректность по Адамару, 133
 корреляция с рельефом, 41, 42, 47
 коэффициент анизотропии, 212
 коэффициент затухания, 249
 коэффициент компенсации, 50
 коэффициент локальной недокомпенсации, 50
 коэффициент отражения, 213
 коэффициент поглощения, 250
 коэффициент прохождение, 213
 коэффициент региональной перегрузки, 50
 коэффициенты Стокса, 30
 коэффициент экранирования, 251
 коэффициент эмиссии, 211, 213
 коэффициенты Гаусса, 85
 краевая задача Дирихле, 149
 краевая задача Неймана, 58, 150
 краевые эффекты, 187
 кривые ВЭЗ, 229
 кросс-каплинг-эффект, 74
 Курская магнитная аномалия, 95
 лазерный интерферометр, 61
 лазерный гравиметр, 60
 линейная плотность, 129
 логарифмический потенциал, 130
 локальные аномалии, 147
 лунно-солнечные приливы, 111
 лучевые скорости спутника, 58
 магнитная восприимчивость, 81
 магнитная индукция, 79, 107, 181
 магнитная постоянная, 16, 80, 181
 магнитная проницаемость, 80, 181
 магнитная широта, 108
 магнитное квантовое число, 106
 магнитное поле, 80–87, 183
 магнитные аномалии, 94, 108, 182
 магнитные вариации, 91, 239
 магнитные бури, 92, 239
 магнитные обсерватории, 95
 магнитные полюса, 84–90
 магнитный диполь, 221, 224, 248
 магнитный момент, 109
 магнитный потенциал, 16, 80, 108
 магнитовариационная станция, 98
 магнитометры, 98–108

магнитометр М-27, 100
 магнитомягкие материалы, 90
 магнитотеллурическое поле, 239
 масконы, 79
 массы компенсации, 45
 масштаб съемки, 118, 120
 масштабный коэффициент, 100
 материальная полуплоскость, 160
 материальная точка, 128, 164
 материальные уравнения, 182
 маятниковые измерения, 62
 метод заряженного тела, 195
 методы изучения изостазии, 45
 методы подбора, 175
 методы регуляризации, 178, 203
 методы сопротивлений, 206–220
 методы трансформации, 137–158
 методы электроразведки, 194–196
 миллигал, микрогал, 27
 мировые магнитные аномалии, 87
 модель Тихонова–Каньяра, 241
 модульные измерения, 96
 моменты инерции, 31, 168
 монохроматическое поле, 187

 наземная съемка, 115
 наклонение, 82
 наклонный пласт, 131
 намагниченность, 80, 109, 132–135, 182
 нанотесла, 81
 направляющие косинусы, 23
 напряженность поля, 22, 80
 некорректность обратной задачи, 110, 132
 нелинейная задача, 124
 неоднозначность, 110
 нестационарные поля, 226
 неустойчивость, 136
 низкоомная пачка, 215
 нормальное поле, 13, 27, 34, 78, 108, 200, 206
 нормальные значения вторых производных, 35
 нормальный потенциал, 33
 нормировка А. Шмидта, 21

 обнаружение объекта, 113, 123
 оборотный маятник, 64
 обратная задача, 113, 127, 160, 199, 234
 общая съемка, 115
 оператор Лапласа, 11, 17, 108
 операции с векторами, 7
 опорный геоэлектрический горизонт, 233, 237, 247
 опорная сеть, 22
 определение параметров, 123, 201
 оптимальность, 180
 оптимизационный подбор, 177
 оптическая накачка, 104
 ортогональные функции, 19
 осевой диполь, 82
 осевой полюс, 87
 основные импедансы, 240
 особые точки, 172
 осреднение, 144
 остаточные аномалии, 140
 относительные измерения, 59
 отношение сигнал/помеха, 141

 палетки, 148, 178
 параметр становления, 227
 параметризация, 115, 125
 пересчет в верхнее полупространство, 142, 145
 пересчет в сторону масс, 155, 153
 период колебаний, 63
 питающий диполь, 208
 питающая линия, 206
 плоский слой, 37, 41
 плоские волны, 216
 плотностная модель Земли, 27
 плотностные неоднородности, 27
 плотность тока, 181, 207

плотность зарядов, 182
 площадная съемка, 114
 поверхность уровня, 26, 27, 33
 повторные измерения, 116
 поглощение, 217, 248
 погрешность измерений, 115
 погрешность интерполяции, 115, 118, 120
 погрешность масштабных коэффициентов, 116
 подбор тел сложной формы, 177
 подвес Кардана, 71
 поле диполя, 83, 88, 209
 полиномы Лежандра, 16, 28
 полный градиент, 172
 полюса, 84
 поляризованность, 182
 поляризуемость среды, 206
 поправка Броуна, 72
 поправка Брунса, 40
 поправка Буге, 43
 поправка Гаррисона, 72
 поправка за рельеф, 41, 43
 поправка Прея, 36, 49
 поправка Фая, 39
 потенциал диполя, 88, 208
 потенциал притяжения, 23, 28, 32
 потенциал силы тяжести, 25, 32
 потенциал заряда, 205
 потенциальное поле, 12, 27
 поток вектора, 9
 постоянный ток, 209
 практическая неоднозначность, 135
 преобразование Фурье, 14, 156
 приведенный импеданс, 220
 приемная линия, 206
 приливные вариации, 82, 116
 приливные деформации, 53
 принцип эквивалентности, 211
 принцип взаимности, 208
 принцип модельности, 180

 присоединенные полиномы Лежандра, 19
 притяжение плоского слоя, 41, 50
 проводимость, 182
 проводящие включения, 191
 произведения инерции, 32, 171
 производные потенциала, 27
 протонный магнитометр, 98, 104
 профилирование, 198
 профильная съемка, 114
 процедура интерпретации, 123
 процедура трансформации, 124
 прямая задача, 27, 126, 199

 радиальная установка, 209
 радиоволновое просвечивание, 250
 радиоКИП, 250
 радиус осреднения, 147
 радиус-вектор, 7, 22
 разделение полей, 137–150
 размеры аномалий, 140
 районирование, 112, 123
 региональные аномалии, 111, 146
 региональный фон, 43, 171
 регуляризация, 38, 202
 редукция силы тяжести, 38
 резонансное поглощение, 106
 ротор, 10, 182
 рудная модель, 134
 рудная электроразведка, 199
 ряд по сферическим функциям, 16–20, 87
 ряд Гаусса, 85

 свободное падение, 60
 секториальная гармоника, 55
 селеноид, 79
 сеточная схема, 155
 сечение изолиний, 121
 сжатие Земли, 32, 38
 сила тяжести, 22–26
 систематические ошибки, 116

скалярное поле, 5
 скалярное произведение, 7
 скважинные измерения, 98
 скин-слой, 188, 218, 227
 склонение, 54, 83
 скорость света, 185
 сложные разрезы, 176
 слоистый разрез, 178
 случайные ошибки, 116
 смещение нуль-пункта, 62, 116
 совокупность траекторий, 251
 соглашение о знаках, 22
 содержание интерпретации, 122
 сокачание штатива, 63
 соленоидальное поле, 12, 27
 солнечный ветер, 93, 239
 солнечно-суточные вариации, 92
 соотношение Пуассона, 109, 127
 спектр ядра преобразования, 144
 спектр Фурье, 14
 спектры функций, 142
 спутниковая альтиметрия, 58, 78
 спутниковая гравиметрия, 76
 спутниковая магнитометрия, 115
 статические гравиметры, 58, 65
 стационарное поле, 93, 183
 степень и порядок функций, 19
 структура геомагнитного поля, 82
 структура сети, 115, 118
 структурная модель, 134
 струнный гравиметр, 64
 суммарная продольная проводимость, 211, 247
 суммарное поперечное сопротивление, 211
 сферические гармоники, 20
 сферические координаты, 16
 сферические функции, 18, 28, 53
 сферический слой, 37
 сфероид, 38, 109
 тела правильной формы, 147, 194
 тела простой формы, 176
 теллурические токи, 193
 теорема единственности, 110, 134, 174, 202
 теорема А.Н.Тихонова, 202, 234
 теорема Клеро, 35
 теорема о среднем, 155
 теорема Парсевала, 16
 теорема свертки, 15
 теорема Стокса, 27
 теоретическая неоднозначность, 133
 теоретические кривые, 164, 242
 термоизоляция, 68
 термостабилизация, 68
 термостатирование, 62, 68
 тесла, 81
 тессеральная гармоника, 55
 ток проводимости, 183
 ток смещения, 183
 точечный полюс, 164, 204
 точка зондирования, 199, 232
 точка Кюри, 85
 точки ветвления, 154, 172
 точность измерений, 116–118
 точность оценок, 180
 точность съемки, 98, 119
 трансформация полей, 125, 148
 угловая частота вращения, 25
 угловые точки тел, 172
 ундуляции высот геоида, 147
 упругое астазирование, 66
 уравнение Гельмгольца, 188, 218
 уравнение диффузии, 187, 217
 уравнение Лапласа, 17, 24, 80, 108
 уравнение Пуассона, 24, 26, 109
 уравнение регрессии, 44, 50
 уравнения Максвелла, 181
 уровенная поверхность, 26
 уровень помех, 198
 уровни интерпретации, 113, 123

ускорение притяжения, 22
 ускорение силы тяжести, 27
 условие нормирования, 20
 условия единственности, 111, 131, 134, 136, 174, 203, 205
 условия точного разделения, 145
 условия эквивалентности, 231
 условия изостазии, 146
 установка эталонирования, 68
 устойчивость, 121, 202, 234
 фаза становления, 227, 247
 фактор Ланде, 106
 феррозонд, 103
 феррозондовый, 103
 феррозондовый измеритель D и I , 103
 феррозондовый теодолит, 104
 фиктивный источник тока, 213
 флюидонасыщенность, 190
 фокусы векового хода, 92
 формализация, 113
 форма многогранников, 172
 формула Брунса, 38
 формула Гельмерта, 35
 формула Грина, 169
 формула Гюйгенса, 62
 формула Кассини, 35
 формула Клеро, 33
 формула Остроградского, 10, 182
 формула Стокса, 11, 30, 182
 формулы Эйлера, 188
 Фурье-анализ, 14
 Фурье-преобразование, 14, 144
 Фурье-спектр, 144, 155
 цена деления, 65, 68
 центральный диполь, 87
 центральный осевой диполь, 87, 93, 108
 центробежный потенциал, 25
 центробежное ускорение, 22, 27
 цилиндрические координаты, 28
 частота прецессии Лармора, 105
 частотная фильтрация, 66, 138
 частотная характеристика, 143
 частотные зондирования, 244
 частотный спектр, 14
 числа Лява, 55
 экваториальная полуось, 33
 экваториальный ток, 244
 эквивалентный слой, 211
 эквивалентность по S и T , 212
 эквивалентность слоистых разрезов, 211, 230, 248
 эквивалентность установок, 233
 эквивалентные распределения, 208
 эксцентричный диполь, 87, 92
 электрическая постоянная, 181
 электрический диполь, 221
 электрическое смещение, 181
 электромагнитные волны, 183, 201, 214, 253, 248
 электромагнитные зондирования, 238
 электропроводность, 93
 электростатическая аналогия, 185
 элементы магнитного поля, 80, 83
 эллипсоид вращения, 32
 энергия поля, 15
 эталонирование, 63, 124
 эффект распада поля, 155
 эффект Джозефсона, 98, 104
 эффект Зеемана, 97, 104
 эффект Лармора, 104
 эффект Оверхаузера, 98, 104
 эффект Фарадея, 104
 эффект Этвеша, 75
 эффективное сопротивление, 206
 эффективность разделения полей, 140, 144
 эффективный импеданс, 241
 явление изостазии, 44
 ядро преобразования, 139, 155

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ГЛАВА I. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ.....	5
<i>Основные определения</i>	5
<i>Операции с векторами</i>	7
<i>Векторные дифференциальные операторы</i>	10
<i>Простые модели полей</i>	12
ГЛАВА II. ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛЕЙ.....	13
<i>Общие сведения</i>	13
<i>Преобразование Фурье</i>	14
<i>Сферические функции</i>	16
ГЛАВА III. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ.....	22
<i>Сила тяжести и ее потенциал</i>	22
<i>Нормальное гравитационное поле</i>	27
<i>Притяжение тел простой формы</i>	36
<i>Гравитационные аномалии</i>	38
<i>Особые случаи вычисления аномалий</i>	48
<i>Геологический смысл аномалий в разных редукциях</i>	50
<i>Вариации гравитационного поля во времени</i>	52
<i>Измерения гравитационного поля</i>	57
<i>Принципы гравитационных измерений</i>	57
<i>Гравиметрическая аппаратура</i>	60
<i>Измерения силы тяжести на подвижном основании</i>	69
<i>Спутниковая гравиметрия</i>	76
ГЛАВА IV. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ.....	80
<i>Элементы магнитного поля</i>	80
<i>Структура геомагнитного поля</i>	83
<i>Магнитное поле эксцентричного диполя</i>	88
<i>Вариации магнитного поля Земли</i>	91
<i>Магнитные аномалии</i>	94
<i>Измерения элементов геомагнитного поля</i>	96
<i>Виды магнитных съемок</i>	96
<i>Принципы магнитных измерений</i>	98
ГЛАВА V. ГРАВИРАЗВЕДКА И МАГНИТОРАЗВЕДКА.....	107
<i>Общие черты гравirazведки и магниторазведки</i>	107
<i>Геологические задачи гравirazведки и магниторазведки</i>	111

Методика гравиметрических и магнитных съемок	114
Классификация съемок.....	114
Погрешности измерений.....	115
Соотношение структуры сети и точности съемки.....	119
Интерпретация гравитационных и магнитных аномалий ...122	
Содержание интерпретации.....	122
Прямые и обратные задачи.....	126
Разделение полей.....	137
Методы решения обратных задач.....	160
Геологическое истолкование материалов интерпретации.....	179
ГЛАВА VI. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ	181
Уравнения Максвелла	181
Стационарные электромагнитные поля	184
Электромагнитные поля в однородных средах	186
Монохроматическое квазистационарное поле	187
ГЛАВА VII. ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКА	190
Предмет и задачи электроразведки	190
Классификация методов электроразведки	194
Геоэлектрические модели среды	196
Прямые и обратные задачи электроразведки	199
Постоянные электрические поля в простых средах	203
Нормальные поля в методах сопротивлений.....	206
Постоянный ток в горизонтально-слоистой среде.....	209
Постоянное поле над вертикальным пластом.....	212
Плоские электромагнитные волны в слоистой среде	216
Нормальные поля электрического и магнитного диполей	221
Электрический диполь.....	221
Магнитный диполь.....	224
Диполи на поверхности полупространства.....	225
Нестационарные диполи.....	226
Интерпретация данных электроразведки	228
Вертикальные электрические зондирования.....	228
Электрическое профилирование.....	235
Электромагнитные зондирования.....	238
Радиоволновая электроразведка.....	248
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	253
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	254